



## ÖZGEÇMİŞ

### **Prof. Dr. Mustafa TEMİZ**

Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği kurucu Bölüm Başkanı olan *Prof. Dr. Mustafa TEMİZ*, 1948 yılında *Gümüşhâne*'de doğmuştur. Orta öğrenimini Samsun'da yapmış, 1967 yılında Ondokuzmayıs Lisesi'ni *Lise Birincisi* olarak bitirmiştir. Lise ve üniversitede *TÜBİTAK*'ın bursiyeri olmuş, 1966 ve 1967 yıllarında *TÜBİTAK*'ın sırasıyla *İstanbul-Erenköy* ve *İzmir-Bornova*'da düzenlediği birer aylık *Yaz Kursları*'na katılmıştır. Yüksek öğrenimini *İstanbul Teknik Üniversitesi*'nde yapan TEMİZ, 1973 yılında *Elektrik Fakültesi'nin Zayıf Akım (Elektronik) kolundan Elektrik Yüksek Mühendisi* olarak mezun olmuştur.

Mustafa TEMİZ, bir müddet *Azot Sanâyi Samsun Fabrikaları*'nda *İşletme Kontrol Mühendisi* olarak çalıştıktan sonra askerlik hizmetini müteakip *Sakarya Mühendislik ve Mimarlık Akademisi*'ne asistan olarak girmiş, *İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*'nde doktorasını tamamlamıştır. Mustafa TEMİZ, 1985 yılında *Dokuz Eylül Üniversitesi Denizli Mühendislik ve Mimarlık Akademisi*'ne yardımcı doçent olarak atanmıştır. 1993 yılında doçent ve 2004'te profesör olan TEMİZ'in teknik, bilimsel ve sosyal konulardaki çok sayıda yazıları yanında *Elektrik, Elektronik, Bilgisayar Programlama, Elektromanyetik Alanlar*'a âit kitapları ve bir çok bilimsel makaleleri vardır.

Dr. Mustafa TEMİZ, çalışmalarını son yıllarda, Elektronik'ten ziyâde daha çok *Optik Dalgalar* ve *Lazer* konularına yoğunlaştırmış ve *Elektromanyetik Alanlar* ve *Mikrodalga Tekniği Anabilim Dalı*'nda profesör olmuştur.

Dr. Mustafa TEMİZ, *İstanbul Teknik Üniversitesi Sakarya Mühendislik Fakültesi Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü*'nün kuruluşunda, laboratuvarlarının hazırlanmasında da çalışmalar yapmış ve buradan ilk öğrencilerinin mezûniyetlerine kadar, eğitim ve öğretim faâliyetlerinde tek kadrolu doktoralı öğretim görevlisi olarak çalışmıştır.

*Sakarya Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü* ve *Düzce Meslek Yüksek Okulu*'nda da dersler veren Dr. TEMİZ, *Elektrik ve Elektronik Mühendisliği*'ni kurmak üzere, *Denizli*'ye tâyin olduktan sonra burada *Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü*'nün açılışına kadar uzunca bir süre *Akademi*'nin *İnşaat ve Makine* bölümlerinde ve daha sonra Pamukkale Üniversitesi'nin çeşitli birimlerinde, sırasıyla, *Elektroteknik, Otomatik Kontrol, Sistem Analizi, Elektrik Makineleri* ve *Bilgisayar Programlama* gibi, dersleri yürütmüş, Pamukkale Üniversitesi-Mühendislik Fakültesi'nde, 1994 yılında *Elektrik ve Elektronik Bölümü*'nün yüksek lisansını, 1995 yılında Normal Öğretim ve İkinci Öğretim olmak üzere, *Elektrik ve Elektronik Bölümü*'nü kurmuş ve kurucu bölüm başkanı olarak uzun bir süre etkin hizmetler yapmış ve aktif faâliyetlerde bulunmuştur.

*Elektrik ve Elektronik Mühendisliği*'nin ilk dönemlerinde kadrolu tek öğretim üyesi olarak Prof. Dr. Mustafa TEMİZ, öğretim üyesi eksikliğinden dolayı, çeşitli anabilim dallarının çoğuna ilişkin çok çeşitli dersleri vermiş ve yürütmüş bulunmaktadır. Özellikle, **Elektromanyetik Alanlar ve Mikrodalga Tekniği Anabilim Dalı**'nda *Elektromanyetik*

*Alan Teorisi I, Elektromanyetik Alan Teorisi II, Elektromanyetik Dalga Teorisi, Yüksek Frekans Tekniği I, Yüksek Frekans Tekniği II, Anten ve Yayılma, Optik Dalgalar; Elektronik Anabilim Dalı'nda Yariletkenler, Lojik Devreler, Elektronik I, Elektronik II; Yüksek Lisans'ta ise Lazer Elektronikine Giriş I, Lazer Elektronikine Giriş II, İleri Dijital Sistemler I ve İleri Dijital Sistemler II, yürütmüş olduğu dersler arasında bulunmaktadır.*

*Prof. Dr. Mustafa TEMİZ, 1995-1998 yılları arasında Pamukkale Üniversitesi'ne bağlı Meslek Yüksek Okulu ile İktisadî ve İdarî Bilimler Fakültesi Yönetim kurulları üyesi olarak hizmet yapmış ve 1986-1988 ve 1996-2004 yılları arasında Denizli Mühendislik Fakültesi Yönetim Kurulu üyeliklerinde de bulunmuştur.*

*Hâlen, Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölüm Başkanı, Elektromanyetik Alanlar ve Mikrodalga Tekniği Anabilim Dalı Başkanı, Mühendislik Fakültesi Fakülte Kurulu, Yönetim Kurulu, Uzmanlık Kurulu; Mühendislik Bilimleri Dergisi Yayın Kurulu ve Teknik Eğitim Fakültesi Fakülte Kurulu ve Yönetim Kurulu Üyesi olan Prof. Dr. Mustafa TEMİZ, Kültür Bakanlığı 1990 "Bilgi Yılı'nda, "Bilgi Toplumu" Konulu Eser Yarışması'nda aldığı bir ödül ile 5 âdet TÜBİTAK-Bilimsel Teşvik Ödülü'ne sâhiptir.*

## ÖNSÖZ

Bu eser, *basamak kırılma indisli yarıiletken dalga kılavuzu* konusunda bilimsel araştırmalar sonunda ortaya çıkmış bir kitaptır.

Bir elektromanyetik dalga (ışık) içeren ve onu istenildiği gibi yönlendiren *dalga kılavuzunun* çalışması, *tam iç yansımaya* dayanır. *Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli bir dalga kılavuzunun aktif bölge* ve *gömlek bölgesi* denilen iki önemli kısmı vardır. Tam iç yansımanın oluşması için aktif bölgenin kırılma indisli, gömlek bölgesinin kırılma indisinden büyük seçilir. Dalga kılavuzu, dalgayı aktif bölgede tuzaklar ve onu bir kapan gibi muhafaza eder.

*Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli dalga kılavuzunda* aktif bölgenin genişliği genel olarak 0.1-0.3  $\mu\text{m}$  civârındadır. Aktif bölgenin genişliği, 50–100  $\text{Å}$  seviyelerine kadar küçültüldüğünde, *yarıiletken basamak kırılma indisli tekli kuantum çukurları* elde edilir.

*Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli kuantum çukurları* da genel anlamda birer dalga kılavuzudurlar. Bunlar, geleneksel yarıiletken ve çoklu kuantum çukurlu lazerler veyâ süper kafeslere dayanan yarıiletken cihazların temel elemanı olarak kullanılırlar. Bu sebepten dolayı, adı geçen optik cihazların anlaşılması, bu tekli temel elemanın anlaşılmasına çok bağlıdır.

Bir *yarıiletken basamak kırılma indisli tekli dalga kılavuzu* ya da *yarıiletken basamak kırılma indisli tekli kuantum çukuru*, kırılma indisleri  $n_I$ ,  $n_{II}$  ve  $n_{III}$  ile gösterilen üç bölgeden oluşur. Bu bölgelerin iki farklı yapıları jonksiyonu (eklemi) vardır. Kırılma indisli  $n_{II}$ , ikinci bölge olan *aktif bölgenin* kırılma indisini gösterir. Aktif bölge, yabancı katkı enjeksiyonu ile elde edilen, n-tipi ve p-tipi yarıiletkenlerden oluşan ve  $n_I$  ve  $n_{III}$  kırılma indislerine sâhip olan gömlek bölgelerinin arasında yer alır. Kırılma indisleri arasında genel olarak büyüklük bakımından  $n_{II} > n_I > n_{III}$  eşitsizliği geçerli ise, *yarıiletken basamak kırılma indisli asimetric tekli dalga kılavuzu* ya da *yarıiletken basamak kırılma indisli asimetric tekli kuantum çukuru* ortaya çıkar. Kırılma indisleri arasında  $n_{III} = n_I = n_{I,III}$  ilişkisi varsa, o zaman bunlara, sırasıyla, *yarıiletken basamak kırılma indisli simetric tekli dalga kılavuzu* ya da *yarıiletken basamak kırılma indisli simetric tekli kuantum çukuru* denir<sup>1</sup>. Bu cihazlara ilişkin aktif bölgenin kesitleri ya dâiresel ya da dikdörtgen kesitli olabilirler.

Farklı üç bölgeye ilişkin geleneksel yapıların en önemlilerinden olan malzeme grupları, *galyum-arsenik (GaAs)* ve *alüminyum-galyum arsenik ( $Al_xGa_{1-x}As$ )* yarıiletkenleri olarak bilinirler. Buradaki x indisli, GaAs malzemesi içine katılan alüminyum malzemesinin yüzdesini gösterir. Yarıiletken malzeme içine katılan alüminyum, bu malzemelerin iletkenliğini ve enerji-bant yapısını etkin bir şekilde değiştirir. Alüminyum, içine katıldığı malzemenin enerji-bant genişliğini büyütme ve kırılma indisini küçültmektedir. Alüminyumun yarıiletkenlere bahsettiği bu özellik, ileri teknolojik

<sup>1</sup> Syms, R. and Cozens, J., 1992, *Optical Guided Waves and Devices*, (New York: McGraw-Hill Book Company).

malzeme üretiminde vazgeçilmez bir özellik olarak ortadadır<sup>2,3</sup>. Bu yüzden, bilim insanlarının eserlerinde, bu özelliğinden dolayı, alüminyumdan '*Allah'ın bir lutfu*' olarak bahsedilmektedir<sup>4</sup>.

Yarıiletken içine yabancı malzeme katkısıyla meydana getirilen bu yapı düzeninde, elektron ve deliklerden meydana gelen yük taşıyıcıları ile optik alan tarafından temsil edilen fotonlar, aktif bölgenin içinde hapsedilirler ve aynı bölge içinde taşıyıcılar ve fotonlar birbirleriyle etkileşirler. Aktif bölge genel anlamda yük taşıyıcıları için çok iyi bir dielektrik dalga kılavuzu özelliği taşır.

Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli dalga kılavuzu ya da yarıiletken basamak kırılma indisli tekli kuantum çukurlarının çalışmalarını anlamak için, tekli yarıiletken dalga kılavuzu ya da kuantum çukuru konusunun temel inceliklerine sâhip olmak gerekir. Bu sebepten, kitapta özellikle tekli dalga kılavuzu ya da kuantum çukurlarının özellikleri incelenmiştir.

Çoklu kuantum çukurları, şematik olarak üç temel bölgeye sâhip olan 20-30 atomik tabakadan meydana gelir. Bunlar bugün, meselâ, kompakt disklerde saklı bulunan bilgiyi okumak için gittikçe artan hızlarda kullanılmaktadırlar. Kuantum çukurları, tabakalı kristallerin tekli atomik geometrisinden dolayı ışık vermektedirler. Yüksek enerji-bant aralığına sâhip olan gömlek bölgeleri, küçük enerji-bant aralığına sâhip olan aktif bölgeyi kuşatır.

Optik alan ve taşıyıcıların fonksiyonlarının belirlenmesi açısından bir çok malzeme yapıları geliştirilmiştir. Tabakaların malzeme kompozisyonlarının özel olarak seçilmesinin amacı şudur: Optik alan  $2a$  kalınlıklı merkezî bölgenin bir başından bir başına yayıldığında, elektron ve delikler, sâdece bu  $2a$  kalınlıklı ve büyük kırılma indisli aktif bölge içinde bir araya gelirler. Tipik bir kuantum çukurunda  $2a$  kalınlığı küçüldükçe malzeme özellikleri hızla değişir<sup>5</sup>. Yâni,  $2a$  kalınlığı küçülürse eşik akımı daha da küçülür. Aynı hacim içine mümkün olduğu kadar birbirine yakın olarak hapsedilebilen optik alan ve yüklü taşıyıcıların hapsedilmeleri ve taşıyıcıların yatay olarak ve aynı zamanda düşey olarak hapsedilme zorunluluğu yüksek bir verimi sağlar. Böylece, aktif bölgede sönümsüz sinüzoidal ve sürekli bir alanın oluşmasına karşılık, aktif bölgeyi kuşatan geniş bantlı yarıiletken gömlek bölgesi içinde sönümlü alanlar oluşur.

Yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerlerin ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarının işlem fonksiyonları, yapıldığı malzemeden kuvvetle etkilenirler. Gömlek bölgelerinin kırılma indisleri, ortada bulunan aktif bölgenin kırılma indisinden küçük olduğu için<sup>6</sup>, optik dalga (ışık) tam yansıma ile aktif bölgede hapsedilir. Işığın aktif bölgede hapsedilmesi için dalga kılavuzunun kontrol edilmesiyle, elektron ve delikler, büyük bir kuvvetle tekrar tekrar birleşirler<sup>7</sup>. Aktif bölgede, böylece, optik elektromanyetik alanla yük taşıyıcıları arasında enerji geçişi (alış-verişi) meydana gelir. Bu sebepten, aktif

<sup>2</sup> Temiz, M., "The Effects of the Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes", *Laser Phys.*, Vol.11, No.3, 297-305, 2001.

<sup>3</sup> Temiz, M., "Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices", *Laser Phys.*, Vol.12, No.7, 989-1006, 2002.

<sup>4</sup> Verdeyen, J.T., *Laser Electronics*, p.474, Prentice-Hall, Ney Jersey, 1989.

<sup>5</sup> Temiz, M., Foton Devrimi Başladı, *Popüler Bilim Dergisi*, Sayı 192-193, Şubat-Mart 2010., <http://www.populerbilim.com.tr/b00.htm>

<sup>6</sup> Verdeyen, J.T., 1989, *Laser Electronics*, (London: Prentice Hall International Limited).

<sup>7</sup> Carroll, J. Whiteaway, J. And Plumb, D., 1998, *Distributed feedback semiconductor lasers*, (London: U.K.).

bölge optik güçlerde değişimleri içeren elektronik etkileşim için bir kararlı platform meydana getirir<sup>8</sup>.

Bu kitapta her ne kadar *yarıiletken basamak kırılma indisli asimetric/simetrik tekli dalga kılavuzu* ya da *yarıiletken basamak kırılma indisli asimetric/simetrik tekli kuantum çukurları* söz konusu olsa bile, bu çalışmalar daha özel anlamda yarıiletken lazerler ve/veyâ planar dalga kılavuzları için de geçerlidir. Bu cihazların önemli parametreleri, *hapsedicilik faktörü, normalize frekans ve normalize yayılım sâbitidir*.

Aktif bölgedeki taşıyıcıların kontrolü büyük bir önem arz eder. Yarıiletken lazer davranışlarının anlaşılması açısından hapsedicilik faktörü anlamlı bir parametreyi meydana getirir. Bu büyüklük, lazerin aktif bölgesi içindeki taşıyıcı etkilerini karakterize etmektedir.

Yarıiletken lazerler ve/veyâ planar dalga kılavuzları ya da yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetric/simetrik dalga kılavuzları veyâ benzer tip kuantum çukurları tasarımı için gerek çift fonksiyonlu, gerekse tek fonksiyonlu alanlarda hapsedicilik faktörünün ve enformasyonla doğrudan doğruya modüle edilebilme özelliğine sâhip, diyot lazerler<sup>9</sup> gibi, yarıiletken dalga kılavuzlarının haberleşmedeki önemleri büyüktür<sup>10</sup>. Yarıiletken diyotlardaki taşıyıcılara âit enerji davranışları, bant aralığı mühendisliğinde (band gap engineering) yeni cihaz tasarımları için önceden bilinmelidirler<sup>11,12</sup>. Dünyâda kuantum çukurlu lazerlerin fabrikasyonu için bir çok çalışmalar yapılmakta ve eşik akımını küçültme gayretleri, dâimâ gündemini canlı tutmaktadır.

Hapsedicilik faktörü, diyot lazerleri gibi, lazerlerin modellenmesinde önemli ve özel bir parametredir. Onun önemi, optik güç seviyelerinin geniş bir sahâsı içinde değişmeden kalan hapsedicilik faktörünün değeri açısından ileri gelmektedir. Hapsedicilik faktörünün kullanılmasına ilişkin faydalı frekans bölgesi içinde onun değeri hemen hemen sâbit tutulur. Bu büyüklük, yarıiletken lazerler ve/veyâ optik dalga kılavuzları ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarının tasarımında kullanılan malzemeye çok bağlıdır ve ayrıca lazerler ve/veyâ basamak kırılma indisli optik dalga kılavuzları ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurları gibi yarıiletken cihazlarda kazanca etki eder<sup>13</sup>. Bu sebeplerden dolayı, bu kitap, adı geçen ön hesaplamalarda bir boşluğu dolduracaktır.

Yarıiletken bir lazer bir ışık kaynağıdır, fiber optik haberleşmede kompakt disk çalıcı, tarayıcı ve lazer göstergeleri gibi uygulamaların temel elemanlarından bir tânesini meydana getirir. Kuantum çukurlu lazerlerin çalışma prensibi, yukarıda bahsedildiği gibi, taşıyıcıların kuantum çukurlarına hapsedilmelerine bağlıdır. Bu yüzdendir ki, günümüzde hemen hemen herkeste kuantum çukuruna sâhip olan bir nano yapı bir cihaz bulunur. Her CD çalıcısının kalbinde elektronlar tarafından üretilen lazer ışığına dayalı hassas olarak yapılmış bir kristal yapı vardır. Bilim adamları, hassas kuantum çukurlu malzemeleri ve süper hızlı tranzistör cihazlarının bâzılarını üretmek üzere, böyle kristallerin ileri

<sup>8</sup> Carroll, J. Whiteaway, J. And Plumb, D., 1998, *Distributed feedback semiconductor lasers*, (London: U.K.).

<sup>9</sup> Holonyak, N. and Bevacqua, S. F., 1962, *Coherent visible light emission from GaAsP junctions*, Appl. Phys. Lett, **1**, p 82-84.

<sup>10</sup> Clarricoats, P. J. B., 1980, *Progress in optical communications* (ed) IEEE reprint series 3 (Peter Peregrinus, UK.).

<sup>11</sup> Namura, Y., Shinozaki, K., Asakawa, K. and et al. 1986, GaAs/AlGaAs distributed feedback structure with multi-quantum well for surface-emitting laser, J. Appl. Phys. Volume 60 p 874.

<sup>12</sup> Sasai, Y., Hase, N., Ogura, M. and et al., 1986, Fabrication and lasing characteristics of 1.3  $\mu\text{m}$  InGaAs P multi-quantum-well lasers J. Appl. Phys. **59** p 28.

<sup>13</sup> Botez, D., 1978, *IEEE J. Quantum Electron*, QE-14 p 230-232.

versiyonlarını bulmaya çalışmaktadırlar. Çoğu yarıiletken lazerler, kuantum çukurları gibi, nano yapılar içerirler.

Elektron ve deliklerin zorlanmış birleşimleri sonunda foton enerjisi elde etmek için yarıiletken lazerler, p-n jonksiyonunu kullanırlar. Lazerin çalışması için iletim ve valans bantlarındaki elektron konsantrasyonu,  $10^{18}/\text{cm}^3$  civârında olur. Tekli farklı yapılı (a single heterostructure) malzeme içinde meydana getirilmiş geleneksel bir p-n jonksiyonunda bu yoğunluğun elde edilmesine ana engel teşkil edecek bir durum vardır ki, bu durum taşıyıcıları jonksiyondan hızlı bir şekilde dışarı diffüze eder. Bu diffüzyonu karşılamak için, diyotun daha büyük bir akımla beslenmesi gerekir. Bu da verimi düşürür. Bundan dolayı, difüzyon kaçacağını küçültmek için çift farklı jonksiyonlu yapılar kullanılır<sup>14,15</sup>.

Bugün malzeme temininde kullanılan üç farklı yaklaşım vardır. Bunlar, *VPE* (*Vapour Phase Epitaxy*), *MBE* (*Molecular Beam Epitaxy*), *II* (*Ion Implantation*) teknikleridirler. Değişik kırılma indisleri oluşumu için, *MBE* tekniği kullanılarak yapılan tabaka büyümesiyle, bilhassâ son yıllarda kullanılan metal-organik-kimyasal çöktürme (*Metal-Organic-Chemical-Vapor Deposition-MOVD*) vasıtasıyla, çok ince yarıiletken film katmanların elde edilmesi mümkün olmaktadır. Angiström boyutundaki “*doping*” ve çöktürmenin üstün bir kontrolüyle yeni fizik ve yeni cihaz îmalâtı mümkün olabilmektedir. Bu iki farklı yarıiletken malzemeye dayalı tekli farklı jonksiyonlar ve çoklu farklı jonksiyonlar şimdi dünyâda bir çok laboratuvarında rutin olarak yapılmaktadırlar.

İlk yarıiletken lazerler, galyum arsenik (GaAs) veyâ galyum fosfor arsenik ( $\text{GaP}_x\text{As}_{1-x}$ ) kristalinden<sup>16</sup> meydana getirilmiş p-n jonksiyonu ile yapılmıştır. Burada x, yukarıda da bahsedildiği gibi, galyum arsenik malzemesinde arsenik ile yer değiştiren fosfor oranını göstermektedir. Böyle homojonksiyon lazerler, oda sıcaklığında devamlı olarak çalışamazlar. Bu onların ana noksanlarıdır. Sürücü (besleme) akımını küçültmek için taşıyıcı ve optik alanın her ikisinin birden hapsedilmesi gerekir. Bu, farklı yapılı jonksiyonların kullanılmasıyla başılır. Nitekim, bir müddet sonra tekli-farklı yapılı lazer yapılmıştır<sup>17</sup>. Daha sonra çift-farklı jonksiyonlu lazerler ve kuantum çukurlu lazerlere geçilmiştir<sup>18</sup>.

Kitapta bu sebepten, yarıiletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzları, dikedörtgen kesitli kuantum çukurları gibi, yarıiletken cihazların aktif bölgelerinden kaçan kaçak elektron ve delik gibi taşıyıcılara ilişkin hapsedicilik faktörünün önemi ve çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit normalize yayılım sâbitleri cinsinden hapsedicilik faktörlerinin ifâdeleri ve bunlara ilâveten yarıiletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzları ve dikedörtgen kesitli kuantum çukurlarında taşıyıcıları kontrol etmek için hapsedicilik faktörünün rolünü anlatmaya yardımcı olan bâzı parametreler tanımlanmış ve incelenmiştir. Bunun için yarıiletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzları ve dikedörtgen kesitli kuantum çukurlarındaki sınır şartlarına göre, çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit

<sup>14</sup> Verdeyen, J.T., 1989, *Laser Electronics*, (London: Prentice Hall International Limited).

<sup>15</sup> **Temiz, M.**, *Yarıiletken Lazerlerin Gelişiminde Akım Yoğunluğunun Önem ve Seyri*, *Anadolu Üniversitesi, Bilim ve Teknoloji Dergisi, Cilt 3, Sayı 2, 211-218 (2002)*

<sup>16</sup> Holonyak, N. and Bevacqua, S. F., 1962, *Coherent visible light emission from GaAsP junctions*, Appl. Phys. Lett, **1**, p 82-84.

<sup>17</sup> Hayashi, I., and Panish, M. B., 1970, GaAs  $\text{Ga}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$  heterojunctions injection lasers which exhibit low threshold room temperature operation J. Appl. Phys. **41**, p150-163.

<sup>18</sup> Alferov, Z. H. I., Andreev. V. M., Garbuzov, D. Z., and et al. 1971, Investigation of the influence of the AlAs-GaAs heterostructure parameters on the laser threshold current and the realisation of the continuous emission at room temperature Sov. Phys. Semicond **4** p1573-1576.

Maxwell denklemleri çözülmüş, aktif bölgelerin normalize yayılım sâbitleri ve gömlek bölgelerinin incelenmesi, daha sonra da bunlar arasındaki ilişkiler, kullanılan yarıiletken malzemenin parametreleri ele alınmıştır.

Böylece, *normalize yayılım sâbiti*, kullanılan yarıiletken malzemenin parametreleri ve normalize frekans cinsinden elde edilmiştir. Daha sonra yarıiletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzları ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarına âit çift ve tek fonksiyonlu alanlarda *hapsedicilik faktörleri*, *normalize frekans ve/veyâ normalize yayılım sâbiti cinsinden* ele alınarak incelenmiştir<sup>19</sup>.

*Yarıiletken Basamak Kırılma İndisli Lazerlerin Fizîği* adı verilen bu kitapta yarıiletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzları, dikdörtgen kesitli kuantum çukurları gibi yarıiletken cihazların elektromanyetik analizi için *Alfa Metodu*<sup>20,21,22,23</sup> adını verdiğim yeni geliştirilmiş bir hesaplama yöntemi sunulmaktadır. Bu metot aynı zamanda fiber optik dalga kılavuzlarının analizi için de geçerlidir.

Kitabın *I. Bölümü*'nde dalga kılavuzları hakkında genel bir bilgi verilmiştir. *II. Bölüm*, yarıiletken basamak-kırılma indisli dalga kılavuzlarında yük taşıyıcılarının tuzaklanmalarına ayrılmış, *III. Bölüm*'de dalga kılavuzlarının yapıldığı *galyum arsenit tabanlı fiber glas* ve lazerlerde kılavuzlanmış elektromanyetik alan modları ve sınır şartları incelenmiştir. Yük taşıyıcılarının enerji seviyelerinin incelenmesi *IV. Bölüm*'de yapılmıştır. Alan fonksiyonlarının özelliklerinin incelenmesi ise, *V. Bölüm*'e bırakılmıştır. *VI. Bölüm*'de enerji ve parametrik koordinatlar incelenmiş, güç oranlarının incelenmesi *VII. Bölüm*'de yapılmıştır. Basamak kırılma-indisli tekli lazerler ve kazanca, *VIII. Bölüm*'de yer verilmiştir. *IX. Bölüm*, TM modu ve asimetrik kuantum çukuru'na ayrılmış olup simetrik yarıiletken basamak kırılma indisli tekli dalga kılavuzunda kayıp ve yansıma *X. Bölüm*'de incelenmiştir. Normalize propagasyon sâbiti ve hapsedicilik faktörü'nün incelenmesi *XI. Bölüm*'de ele alınmıştır. *XII: Bölüm*'de, aktif ve reaktif güçlerin incelenmesi bulunmaktadır. Uygulama örnekleri *XIII. Bölüm*'de yer almaktadır. Kitabın, adı geçen bu konularda araştırma yapmak isteyen yüksek lisans ve doktora öğrencilerine bilimsel düşünme kapasitelerini ilerletme yönünde faydalı olacağını düşünüyorum.

Kitabın yaklaşık %90'nı, özgün (orijinal) araştırma sonuçlarından, sonuçların çözümlü açıklamalarından meydana gelmiştir. Ayrıca bilgi birikimini artırmak ve tamamlamak için faydalanılan ve özgün olmayan kavram ve formüllerin kaynak gösterilerek açıklamaları yapılmıştır. Kitapta kullanılarak literatüre kazandırılan notasyonlar da özgündür.

<sup>19</sup> Mustafa TEMİZ, Mehmet ÜNAL, An Analysis for Losses and Confinement Factors for the Regions of a Semiconductor Single Asymmetric Step- Index Laser in Terms of Normalized Propagation Constants for Even and Odd Fields, Gazi University Journal of Science GU J Sci 23(2):171-176, 2010.

<sup>20</sup> Temiz, M., Karakılıç, Ö.Ö. and Ünal, M., "A Novel Theoretical Procedure to Determine Absorption and Gain Coefficients in a Symmetric Single Step-Index Quantum Well Laser", **Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences (ELEKTRİK)**, Vol.16, No. 1, 2008.

<sup>21</sup> Temiz, M., and Karakılıç, Ö.Ö., A Novel Procedure and the Parameters for Design of Symmetric Quantum Wells in Terms of Normalized Propagation Constant as a Model a in the Single Mode, Journal of Aeronautics and Space Technologies, Volume:1, Number:2, July 2003.

<sup>22</sup> 15. M. Temiz, Ö. Ö. Karakılıç, M. Ünal, An efficient analysis for absorption and gain coefficient in single step-index wave guides by using the alpha method, Pamukkale University Engineering Collage Journal of Engineering Sciences, Volume 14, Number 2, 2008.

<sup>23</sup> Temiz, M., Ünal, M., "The analysis of a semiconductor single asymmetric and symmetric step-index laser for even and odd fields by Alpha Method", **Turk J Elec Eng & Comp Sci**, Vol.18, No.4, 2010, TUBITAK doi:10.3906/elk-0811-6.

Literatürde yeni sayılan *Yarıiletken Basamak Kırılma İndisli Lazerlerin Fiziği* adlı bu eserin, dalga kılavuzlarının incelenmesine ve tasarımına önemli bir katkı sağlayacağı inancındayım.

***Prof. Dr. Mustafa TEMİZ***  
*Denizli, 2010*



## **İÇİNDEKİLER**

### **BÖLÜM I**

#### **DALGA KILAVUZLARI**

1.1. Optik Dalga Kılavuzları	1
1.2. Basamak Kırılma İndisli Dalga Kılavuzu	2
1.3. Enine ve Boyuna Alan Vektörleri	7
1.4. Düzlem Dalgalar	8
1.5. Bir Basamak Kırılma İndisli Dalga Kılavuzunda Elektromanyetik Alanın Enine ve Boyuna Bileşenlerinin Dalga Denklemleri	11
1.6. Dalga vektörü ve Çözüm Tipleri	12
1.7. Bir Basamak Kırılma İndisli Dalga Kılavuzunda Dalga Vektörü, Faz Sâbiti ve TE Modu	15
1.8. Bir Basamak Kırılma İndisli Dalga Kılavuzunda TM Modu	26
1.9. Bir Basamak Kırılma İndisli Dalga Kılavuzunda Bâzı Önemli Parametreler	35
1.10. Kılavuz Kabul Açısı	38
1.11. Normalize Frekans	39
1.12. Faz Sâbiti	41

### **BÖLÜM II**

#### **YÜK TAŞIYICILARININ TUZAKLANMALARI**

2.1. Enerji Bant Yapısı ve Taşıyıcıların Tuzaklanmaları	56
2.2. Elektronun Kuantum Çukurundaki Davranışı	65
2.3. Bâzı Çözümler	68
2.4. Aktif Bölgedeki Çift Fonksiyonlu Bir Alan İçinde Bir Elektronun Bölgelerin Her Hangi Birinde Bulunma Olasılığı (İhtimâli)	70
2.5. Elektronun I ve III Bölgelerinde Bulunma İhtimâli-Kaçak Yüzdesi	79
2.6. Hapsedicilik Faktörü	84
2.7. Sonuç	86

### **BÖLÜM III**

#### **GALYUM ARSENİT TABANLI FİBER GLAS VE LAZERLERDE KILAVUZLANMIŞ ELEKTROMANYETİK ALAN MODLARI VE SINIR ŞARTLARI**

3.1. Giriş	117
------------	-----

3.2. TE Modunda Çift ve Tek Fonksiyonlu Elektrik Alan İfâdeleri	117
3.3. TM Modunda Çift ve Tek Fonksiyonlu Elektrik Alan İfâdeleri	136

## **BÖLÜM IV**

### **YÜK TAŞIYICILARININ ENERJİ SEVİYELERİ**

4.1. Giriş	156
4.2. Yarıiletken Lazer Boşluğu	156
4.3. Yarıiletken Lazer Boşluğunda Rezonans olayı	158
4.4. Kuantum Boyutu ve Potansiyel Çukuru	158
4.5. Kuantum Çukurunda Schrödinger Denkleminin Çözümü	160
4.6. Ayrık Enerji Seviyeleri	164
4.7. Aktif Bölgede Tek Ve Çift Elektrik Alanlarının Özdeğerleri	168
4.8. Tek ve Çift Fonksiyonlar ve Normalize Frekans Dâireleri	169

## **BÖLÜM V**

### **ALAN FONKSİYONLARININ ÖZELLİKLERİ**

5.1. Giriş	171
5.2. Elektrik Alanı Dalga Denklemi. Elektrik Alanları ve Dispersiyon Bağlılıkları	172
5.3. Yarıiletken Planar Çift Farklı Yapılı Lazerlerde Taşıyıcılara âit Temel Modların Özellikleri	183
5.4. Basamak Kırılma İndisli Dalga Kılavuzlarında Bâzı Önemli Parametreler	200
5.5. Basamak Kırılma İndisli Dalga Kılavuzlarında Dalga Denklemleri ve En Düşük Mertebeli Modların Enerji Özdeğerleri	216

## **BÖLÜM VI**

### **ENERJİ VE PARAMETRİK KOORDİNATLARI**

6.1. Bâzı Eğriler ve Parametrik koordinatlar	228
6.2. Bâzı Normalize Frekanslarda Enerji Öz Değerleri	232

## **BÖLÜM VII**

### **GÜÇ ORANLARI**

7.1. Giriş	238
7.2. Normalize Frekans Dâireleri	243
7.3. Asimetrik Dalga Kılavuzunda Parametrik Koordinatlar	245
7.4. Güç ve Olasılık (İhtimâliyet) Oranları	249
7.5. Aktif Bölgede ve Gömlek Bölgelerinde	

Güç Olasılıkları (İhtimâliyetleri)	257
7.6. Hapsedicilik Faktörü ( $\Gamma_{II}$ )	266

## BÖLÜM VIII

### BASAMAK KIRILMA-İNDİSLİ TEKLİ LAZERLERDE KAZANÇ, KAZANÇ SABİTLERİ VE KUVVETLENDİRME

8.1. Giriş	295
8.2. Asimetrik Kuantum Çukuruna âit Büyüklüklerin Gözden Geçirilmesi	298
8.3. Optik Tesir Mod Genişliği	307
8.4. Asimetrik Kuantum Çukurunda Kayıp Olasılığı (İhtimâliyeti)	309
8.5. Asimetrik Kuantum Çukurunda Giriş Olasılığı (İhtimâliyeti)	310
8.6. Asimetrik Kuantum Çukurunda Güç Oranları	312
8.7. Asimetrik Kuantum Çukurunda Hapsedicilik Faktörleri	313
8.8. Asimetrik Kuantum Çukurunda Eşik Şartları	323
8.9. Çift ve Tek Fonksiyonlu Alanda Kazanç Sâbiti	349
8.10. Kazanç Sâbiti/Absorpsiyon Sâbiti Eğrileri	352
8.11. Sonuç	355
8.12. Asimetrik Kuantum Çukurunda Yük Taşıyıcılarının Enerji Öz değerlerine âit Parametrik Denklemler-Geometrik Ortalama Metodu	356
8.13. Asimetrik Kuantum Çukurunda R ve r Güç Oranları	377

## BÖLÜM IX

### TM MODU VE ASİMETRİK KUANTUM ÇUKURU

9.1. Giriş	384
9.2. Aktif ve Gömlek Bölgelerinde TM Moduna âit Elektrik ve Manyetik Alan Bileşenleri	385
9.3. TM Modunda Güç Akışı	389
9.4. Asimetrik ve Simetrik Dalga Kılavuzunda Kuantum Enerji Öz Değer Noktaları	390
9.5. Asimetrik bir kuantum çukurunda Normalize Propagasyon Sâbiti	400
9.6. Asimetrik bir Kuantum Çukurunda Koordinat Transformasyonu	404
9.7. Güç İlişkileri	408

## BÖLÜM X

### SİMETRİK YARIİLETKEN BASAMAK KIRILMA İNDİSLİ TEKLİ DALGA KILAVUZUNDA KAYIP VE YANSIMA

10.1. Giriş	410
10.2. Kayıp Sâbiti, Poynting Vektörü ve Empedans	413
10.3. Yansıma	415

10.4. Aktif Bölgede Tam Yansıma	420
10.5. Yarıiletken Basamak Kırılma İndisli Tekli Dalga Kılavuzunda Kayıp Sâbiti	463

## ÖLÜM XI

### NORMALİZE PROPAGASYON SÂBİTİ VE HAPSEDİCİLİK FAKTÖRÜ

11.1. Giriş	472
11.2. Yarıiletken Lazerler ve/veyâ Planar Dalga Kılavuzlarının ve Dikdörtgen Kesitli Kuantum Çukurlarında Kullanılan Parametrelerin Önemi	472
11.3. Yarıiletken Lazerler ve/veyâ Planar Dalga Kılavuzlarının ve Dikdörtgen Kesitli Kuantum Çukurlarında İlişkin Alanların Önemi	475
11.4. Yarıiletken Basamak Kırılma İndisli Optik Dalga Kılavuzları, Lazer ve/veyâ Dikdörtgen Kesitli Kuantum Çukurlarında Aktif Bölgede Alan Dalgasının Işın Tasviri	478
11.5. Yarıiletken Basamak Kırılma İndisli Optik Dalga Kılavuzları, Lazer ve/veyâ Dikdörtgen Kesitli Kuantum Çukurlarında Hapsedicilik Faktörü	489

## BÖLÜM XII

### AKTİF VE REAKTİF GÜÇLER

12.1. Giriş	506
12.2. TE Modunda Aktif Bölge ve Gömlek Bölgelerindeki Elektrik Alan İfâdeleri	508
12.3. TE Modunda Kesim Şartı ve Aktif Bölgedeki Yayılım	516
12.4. Aktif ve Gömlek Bölgelerinde TM Modunun İncelenmesi	520
12.5. TM Modunda Süreklilik Denklemi	524
12.6. TE Modunda Empedans İlişkileri	526
12.7. TM Modunda Empedans İlişkileri	527
12.8. Kabul Açısı, Faz ve Grup Hızları	539
12.9. Aktif ve Gömlek Bölgelerindeki Güç İfâdeleri	547

## BÖLÜM XIII

### UYGULAMA

13.1. Soru ve Cevaplar	568
KILAVUZ (İNDEKS)	581

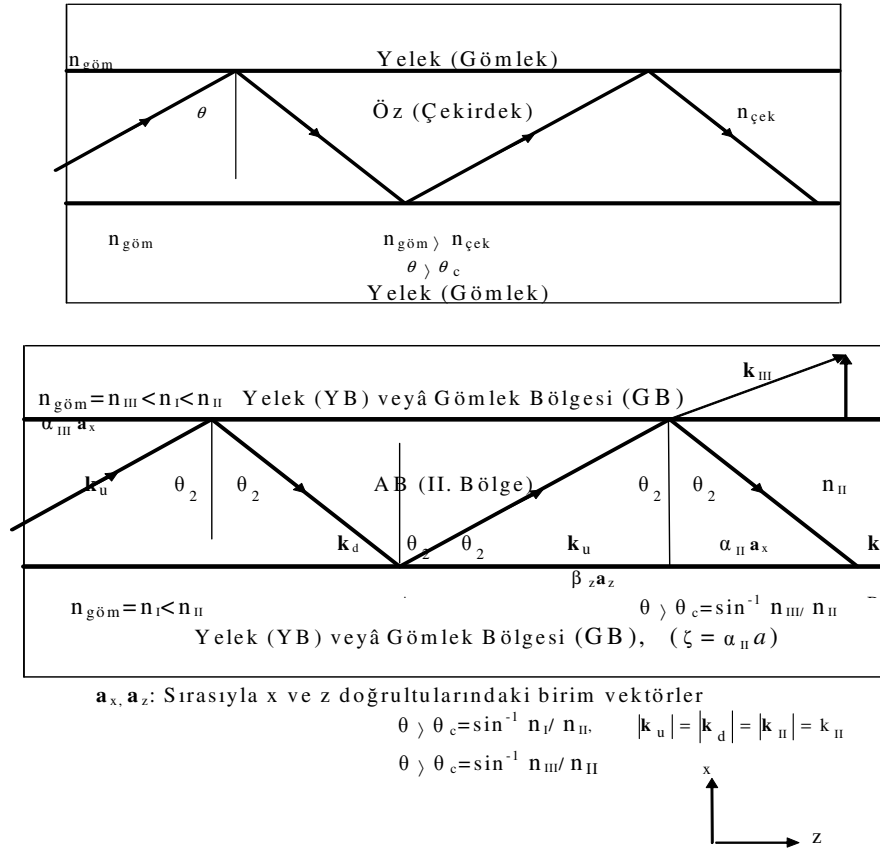
# BÖLÜM I

## DALGA KILAVUZLARI

### 1.1. Optik Dalga Kılavuzları

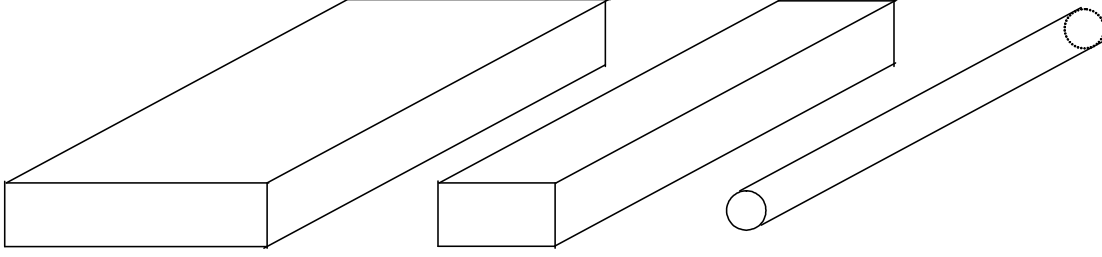
Bir optik dalga kılavuzu öyle bir yapıya sâhiptir ki bu, istenilen bir yol boyunca yayılma zorlayarak, bir ışık dalgasına (ışığa) yol gösterir. Işık, dalga kılavuzunda *Tam İç Yansımaya* (TİY) ile kılavuzlanır. TİY, ışığın bir dielektrik ara yüzeye, Şekil 1'de görüldüğü gibi, kritik bir  $\theta_c$  açısından daha büyük olarak geldiğinde meydana gelir.

Bir dalga kılavuzunun *Öz (ÖB)* ve *Yelek (YB) [Çekirdek ve Gömlek Bölgesi (GB)]* ya da *Yelek (Gömlek)* denilen iki önemli kısmı vardır. Öze (Çekirdeğe) Aktif Bölge (AB) de denir. Öz (Çekirdek), özel bir,  $n_{\text{çek}}$ , kırılma indisine sâhiptir. Yelek (Gömlek) bölgesinin kırılma indisi,  $n_{\text{göm}}$  olarak alınırsa, çekirdeğin kırılma indisi,  $n_{\text{göm}} < n_{\text{çek}}$  olacak şekilde seçilir. Işık, öz (çekirdek) bölgesinin çevresi (çeper) ile yelek (gömlek) bölgesi arasındaki ara yüzeyde tam yansımaya uğrar. Bu yüzden dalga kılavuzu, ışığı öz (çekirdek) bölgesinde hapseder, tuzaklar ve onu bir kapan gibi muhafaza eder (Şekil 1).



Şekil 1 Bir dalga kılavuzunda tam iç yansımaya

Esası tam iç yansımaya dayanan dalga kılavuzlarının gerçekleştirilmesi değişik değişikdir (Şekil 2).



Düzlem  
Dalga kılavuzu

Dikdörtgen-biçimli  
Dalga kılavuzu

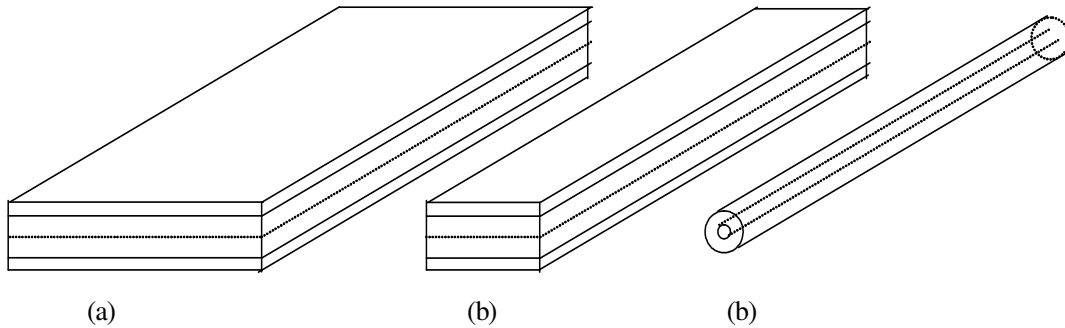
Dâire- biçimli (Optik fiber)  
Dalga kılavuzu

Şekil 2 Üç değişik tip dalga kılavuzu

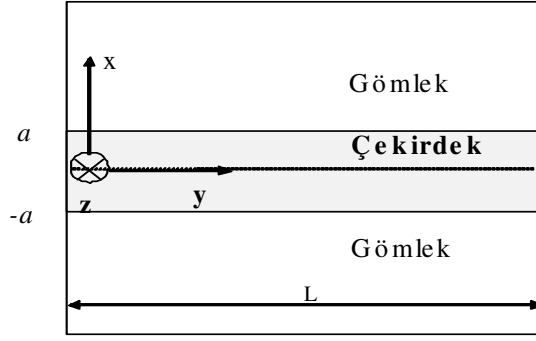
## 1.2. Basamak Kırılma İndisli Dalga Kılavuzu

Işığın dalga kılavuzunda yayılması Maxwell denklemlerini sağlar. Kırılma indisi gibi malzeme sâbitleri ve dalga kılavuzunun sınır şartları gibi bilgiler kullanıldığında elde edilen kılavuza âit dalga denklemi, kılavuz içindeki elektromanyetik alan dağılımı için çözülebilir. Dalga kılavuzunun içinde müsaade edilen bu alan dağılımına kılavuz modları denir.

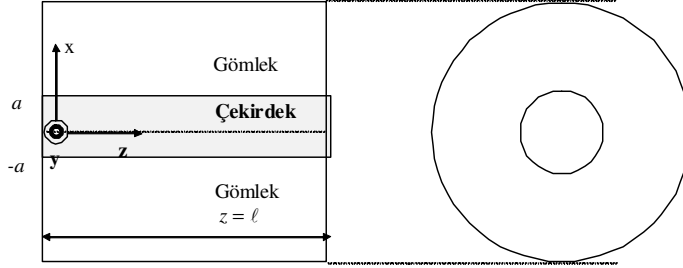
Örnek olarak, planar ve dikdörtgen-biçimli dalga kılavuzları içinde alt ve üst yüzeyleri birbirine paralel olan  $2a$  yüksekliğinde birer dilim tanımlayalım ve koordinat ekseninin başlangıç noktasını bu dilimlerin ortasından geçen eksen üzerinde seçelim (Şekil 3). O zaman, dilimin alt yüzeyi  $x=-a$  noktalarından; üst yüzeyi  $x=a$  noktalarından geçer (Şekil 4). Benzer işlem optik fiber için de yapılabilir. Optik fiberin içine  $2a$  yarıçaplı silindir şeklinde bir öz (çekirdek) yerleştirilebilir ve koordinat ekseninin başlangıç noktası eksen üzerinde seçilebilir. Şekil 5'de optik fiberin kesiti sağda ve kesitten itibaren  $z=\ell$  derinliği kadar alınan bir uzunluğunun yandan profili solda görülmektedir.



Şekil 3 Düzlem ve dikdörtgen- biçimli dalga kılavuzunun içine yerleştirilen  $2a$  yüksekliğindeki birer dilim ve optik fiber içine yerleştirilen  $2a$  yarıçaplı öz (çekirdek), (a) Planar (düzlem) dalga kılavuzu, (b) Dikdörtgen biçimli dalga kılavuzu, (c) Optik fiber



Şekil 4 Düzlem ya da dikdörtgen-biçimli dalga kılavuzunun içine yerleştirilen  $2a$  yüksekliğinde ve  $L$  genişliğindeki dilimlerin karşıdan görülen kesitleri



Şekil 5 Optik fiberin kesiti (sağda) ve kesitten itibaren  $z=l$  derinliği kadar alınan uzunluğunun (yandan) görünüşü

Eğer öz (çekirdek) ve yeleğin (gömleğin) kırılma indisleri  $n_{göm} < n_{çek}$  kuralı içinde sâbit iseler, o zaman bunların profilleri Şekil 6'daki gibi olur. Kılavuz içinde kırılma indisinin dağılımı bu tip olan bir dalga kılavuzuna *Basamak Kırılma İndisli Dalga Kılavuzu (Step-index Waveguide)* denir<sup>1,2,3,4,5</sup>.

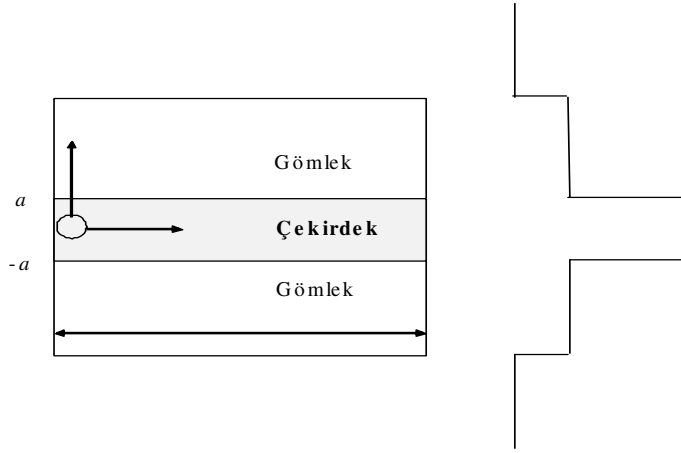
<sup>1</sup> Temiz M., Ünal M., Bir İkili Adım-Kırılma İndisli Dalga Kılavuzunun Arayüzeyinde Sınır Şartları ve Elektrik Alanlarının Analizi, IEEE 17. Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları Kurultayı 9-11 Nisan 2009, Antalya Türkiye, 2009.

<sup>2</sup> M. Temiz, M. Ünal, Ö.Ö. Karakılınç, "Yarıiletken tekli adım kırılma indisli lazerlerde olasılık ve kayıp oranları", Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 14, Sayı 3, Sayfa 301-308, 2008.

<sup>3</sup> Ünal, M., Temiz, M., ve Karakılınç, Ö.Ö. (2008) "Basamak kırılma indisli ikili bir dalga kılavuzunun TE modunda tekli eşdeğer modelinin araştırılması", IEEE 16. Sinyal İşleme, İletişim ve Uygulamaları Kurultayı, SİU 2008, Didim., 2008.

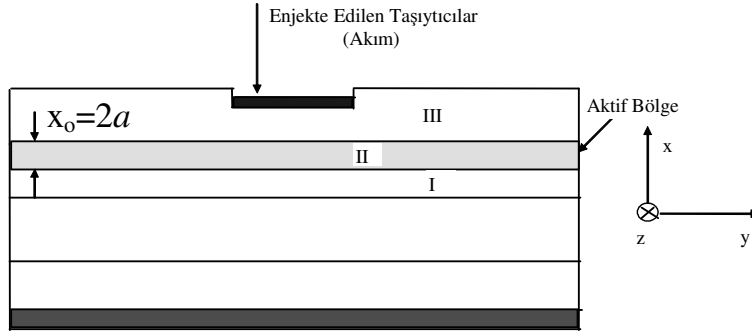
<sup>4</sup> M. Temiz, M. Ünal, Ö.Ö. Karakılınç, Basamak-Kırılma İndisli Yarıiletken Lazer Tasarımında Düzlem Dalga Metodu, Anadolu Üniversitesi, Bilim ve Teknoloji Dergisi, Cilt 9, sayı 1, sayfa 105-122, 2008.

<sup>5</sup> Ünal, M., Temiz, M., ve Karakılınç, Ö.Ö. (2008) "Basamak kırılma indisli ikili bir dalga kılavuzunun TE modunda tekli eşdeğer modelinin araştırılması", IEEE 16. Sinyal İşleme, İletişim ve Uygulamaları Kurultayı, SİU 2008, Didim., 2008.



Şekil 6 Üç tip dalga kılavuzunun her birine ilişkin olarak *Basamak Kırılma İndisli Dalga Kılavuzu*'nda öz (çekirdek) ve yelek bölgesinin kırılma indisleri profili

Şekil 7'de bir yarıiletken lazer geometrisinin meydana getirdiği bir optik dalga kılavuzu görülmektedir.  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  kristalinde  $x_0=2a$ 'nın çeşitli şekillerde seçimi ve çeşitli kalınlıklar için, elektromanyetik dalga ve enjekte edilen taşıyıcıların aynı anda tuzaklanmalarını gerçekleştirmek üzere, 0'dan 4'e kadar farklı yapı eklemeler (jonksiyonlar) yapılabilir<sup>6</sup>. Dalganın kılavuzlanmasının husûsî özelliklerinin bir çoğu, şekilde görüldüğü gibi, I, II, III ile numaralandırılan kılavuz bölgelerinin analizi yapılarak gerçekleştirilebilir.



Şekil 7 Bir yarıiletken lazer geometrisi

**Sorular:**

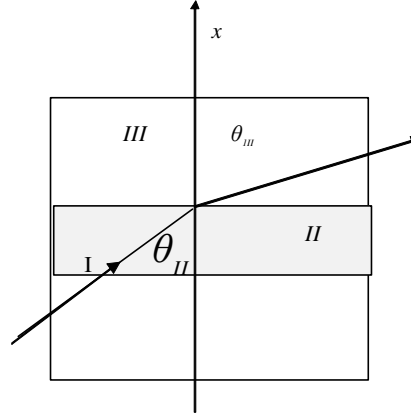
- 1) Bir şekil çizerek tam yansımaya açıklayınız.
- 2) Elmasın kırılma indisi  $n=2.419$  olduğuna göre havayı yelek gibi düşünerek kritik  $\theta_c$  açısını hesaplayınız.
- 3)  $2a$  genişliğindeki aktif bölgede  $\theta_{II}$  açının ayrık değerli oluşunu gösteriniz. Işık dalgasının yayılmasını ve bölgelere ilişkin dalga numaralarını şematik olarak gösteriniz.

**Cevaplar:**

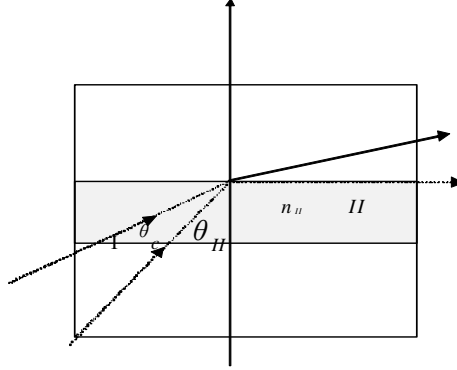
<sup>6</sup> Verdeyen, J.T., Laser Electronics, p.474, Prentice-Hall, Ney Jersey, 1989.



1)



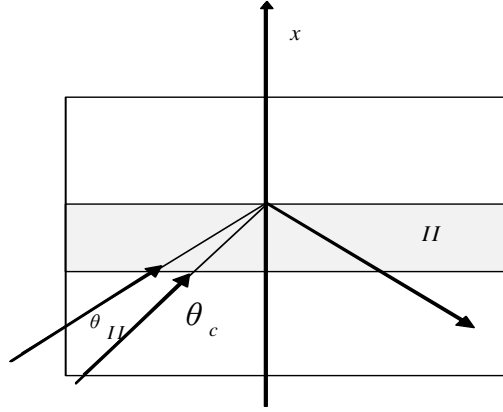
Yukarıdaki şekilde sol alttan gelen ışın II-III ara yüzeyindeki noktada II. bölgeden III. bölgeye geçmektedir. Şimdi  $\theta_{II}$  açısı gittikçe büyütüldüğünde, eğer  $n_{II} > n_{III}$  ise, III. bölgedeki açı, II-III ara yüzeyinin normalinden uzaklaşacak şekilde, gittikçe büyüyecektir. Öyle ki, bu büyüme bir an gelir ki  $\theta_{III} = 90^\circ$  olur. Bu durum aşağıdaki şekilde görülmektedir. Bu durumdaki  $\theta_{II} = \theta_c$  açısına kritik açı denir ve  $n_{II} \sin \theta_{II} = n_{III} \sin \theta_{III}$  Snell Kânunu'na göre  $\theta_{II} = \theta_c$  için  $n_{II} \sin \theta_c = n_{III} \sin 90^\circ = n_{III}$  olur. Buradan kritik açı  $\sin \theta_c = n_{III}/n_{II} \rightarrow \theta_c = \arctan \frac{n_{III}}{n_{II}}$  olarak elde edilir.



$\theta_{II}$  açısındaki büyüme daha da devam ederse, o zaman  $\theta_{III} > 90^\circ$  olacağı için sol alttan gelen ışın, aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi, II-III ara yüzeyinden tamâmen geri yansır ve tam yansıma ortaya çıkar. Yâni, burada tam yansıma  $\theta_{II} > \theta_c$  olduğu görülür.

Başka bir ifâdeyle, II-III ara yüzeyine  $\theta_{II}$  açısıyla gelen ışın  $\arctan \frac{n_{III}}{n_{II}}$  ile belirlenen  $\theta_c$  açısından büyükse, tam yansıma oluşur.

Benzer bir kritik açı gelen ışının II-I ara yüzeyinde oluşur. Bu ise  $\rightarrow \theta_c = \arctan \frac{n_I}{n_{II}}$  ile bellidir.



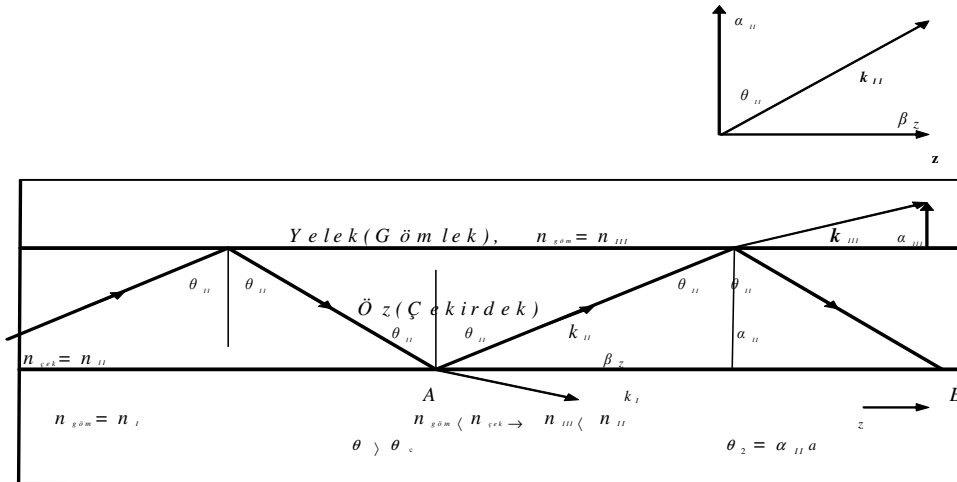
2) Kritik açı  $\sin \theta_c = n_{II}/n_{II} = n_{göm}/n_{çek}$  formülünden bulunur.

$$\sin \theta_c = n_{göm}/n_{çek} \rightarrow \theta_c = \arcsin 1/2.419 = 24.418^\circ.$$

3) Aşağıdaki şekilde A noktasında, meselâ,  $k_{II}$ ,  $2a$  genişliğindeki aktif bölgede dalganın dalga numarasını göstermek üzere, Enine Rezonans Şartı\* gereğince,  $\exp\{-jk_{II}x\}$  enine düzlem dalgasının B noktasında aynen  $\exp\{-jk_{II}[x+2(2a)]\}$  olarak tekrarlanması için  $4a \alpha_{II} = 4ak_{II} \cos \theta_{II} = 2\pi n$ ,  $n=1, 2, 3, \dots$ , olmalıdır. Buradan

$$\cos \theta_{II} = \cos \theta_n = \frac{\pi n}{2ak_{II}}, \quad n=1, 2, 3, \dots$$

bulunur. Bu sonuç, müsaade edilen açının ayırık değerli oluşunu ifâde eder.



$$\mathbf{k}_{II} = \alpha_{II} \mathbf{a}_x + \beta_z \mathbf{a}_z, \quad \beta_z^2 = k_{II}^2 - \alpha_{II}^2, \quad \beta_z = k_{II} \sin(\alpha_{II} a) = k_o n_{II} \sin \theta_{II} = k_o n_{II} \sin(\alpha_{II} a) = \sqrt{k_{II}^2 - \alpha_{II}^2}$$

\* Enine Rezonans Şartı ileride gösterilecektir.

### 1.3. Enine ve Boyuna Alan Vektörleri

Dalga kılavuzlarının malzemelerinin ana özelliği, yarıiletken malzemeler olmaları ve çeşitli katkı yüzdeleri (konsantrasyonları) ile değişik polarizasyon vektörlerine, sâhip olarak, dielektrik özelliklerinin değiştirilebilmeleridir.

Işık gibi bir elektromanyetik dalğanın dalga kılavuzundaki yayılması, Maxwell denklemlerini sağlar. Kırılma indisi gibi, malzeme sâbitleri ve dalga kılavuzunun sınır şartları gibi bilgiler kullanıldığında, elde edilen kılavuza âit dalga denklemi, kılavuz içindeki elektromanyetik alan dağılımı için çözülebilir. Dalga kılavuzunun içinde müsaade edilen bu alan dağılımına *Kılavuz Modları* denir.

Şimdi, yukarıda üç tip olarak sınıflandırdığımız yarıiletken dielektrik malzemelerden yapılmış optik dalga kılavuzlarından yapılan bir basamak kırılma indisi dalga kılavuzunda meydana gelen elektromanyetik alana âit modları inceleyelim:

Kartezyen koordinatlarda z eksenini doğrultusunda yayılan  $E_z$  ve  $H_z$  boyuna alan bileşenlerine sâhip olan bir elektromanyetik dalğanın  $\mathbf{E}_t$  ve  $\mathbf{H}_t$  enine alan bileşenleri,  $\beta = \beta_z$  olmak üzere,

$$\mathbf{E}_t = \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} [j\beta \nabla_t E_z - j\omega \mu_0 \mathbf{a}_z \wedge \nabla_t H_z] \quad (1)$$

$$\mathbf{H}_t = \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} [j\omega \epsilon_0 n^2 \mathbf{a}_z \wedge \nabla_t E_z + j\beta \nabla_t H_z] \quad (2)$$

$$\nabla = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \mathbf{a}_i, \quad \nabla = \nabla_t + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{a}_z, \quad \nabla_t = \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_j} \mathbf{a}_j \quad (3)$$

$i=1,2,3, \quad j=1,2$

olarak verilir<sup>7</sup>.

Eğer dielektrik kayıplarının olduğu bir dalga kılavuzu söz konusu ise, yayılma (propagasyon) sâbiti olarak  $j\beta \rightarrow \gamma$  kullanılabilir. O zaman, kayıplı dalga kılavuzlarına ilişkin enine alanlara âit denklemler,

$$\mathbf{E}_t = -\frac{1}{\gamma^2 + k^2} [\gamma \nabla_t E_z - j\omega \mu_0 \mathbf{a}_z \wedge \nabla_t H_z], \quad k = \frac{\omega n}{c} \quad (4)$$

$$\mathbf{H}_t = \frac{1}{\gamma^2 + k^2} [-j\omega \epsilon_0 n^2 \mathbf{a}_z \wedge \nabla_t E_z - \gamma \nabla_t H_z] \quad (5)$$

olur<sup>8</sup>. Burada k, dalga sayısını (numarasını) gösterir. Formüllerdeki n malzemenin kırılma indisini gösteriyor. Görüldüğü gibi, bu bileşenler,  $E_z$  ve  $H_z$  boyuna alan bileşenlerinin birer fonksiyonudurlar.

<sup>7</sup> Verdeyen, J.T., Laser Electronics, p.85-86, Prentice-Hall, Ney Jersey, 1989.

<sup>8</sup> Verdeyen, J.T., Laser Electronics, p.476, Prentice-Hall, Ney Jersey, 1989.

### 1.4. Düzlem Dalgalar

Genel anlamda  $\mathbf{E}(x,y,z,t)$  olarak düşünülen elektrik alan vektörünün zamana bağlılığı harmonik biçimde olursa,

$$\mathbf{E}(x,y,z,t)=\mathbf{E}(x,y,z)e^{j\omega t} \quad (6)$$

alanı burada genel olarak  $\mathbf{E}(x,y,z)=E_x(x,y,z)\mathbf{a}_x+E_y(x,y,z)\mathbf{a}_y+E_z(x,y,z)\mathbf{a}_z$  şeklinde üç bileşeni olan birer fazör büyüklük olarak düşünülebilir. Genel olarak manyetik alan fazörü için de  $\mathbf{H}(x,y,z)=H_x(x,y,z)\mathbf{a}_x+H_y(x,y,z)\mathbf{a}_y+H_z(x,y,z)\mathbf{a}_z$  yazılabilir.

Ancak, bir düzlem elektromanyetik dalganın gerek elektrik ve/veyâ gerekse manyetik alanının yayıldığı doğrultudaki bileşenleri yoktur. Böyle alanlara *Enine Alanlar* denir. Bu yüzden ki, burada z eksenini doğrultusunda yayıldığını kabul ettiğimiz düzlem elektromanyetik dalga söz konusu olduğunda,  $\mathbf{E}(x,y,z)$  elektrik alan fazörünün z doğrultusundaki bileşen yoktur. Bununla beraber, z doğrultusunda elektrik alan fazörü,

$$\mathbf{E}(x,y,z)=[\mathbf{E}_t+E_z\mathbf{a}_z]e^{\pm j\beta z} \quad (7)$$

biçiminde yazılabilir. Üstel ifâdedeki pozitif işâret, (+), negatif z doğrultusunda ve negatif işâret, (-), ise, pozitif z doğrultusundaki dalga yayılımını temsil eder. Burada  $\mathbf{E}_t(x,y)$  vektörü, xy düzleminde bulunan  $E_x$  ve  $E_y$  bileşenlerinden oluşur. Enine elektrik alanında z bileşeni yoktur ( $E_z=0$ ). Aynı düşünceler, manyetik alan için de geçerlidir.  $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{H}$  alınır, bir düzlem elektromanyetik dalganın elektrik ve manyetik alanın fazör bileşenleri,

$$\mathbf{E}_t=\mathbf{E}=E_x\mathbf{a}_x+E_y\mathbf{a}_y \quad (8)$$

$$\mathbf{H}_t=\mathbf{H}=H_x\mathbf{a}_x+H_y\mathbf{a}_y \quad (9)$$

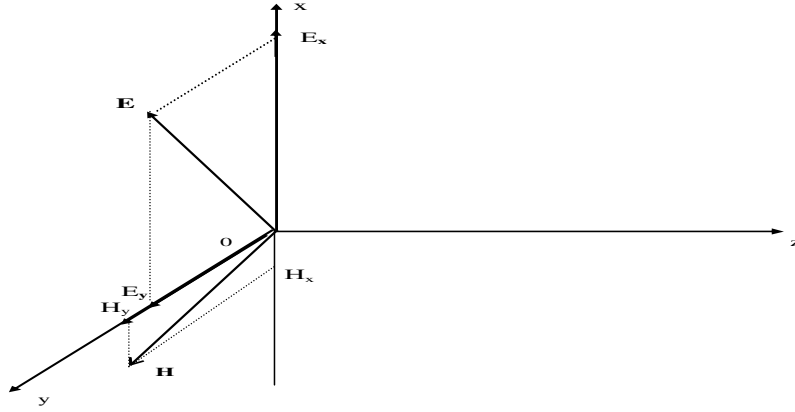
şeklinde olur (Şekil 8). Böyle bir düzlem elektromanyetik alanın enine elektrik ve manyetik alan vektörleri z doğrultusuna yayılıyorlarsa, bunlar üstel biçimde  $e^{\pm j\beta z}$  faktörü ile çarpılmalıdırlar:

$$\mathbf{E}(x,y,z)=\mathbf{E}_t e^{\pm j\beta z}=[\mathbf{E}=E_x\mathbf{a}_x+E_y\mathbf{a}_y]e^{\pm j\beta z} \quad (10)$$

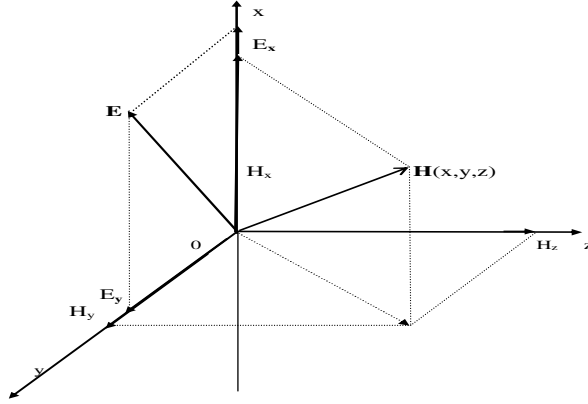
$$\mathbf{H}(x,y,z)=\mathbf{H}_t e^{\pm j\beta z}=[\mathbf{H}=H_x\mathbf{a}_x+H_y\mathbf{a}_y]e^{\pm j\beta z} \quad (11)$$

Görüldüğü gibi, (8)-(11) formüllerinde  $E_z=H_z=0$  olduğu görülmektedir. Buna TEM modu denmektedir (Şekil 8). Böyle bir durumda elektrik alanı ile manyetik alan xy düzlemi içinde birbirlerine dik kalacak şekilde polarize olurlarken, aynı zamanda xy düzlemine dik olan z doğrultusundaki yayılımlarını sürdürürler.

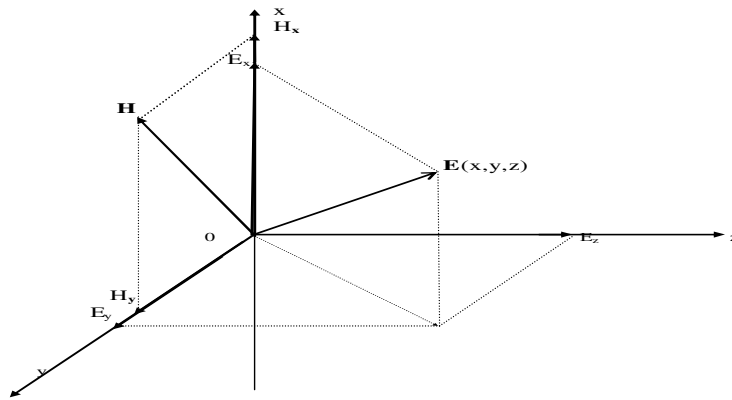
Eğer elektrik alanının yayılma doğrultusunda bileşeni yok iken manyetik alanın üç bileşeni varsa buna TE modu ve manyetik alanın yayılma doğrultusunda bileşeni yok iken elektrik alanın üç bileşeni varsa,  $\beta = \beta_z$  olarak, bu moda TM modu adı verilir (Şekil 9).



Şekil 8 TEM modu: Z eksenine doğrultusunda yayılan bir düzlem elektromanyetik dalganın enine elektrik ve manyetik alanları:  $\beta = \beta_z$ ,  $\mathbf{E}(x,y,z) = \mathbf{E}_t e^{\pm j\beta z} = [E_x \mathbf{a}_x + E_y \mathbf{a}_y] e^{\pm j\beta z}$ ,  
 $\mathbf{H}(x,y,z) = \mathbf{H}_t e^{\pm j\beta z} = [H_x \mathbf{a}_x + H_y \mathbf{a}_y] e^{\pm j\beta z}$



(a)



(b)

Şekil 9 Elektromanyetik dalganın enine ve boyuna elektrik ve manyetik alanları bileşenleri,  
(a) TE modu,  $\mathbf{E}(x,y,z) = \mathbf{E}_t e^{\pm j\beta z}$ ,  $\mathbf{H}(x,y,z) = [\mathbf{H}_t + H_z \mathbf{a}_z] e^{\pm j\beta z}$ , (b) TM modu,  
 $\mathbf{E}(x,y,z) = [\mathbf{E}_t + E_z \mathbf{a}_z] e^{\pm j\beta z}$ ,  $\mathbf{H}(x,y,z) = \mathbf{H}_t e^{\pm j\beta z}$

Genel olarak elektrik alanı

$$\mathbf{E}(x,y,z)=[\mathbf{E}_t+E_z\mathbf{a}_z]e^{\pm j\beta z} \quad (12)$$

ve manyetik alan

$$\mathbf{H}(x,y,z)=[\mathbf{H}_t+H_z\mathbf{a}_z]e^{\pm j\beta z} \quad (13)$$

şeklinde ele alınır, tanım gereğince TE modunda  $E_z(z)=0$  ve TM modunda  $H_z(z)=0$  alınır. Dolayısıyla, TE modlu bir düzlem elektromanyetik dalganın elektrik ve manyetik alan bileşenleri  $\mathbf{E}(x,y,z)=\mathbf{E}_t e^{\pm j\beta z}$ ,  $\mathbf{H}(x,y,z)=[\mathbf{H}_t+H_z\mathbf{a}_z] e^{\pm j\beta z}$  ve TM modlu bir düzlem elektromanyetik dalganın elektrik ve manyetik alan bileşenleri  $\mathbf{E}(x,y,z)=[\mathbf{E}_t+E_z\mathbf{a}_z] e^{\pm j\beta z}$   $\mathbf{H}(x,y,z)=\mathbf{H}_t e^{\pm j\beta z}$  olur. Şekil 9a'da TE modlu bir düzlem elektromanyetik dalganın elektrik ve manyetik alan bileşenleri ve Şekil 9b'de TM modlu bir düzlem elektromanyetik dalganın elektrik ve manyetik alan bileşenleri görülmektedir.

### Sorular:

Z eksenini doğrultusunda  $\beta$  faz sâbiti ile yayılan bir elektromanyetik dalga için:

- 1) TEM modunda
- 2) TE modunda
- 3) TM modunda

elektrik ve manyetik alan bileşenlerini gösteriniz.

### Cevaplar:

1)

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x,y,z) &= [\mathbf{E}_t + E_z \mathbf{a}_z] e^{\pm j\beta z} \\ \mathbf{H}(x,y,z) &= [\mathbf{H}_t + H_z \mathbf{a}_z] e^{\pm j\beta z} \end{aligned}$$

genel ifâdelerinde  $E_z=0$ ,  $H_z=0$  alınır,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x,y,z) &= \mathbf{E}_t e^{\pm j\beta z} \\ \mathbf{H}(x,y,z) &= \mathbf{H}_t e^{\pm j\beta z} \end{aligned}$$

elde edilir ki bu moda TEM modu denir.

2) TE modunda  $E_z=0$  olduğu için elektrik alanın iki ve manyetik alanın üç bileşeni vardır. Bunlar

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x,y,z) &= \mathbf{E}_t e^{\pm j\beta z} \\ \mathbf{H}(x,y,z) &= [\mathbf{H}_t + H_z \mathbf{a}_z] e^{\pm j\beta z} \end{aligned}$$

ile temsil edilirler.

3) TM modunda  $H_z(z)=0$  olduğu için manyetik alanın iki ve elektrik alanın üç bileşeni vardır. Bunlar

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x,y,z) &= [\mathbf{E}_t + E_z \mathbf{a}_z] e^{\pm j\beta z} \\ \mathbf{H}(x,y,z) &= \mathbf{H}_t e^{\pm j\beta z} \end{aligned}$$

ile temsil edilirler.

### 1.5. Bir Basamak Kırılma İndisli Dalga Kılavuzunda Elektromanyetik Alanın Enine ve Boyuna Bileşenlerinin Dalga Denklemleri

Işığı meydana getiren boşluğa âit

$$\nabla \wedge \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{J}(\mathbf{r}) + j\omega \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \quad (14)$$

$$\nabla \wedge \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega \mu_o \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \quad (15)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0 \quad (16)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}) = 0 \quad (17)$$

Maxwell'in dalga denklemlerinden hareket ederek elektromanyetik dalganın harmonik olarak değişen  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  elektrik ve  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  manyetik fazör alanları için elde edilen

$$(\nabla^2 + k^2)\mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0, \quad (\nabla^2 + k^2)\mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0 \quad (18)$$

$$k^2 = \omega^2 \mu \epsilon \quad (19)$$

Hemholtz dalga denklemlerinde (12) ve (13) kullanılabilir. Burada  $\mathbf{r} = x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y + z\mathbf{a}_z$  vektörü genel anlamda x, y, z değişkenlerini içermektedir. (12) denklemi (18) denkleminde

kullanılırsa,  $\mathbf{E}_t = E_x \mathbf{a}_x + E_y \mathbf{a}_y$  ve  $\nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  olmak üzere,

$$(\nabla^2 + k^2)[\mathbf{E}_t + E_z \mathbf{a}_z] e^{\pm j\beta z} = 0 \quad (20)$$

veyâ

$$\left(\nabla_t^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right)[E_t(z) + E_z(z)\mathbf{a}_z] e^{\pm j\beta z} = 0 \quad (21)$$

$$= \left(\nabla_t^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right)\mathbf{E}_t(z) e^{\pm j\beta z} + \left(\nabla_t^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right)E_z(z) e^{\pm j\beta z} \mathbf{a}_z = 0 \quad (22)$$

Olur Burada  $\beta$ , z doğrultusunda yayılan dalganın faz sâbiti ve k ise dalga numarasıdır. TEM modunun tanımı gereğince sırasıyla  $E_z=0$  alınır, o zaman

$$\left(\nabla_t^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right)\mathbf{E}_t(z) e^{\pm j\beta z} = 0$$

ya da

$$\left(\nabla_t^2 + k^2 - \beta^2\right) \mathbf{E}_t(z) = 0$$

veyâ  $k_c^2 = k^2 - \beta^2$  tanımı kullanılarak

$$\left(\nabla_t^2 + k_c^2\right) \mathbf{E}_t(z) = 0 \quad (23)$$

bulunur. (10) denkleminin (18)'de kullanılmasıyla da (23) denkleminin elde edileceği açıktır.

Benzer şekilde (11) ya da (13) denkleminin (18)deki ikinci denkleminde kullanılmasıyla manyetik alana ilişkin

$$\left(\nabla_t^2 + k_c^2\right) \mathbf{H}_t(z) = 0 \quad (24)$$

denklemini bulunur. Burada  $k_c$ 'ye kesim dalga vektörü denir. TEM dalgasında  $\beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = k$  olduğu için  $k_c = 0$  olur. Dolayısıyla, (23) ve (24) denklemleri TEM modu için

$$\nabla_t^2 \mathbf{E}_t(z) = 0 \quad (25)$$

$$\nabla_t^2 \mathbf{H}_t(z) = 0 \quad (26)$$

olur. (23) ve (24) ya da (25) ve (26) denklemlerinin anlamları şudur:

TEM modunun enine  $\mathbf{E}_t(z)$  elektrik ve  $\mathbf{H}_t(z)$  manyetik alanları (18) dalga denklemini sağlar<sup>10</sup>. Yâni, (23) ve (24) ya da (25) ve (26) denklemleri, sırasıyla, dik kartezyen koordinat sisteminde  $z$  doğrultusunda yayılan (10) ve (11) ile verilen enine elektrik ve manyetik alanlarının meydana getirdiği elektromanyetik dalgaya âit dalga denklemlerini verirler.

(20)'den hareket ederek elde edilen ifâdenin enine elektrik ya da manyetik alanına âit  $(\nabla^2 + k^2)\mathbf{E}_t(z) e^{\pm j\beta z} = 0$  veyâ  $(\nabla^2 + k^2)\mathbf{H}_t(z) e^{\pm j\beta z} = 0$  şeklindeki birinci teriminin (25) ya da (26)'yı verdiği bilinmektedir.

Eğer  $\mathbf{E}_z(z) \neq 0$  ise, ikinci terimi olarak  $(\nabla^2 + k^2)\mathbf{E}_z(z) e^{\pm j\beta z} = 0$  ifâdesinden de boyuna elektrik alanı olarak (23) denkleminin benzer bir şekilde

$$(\nabla_t^2 + k_c^2) \mathbf{E}_z(z) = 0 \quad (27)$$

denklemini elde edilir ki, bu boyuna elektrik alanının ve benzer şekilde elde edilen manyetik alanının da

$$(\nabla_t^2 + k_c^2) \mathbf{H}_z(z) = 0 \quad (28)$$

dalga denklemini sağladığı görülür.

## 1.6. Dalga vektörü ve Çözüm Tipleri

Boyuna bileşene âit (28) dalga denkleminin TM modunda ( $\mathbf{E}_z(z) \neq 0$  ve  $\mathbf{E}_t(z) = 0$ )

$$\left[ \nabla_t^2 + \left( \frac{\omega n}{c} \right)^2 - \beta^2 \right] \mathbf{E}_z(z) = 0 \quad (29)$$

<sup>9</sup> Temiz, M., Elektromanyetik Dalgalar (basılacak).

<sup>10</sup> Temiz, M. ve Acer, H., *GaAs-Tabanlı Lazerlerde Elektromanyetik Propa-gasyon Sabitinin İncelenmesi*, Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 4, Sayı1-2, Sayfa 541, 1998.



şeklinde olduğu ve dalganın yayılma ilişkin faz hızının  $v=c/n$  olduğu bilindiğine göre,  $\frac{\omega n}{c} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$  olduğu açıktır. Burada  $c$  ışık hızıdır. Dalga,  $\mathbf{a}_z$  birim vektörü doğrultusunda yayılmaktadır. (28) dalga denkleminin de

$$\left[ \nabla_t^2 + \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2 - \beta^2 \right] H_z(z) = 0 \quad (30)$$

olacağı açıktır.

$E_z \mathbf{a}_z$  ve  $H_z \mathbf{a}_z$  boyuna alan bileşenlerine âit vektörler cinsinden verilen (1) enine alan bileşenlerinde (3)'deki,

$$\nabla_t = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{a}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{a}_y \quad (31)$$

diferansiyel operatörü kullanılırsa, enine elektrik ve manyetik alanın  $xy$  düzlemindeki her iki  $x$  ve  $y$  bileşenlerinin bulunması hâline âit

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_t &= \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} [j\beta \nabla_t E_z - j\omega \mu_0 \mathbf{a}_z \wedge \nabla_t H_z] \\ &= \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \left[ j\beta \left( \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{a}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{a}_y \right) E_z - j\omega \mu_0 \left( \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{a}_y - \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{a}_x \right) H_z \right] \end{aligned}$$

ya da

$$\mathbf{E}_t = \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \left[ (j\beta \frac{\partial E_z}{\partial x} + j\omega \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial y}) \mathbf{a}_x + (j\beta \frac{\partial E_z}{\partial y} - j\omega \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial x}) \mathbf{a}_y \right] \quad (32)$$

ve

$$\mathbf{H}_t = \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} [j\omega \epsilon_0 n^2 \mathbf{a}_z \wedge \nabla_t E_z + j\beta \nabla_t H_z]$$

veyâ

$$\mathbf{H}_t = \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \left[ (j\beta \frac{\partial H_z}{\partial x} - j\omega \epsilon_0 n^2 \frac{\partial E_z}{\partial y}) \mathbf{a}_x + (j\beta \frac{\partial H_z}{\partial y} - j\omega \epsilon_0 n^2 \frac{\partial E_z}{\partial x}) \mathbf{a}_y \right] \quad (33)$$

olarak enine elektrik ve manyetik alanlarının daha açık ifâdesi bulunur. Buna göre, şekilde  $\frac{\partial}{\partial y} = 0$  alınır, yâni  $y$  değişkeni sâbit,  $\nabla_t = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{a}_x$  olduğu, başka bir ifâdeyle TE modunda sâdece  $x$  değişkenine bağlı bir enine elektrik alanı elde edilir. O zaman bu (32)'de kullanılarak

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_t &= \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} [j\beta \nabla_t E_z - j\omega \mu_0 \mathbf{a}_z \wedge \nabla_t H_z] = \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \left[ j\beta \left( \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{a}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{a}_y \right) E_z - j\omega \mu_0 \left( \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{a}_y - \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{a}_x \right) H_z \right] \\ \mathbf{E}_t = \mathbf{E}_y(x) &= -\frac{j\omega \mu_0}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \mathbf{a}_y \quad (34) \end{aligned}$$

bulunur. Burada  $k = \frac{\omega n}{c}$  olmak üzere

$$k_c^2 = \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2 - \beta^2 = k^2 - \beta^2 \quad (35)$$

kesim dalga numarası

$$k_c^2 > 0 \rightarrow k^2 > \beta^2 \quad (36)$$

ise, denklem harmonik osilatöre benzer ve çözümler enine düzlemde duran dalga tipindedir veyâ sinizoidal olarak değişebilir. Eğer

$$k_c^2 < 0 \rightarrow k^2 < \beta^2 \quad (37)$$

ise, bunun için uzaklaştıkça küçülen üstel çözümler gerekir. Yâni, pozitif ( $k_c > 0$ ) kesim dalga numaraları sinizoidal çözüm, negatif kesim dalga numaraları üstel çözümler verirler<sup>11</sup>. Başka bir ifadeyle, faz sâbitinden büyük olan dalga numaraları sinizoidal çözümlere, faz sâbitinden küçük olan dalga numaraları üstel çözümlere karşılıktır.

Propagasyonun  $\pm z$  doğrultusunda yapıldığı farz edilirse, bu elektromanyetik dalga TE ve TM modlarını sağlar. Her ne kadar  $k = \omega n/c = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$  büyüklüğünde kırılma indisi sâbit olarak alınmış ise de, genellik için  $k = \omega n(x, y)/c$  ifâdesindeki gibi kırılma indislerinin  $x, y$  koordinatlarına bağlı olduğu göz önüne alınmalıdır. (23) ve (24) denklemlerinden

$$\left[ \nabla_t^2 + k^2 - \beta^2 \right] E_z = 0 \rightarrow \nabla_t^2 E_z + [k^2 - \beta^2] E_z = 0, (H_z=0, \text{TM modu}) \quad (38)$$

$$\left[ \nabla_t^2 + k^2 - \beta^2 \right] H_z = 0 \rightarrow \nabla_t^2 H_z + [k^2 - \beta^2] H_z = 0, (E_z=0, \text{TE modu}) \quad (39)$$

olur.  $\gamma = \alpha + j\beta$  olduğu hatırlanırsa bu denklemlerin zayıflama sabitinin sıfır olduğu bir ortama ilişkin olduğu görülür. Bu denklemlerde  $j\beta \rightarrow \gamma$  konursa modlara âit formüller,  $\left[ \nabla_t^2 + \gamma^2 + k^2 \right] E_z = 0$  ve  $\left[ \nabla_t^2 + \gamma^2 + k^2 \right] H_z = 0$  olur ki bunlar zayıflamalı bir ortama âit denklemlerdir<sup>12</sup>.

Bu denklemlerin çözümü ( $k^2 - \beta^2$ )'nin sıfırdan büyük ya da küçük olmasına bağlı olarak değişir. Eğer  $k^2 - \beta^2 > 0$  ise, çözüm harmonik osilatörün çözümlerine benzer ve trigonometrik ya da enine düzlemde duran dalga olabilir.  $k^2 - \beta^2 < 0$  ise, o zaman bu aktif bölgeden başlayarak gittikçe zayıflayan üstel bir çözüm verir. Şekil 10 dikkate alınır

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = \left(\frac{\omega n_I}{c}\right)^2 = [\beta \mathbf{a}_z \pm j \alpha_I \mathbf{a}_x] \cdot [\beta \mathbf{a}_z \pm j \alpha_I \mathbf{a}_x] = \beta^2 - \alpha_I^2 = k_I^2 \quad (40)$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = \left(\frac{\omega n_{III}}{c}\right)^2 = [\beta \mathbf{a}_z \pm j \alpha_{III} \mathbf{a}_x] \cdot [\beta \mathbf{a}_z \pm j \alpha_{III} \mathbf{a}_x] = \beta^2 - \alpha_{III}^2 = k_{III}^2 \quad (41)$$

olup buradan

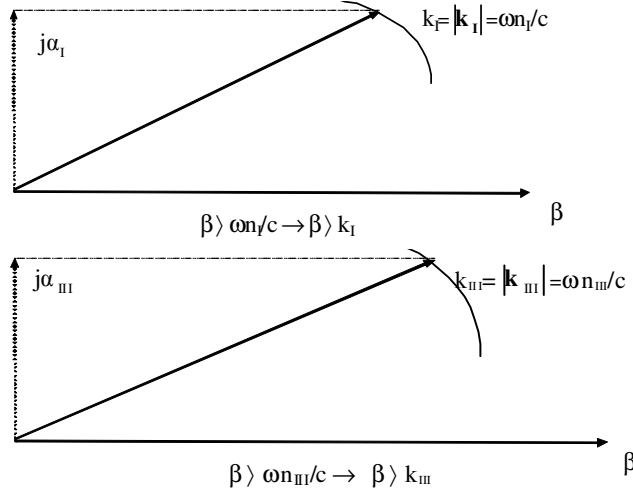
<sup>11</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p.476, Prentice-Hall International Limited, London.

<sup>12</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p.475, Prentice-Hall International Limited, London.

$$\alpha_1^2 = \beta^2 - \left(\frac{\omega n_1}{c}\right)^2 \rightarrow \alpha_1^2 = \beta^2 - k_1^2 = \beta^2 - k_o^2 n_1^2, \quad (42)$$

$$\alpha_{III}^2 = \beta^2 - \left(\frac{\omega n_{III}}{c}\right)^2 \rightarrow \alpha_{III}^2 = \beta^2 - k_{III}^2 = \beta^2 - k_o^2 n_{III}^2 \quad (43)$$

elde edilir. I ve III bölgelerinde  $\beta > \frac{\omega n_1}{c} \rightarrow \beta > k_1$   $\beta > \frac{\omega n_{III}}{c} \rightarrow \beta > k_{III}$  olduğu için,  $k^2 - \beta^2 < 0$  gereğinden dolayı, x doğrultusunda ortaya çıkan  $j\alpha_1$  ve  $j\alpha_{III}$  yayılım sâbitleri imajiner oldukları için,  $\alpha_1$  ve  $\alpha_{III}$  reel değerlerdir (Şekil 11). Pisagor bağıntısına göre,  $k_1^2 = \alpha_1^2 + \beta^2 \rightarrow \alpha_1^2 = k_1^2 - \beta^2$  olur. Buradan da  $k_1 < \beta$  olduğu için  $\alpha_1$ 'in imajiner olacağı açıktır. Nitekim,  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = \left(\frac{\omega n_1}{c}\right)^2 = k^2 = k_1^2 = \beta^2 - \alpha_1^2$  olduğundan  $\alpha_1 = \sqrt{\beta^2 - k_1^2}$  ve  $\alpha_{III} = \sqrt{\beta^2 - k_{III}^2}$  reel olur.



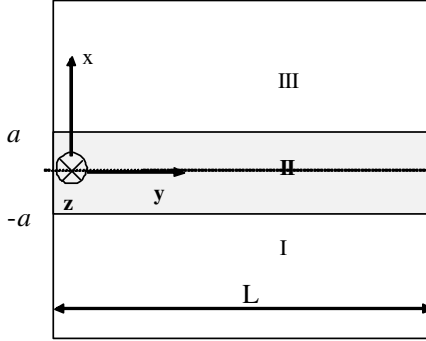
Şekil 10 Yelek bölgelerinde üstel bir değişim için faz sâbitinin dalga numarasından büyük olduğu durumlar ( $\alpha_1$  ve  $\alpha_{III}$  reeldirler)

### 1.7. Bir Basamak Kırılma İndisli Dalga Kılavuzunda Dalga Vektörü, Faz Sâbiti ve TE Modu

Şekil 11'de dalga kılavuzunun enine bileşenlerinin değiştiği xy düzleminin bir kesiti görülmekte, dalga bizden kağıt düzlemine doğru (pozitif z doğrultusunda) yayılmaktadır. L kılavuzun genişliğini gösterir. Kılavuzun yüksekliği x doğrultusunda, boyu ise, z doğrultusunda bulunmaktadır.

Şekil 11'dek bu farklı bölgeler farklı kırılma indislerine sâhiptirler.  $n_i > n_1$ ,  $n_m$ ,  $n_1 = n_{III}$  ve  $n_i > n_{III}$  ya da  $n_1 < n_{III}$  ilişkileri özellikle galyum arsenik (GaAs) içine katılan alüminyum (Al) oranları ile sağlanır. Bu sûretle, kırılma indisi x'e göre değişen bir heterojonksiyon yapı (yâni yarıiletken bir lazer'in yapısal özelliği) ortaya çıkar. Böyle bir yapıda

elektromanyetik alan,  $2a$  kalınlıklı aktif bölge içinde kalmakta ve bu aralıkta oldukça büyük bir değere ulaşmaktadır.



Şekil 11 Elektrik ve manyetik alanların incelendiği kılavuzun üç bölgesi

Modların (alanların) kılavuzlanmaları için, şekil bakımından  $x$  boyunca orantılılığını koruyan alanlar aynı faz sâbiti ile  $x$ 'den bağımsız olarak yayılır. Mod (alan) genliği,  $\pm a$ 'dan itibaren  $x$ 'in belli bir mesâfesinde sıfır olmalıdır. Bunun için ele alınan bu TE modu için I ve III bölgelerindeki elektromanyetik alanların üstel çözümlü olmaları gerekir.

TE moduna âit (39) ifâdesi, Şekil 11'deki üç bölge için  $x$  doğrultusundaki yayılmaya ilişkin olmak üzere,

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} n_{(i,II,III)}^2 - \beta^2 \right] H_z^{(i,II,III)}(x) = 0 \quad (44)$$

biçimindedir. Bu denklem her üç bölgeyi de temsil eder. Bu, meselâ  $n_i$  bölgesi için manyetik alanın  $H^i$  ile temsil edileceğini gösterir. Dolayısıyla, (44) denklemi,  $i=I,II,III$  olmak üzere,  $i=I$  bölgesinin denklemi

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} n^2 - \beta_i^2 \right] H_z^i(x) = \left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + k^2 - \beta_i^2 \right] H_z^i(x) = 0 \quad (45)$$

olarak ortaya çıkar. Bu boyuna bileşenler yardımıyla enine alanlar hesaplanabilir.

Bu denklemin çözümü, I ve III bölgelerinde  $\beta > \frac{\omega n_i}{c} \rightarrow \beta > k$  olduğundan üsteldir<sup>13</sup>.

$\alpha_i$  ve  $\alpha_{III}$ , I ve III bölgelerindeki dalgaların  $x$  eksenine doğrultusundaki yayılım sâbitleri,  $\beta$  ise bu bölgelerde  $z$  eksenine doğrultusundaki faz sâbiti olmak üzere,

$$H_z^I = A_1 e^{\alpha_I(x+a)} + B_1 e^{-\alpha_I(x+a)} \quad (46)$$

<sup>13</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p.88, Prentice-Hall International Limited, London.

$$H_z^{III} = A_3 e^{\alpha_I(x-a)} + B_3 e^{-\alpha_I(x-a)} \quad (47)$$

üstel çözümleri elde edilir.<sup>14</sup>  $\mathbf{a}_z$  ve  $\mathbf{a}_x$  birer birim vektör olmak üzere,  $\alpha_I$  ve  $\alpha_{III}$ , ve  $\beta$  arasındaki ilişkiler,

$$\alpha_I^2 = \beta^2 - \left(\frac{\omega n_I}{c}\right)^2, \quad (48)$$

$$\alpha_{III}^2 = \beta^2 - \left(\frac{\omega n_{III}}{c}\right)^2 \quad (49)$$

şeklinde dirler. (46) ve (47) denklemleri, I ve III bölgelerinde  $x$  doğrultusunda yayılan manyetik alanlara âit dalgaları gösterirler. Bunların birinci terimleri negatif  $x$  yönünde ve ikinci terimleri pozitif  $x$  yönünde yayılan dalgaları temsil etmektedirler.

Alanların, I ve III bölgelerinde  $x$ 'in, sırasıyla, negatif ve pozitif yönünde büyüdükçe küçülmesi ve sonlu olması gerekir. (46)'da I. bölgedeki manyetik alan çözümünde  $x$ , (-) sonsuza giderken ( $x \rightarrow -\infty$ ), eşitliğin sağında sağdan birinci terim, sonsuz derecede büyük olacağı için belirsizlik içerir, bunun için  $B_1=0$  alınır. (47)'de III. bölgedeki manyetik alan çözümünde  $x$ , (+) sonsuza giderken ( $x \rightarrow \infty$ ), eşitliğin sağında sağdan ikinci terim de, sonsuz derecede büyük olacağı için, belirsizlik içerir. Bunun için  $A_3=0$  alınır. Çünkü, gerek I. bölgede ve gerekse III. bölgede oluşan bu anormal büyüklükler uygun çözümler olarak alınamazlar. Dolayısıyla, o zaman I ve III bölgelerindeki alanların ifâdeleri,

$$H_z^I = A_1 e^{\alpha_I(x+a)} \quad (50)$$

$$H_z^{III} = B_3 e^{-\alpha_{III}(x-a)} \quad (51)$$

olarak ortaya çıkar. Bu son iki denklem [(50) ve (51) çözümleri], yelek (gömlek) bölgelerine âittir.

Aktif bölgedeki (II bölgesindeki) çözüme gelince,

$$\beta \left\langle \frac{\omega n_{II}}{c} \right\rangle \rightarrow \beta \langle k_{II} \rangle \quad (52)$$

olduğu için, çözümün

$$H_z^{II} = C_1 \cos \alpha_{II} x + C_2 \sin \alpha_{II} x \quad (53)$$

$$k_{II}^2 = \left(\frac{\omega n_{II}}{c}\right)^2 - \beta^2 = k_o^2 n_{II}^2 - \beta^2 = k_{II}^2 - \beta^2 \quad (54)$$

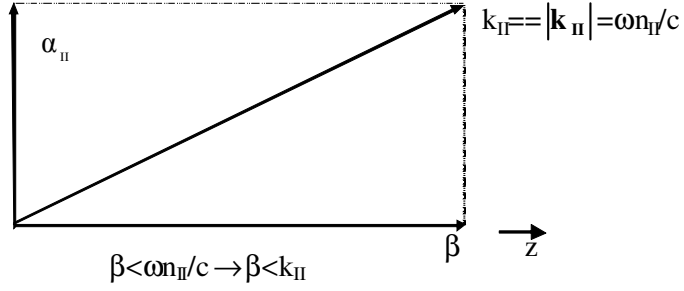
$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2 = [\beta \mathbf{a}_z + \alpha_{II} \mathbf{a}_x] [\beta \mathbf{a}_z + \alpha_{II} \mathbf{a}_x] = \beta^2 + \alpha_{II}^2 = k_{II}^2 \quad (55)$$

şeklinde sinizoidal olması gerekir. Aktif bölgede  $\beta \left\langle \frac{\omega n_{II}}{c} \right\rangle \rightarrow \beta \langle k_{II} \rangle$  olduğu için  $x$  doğrultusunda ortaya çıkan yayılım sâbiti reel olarak ortaya çıkar (Şekil 12) ve

$$\alpha_{II} = \sqrt{k_{II}^2 - \beta^2} \quad (56)$$

<sup>14</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p.88, Prentice-Hall International Limited, London.

olur.



Şekil 12 Aktif bölgede sinizoidal bir değişim için faz sâbitinin dalga numarasından küçük olduğu durum ( $\beta < \frac{\omega n_{II}}{c} \rightarrow \beta < k_{II}$  olup  $\alpha_{II}$  reeldir.)

Göz önüne aldığımız Şekil 11'deki lazer geometrisinin aktif bölgesinin, ( $x_0=2a$ ), hemen yakınında bir enine elektrik alan darbesini ele alalım.  $x \rightarrow \infty$  yapılırsa bu, aktif bölgede

$$\beta < k_{II} = \frac{\omega n_{II}}{c} \quad (57)$$

olması ile gerçekleşir. Bu bir duran dalga veyâ bir trigonometrik çözüme karşı düşmektedir. Aktif bölgeyi çevreleyen diğer I, III bölgelerinde

$$\beta > k_{I,III} = \frac{\omega n_{I,III}}{c} \quad (58)$$

olur. Bu ise bu bölgelerde üstel bir değişime götürür. Aktif ve yelek (gömlek) bölge ifâdeleri faz sâbiti  $k_0 = \omega/c$  ile bölünürse, istenen tuzaklama bölgesini, (radyasyonun olmadığı bölgeyi), tanımlayan gereklilik elde edilir:

$$n_{I,III} < \frac{\beta}{k_0} < n_{II} \quad (59)$$

Burada  $\beta/k_0$ 'ın  $n_I$  veyâ  $n_{III}$ 'den ya da her ikisinden daha küçük olduğu değerlerde  $x$  doğrultusunda radyasyonun veyâ propagasyonun olduğu görülmekte ve bu sûretle bu bölgelerdeki dalgalar  $z$  doğrultusunda kılavuzlanmamaktadırlar. I, III bölgelerinde dalganın kılavuzlanmaması ve II bölgede hapsedilmesi, lazer'in gerçekleşmesinin gereğidir<sup>15</sup>.

Şekil 11'de aktif bölgenin hemen yakınında bir enine elektrik alan darbesini ele alalım.  $x \rightarrow \infty$  yapılırsa, bu durum aktif bölgede

<sup>15</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p.476, Prentice-Hall International Limited, London.

$$\left(\frac{\omega n_{II}}{c}\right)^2 - \beta^2 > 0 \rightarrow \beta < \frac{\omega n_{II}}{c} \rightarrow \beta < k_{II}, k_{II} = \frac{\omega n_{II}}{c} \quad (60)$$

olması ile gerçekleşir. Bunun bir duran dalga veyâ bir trigonometrik çözüme karşı düştüğü bilinmektedir. Aktif bölgeyi çevreleyen diğer I, III bölgelerinde ise

$$\left(\frac{\omega n_{I,III}}{c}\right)^2 - \beta^2 < 0 \rightarrow \beta > \frac{\omega n_{I,III}}{c} \rightarrow \beta > k_{I,III}, k_{I,III} = \frac{\omega n_{I,III}}{c} \quad (61)$$

olur ki, bu durum faz sâbitinin dalga numarasından büyük olmasının bir sonucudur.

Yukarıdaki (53) ifâdesi, TE modunda, meselâ, tek fonksiyonlu olması için sinüslü olmalıdır. (Kosinüslü terim çift fonksiyonludur). Bu sebepten, bu durumun sağlanması için  $C_1=0$  olarak alınır. O zaman, çift fonksiyonlu terim ortadan kalkar, tek fonksiyonlu terim kalır. Böylece, II. bölgede tek fonksiyonlu bir sinizoidal çözüm

$$H_z^{II} = C_2 \sin \alpha_{II} x \quad (62)$$

olarak elde edilir. Sonuç olarak aktif bölgedeki tek fonksiyonlu alanda TE modu için alan bileşenleri,

$$H_z^I = A_1 e^{\alpha_1(x+a)}, \quad (63)$$

$$H_z^{III} = B_3 e^{-\alpha_{III}(x-a)}, \quad (64)$$

$$H_z^{II} = C_2 \sin \alpha_{II} x \quad (65)$$

olarak elde edilir. Bu alan ifâdeleri  $x=\pm a$ 'da sürekli olmalıdırlar:

$$H_z^I(-a) = H_z^{II}(-a) \quad (66)$$

$$H_z^{II}(a) = H_z^{III}(a) \quad (67)$$

Bunun için

$$A_1 = -C_2 \sin \alpha_{II} a \quad (68)$$

$$B_3 = C_2 \sin \alpha_{II} a \quad (69)$$

bulunur ( $A_1 = -B_3$ ). Bu sonuç, (63) ve (64)'te kullanıldığında verilen I ve III bölgelerindeki alanlar arasında  $H_z^I(-a) = -H_z^{III}(a)$  ilişkisini verir.

Üç bölge için bulunan (63-65)'deki manyetik alanlar (46)'da kullanılarak üç bölge için enine elektrik alan bileşenleri bulunabilir:

$$E_{yI}(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_1} A_1 e^{\alpha_1(x+a)} = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_1} B_3 e^{\alpha_1(x+a)} \quad (70)$$

$$E_{yIII}(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{III}} A_1 e^{-\alpha_{III}(x-a)} = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{III}} B_3 e^{-\alpha_{III}(x-a)} \quad (71)$$

$$E_{yII} = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{II}} C_2 \cos \alpha_{II} x \quad (72)$$

olarak bulunur.

Bu elektrik alanları da  $x=\pm x_0/2=a$ 'da sürekli olmalıdırlar.

$$E_{yI}(x)(-a)=E_{yII}(-a) \quad (73)$$

$$E_{yII}(a)=E_{yIII}(x)(a) \quad (74)$$

sınır eşitliklerinin ilkinden,

$$\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \frac{\sin[\alpha_{II}a]}{\cos[\alpha_{II}a]} = \tan(\alpha_{II}a) \quad (75)$$

$$\frac{a\alpha_I}{a\alpha_{II}} = \frac{\sin[\alpha_{II}a]}{\cos[\alpha_{II}a]} = \tan(\alpha_{II}a) \quad (76)$$

bulunur. Benzer şekilde (74)'ten

$$\frac{a\alpha_{III}}{a\alpha_{II}} = \frac{\sin[\alpha_{II}a]}{\cos[\alpha_{II}a]} = \tan(\alpha_{II}a) \quad (77)$$

elde edilir.

Kosinüslü terim antisimetriyi gösterir. Bunu sağlamak için (58)'de  $C_2=0$  alınır. O zaman

$$H_z^{II} = C_1 \cos \alpha_{II} x \quad (78)$$

bulunur. Sonuç olarak aktif bölgedeki çift fonksiyonlu (antisimetrik) alan için TE modundaki alan bileşenleri

$$H_z^I = A_2 e^{\alpha_I(x+a)} \quad (79)$$

$$H_z^{III} = B_2 e^{-\alpha_{III}(x-a)} \quad (80)$$

$$H_z^{II} = C_1 \cos \alpha_{II} x \quad (81)$$

olarak elde edilir. Bu alan ifâdeleri  $x=\pm x_0/2=a$ 'da sürekli olmalıdır:

$$H_z^I(-a)=H_z^{II}(-a) \quad (82)$$

$$H_z^{II}(a)=H_z^{III}(a) \quad (83)$$

Bunun için

$$A_2=C_1 \cos \alpha_{II} a \quad (84)$$

$$B_2=C_1 \cos \alpha_{II} a \quad (85)$$

bulunur . Buradan  $A_2=B_2$  olur.

Bu manyetik alan ifâdeleri (46) denkleminde yerine konarak aktif bölgedeki simetrik alana ilişkin olarak elektrik alanı bileşenleri elde edilir:

$$E_{yI}(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_I} B_2 e^{\alpha_I(x+a)} = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_I} A_2 e^{\alpha_I(x+a)} \quad (86)$$



$$E_{y_{III}}(x) = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{III}} B_2 e^{\alpha_{III}(x-a)} = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{III}} A_2 e^{\alpha_{III}(x-a)} \quad (87)$$

$$E_{y_{II}}(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{II}} C_1 \sin \alpha_{II} x \quad (88)$$

olarak bulunur. Bu alanlar da  $x=\pm a$ 'da sürekli olmalıdırlar. (84) ve (85) eşitlikleri dikkate alınarak

$$E_{y_I}(x)(-a) = E_{y_{II}}(x)(-a) \quad (89)$$

$$E_{y_{II}}(x)(a) = E_{y_{III}}(x)(a) \quad (90)$$

sınır şartlarının ilkinden

$$\frac{\alpha_I a}{\alpha_{II} a} = -\frac{\cos[\alpha_{II} a]}{\sin[\alpha_{II} a]} = -\cot \alpha_{II} a \quad (91)$$

ve ikincisinden

$$\frac{\alpha_{III} a}{\alpha_{II} a} = -\frac{\cos[\alpha_{II} a]}{\sin[\alpha_{II} a]} = -\cot \alpha_{II} a \quad (92)$$

bulunur.

### Sorular:

$$1) E_t = E_y(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\beta^2 - (\frac{\omega n}{c})^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} a_y \text{ ifâdesini çıkarınız.}$$

2)  $H^I_z(-a) = H^{II}_z(-a)$ ,  $H^{II}_z(a) = H^{III}_z(a)$  sınır şartlarından hareket ederek  $A_1 = -C_2 \sin \alpha_{II} a$  ve  $B_3 = C_2 \sin \alpha_{II} a$  sonuçlarını bulunuz.

$$3) H^I_z(x) = A_1 e^{\alpha_I(x+a)}, \quad H^{III}_z(x) = B_3 e^{-\alpha_{III}(x-a)}, \quad H^{II}_z(x) = C_2 \sin \alpha_{II} x$$

manyetik alanlarını  $E_t = E_y(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\beta^2 - (\frac{\omega n}{c})^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} a_y$  ifâdesinde kullanarak enine elektrik

alanlarını bulunuz.

$$4) \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \frac{\sin[\alpha_{II} a]}{\cos[\alpha_{II} a]} = \tan(\alpha_{II} a), \quad \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \frac{\sin[\alpha_{II} a]}{\cos[\alpha_{II} a]} = \tan(\alpha_{II} a)$$

formüllerini çıkarınız.

$$5) \quad A_2 = C_1 \cos \alpha_{II} a \\ B_2 = C_1 \cos \alpha_{II} a$$

formüllerini bulunuz.

$$6) \quad E_{y_I}(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_I} B_2 e^{\alpha_I(x+a)} = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_I} A_2 e^{\alpha_I(x+a)} \\ E_{y_{III}}(x) = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{III}} B_2 e^{\alpha_{III}(x-a)} = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{III}} A_2 e^{\alpha_{III}(x-a)}$$

$$E_{y_1}(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_1} C_1 \sin \alpha_1 x$$

formüllerini çıkarınız.

$$7) \quad \frac{\alpha_1 a}{\alpha_1 a} = -\frac{\cos [\alpha_1 a]}{\sin [\alpha_1 a]} = -\cot \alpha_1 a, \quad \frac{\alpha_1 a}{\alpha_1 a} = -\frac{\cos [\alpha_1 a]}{\sin [\alpha_1 a]} = -\cot \alpha_1 a$$

formüllerini çıkarınız.

**Cevaplar:**

1) TE modunda  $E_z=0$ 'dir. Burada  $\frac{\partial}{\partial y}=0$  alınmıştır. O zaman  $\nabla_t = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{a}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{a}_y$

enine nabra,  $\nabla_t = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{a}_x$  olur.

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_t &= \frac{1}{\beta^2 - (\frac{\omega n}{c})^2} [j\beta \nabla_t E_z - j\omega\mu_0 \mathbf{a}_z \Delta \nabla_t H_z] = \frac{1}{\beta^2 - (\frac{\omega n}{c})^2} \left[ -j\omega\mu_0 \mathbf{a}_z \Delta \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{a}_x H_z \right] \\ &= \frac{1}{\beta^2 - (\frac{\omega n}{c})^2} \left[ -j\omega\mu_0 \frac{\partial}{\partial x} H_z (\mathbf{a}_z \Delta \mathbf{a}_x) \right] = \frac{1}{\beta^2 - (\frac{\omega n}{c})^2} \left[ -j\omega\mu_0 \frac{\partial}{\partial x} H_z \mathbf{a}_y \right] \end{aligned}$$

$$\mathbf{E}_t = -j\omega\mu_0 \frac{1}{\beta^2 - (\frac{\omega n}{c})^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \mathbf{a}_y = -j\omega\mu_0 \frac{1}{\alpha_1^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \mathbf{a}_y = j\omega\mu_0 \frac{1}{\alpha_1^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \mathbf{a}_y, \quad \alpha_1^2 = \beta^2 - (\frac{\omega n}{c})^2$$

$$\alpha_1^2 = (\frac{\omega n}{c})^2 - \beta^2$$

2)

$$H^1_z(x) = A_1 e^{\alpha_1(x+a)}, \quad H^m_z(x) = B_3 e^{-\alpha_m(x-a)}, \quad H^u_z(x) = C_2 \sin \alpha_1 x$$

$$H^1_z(-a) = H^u_z(-a) \rightarrow A_1 e^{\alpha_1(-a+a)} = -C_2 \sin \alpha_1 a \rightarrow A_1 = -C_2 \sin \alpha_1 a$$

$$H^u_z(a) = H^m_z(a) \rightarrow C_2 \sin \alpha_1 a = B_3 e^{-\alpha_m(a-a)} \rightarrow C_2 \sin \alpha_1 a = B_3$$

$$A_1 = -C_2 \sin \alpha_1 a$$

$$B_3 = C_2 \sin \alpha_1 a$$

$$3) ) H^1_z(x) = A_1 e^{\alpha_1(x+a)}, \quad H^m_z(x) = B_3 e^{-\alpha_m(x-a)}, \quad H^u_z(x) = C_2 \sin \alpha_1 x$$

manyetik alanlarını  $\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_y(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\beta^2 - (\frac{\omega n}{c})^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \mathbf{a}_y$  ifâdesinde kullanarak enine elektrik

alanlarını bulmak için bu alanlar verilen enine elektrik alanı formülünde ayrı ayrı kullanılır:

$$\begin{aligned}
E_{yI}(x)a_y &= -\frac{j\omega\mu_o}{\beta^2 - (\frac{\omega n_1}{c})^2} \frac{\partial H_{zI}}{\partial x} a_y = -\frac{j\omega\mu_o}{\beta^2 - (\frac{\omega n_1}{c})^2} \frac{\partial [A_1 e^{\alpha_1(x+a)}]}{\partial x} a_y = -\frac{j\omega\mu_o \alpha_1}{\beta^2 - (\frac{\omega n_1}{c})^2} A_1 e^{\alpha_1(x+a)} a_y \\
&= -\frac{j\omega\mu_o \alpha_1}{\beta^2 - (\frac{\omega n_1}{c})^2} H_{zI}(x) a_y = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_1} A_1 e^{\alpha_1(x+a)} a_y = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_1} H_{zI}(x) a_y \\
E_{yIII}(x)a_y &= -\frac{j\omega\mu_o}{\beta^2 - (\frac{\omega n_1}{c})^2} \frac{\partial H_{zIII}}{\partial x} a_y = -\frac{j\omega\mu_o}{\beta^2 - (\frac{\omega n_1}{c})^2} \frac{\partial [B_3 e^{-\alpha_m(x-a)}]}{\partial x} a_y = \frac{j\omega\mu_o \alpha_m}{\beta^2 - (\frac{\omega n_1}{c})^2} B_3 e^{-\alpha_m(x-a)} \\
&= \frac{j\omega\mu_o \alpha_m}{\beta^2 - (\frac{\omega n_1}{c})^2} H_{zIII}(x) a_y = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_m} B_3 e^{-\alpha_m(x-a)} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_m} H_{zIII}(x) a_y \\
E_{yII}(x)a_y &= -\frac{j\omega\mu_o}{\beta^2 - (\frac{\omega n_1}{c})^2} \frac{\partial H_{zII}}{\partial x} a_y = -\frac{j\omega\mu_o}{\beta^2 - (\frac{\omega n_1}{c})^2} \frac{\partial [C_2 \sin \alpha_n x]}{\partial x} a_y = -\frac{j\omega\mu_o \alpha_n}{\beta^2 - (\frac{\omega n_1}{c})^2} C_2 \sin \alpha_n x \\
&= \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_n} H_{zII}(x) a_y = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_n} C_2 \sin \alpha_n x
\end{aligned}$$

$$4) \frac{\alpha_1}{\alpha_n} = \frac{\sin[\alpha_n a]}{\cos[\alpha_n a]} = \tan(\alpha_n a), \quad \frac{\alpha_1}{\alpha_m} = \frac{\sin[\alpha_m a]}{\cos[\alpha_m a]} = \tan(\alpha_m a)$$

formüllerini çıkarmak için

$$\begin{aligned}
E_{yI}(x) &= -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_1} A_1 e^{\alpha_1(x+a)} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_1} B_3 e^{\alpha_1(x+a)} \\
E_{yIII}(x) &= -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_m} A_1 e^{-\alpha_m(x-a)} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_m} B_3 e^{-\alpha_m(x-a)} \\
E_{yII}(x) &= \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_n} C_2 \cos \alpha_n x
\end{aligned}$$

elektrik alanları

$$E_{yI}(x)(-a) = E_{yIII}(x)(-a)$$

$$E_{yII}(x)(a) = E_{yIII}(x)(a)$$

sınır şartlarına uygulanır.

$$E_{yI}(x)(-a) = E_{yII}(x)(-a)$$

$$-\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_1} A_1 = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_n} C_2 \cos \alpha_n a \rightarrow -\frac{1}{\alpha_1} A_1 = \frac{1}{\alpha_n} C_2 \cos \alpha_n a, \quad A_1 = -C_2 \sin \alpha_n a$$

$$\frac{1}{\alpha_1} C_2 \sin \alpha_n a = \frac{1}{\alpha_m} C_2 \cos \alpha_m a \rightarrow \tan \alpha_m a = \frac{\alpha_1}{\alpha_m} \rightarrow \frac{\alpha \alpha_1}{\alpha \alpha_m} = \tan \alpha_m a$$

$$E_{yI}(x)(a) = E_{yIII}(x)(a)$$

$$\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} C_2 \cos \alpha_{II} a = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}} A_1 \rightarrow \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} C_2 \cos \alpha_{II} a = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}} C_2 \cos \alpha_{II} a$$

$$\frac{1}{\alpha_{II}} C_2 \cos \alpha_{II} a = \frac{1}{\alpha_{III}} C_2 \sin \alpha_{II} a \rightarrow \frac{a\alpha_{III}}{a\alpha_{II}} = \tan \alpha_{II} a$$

Sonuç olarak

$$\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \frac{\sin[\alpha_{II} a]}{\cos[\alpha_{II} a]} = \tan(\alpha_{II} a), \quad \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \frac{\sin[\alpha_{II} a]}{\cos[\alpha_{II} a]} = \tan(\alpha_{II} a)$$

bulunur.

$$E_{yII}(-a) = E_{yIII}(-a) \rightarrow -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I} B_3 e^{\alpha_I(-a+a)} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} C_2 \cos \alpha_{II}(-a) = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} C_2 \cos(\alpha_{II} a)$$

$$\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I} B_3 = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} C_2 \cos(\alpha_{II} a), \quad A_1 = -C_2 \sin \alpha_{II} a$$

$$B_3 = C_2 \sin \alpha_{II} a$$

$$\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I} C_2 \sin \alpha_{II} a = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} C_2 \cos(\alpha_{II} a) \rightarrow \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I} \sin \alpha_{II} a = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cos(\alpha_{II} a)$$

$$5) \quad A_2 = C_1 \cos \alpha_{II} a$$

$$B_2 = C_1 \cos \alpha_{II} a$$

formüllerini bulmak için

$$H_{zI} = A_2 e^{\alpha_{II}(x+a)}$$

$$H_{zIII} = B_2 e^{-\alpha_{II}(x-a)}$$

$$H_{zII} = C_1 \cos \alpha_{II} x$$

alanları

$$H_{zI}(-a) = H_{zII}(-a)$$

$$H_{zIII}(a) = H_{zII}(a)$$

sınır şartlarında kullanılır.

$$A_2 e^{\alpha_{II}(-a+a)} = C_1 \cos \alpha_{II}(-a) \rightarrow A_2 = C_1 \cos \alpha_{II}(-a) = C_1 \cos \alpha_{II} a$$

$$C_1 \cos \alpha_{II} a = B_2 e^{-\alpha_{II}(a-a)} \rightarrow C_1 \cos \alpha_{II} a = B_2$$

$$A_2 = C_1 \cos \alpha_{II} a$$

$$B_2 = C_1 \cos \alpha_{II} a$$

6)

$$E_{yI}(x) = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I} B_2 e^{\alpha_I(x+a)} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I} A_2 e^{\alpha_I(x+a)}$$

$$E_{yIII}(x) = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}} B_2 e^{\alpha_{III}(x-a)} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}} A_2 e^{\alpha_{III}(x-a)}$$

$$E_{yII}(x) = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} C_1 \sin \alpha_{II} x$$

formülerini çıkarmak için

$$E_t = E_y(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\beta^2 - (\frac{\omega n}{c})^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} a_y$$

genel enine elektrik alanı denklemini kullanılır. Bu denklemde çift fonksiyonlu aktif bölge elektrik alanına ilişkin denklemler kullanılır.

$$H'_z = A_2 e^{\alpha_1(x+a)}$$

$$H^m_z = B_2 e^{-\alpha_m(x-a)}$$

$$H^n_z = C_1 \cos \alpha_n x$$

$$E_t = E_{y1}(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\beta^2 - (\frac{\omega n}{c})^2} \frac{\partial [A_2 e^{\alpha_1(x+a)}]}{\partial x} a_y = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_1} A_2 e^{\alpha_1(x+a)} a_y = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_1} H'_z(x) a_y,$$

$$\alpha_1^2 = \beta^2 - (\frac{\omega n_1}{c})^2$$

$$E_t = E_{ym}(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\beta^2 - (\frac{\omega n}{c})^2} \frac{\partial [B_2 e^{-\alpha_m(x-a)}]}{\partial x} a_y = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_m} B_2 e^{-\alpha_m(x-a)} a_y = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_m} H^m_z(x) a_y,$$

$$\alpha_m^2 = \beta^2 - (\frac{\omega n_m}{c})^2$$

$$E_t = E_{yn}(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\beta^2 - (\frac{\omega n}{c})^2} \frac{\partial [C_1 \cos \alpha_n x]}{\partial x} a_y = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_n} C_1 \sin \alpha_n x a_y = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_n} H^n_z(x) a_y,$$

$$E_{y1}(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_1} B_2 e^{\alpha_1(x+a)} = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_1} A_2 e^{\alpha_1(x+a)}$$

$$E_{ym}(x) = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_m} B_2 e^{\alpha_m(x-a)} = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_m} A_2 e^{\alpha_m(x-a)}$$

$$E_{yn}(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_n} C_1 \sin \alpha_n x$$

formülleri bulunur.

$$7) \quad \frac{\alpha_1 a}{\alpha_n a} = -\frac{\cos [\alpha_n a]}{\sin [\alpha_n a]} = -\cot \alpha_n a, \quad \frac{\alpha_m a}{\alpha_n a} = -\frac{\cos [\alpha_n a]}{\sin [\alpha_n a]} = -\cot \alpha_n a$$

formüllerini çıkarmak için.

$$E_{y1}(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_1} B_2 e^{\alpha_1(x+a)} = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_1} A_2 e^{\alpha_1(x+a)}$$

$$E_{ym}(x) = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_m} B_2 e^{\alpha_m(x-a)} = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_m} A_2 e^{\alpha_m(x-a)}$$

$$E_{yn}(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_n} C_1 \sin \alpha_n x$$

alanlarına

$$E_{y1}(x)(-a) = E_{ym}(x)(-a)$$

$$E_{yII}(x)(a) = E_{yIII}(x)(a)$$

sınır şartları uygulanır.

$$E_{yI}(x)(-a) = E_{yII}(x)(-a)$$

$$-\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_1} B_2 e^{\alpha_1(-a+a)} = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{II}} C_1 \sin \alpha_{II}(-a) \rightarrow -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_1} B_2 = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{II}} C_1 \sin \alpha_{II}(-a)$$

$$B_2 = C_1 \cos \alpha_{II} a \rightarrow B_2 / C_1 = \cos \alpha_{II} a$$

$$-\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_1} B_2 = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{II}} C_1 \sin \alpha_{II}(-a) \rightarrow -\frac{1}{\alpha_1} \frac{B_2}{C_1} = \frac{1}{\alpha_{II}} \sin(\alpha_{II} a)$$

$$-\frac{1}{\alpha_1} \cos \alpha_{II} a = \frac{1}{\alpha_{II}} \sin \alpha_{II} a \rightarrow -\cot \alpha_{II} a = \frac{\alpha_1}{\alpha_{II}} \rightarrow \frac{a\alpha_1}{a\alpha_{II}} = -\cot \alpha_{II} a$$

$$E_{yII}(x)(a) = E_{yIII}(x)(a)$$

$$-\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{II}} C_1 \sin \alpha_{II} a = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{III}} B_2 \rightarrow -\frac{1}{\alpha_{II}} \sin \alpha_{II} a = \frac{1}{\alpha_{III}} \frac{B_2}{C_1} \rightarrow -\frac{1}{\alpha_{II}} \sin \alpha_{II} a = \frac{1}{\alpha_{III}} \cos \alpha_{II} a$$

$$-\frac{1}{\alpha_{II}} \sin \alpha_{II} a = \frac{1}{\alpha_{III}} \cos \alpha_{II} a \rightarrow \frac{a\alpha_{III}}{a\alpha_{II}} = -\cot \alpha_{II} a$$

Sonuç olarak

$$\frac{a\alpha_1}{a\alpha_{II}} = -\cot \alpha_{II} a$$

$$\frac{a\alpha_{III}}{a\alpha_{II}} = -\cot \alpha_{II} a$$

bulunur.

### 1.8. Bir Basamak Kırılma İndisli Dalga Kılavuzunda TM Modu

TM modu ( $H_z=0$ ) için (63)-(65)'deki simetrik çözüm ifâdelerinde  $D_1$ ,  $D_2$  ve  $D_3$  birer sâbit olmak üzere,  $H_z \rightarrow E_z$  konarak

$$E_z^I = D_1 e^{\alpha_1(x+a)}, \quad (93)$$

$$E_z^{III} = D_3 e^{-\alpha_{III}(x-a)}, \quad (94)$$

$$E_z^{II} = D_2 \sin \alpha_{II} x \quad (95)$$

yazmak yeter. Simetrik (tek fonksiyonlu alan) durumunda, yukarıdaki ilk çalışmada  $A_1 = -B_3$  bulunmuştu. Dolayısıyla burada  $D_1 = -D_3$  alınır. (33)'ten  $H_z=0$ ,  $\frac{\partial}{\partial y} = 0$  ve  $\nabla_i = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{a}_x$  için

$$\mathbf{H}_y(x) = \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \left[ j\omega \epsilon_0 n^2 \mathbf{a}_z \Lambda \frac{\partial E_z}{\partial x} \mathbf{a}_x + j\beta \frac{\partial H_z}{\partial x} \mathbf{a}_x \right] = \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \left[ j\omega \epsilon_0 n^2 \mathbf{a}_z \Lambda \frac{\partial E_z}{\partial x} \mathbf{a}_x \right]$$

$$\mathbf{H}_y(x) = \frac{j\omega\epsilon_0 n^2}{\beta^2 - (\frac{\omega n}{c})^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \mathbf{a}_y \quad (96)$$

ifâdesinden bulunan manyetik alan bileşenleri

$$E_z^I = D_1 e^{\alpha_1(x+a)}, \quad (97)$$

$$E_z^{III} = D_3 e^{-\alpha_3(x-a)}, \quad (98)$$

$$E_z^{II} = D_2 \sin \alpha_{II} x \quad (99)$$

$$H_{yI} = \frac{j\omega\epsilon_0 n_1^2}{\alpha_1} D_1 e^{\alpha_1(x+a)} \quad (100)$$

$$H_{yII} = -\frac{j\omega\epsilon_0 n_{II}^2}{\alpha_{II}} D_2 \cos \alpha_{II} x \quad (101)$$

$$H_{yIII} = -\frac{j\omega\epsilon_0 n_{III}^2}{\alpha_1} D_3 e^{-\alpha_1(x-a)} \quad (102)$$

bulunur. Şekil 10'daki cihazın bölgelerine âit

$$H_z^I(-a) = H_z^{II}(-a) \quad (103)$$

$$H_z^{II}(a) = H_z^{III}(a) \quad (104)$$

sınır şartlarından

$$\frac{n_1^2 D_1}{\alpha_1} = -\frac{n_{II}^2}{\alpha_{II}} D_2 \cos(\alpha_{II} a) \quad (105)$$

$$\frac{n_{II}^2 D_2}{\alpha_{II}} \cos(\alpha_{II} a) = \frac{n_{III}^2 D_3}{\alpha_{III}} \quad (106)$$

ve (69) gereğince

$$D_3 = D_2 \sin \alpha_{II} a \quad (107)$$

olduğu için  $D_1 = -D_3$  alınarak

$$\left(\frac{n_{II}}{n_1}\right)^2 \frac{\alpha_1}{\alpha_{II}} = \frac{\sin(\alpha_{II} a)}{\cos(\alpha_{II} a)} = \tan(\alpha_{II} a) \quad (108)$$

veyâ

$$\frac{\alpha_1 a}{\alpha_{II} a} = \frac{\sin(\alpha_{II} a)}{\cos(\alpha_{II} a)} = \left(\frac{n_1}{n_{II}}\right)^2 \tan(\alpha_{II} a) \quad (109)$$

olur. Benzer şekilde (104) şartından

$$-\frac{j\omega\epsilon_0 n_{II}^2}{\alpha_{II}} D_2 \cos \alpha_{II} a = -\frac{j\omega\epsilon_0 n_{III}^2}{\alpha_1} D_3 \rightarrow -\frac{n_{II}^2}{\alpha_{II}} D_2 \cos \alpha_{II} a = -\frac{n_{III}^2}{\alpha_1} D_3$$

ya da

$$\tan \alpha_{II} a = \frac{\alpha_{III} a}{\alpha_{II} a} = \frac{\sin(\alpha_{II} a)}{\cos(\alpha_{II} a)} = \left(\frac{n_{III}}{n_{II}}\right)^2 \tan(\alpha_{II} a) \quad (110)$$

elde edilir.

Antisimetrik TM modunu elde etmek için elektrik alan bileşenleri

$$E_{zI} = A_2 e^{\alpha_1(x+a)}, \quad E_{zIII} = B_2 e^{-\alpha_m(x-a)}, \quad E_{zII} = C_1 \cos \alpha_{II} x \quad (111)$$

olarak alınabilir.  $E_{zI}(-a) = E_{zII}(-a)$ ,  $E_{zII}(a) = E_{zIII}(a)$  sınır şartları

$$A_2 = B_2 = C_1 \cos(\alpha_{II} a) \quad (112)$$

sonucunu verir. Manyetik alan bileşenleri ise, (96)'dan

$$H_{yI} = \frac{j\omega\epsilon_0 n_1^2}{\alpha_1} A_2 e^{\alpha_1(x+a)} \quad (113)$$

$$H_{yIII} = -\frac{j\omega\epsilon_0 n_m^2}{\alpha_m} B_2 e^{-\alpha_m(x-a)} \quad (114)$$

$$H_y^{(II)} = \frac{j\omega\epsilon_0 n_{II}^2}{\alpha_{II}} C_1 \sin(\alpha_{II} x) \quad (115)$$

olarak elde edilir (Tablo 1).  $E_{zI}(-a) = E_{zII}(-a)$  ve  $E_{zII}(a) = E_{zIII}(a)$  sınır şartlarının uygulanmasından elde edilen

$$\frac{n_I^2 A_2}{\alpha_I} = -\frac{n_{II}^2}{\alpha_{II}} C_1 \sin \alpha_{II} a, \quad A_2 = -\left(\frac{n_{II}}{n_I}\right)^2 \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} C_1 \sin(\alpha_{II} a) \quad (116)$$

ve

$$-\frac{n_{II}^2 C_1}{\alpha_{II}} \sin \alpha_{II} a = \frac{n_{III}^2}{\alpha_{III}} B_2 \quad (117)$$

veyâ TM modunda antisimetrik alan için sırasıyla (112), (116)'dan

$$\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = -\left(\frac{n_I}{n_{II}}\right)^2 \cot \alpha_{II} a \quad (118)$$

ve (112)'den (117)'den

$$\frac{\alpha_m}{\alpha_{II}} = -\left(\frac{n_m}{n_{II}}\right)^2 \cot \alpha_{II} a \quad (119)$$

bulunur.

### Sorular:

$$1) H_x = H_y = \frac{j\omega\epsilon_0 n^2}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \text{ formülünü çıkarınız.}$$

$$2) H_y^{(I)} = \frac{j\omega\epsilon_0 n_I^2}{\alpha_I} D_1 e^{\alpha_I(x+a)}$$

$$H_y^{(II)} = -\frac{j\omega\epsilon_0 n_{II}^2}{\alpha_{II}} D_2 \cos \alpha_{II} x$$



$$H_y^{(m)} = -\frac{j\omega\varepsilon_0 n_m^2}{\alpha_m} D_3 e^{-\alpha_m(x-a)}$$

formülerini çıkarınız.

$$3) \frac{\alpha_l}{\alpha_n} = \frac{\sin(\alpha_n a)}{\cos(\alpha_n a)} = \left(\frac{n_l}{n_n}\right)^2 \tan(\alpha_n a) \text{ formülerini çıkarınız.}$$

4) Antisimetrik TM modunda çift fonksiyonlu bir aktif alan için

$$E_{yI}(-a) = E_{yII}(-a), E_{yII}(a) = E_{yIII}(a)$$

sınır şartlarının  $A_2 = B_2 = C_1 \cos(\alpha_n a)$  sâbitlerini verdiğini gösteriniz.

5) Antisimetrik TM modunda çift fonksiyonlu bir aktif alan için enine manyetik alanların

$$H_{yI} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_l^2}{\alpha_l} A_2 e^{\alpha_l(x+a)}$$

$$H_{yII} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_n^2}{\alpha_n} C_1 \sin(\alpha_n a)$$

$$H_{yIII} = -\frac{j\omega\varepsilon_0 n_m^2}{\alpha_m} B_2 e^{-\alpha_m(x-a)}$$

şeklinde olduğunu gösteriniz.

$$6) \frac{\alpha_l}{\alpha_n} = -\left(\frac{n_l}{n_n}\right)^2 \cot \alpha_n a \text{ ve } \frac{\alpha_m}{\alpha_n} = -\left(\frac{n_m}{n_n}\right)^2 \cot \alpha_n a \text{ formüllerini çıkarınız.}$$

**Cevaplar:**

$$1) H_x = H_y = \frac{j\omega\varepsilon_0 n^2}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \text{ formülünü çıkarmak için (33) ile verilen}$$

$$\mathbf{H}_t = \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \left[ \left( j\beta \frac{\partial H_z}{\partial x} - j\omega\varepsilon_0 n^2 \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \mathbf{a}_x + \left( j\beta \frac{\partial H_z}{\partial y} + j\omega\varepsilon_0 n^2 \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \mathbf{a}_y \right]$$

formülünden hareket edilir.  $H_x = H_y = \frac{j\omega\varepsilon_0 n^2}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \frac{\partial E_z}{\partial x}$  formülü, TM modunda enine

manyetik alanları verir. Dolayısıyla

$$\mathbf{H}_t = \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \left[ \left( j\beta \frac{\partial H_z}{\partial x} - j\omega\varepsilon_0 n^2 \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \mathbf{a}_x + \left( j\beta \frac{\partial H_z}{\partial y} + j\omega\varepsilon_0 n^2 \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \mathbf{a}_y \right]$$

formülünde  $H_z=0$  alınır:

$$\mathbf{H}_t = \frac{j\omega\varepsilon_0 n^2}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \mathbf{a}_y \rightarrow H_t = \frac{j\omega\varepsilon_0 n^2}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \frac{\partial E_z}{\partial x}$$

bulunur.

$$2) \quad H_{yI} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_1^2}{\alpha_1} D_1 e^{\alpha_1(x+a)}$$

$$H_{yII} = -\frac{j\omega\varepsilon_0 n_2^2}{\alpha_2} D_2 \cos \alpha_2 x$$

$$H_{yIII} = -\frac{j\omega\varepsilon_0 n_3^2}{\alpha_3} D_3 e^{-\alpha_3(x-a)}$$

enine manyetik alanlarını çıkarmak için

$$H_I = \frac{j\omega\varepsilon_0 n^2}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \frac{\partial E_z}{\partial x}$$

formülünde

$$E^I_z = D_1 e^{\alpha_1(x+a)}$$

$$E^III_z = D_3 e^{-\alpha_3(x-a)}$$

$$E^II_z = D_2 \sin \alpha_2 x$$

boyuna elektrik alanları kullanılır:

$$H_I = H_{yI} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_1^2}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \frac{\partial [D_1 e^{\alpha_1(x+a)}]}{\partial x} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_1^2}{\alpha_1} D_1 e^{\alpha_1(x+a)}$$

$$H_I = H_{yII} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_2^2}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \frac{\partial [D_2 \sin \alpha_2 x]}{\partial x} = -\frac{j\omega\varepsilon_0 n_2^2}{\alpha_2} \cos \alpha_2 x$$

$$H_I = H_{yIII} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_3^2}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \frac{\partial [D_3 e^{-\alpha_3(x-a)}]}{\partial x} = -\frac{j\omega\varepsilon_0 n_3^2}{\alpha_3} D_3 e^{-\alpha_3(x-a)}$$

$$3) \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\sin(\alpha_2 a)}{\cos(\alpha_2 a)} = \tan(\alpha_2 a) \text{ formüllerini}$$

çıkarmak için

$$H_{yI} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_1^2}{\alpha_1} D_1 e^{\alpha_1(x+a)}$$

$$H_{yII} = -\frac{j\omega\varepsilon_0 n_2^2}{\alpha_2} D_2 \cos \alpha_2 x$$

$$H_{yIII} = -\frac{j\omega\varepsilon_0 n_3^2}{\alpha_3} D_3 e^{-\alpha_3(x-a)}$$

alanlarına

$$H_{yI}(-a) = H_{yII}(-a)$$

$$H_{yIII}(a) = H_{yII}(a)$$

sınır şartları uygulanır.

$$\frac{j\omega\varepsilon_0 n_1^2}{\alpha_1} D_1 e^{\alpha_1(-a+a)} = -\frac{j\omega\varepsilon_0 n_{II}^2}{\alpha_{II}} D_2 \cos \alpha_{II}(-a), D_1 = -D_3,$$

$$D_3 = D_2 \sin \alpha_{II} a = -D_1$$

$$\frac{n_1^2}{\alpha_1} D_1 = -\frac{n_{II}^2}{\alpha_{II}} D_2 \cos \alpha_{II}(-a), \quad -\frac{n_1^2}{\alpha_1} D_2 \sin \alpha_{II} a = -D_2 \frac{n_{II}^2}{\alpha_{II}} \cos \alpha_{II} a,$$

$$\frac{n_1^2}{\alpha_1} \sin \alpha_{II} a = \frac{n_{II}^2}{\alpha_{II}} \cos \alpha_{II} a \rightarrow \frac{n_1^2}{\alpha_1} \sin \alpha_{II} a = \frac{n_{II}^2}{\alpha_{II}} \frac{\alpha_1}{n_1} \frac{\sin \alpha_{II} a}{\cos \alpha_{II} a} = \tan \alpha_{II} a \rightarrow$$

$$\frac{n_{II}^2}{\alpha_{II}} \frac{\alpha_1}{n_1} \frac{\sin \alpha_{II} a}{\cos \alpha_{II} a} = \tan \alpha_{II} a \rightarrow \left(\frac{n_{II}}{n_1}\right)^2 \frac{\alpha_1}{\alpha_{II}} \frac{\sin \alpha_{II} a}{\cos \alpha_{II} a} = \tan \alpha_{II} a$$

$$\left(\frac{n_{II}}{n_1}\right)^2 \frac{\alpha_1}{\alpha_{II}} \frac{\sin \alpha_{II} a}{\cos \alpha_{II} a} = \tan \alpha_{II} a$$

4) Antisimetrik TM modunda çift fonksiyonlu bir aktif alan için

$$E_{yt}(-a) = E_{yII}(-a), \quad E_{yIII}(a) = E_{yIII}(a)$$

sınır şartlarının  $A_2 = B_2 = C_1 \cos(\alpha_{II} a)$  sâbitlerini verdiği için antisimetrik TM modundaki

$$E_{yt} = A_2 e^{\alpha_1(x+a)}$$

$$E_{yIII} = B_2 e^{-\alpha_{III}(x-a)}$$

$$E_{yII} = C_1 \cos \alpha_{II} x$$

alanları kullanılır.

$$E_{yt}(-a) = E_{yII}(-a), \quad E_{yIII}(a) = E_{yIII}(a)$$

$$E_{yt}(-a) = E_{yII}(-a) \rightarrow A_2 e^{\alpha_1(-a+a)} = C_1 \cos \alpha_{II}(-a) \rightarrow A_2 = C_1 \cos \alpha_{II}(-a) = C_1 \cos \alpha_{II} a$$

$$E_{yIII}(a) = E_{yIII}(a) \rightarrow C_1 \cos \alpha_{II}(-a) = B_2 e^{-\alpha_{III}(a-a)} \rightarrow C_1 \cos \alpha_{II}(-a) = B_2 = C_1 \cos \alpha_{II} a$$

$$A_2 = B_2 = C_1 \cos(\alpha_{II} a)$$

5) Antisimetrik TM modunda çift fonksiyonlu bir aktif alan için enine manyetik alanların

$$H_{yt} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_1^2}{\alpha_1} A_2 e^{\alpha_1(x+a)}$$

$$H_{yII} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_{II}^2}{\alpha_{II}} C_1 \sin(\alpha_{II} a)$$

$$H_{yIII} = -\frac{j\omega\varepsilon_0 n_{III}^2}{\alpha_{III}} B_2 e^{-h\alpha_{III}(x-a)}$$

şeklinde olduğunu göstermek için

$$H_x = H_y = \frac{j\omega\varepsilon_0 n^2}{\beta^2 - (\frac{\omega n}{c})^2} \frac{\partial E_z}{\partial x}$$

enine manyetik alan formülü kullanılır. Burada antisimetrik TM modundaki

$$E_{yI} = A_2 e^{\alpha_I(x+a)}$$

$$E_{yIII} = B_2 e^{-\alpha_{III}(x-a)}$$

$$E_{yII} = C_1 \cos \alpha_{II} x$$

boyuna elektrik alanları kullanılır:

$$H_{yI} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_I^2}{\beta^2 - (\frac{\omega n_I}{c})^2} \frac{\partial E_{zI}}{\partial x} \rightarrow H_{yI} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_I^2}{\beta^2 - (\frac{\omega n_I}{c})^2} \frac{\partial [A_2 e^{\alpha_I(x+a)}]}{\partial x} = \frac{j\omega\varepsilon_0 \alpha_I n_I^2}{\beta^2 - (\frac{\omega n_I}{c})^2} A_2 e^{\alpha_I(x+a)}$$

$$= \frac{j\omega\varepsilon_0 n_I^2}{\alpha_I} A_2 e^{\alpha_I(x+a)}$$

$$H_{yII} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_{II}^2}{\beta^2 - (\frac{\omega n_{II}}{c})^2} \frac{\partial E_{zII}}{\partial x} \rightarrow H_{yII} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_{II}^2}{\beta^2 - (\frac{\omega n_{II}}{c})^2} \frac{\partial [C_1 \cos \alpha_{II} x]}{\partial x} = -\frac{j\omega\varepsilon_0 \alpha_{II} n_{II}^2}{\beta^2 - (\frac{\omega n_{II}}{c})^2} C_1 \sin \alpha_{II} x$$

$$= \frac{j\omega\varepsilon_0 n_{II}^2}{\alpha_{II}} C_1 \sin \alpha_{II} x$$

$$H_{yIII} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_{III}^2}{\beta^2 - (\frac{\omega n_{III}}{c})^2} \frac{\partial E_{zIII}}{\partial x} \rightarrow H_{yIII} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_{III}^2}{\beta^2 - (\frac{\omega n_{III}}{c})^2} \frac{\partial [B_2 e^{-\alpha_{III}(x-a)}]}{\partial x} = -\frac{j\omega\varepsilon_0 \alpha_{III} n_{III}^2}{\beta^2 - (\frac{\omega n_{III}}{c})^2} B_2 e^{-\alpha_{III}(x-a)}$$

$$= -\frac{j\omega\varepsilon_0 n_{III}^2}{\alpha_{III}} B_2 e^{-\alpha_{III}(x-a)}$$

Sonuç olarak

$$H_{yI} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_I^2}{\alpha_I} A_2 e^{\alpha_I(x+a)}$$

$$H_{yII} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_{II}^2}{\alpha_{II}} C_1 \sin(\alpha_{II} a)$$

$$H_{yIII} = -\frac{j\omega\varepsilon_0 n_{III}^2}{\alpha_{III}} B_2 e^{-\alpha_{III}(x-a)}$$

bulunur.

6)  $\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = -(\frac{n_I}{n_{II}})^2 \cot \alpha_{II} a$  formülünü çıkarmak için antisimetrik TM moduna âit

$$H_{yI} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_I^2}{\alpha_I} A_2 e^{\alpha_I(x+a)}$$

$$H_{yII} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_{II}^2}{\alpha_{II}} C_1 \sin(\alpha_{II} a)$$

$$H_{yIII} = -\frac{j\omega\varepsilon_0 n_{III}^2}{\alpha_{III}} B_2 e^{-\alpha_{III}(x-a)}$$

alanlarına  $H_{yI}(-a) = H_{yII}(-a)$ ,  $H_{yII}(a) = H_{yIII}(a)$  sınır şartlarında kullanılır.

$$H_{yI}(-a) = H_{yII}(-a)$$

$$\frac{j\omega\varepsilon_0 n_I^2}{\alpha_I} A_2 e^{\alpha_I(-a+a)} = \frac{j\omega\varepsilon_0 n_{II}^2}{\alpha_{II}} C_1 \sin(-\alpha_{II} a) \rightarrow \frac{n_I^2}{\alpha_I} A_2 = \frac{n_{II}^2}{\alpha_{II}} C_1 \sin(-\alpha_{II} a)$$

$$\frac{n_I^2}{\alpha_I} A_2 = -\frac{n_{II}^2}{\alpha_{II}} C_1 \sin(\alpha_{II} a) \rightarrow A_2 = -\frac{n_{II}^2}{\alpha_{II}} \frac{\alpha_I}{n_I^2} C_1 \sin(\alpha_{II} a) \rightarrow A_2 = -\left(\frac{n_{II}}{n_I}\right)^2 \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} C_1 \sin(\alpha_{II} a)$$

$$A_2 = B_2 = C_1 \cos(\alpha_{II} a)$$

$$C_1 \cos(\alpha_{II} a) = -\left(\frac{n_{II}}{n_I}\right)^2 \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} C_1 \sin(\alpha_{II} a) \rightarrow \cos(\alpha_{II} a) = -\left(\frac{n_{II}}{n_I}\right)^2 \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} \sin(\alpha_{II} a)$$

$$-\left(\frac{n_{II}}{n_I}\right)^2 \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \cos(\alpha_{II} a) / \sin(\alpha_{II} a) = \cot(\alpha_{II} a) \rightarrow \left(\frac{n_{II}}{n_I}\right)^2 \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = -\cot(\alpha_{II} a)$$

$$\left(\frac{n_{II}}{n_I}\right)^2 \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = -\cot(\alpha_{II} a) \rightarrow \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = -\left(\frac{n_I}{n_{II}}\right)^2 \cot \alpha_{II} a$$

$\frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = -\left(\frac{n_{III}}{n_{II}}\right)^2 \cot \alpha_{II} a$  formülünü çıkarmak için aşağıdaki yol izlenir:

$$H_{yII}(a) = H_{yIII}(a), H_{yII}(-a) = H_{yIII}(-a)$$

$$H_{yII}(a) = H_{yIII}(a) \rightarrow \frac{j\omega\varepsilon_0 n_{II}^2}{\alpha_{II}} C_1 \sin(\alpha_{II} a) = -\frac{j\omega\varepsilon_0 n_{III}^2}{\alpha_{III}} B_2 e^{-\alpha_{III}(a-a)} = -\frac{j\omega\varepsilon_0 n_{III}^2}{\alpha_{III}} B_2$$

$$\frac{j\omega\varepsilon_0 n_{II}^2}{\alpha_{II}} C_1 \sin(\alpha_{II} a) = -\frac{j\omega\varepsilon_0 n_{III}^2}{\alpha_{III}} B_2 \rightarrow \frac{n_{II}^2}{\alpha_{II}} C_1 \sin(\alpha_{II} a) = -\frac{n_{III}^2}{\alpha_{III}} B_2, A_2 = B_2 = C_1 \cos(\alpha_{II} a)$$

$$\frac{n_{II}^2}{\alpha_{II}} C_1 \sin(\alpha_{II} a) = -\frac{n_{III}^2}{\alpha_{III}} C_1 \cos(\alpha_{II} a) \rightarrow \frac{n_{II}^2}{\alpha_{II}} \sin(\alpha_{II} a) = -\frac{n_{III}^2}{\alpha_{III}} \cos(\alpha_{II} a)$$

$$\frac{n_{II}^2}{\alpha_{II}} \sin(\alpha_{II} a) = -\frac{n_{III}^2}{\alpha_{III}} \cos(\alpha_{II} a) \quad \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = -\left(\frac{n_{III}}{n_{II}}\right)^2 \cot \alpha_{II} a$$

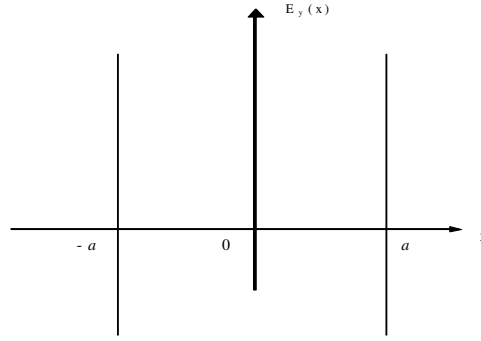
$$\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = -\left(\frac{n_I}{n_{II}}\right)^2 \cot \alpha_{II} a, \quad \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = -\left(\frac{n_{III}}{n_{II}}\right)^2 \cot \alpha_{II} a$$

Bulunan sonuçlar, sayfa sonundaki referansta sayfa (109)-(111)'daki sonuçlarla uyuşmaktadır. Ortaya çıkan ufak farklılıklar, tanım ve kabullerin farklılığından ileri gelmektedir<sup>16</sup>.

### Sorular:

1)  $2a$  genişliğindeki aktif bölge bir rezonatör gibi düşünülebilir.  $K$  bir sabit olmak üzere, alanın  $E_y(x) = K \cos kx$  gibi çift fonksiyonlu (antisimetrik) ya da  $e_y(x) = K \sin kx$  gibi tek fonksiyonlu (simetrik) sinüzoidal bir fonksiyon şeklinde değiştiğini düşünerek sınırlarda  $E_y(\pm a) = 0$  olacak şekilde sınır şartlarının sağlanması için  $k$ 'nin değerini bulunuz.

2) Aktif bölgede dalga denklemlerinin çözümlerinden bulunan tek ve çift fonksiyonların dalga mekaniğindeki fiziksel karşılığı nedir.



### Cevaplar:

- 1) Alan sınırlarda
- 2)

$$E_y(x) = K \cos kx = K \frac{e^{jkx} + e^{-jkx}}{2} \Big|_{x=a} = 0$$

olmalıdır :

$$K \frac{e^{jka} + e^{-jka}}{2} \Big|_{x=a} = 0 \rightarrow \frac{e^{jka} + e^{-jka}}{2} = 0 \rightarrow e^{jka} + e^{-jka} = e^{jka} + \frac{1}{e^{jka}} = 0 \rightarrow e^{2jka} = -1$$

$$e^{2jka} = -1 \rightarrow \cos(2ka) + j \sin(2ka) = -1 \rightarrow \cos(2ka) = -1 \rightarrow 2ka = \pi \rightarrow k = \frac{\pi}{2a}$$

<sup>16</sup> Iga, K., Fundamentals of Laser Optics, Plenum Press, p. 200-201, New York and London, 1994.

$$e_y(x) = K \sin kx = K \frac{e^{jkx} - e^{-jkx}}{2j} \Big|_{x=a} = 0$$

olmalıdır :

$$K \frac{e^{jka} - e^{-jka}}{2j} = 0 \rightarrow \frac{e^{jka} - e^{-jka}}{2j} = 0 \rightarrow e^{jka} - e^{-jka} = e^{jka} - \frac{1}{e^{jka}} = 0 \rightarrow e^{jka} = \frac{1}{e^{jka}}$$

$$e^{2jka} = 1 \rightarrow \cos(2ka) + j\sin(2ka) = 1 \rightarrow \cos(2ka) = 1 \rightarrow 2ka = 2\pi \rightarrow k = \frac{\pi}{a}$$

2a genişliğindeki aktif bölgenin bir rezonatör gibi çalışabilmesi için  $E_y(x) = K \cos kx$  gibi çift fonksiyonlu (antisimetrik) bir fonksiyon hâlinde  $k = \frac{\pi}{2a}$  ve  $e_y(x) = K \sin kx$  gibi tek fonksiyonlu (simetrik) sinüzoidal bir fonksiyon hâlinde  $k = \frac{\pi}{a}$  olarak alınmalıdır.

Bu sûretle 2a genişliğindeki aktif bölgede çift fonksiyonlu sinüzoidal (antisimetrik) bir fonksiyon  $E_y(x) = K \cos \frac{n\pi x}{2a}$ ,  $n=1, 3, 5, \dots$  tek fonksiyonlu (simetrik) sinüzoidal bir fonksiyon  $E_y(x) = K \sin \frac{n\pi x}{2a}$ ,  $n=0, 2, 4, \dots$  olur.

2) Aktif bölgede dalga denklemlerinin çözümlerinden bulunan tek ve çift fonksiyonların dalga mekaniğindeki fiziksel karşılığı bunların birer elektronu temsil etmeleridir. Daha doğrusu, partikül ve dalga karakterine sâhip olan bir elektron dalga mekaniğinde birer sinüzoidal tek ya da çift fonksiyonla temsil edilirler. Fonksiyonun tek ya da çift fonksiyon oluşunu kırılma indisleri ve taşıdıkları enerjileri tâyin eder.

### 1.9. Bir Basamak Kırılma İndisli Dalga Kılavuzunda Bâzi Önemli Parametreler

Yukarıdaki ifâdelerde  $\alpha_1 a$ , ya da  $\alpha_{III} a$ , alanın yelek (gömlek) bölgelerinde uğrayacağı üstel zayıflamayı temsil eder. Daha büyük bir  $\alpha_1 a$ , ya da  $\alpha_{III} a$  değeri alanın merkez bölgesine daha fazla hapsedilmesi anlamını taşır. Basamak kırılma indisli simetrik bir dalga kılavuzunda  $|x| > a$  olan bu bölgelerde lazer uyarılması olmaz ve buraları kayıplı bölgelerdir.  $\zeta = \alpha_{II} a$ , ve  $\eta = \eta_I = \eta_{III} = \eta_{I,III} = \alpha_{I,III} a$  özel parametreler tanımlanarak  $V^2 = \zeta^2 + \eta^2$  den

$$V = \left( \frac{\omega a}{c} \right) (n_{II}^2 - n_{III}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (120)$$

bulunur.  $V < \frac{\pi}{2}$  için sâdece en düşük mertebeli TE veyâ TM modu söz konusu olur. V yarıçaplı dâirenin eğrileri kestiği noktaların incelenmesinden anlaşılmaktadır ki, TE modu

merkez bölgesinde daha büyük bir hapsedilme özelliğine sâhiptir ve bu yüzden dominant mod olarak düşünülür. Bu özellik yarıiletken lazerlerde büyük bir rol oynar.

NA (Numerical Aperture) =  $\left[ n_{II}^2 - n_{I,III}^2 \right]^{\frac{1}{2}}$  tanımı yapılırsa<sup>17</sup>,

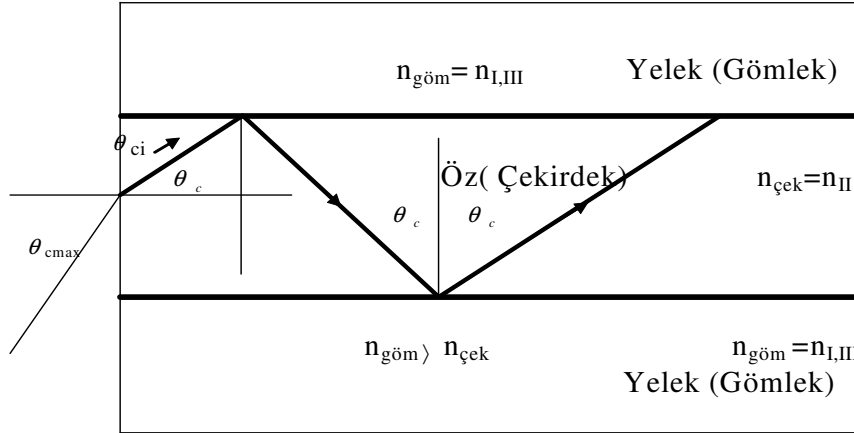
$$NA = \left[ n_{II}^2 - n_{I,III}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (121)$$

$$V = (2\pi f x_0 / c) NA = \omega / ca NA = k_o a NA \quad (122)$$

$$k_o = \frac{\omega}{c} \quad (123)$$

$$V = \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \right) NA \quad (124)$$

elde edilir. Burada  $\lambda$  dalga boyudur (Şekil 13).



Şekil 13 Nümerik Açıklık

Çalışma frekansı, tabakanın kalınlığı ve NA belli olunca V yarıçapı belli olur ve ayrıca,

$$\eta = \zeta \tan \zeta, \quad (\text{Simetrik TE Modu}) \quad (125)$$

$$\eta = -\zeta \cot \zeta, \quad (\text{Antisimetrik TE Modu}) \quad (126)$$

$$\eta = \left[ \frac{n_{I,III}}{n_{II}} \right]^2 \zeta \tan \zeta, \quad (\text{Simetrik TM Modu}) \quad (127)$$

<sup>17</sup> Muncheryan, H.M., Laser and Optoelectronic Engineering, Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1990.



$$\eta = \left[ \frac{n_{I,III}}{n_{II}} \right]^2 \zeta \cot \zeta, \quad (\text{Antisimetrik TM Modu}) \quad (128)$$

olur (Tablo 2).

**Tablo 1 TE ve TM Modlarına âit Elektrik ve Manyetik Alan Bileşenleri**

Modlar	Simetrik (Tek) Alan Bileşenleri	Antisimetrik Alan Bileşenleri
<b>TE Modu</b>	$H'_z = A_1 e^{\alpha_1(x+a)}$ $H'''_z = B_3 e^{-\alpha_{III}(x-a)}$ $H''_z = C_2 \sin \alpha_{II} x$ $E_{yI}(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_1} A_1 e^{\alpha_1(x+a)}$ $= \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_1} B_3 e^{\alpha_1(x+a)}$ $E_{yIII}(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{III}} A_1 e^{-\alpha_{III}(x-a)}$ $E_{yII}(x) = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{II}} C_2 \cos \alpha_{II} x$ $A_1 = -C_2 \sin \alpha_{II} a$ $B_3 = C_2 \sin \alpha_{II} a$ $(A_1 = -B_3)$	$H'_z = A_2 e^{\alpha_1(x+a)}$ $H'''_z = B_2 e^{-\alpha_{III}(x-a)}$ $H''_z = C_1 \cos \alpha_{II} x$ $E_{yI}(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_1} B_2 e^{\alpha_1(x+a)}$ $= -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_1} A_2 e^{\alpha_1(x+a)}$ $E_{yIII}(x) = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{III}} B_2 e^{-\alpha_{III}(x-a)}$ $= \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{III}} A_2 e^{\alpha_{III}(x-a)}$ $E_{yII}(x) = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{II}} C_1 \sin \alpha_{II} x$ $A_2 = C_1 \cos \alpha_{II} a$ $B_2 = C_1 \cos \alpha_{II} a$
<b>TM Modu</b>	$E'_z = D_1 e^{\alpha_1(x+a)}$ $E'''_z = D_3 e^{-\alpha_{III}(x-a)}$ $E''_z = D_2 \sin \alpha_{II} x$ $H_{yI} = \frac{j\omega\epsilon_0 n_1^2}{\alpha_1} D_1 e^{\alpha_1(x+a)}$ $H_{yIII} = -\frac{j\omega\epsilon_0 n_{III}^2}{\alpha_{III}} D_2 \cos \alpha_{II} x$ $H_{yII} = -\frac{j\omega\epsilon_0 n_{II}^2}{\alpha_1} D_3 e^{-\alpha_1(x-a)}$ $D_3 = D_2 \sin \alpha_{II} a$	$E'_z = A_2 e^{\alpha_1(x+a)}$ $E'''_z = B_2 e^{-\alpha_{III}(x-a)}$ $E''_z = C_1 \cos \alpha_{II} x$ $H_{yI} = \frac{j\omega\epsilon_0 n_1^2}{\alpha_1} A_2 e^{\alpha_1(x+a)}$ $H_{yIII} = -\frac{j\omega\epsilon_0 n_{III}^2}{\alpha_{III}} B_2 e^{-\alpha_{III}(x-a)}$ $H_{yII} = \frac{j\omega\epsilon_0 n_{II}^2}{\alpha_{II}} C_1 \sin(\alpha_{II} x)$ $A_2 = B_2 = C_1 \cos(\alpha_{II} a)$

**Tablo 2 TE ve TM Modlarında Propagasyon Sâbitlerinin Özel Parametreler Cinsinden Oranları**

Alanın Modu	Simetrik	Antisimetrik
<b>TE Modu</b>	$\frac{\eta}{\zeta} = \frac{\alpha_1 a}{\alpha_2 a} = \frac{\sin[\alpha_2 a]}{\cos[\alpha_2 a]} = \tan(\alpha_2 a)$ $\frac{\eta}{\zeta} = \frac{\alpha_3 a}{\alpha_2 a} = \frac{\text{Sin}[\alpha_2 a]}{\text{Cos}[\alpha_2 a]} = \tan(\alpha_2 a)$	$\frac{\eta}{\zeta} = \frac{\alpha_1 a}{\alpha_2 a} = -\frac{\cos[\alpha_2 a]}{\sin[\alpha_2 a]} = -\cot\alpha_2 a$ $\frac{\eta}{\zeta} = \frac{\alpha_3 a}{\alpha_2 a} = -\frac{\text{Cos}[\alpha_2 a]}{\text{Sin}[\alpha_2 a]} = -\cot\alpha_2 a$
<b>TM Modu</b>	$\frac{\eta}{\zeta} = \frac{\alpha_1 a}{\alpha_2 a} = \frac{\sin(\alpha_2 a)}{\cos(\alpha_2 a)} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \tan(\alpha_2 a)$ $\frac{\eta}{\zeta} = \frac{\alpha_3 a}{\alpha_2 a} = \frac{\sin(\alpha_2 a)}{\cos(\alpha_2 a)} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \tan(\alpha_2 a)$	$\frac{\eta}{\zeta} = \frac{\alpha_1 a}{\alpha_2 a} = -\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \cot\alpha_2 a$ $\frac{\eta}{\zeta} = \frac{\alpha_3 a}{\alpha_2 a} = -\left(\frac{n_3}{n_2}\right)^2 \cot\alpha_2 a$

### 1.10. Kılavuz Kabul Açısı

Üç boyutlu düşünüldüğünde şekildeki  $\theta_{\text{cmax}}$  bir koni tanımlar. Nümerik açıklık önemli bir parametredir. Bu büyüklük, kılavuzun dışarıdan gelen optik ışâretin kabul konisini, yâni koninin tepe açısını ve dolayısıyla kılavuzun müsaade edebileceği optik radyasyonun açısal yayılımını belirler. Kabul konisinin büyüklüğü ise, maksimum  $\theta_{\text{cmax}}$  açısı tarafından tâyin edilir ki bu, dışarıdan gelen optik ışınla kılavuz kesitinin meydana getirdiği bir açıdır. Daha doğrusu  $\theta_{\text{cmax}}$  açısı, optik ışın ile ışının kılavuza girdiği yüzeyin normali tarafından meydana getirilen en büyük açıdır. Öyle ki, bu açı ile kılavuza giren ışın kılavuz içinde tam yansımaya uğrar. Şekilden görüldüğü gibi, kılavuz girişindeki  $\theta_{\text{ci}}$  açısı

$\theta_{\text{ci}} = \pi/2 - \theta_{\text{c}} = \pi/2 - \arcsin \frac{n_1}{n_2}$  olduğu açıdır. Kılavuz girişindeki  $\theta_{\text{cmax}}$  dış açısı ile  $\theta_{\text{ci}}$  iç açısı arasında Snell kânununa göre

$$n_d \sin \theta_{\text{cmax}} = n_2 \sin(\pi/2 - \theta_{\text{c}}) = n_2 \cos \theta_{\text{c}} = n_2 \sqrt{1 - \sin^2 \theta_{\text{c}}} = \sqrt{n_2^2 - n_{1,III}^2} \quad (129)$$

ve (121), (124) ve (129)'dan

$$n_d \sin \theta_{\text{cmax}} = \sqrt{n_2^2 - n_{1,III}^2} = \text{NA} \quad (130)$$

bulunur. Burada  $n_d$ , kılavuzu çevreleyen dış ortamın kırılma indisidir. Dış ortam hava ise, o zaman  $n_d=1$ 'dir ve (129) ifâdesi,

$$\sin \theta_{\text{cmax}} = \sqrt{n_2^2 - n_{1,III}^2} = \text{NA} \quad (131)$$

ya da

$$\theta_{\text{cmax}} = \arcsin \sqrt{n_2^2 - n_{1,III}^2} = \arcsin \text{NA} \quad (132)$$

olur. Gerçekten NA, kabul konisini belirlemektedir. Bu belirleme, görüldüğü gibi, kılavuzun öz (çekirdek) ve yelek (gömlük) kırılma indislerine bağlıdır. Başka bire îadeyle,

seçilen kılavuz malzemesi aynı zamanda kabul açısını da belirlemektedir. (129) formülünden hareket ederek,

$$\cos\theta_c = \frac{1}{n_{II}} \sqrt{n_{II}^2 - n_{I,III}^2} = \sqrt{\frac{n_{II}^2 - n_{I,III}^2}{n_{II}^2}} = \sqrt{\frac{(n_{II} - n_{I,III})(n_{II} + n_{I,III})}{n_{II}^2}} \quad (133)$$

$$\cong \sqrt{\frac{2(n_{II} - n_{I,III})}{n_{II}}} = \sqrt{2\Delta}$$

bulunur ki burada

$$\Delta = \frac{n_{II} - n_{I,III}}{n_{II}} \quad (134)$$

olup  $\Delta$ , çekirdeğin kırılma indisinin gömleğin kırılma indisine göre yüzde olarak fazlalığını verir. Buna yüzde cinsinden kırılma indisi farkı denir.

### 1.11. Normalize Frekans

Yukarıda (122)'de tanımlanan  $V$  büyüklüğüne  $V$ -Sayısı (Numarası) ya da *Normalize Frekans* denir. Bu, simetrik kalınlıklı *Basamak Kırılma İndisli Dalga Kılavuzları*'nın  $2a$  kalınlıklarının, öz (çekirdek) ve gömleğin kırılma indislerinin belirlenmesine yarayan belirleyici ve önemli bir parametredir.

Dâire kesitli bir dalga kılavuzunda  $TE_{nm}$  modunda  $n=0$ 'dan ve  $m=1$ 'den başlar. Dolayısıyla  $TE_{01}$  ve  $TE_{11}$ , modları vardır ve  $TE_{01}$  moduna karşı düşen  $J'_n(x)$ ,  $J_n(x)$  *Birinci Çeşit (Tip) Bessel Diferansiyel Denklemi*'nin argümanına göre türevini gösterir ve bu fonksiyonunun kökü  $P'_{01}=3.832$  ve  $TE_{11}$  moduna karşı düşen  $J'_n(x)$  fonksiyonunun kökü  $P'_{11}=1.841$ 'dir. Bu yüzden  $TE_{11}$  modu, bir dâire kesitli dalga kılavuzunun dominant modu olur (Tablo 3).

$TM_{nm}$  modunda da  $n=0$ 'dan ve  $m=1$ 'den başlar. Dolayısıyla  $TM_{01}$  ve  $TM_{11}$ , modları vardır ve  $TM_{01}$  moduna karşı düşen fonksiyonunun kökü  $P_{01}=2.405$  ve  $TM_{11}$  moduna karşı düşen  $J_n(x)$  fonksiyonunun kökü  $P_{11}=3.832$ 'dir. Bu yüzden  $P_{01}$ , bir dâire kesitli dalga kılavuzunun dominant modu olur (Tablo 4).

$P'_{11}=1.841$  ve  $P_{01}=2.405$  değerleri, sırasıyla  $J'_n(x)$  ve  $J_n(x)$  fonksiyonlarının  $x$  eksenini kestiği noktalarıdır. Yâni,  $J'_n(x)$  ve  $J_n(x)$  fonksiyonlarının kökleridirler. Dolayısıyla,  $V$ -Sayısı (Numarası), bir dâire yarı çapı belirttiği için dâire kesitli bir dalga kılavuzunda  $TE_{11}$  ve  $TM_{01}$  dominant modlarının var olabilmeleri (yayılabilmeleri) için  $TE_{11}$  modu için  $V > 1.841$  ve  $TM_{01}$  modu için  $V > 2.405$  olmalıdır<sup>18</sup>.

<sup>18</sup> Syms, R. and Cozens, J., Optical Guided Waves and Devices, McGraw-Hill Book Company, 1992.

**Tablo 3 Dâire kesitli kılavuzlarda TE<sub>nm</sub> modunda P'<sub>nm</sub> 'nin değerleri**

n	m=1	m=2	m=3
	P' <sub>n1</sub>	P' <sub>n2</sub>	P' <sub>n3</sub>
0	3.832	7.016	10.174
1	1.841	5.331	8.536
2	3.054	6.706	9.970

**Tablo 4 Dâire kesitli kılavuzlarda TM<sub>nm</sub> modunda P<sub>nm</sub> 'nin değerleri**

n	m=1	m=2	m=3
	P <sub>n1</sub>	P <sub>n2</sub>	P <sub>n3</sub>
0	2.405	5.520	8.654
1	3.832	7.016	10.174
2	5.135	8.417	11.620

**Sorular:**

1) Öz çekirdek) kalınlığı 2a olan basamak kırılma indisli bir dalga kılavuzunda TM<sub>01</sub> dominant modlu bir çalışmaya âit en küçük dalga boyunu bulunuz.

**Cevaplar:**

1) Öz (çekirdek) kalınlığı 2a olan basamak kırılma indisli bir dalga kılavuzunda normalize frekans

$$V = \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \right) NA$$

ile verilmektedir. Buradan dalga boyu çekilirse,

$$\lambda = \frac{2\pi a}{V} NA$$

bulunur. Modların kesim durumu  $V=m\pi$  ile belirlenir. Dolayısıyla modların kesim frekansını bulmak için  $V=m\pi$  kullanılır. Bu kullanılırsa,

$$\lambda = \frac{2\pi a}{V} NA = \frac{2\pi a}{2.405} NA$$

olur ki, TE<sub>01</sub> ve TM<sub>01</sub> modları için m=1'dir. Böylece, öz (çekirdek) kalınlığı 2a olan basamak kırılma indisli bir dalga kılavuzunda tek modlu bir çalışmaya âit en küçük dalga boyu

$$\lambda = \frac{2a}{2.405} NA \cong \frac{2a}{2.405} \sqrt{2\Delta} = 3.326a\sqrt{\Delta}$$

olarak elde edilir.

### 1.12. Faz Sâbiti

Yarı sonsuz *basamak-kırılma indisli* ya da *bir dilim dalga kılavuzu* ya da bir düzlem (planar) modeli ele alarak (23) ifâdesi daha açık hâle getirilebilir:

$$(\nabla_t^2 + k_c^2) \mathbf{E}_t = 0 \quad (135)$$

ya da

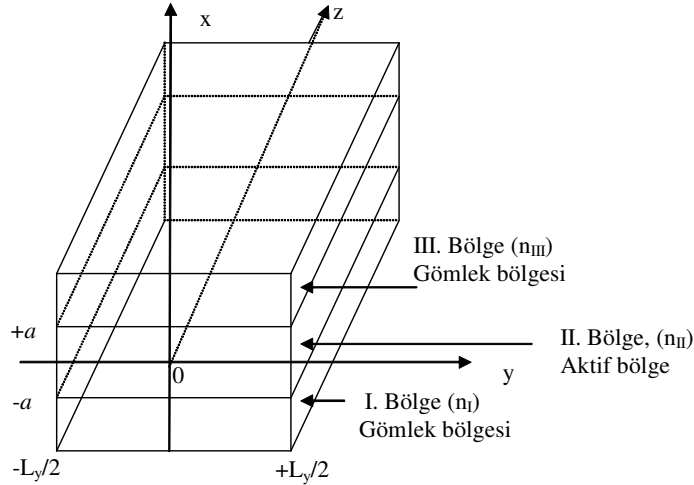
$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\omega^2}{c^2} n_{(I,II,III)}^2 - \beta_z^2 \right] E_z^{(I,II,III)} = 0. \quad (136)$$

Görüldüğü gibi, denklem her üç bölgeyi de temsil etmektedir. Bu dikdörtgen kesitli (kanal) dalga kılavuzundaki  $x$  ya da  $y$  değişkeni için bir sınırlama yapılabilir. (136) denkleminde  $y \gg x$  olsun (şekil 14). Burada  $y$ 'deki değişim,  $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ , alınabilir.

Kırılma indisleri  $n_I$ ,  $n_{II}$ ,  $n_{III}$  olan bölgelerden (katmanlardan) meydana gelen dalga kılavuzunun her üç bölesi için gerekli olan dalga denklemi, böylece TM modu için

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} n_{(I,II,III)}^2 - \beta_z^2 \right] E_z^{(I,II,III)} = 0 \quad (137)$$

olur. Genel olarak bölgelerin kırılma indisleri arasında, kılavuz konstrüksiyonu için,  $n_{III} < n_I < n_{II}$  eşitsizliği alınır. Modların yapısı, sâbit bir  $\omega$  açısız frekansında  $\beta$  faz (propagasyon) sâbitinin bir fonksiyonu olarak düşünülür.



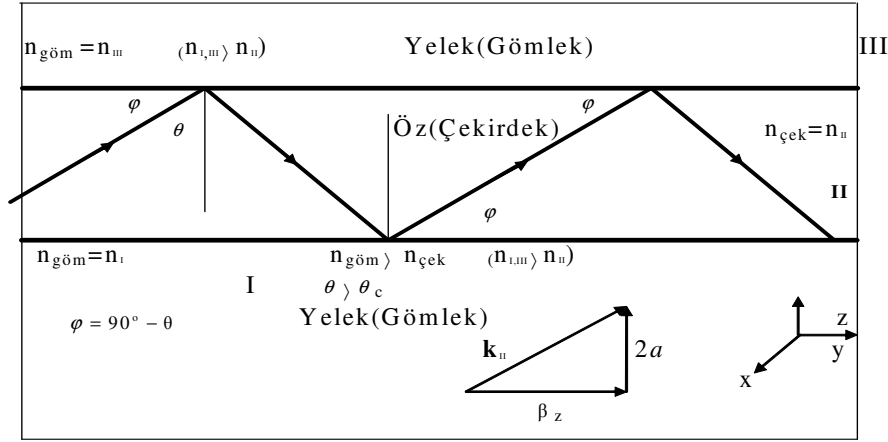
Şekil 14 Bir yarıiletken planar çift farklı yapı asimetrik bir dalga kılavuzunun (lazerin) geometrisi, aktif ve yelek (gömlük) bölgeleri  
Faz sâbitinin genel olarak

$$\beta_z = \frac{\omega}{v} \quad (138)$$

ile verildiği bilinmektedir. Kırılma indislerinin aldığı değerler, çalışma bölgelerini belirler (Şekil 13). Burada verilen dalga sayıları (numaraları),  $n_I$ ,  $n_{II}$ ,  $n_{III}$  birer kırılma indisi olmak üzere,  $k_I = k_0 n_I$ ,  $k_{II} = k_0 n_{II}$ ,  $k_{III} = k_0 n_{III}$  ile tanımlanır.  $k_0$ , boşluğun dalga numarası olup  $k_0 = \omega/c$  ile verilir (Şekil 15). Diğer taraftan (34)'den esinlenerek,

$$\beta_z = \sqrt{k_{II}^2 - \alpha_{II}^2} \quad (139)$$

bulunur. Burada  $\alpha_{II}$ , yayılım sâbiti  $k_c$  kesim dalga numarasından daha büyük olamaz (olursa 34. denkleme dikkate alındığında faz sâbiti imajiner olur: kesim dalga numarasına ilişkin faz sâbiti  $\beta_c = \sqrt{k_{II}^2 - k_c^2}$  olur.)



Şekil 15 Üç bölge bir basamak kırılma indisli dalga kılavuzu

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} n_{(I,II,III)}^2 - \beta_z^2 \right] E_z^{(I,II,III)} = 0 \quad (137)$$

Şekil 16 dikkate alınarak,  $k_{II} \langle \beta_z$  için görülür ki (136) denkleminde  $\frac{1}{E_z^{(I,II,III)}(x,y)} \frac{\partial^2 E_z^{(I,II,III)}}{\partial x^2}$  ifadesi,  $n_m \langle n_I \langle n_{II}$  eşitsizliği dikkate alındığında, her üç bölgede pozitif olur ve dolayısıyla,

$$\frac{1}{E_z^{(I,II,III)}(x,y)} \frac{\partial^2 E_z^{(I,II,III)}(x,y)}{\partial x^2} = \beta_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} n_{(I,II,III)}^2 \quad (140)$$

üstel bir değişim gösterir, dolayısıyla bu durumda uygun bir çalışma elde edilemez<sup>19</sup>.

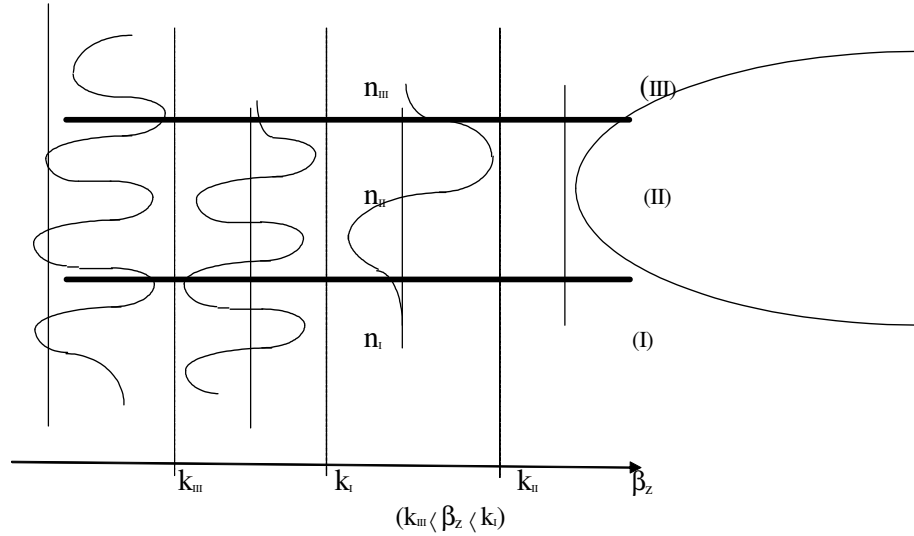
<sup>19</sup> Bhattacharya, P., Semiconductor Optoelectronic Devices, Second Edition, Prentice ,Hall.

Propagasyon sâbitinin  $k_{III} < \beta_z < k_{II}$  arasında olduğu durumda  $\frac{1}{E^{(I,II,III)}(x,y)} \frac{\partial^2 E^{(I,II,III)}(x,y)}{\partial x^2}$  ifâdesi, III. bölgesi ile I. bölgede pozitif ve II. bölgede negatif olur. Bu sebepten, elektrik alanına âit çözüm II. bölgede sinizoidal ve yelek (gömlek) bölgelerinde üstel (hiperbolik) olur. Bu çalışma şeklinde II. bölge hapsedici ve kılavuzlayıcı olarak kullanılır. I. ve III. bölgede dalgalar yayılamaz ve zayıflar.

Görüldüğü gibi hapsedici ve kılavuzlayıcı olan bu çalışma kırılma indislerinin  $n_{III}, n_I < n_{II}$  hâlinde elde edilmektedir. Propagasyon sâbitinin  $k_{III} < \beta_z < k_I$  aralığında olduğu durumda (137) denklemi, III. bölgede üstel (hiperbolik), II. ve I. bölgelerinde sinizoidal çözümler verir. Bu durumda I. bölgedeki sinizoidal değişim, özde (II. bölgede) bulunan kılavuzlanmış dalgadan kaçan güç kaybını gösterir, dolayısıyla bu çalışma modu arzû edilmez.  $\beta_z < k_{III}$  için (137) denklemi her üç bölgede sinizoidal çözüm verir. Bu çalıma şekline ise *Radyasyon Modu* denir. Bu moda, kılavuz yelek (gömlek) bölgelerinde güç kaybına uğrar.

Propagasyon sâbitinin  $k_I < \beta_z < k_{II}$  aralığında  $\beta_z$  ayrık değerlidir ve böyle bir duruma âit çözümlere *Öz Değerler* denir.  $\beta_z$ 'nın ayrık değerleri kılavuz içinde farklı yayılım modlarını ortaya çıkarır. Radyasyon modlarına karşı düşen  $\beta_z$ 'nın değerleri sürekli olur (Şekil 16).

Hapsedilmiş olan bir çok propagasyon modu,  $n_I, n_{II}, n_{III}$  kırılma indislerinin îzâfi değerlerine, frekansa ve öz bölgesinin (aktif bölgenin) kalınlığına bağlıdır. Aktif bölgenin kalınlığı ( $2a$ ) artarken kılavuz içinde ilkin TE modunun en düşük mertebeli modu meydana gelir. Daha sonra artışa göre diğer modlar ortaya çıkar.



Şekil 16 Faz sâbitine göre çeşitli dalga numaraları

**Sorular:**

1) Simetrik basamak kırılma indisli dalga kılavuzu için Şekil 7'deki bölgelerin kırılma indisleri nasıl oluşturulur?

2) Şekil 7'de  $n_i=n_{III}=3.45$ ,  $n_{II}=3.50$  olarak simetrik TE Modu, Antisimetrik TE Modunu, Simetrik ve Antisimetrik TM Modları ile ilgili Propagasyon sâbitlerinin değişimleri çiziniz.

3) Simetrik TE moduna âit propagasyon sâbitinin grafiğini çiziğiniz.

4) Anti Simetrik TE moduna propagasyon sâbitinin grafiğini çiziniz.

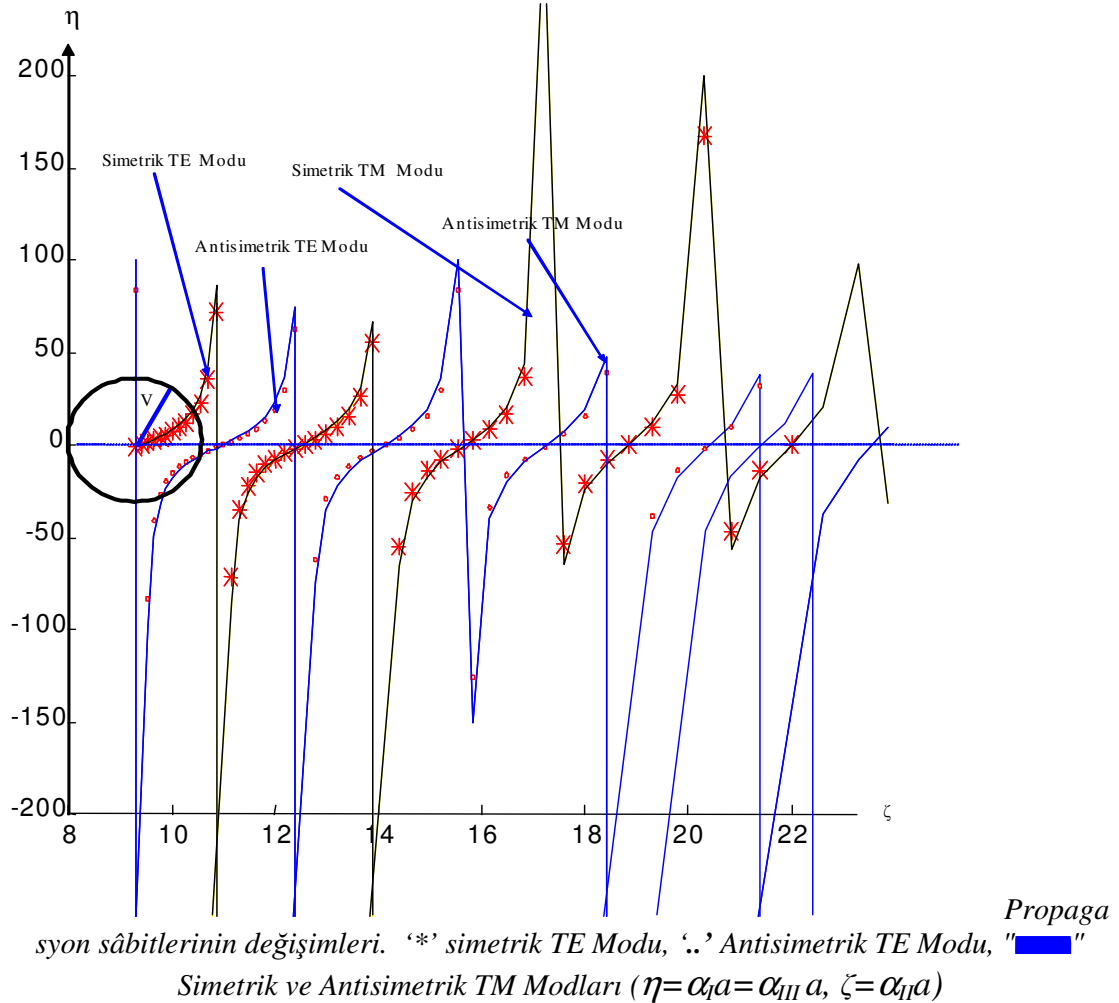
5) Antisimetrik TM modundaki propagasyon sâbitinin grafiğini çiziniz.

6) Simetrik TM modunda propagasyon sâbitinin grafiğini çiziniz.

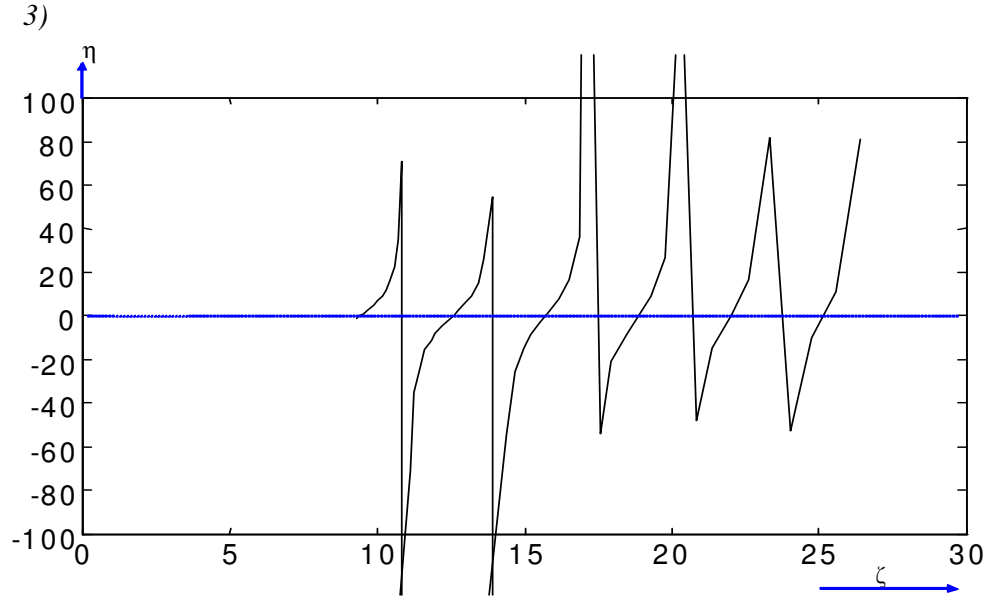
**Cevaplar:**

1)  $n_i=n_{III}$  ve  $n_{II}$  kırılma indisleri sırası ile alüminyum ve galyumun  $Al_{0.23}Ga_{0.77}As$  ve  $Al_{0.18}Ga_{0.82}As$  kompozisyonu ile elde edilebilir [Chiang, 1992].

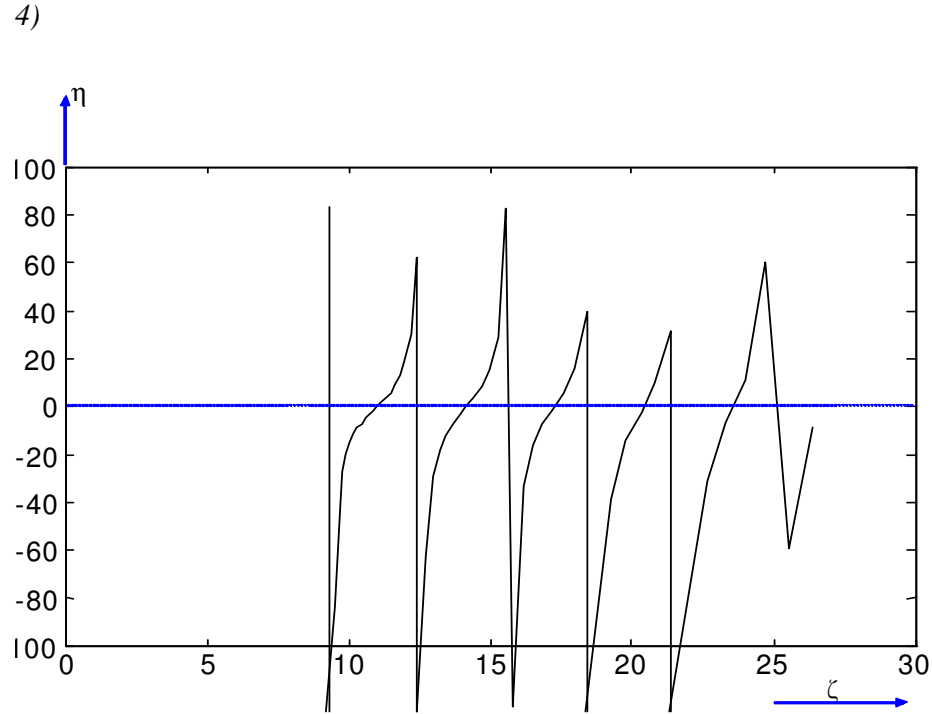
2)





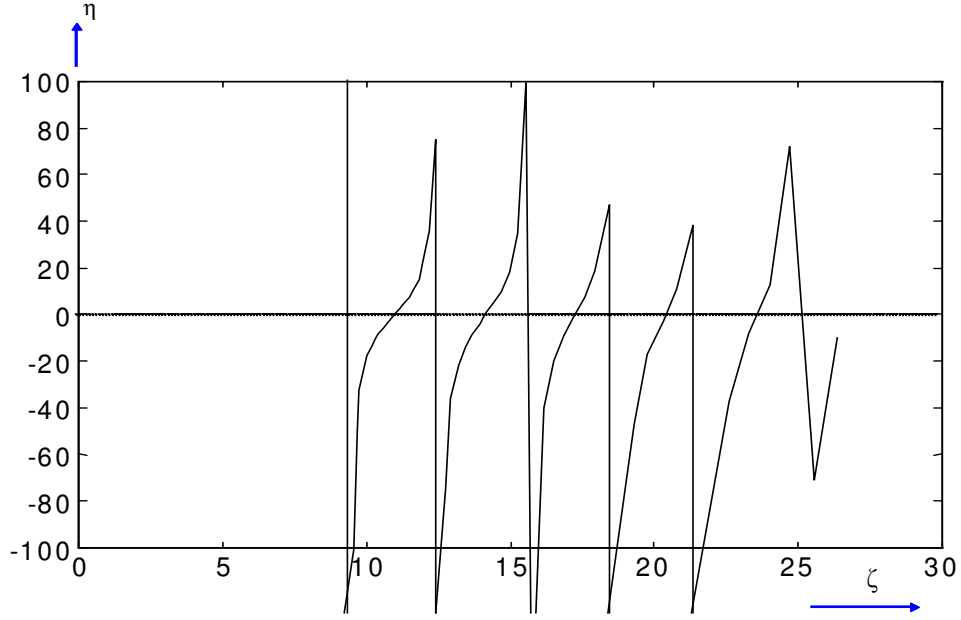


Simetrik TE moduna, ( $\eta = \zeta \tan \zeta$ ), âit propagasyon sâbitinin grafiği (



Antsimetrik TE moduna, ( $\eta = -\zeta \cot \zeta$ ), âit propagasyon sâbitinin grafiği

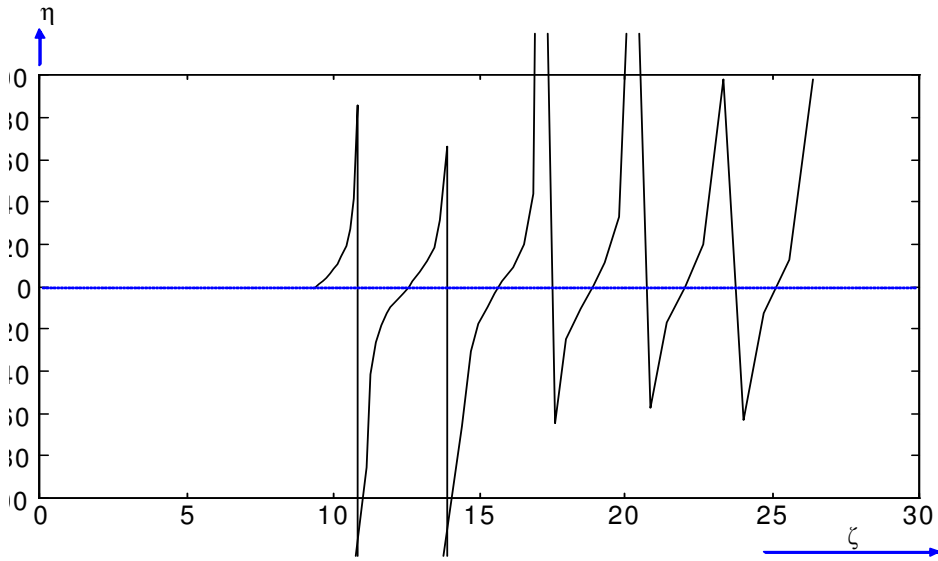
5)



Simetrik *TM* moduna,  $(\eta = \left[ \frac{n_I}{n_{II}} \right]^2 \zeta \tan \zeta)$ , âit yayılma (propagasyon) sâbitinin

grafîği

6)



Antisimetrik *TM* modunda,  $(\eta = - \left[ \frac{n_I}{n_{II}} \right]^2 \zeta \cot \zeta)$ , âit propagasyon sabitinin grafîği

**Sorular:**

- 1) Önemli yarıiletken maddeler nelerdir?
- 2) Galyum Arsenik (GaAs) malzemesinin önemi nedir?
- 3) Galyum arsenikten başka önemli yarıiletkenler nelerdir?
- 4) Yarıiletkenlerin enerji-bandı sıcaklıkla nasıl değişir?
- 5) Enerji-momentum ilişkisine göre yarıiletkenler kaçça ayrılır? Bunlar ne gibi özellikler gösterir?
- 6) Bir yük taşıyıcısının sürüklenme hızı neye bağlıdır?
- 7) Bir yük taşıyıcısının efektif kütlesi ne ile orantılıdır?
8. Farklı yapı malzemelerde alüminyumun etkisi nedir?
- 9) Galyum arseniğin târihi profili nedir?
- 10) Galyum arsenik-bazlı teknolojiler nelerdir?
- 11) Galyumun silisyuma göre avantaj ve dezavantajı nedir?
12. Silisyum ve galyum arseniği karşılaştırınız.
- 13) Galyum arseniğin (GaAs'in) önemi nedir?
- 14) Galyum arseniğin (GaAs'in) gelecekteki önemi nedir?
- 15) Maske nedir?
- 16) Oksitleme (Silisyum Oksidasyonu) nedir?
- 17) Fotolitografi nedir?
- 18) Metalleştirme (Metalizasyon) nedir?
- 19) Pasifleştirme (Passivation) nedir?

**Cevaplar:**

Periyodik tablonun dördüncü grup elemanları olan germanyum ve silisyumdan başka teknolojik önemi büyük olan başka yarıiletkenler de vardır. Bunlardan bir tânesi, periyodik tablonun III. grup elementi Galyum (Ga) ve V. grup elemementi Arsenik, (As), elementinin meydana getirdiği bir bileşik yarıiletkendir. Galyum (Ga) ile Arsenik, (As), günümüz teknolojisinin önemli bir bileşik yarıiletken malzemesi olan Galyum Arsenik (GaAs) malzemesini meydana getirir. GaAs, bu gün bilim ve teknolojinin en popüler malzemelerinden birini teşkil etmektedir. GaAs yarıiletkeni ve türevleri bugün teknolojide en çok kullanılan malzemeler arasındadır. Bu malzemelerin önemlileri aşağıdaki görülmektedir (Tablo I).

**Tablo I**

Element	IV-IV Valanslı	III-V Valanslı	II-VI Valanslı
Silisyum (Si) Germanyum (Ge)	Silisyum Karbür (SiC)	Alüminyum Arsenik (AlAs), Alüminyum Antimon (AlSb), Bor Nitriür (BN), Galyum Arsenik (GaAs), Galyum Fosfit (GaP), Galyum Antimon (GaSb), İndiyum Arsenik (InAs), İndiyum Fosfit (InP), İndiyum Antimon (InSb)	Kadmiyum Sülfür CdS), Kadmiyum Selenür (CdSe), Kadmiyum Tellür (CdTe), Çinko Sülfür (ZnS), Çinko Selenür (ZnSe), Çinko Tellür (ZnTe)

2) Galyum arsenik (GaAs) malzemesi üzerinde yapılan çalışmalar özellikle bilgisayar mîmârisinde ve harp endüstrisinde kullanılan entegre devrelerin elde edilmesi

yönünde ilerlemektedir. Yüksek hızlı ve düşük gerilim ile ateşlemeli lazer diyotlar, yüksek hızlı ve yüksek performanslı elektronik devreler ve dolayısı ile aynı zamanda optik iletişim için de GaAs teknolojisi vazgeçilmez bir ham maddeyi oluşturmaktadır.

Galyum arseniğin<sup>20</sup> aliminyum arsenik (AlAs) ile meydana getirdiği farklı yapılı cihazların teknolojide büyük bir önemi vardır. Galyum arsenik ve aliminyum arsenik malzemelerinin bazı fizikî özelliklerinin silisyum ile olan karşılaştırılması aşağıdaki tabloda görülmektedir (Tablo II).

**Tablo II**

Özellikler	Silisyum (Si)	Galyum Arsenik (GaAs)	Alüminyum Arsenik (AlAs)
Yoğunluk, $10^3 \text{ kg/m}^3$	2.3290	5.360	3.760
Erime Noktası ( $^{\circ}\text{C}$ )	1413	1238	1740
Termal Direnç, $\text{W}(\text{K cm W}^{-1})$	0.64	2.27	1.1
Termal Genişleme Sâbiti, ( $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ )	2.6	6.4	5.2
Sertlik	10	7	5
Termal İletkenlik $\text{W/cm}^{\circ}\text{C}$	1.5	0.46	
Termal Difüzyon $\text{cm}^2/\text{s}$	0.9	0.44	
İzâfi Dielektrik Sâbiti	11.9	13.1	
Azınlık Taşıyıcı Ömrü, s	$2.5 \times 10^{-3}$	$\sim 10^{-8}$	

3) Galyum arsenikten başka önemli yarıiletkenler nelerdir?

Galyum arsenikten başka Kadmiyum Tellür (CdTe) ve Çinko Sülfür (ZnS) gibi malzemelerin ayrıca önemi vardır. CdTe'nin Kadmiyum Sülfür (CdS) ile meydana getirdiği CdS/CdTe şeklinde yapılar üzerindeki çalışmalar büyük bir yoğunluk arz etmektedir. 1991'de GaAs'ten<sup>21</sup> ve CdTe'den yapılan güneş pillerinin, sırası ile güneş ışığının %24 ve %15'nin üzerindeki bir kısmını elektrik enerjisine dönüştürdüğü rapor edilmiştir. Bu konudaki çalışmalar daha çok verimi yükseltme yönünde ilerlemektedir<sup>22</sup>. Tablo III'de yarıiletken lazerler'e âit kullanılan yabancı katkı maddeleri görülmektedir.

**Tablo III**

Lazer Malzemesi	Kullanılan Teknoloji	n-Tipi Katkı Malzemeleri	p-Tipi Katkı Malzemeleri
GaAs/GaAlAs	LPE	Sn, Te, Si, Se	Zn, Ge, Mg, Be
	MOCVD	Se, Si, Ge, Sn	Zn, Mg, Be
	MBE	Sn, Si, Ge	Be, Zn, Mg
InP/GaInAsP	LPE	Sn, Te, Ge, Si	Zn, Cd
	MOCVD	Se, S, Te	Zn
	MBE	Si, Sn	Be

\* Bunlar kısaltmalardır: LPE (Liquid Phase Epitaxy), MOCVD (Metal-Organic Chemical Vapor Deposition), MBE (Molecular Beam Epitaxy)

<sup>20</sup> Hjort, K., et al., Gallium Arsenide as a mechanical material, J. Micromech. Microeng. Volume 4, Number 1, March 1994.

<sup>21</sup> Tobin, S.P. and et al., Proc. 21st IEEE PVSC., IEEE, p. 158, 1991, New York.

<sup>22</sup> Başol, B., Polycrystalline Thin Film Compound Solar Cells, Turkish Journal of Physics, Volume 16, Number, 2, 1992.

4) Yarıiletkenlerin enerji-bant modelinde, silisyum ve galyum arseniğe âit, yasak bantın sıcaklıkla değişmesi,  $dE_G/dT$ , hem silisyum ve hem de galyum arsenik için negatif eğimlidir<sup>23</sup>.

5) Bir serbest elektronun enerjisi ile momentumu arasında  $E=p^2/2m$  bağıntısı mevcuttur. Bu bağıntıya göre, bir serbest elektronun momentumu, kinetik enerjisinin sıfır olduğu anda sıfır olur. Bununla beraber, iletim bantının minimum olduğu durumda enerjisi sıfır olduğu halde, elektronun momentumu sıfırdan farklı olabilir. Dolayısı ile, bazı malzemelerde, bir elektronun valans bandından iletim bandına geçmesi esnâsında hem enerjisi ve hem de momentumu değişir. Bu tür yarıiletkenlere İndirekt Yarıiletkenler denir. İndirekt yarıiletkenlere örnek olarak, germanyum, silisyum ve aliminyum-antimon verilebilir. Bunlarda iletim bantının minimumu ile valans bantının maksimumu farklı momentum noktalarında bulunur.

Galyum arsenikte elektronun momentum ve enerji durumu, silisyum gibi, bazı yarıiletkenlerin momentum ve enerji durumlarından farklıdır. Bu yarıiletkende valans bantının maksimumu ile iletkenlik bantının minimumu aynı momentum noktasında buluşur. Bu sebepten dolayı, galyum arsenikte, valans bandından iletim bandına geçen bir elektron, momentumunda bir değişmeye mâruz kalmaz. Bu özelliğinden dolayı galyum arseniğe Direkt Yarıiletken denir.

Diğer direkt yarıiletkenlere örnek olarak, Galyum-Antimon (GaSb), İndiyum-Arsenik (InAs), İndiyum-Antimon (InSb), Kadmiyum-Sülfür (CdS), Çinko-Oksit (ZnO) verilebilir.

İndirekt yarıiletkenlerde genel olarak optik geçişler olabilir. Mesela galyum fosfit (GaP) kullanan yeşil renkli **LED (Light Emitting Diode)** bunun bir örneğidir. Çünkü GaP yarıiletkeni indirekt bir yarıiletkendir. Bununla beraber, bu tip malzemelerin radyasyon osilasyon şiddeti direkt yarıiletkenlerinkinden daha zayıftır. Aslında, bir grup elektron-delik çiftinin birleşmesinden doğan radyasyonun büyüklüğü, radyatif ve nonradyatif hızlar arasındaki bir yarış ile ilgilidir. İndirekt yarıiletkenlerde nonradyatif özellik baskındır. Buna karşılık GaAs gibi direkt yarıiletkenlerde ise, radyatif özellik başta gelir.

Elektronların, başlangıçta iletim bantının alt kenârında veyâ alt kenârın yukarısındaki herhangi bir enerji seviyesinde olduğunu farzedelim. Eğer bu elektronlar, valans bantının üst kenârı veyâ bu kenârın altındaki herhangi bir enerji seviyesine bir geçiş yaparlarsa, yasak bant enerjisi ( $E_G$ ) kadar bir enerji, ya bir fotona ya da adı o anda belirlenen bir prosese aktarılır. Emisyon bu olayın enerji verişinin bir sonucudur.

Bu işlemin tam tersi, Yâni, soğurma (absorpsiyon) da mümkündür. Bu durumda elektronlar, valans bantının üst kenârı veyâ bunun altındaki herhangi bir enerji seviyesinden, iletim bantının alt kenârı ya da bunun üstündeki herhangi bir enerji seviyesine yaptıkları bir geçiş esnâsında, yasak bant enerjisi kadar bir enerji kazanırlar.

Herhangi bir reaksiyonda enerji ve momentum korunmalıdır. Bunların en kolayı enerjinin korunumudur.

Momentumun korunumu, meydana gelen olayın daha dikkatli bir incelenmesini gerektirir. Çünkü, başlangıçta eşit olan bütün enerji bileşenlerinin son momentumlarının vektör toplamlarının bulunması lâzımdır<sup>24</sup>.

Tablo IV'de önemli yarıiletken malzemelerin bazı özellikleri görülmektedir.

<sup>23</sup> 4. Temiz, M. ve Sayın, A.R., Geleceğin Yarıiletkeni GaAs, 5. Denizli Malzeme Sempozyumu, 7-8-9 Nisan 1993.

<sup>24</sup> Verdeyen, J.T., Laser Electronics, p.365, Prentice-Hall, Ney Jersey, 1989.

6) Bir yük taşıyıcısının, meselâ bir elektronun, elektrik alanı tarafından ivmelendirildiğinde kazandığı hız, enerji ya da momentum kaybetmeden,  $m^*$  efektif kütesine ve ivmelenebildiği süre içindeki  $\tau$  ömrüne bağlıdır. Yâni taşıyıcının sürüklenme hızı

$$v_d = e\tau E/m^*$$

olarak verilir<sup>25</sup>. Burada  $v = \mu E$  ilişkisi göz önünde bulundurulduğunda hareketlilik katsayısının

$$\mu_n = e\tau/m^*$$

olduğu görülür.

Küçük elektrik alanı kullanıldığında  $\tau$  sâbittir ve  $\mu_n = \frac{e\tau}{m^*}$  eşitliği Düşük Alan

Taşıyıcı Hareketliliği adını alır.  $m^*$  ve  $\mu_n$ 'nin ölçülen değerleri, galyum arsenikte serbest elektron için yaklaşık 0.35 ps'lik bir zaman verir.

**Tablo IV**

Yarıiletken Malzeme	Yasak Bant Genişliği (eV)	İzafi Dielektrik Sâbiti	Elektronun Hareketlilik Sâbiti, $\mu_e$ , $\text{cm}^2/\text{V.s}$	Boşluğun (Deliğin) Hareketlilik Sâbiti, $\mu_p$ , $\text{cm}^2/\text{V.s}$
C(i)*	5.47	5.7	1800	1200
GaP(i)*	2.26	11.1	1600	100
AlAs(i)	2.16	10.9	180	-
GaAs(d)**	1.43	13.2	8500	400
InP(d)	1.35	12.4	4600	150
Si(i)	1.12	11.9	1500	450
GaSb(d)	0.72	15.7	5000	850
InAs(d)	0.36	14.6	33000	460
InSb(d)	00.17	17.7	80000	1250

\*: i=indirekt

\*\* : d=direkt

7) Bir taşıyıcının efektif kütesi enerji-momentum ilişkisinin tersi ile orantılıdır<sup>26</sup>:

$$m^* = 1 / \frac{d^2 E}{dp^2}$$

8) Farklı yapılı bir yarıiletken bir malzemede alüminyumun (Al'un) yüzdesi artırılırsa, malzemenin enerji-bant genişliği artar, kırılma indisi azalır. Teknolojideki gelişmeyi bilenler, Al'un GaAs ile meydana getirdiği bu özelliği Allah'ın bir özel ikramı olarak görmektedirler. Çünkü, bu iki özellik teknolojik gelişmeler için sayılamayacak kadar imkanlar sağlamaktadır<sup>27,28</sup>.

<sup>25</sup> Everard, J. and Haigh, D., GaAs technology and its impact on circuits and systems, p.379, 1989, London.

<sup>26</sup> Everard, J. and Haigh, D., GaAs technology and its impact on circuits and systems, p.380, 1989, London.

<sup>27</sup> Verdeyen, J.T., Laser Electronics, p.390-392, Prentice-Hall, Ney Jersey, 1989.

<sup>28</sup> Casey, H.C., Panish, M. P., 1978. Heterostructure Lasers, Academic Press, Inc., New York.

9) GaAs ile yapılmış yüksek hızlı lojik devreler, ilk sonuçlarını 1970'li yılların sonları ile 1980'li yılların başlarında vermeye başlamasından beri, hesaplama ve sinyal işleme gibi uygulamalarda büyük bir gelecek vâdetmiştir.

İlk zamanlar, GaAs'ten tranzistör yapmak için bileşiğin çözümü yüksek bir sıcaklık gerektirdiğinden, zorluklarla karşılaşıyordu. Ayrıca, genel olarak, taban maddesine difüzyon yapmak mümkün değildi. 1970'li yılların ortalarında bu problemler halledildi.

İlk cihazlar, mesa-dağlama prosesi ile başarılan ve cihazlar arasında izolasyonu bulunan epitaksiyel büyüme ile sağlanan aktif-alanlı FET'lerdi. 70'li yıllardan beri GaAs entegre devreleri (IC'leri), bilhassâ planar proses yardımıyla, şaşırtıcı bir hızla büyük bir gelişme gösterdi. Öyle ki, gelişmeler her 7-8 ayda bir ikiye katlandı. GaAs lojik teknolojisinde en çok kullanılan tranzistör n-kanallı metal yarıiletken MESFET'tir [(Metal Semiconductor, (MES) FET'-(MESFET)]. Bu yapı, basitliği sebebiyle, nisbeten kolaydır. Diğer bir avantaj da GaAs'in elektron hareketlilik sâbitininin yüksek olmasıdır. Ayrıca, metal-yarıiletken Schottky duvarının yüksekliği de ayrı bir üstünlük meydana getirir<sup>29</sup>.

10) Bugün malzeme temininde kullanılan temel üç yaklaşım vardır: Bunlar, **VPE** (Vapour Phase Epitaxy), **MBE** (Molecular Beam Epitaxy) ve **II** (Ion Implantation) teknikleridir. Tümüleşik Mikrodalga Entegre Devre (Monolithic Microwave Integrated Circuit, **MMIC**)-bazlı MESFET için tercih edilen malzeme şekillendirme tekniği **II**'dir. Fakat **HEMT** (High Electron Mobility Transistor), ve **HBT** (Heterojunction Bipolar Transistor) gibi cihazlar için **II** tekniği kullanılmaz. Bunlar için **VPE** ve **MBE** teknolojileri faydalıdır.

Aktif n-katmanlı (tabakalı) yapı oluşturulduktan sonra entegre devre fabrikasyonu için litografi (litography), çöktürme (deposition) ve dağlama (etching, aşındırma) teknikleri kullanılır<sup>30,31</sup>.

Litografi<sup>32</sup>, dağlama ve metalik çöktürmeye âit deseni (şablon) tanımlayan bütün proses merhalelerine âit herhangi bir proses teknolojisinin hayâtî bir parçasını oluşturur<sup>33</sup>. Litografik bir proses, ışığa mâruz tutulan bir fotografik maske ile ışığa duyarlı ince bir film tabakada oluşturulması gereken şekillerin tanımlı bir şablonunu (desenini) içerir.

Litografinin de çeşitleri vardır. Optik litografi bu gün 250 nm civârında olan rezolüsyonu 2003 yılına kadar 150 nm olarak hedeflemiştir<sup>34</sup>.

Çöktürme de çeşitlidir. Bir **MMIC** imâlâtı, metal ve dielektrik filmlerin her ikisinin birden çöktürülmesini gerektirir<sup>35</sup>.

Galyum arsenik teknolojisinde bir kaç dağlama tekniği vardır. Bunların en önemlileri arasında **IBM** (Ion Beam Milling), **RIEPE** (Reactive Ion Etching and Plasma Etching), ve **WCE** (Wet Chemical Etching) bulunur.

<sup>29</sup> Wang, C.T., Introduction to Semiconductor Technology, GaAs and Related Compounds (Boğaziçi University Library, 3001100158305), John Wiley and Sons, Ney York.

<sup>30</sup> Geald, B. E, Lloyd, C.L. and John, G.M., 0.25 lithography using 248-nm step-and-scan technology, Solide State Technology, pp.51, June 1995.

<sup>31</sup> Lynn, R. A., John, M., Grant, T.N., Valiev, K., Velikov, L. and Meshman, B., Vacuum.

<sup>32</sup> Levenson, M.D., Extending optical lithography to the gigabit era, Solide State Technology, pp. 57, February 1995.

<sup>33</sup> Rembetski, J.F., Rust, W. and Shepherd, R., The removal of hard mask in semiconductor processing, Solide State Technology, pp. 67, March 1995.

<sup>34</sup> Guest Editorial, Production lithography down to 150 nm, Solide State Technology, pp. 56, March 1995.

<sup>35</sup> Sorlie, C., Brett, M.J. and Dew, S.K., Smy, T., Advanced process simulation of metal film deposition, Solide State Technology, pp. 101, June 1995.

11) Silisyuma göre galyum arseniğin en çok övünülen üstünlüğü bununla hızlı çalışan cihazların yapılmasının mümkün olmasıdır. Bununla beraber, GaAs'in elde edilebilen güç avantajı, hız yanında kaybolur. Ayrıca GaAs devreleri, silisyum devrelerine göre, daha çok uzay araştırmalarında ve askeriyede câzip teklifleri çekmek için bu gün önemli ölçüde düzeltilmiş olan radyasyon güçlükleri gösterir.

Galyum arseniğin ana dezavantajları, malzeme problemlerinden kaynaklanmaktadır ki bunlar, çalışan devrelerin üretiminin düşük olmasına yol açabilir, dolayısı ile uygulanabilir devre karmaşıklığını sınırlar. Meselâ, 1982'de büyük bir silisyum entegre devrede (IC) geçerli lojik kapı sayısı yaklaşık 4 milyon olduğu halde, galyum arsenik entegre devrede 100 000 civârında ropor edilmiştir. Genel olarak GaAs teknolojileri Si teknolojilerinden daha hızlıdır fakat küçük geometrili MOS cihazlarındaki son gelişmeler, geliştirilmiş GaAs MESFET cihazları ile Si'un arasındaki aralığın daraldığı anlamına gelmektedir<sup>36</sup>.

Sonuç itibâriyle, bir devre teknolojisi olarak GaAs'e dayalı HEMT veyâ HBT'nin kullanılmasıyla en büyük avantajlar kazanılabilir. Bir çok Japon firması, yoğun bir şekilde bu yaklaşımı tâkip etmektedirler.

12) Silisyum, yariletkenler içinde bipolar ve dijital uygulamalarda daha yüksek kapasiteli ve en hızlısıdır. Hızın daha az olduğu uygulamalarda CMOS baskın olmaya namzet görünmektedir. Galyum arseniğin (GaAs) dijital uygulamalarda sınırlı ve fakat analog uygulamalarda daha avantajlı olduğu görülür.

Hız-elektrik alanı karakteristiğine göre,  $0.1 \text{ V}/\mu\text{m}$ 'nin altındaki bölgede GaAs ve Si'da elektron taşıyıcılarına âit taşıyıcı hız eğrileri birbirine paraleldir.  $0.3 \text{ V}/\mu\text{m}$ 'de GaAs'in taşıyıcı hızı bu iki malzemenin taşıyıcı hızları fakının 5 katıdır.

GaAs'in hareketlilik katsayısı silisyumunkinden daha düşüktür. Bu durum, CMOS eşdeğerinin GaAs'te üretilmemesinin tek sebebini teşkil eder.

Pratik devrelerde, GaAs'in Silisyum üzerine avantajı, büyüklük bakımından güvenli bir şekilde üretilebilen yarı izolasyonlu taban maddesidir. Devre dizaynında göz önünde tutulan ana husus budur. Çünkü, cihazlar arasında ve cihazlarla taban maddesi arasında meydana gelen parazit kapasite, silisyum teknolojisi ile mukayese edildiğinde, çok küçüktür. Bu GaAs'te önemli bir avantaj sağlar.

GaAs, direkt yariletken olduğundan, elektronlar sekonder üst bant içinde uyarılır ve ışık emisyonu ile gecikmeye uğrarlar ve kızıl ötesinde ışık yayar (neşreder). Eğer fosfor ile üçlü bir bileşik hâlinde ise, yayılan ışık görünen ışık olur. Halbuki, indirekt bir yariletken olan silisyum ışık neşretmez.

200 MHz saat hızlarından daha alçak develerde CMOS, muhtemelen BiCMOS veyâ SOI teknolojileri hâkimdir. En yüksek hızlarda ve benzer küçük ölçekli devrelerde HBT formunda GaAs baskın olur.

Analog uygulamalarda 1GHz'in altında silisyum bipolar, GaAs teknolojilerine baskındır. 1 GHz'in üzerinde R.F kuvvetlendiricileri, mixer ve osilatörlerde GaAs alçak gürültü avantajına sâhiptir.

13) GaAs'in vâdettiği esas gelecek, yalnız kendisine mahsus olan optik ve elektronik özellikleri, yeterli optik geçiş ve yüksek bir elektron hareketliliği vermesinden kaynaklanmaktadır. Bu sebeple, bu malzeme fiberoptik ve uydu haberleşme teknolojisinin

<sup>36</sup> Wang, C.T., Introduction to Semiconductor Technology, GaAs and Related Compounds (Boğaziçi University Library, 3001100158305), John Wiley and Sons, Ney York.



doğmasında esas rolü oynamaktadır. Bunun bir sonucu olarak, bu gün, kullanıcı bilgisayarları, güçlü çalışma istasyonları, data bazlarını içeren büyük bilgisayar sistemleri (mainframe) ve hattâ süper bilgisayarlar, gittikçe artan bir hızla, galyum arsenik ve onunla ilgili yariletken bileşiklere bağlı kalmaktadır. Kuvvetli bir galyum arsenik teknolojisi, silisyum teknolojisi üreticilerinin, yariletken endüstrisinde tamâmen bir ön şart durumundaki yoğun data işlemlerini kolaylaştırmaktadır. GaAs-bazlı farklı yapıları jonksiyonlar, dijital, mikrodalga, milimetrik dalga ve optik devrelerin çeşitli kombinasyonlarını mümkün kılmaktadır. GaAs, LED (Light Emitting Diodes) ile solar pil uygulamalarında geniş bir şekilde kullanılmakta ve bugün önemi gittikçe artmakta olan mikromekanikte de ümit vâdetmektedir. Netice itibâriyle, galyum arsenik cihazları, silisyum teknolojisinin bir tümleyeni olduğu gibi, son yıllarda, süper bilgisayar üreticilerinin de tercihleri arasına girmiştir. Ayrıca, askeri ve ekonomik bakımlarından da galyum arseniğin stratejik bir önemi vardır<sup>37,38</sup>

14) Entegre devre-bazlı GaAs'ın gelecekteki durumunu tahmin etmek mümkün olmamakla berâber, yüksek hızlı dijital ve analog devrelerdeki bir çok yeni tekniğin sistem mühendisliğindeki yoğun araştırmaları sürmektedir. Bunlar, Malzeme Bilimi, Litografi, Dağlama ve Çöktürme, Hızlı Termal Proses ve Lazer Prosesi olarak sınıflandırılabilir.

Malzeme Bilimi'nde esas mevcut araştırmalar, homo veyâ hetero jonksiyonlu III-V grup yariletken malzemelerine âit taban malzeme kalitesi üzerinde yoğunlaşmış bulunmaktadır. Malzeme çubuğunun fırınlanması, limit tanımayan en yüksek frekans devreleri için hassas çizgi litografisi gerektireceğinden, geliştirilmesi gerekli olan taban maddesi ve yüzey hazırlanmasının kalitesinin artırılması sürdürülmektedir.

Farklı eklemler (Heterojunction) cihazların imâlinde epitaksiyel büyüme teknikleri MBE, MOCVD (Metal-Organic Chemical Vapour Deposition) veyâ MOMBE (Metal-Organic Molecular Beam Epitaxy) arasındaki rekâbet hızla sürmektedir.

Litografi Bilimi'nde mikron altı araştırmaları için mevcut yönelim EBL (Electron Beam Liography)'dir. Bununla berâber x-ışını litografisi alternatif potansiyel bir tekniği meydana getirmektedir. Bu, ince dirençlerdeki mikron altı tanımlama ve çalışmalarında etkilidir. Bununla berâber, x-ışını kaynaklarının daha da geliştirilmesi lâzımdır ve maskeleme mebranlarının imâlâtı yeniden ele alınmalıdır. Geliştirilmiş mercek ve lazer'lerle, Optik merhaleler de mikron altı geometrisinde süratle ilerlemektedir<sup>39,40,41</sup>.

Dağlama ve Çöktürme'de malzeme ve üniform yapılarıdaki gelişmelerle nemli dağlama prosesinden uzaklaşmaktadır. Bununla berâber, kuru proses, plazma enerjisinin yariletkeni hasara uğratabileceği sebebiyle, problemsiz değildir. Mikrodalga plazma ve manyetik alanlar içeren yeni teknikler araştırılmaktadır ki, bunların içindeki iyon enerjisi hasarı azaltacak yönde bağımsız olarak kontrol edilebilir. Bu tekniğin modifikasyonu çöktürme prosesine de uygulanabilir<sup>42,43</sup>.

<sup>37</sup> Lizotte, T., et al., Lazer drilling speeds BGA packaging, Solide State Technology, pp. 121 September 1996.

<sup>38</sup> Brown, A.S. Itoh, T., Wicks, G., Eastman, L.F., Si diffusion in GaInAs-AlInAs high-electron-mobility transistor structure, J. Appl. Phys. 60 (10) November 1986.

<sup>39</sup> Brown, A.S. Itoh, T., Wicks, G., Eastman, L.F., Si diffusion in GaInAs-AlInAs high-electron-mobility transistor structure, J. Appl. Phys. 60 (10) November 1986.

<sup>40</sup> Shellenberg, F.M., The litho/design workshop, Solide State Technology, pp. 57 and 87, October 1996.

<sup>41</sup> Cromer, C.L., et al. Improved dose metrology in optical lithography, Solide State Technology, pp. 75, April 1996.

<sup>42</sup> Lee, J.T.C., A comparison of HDP sources for polysilicon etching, Solide State Technology, pp. 63, August 1996.

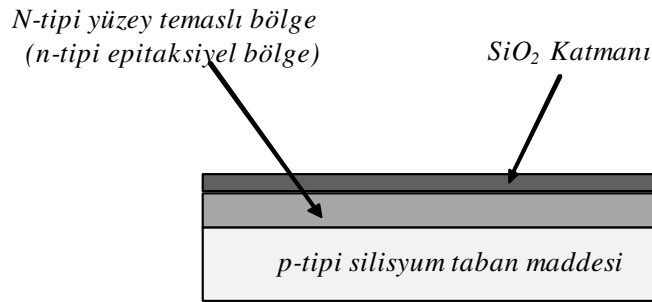
Hızlı Termal Proses'te daha ince katmanlarla ve yarıiletkenin her iki katmanı ile birlikte teknolojik bazı özellikleri [High Electron Mobility Transistor, 2-Dimensional (HEMT 2D), Heterojunction Bipolar cihazların elektron gazı ve baz genişliği] ve daha yüksek frekans performansı için gerekli dielektrik ile birbirine eklenen iç arayüz entegrasyonu olarak ulaşılamayan sıcaklık prosesleri, tahripkar olabilmektedir. Bu problemi çözmek için bir çözüm olarak ortaya çıkan, mâruz kalınan tüm sıcaklığı azaltmaya yönelik fırınlama esnasında içinde kısa yüksek sıcaklık darbelerinin bulunduğu, hızlı termal proses uygulanabilir.<sup>44,45</sup>

Lazer Prosesi'ne gelince, bileşik yarıiletken prosesinde lazer'lerin kullanılması, teknolojik gelişmelere âit sahâlarda yeni kapılar açmıştır. Bu alandaki gelişmeler, epitaksiyel büyümeden evvel istenmeyen oksidi kaldırarak taban maddesinin yüzeyini uygun bir duruma getirmek için laboratuvarından çıkararak teknoloji alanında kullanıma sunulmuştur. Kontak sinterlemeye âit seçici sıcaklık için ve delik delmede reaktif iyon dağlamaya bir alternatif olarak lazer'ler, bu gün, başarılı bir şekilde kullanılmaktadır.

Bütün bu gelişmelerin hepsi, homo ve hetero jonksiyon cihaz ve devrelere uygulanabilmekte ve üretim ve güvenilirliği artırmaya yardım etmektedir.<sup>46</sup>

15) Entegre devrenin çeşitli aktif ve pasif elemanlarının meydana getirilmesi için seçici difüzyon kullanılmasına ve katkı maddelerinin geçebilmesine veyâ engellenmesine dayanan bir tekniktir. Maskelerle kapatılan veyâ kapatılmayan bölgelerin oluşturduğu desen morötesi ışığa mâruz bırakılır. Işık bu desenleri oluşturan bölgelerden geçer veya geçemez.

16) P-tipi (veyâ n-tipi) bir silisyum taban maddesinin içine n-tipi (veyâ p-tipi) epitaksiyel (yüzey temaslı) bölge nüfuz ettirildiğinde (difüzyon), bu n-tipi yüzey temaslı katmanın içine yabancı maddelerin girmesini önlemek veyâ seçici bir şekilde aşındırılarak, silisyum diliminin (taban maddesinin) tasarlanan n-tipi yüzey temaslı bölgelerine uygun katkı maddelerinin nüfuz ettirilmesine imkan sağlayan bir işleme oksitleme denir. Bu işlemin sonunda n-tipi bölgenin üzerinde bir oksit tabakası meydana gelir.



3) Maske desenine göre, SiO<sub>2</sub>'nin seçici bir şekilde kazınması (aşındırılması) için kullanılan bir tekniktir. Oksitin üzeri fotodirenç adı verilen ışığa duyarlı bir madde ile kaplanır. SiO<sub>2</sub> tabakasının aşındırılarak atılacak kısımlarını belirlemek üzere, belirlenen

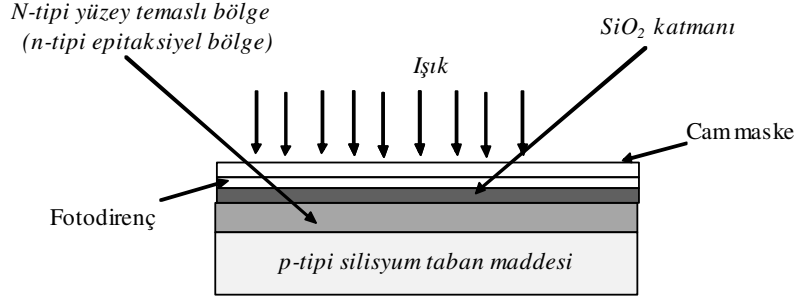
<sup>43</sup> Kraft, R., Prengle, S., High-density plasma etching 0.35- $\mu$ m polysilicon gates, Solide State Technology, pp. 57, August 1995.

<sup>44</sup> Brown, A.S. Itoh, T., Wicks, G., Eastman, L.F., Si diffusion in GaInAs-AlInAs high-electron- mobility transistor structure, J. Appl. Phys. 60 (10) November 1986.

<sup>45</sup> Reid, K.G. and Sitaram, A.R., Rapid thermal processing for ULSI applications: An overview, Solide State Technology, pp. 63-107, February 1996.

<sup>46</sup> Dip, A., Fast thermal processing: Batch comes back, Solide State Technology, pp. 113, June 1996.

maskelerden bir tânesi kullanılır. Maske, fotodirencin üzerine doğrudan konabileceği gibi, ayrı da olabilir. Daha sonra sistem ışığa maruz bırakılır. Bu işleme fotolitografi denir.



Işığa duyarlı fotodirencin maske deseniyle kapatılmayan bölgelerine ışık temas ederek fotodirenci değişime uğratar. Daha sonra, üzerine ışık düşmeyen fotodirenc malzemesini temizleyerek uzaklaştıran kimyasal bir çözelti kullanılır. Bu sûretle, temizlenen bu bölgede  $\text{SiO}_2$  tabakası tekrar ortaya çıkar.

İkinci bir basamak olarak, tekrar açığa çıkan  $\text{SiO}_2$  tabakası, ikinci bir çözelti ile ortadan kaldırılabilir. Böylece, n-tipi tabakasına ulaşan bir pencere açılmış olur.

18) Maskeleme deseninde her bir elemanın metalik kontak yapılması gereken bölgeleri işlenir. Daha sonra pulun (wafer'in) tamamı alüminyum, altın, molibden veya tantal gibi yüksek iletkenlik, düşük kaynama noktalı bir metal tabakası ile kaplanır. Sonra bu metal tabaka gerektiği şekilde aşındırılarak (dağlanarak) istenen iletim bağlantıları elde edilir. Metal kaplaması için buharlaştırma ve püskürtme teknikleri kullanılır.

19) Yapının tamamının yüzeyine kaplanan  $\text{SiO}_2$  tabakası, su buharına ve bazı kirliliklere karşı tam bir koruma oluşturmakla beraber, bazı metal iyonları  $\text{SiO}_2$  tabakasını geçerek elektronik eleman karakteristiklerini bozabilmektedir. Bu bozulmayı mümkün olduğu kadar azaltmak için yüzeye bir cam (silisyum nitrat) tabakası uygulanır. Bu işleme pasifleştirme denir<sup>47</sup>.

<sup>47</sup> Wang, C.T., Introduction to Semiconductor Technology, GaAs and Related Compounds (Boğaziçi University Library, 3001100158305), John Wiley and Sons, Ney York.

## BÖLÜM II

### YÜK TAŞIYICILARININ TUZAKLANMALARI

#### 2.1. Enerji Bant Yapısı ve Taşıyıcıların Tuzaklanmaları

*İkili farklı yapı* (heterostructure) bir yarıiletken cihazın aktif tabakasının kalınlığı *deBroglie* dalgası mertebesine indiğinde, farklı davranışlar sergiler. Boyutları  $\ell_x$ ,  $\ell_y$  ve  $\ell_z$  olan farklı yapı yarıiletken bir tabakada (heterostructure layer) bir elektron üç boyutlu sonlu bir potansiyel çukuruna hapsedilmiş olarak düşünülebilir<sup>1</sup>. Potansiyel çukuru olmayan (işlenmemiş-bulk) bir yarıiletken malzemeye âit bir taşıyıcı için enerji öz değeri,

$$E = \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2), \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} \quad (1)$$

ile verilir. Burada  $h$  *Planck* sâbiti ve  $m^*$  elektronun efektif kütesidir.  $k_i = n\pi/\ell_i$ , ( $i \rightarrow 1, 2, 3$  için  $i \rightarrow x, y, z$ ; ve  $n=1, 2, 3, \dots$ ) dalga vektörü bileşenlerini gösterir.  $\lambda$  dalga boyu olmak üzere, eğer ince film yapılarında,  $\ell_z \ll \ell_x, \ell_y$ , ve  $\ell_z = \lambda$  olarak alınırsa, o zaman,

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2Em^*}} \quad (2)$$

olur. Z ekseninde istikâmetinde kuantize olmuşsa,  $m^*$  efektif kütesine sâhip olan elektronun enerjisi,

$$E = E_{zn} + \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2) \quad (3)$$

$$E_m = \frac{h^2}{8\pi^2 m^*} \left\{ \frac{n\pi}{\ell_z} \right\}^2 = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left\{ \frac{n\pi}{\ell_z} \right\}^2 \quad (4)$$

ile verilir<sup>2</sup>. Elektronun enerji öz değeriindeki bu enteresan değışme tabakanın boyut özelliklerinin bir sonucu olarak ortaya çıkmaktadır.  $dE$  enerji aralığındaki durum yoğunluğu, meselâ,  $n=1$  için  $k_z = \pi/\ell_z$  alınırsa,

$$E_{z1} = \frac{[\hbar(\pi/\ell_z)]^2}{2m^*} = \frac{(\hbar k_z)^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^* \ell_z^2} \quad (5)$$

için

$$\rho(E)dE = \frac{1}{3\pi^2} \left\{ \frac{2m^*}{\hbar^2} \right\}^{3/2} E^{1/2} dE \quad (6)$$

ifâdesinden hareket ederek,

<sup>1</sup> Casey, H.C., et al., 1978. *Heterostructure Lasers*, Academic Press, Inc., New York, 1978.

<sup>2</sup> Joseph, W., 1989. A Study of Gallium Arsenide-Aluminum Arsenide-Aluminum Gallium Arsenide Semiconductor Laser Devices for Monolithic Integrated Optical Circuits, Ph.D., Cornell Üniv., 1989.

$$\rho(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left\{ \frac{2m^*}{\hbar^2} \right\} \left( \frac{\pi}{\ell_z} \right), (E > E_1) \quad (7)$$

bulunur<sup>3</sup>. Buna göre, burada durum yoğunluğu, kuantum boyutlarında E enerjisinden bağımsızdır ve sâdece filmin z boyutuna ve kuantizasyona bağlı olur. Burada müsaade edilen ilk E<sub>1</sub> enerji seviyesi, yarıiletkende elektrona âit E<sub>c</sub> normal bant kenârı enerjisinden daha büyük bir enerjidir.

Bu kuantum boyutlu etkiler, taşıyıcıların hapsedilmelerinden başlayarak iletim ve valans bantlarının kenarları ile oluşturulan sonlu potansiyel çukurlarına kadar, oldukça geniş bir alanda etkisini gösterirler. Bu sonuçlara göre,  $\ell_z$  boyut büyüklüğünün seçilmesiyle elektronların enerji durumları ve dolayısıyla elektronlara ilişkin bant genişliği tasarlanabilir. Bu bir bant yapısı mühendislik problemini meydana getirir. Yeter miktarda enerji sağlanarak, diğer bir enerji seviyesi elde edilebilir. Meselâ, n=2 için enerji,

$$E = E_{zn} + \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2)$$

$$E_{zn} = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 m^*} \left\{ \frac{n\pi}{\ell_z} \right\}^2 = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left\{ \frac{n\pi}{\ell_z} \right\}^2$$

ya da buradan

$$E_{z1} = \frac{[\hbar(\pi/\ell_z)]^2}{2m^*} = \frac{(\hbar k_z)^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^* \ell_z^2}$$

$$E = E_{z2} = \frac{[\hbar(2\pi/\ell_z)]^2}{2m^*} \quad (8)$$

olur. Bu enerji, z doğrultusunda ilk değerle orantılı olarak merdiven basamağı şeklinde artar ve bu kuantum boyutunun bir sonucudur. n=1 için dalga fonksiyonu, basit bir duran dalga olup yarım dalga mesâfesindeki sınırlarda sıfır olur. n=2 için dalga iki alternansa sâhiptir ve sınırlar arasında elektronun dalga fonksiyonunun tam dalga boyuna uyar.

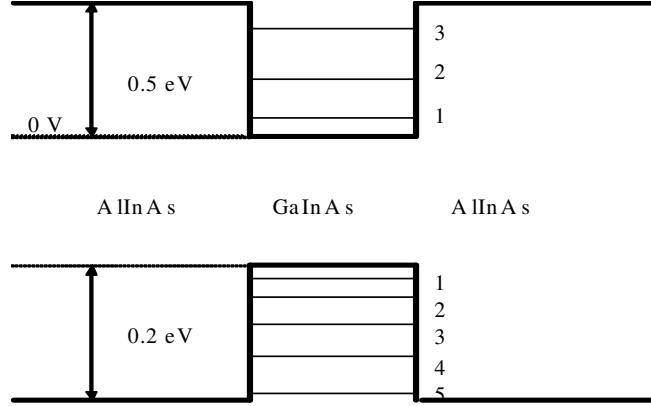
Farklı yapılı GaAs/AlGaAs malzemesi ile yapılmış bir kuantum çukurunda\* hafif ve ağır deliklerle elektrona âit durum yoğunluğunun merdiven şekli, iletim bandı ve valans bandı enerji kenarlarından başlayan parabolik enerji değişimi içinde uzanır.

Alt enerji bantlarını oluşturan ağır ve hafif deliklerin etkileri farklı olur. Geçişler, iletim bandındaki bir elektronun durumu ile valans bandındaki hafif veyâ ağır bir deliğin durumu arasında meydana gelir. Şekil 1'de meselâ Al<sub>0,48</sub>In<sub>0,52</sub>As tabakaları arasında Ga<sub>0,47</sub>In<sub>0,53</sub>As gibi malzemelerden meydana gelen örneğin a=100 Å'lık bir kuantum

<sup>3</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p.395, Prentice-Hall International Limited, London.

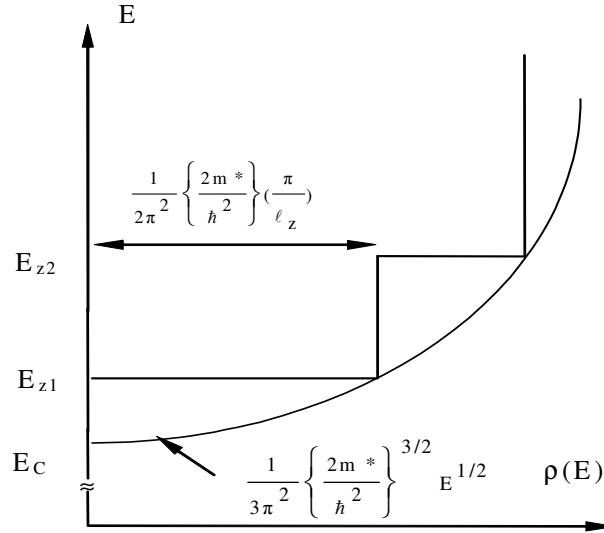
\* **Temiz, M.**, Karakılınc, Ö.Ö. and Ünal, M., "A novel Theoretical Procedure to Detemine Absorption and Gain Coefficients in a Symmetric Single Step-Index Quantum Well Laser", **Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences (ELEKTRİK)**, Vol.16, No. 1, 2008

çukurundaki taşıyıcıların, çukura dik doğrultuda iletim bandındaki 0.5 eV'luk süreksizlik bölgesinde 3, 0.2 eV'luk süreksizlik bölgesinde 5 kuantize değer meydana getirdikleri söylenebilir. Elektronlar için 3, delikler için 5 kuantize enerji seviyelerinin meydana gelmesi, bu taşıyıcıların efektif kütlelerinin farklı oluşundan kaynaklanmaktadır<sup>4</sup>.



Şekil 1 Bir kuantum Çukurunun Enerji-Bant Diyagramı

Taşıyıcıların farklı yapılı (heteroyüze) paralel ve dik doğrultudaki hareketleri Şekil 2'deki gibidir.



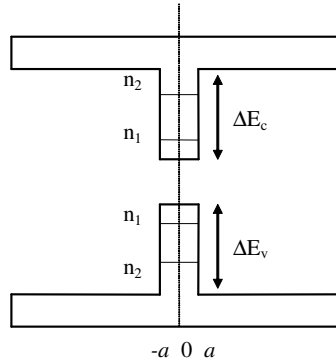
Şekil 2 Kuantum Çukurunda Kuantum Boyutunun Kuantizasyon Etkisi<sup>5</sup>

<sup>4</sup> M. Temiz, Ö. Ö. Karakılınç, A Novel Procedure and Parameters for Design of Symmetric Quantum Wells in Terms of Normalised Propagation Constant as a Model a in the Single Mode, Journal of Aeronautic and Space Technologies, Cilt:1, Sayı: 2 Temmuz 2003 ISSN: 1304-0448), <http://www.hho.edu.tr/hutendergi/2003Temmuz/kapak.jpg>

<sup>5</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p.398, Prentice-Hall International Limited, London.

Üç boyutlu durum yoğunluğu ekseriya enerjinin kare kökü ile değişen bir eğridir. İki boyutlu enerji değişimi ise, şekilde görüldüğü gibi, merdiven basamağını andırmaktadır. Enerji tabakalarının başlangıç ve bitiş yerleri, hapsedici yapıdaki elektronların dalga fonksiyonlarını bir dereceye kadar etkiler. Bu hapsedici tabakalar, GaAs çukurunda tuzaklanmış olan elektronun (veyâ deliğin) dalga fonksiyonlarına karşı bir potansiyel duvarı meydana getirirler.

GaAs/AlGaAs malzemelerinden yapılan çoklu kuantum çukurlu lazerler farklı yasak bant genişliklerine sâhip olan iki farklı yarıiletkenin farklı eklem yapılarıyla oluşturulur. Elektronlar, dışarıda sürekli enerji bandına sâhip oldukları halde çukur içine girdiklerinde çukur-tipli potansiyelin oluşturduğu doğrultuda ayrışır. Bu durum, sunî potansiyel çukuru ( $V_0$ ) tarafından değiştirilen enerji öz durumlarıyla, kuantum boyutunun bir sonucu olur. Şekil 3’de farklı yapı eklemelerle (jonksiyonlarla) geliştirilen kuantum çukurlu bir lazerde iletim ve valans bantlarına ilişkin enerji seviyeleri görülmektedir<sup>6</sup>.



Şekil 3 Kuantum Çukurlu Lazerde Elektronların Enerji Seviyeleri

Şekil 4’de sol taraftan elektronların ve sağ taraftan deliklerin enjekte edildiği kuantum çukurlu bir lazerde alüminyum konsantrasyonunun derece derece değiştirilmesiyle yapılmış bir çoklu kuantum çukuru görülmektedir<sup>7</sup>. Kuantum çukurlarını meydana getiren yarıiletken lazerlerde p-tipi ve n-tipi  $Al_xGa_{1-x}As$  kristalinde x’in çeşitli oranlarda seçimi yapılarak alüminyum konsantrasyonunun değiştirilmesiyle yapılan yarıiletken tabakaların ve aktif bölgenin kırılma indisi ve kazanç sâbiti lazer boyutlarının bir fonksiyonu olarak ayarlanır<sup>8</sup>. Bu sâyede yarıiletken lazer iletişimde elektromanyetik dalgalar özel tabakalar arasında hapsedilip kılavuzlanarak taşınırlar. Enjekte edilen elektronlar (akım) lazerin aktif bölgesinde elektromanyetik alanla etkileşir. Elektronların elektromanyetik alandan aldıkları enerjinin optik enerjiye dönüştürülmesinden bir kazanç sağlanır. GaAs’li tabakalar, daha ince olan AlAs’li tabakalar arasında bulunmakta ve müsaade edilen enerji geçişleri arasında elektron-delik birleşmeleri bu kuantum

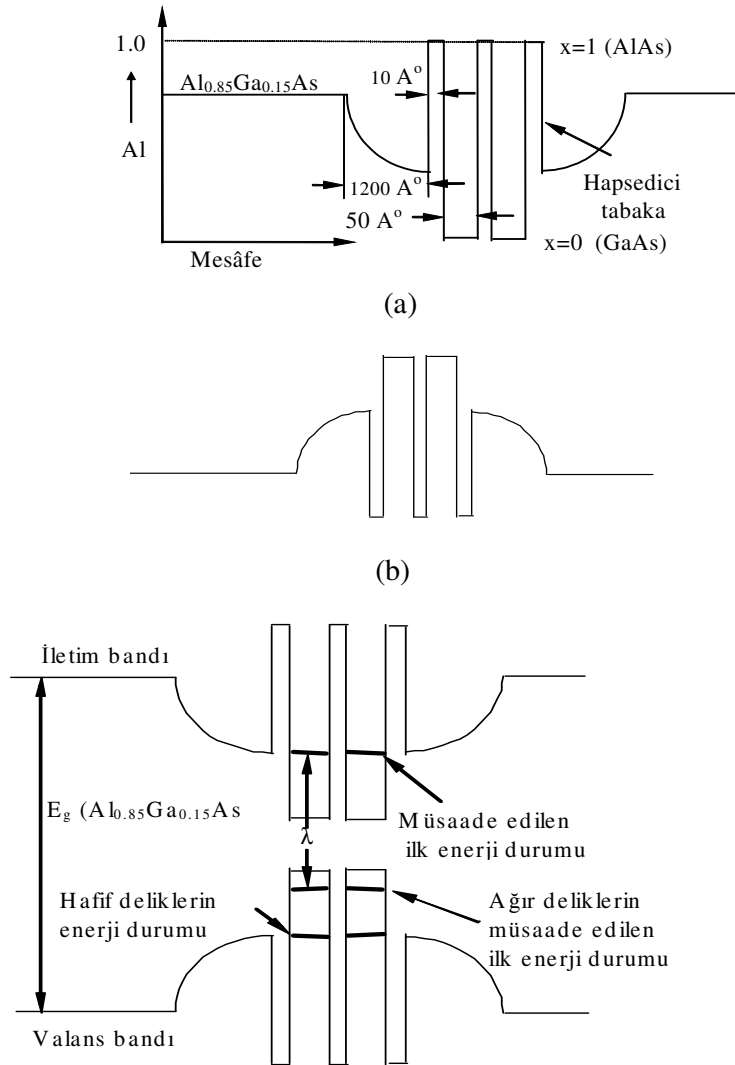
<sup>6</sup> Iga, K., 1994 Fundamentals of Laser Optics, New York, 1994).

<sup>7</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p.398, Prentice-Hall International Limited, London.

<sup>8</sup> Temiz, M., 1999. Fiberglas, Yarıiletken Lazerler ve Kazanç Sabiti, Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 5, Sayı 3.

çukurlarında olmaktadır.  $10 \text{ \AA}$  gibi küçük boyutlarda olan AlAs'li hapsedici katmanlar arasında,  $50 \text{ \AA}$  gibi daha geniş olan GaAs katmanları birer çukur mâhiyetindedirler.

Enjekte edilen taşıyıcıların tuzaklanmasını sağlamak için alüminyum konsantrasyonu mesâfeye bağlı olarak derece derece azaltılır. AlAs tabakaları, GaAs çukurlarında toplanan elektronlara (veyâ deliklere) eşlik eden dalga fonksiyonlarına karşı birer potansiyel duvarı meydana getirirler. Dolayısıyla iki AlAs tabakası arasındaki GaAs tabakası quantum çukuru adı verilen bir potansiyel çukuru oluşturur.



Şekil 4. Çoklu Kuantum Çukuru, (a) Alüminyum konsantrasyonunun değişimi, (b) Kırılma indisinin değişimi (c) Enerji-bant diyagramı<sup>9</sup>

<sup>9</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p.398, Prentice-Hall International Limited, London.



Bir kuantum çukurunda birden fazla boyutta hareket eden taşıyıcıların tuzaklanma ihtimalleri<sup>10</sup>, lazer için daha iyi bir performans sağlar. Bir boyutlu kuantum çukurundan başka, 2 ve 3 boyuttaki tuzaklama alanları, sırasıyla, kuantum iletkenlerini (quantum wires), kuantum kutusunu (noktası) [quantum box-kuantum noktası] meydana getirirler<sup>11</sup>. Çoklu kuantum çukuru, bir çok tabakadan (tipik olarak 50) meydana gelir.

### Sorular:

- 1) Üç boyutlu (işlenmemiş-bulk) bir yarıiletkende enerji öz değerinin enerji yoğunluğuna göre değişimi nasıldır?
- 2) Sıfır boyutlu Kuantum iletkeninde enerji öz değerlerinin ifâdelerini yazınız.
- 3) Kuantum noktasında enerji öz değerlerinin ifâdelerini yazınız.

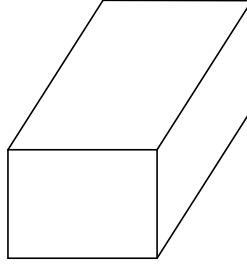
### Cevaplar:

- 1) Üç boyutlu (işlenmemiş-bulk) bir yarıiletkende enerji öz değerinin enerji yoğunluğuna göre değişimi:

Üç boyutlu bir yarıiletkende taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin

$$E = \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2), \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

ile verildiği bilinmektedir. Burada  $k_i = n\pi/l_i$ , ( $i \rightarrow 1, 2, 3$  için  $i \rightarrow x, y, z$ ; ve  $n=1, 2, 3, \dots$ ) dalga vektörü bileşenlerini gösterir.



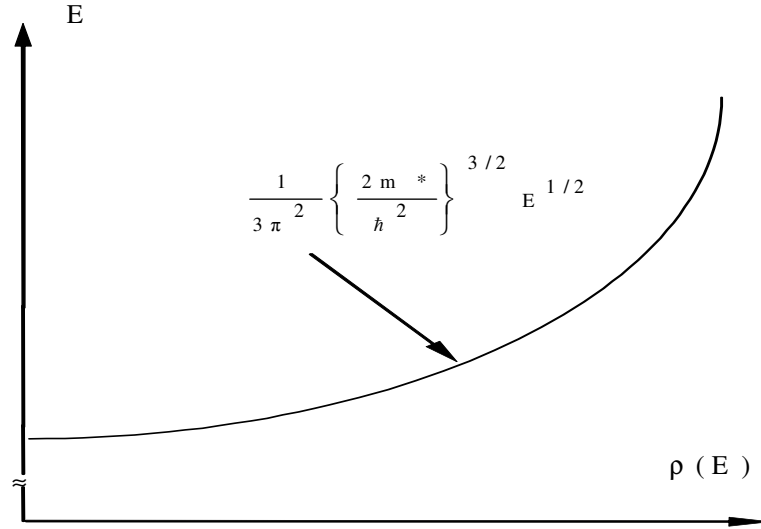
Üç boyutlu bir yarıiletken (bulk)

Böyle bir yarıiletkende enerji yoğunluğuna göre enerji değişimi aşağıdaki şekildedir<sup>12</sup>.

<sup>10</sup> Temiz, M., Yarıiletken Lazerlerde Yüklü Taşıyıcıların Enerji Durumlarının İncelenmesi, Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 8, Sayı 2, Sayfa 177, 2002.

<sup>11</sup> Temiz, M., 1996. The Quantum-Well Structure of Self Electro-optic Effect Devices and Gallium-Arsenide, Pamukkale University Engineering College, Journal of Engineering Sciences, Page 89, Volume 2, Number 2, Year 1996.

<sup>12</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p.398, Prentice-Hall International Limited, London.



2) İki boyutlu kuantum çukurunda enerji öz değerlerinin ifâdelerinin

$$E = E_{zn} + \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2)$$

$$E_{zn} = \frac{h^2}{8\pi^2 m^*} \left\{ \frac{n\pi}{\ell_z} \right\}^2 = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left\{ \frac{n\pi}{\ell_z} \right\}^2$$

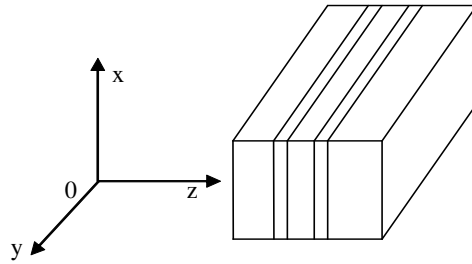
şeklinde olduğu bilinmektedir. Meselâ  $n=1$  için

$$E_{z1} = \frac{[\hbar(\pi/\ell_z)]^2}{2m^*} = \frac{(\hbar k_z)^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^* \ell_z^2}$$

ve  $n=2$  için

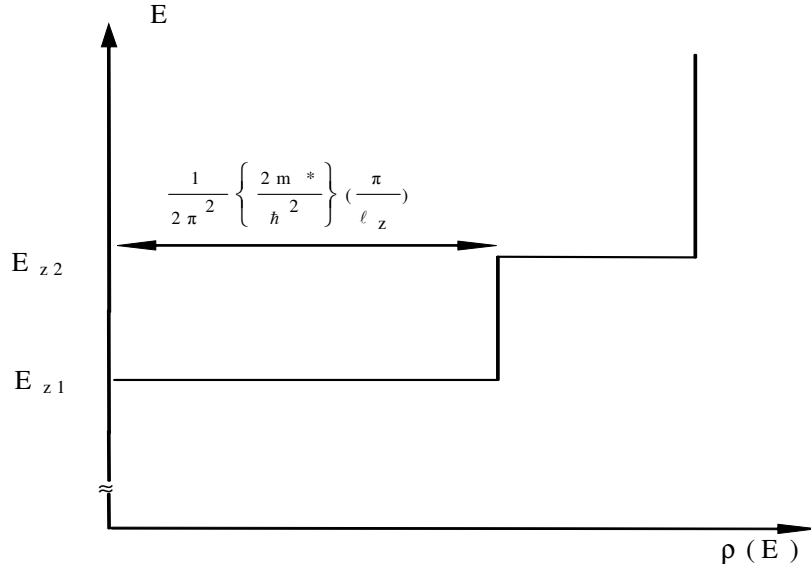
$$E = E_{z2} = \frac{[\hbar(2\pi/\ell_z)]^2}{2m^*}$$

olur. Görüldüğü gibi kuantum çukurunda enerji öz değerinin ifâdesi bir boyut doğrultusunda hapsedilmiştir. İki boyut serbesttir.



İki boyutlu bir yarıiletken (Kuantum çukuru)

Böyle bir yarıiletkende enerji yoğunluğuna göre enerji değişimi aşağıdaki şekildedir<sup>13</sup>.



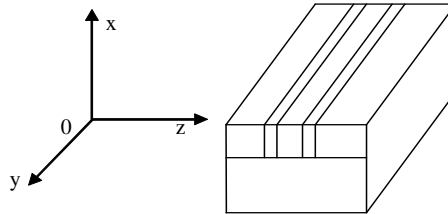
3) Bir boyutlu kuantum iletkeninde enerji öz değerinin ifâdesi iki boyut doğrultusunda hapsedilmiştir. Bu iki boyut y ve z boyutları olarak alınırsa,

$$E = E_{zn} + E_{ym} + \frac{\hbar^2}{2m^*} k_x^2$$

$$E_{zn} = \frac{h^2}{8\pi^2 m^*} \left\{ \frac{n\pi}{\ell_z} \right\}^2 = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left\{ \frac{n\pi}{\ell_z} \right\}^2 \quad n=0,1,2,3,\dots,$$

$$E_{ym} = \frac{h^2}{8\pi^2 m^*} \left\{ \frac{m\pi}{\ell_y} \right\}^2 = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left\{ \frac{m\pi}{\ell_y} \right\}^2, \quad m=0,1,2,3,\dots,$$

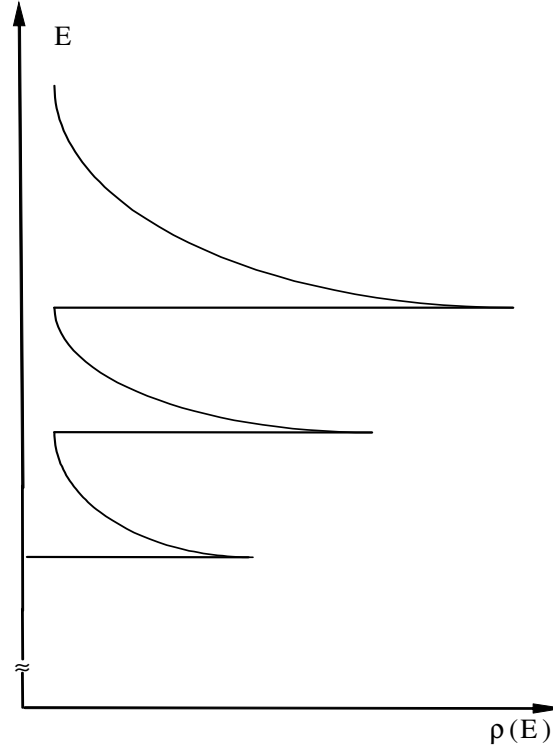
elde edilir. Kuantum iletkeninde bir boyut (y) serbesttir.



Bir boyutlu bir yarıiletken (Kuantum iletkeni)

<sup>13</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p.398, Prentice-Hall International Limited, London.

Böyle bir yarıiletkende enerji yoğunluğuna göre enerji değişimi aşağıdaki şekildedir<sup>14</sup>.



3)) Sıfır boyutlu kuantum noktasında enerji öz değerinin ifâdesi üç boyut doğrultusunda hapsedilmiştir. Bu iki boyut ,x, y ve z boyutları olarak alınırsa

$$E = E_{xv} + E_{ym} + E_{zn}$$

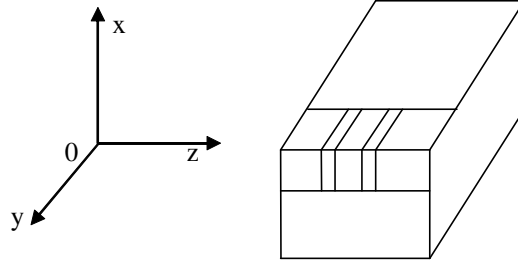
$$E_{xv} = \frac{h^2}{8\pi^2 m^*} \left\{ \frac{v\pi}{\ell_x} \right\}^2 = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left\{ \frac{v\pi}{\ell_x} \right\}^2, \quad v=0,1,2,3,\dots,$$

$$E_{ym} = \frac{h^2}{8\pi^2 m^*} \left\{ \frac{m\pi}{\ell_y} \right\}^2 = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left\{ \frac{m\pi}{\ell_y} \right\}^2, \quad m=0,1,2,3,\dots,$$

$$E_{zn} = \frac{h^2}{8\pi^2 m^*} \left\{ \frac{n\pi}{\ell_z} \right\}^2 = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left\{ \frac{n\pi}{\ell_z} \right\}^2, \quad n=0,1,2,3,\dots,$$

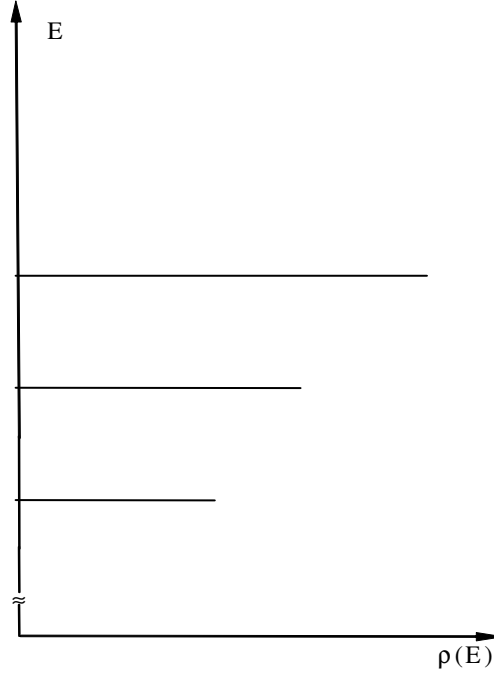
elde edilir.

<sup>14</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p.398, Prentice-Hall International Limited, London.



Sıfır boyutlu bir yariletken (Kuantum noktası)

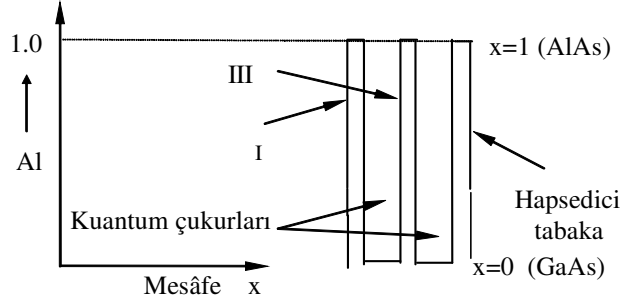
Böyle bir yariletkende enerji yoğunluğuna göre enerji değişimi aşağıdaki şekildedir. Bu yapıda sıfır boyut serbesttir. Başka bir ifadeyle enerji üç boyutta da hapsedilmiştir.



## 2.2. Elektronun Kuantum Çukurundaki Davranışı

İki AlAs tabaka arasında bulunan GaAs katmanı ile oluşturulan bir kuantum çukuru, enjekte edilen elektronlara karşı bir potansiyel çukuru gibi davranır<sup>15</sup> (Şekil 5).

<sup>15</sup> Verdeyen, J. T., 1989. Laser Electronics, Sayfa 398, Prentice-Hall, Inc., New Jersey

Şekil 5 Kuantum Çukuru<sup>16</sup>

Gömlük bölgelerine (I ve III bölgelerine) sâhip olan bir kuantum çukurunda (aktif bölgede-II. bölgede) elektrik alanı ya çift fonksiyonlu

$$E_{yII}(x) = B_2 \cos \alpha_{II} x \quad (9)$$

ya da

$$e_{yII}(x) = A_2 \sin \alpha_{II} x \quad (10)$$

olarak tek fonksiyonlu olur. Gömlük bölgelerindeki (I ve III bölgelerindeki) alanları için

$$E_{yI,III}(x) = A_{I,III} e^{-\alpha_{I,III} |x|} \quad (11)$$

şeklinde bir çözümü vardır. Ayrıca, küçültülme boyutunun x boyutu olması için  $\ell_z = a$  ve  $z \rightarrow x$  alınrsa,  $V_0$  çukur derinliği olmak üzere, simetrik bir dalga kılavuzunda

$$\alpha_{II}^2 a^2 = \zeta^2 = \frac{2m^*(V_0 - E_n) a^2}{\hbar^2} \quad (12)$$

$$V^2 = \frac{2ma^2 V_0}{\hbar^2} = \frac{m^* x_0^2 V_0}{2\hbar^2} \quad (13)$$

$$\alpha_{I,III}^2 a^2 = \eta^2 = \frac{2m^*}{\hbar^2} E_n a^2 \quad (14)$$

$$\tan \zeta = \frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}} = \frac{\eta}{\zeta} \quad (15)$$

$$\zeta^2 = V^2 - a^2 \alpha_{I,III}^2 = V^2 - \eta^2 \quad (16)$$

denklemleri vardır.  $n=1, 2, 3, \dots$ , olmak üzere, elektronların enerjileri  $\alpha_{II} = \frac{n\pi}{2a}$  alınrsa (12)'den

<sup>16</sup> Verdeyen, J. T., 1989. Laser Electronics, Sayfa 398, Prentice-Hall, Inc., New Jersey

$$V_0 - E_n = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2} \quad (17)$$

ya da

$$E_n = V_0 - \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}, \quad n=1, 2, 3, 4, \dots, \quad (18)$$

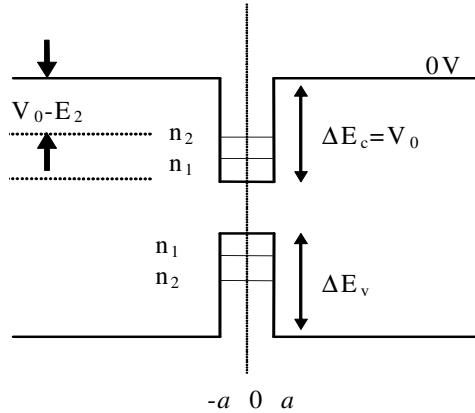
bulunur (Şekil 6). Burada  $e_n = n e_1$  alınırsa burada  $e_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$  'dir. Aktif bölgedeki alan çift fonksiyonlu bir alan ise,  $n=1, 3, 5, 7, \dots$ , olarak tek sayılardan oluşacak şekilde alınır. Dolayısıyla, çukur içindeki enerji seviyeleri,

$$E_n = V_0 - \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2} \quad (n \text{ tek}) \quad (19)$$

ve alan tek fonksiyonlu bir alan ise,  $n=0, 2, 4, 6, 8, \dots$ , olarak çift sayılardan oluşacak şekilde oluşur. O zaman

$$E_n = V_0 - \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2} \quad (n \text{ çift}) \quad (20)$$

bulunur. Başka bir ifadeyle, çift fonksiyonlu bir alanda en düşük mertebeli mod için  $n=1$ 'dir ve  $\alpha_n = \frac{\pi}{2a}$  ve tek fonksiyonlu bir alanda en düşük mertebeli mod için  $n=2$  olur ve  $\alpha_n = \pi/a$ 'dir<sup>17</sup>.



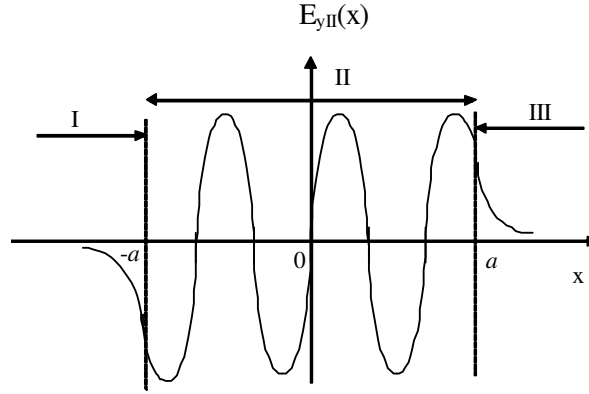
Şekil 6  $-V_0$  derinliğinde kuantum çukuru

Tek fonksiyon elektrik alan için

$$-\cot \xi = \frac{\sqrt{V^2 - \xi^2}}{a} \frac{a}{\xi} = \frac{\sqrt{V^2 - \xi^2}}{\xi} \quad (21)$$

<sup>17</sup> **Temiz, M.**, *Kuantum-Çukurlu Yarıiletken Lazerlerde Bazı Özel Çözümler ve Yük Taşıyıcılarının Tuzaklanmaları* Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 6, Sayı 2-3, Sayfa 177, 2000.

ilişkisi vardır<sup>18</sup>. Simetrik bir lazerin aktif bölgesindeki tek fonksiyon elektrik alan için alan değişimi ve I, III gömlek bölgelerindeki alan değişimleri şematik olarak Şekil 7'de görülmektedir. Burada gömlek bölgelerindeki  $E_{y_{I,III}}$  ( $E_{y_I}$  ve/veyâ  $E_{y_{III}}$ ) elektrik alanlarının üstel olarak değiştiğine dikkat ediniz. Diğer taraftan Şekil 8,  $2a$  genişliğindeki aktif bölgede tek fonksiyonlu alanın  $n=2, 4, 6$  için ilk üç modunun,  $a=-1$  ve  $a=1$  arasında bulunan değişimlerini göstermektedir. Dikkat edilirse alanın mod numarası  $n=2$ 'ye âit değerinin 2, mod numarası  $n=4$ 'e âit değerinin 4 ve mod numarası  $n=6$ 'ya âit değerinin 6 adet alternansı bulunmaktadır. Her üç moda âit enerji öz değerlerinin,  $E_n = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$  'den hareket ederek,  $E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$ ,  $E_2 = \frac{4\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$  ve  $E_3 = \frac{9\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$  olduğu açıktır. Şekil 8'deki eğri, aktif bölgede yalnız başına çizildiği için, eğri  $-a$  ve  $+a$  sınırlarında sıfır olduğu halde, aslında gömlek bölgelerindeki üstel eğrilerle birlikte çizildiğinde Şekil 8'dek görüldüğü gibi, tamâmen sıfır olmamaktadır.



Şekil 7 Simetrik bir lazerin I, II, III kuantum bölgelerdeki alan değişimleri: Aktif bölgedeki tek fonksiyon elektrik alan değişimi  $[e_{y_{II}}(x) = A_2 \sin \alpha_n x = A_2 \sin \frac{n\pi}{2a} x, n=0, 2, 4, 6, 8, \dots, \text{ ve}$   
gömlek bölgelerindeki alan değişimleri  $E_{y_{I,III}}(x) = A_{I,III} e^{-\alpha_{I,III} |x|}$ ].

### 2.3. Bâzı Çözümler

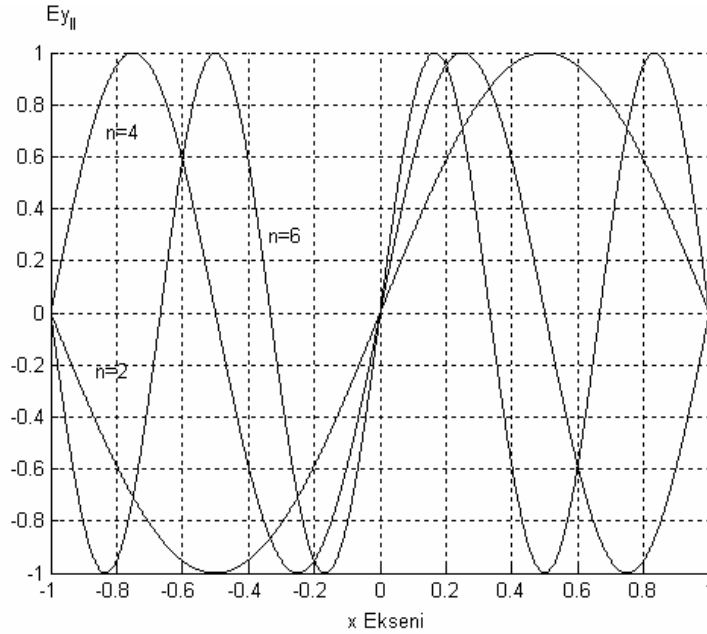
Verilen  $m^*$  efektif kütleli bir elektron (partikül) için,  $V_0$  (potansiyel cinsinden kuyu derinliği), malzemenin farklı tabakalarını oluşturan kırılma indisleri ve yapısal parametrelerine,  $2a$  kuantum çukurunun eni olmak üzere, enerji seviyeleri  $V_0 a^2$  kombinezonundan ileri gelen, potansiyel enerji parametrelerine bağlıdır.  $E_n = nE_1$ 'de  $n=0$  alınır, bu  $E_{y_{II}}(x) = A_2 \sin \alpha_n x = A_2 \sin \frac{n\pi}{2a} x = 0$  tek fonksiyonlu alanına ilişkin  $e_n$  enerji öz

<sup>18</sup> Temiz, 2002. Yarıiletken Lazerlerde Kılavuzlanmış Yüklü Taşıyıcıların Enerji Durumlarının İncelenmesi, Enerji Seviyeleri, Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 4, Sayı 2, Sayfa 179-187.



değeri 0 değerini,  $n=1$  alınırsa  $E_{yII}(x)=B_2 \cos \alpha_{n1} x = B_2 \cos \frac{n\pi}{2a} x = B_2 \cos \frac{\pi}{2a} x$  çift fonksiyonlu alanına ilişkin  $E_n$  enerji öz değeri  $E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$  değerini gösterir.  $0 - \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$  (bu enerji değeri dâhil değil) enerji değerleri arasında tek enerji seviyesi  $n=0$ 'ra karşı düşen 0 değeridir.  $n=1$  alınırsa elde edilen  $E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$  enerji öz değeri ise, 0 değerli enerji seviyesinden sonra gelen ilk enerji öz değeri olur. 0 ile  $\frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$  arasında başka bir ayrık enerji öz değeri yoktur.  $\frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$  enerji öz değerine karşı aktif bölgedeki alan çift fonksiyonlu olup bu

$E_{yII}(x) = B_2 \cos \frac{\pi}{2a} x$  öz fonksiyonu tarafından meydana getirilir.



Şekil 8  $E_{yII}(x) = \sin \frac{n\pi}{2a} x$ ,  $n=0, 2, 4, 6$ , ( $A_2=1$ ) fonksiyonunun aktif bölgedeki değişimi

Sonuç olarak aktif bölgedeki çift fonksiyonlu

$$E_{yII}(x) = B_2 \cos \alpha_{n1} x = B_2 \cos \frac{n\pi}{2a} x \quad (22)$$

elektrik alanı için ve tek fonksiyonlu

$$e_{yII}(x) = A_2 \sin \frac{n\pi}{2a} x \quad (23)$$

elektrik alanı için elektronların çukur içindeki enerji öz değerleri,

$$V_0 - E_v = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2} \quad (24)$$

ile verilir. Burada çift fonksiyonlu elektrik alanı için  $n=1, 3, 5, 7, \dots$  ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için  $n=0, 2, 4, 6, 8, \dots$ , alınır. Aktif bölgede meydana gelen  $E_{yII}(x)=B_2 \cos \alpha_{II} x$  ve  $e_{yII}(x)=A_2 \sin \alpha_{II} x$  fonksiyonları, aslında dalga adı verilen elektron temsilcileridirler.

#### 2.4. Aktif Bölgedeki Çift Fonksiyonlu Bir Alan İçinde Bir Elektronun Bölgelerin Her Hangi Birinde Bulunma Olasılığı (İhtimâli)

Grafik çözüm, tek fonksiyonlu  $e_{yII}(x)=A_2 \sin \frac{n\pi}{2a} x=A_2 \sin \alpha_{II} x$  elektrik alanında,  $n$  ne olursa olsun,  $x=0$ 'dan başka bir çözüm vermez<sup>19,20</sup>. Bu yüzden,  $x=0$  için tek fonksiyonlu elektrik alanı içinde elektronun  $n=0$ 'ra karşı 0 değerli bir enerji öz değeri vardır.  $e_{yII}(x)=A_2 \sin \frac{n\pi}{2a} x=A_2 \sin \alpha_{II} x$  fonksiyonunu tarafından temsil edilen bir elektron için, fonksiyonun diğer  $n=2, 4, 6, \dots$ , modlarında, yukarıda da bahsedildiği gibi,  $E_2=\frac{4\hbar^2 \pi^2}{m^* a^2}$  ve  $E_3=\frac{9\hbar^2 \pi^2}{m^* a^2}$  enerji öz değerleri vardır. Çift fonksiyonlu  $E_{yIII}(x)=B_2 \cos \frac{n\pi}{2a} x=B_2 \cos \alpha_{III} x$  elektrik alanı için de meselâ  $n=1, 3, 5$  için,  $E_1=\frac{\hbar^2 \pi^2}{m^* a^2}$ ,  $E_3=\frac{9\hbar^2 \pi^2}{m^* a^2}$ ,  $E_5=\frac{25\hbar^2 \pi^2}{m^* a^2}$  gibi enerji öz değerleri vardır.

Her bir elektronun aktif bölgedeki alana ilişkin olarak, aktif ve gömlek bölgelerinin biri tânesi içinde bulunma ihtimâli bulunabilir. Simetrik bir kuantum çukurunda, örneğin aktif bölgede  $E_{yII}(x)=B_2 \cos \alpha_{II} x$  çift fonksiyonlu bir elektrik alanı var iken

$$\int_{-a}^a E_{yII} E_{yII}^* dx + \int_{-a}^{-\infty} E_{yI} E_{yI}^* dx + \int_a^{\infty} E_{yIII} E_{yIII}^* dx = 1 \quad (25)$$

ya da simetrik dalga kılavuzu için

$$2 \int_0^a E_{yII} E_{yII}^* dx + 2 \int_a^{\infty} E_{yIII} E_{yIII}^* dx = 1 \quad (26)$$

veyâ

<sup>19</sup> Özemre, A.Y. ve Zebitayan, Ş., Çağdaş Fiziğe Giriş, Sayfa 32, İ.Ü. Fen Fakültesi, 1979.

<sup>20</sup> Temiz, 2002. Yariletken Lazerlerde Kılavuzlanmış Yüklü Taşıyıcıların Enerji Durumlarının İncelenmesi, Enerji Seviyeleri, Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 4, Sayı 2, Sayfa 179-187.

$$2 \int_0^a B_2^* \cos^2 \alpha_{II} x dx + 2 \int_a^\infty A_{I,III} A_{I,III}^* e^{-2\alpha_{I,III} x} dx = 1 \quad (27)$$

olur. Bu normalizasyon ifâdelerine göre elektronların her birinin I, II ve III bölgelerinde bulunma ihtimali 1'dir. Yâni, bir elektronun mutlaka bu bölgelerden bir tânesinin içinde bulunmalıdır.

Dalganın sürekli olması için  $x = \mp a$ 'da  $E_{yII}(\mp a) = E_{yI,III}(\mp a)$  olmalıdır: Başka bir deyimle, katsayıların kompleks oldukları da farz edilerek,

$$B_2 \cos(\mp \alpha_{II} a) = A_{I,III} e^{-\alpha_{I,III} |\mp a|}$$

$$B_2^* \cos(\mp \alpha_{II} a) = A_{I,III}^* e^{-\alpha_{I,III} |\mp a|}$$

ya da

$$B_2 \cos(\alpha_{II} a) = A_{I,III} e^{-\alpha_{I,III} a} \quad (28)$$

$$B_2^* \cos(\alpha_{II} a) = A_{I,III}^* e^{-\alpha_{I,III} a} \quad (29)$$

olur. Bunların taraf tarafa çarpılmasıyla

$$B_2 B_2^* \cos^2 \alpha_{II} a = A_{I,III}^* A_{I,III} e^{-2\alpha_{I,III} a} \quad (30)$$

veyâ

$$B_2 B_2^* = \frac{A_{I,III} A_{I,III}^* e^{-2\alpha_{I,III} a}}{\cos^2 \alpha_{II} a} \quad (31)$$

elde edilir. (31), (27)'ye taşınırsa,

$$2 A_{I,III} A_{I,III}^* \frac{e^{-2\alpha_{I,III} a}}{\cos^2 \alpha_{II} a} \int_0^a \cos^2 \alpha_{II} x dx + 2 A_{I,III} A_{I,III}^* \int_a^\infty e^{-2\alpha_{I,III} x} dx = 1 \quad (32)$$

ya da

$$2 A_{I,III} A_{I,III}^* \frac{e^{-2\alpha_{I,III} a}}{\cos^2 \alpha_{II} a} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{2\alpha_{II} a + \sin 2\alpha_{II} a}{2\alpha_{II}} \right) \right] + 2 A_{I,III} A_{I,III}^* \left[ \frac{e^{-2\alpha_{I,III} a}}{2\alpha_{I,III}} \right] = 1$$

$$2 A_{I,III} A_{I,III}^* \frac{e^{-2\alpha_{I,III} a}}{2 \cos^2 \alpha_{II} a} \frac{2\alpha_{II} a + \sin 2\alpha_{II} a}{2\alpha_{II}} + 2 A_{I,III} A_{I,III}^* \left[ \frac{e^{-2\alpha_{I,III} a}}{2\alpha_{I,III}} \right] = 1$$

$$2 A_{I,III} A_{I,III}^* e^{-2\alpha_{I,III} a} \left[ \frac{1}{2 \cos^2 \alpha_{II} a} \frac{2\alpha_{II} a + \sin 2\alpha_{II} a}{2\alpha_{II}} + \frac{1}{2\alpha_{I,III}} \right] = 1$$

$$\frac{2 A_{I,III} A_{I,III}^* e^{-2\alpha_{I,III} a}}{2\alpha_{I,III}} \left[ \frac{2\alpha_{I,III}}{2 \cos^2 \alpha_{II} a} \frac{2\alpha_{II} a + \sin 2\alpha_{II} a}{2\alpha_{II}} + 1 \right] = 1$$

$$\begin{aligned} \frac{aA_{i,m}A_{i,m}^*e^{-2\alpha_{i,m}a}}{\eta} \left[ \left( \frac{2\alpha_{i,m}}{2\cos^2\alpha_{ii}a} \right) \left( \frac{2\alpha_{ii}a + \sin 2\alpha_{ii}a}{2\alpha_{ii}} \right) + 1 \right] &= 1 \\ \frac{aA_{i,m}A_{i,m}^*e^{-2\alpha_{i,m}a}}{\eta} \left[ \frac{2\alpha_{i,m}}{2a\cos^2\alpha_{ii}a} \frac{2\alpha_{ii}a + \sin 2\alpha_{ii}a}{2\alpha_{ii}} + 1 \right] &= 1 \\ \frac{aA_{i,m}A_{i,m}^*e^{-2\alpha_{i,m}a}}{\eta} \left[ \frac{\eta}{\cos^2\zeta} \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\zeta} + 1 \right] &= 1 \\ \frac{aA_{i,m}A_{i,m}^*e^{-2\alpha_{i,m}a}}{\eta} \left[ \frac{\eta}{\cos^2\zeta} \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\zeta} + 1 \right] &= 1 \\ \frac{aA_{i,m}A_{i,m}^*e^{-2\alpha_{i,m}a}}{\eta} \left[ \frac{\eta}{\cos^2\zeta} \left( 1 + s \frac{\sin 2\zeta}{2\zeta} \right) + 1 \right] &= 1 \\ \frac{aA_{i,m}A_{i,m}^*e^{-2\alpha_{i,m}a}}{\eta} \left[ \frac{\eta}{\cos^2\zeta} \left( 1 + \frac{2\sin\zeta\cos\zeta}{2\zeta} \right) + 1 \right] &= 1 \\ \frac{aA_{i,m}A_{i,m}^*e^{-2\alpha_{i,m}a}}{\eta} \left[ \frac{\eta}{\cos^2\zeta} + \frac{2\eta\sin\zeta\cos\zeta}{2\zeta\cos^2\zeta} + 1 \right] &= 1 \\ \frac{aA_{i,m}A_{i,m}^*e^{-2\alpha_{i,m}a}}{\eta} \left[ \eta(1 + \tan^2\zeta) + \frac{\eta\sin\zeta}{\zeta\cos\zeta} + 1 \right] &= 1 \end{aligned}$$

veyâ

$$I_i = \frac{aA_{i,m}A_{i,m}^*e^{-2\alpha_{i,m}a}}{\eta} \left[ \eta(1 + \tan^2\zeta) + \frac{\eta}{\zeta} \tan\zeta + 1 \right] = 1 \quad (33)$$

bulunur. Bu sonuç, çift fonksiyonlu bir alanda her hangi bir elektronun bu üç bölgenin herhangi birinin sınırları içinde %100 bulunmasının matematik ifâdesini verir.

Aktif bölgede tek fonksiyonlu  $E_{yII}(x) = A_2 \sin \alpha_{II} x$  elektrik alanı alınırsa, bir elektronun bu üç bölgenin herhangi birinin sınırları içinde %100 bulunmasının matematik ifâdesi olarak

$$I_i = \frac{aA_{i,m}A_{i,m}^*e^{-2\alpha_{i,m}a}}{\eta} \left[ \eta(1 + \cot^2\zeta) - \frac{\eta}{\zeta} \cot\zeta + 1 \right] = 1 \quad (34)$$

bulunur<sup>21</sup>.

<sup>21</sup> M. Temiz, Ö. Ö. Karakılıç, Ükte A., Şentürk H., "An Approach To Power Ratios And Probabilities And Interpretations Of These Quantities In Rectangular Quantum Wells", Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 11, Sayı 2, 2005.

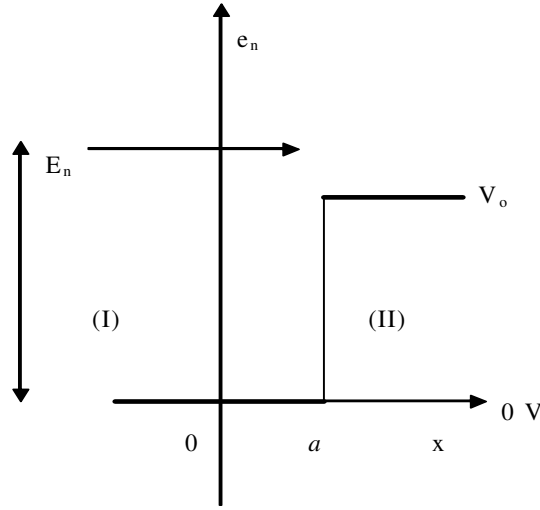
**Sorular:**

1) Simetrik bir kuantum çukurunda, aktif bölgede tek fonksiyonlu  $E_{yII}(x)=A_2 \sin \alpha_1 x$  elektrik alanı alınırsa, bir elektronun bu üç bölgenin herhangi birinin sınırları içinde %100 bulunmasının matematik ifâdesini bulunuz.

$$2) \int_0^a A_2 A_2^* \sin^2 \alpha_1 x dx + 2 \int_a^\infty A_{I,III} A_{I,III}^* e^{-2\alpha_{I,III}(x-a)} dx = 1$$

ifâdesini yapınız.

3) Şekilde görüldüğü gibi, bir elektron akımı  $x$  eksenine paralel olarak hareket etmektedir.  $x=a$  noktasındaki  $V_0$  engeline çarpmaktadır. Duvarın arkasına geçen akımın duvara çarpan akıma oranını bulunuz<sup>22</sup>.

**Cevaplar:**

1) Simetrik bir kuantum çukurunda, aktif bölgede  $E_{yII}(x)=A_2 \sin \alpha_1 x$  tek fonksiyonlu bir elektrik alanının bulunması hâlinde bir elektronun aktif bölgedeki alana ilişkin olarak, aktif ve gömlek bölgelerinin biri tânesi içinde bulunma ihtimalini bulmak için

$$\int_{-a}^a E_{yII} E_{yII}^* dx + \int_{-\infty}^{-a} E_{y,III} E_{y,III}^* dx + \int_a^\infty E_{y,III} E_{y,III}^* dx = 1$$

ya da

$$2 \int_0^a E_{yII} E_{yII}^* dx + 2 \int_a^\infty E_{y,III} E_{y,III}^* dx = 1$$

<sup>22</sup> Temiz, M., Yarıiletkenler, Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi Matbaası, Ders Kitapları Yayın No:006, Sayfa 23, Denizli 1997.

denkleminde hareket edilir.  $E_{yII}(x)=A_2 \sin \alpha_{II} x$  alanı denklemden kullanılırsa,

$$2 \int_0^a A_2 A_2 \cdot \sin^2 \alpha_{II} x dx + 2 \int_a^\infty A_{I,III} A_{I,III} \cdot e^{-2\alpha_{I,III} x} dx = 1$$

olur. Bu normalizasyon ifâdelerine göre elektronların her birinin I, II ve III bölgesinde bulunma ihtimali 1'dir. Yâni, bir elektronun mutlaka bu bölgelerden bir tânesinin içinde bulunmalıdır.

Dalganın sürekli olması için  $x = \mp a$ 'da  $E_{yII}(\mp a) = E_{yI,III}(\mp a)$  olmalıdır: Başka bir deyimle, katsayıların kompleks oldukları da farz edilerek,

$$A_2 \sin(\mp \alpha_{II} a) = A_{I,III} e^{-\alpha_{I,III} |\mp a|}, \quad A_2^* \sin(\mp \alpha_{II} a) = A_{I,III} e^{-\alpha_{I,III} |\mp a|}$$

ya da  $x = +a$  için

$$A_2 \sin(\alpha_{II} a) = A_{I,III} e^{-\alpha_{I,III} |a|}, \quad A_2^* \sin(\alpha_{II} a) = A_{I,III} e^{-\alpha_{I,III} |a|}$$

veyâ  $x = -a$  için

$$-A_2 \sin(\alpha_{II} a) = A_{I,III} e^{-\alpha_{I,III} |a|}, \quad -A_2^* \sin(\alpha_{II} a) = A_{I,III} e^{-\alpha_{I,III} |a|}$$

olur ki  $A = -A_2$  alınırsa

$$A \sin(\alpha_{II} a) = A_{I,III} e^{-\alpha_{I,III} |a|}, \quad A^* \sin(\alpha_{II} a) = A_{I,III} e^{-\alpha_{I,III} |a|}$$

olur. Bunların taraf tarafa çarpılmasıyla

$$AA^* \sin^2 \alpha_{II} a = AA^* \sin^2 \zeta \alpha_{II} a = A_{I,III}^* A_{I,III} e^{-2\alpha_{I,III} a}$$

veyâ

$$AA^* = \frac{A_{I,III}^* A_{I,III} e^{-2\alpha_{I,III} a}}{\sin^2 \zeta}$$

elde edilir. Bu sonuç

$$2 \int_0^a A_2 A_2^* \sin^2 \alpha_{II} x dx + 2 \int_a^\infty A_{I,III} A_{I,III}^* e^{-2\alpha_{I,III} x} dx = 1$$

denkleminde taşınırsa,

$$2 \int_0^a AA^* \sin^2 \alpha_{II} x dx + 2 \int_a^\infty A_{I,III} A_{I,III}^* e^{-2\alpha_{I,III} x} dx = 1$$

bulunur. Buradan

$$2 A_{I,III} A_{I,III}^* e^{-2\alpha_{I,III} a} \frac{a}{\sin^2 \zeta} \int_0^a \sin^2 \alpha_{II} x dx + 2 A_{I,III} A_{I,III}^* \int_0^\infty e^{-2\alpha_{I,III} x} dx = 1$$

ya da

$$2A_{i,m} A_{i,m}^* \frac{e^{-2\alpha_{i,m} a}}{\sin^2 \zeta} \left[ \frac{1}{2} \left( a - \frac{\sin 2\zeta}{2\alpha_{ii}} \right) \right] + 2A_{i,m} A_{i,m}^* \left[ \frac{e^{-2\alpha_{i,m} a}}{2\alpha_{i,m}} \right] = 1$$

veyâ

$$2A_{i,m} A_{i,m}^* \frac{e^{-2\alpha_{i,m} a}}{\sin^2 \zeta} \left[ \frac{1}{2} \left( a - \frac{\sin 2\zeta}{2\alpha_{ii}} \right) \right] + 2A_{i,m} A_{i,m}^* \left[ \frac{e^{-2\alpha_{i,m} a}}{2\alpha_{i,m}} \right] = 1$$

$$\frac{aA_{i,m} A_{i,m}^* e^{-2\alpha_{i,m} a}}{\eta} \left[ \frac{\eta}{\sin^2 \zeta} - \frac{2\alpha_{i,m} \sin 2\alpha_{ii} a}{2\alpha_{ii} \sin^2 \zeta} + 1 \right] = 1$$

$$\frac{aA_{i,m} A_{i,m}^* e^{-2\alpha_{i,m} a}}{\eta} \left[ \frac{\eta}{\sin^2 \zeta} - \frac{\alpha_{i,m} 2\cos \zeta \sin \zeta}{2\alpha_{ii} \sin^2 \zeta} + 1 \right] = 1$$

$$\frac{aA_{i,m} A_{i,m}^* e^{-2\alpha_{i,m} a}}{\eta} \left[ \frac{\eta}{\sin^2 \zeta} - \frac{\eta \cos \zeta \sin \zeta}{\zeta \sin^2 \zeta} + 1 \right] = 1$$

$$\frac{aA_{i,m} A_{i,m}^* e^{-2\alpha_{i,m} a}}{\eta} \left[ \frac{\eta}{\sin^2 \zeta} - \frac{\eta}{\zeta} \cot \zeta + 1 \right] = 1$$

bulunur. Buradan

$$I_i = \frac{aA_{i,m} A_{i,m}^* e^{-2\alpha_{i,m} a}}{\eta} \left[ \frac{\eta}{\sin^2 \zeta} - \frac{\eta}{\zeta} \cot \zeta + 1 \right] = 1$$

ya da

$$I_i = \frac{aA_{i,m} A_{i,m}^* e^{-2\alpha_{i,m} a}}{\eta} \left[ \eta(1 + \cot^2 \zeta) - \frac{\eta}{\zeta} \cot \zeta + 1 \right] = 1$$

bulunur.

$$2) \int_0^a A_2 A_2^* \sin^2 \alpha_{ii} dx + 2 \int_a^\infty A_{i,m} A_{i,m}^* e^{-2\alpha_{i,m}(x-a)} dx = 1$$

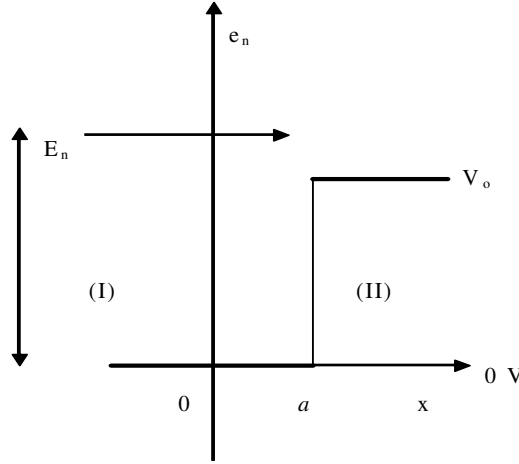
$$2AA^* \int_0^a \sin^2 \alpha_{ii} dx + 2A_{i,m} A_{i,m}^* \int_0^\infty e^{-2\alpha_{i,m}(x-a)} dx = 1$$

ya da

$$2A^2 \left[ \frac{1}{2} \left( a - \frac{\sin 2\zeta}{2\alpha_{II}} \right) \right] + 2A_{I,III} A_{I,III} \left. \frac{e^{-2\alpha_{I,III}(x-a)}}{2\alpha_{I,III}} \right|_a^{\infty} = I$$

$$2A^2 \left[ \frac{1}{2} \left( a - \frac{\sin 2\zeta}{2\alpha_{II}} \right) \right] + \frac{2A_{I,III}^2}{2\alpha_{I,III}} = I, \quad 2A^2 \left[ \frac{1}{2} \left( a - \frac{\sin 2\zeta}{2\alpha_{II}} \right) \right] + \frac{2A_{I,III}^2}{2\alpha_{I,III}} = I$$

3) Elektronların enerjisi  $E_n$  ve  $x=a$ 'daki potansiyel duvarı ise  $V_o$  olsun.



Bir doğrultuda, mesela  $x$  doğrultusunda, hareket eden tek bir elektron için Schrödinger denklemi

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2}(E_n - V_o)\Psi = 0$$

şekindedir.  $V_o=0$  olduğundan,  $x=a$  noktasının solundaki I nolu bölgede,

$$\frac{d^2\Psi_I}{dx^2} + \frac{8\pi^2mE_n}{h^2}\Psi_I = \frac{d^2\Psi_I}{dx^2} + k^2\Psi_I = 0, \quad k^2 = \frac{8\pi^2mE_n}{h^2}$$

olan denkleminin çözümü

$$\Psi_I(x) = Ae^{jkx} + Be^{-jkx}$$

olur. Burada birinci terim  $x$  boyunca sol tarafa doğru, ikinci terim sağ tarafa doğru yayılan kısmi dalgaları temsil edebilir.

II nolu bölgede,  $V_o \neq 0$  olduğu için,

$$\frac{d^2\Psi_{II}}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2}(E_n - V_o)\Psi_{II} = \frac{d^2\Psi_{II}}{dx^2} + \alpha_{II}^2\Psi_{II} = 0, \quad \alpha_{II}^2 = \frac{8\pi^2m}{h^2}(E_n - V_o)$$



elde edilir. Bunun çözümü ise,

$$\Psi_{II}(x) = Ce^{j\alpha_{II}x} + De^{-j\alpha_{II}x}$$

biçimindedir. Sağdaki birinci terim sola doğru yayılan bir dalgayı temsil ediyorsa, II. bölge  $x$  doğrultusunda sonsuza kadar uzandığından, bu bölgede  $-x$  yönünde yayılan bir dalgaya rastlanmaz. Dolayısı ile burada  $C=0$  olmak zorundadır. Yâni,  $x>0$  için

$$\Psi_{II}(x) = De^{-j\alpha_{II}x}$$

bulunur. Şimdi sınır şartlarını kullanarak  $A$ ,  $B$ ,  $C$  sâbitlerinin bulunmasını ele alalım:

$\Psi$  ve  $\frac{d\Psi}{dx}$  ifâdeleri I ve II bölgelerinin sınırında sürekli olarak değişmelidir. Yâni,

$$\begin{aligned} \Psi_I(a) &= \Psi_{II}(a) \\ \left[ \frac{d\Psi_I(x)}{dx} \right]_{x=a} &= \left[ \frac{d\Psi_{II}(x)}{dx} \right]_{x=a} \end{aligned}$$

olmalıdır. Sınır yüzeyindeki bu şartlar her iki bölgede elde edilen denklemlere uygulanırsa,

$$\begin{aligned} A + Be^{-2jka} &= De^{-jka} e^{-j\alpha_{II}a} = De^{-j(ka + \alpha_{II}a)} \\ kA - kB e^{-2jka} &= -\alpha_{II} e^{-j(ka + \alpha_{II}a)} \end{aligned}$$

veyâ

$$A = \frac{1}{2} D \left( 1 - \frac{\alpha_{II}}{k} \right) e^{-j(ka + \alpha_{II}a)}$$

elde edilir.

$x=a$ 'daki potansiyel duvarına çarparak geri dönen elektronlar sol tarafa doğru yayılan dalgaları meydana getirir. Bu sebeple, şimdi bir elektronun  $x=a$  duvarına çarpma ihtimâlini bulmak mümkündür. Bunun için I. bölgedeki denklemde sağ ve sol tarafa doğru yayılan dalgalar

$$\begin{aligned} \Psi_I(x) &= Ae^{jkx} + Be^{-jkx} = \Psi_I(+)+\Psi_I(-) \\ \Psi_I(-) &= Be^{-jkx} \\ \Psi_I(+)&= Ae^{jkx} \end{aligned}$$

şeklinde ifâde edilirse, bir elektronun  $x=a$  duvarına çarpması ihtimâli

$$[\Psi_I(-)][\Psi_I(-)]^*_{x=a} = B^* B e^{jka} e^{-jka} = BB^* = |B|^2$$

ve  $x=a$ 'dan sola doğru yansımaları ihtimâli

$$|\Psi_I(+)| |\Psi_I(+)|^*_{x=a} = A^* A e^{jka} e^{-jka} = AA^* = |A|^2$$

olur. Bir elektronun potansiyel duvarını geçmiş olması ihtimali ise,

$$[\Psi_{II}(x)] [\Psi_{II}(x)]^*_{x=a} = D^* D e^{jka} e^{-jka} = DD^* = |D|^2$$

olarak hesaplanır.

Dalga mekaniğinde  $i$  akımı, bir boyut için, dalga fonksiyonu cinsinden,

$$i = -\frac{hj}{4\pi m} \left( \Psi^* \frac{d\Psi}{dx} - \Psi \frac{d\Psi^*}{dx} \right)$$

ile verilir. Buna göre,  $x=a$ 'daki potansiyel duvarına çarpa ihtimâline âit akım

$$i_{\text{çarp}}(a) = -\frac{hj}{4\pi m} \left( \Psi^* \frac{d\Psi}{dx} - \Psi \frac{d\Psi^*}{dx} \right)$$

$$i_{\text{çarp}}(a) = -\frac{j\hbar}{2\pi m} \left[ A^* e^{-jka} jk A e^{jka} - A e^{jka} (-jk) A^* e^{-jka} \right]_{x=0} = \frac{\hbar k}{2\pi m} |A|^2$$

olur.  $x>a$  bölgesine geçen elektronların  $x=a$ 'daki ihtimâliyet akımı ise, gene aynı akım formülüyle,

$$i_{\text{geçen}}(a) = -\frac{hj}{4\pi m} \left( \Psi^* \frac{d\Psi}{dx} - \Psi \frac{d\Psi^*}{dx} \right)$$

$$i_{\text{geçen}}(a) = -\frac{j\hbar}{2\pi m} \left[ D^* e^{-j\alpha_{II}x} D j\alpha_{II} e^{-j\alpha_{II}x} - D e^{-j\alpha_{II}x} (-j\alpha_{II}) D^* e^{-j\alpha_{II}x} \right]_{x=a} = \frac{\hbar\alpha_{II}}{2\pi m} |D|^2$$

olarak bulunur.  $x>a$  bölgesine geçen elektron akımının  $x=a$ 'ya ulaşan elektron akımına oranı

$$\frac{j_{\text{geçen}}}{j_{\text{çarp}}(a)} = \frac{\alpha_{II}}{k} \frac{|D|^2}{|A|^2} = \frac{4k\alpha_{II}}{(k+\alpha_{II})^2}, A = \frac{1}{2} D \left( 1 - \frac{\alpha_{II}}{k} \right) e^{-j(ka + \alpha_{II}a)}$$

$$\frac{j_{\text{geçen}}}{j_{\text{çarp}}} = \frac{\alpha_{II}}{k} \frac{|D|^2}{|A|^2} = \frac{4k\alpha_{II}}{(k+\alpha_{II})^2 e^{-j2(ka + \alpha_{II}a)}}$$

şeklindedir<sup>23</sup>.

## 2.5. Elektronun I ve III Bölgelerinde Bulunma İhtimâli-Kaçak Yüzdesi

Bir elektronun çift fonksiyonlu  $E_{yII}(x)=B_2 \cos \frac{n\pi}{2a} x=B_2 \cos \alpha_{II} x$  alanında I ve III bölgelerinde kuantum mekaniği açısından bulunma ihtimâli,

$$I_\ell = \int_{-a}^{-\infty} E_{yI,III} E_{y,III}^* dx + \int_a^{\infty} E_{yI,III} E_{yI,III}^* dx \quad (35)$$

veyâ

$$I_\ell = 2 \int_a^{\infty} E_{yI,III} E_{yI,III}^* dx \quad (36)$$

ya da

$$\begin{aligned} I_\ell &= 2 \int_a^{\infty} A_{I,III} A_{I,III}^* e^{-2\alpha_{I,III} x} dx = \frac{2A_{I,III} A_{I,III}^*}{2\alpha_{I,III}} e^{-2\alpha_{I,III} a} = \frac{A_{I,III} A_{I,III}^*}{\alpha_{I,III}} e^{-2\alpha_{I,III} a} \\ &= \frac{aA_{I,III} A_{I,III}^*}{\eta} e^{-2\alpha_{I,III} a} \end{aligned} \quad (37)$$

olur.

Klâsik mekanik açısında elektronun I ve III bölgelerinde kuantum mekaniği açısından bulunma ihtimâlinin yüzdesi,  $\tan \zeta = \frac{\eta}{\zeta}$  öz değer denklemi dikkate alınarak (37) ifâdesinin (33) ifâdesine bölünmesiyle

$$K = I_\ell / I_i = \frac{1}{\left[ \eta(1 + \tan^2 \zeta) + \frac{\eta}{\zeta} \tan \zeta + 1 \right]} = \frac{1}{\left[ \eta(1 + \frac{\eta^2}{\zeta^2}) + \frac{\eta}{\zeta} \frac{\eta}{\zeta} + 1 \right]} = \frac{1}{\left[ \eta(1 + \frac{\eta^2}{\zeta^2}) + (\frac{\eta^2}{\zeta^2} + 1) \right]} \quad (38)$$

ya da

$$K = \frac{1}{(1 + \frac{\eta^2}{\zeta^2})(1 + \eta)} = \frac{\zeta^2}{(\zeta^2 + \eta^2)(1 + \eta)} = \frac{\zeta^2}{V^2(1 + \eta)} \quad (39)$$

veyâ

$$K = I_\ell / I_i = \frac{\xi^2}{V^2(1 + \sqrt{V^2 - \xi^2})} \quad (40)$$

ya da (12), (13), (14) ve (24)'ten

<sup>23</sup> Özemre A. Y., Çağdaş Fiziğe Giriş, İst. Univ. Fen Fak. Yay., 1978.

$$K = \frac{V_0 - E_v}{V_0(1+\eta)} = \frac{n^2\pi^2}{4V^2(1+\eta)} = \frac{V_0 - E_v}{V_0(1 + \sqrt{\frac{2m^*a^2E_n}{\hbar^2}})} = \frac{V_0 - E_v}{V_0(1 + \frac{a}{\hbar}\sqrt{2m^*E_n})} = \frac{1-\alpha}{1 + \frac{a}{\hbar}\sqrt{2m^*E_n}}$$

veyâ

$$K = \frac{1-\alpha}{1 + \frac{a}{\hbar}\sqrt{2m^*E_n}} \quad (41)$$

ya da (24)'ten

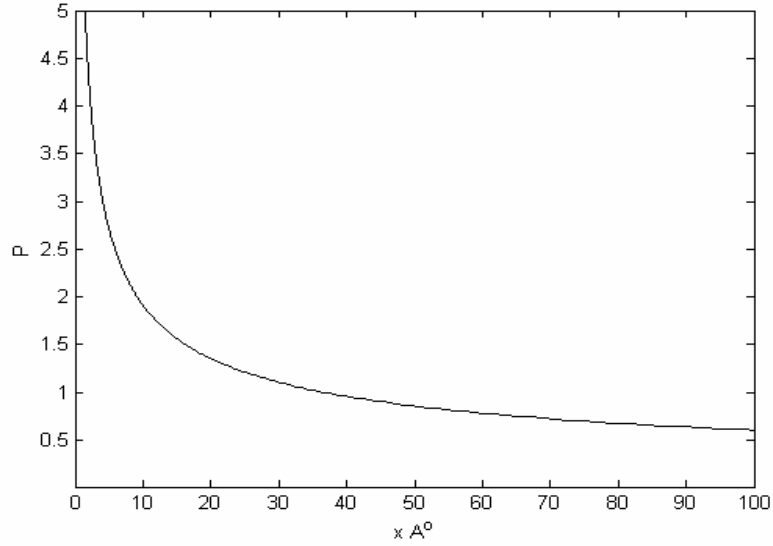
$$K = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{8m^*V_0a^2(1+\eta)} = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{4m^*V_0a^2(2+n\pi)} = \frac{n^2\pi^2}{2V^2(2+n\pi)} = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{8m^*V_0a^2(1+\sqrt{V^2-\zeta^2})} \quad (42)$$

olur.  $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_i=3.356$   $n_{ii}=3.357$  olan bir dalga kılavuzunda:

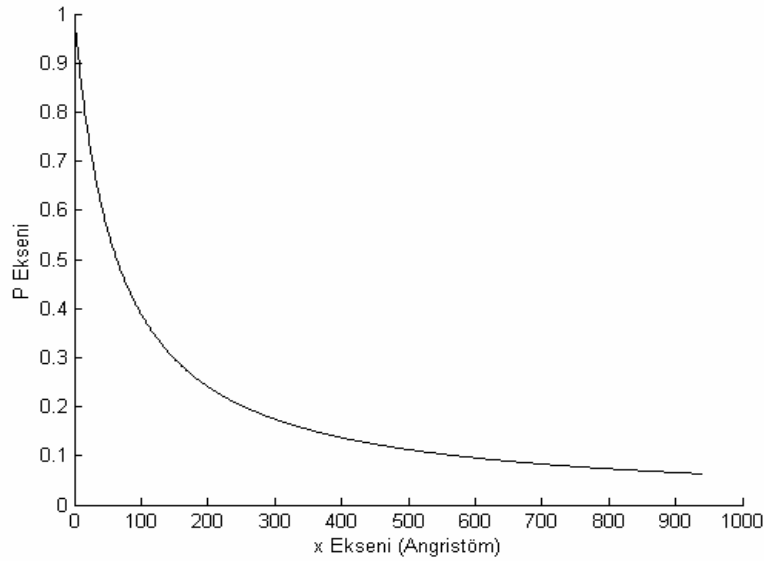
- a)  $a=5 \text{ \AA}$  için  $V=0.000166064383718702$ ,  $\alpha=2.75766600764778 \times 10^{-8}$ ,  $\zeta=0.000166064381428951$ ,  $\eta=2.75770198058288 \times 10^{-8}$  için  $K=0.99999997242260$ ,
- b)  $a=150 \text{ \AA}$  için  $V=0.00498193$ ,  $\alpha=2.48188 \times 10^{-5}$ ,  $\zeta=0.00498187$ ,  $\eta=2.48192 \times 10^{-5}$  için  $K=0.99995109510823$ ,
- c)  $a=250 \text{ \AA}$  için  $V=0.00830322$ ,  $\alpha=6.89371 \times 10^{-5}$ ,  $\zeta=0.000166064$ ,  $\eta=6.89403 \times 10^{-5}$  için  $K=0.9998612180688$ ,
- d)  $a=2000 \text{ \AA}$  için  $V=0.06644258$ ,  $\alpha=0.0043866$ ,  $\zeta=0.0662799$ ,  $\eta=0.00439947$  için  $K=0.99075035851434$ ,
- e)  $a=10\ 000 \text{ \AA}$  için  $V=0.332129$ ,  $\alpha=0.0964069$ ,  $\zeta=0.315713$ ,  $\eta=0.103124$  için  $K=0.81911900219828$ ,
- f)  $a=50\ 000 \text{ \AA}$  için  $V=1.66064$ ,  $\alpha=0.668049$ ,  $\zeta=0.956783$ ,  $\eta=1.35731$  için  $K=0.14081833748734$  bulunur.

Bu sonuçlar, elektronların gömlek bölgelerine kaçışlarının aktif bölgenin  $2a$  genişliğine bağlı olarak nasıl değiştiğini göstermektedir.

Görüldüğü gibi aktif bölgenin  $a=5-2000 \text{ \AA}$  arasındaki genişliklerinde elektronların %99'u;  $a=10\ 000 \text{ \AA}$  genişliğinde  $\approx 82$ 'si ve  $a=50\ 000 \text{ \AA}$  genişliğinde %14'ü gömlek bölgelerine kaçmaktadır. Yâni,  $a$  büyüdükçe elektronların I ve III bölgelerinde bulunmaları ihtimâli gittikçe azalmaktadır. Tersinden söylemek gerekirse, kuantum çukurunun eninin gittikçe küçülmesi, elektronların dar bir bölgede kalmalarını güçleştirmektedir. Bu,  $I_\ell$  kaçağının artması, başka bir sözle I ve III bölgelerine elektronların kaçağının artması demektir. Kuantum çukurunun  $2a$  genişliğinin gittikçe büyümesiyle kaçak azalmaktadır. Bu demektir ki, kaçağı azaltmak için  $2a$  genişliğinin artması gerekir. Bu durumda  $K$  kaçak yüzdesi azalır. Şekil 9a,  $n=1$ ,  $\hbar=1.05459 \times 10^{-34}$ ,  $m^*=0.67m_0$ ,  $m_0=9.1095 \times 10^{-31}$  kg,  $V_0=0.5$  eV,  $V=3.16227766$  ve  $\xi=1.2$  ve Şekil 9b,  $\alpha=2.75774 \times 10^{-8}$  için  $K$ 'nin  $x=a$ 'ya göre değişimini göstermektedir.



(a)



(b)

Şekil 9  $K=P$ 'nin  $x=a$ 'ya göre değişimi, (a)  $n=1$ ,  $\hbar=1.05459 \times 10^{-34}$ ,  $m^*=0.67m_0$ ,  
 $m_0=9.1095 \times 10^{-31}$  kg,  $V_0=0.5$  eV,  $V=3.16227766$  ve  $\xi=1.2$  için,  
 (b)  $\alpha=2.75774 \times 10^{-8}$  için.

Bir elektronun bağlı enerji seviyesi, kuyunun derinliğinin yüzdesi olarak hesaplanabilir. Bağlı enerji seviyesi  $\%V_0=LV_0$  kadar üstünde ise L yüzdesi hesaplanabilir.

$$K = \frac{\xi^2}{V^2 [1 + \sqrt{V^2 - \xi^2}]} \quad (43)$$

$V_0 - E_n = LV_0$  alınırsa, (12)'den,

$$\alpha_n^2 a^2 = \zeta^2 = \frac{2m^*(V_0 - E_n)a^2}{\hbar^2}$$

$$\xi^2 = \frac{2m^*(V_0 - E_n)a^2}{\hbar^2} = \frac{2m^*a^2V_0}{\hbar^2} L \quad (44)$$

olup

$$\frac{2m^*a^2V_0}{\hbar^2} = V^2 \quad (45)$$

olduğundan,

$$\xi^2 = V^2 L \quad (46)$$

veyâ

$$K = \frac{L}{[1 + \sqrt{1 - L}]} \quad (47)$$

bulunur.  $\alpha = 0.668049$  için  $L = 0.3319510$  eder. Buna karşı  $K = 0.18265735459356$  olur. Kuyu derinliği  $V_0$  olan potansiyel kuyusunda enerji seviyesinin kuyunun dibinden, meselâ,  $0.55V_0$  üstünde olması için, elektronun kuantum mekaniğine göre I ve III bölgelerinde bulunma ihtimali (Bir nevî kaçak yüzdesi) 0.33 olarak ortaya çıkar.

Elektronun elektronun tek fonksiyonlu  $E_{yn}(x) = A_2 \sin \frac{n\pi}{2a} x = A_2 \sin \alpha_n x$  alanında I ve III bölgelerinde kuantum mekaniği açısından bulunma ihtimâli ise,

$$K = \frac{1}{\left[ \eta(1 + \text{Cot} \zeta^2) + \frac{\eta}{\zeta} \text{Cot} \zeta + 1 \right]} = \frac{1}{\left[ \eta \left( 1 + \frac{\eta^2}{\zeta^2} \right) - \frac{\eta^2}{\zeta^2} + 1 \right]} = \frac{\zeta^2}{[\eta V^2 - \eta^2 + \zeta^2]} \quad (48)$$

$$= \frac{\frac{\zeta^2}{V^2}}{\left[ \eta - \frac{\eta^2}{V^2} + \frac{\zeta^2}{V^2} \right]} = \frac{L}{[\eta - \alpha + L]} = \frac{1 - \alpha}{[\eta - \alpha + 1 - \alpha]} = \frac{1 - \alpha}{[\eta + 1 - 2\alpha]} = q$$

ile verilir. Bunun (39)'dan farklı olması kaçığın, fonksiyonun tek ve çift fonksiyonlu olmasına bağlı olduğunu gösterir:  $K \rightarrow \bar{K}$ ,  $q \rightarrow \bar{q}$  alınırsa, çift ve tek fonksiyonlu alanlar için sırasıyla gömlek bölgelerine olan kaçıklar,

$$\bar{K} = \frac{1 - \alpha}{\eta + 1}, \quad \bar{q} = \frac{1 - \alpha}{[\eta + 1 - 2\alpha]} \quad (39)$$

olur.

**Sorular:**  $c$  ışık hızını göstermek üzere, hıza bağlı kütle ifâdesi  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ ,

$\hbar = h / 2\pi = 6.6262 \times 10^{-34} / 2\pi = 1.0546 \times 10^{-34}$  Js ve  $m^* = 0.67m = 0.067 \times 9.1095 \times 10^{-31}$  kg olduğuna göre:

1)  $a = 5 \text{ \AA}$  olarak bulunan  $V = 0.000166064$  için çukurun potansiyel derinliğini bulunuz.

2)  $a = 250 \text{ \AA}$  olarak bulunan  $V = 0.00830322$  için çukurun potansiyel derinliğini bulunuz.

3)  $a = 2000 \text{ \AA}$  olarak bulunan  $V = 0.06644258$  için çukurun potansiyel derinliğini bulunuz.

4)  $a = 10000 \text{ \AA}$  olarak bulunan  $V = 0.332129$  için çukurun potansiyel derinliğini bulunuz.

5)  $a = 50000 \text{ \AA}$  olarak bulunan  $V = 1.66064$  için çukurun potansiyel derinliğini bulunuz.

6)  $a = 100000 \text{ \AA}$  olarak bulunan  $V = 0.287353$  için çukurun potansiyel derinliğini bulunuz.

**Cevaplar:**

$6.6262 \times 10^{-34} / 2\pi = 1.0546 \times 10^{-34}$  Js ve  $m^* = 0.67m = 0.067 \times 9.1095 \times 10^{-31}$  kg olduğuna göre:

1)  $a = 5 \text{ \AA}$ ,  $V = 0.000166064$  için çukurun potansiyel derinliğinin bulunması:

$\frac{2m^* a^2 V_0}{\hbar^2} = V^2 \rightarrow V_0 = \frac{V^2 \hbar^2}{2m^* a^2}$  ifâdesi, görüldüğü gibi, kırılma indisi ile belirlenen normalize frekans ve aktif bölge kalınlığının yarısı ile bazı parametrelere bağlıdır.

$$V_0 = \frac{V^2 \hbar^2}{2m^* a^2} = \frac{0.000166064^2 \times (1.0546 \times 10^{-34})^2}{2 \times 0.067 \times 9.1095 \times 10^{-31} \times (5 \times 10^{-10})^2}$$

$$= 1.515202094189524 \times 10^{-28} \text{ J} = 9.458190350746091 \times 10^{-10} \text{ eV}$$

$$= 9.458190350746091 \times 10^{-7} \text{ meV}$$

$$= 9.458190350746091 \times 10^{-4} \text{ \mu eV} = 0.94581903507461 \text{ neV.}$$

2)  $a = 250 \text{ \AA}$   $V = 0.00830322$  için çukurun potansiyel derinliğinin bulunması:

$$V_0 = \frac{V^2 \hbar^2}{2m^* a^2} = \left( \frac{0.00830322^2 \times (1.0546 \times 10^{-34})^2}{2 \times 0.067 \times 9.1095 \times 10^{-31} \times (250 \times 10^{-10})^2} \right) \times (1.602 \times 10^{-19} \times 10^9)$$

$$= 4.208895531379653 \times 10^{-28} \text{ J} = 2.627275612596538 \times 10^{-9} \text{ eV}$$

$$= 2.627275612596538 \times 10^{-6} \text{ meV}$$

$$= 0.00262727561260 \text{ \mu eV} = 2.62727561259654 \text{ neV.}$$

3)  $a=2000 \text{ \AA}$ ,  $V=0.06644258$  için çukurun potansiyel derinliğinin bulunması:

$$V_o = \frac{V^2 \hbar^2}{2m^* a^2} = \frac{0.06644258^2 x (1.0546 x 10^{-34})^2}{2 x 0.067 x 9.1095 x 10^{-31} x 2000 x 10^{-10}}$$

$$= 1.515969832449118 x 10^{-28} \text{ J} = 9.462982724401486 x 10^{-10} \text{ eV}$$

$$= 9.462982724401485 x 10^{-7} \text{ meV} = 9.462982724401486 x 10^{-4} \mu \text{ eV}$$

$$= 0.94629827244015 \text{ neV.}$$

4)  $a=10000 \text{ \AA}$   $V=0.332129$  için çukurun potansiyel derinliğinin bulunması:

$$V_o = \frac{V^2 \hbar^2}{2m^* a^2} = \frac{0.332129^2 x (1.0546 x 10^{-34})^2}{2 x 0.067 x 9.1095 x 10^{-31} x 10000 x 10^{-10}}$$

$$= 1.515204216134326 x 10^{-28} \text{ J} = 9.458203596344107 x 10^{-10} \text{ eV}$$

$$= 9.458203596344107 x 10^{-7} \text{ meV} = 9.458203596344107 x 10^{-4} \mu \text{ eV}$$

$$= 0.94582035963441 \text{ neV.}$$

5)  $a=50\ 000 \text{ \AA}$   $V=1.66064$  için çukurun potansiyel derinliğinin bulunması:

$$V_o = \frac{V^2 \hbar^2}{2m^* a^2} = \frac{1.66064^2 x (1.0546 x 10^{-34})^2}{2 x 0.067 x 9.1095 x 10^{-31} x (50000 x 10^{-10})^2}$$

$$= 1.515195091957063 x 10^{-28} \text{ J} = 9.458146641429853 x 10^{-10} \text{ eV}$$

$$= 9.458146641429854 x 10^{-7} \text{ meV} = 9.458146641429853 x 10^{-4} \mu \text{ eV}$$

$$= 0.94581466414299 \text{ neV.}$$

6)  $a=1\ 000 \text{ \AA}$   $V=0.287353$  için çukurun potansiyel derinliğinin bulunması:

$$V_o = \frac{V^2 \hbar^2}{2m^* a^2} = \frac{0.287353^2 x (1.0546 x 10^{-34})^2}{2 x 0.067 x 9.1095 x 10^{-31} x (1000 x 10^{-10})^2}$$

$$= 1.134198439720778 x 10^{-26} \text{ J} = 7.079890385273274 x 10^{-8} \text{ eV}$$

$$= 7.079890385273274 x 10^{-5} \text{ meV} = 0.07079890385273 \mu \text{ eV}$$

$$= 70.79890385273274 \text{ neV.}$$

## 2.6. Hapsedicilik Faktörü

Çekirdek bölgesinde hapsedilen optik gücün toplam güce oranı olan hapsedicilik faktörü (F) simetrik bir dalga kılavuzunda  $E_{yII}(x) = B_2 \cos \frac{n\pi}{2a} x = B_2 \cos \alpha_{II} x$  çift alan fonksiyonlarında



$$F = \frac{\int_{-a}^a E_{yII} E_{yII}^* dx}{\int_{-a}^a E_{yII} E_{yII}^* dx + \int_{-\infty}^{\infty} E_{yI,III} E_{yI,III}^* dx + \int_a^{\infty} E_{yI,III} E_{yI,III}^* dx} = \frac{2 \int_0^a E_{yII} E_{yII}^* dx}{2 \int_0^a E_{yII} E_{yII}^* dx + 2 \int_a^{\infty} E_{yI,III} E_{yI,III}^* dx} \quad (49)$$

ya da

$$F = \frac{2 \int_0^a B_2 B_2^* \cos^2 \alpha_{II} x}{2 \int_0^a B_2 B_2^* \cos^2 \alpha_{II} x + 2 \int_a^{\infty} A_{I,III} A_{I,III}^* e^{-2\alpha_{I,III} x} dx} = \frac{\frac{1}{2} (a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2\alpha_{II} a)}{\frac{1}{2} (a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2\alpha_{II} a) + \frac{1}{\alpha_{I,III} a} \cos^2 \alpha_{II} a} \quad (50)$$

veyâ

$$F = \frac{(1 + \frac{1}{2\alpha_{II} a} \sin 2\alpha_{II} a)}{(1 + \frac{1}{2\alpha_{II} a} \sin 2\alpha_{II} a) + \frac{1}{\alpha_{I,III} a} \cos^2 \alpha_{II} a} = \frac{(1 + \frac{1}{2\alpha_{II} a} \sin 2\alpha_{II} a)}{(1 + \frac{1}{2\alpha_{II} a} \sin 2\alpha_{II} a) + \frac{1}{\alpha_{I,III} a} \cos^2 \alpha_{II} a} \quad (51)$$

ya da

$$F = \frac{(1 + \frac{1}{2\alpha_{II} a} \sin 2\alpha_{II} a)}{(1 + \frac{1}{2\alpha_{II} a} \sin 2\alpha_{II} a) + \frac{1}{\alpha_{I,III} a} \cos^2 \alpha_{II} a} = \frac{(1 + \frac{1}{2\zeta} \sin 2\zeta)}{(1 + \frac{1}{2\zeta} \sin 2\zeta) + \frac{1}{\eta} \cos^2 \zeta} \quad (52)$$

olur.

Normalize edilmiş propagasyon sâbiti,

$$\alpha = \frac{\alpha_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}^2 + \alpha_{II}^2} = \frac{a^2 \alpha_{I,III}^2}{V^2} = \frac{\eta^2}{V^2} \quad (53)$$

olarak tanımlanırsa, (52) ifâdesi,

$$\frac{\sqrt{\alpha}}{V} = \frac{1}{2\alpha_{II} a} \sin(2\alpha_{II} a) \rightarrow \sin 2\alpha_{II} a = \frac{2\alpha_{II} \alpha_{II} a^2}{V^2} = 2\sqrt{\alpha(1-\alpha)} \rightarrow \sin 2\zeta = \frac{2\alpha_{II} \zeta a}{V^2} = 2\sqrt{\alpha(1-\alpha)} \quad (54)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha} V} = \frac{1}{2\alpha_{II} a} \sin 2\alpha_{II} a + \frac{1}{\alpha_{I,III} a} \cos^2 \alpha_{II} a \rightarrow \cos^2 \alpha_{II} = 1 - \frac{\alpha_{II}^2 a^2}{V^2} = 1 - \alpha \quad (55)$$

alınmasıyla,

$$F = \frac{V + \sqrt{\alpha}}{V + \frac{1}{\sqrt{\alpha}}} \quad (56)$$

olur<sup>24</sup>.

<sup>24</sup> Iga, K., 1994 Fundamentals of Laser Optics, New York, 1994).

Çekirdek bölgesinde hapsedilen optik gücün toplam güce oranı olan hapsedicilik faktörü (F)  $E_{yII}(x)=A_2 \sin \frac{n\pi}{2a} x=A_2 \sin \alpha_{II} x$  tek alan fonksiyonlarında

$$F = \frac{(1 - \frac{1}{2\alpha_{II}a} \sin 2\alpha_{II}a)}{(1 - \frac{1}{2\alpha_{II}a} \sin 2\alpha_{II}a) + \frac{1}{\alpha_{III}a} \cos^2 \alpha_{II}a} = \frac{(1 - \frac{1}{2\alpha_{II}a} \sin 2\alpha_{II}a)}{(1 - \frac{1}{2\alpha_{II}a} \sin 2\alpha_{II}a) + \frac{1}{\alpha_{III}a} \cos^2 \alpha_{II}a} \quad (57)$$

ya da

$$F = \frac{(1 - \frac{1}{2\alpha_{II}a} \sin 2\alpha_{II}a)}{(1 - \frac{1}{2\alpha_{II}a} \sin 2\alpha_{II}a) + \frac{1}{\alpha_{III}a} \cos^2 \alpha_{II}a} = \frac{(1 - \frac{1}{2\zeta} \sin 2\zeta)}{(1 - \frac{1}{2\zeta} \sin 2\zeta) + \frac{1}{\eta} \cos^2 \zeta} \quad (58)$$

olur.

Burada V 'ye "V sayısı" denir<sup>25</sup>. (50) ifâdesi, yaklaşık olarak, %1.5'luk bir duyarlılıkla,

$$F = \frac{V^2}{V^2 + 2} \quad (59)$$

alınabilir<sup>26</sup>. Bu parametre, lazerin anlaşılmasına geniş ölçüde yardımcı olan bir parametredir. Meselâ,  $a=5 \text{ A}^\circ$  için bulunan çok küçük  $V=0.000166064$ ,  $\alpha = 2.75774 \times 10^{-8}$ ,  $\zeta = 0.000166064$ ,  $\eta = 2.75774 \times 10^{-8}$  değerleri için  $F=5.515472452688102 \times 10^{-8}$  olarak çok küçük bir hapsedicilik elde edilmesine karşılık;  $a=50 \text{ 000 A}^\circ$  için  $V=1.66064$ ,  $\alpha=0.668049$ ,  $\zeta=0.956783$ ,  $\eta=1.35731$  gibi oldukça büyük bulunan değerler için yeteri kadar büyük bir  $F=0.85918240122822$  değeri bulunur. Sonuç olarak, yüksek V değerlerine karşı F hapsediciliği, 1'ye yaklaşır. V'nin azalan değerleri için F de azalır.  $\xi$  ve  $\eta$  parametrelerinin, dalga kılavuzunun genişliğinin yarısının gösteren a parametresi ile doğru orantılı olmasına bakılırsa, P kaçak ihtimallerinin hesaplanmasında da görüldüğü gibi, a'nın küçük değerlerinde optik gücü dar bir alanda tutmak daha da güç olmaktadır. Bu da mâkul bir beklentidir.

## 2.7. Sonuç

Lazer, foton ve elektronların aktif bölgede hapsedilmeleri esâsına dayanır. Bu yüzden hapsedicilik faktörü önemlidir. Elektronların aktif bölgede hapsedilmeleri ışığın aynı bölgede hapsedilmesinden daha zordur. Diyot lazerlerinde aktif tabaka kalınlığının bir fonksiyonu olarak ifâde edilen hapsedicilik özel bir parametredir. Bu, hesaplandığı ana

<sup>25</sup> Verdeyen, J. T., 1989. Laser Electronics, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

<sup>26</sup> Adams, M.J., 1987, Semiconductor Lasers for Long-wavelength Optical-Fiber Communications, IEEE Materials and Devices Series, Peter Peregrinus Ltd., London.

modun frekans sahâsı civârında hemen hemen sâbittir. Kuantum çukurunun aktif bölge genişliği şunu gösterir ki, tek bir kuantum çukuru içindeki radyasyonun hapsediciliği pek zayıftır ve oldukça küçüktür. Foton enerjisi çukur genişliğine bağlıdır. Genişlik azaldıkça foton enerjisi artar. Hapsedilmiş taşıyıcılara âit enerji seviyeleri ve foton enerjisi, potansiyel duvarının yüksekliğine ve malzeme cinsine de bağlıdır. Seçicilik faktörü lazerin modal kazancına etki eder. Modal kazanç, hapsedicilik faktörü ve malzeme kazancı ile orantılıdır.

### Sorular:

- 1) Boyutları  $\ell_x, \ell_y, \ell_z$  olan bir yarıiletken hacim içindeki bir elektron veyâ delik gibi bir yük taşıyıcısı ne ile temsil edilir?
- 2) Dalga vektörü uzayında  $\mathbf{k}$ ,  $d\mathbf{k}$  kadar artırılsa üç boyutlu  $d\mathbf{k}$  aralığındaki durum yoğunluğu ne olur?
- 3) Bir enerji bandında enerji ve momentum ilişkisini toplam enerji  $W$  cinsinden yazınız.
- 4) İletim ve valans bantlarına âit durum yoğunluğunu  $E$  enerjisi cinsinden yazınız.
- 5) Momentum vektörünü geometrik olarak yorumlayınız.
- 6) Mod yoğunluğunu târif ediniz ve ifâdesini çıkarınız.
- 7) Bir rezonatör (boşluk) içindeki elektromanyetik alanın enerji yoğunluğunun ifâdesi nasıldır?
- 8)  $\ell_x = \ell_y = \ell_z = 10^{-3} \text{ m}$  ve  $\sqrt{m^2 + p^2 + q^2} = 100$  olarak verildiğine göre,
  - a)  $k$  dalga vektörünün değeri,
  - b) Momentum vektörünün değeri,
  - c)  $E$  enerjisini
  - d) Elektronun hızını hesaplayarak enerjinin yorumunu yapınız (Elektronun efektif kütlesi  $m^* = 0.067m_0$  olup,  $m_0$  elektronun sükûnet kütesidir).
- 9)  $\Delta E = 0.1 \text{ V}$  veriliyor. Bu enerji seviyesini kazanmak için ne kadar elektron gerekir?
- 10) Populasyon (çoğalma) ve inversiyon nedir?
- 11) Lazerlerde kazancın temel denklemini yazarak denklemdaki parametreleri tanımlayınız.
- 12) Çizgi şekli fonksiyonu nedir?
- 13) Grup insinin ifâdesini çıkarınız.
- 14) 2 seviyeli bir lazerde radyasyon geçişi nasıl meydana gelir?

### Cevaplar:

- 1) Bir yarıiletken hacim içindeki bir elektron veyâ delik gibi bir yük taşıyıcısı

$$\psi(\mathbf{r}) = u(\mathbf{r}) \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$$

gibi bir dalga fonksiyonu ile temsil edilir. Bu dalga fonksiyonunun, elektronun (deliğin) bütün özelliklerini taşıdığı kabul edilir. Burada,  $\mathbf{r}$  üç boyutlu bir vektörü göstermek üzere,

$u(\mathbf{r})$ , kafes üzerinden yayılan elektron dalgasının etkisini gösterir ve bilinen valans ve iletim bantlarını üreten bir fonksiyon olarak düşünülür.

Kenar uzunlukları  $l_x, l_y, l_z$  olan bir dikdörtgenler prizması şeklindeki bu bir yarıiletken malzemenin sınır noktalarında alınan bir duran dalga için

$$\mathbf{k} = k_x \mathbf{a}_x + k_y \mathbf{a}_y + k_z \mathbf{a}_z$$

dalga vektörünün dik karteziyen koordinat sistemindeki bileşenleri

$$k_x = m\pi/l_x, \quad k_y = p\pi/l_y, \quad k_z = q\pi/l_z$$

olarak bellidir.

Verilen bir enerji bandı içinde bulunan taşıyıcı durumlarının durum yoğunluklarını hesaplamak için bant kenarlarına göre çeşitli enerjilere müsaade eden  $m, p, q$  kuantum sayılarının bir çok kombinezonlarını bilmek gerekir.  $\mathbf{k}$  vektörü, vektörün birer bileşenleri olan  $m, p, q$  kuantum sayılarının birer fonksiyonu durumundadır.  $k$  uzayındaki temel hacim elemanı,

$$V_k = \Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z = \pi^3 / l_x l_y l_z$$

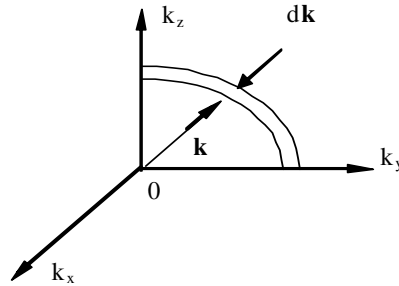
ile verilir. Yapılan bu tanımlar sonunda  $k$  uzayındaki mod yoğunluğu (birim hacimdeki mod sayısı)

$$\text{Mod Yoğunluğu (M.Y.)} = 1 \text{ Mod/Her Bir Modun Hacmi} = 1/V_k = l_x l_y l_z / \pi^3$$

olarak verilir.

2) Dalga vektörü  $\mathbf{k}$ =Sâbit alınır ve bu vektör  $\mathbf{k}, \mathbf{k}+d\mathbf{k}$  aralığında bir açınımaya zorlanırsa,  $1/8$  oranında bir küre tanımlanabilir. Burada  $dk$  kalınlığının ortaya çıkardığı kabuk hacmi  $4\pi k^2 dk/8$  olur. Bu,  $k$  uzayındaki mod yoğunluğu (nokta yoğunluğu) ile çarpılır. Sonunda taşıyıcı  $N_k dk$  durum sayısı elde edilir ki, bu  $k$ 'dan  $k+dk$ 'ya kadar değişmeye müsaade edilmesi ile kuşatılan bölgeye âittir:

$$N_k dk = (l_x l_y l_z / \pi^3) (1/8) (4\pi k^2 dk)$$



Bir elektronun iki sipini ile ilgili iki momentum durumu vardır. Dolayısı ile  $k$  uzayındaki durumların yoğunluğu hacim birimi başına, yukarıdaki ifâdenin 2 ile çarpılması sonunda elde edilir<sup>27</sup>:

$$\rho_k dkV = 2N_k dk \rightarrow \rho_k dk = 2N_k dk / \ell_x \ell_y \ell_z = k^2 dk / \pi^2$$

$$\rho_k dk = k^2 dk / \pi^2$$

olur. Bu taşıyıcı durum yoğunluğunu verir. Burada  $k$  dalga numarası  $E$  enerjisi cinsinden

$$k = \left( \frac{2m^* E}{\hbar^2} \right)^{1/2} \rightarrow dk = \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{1/2} \frac{dE}{2E^{1/2}}$$

olarak elde edilir<sup>28</sup>.

3) Bir enerji bandına âit iletim ve valans bandında enerji ve momentum ilişkisi, toplam  $W$  enerjisi cinsinden, sırasıyla,

$$E = \frac{p^2}{2m^*} = (W - E_c)$$

ve

$$E = \frac{p^2}{2m^*} = (E_v - W)$$

olarak verilir.

4) İletim ve valans bantlarına âit durum yoğunluğu  $E$  enerjisi cinsinden

$$\rho_k dk = k^2 dk / \pi^2$$

$$k = \left( \frac{2m^* E}{\hbar^2} \right)^{1/2} \rightarrow dk = \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{1/2} \frac{dE}{2E^{1/2}}$$

formülleri yardımıyla

$$\rho_{c,v}(E) dE = \left\{ \frac{1}{3\pi^2} \right\} \left\{ \frac{2m^*}{\hbar^2} \right\}^{3/2} \{ E^{1/2} dE \} m^{-3}$$

olarak bulunur:

$$k = \left( \frac{2m^* E}{\hbar^2} \right)^{1/2}, \quad dk = \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{1/2} d(E^{1/2}) \Rightarrow dk = \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{1/2} \frac{dE}{2E^{1/2}}$$

$$k = \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{1/2} \frac{dE}{2E^{1/2}} = \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{1/2} \frac{dE}{2E^{1/2}}, \quad E = x^2 \Rightarrow 2x dx = dE$$

$$\frac{dE}{2E^{1/2}} = dx = x = \sqrt{E}, \quad k = \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{1/2} \sqrt{E} = \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{1/2} E^{1/2}$$

$$k = \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{1/2} E^{1/2}$$

$\rho_k dk = k^2 dk / \pi^2$  eşitliğinden

<sup>27</sup> Verdeyen, J. T., 1989. Laser Electronics, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

<sup>28</sup> Verdeyen, J. T., 1989. Laser Electronics, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

$$\rho_k dk = k^2 dk / \pi^2, \quad d\rho_{c,v} = \rho_k dk = k^2 dk / \pi^2 \Rightarrow \rho_{c,v} = \frac{1}{\pi^2} \int k^2 dk = \frac{1}{3\pi^2} k^3$$

$$k = \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{1/2} E^{1/2}, \quad \rho_{c,v} dE = \frac{1}{3\pi^2} \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} E^{3/2}$$

bulunur. Buradan

$$\rho_{c,v}(E) dE = \left\{ \frac{1}{3\pi^2} \right\} \left\{ \frac{2m^*}{\hbar^2} \right\}^{3/2} \{E^{3/2}\} = \left\{ \frac{1}{3\pi^2} \right\} \left\{ \frac{2m^*}{\hbar^2} \right\}^{3/2} \{E^{1/2} dE\} m^{-3}$$

$$\rho_{c,v}(E) = \left\{ \frac{1}{3\pi^2} \right\} \left\{ \frac{2m^*}{\hbar^2} \right\}^{3/2} \{E^{1/2}\}$$

veyâ

$$n = \int_0^{\Delta E} \rho_{c,v}(E) dE \cong \rho_{c,v}(E) dE = \int \left\{ \frac{1}{3\pi^2} \right\} \left\{ \frac{2m^*}{\hbar^2} \right\}^{3/2} \{E^{1/2} dE\} m^{-3}$$

$$= \left\{ \frac{1}{3\pi^2} \right\} \left\{ \frac{2m^*}{\hbar^2} \right\}^{3/2} \{E^{1/2} dE\} = \left\{ \frac{1}{3\pi^2} \right\} \left\{ \frac{2m^*}{\hbar^2} \right\}^{3/2} \left( \frac{2}{3} E^{3/2} = \Delta E^{3/2} \right)$$

ya da

$$n = \left\{ \frac{1}{3\pi^2} \right\} \left\{ \frac{2m^* \Delta E}{\hbar^2} \right\}^{3/2}$$

elde edilir<sup>29</sup>.

5)  $l_x = l_y = l_z = l$  ise

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = (k_x \mathbf{a}_x + k_y \mathbf{a}_y + k_z \mathbf{a}_z) \cdot (k_x \mathbf{a}_x + k_y \mathbf{a}_y + k_z \mathbf{a}_z) = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$$

$$= (m\pi/l_x)^2 + (p\pi/l_x)^2 + (q\pi/l_x)^2 = \frac{1}{l^2} [m\pi]^2 + [p\pi]^2 + [q\pi]^2$$

olur. Ayrıca  $k = \frac{2\pi f n}{c}$  ile verilir. Buradan

$$f = \frac{kc}{2\pi n}$$

ya da

$$f = \frac{c}{2nL} [m^2 + p^2 + q^2]^{1/2}$$

bulunur. Momentum uzayında noktalar  $\frac{c}{2nL}$ ,  $n=1, 2, 3, \dots$  faktörü ile ölçeklendirilen mod sayılarını verir.  $(k_x, k_y, k_z)$  dik koordinat sisteminde boyutları  $d_m=d_p=d_q=1$  olan bir hacim içindeki 1 mod, tamâmen 1'dir. Bir dik koordinat sisteminde birinci kadranda  $f=0$  ve  $f$  frekansı arasındaki mod sayısını, ele alınan

<sup>29</sup> Verdeyen, J. T., 1989. Laser Electronics, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

$$R = 1 / \left( \frac{c}{2n\ell} \right) = 2n\ell / c$$

yarıçaplı bir küre hacminin 1/8' ni bularak hesaplayabiliriz:

$$V = \frac{1}{8} \left( \frac{4\pi R^3}{3} \right)$$

Her bir nokta, TE ve TM modlarını, yâni 2 modu gösterir. Dolayısı ile,  $f=0$  ve  $f$  frekansı arasındaki toplam mod sayısı bunun iki katı olur:

$$N = 2x \frac{1}{8} \left( \frac{4}{3} \pi R^3 \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{4\pi}{3} \right) \left( \frac{2n\ell f}{c} \right)^3 = \frac{8\pi n^3 f^3}{3c^3} L^3$$

6) Mod yoğunluğu,  $df$  frekans aralığındaki hacimxfrekans başına düşen mod sayısıdır.

$$p(f) = \frac{dN}{Vdf}$$

$$p(f)df = \frac{1}{V} \frac{dN}{df} df, \quad \frac{dN}{df} = \frac{d}{df} \left( \frac{8\pi n^3 f^3 L^3}{3c^3} \right), \quad A = 8\pi L^3 / 3c^3$$

$$\frac{dN}{df} = \frac{d}{df} (An^3 f^3) = A \left[ 3n^2 f^3 \frac{dn}{df} + 3f^2 n^3 \right] = 3n^2 f^2 A \left[ f \frac{dn}{df} + n \right] = 3n^2 f^2 n_g A$$

$$n_g = f \frac{dn}{df} + n, \quad n = st, \quad n_g \cong n$$

$$\begin{aligned} p(f)df &= \frac{1}{V} \frac{dN}{df} df = \frac{1}{L^3} (3An^2 f^2 n_g) = \frac{1}{L^3} \left( 3 \frac{8\pi L^3}{3c^3} n^2 f^2 n_g \right) df = \frac{8\pi n^2 f^2 n_g}{c^3} df \\ &= \frac{8\pi n^2 f^2 n_g}{c^3} df \cong \frac{8\pi n^3 f^2}{c^3} df \\ p(f) &\cong \frac{8\pi n^3 f^2}{c^3} \end{aligned}$$

Burada  $n_g$ 'ye grup indisi denir<sup>30</sup>.

7) Merkez (rezonans) frekansında olan bir rezonatör içindeki elektromanyetik alanın enerji yoğunluğu

$$\rho(f) = \frac{8\pi n^3 f^2 n_g}{c^3} (hf) \frac{1}{e^{hf/kT} - 1}$$

şeklindedir. Bu üç faktörden oluşur:

<sup>30</sup> Verdeyen, J.T., Laser Electronics, p.153-154, Prentice-Hall, Ney Jersey, 1989.

Birinci terim klâsik elektromanyetik alanın bir sonucudur. İkinci terim, klâsik alanın kuantum ortalama enerji değeri ve üçüncüsü ise, alan içinde bulunan hf enerjisi, çoklu kuantum enerjisi olduğundan, bir boşluk modu içindeki kuantum sayısıdır.

8)

$$a) \mathbf{k} = k_x \mathbf{a}_x + k_y \mathbf{a}_y + k_z \mathbf{a}_z, \quad k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = \pi \sqrt{\frac{m^2}{L_x^2} + \frac{p^2}{L_y^2} + \frac{q^2}{L_z^2}}$$

$$k = \pi \sqrt{\frac{m^2}{\ell_x^2} + \frac{p^2}{\ell_y^2} + \frac{q^2}{\ell_z^2}} = \frac{\pi}{10^{-3}} \times 100 = 3.14 \times 10^5 \text{ m}^{-1}$$

$$b) p = \hbar k, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}, \quad p = \frac{6.6262 \times 10^{-34}}{6.28} \times (3.14 \times 10^5) = 3.315 \times 10^{-29} \text{ Jsm}^{-1}$$

c)

$$m^* = 0.067 m_0, \quad E = \frac{p^2}{2m^*} = \frac{(3.315 \times 10^{-29})^2}{2 \times 0.067 \times 9.1095 \times 10^{-31}} \cong 9 \times 10^{-27} \text{ J}$$

$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}, \quad E = \frac{9 \times 10^{-27}}{1.602 \times 10^{-19}} = 5.61 \times 10^{-8} \text{ eV}$$

d)

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m^*}} = \sqrt{\frac{2 \times 9 \times 10^{-27}}{0.067 \times 9.1095 \times 10^{-31}}} = 543 \text{ m/s}$$

$E$  enerjisi, iletim veyâ valans bantlarına, sırası ile,  $E_c + E$  ve  $E_v - E$  şeklinde ilâve edilir veyâ çıkarılır. Mod sayıları büyük olmalıdır. Dolayısı ile  $k, \sqrt{m^2 + p^2 + q^2} = 10^5$  olacak şekilde, daha büyük alınmıştır<sup>31</sup>.

9)  $\Delta E = 0.1 \text{ V}$  veriliyor. Bu enerji seviyesini kazanmak için ne kadar elektron gerektiğini bulalım:

$$n = \left\{ \frac{1}{3\pi^2} \right\} \left\{ \frac{2m^* \Delta E}{\hbar^2} \right\}^{3/2} \text{ m}^{-3}$$

$$n = 0.033773728 \left\{ \frac{2 \times 0.067 \times 9.1095 \times 10^{-31} \times 1.60219 \times 10^{-19} \Delta E}{6.28 \times 6.6262 \times 10^{-34}} \right\}^{3/2} =$$

$$= 0.033773728 \left\{ 1.955518146 \times 10^{-50} \times \Delta E \times 0.898235484 \times 10^{68} \right\}^{3/2}$$

$$= 0.033773728 \left\{ 1.756507966 \times 10^{18} \Delta E \right\}^{3/2}, \quad \Delta E = 0.1 \text{ V}$$

$$= 2.4863038 \times 10^{24} \text{ elektron/m}^3 = 2.4863038 \times 10^{18} \text{ elektron/cm}^3$$

$$\cong 2.5 \times 10^{24} \text{ elektron/m}^3 = 2.5 \times 10^{18} \text{ elektron/cm}^3$$

<sup>31</sup> Verdeyen, J. T., 1989. Laser Electronics, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.



Örnekte iletim bandının alt kenârından itibaren 0.1V yukarısına kadar olan seviyeleri elektronla doldurmak için gerekli elektron sayısı hesaplanmıştır. Şâyet, aynı zamanda valans bandında da aynı miktar delik meydana getirilmek istense, o zaman delikler tarafından işgal edilmesi gerekli boş enerji aralığını bulmak için gene aynı formül kullanılır. Benzer yol izlenerek valans bandında bu boş enerji aralığının  $(m_e^*/m_h=0.067/0.55) \times (\Delta E_c=0.1)=0.0122$  V olduğu görülür. Şüphesiz, bu hesaplamalarda, sıcaklığın etkisinin hesâba katılmadığını unutmamak lâzımdır<sup>32</sup>.

İletim bandı ve valans bandında meydana getirilen bu enerji seviyeleri arasında elektronlar tarafından boş olan seviyelere doğru bir optik geçiş meydana gelebilir. Bu geçiş esnâsında meydana gelen fotonların frekansını kabaca hesaplamak mümkündür.

Eğer elektronlar iletim bandında, bandın kenârından 0.1V yukarısındaki bir enerji (0.1eV) seviyesinden, valans bandında ve bandın 0.0122V aşağısındaki bir enerji (0.012 eV) seviyesindeki boş yerlere bir geçiş yaparsa, o zaman elektron-delik birleşmesinin iki bandın ortasında meydana geldiğini düşünülürse,

$$E_G < hf < E_G + \Delta E_c + \Delta E_v$$

ifâdesinin sağlanması gerekir. Galyum arsenik için yasak bant enerjisi  $E_G=1.43$  eV olduğundan

$$E = hf/e = E_G + (0.1 + 0.0122)/2 = 1.43 + 0.0561 = 1.4861 \text{ V}$$

veyâ

$$f = 1.4861e/h = (1.4861 \times 1.60219 \times 10^{-19}) / 6.6262 \times 10^{-34} = 0.36 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

ya da

$$\lambda = c/f = 3 \times 10^8 / 0.36 \times 10^{15} = 0.834 \times 10^{-6} \text{ m} = 0.834 \mu\text{m}$$

bulunur<sup>33</sup>. Mâkul bir hesap için elektron-delik birleşmesinin iki bant arasındaki mesâfenin 1/4'ünde olduğu kabul edilirse, o zaman

$$h\Delta f/e = (0.1 + 0.0122)/4 = 0.02805 \text{ V}$$

veyâ

$$\Delta f = 0.02805 \times 1.60219 \times 10^{-19} / 6.6262 \times 10^{-34} = 0.00678 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

bulunur. Buna göre,  $E=1.4861$  eV,  $f=0.36 \times 10^{15}$  Hz ve  $\Delta E=0.02805$  eV olup  $\Delta f = (\Delta E/E)f = (0.02805/1.4861) \times 0.36 \times 10^{15} = 0.006794967 \times 10^{15} \text{ Hz} \cong 6.79 \text{ THz}$  bulunur. Bu hesaplamaların yaklaşık olduğunu belirtmekte fayda vardır.

#### 10) Populasyon (çoğalma) ve inversiyon:

<sup>32</sup> Verdeyen, J. T., 1989. Laser Electronics, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

<sup>33</sup> Verdeyen, J.T., Laser Electronics, p.370, Prentice-Hall, Ney Jersey, 1989.

Aşağıdaki kimyâsal denklemde,  $e$  elektronu ve  $h$  deliği temsil etmek üzere, bir foton meydana getirecek şekilde bu elektron ve deliklerin uyarılmış çiftleşmesi meydana geliyorsa, bu işlem elektron ve delik popülasyonları içeriyor denir:

$$e+h \rightarrow (hf) > E_G.$$

Bu reaksiyona, birbirini izleyen bantlar arasında müsaade edilmiş en düşük durumlu geçişler için, yüksek bir ihtimal ile sâdece direkt yasak bantlı yarıiletkenler müsaade eder. Bundan dolayı, ilkin mevcut durumların tâyin edilmesi ve sonra da bu durumların dolu (veya boş) olma ihtimâlinin hesaplanması gerekir<sup>34</sup>.

Enerji seviyeleri 1 ve 2 olan atomların 1 enerji seviyesindeki atom sayısı  $N_1$  ve 2 seviyesindeki atom sayısı  $N_2$  ise, lazer'in kazanç sağlaması için  $N_2 > N_1$  olmalıdır. Eğer tabii duruma göre anormal olan bu durum meydana geliyorsa, popülasyon yoğunluğu ters çevrilmiştir denir (Inversition population). Bu durumda lazer'ler için  $N_2 - N_1$ 're karşı gelen Dolu İletim Bandı-Dolu Valans Bandı ifâdesi geçerlidir. Normal durumda

$$hf_s > F_n - F_p$$

şeklinde olan enerji eşitsizliği inversiyon durumunda

$$F_n - F_p > hf > E_G$$

olur. Burada  $F_n$ ,  $F_p$  Fermi seviyelerini ve  $E_G$  yasak bandı göstermektedir<sup>35</sup>.

11) İki enerji seviyeli bir atomik sistemde, alt enerji seviyesindeki konsantrasyon  $N_1$  ve üst enerji seviyesindeki konsantrasyon  $N_2$  olmak üzere, kazanç ifâdesi,

$$\frac{dI_f}{dz} = \left[ A_{21} \frac{\lambda_o^2}{8\pi n^2} g(f)(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1) \right] I_f = \gamma(\lambda) I_f$$

temel denklemi ile bellidir<sup>36</sup>.

$$\gamma(f) = A_{21} \frac{\lambda_o^2}{8\pi n^2} g(f)(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1)$$

lazer-kazanç denklemidir ve Kazanç Sâbiti ( $1/m$ ) adını alır.  $A_{21}$ ,

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21} N_2$$

ânî emisyonunu karakterize eden;  $B_{12}$ ,

$$\frac{dN_2}{dt} = +B_{12} N_1 \rho(f) = -\frac{dN_1}{dt}$$

absorpsiyonu karakterize eden Einstein sâbitleridirler.

<sup>34</sup> Verdeyen, J. T., 1989. Laser Electronics, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

<sup>35</sup> Verdeyen, J. T., 1989. Laser Electronics, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

<sup>36</sup> Verdeyen, J.T., Laser Electronics, p.173-176, Prentice-Hall, Ney Jersey, 1989.

$$\frac{dN_2}{dt} = -B_{21}N_2\rho(f) = -\frac{dN_1}{dt}$$

ile uyarılmış emisyonu târif eden  $B_{21}$  ile  $B_{12}$  arasında

$$\frac{B_{12} g_1}{B_{21} g_2} = 1$$

ilişkisi vardır. Burada  $g_{2(1)}$ , atomun sâhip olduğu  $E_{2(1)}$  enerjisinin durum numarasıdır,  $J$  açısal moment vektörü olmak üzere,

$$g_{2(1)} = 2J_{2(1)} + 1$$

ile bellidir. Ayrıca

$$B_{21} = \frac{c^3}{8\pi n^3 h f^3} A_{21}$$

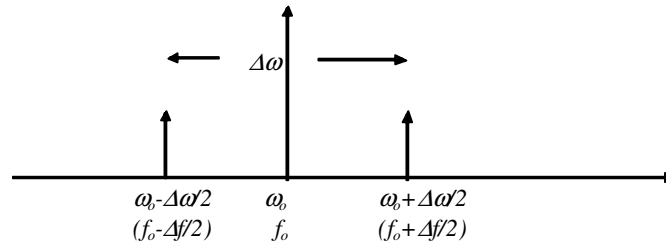
ilişkisi bulunur<sup>37</sup>.

12) Çizgi şekli fonksiyonu, atom grubunun zayıflamayı içeren bir karakteristiğidir.  $g(f)$  ile gösterilen bu fonksiyon,  $f$  ile  $f+df$  frekansları arasında bir frekansa sâhip olan bir fotonun emisyon ihtimâlini verir. Şâyet bir atom bir radyasyon neşrederse, bunun mümkün olacağı yerler

$$\int_0^{\infty} g(f)df = \frac{kdf}{(f_o - f)^2 + \left(\frac{\Delta f}{2}\right)^2} = 1$$

$$g(f) = \frac{\Delta f}{\left[(f_o - f)^2 + \left(\frac{\Delta f}{2}\right)^2\right]}, \quad k = \frac{\Delta f}{2\pi}$$

ile belirlenir<sup>38</sup>.



Bir fotonun Spektral Çizgi Şekli Fonksiyonu [ $g(f)$ ], öyle tanımlanır ki,  $f$  ve  $f+df$  frekansı aralığında ( $df$  frekans bandında) değişen bir frekansa sâhip olan bir fotonun emisyon ihtimâli,  $g(f)df$  olarak ortaya çıksın. Buna göre, eğer bir atom bir foton yayımlarsa (neşrederse) bu atomun o frekans bandı içinde herhangi bir yerde bulunma ihtimâli, spektral çizgi fonksiyonunun bir sonucu olarak,

<sup>37</sup> Verdeyen, J. T., 1989. Laser Electronics, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

<sup>38</sup> Verdeyen, J.T., Laser Electronics, p.164-165, Prentice-Hall, Ney Jersey, 1989.

$$\int_0^{\infty} g(f)df = I \quad (1)$$

ile verilir<sup>39</sup>. Spektal çizgi şekli fonksiyonunun matematik analizini elde etmek için, 2 enerji seviyesinde  $f_0$  merkez frekansı civârındaki Fourier analizi yapılır. Atomlar tarafından yayımlandığı müddetçe aynı gücü veren,

$$E(t) = E_0 e^{-\frac{t}{2\tau_2}} \text{Cos } \omega_0 t \quad (2)$$

şeklinde bir elektrik alanı tanımlanabilir. Bu bir sönümlü kosinüs fonksiyonudur. Burada  $E_0$ , doğru olarak tahmin edilen güç için bütün sâbitleri içermektedir. Bu alana âit spektral çizgi şekli fonksiyonunu bulmak için, (2)'in Laplace transformasyonu alınır. Sonra  $s=j\omega$  alınarak frekans domenine geçilir ve

$$E(\omega) = \left[ \int_0^{\infty} E(t)e^{-st} dt \right]_{s=j\omega} = \left[ \frac{\frac{1}{2}\tau_2 + j\omega}{\left(\frac{1}{2}\tau_2 + j\omega\right)^2 + \omega_0^2} E_0 \right]$$

veyâ

$$E(\omega) = \left[ \frac{\frac{1}{2\tau_2} + j\omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + \left(\frac{1}{2\tau_2}\right)^2 + j\left(\frac{\omega}{\tau_2}\right)} E_0 \right]$$

bulunur. Gücün spektral dağılımını bulmak için  $S(\omega) = (E(\omega)E(\omega))^*$  teşkil edilir.

$$\frac{S(\omega)}{E_0^2} = \left[ \left( \frac{\frac{1}{2}\tau_2 + j\omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + \left(\frac{1}{2}\tau_2\right)^2 + j\frac{\omega}{\tau_2}} \right) \left( \frac{\frac{1}{2}\tau_2 - j\omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + \left(\frac{1}{2}\tau_2\right)^2 - j\frac{\omega}{\tau_2}} \right) \right]$$

veyâ

$$\frac{S(\omega)}{E_0^2} = \left[ \frac{\left(\frac{1}{2}\tau_2\right)^2 + \omega^2}{\left[\left(\omega_0^2 - \omega^2 + \left(\frac{1}{2}\tau_2\right)^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau_2}\right)^2\right]} \right]$$

elde edilir<sup>40</sup>. Burada  $\omega$  yanında  $1/2\tau_2$  ihmal edilebilir. O zaman,

<sup>39</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 165.

<sup>40</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 164.

$$\frac{S(\omega)}{E_o^2} = \left[ \frac{\omega^2}{[(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau_2})^2]} \right]$$

olur. Küçük bir basitleştirme yapmak için  $\omega = \omega_o$ 'da merkez açısal frekansında ifade maksimum olduğundan dolayı,  $\omega + \omega_o \cong 2\omega_o$  alınabilir. Dolayısıyla,

$$\begin{aligned} \frac{S(\omega)}{E_o^2} &= \left[ \frac{\omega_o^2}{[(\omega_o - \omega)(\omega_o + \omega)]^2 + (\frac{\omega}{\tau_2})^2} \right] \cong \frac{\omega_o^2}{4\omega_o^2(\omega_o - \omega)^2 + (\frac{\omega}{\tau_2})^2} \quad (3) \\ &= \frac{1}{4} \frac{1}{(\omega - \omega_o)^2 + (\frac{1}{2\tau_2})^2} \end{aligned}$$

sonucuna varılır<sup>41</sup>. Bu sûretle, elde edilen radyasyonun tek renkli (monokromatik) olmadığı görülür, Şekil 9'daki gibi, bir frekans bandı üzerinde dağılır<sup>42</sup>. (3) denklemi (spektral güç dağılımı) ekseriyâ frekans birimleri cinsinden ifade edilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$S(f) = \frac{k}{(f_o - f)^2 + \left(\frac{\Delta f}{2}\right)^2} = g(f)$$

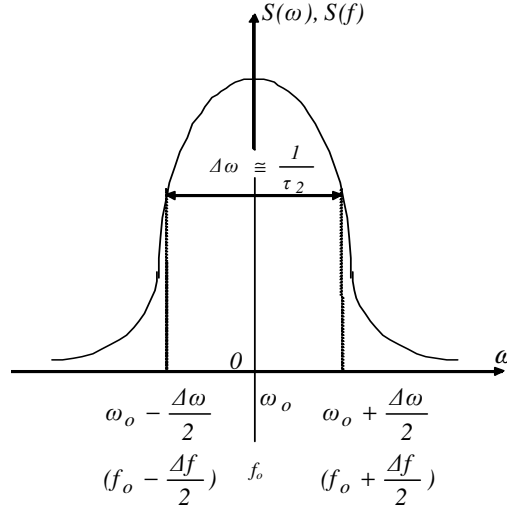
Çizgi şeklini elde etmek için (1) normalizasyon şartı kullanılarak k sâbiti bulunur:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} g(f) df &= \int_0^{\infty} \frac{kdf}{(f_o - f)^2 + \left(\frac{\Delta f}{2}\right)^2} = 1 \\ g(f) &= \frac{\Delta f}{2\pi \left[ (f_o - f)^2 + \left(\frac{\Delta f}{2}\right)^2 \right]} = \frac{\frac{1}{\tau_2}}{(\omega_o - \omega)^2 + \frac{1}{\tau_2^2}}, \quad (4) \end{aligned}$$

$$k = \frac{\Delta f}{2\pi}, \quad \Delta f = \frac{1}{2\pi\tau_2}$$

<sup>41</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 164.

<sup>42</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 165.

Aynı ömürlü atomların güç radyasyonunun spektral dağılımı<sup>43</sup>

Boyutu  $s$  ( $1/\text{frekans}$ ) olan (4)'teki  $g(f)$ , spektral çizgi şekli fonksiyonunu gösterir. Yukarıdaki matematik ifâdelerin fizik açısından yorumu önemlidir. 2 enerji durumunun ömrünün belirlenmesi için radyasyonun geçici zayıflamasının ölçülmesi gerekir. Aynı bilginin, radyasyonun spektral çizgi şeklinin değişiminde mevcut olduğu açıktır. Herhangi bir uyarılmış atom grubu göz önünde bulundurulduğu sürece, uyarmanın sifıra götürülmesine gerek kalmaz. Çünkü, spektral çizgi şekli fonksiyonu, bu atom grubunun karakteristiğini ve tabii zayıflama işlemini yansıtmaktadır. (4) spektral çizgi şekli fonksiyonunda  $2 \rightarrow 1$  enerji geçişinin çizgi kalınlığı,  $\Delta\omega\tau_2 = 1$  ile verilen, 2 enerji seviyesinin zayıflama hızı (oranı) ile ilgilidir. 2 enerji seviyesinin enerji dağılımı ve ömrü, enerji seviyeleri cinsinden,  $h$  Planck Sâbiti olmak üzere, aşağıdaki belirsizlik ilişkilerini içerir<sup>44</sup>:

$$\hbar\Delta\omega\tau_2 = \hbar \rightarrow \Delta E\tau_2 = \hbar, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

13) Malzemenin  $n$  ile gösterilen kırılma indisi frekansın (veyâ dalga boyunun) bir fonksiyonudur. Elektromanyetik dalganın ortam içindeki grup hızı  $v_g = c/n$  ile verilir. Burada  $c$  ışık hızını gösterir. Diğer taraftan, dalganın fazının frekansa bağlı olarak değişimini veren ifâde de kırılma indisine bağlıdır:

$$v_g = \frac{1}{\frac{d\beta}{d\omega}} = \frac{1}{\frac{d(\frac{\omega}{c}n)}{d\omega}}, \quad \frac{d\beta}{d\omega} = \frac{d(\frac{\omega}{c}n)}{d\omega}$$

<sup>43</sup> Verdeyen, J. T., 1989. Laser Electronics, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

<sup>44</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 165.

$$\begin{aligned} \frac{d\beta}{d\omega} &= \frac{d\left(\frac{\omega}{c}n\right)}{d\omega} = \frac{n(\omega)}{c} + \frac{\omega}{c} \frac{dn(\omega)}{d\omega} \\ \lambda = \frac{2\pi c}{\omega}, \quad \frac{d\beta}{d\omega} &= \frac{d\left(\frac{\omega}{c}n\right)}{d\omega} = \frac{n(\omega)}{c} + \frac{\omega}{c} \frac{dn(\omega)}{d\omega} = \frac{n}{c} \left[ 1 + \frac{2\pi c/\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right] \\ &= \frac{n}{c} \left[ 1 + \frac{2\pi c}{n\lambda} \frac{dn}{d(2\pi c/\lambda)} \right] \\ &= \frac{n}{c} \left[ 1 + \frac{1}{n\lambda} \frac{dn}{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)} \right] = \frac{n}{c} \left[ 1 + \frac{1}{n\lambda} \frac{dn}{-\frac{1}{\lambda^2} d\lambda} \right] = \frac{n}{c} \left[ 1 - \frac{\lambda}{n(\lambda)} \frac{dn(\lambda)}{d\lambda} \right] \\ v_g &= \frac{c}{n_g} = \frac{1}{\frac{n}{c} \left[ 1 - \frac{\lambda}{n(\lambda)} \frac{dn(\lambda)}{d\lambda} \right]} = \frac{1}{n \left[ 1 - \frac{\lambda}{n(\lambda)} \frac{dn(\lambda)}{d\lambda} \right]} \\ n_g &= n \left[ 1 - \frac{\lambda}{n(\lambda)} \frac{dn(\lambda)}{d\lambda} \right] \end{aligned}$$

bulunur<sup>45</sup>. Görüldüğü gibi, malzemenin kırılma indisinin dalga boyuna (frekansa) bağlı olması, **Malzeme Dispersiyonu**'na sebep olmaktadır. Dalganın birim uzunluk başına gecikmesine **Dispersiyon** denir<sup>46</sup>.

14)  $K_2$ , 2 enerji seviyesine âit kendiliğinden emisyonun toplam zayıflamasını;  $k_2$  ise, çarpışmalardan doğan toplam sönümü göstermek üzere,  $t=0$  anında 2 enerji seviyesinde bulunan atom sayısı  $\Delta N_2$  ise, denklemin çözümü, popülasyonun değişiminden,

$$\begin{aligned} N_2 &= \Delta N_2 e^{-(K_2+k_2)t} = \Delta N_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}} \\ \tau_2 &= \frac{1}{K_2 + k_2} \end{aligned}$$

olarak elde edilir ki, burada  $\tau_2$ , 2 enerji seviyesinin ortalama ömrünü gösterir. Radyasyon geçişlerinin her biri  $2 \rightarrow 1$  enerji geçişi için  $E_2 - E_1 = hf_{21}$  enerjisine sâhip olan birer foton verir. Bu fotonlar,  $4\pi$  katı açısı içinde herhangi bir doğrultuda kendiliğinden emisyon adı altında dışarı salınır. Böylece,  $N_2$  âdet atom için,  $f_{21}$  frekansında  $d\Omega$  katı açısı içindeki güç,

$$dP = \frac{d\Omega}{4\pi} K_{21} N_2 hf_{21}$$

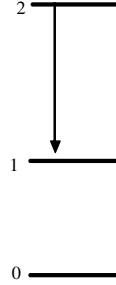
<sup>45</sup> Verdeyen, J. T., 1989. Laser Electronics, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

<sup>46</sup> Verdeyen, J.T., Laser Electronics, p.286-289, Prentice-Hall, Ney Jersey, 1989.

veyâ

$$dP(t) = \frac{d\Omega}{4\pi} hf_{21} K_{21} \Delta N_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

olarak bulunur<sup>47</sup>. Görüldüğü gibi,  $f_{21}$  frekansında meydana gelen radyasyonun izâfi şiddeti,  $K_{21}$  geçiş ihtimâli ile 2 enerji seviyesinin  $\tau_2$  zaman sâbitinin belirlediği üstel bir zayıflama ile orantılıdır.



Sıfır seviyesine göre 2 enerji seviyesi

#### Sorular:

- 1) Dalga paketi nedir? Özellikleri nelerdir?
- 2) Belirsizlik Prensibi nedir?
- 3) Elektrik alanı dalga fonksiyonu,  $\alpha^2 = 1/w_0^2$  bir sâbit olmak üzere,
- 4)

$$E(y) = Ae^{-\frac{1}{2}\alpha^2 y^2}$$

şeklindedir.  $y_0 = 0$  için elektrik alan koordinatının karesinin ortalama değerini bulunuz.

- 4) Grup hızı ile dalga numarası, momentum ve enerji arasındaki ilişkileri bulunuz.
- 5a) Bir elektronun hızı %0.005'lik bir hatâ ile  $6 \times 10^5$  m/s olarak ölçüldüğüne göre, elektronun pozisyonunda meydana gelen belirsizlik ne olur?
- b) Spektral çizginin genişliğini bulunuz.
6. Schrödinger Dalga Denklemini anlatınız.
- 7) Bir Sistemin Durumu nasıl belirlenir?

#### Cevaplar:

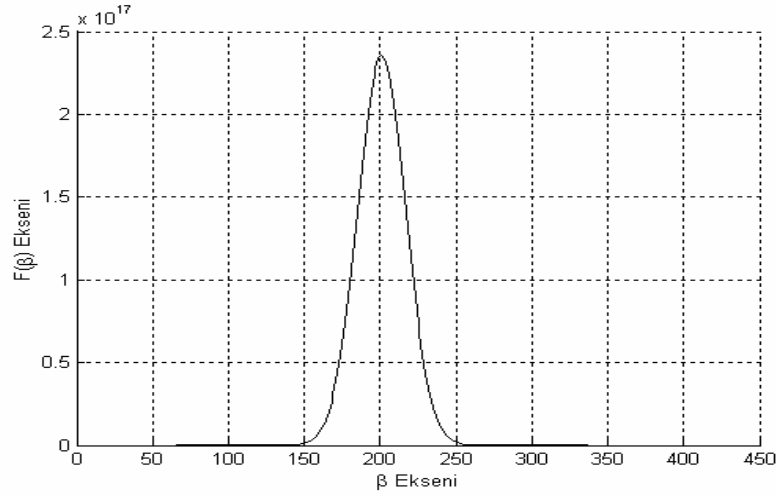
1. Merkezî dalga numarası,  $k_0$ , civârındaki dalga numaralarına sâhip olan sinüzoidal dalgalardan meydana gelen dalga darbeleri ele alınırsa,  $F(k)$ ,  $k$  dalga numaralarına sâhip olan dalga bileşenlerinin genliğini gösterir.  $F(k)$ 'nin genel şekli olarak,

<sup>47</sup> Verdeyen, J. T., 1989. Laser Electronics, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

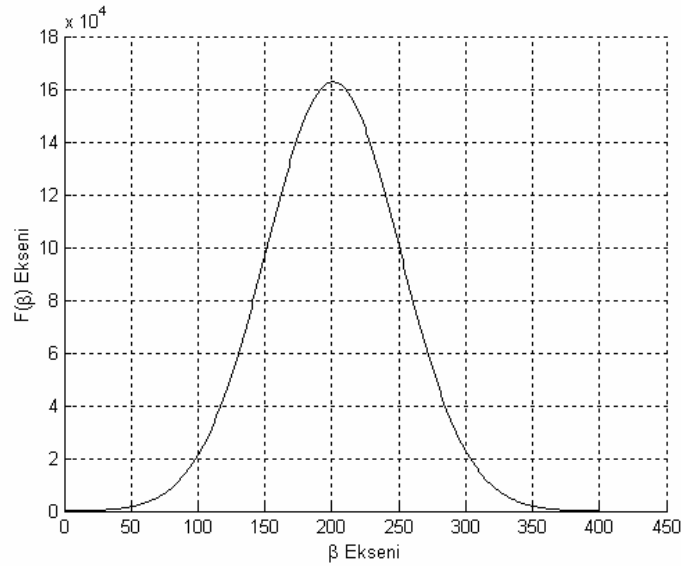


$$F(k) = Ae^{-\alpha^2(k-k_0)^2}$$

alınabilir. Burada  $A$ , ifâdenin maksimum değeridir.  $\alpha$ , eğrinin genişliğini karakterize eder.  $\alpha$ , büyüdükçe darbenin dikliği artar, darbe daralır ve keskinleşir,  $k_0$  civârındaki tepe değerinden hızlı bir şekilde alçalır. Fakat  $\alpha$ , küçüldükçe eğri genişler ve düzleşir. Sonuç olarak  $\alpha$ , kullanılan  $k$ 'nın değerlerinin yayıldığı sahâyı tâyin eder. Aşağıdaki şekilde  $A=1$  (için  $A=1$  ( $\beta = k$ ) için  $F(k) = Ae^{-\alpha^2(k-k_0)^2}$  spektrum genliğinin değişimi: (a)  $\alpha=100$ , (b)  $\alpha=2$  görülmektedir.



(a)



(b)

$A=1$  ( $\beta = k$ ) için  $F(k) = Ae^{-\alpha^2(k-k_0)^2}$  spektrum genliğinin değişimi: (a)  $\alpha=100$ , (b)  $\alpha=2$ .  
Elde edilen

$$E(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(k)e^{j(kx-\omega t)} dk = \int_{-\infty}^{\infty} Ae^{-\alpha^2(k-k_0)^2} e^{j(kx-\omega t)} dk$$

dalgasının davranışını anlamak için  $t=0$  anındaki durumunun görülmesi yeter. Onun için

$$E(x,0) = \int_{-\infty}^{\infty} Ae^{-\alpha^2(k-k_0)^2} e^{jkx} dk$$

ifâdesinde  $k-k_0=K$  olsun. O zaman,

$$E(t=0,k) = \int_{-\infty}^{\infty} Ae^{-\alpha^2 K^2} e^{j(K+k_0)x} dK$$

$$E(t=0,k) = Ae^{jk_0 x} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2 K^2} e^{jKx} dK = Ae^{jk_0 x} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(\alpha^2 K^2 - jKx)} dK$$

olur. Burada

$$\alpha^2 K^2 - jKx = \alpha^2 K^2 - jKx - \frac{x^2}{4\alpha^2} + \frac{x^2}{4\alpha^2} = \alpha^2 \left( K - j\frac{x}{2\alpha^2} \right)^2 + \frac{x^2}{4\alpha^2}$$

alınabilir<sup>48</sup>.

$$E(t=0,k) = Ae^{jk_0 x} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2 \left( K - j\frac{x}{2\alpha^2} \right)^2} e^{-\frac{x^2}{4\alpha^2}} dK = Ae^{-\frac{x^2}{4\alpha^2}} e^{jk_0 x} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2 \left( K - j\frac{x}{2\alpha^2} \right)^2} dK$$

$$E(t=0,k) = Ae^{-\frac{x^2}{4\alpha^2}} e^{jk_0 x} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2 \left( K - j\frac{x}{2\alpha^2} \right)^2} dK, \quad y = K - j\frac{x}{2\alpha^2},$$

$$E(t=0,k) = Ae^{-\frac{x^2}{4\alpha^2}} e^{jk_0 x} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2 y^2} dy, \quad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2 y^2} dy = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha}$$

$$E(t=0,k) = Ae^{-\frac{x^2}{4\alpha^2}} e^{jk_0 x} \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} = \frac{A\sqrt{\pi}}{\alpha} e^{-\frac{x^2}{4\alpha^2}} e^{jk_0 x}$$

$$E(t=0,k) = \frac{A\sqrt{\pi}}{\alpha} e^{-\frac{x^2}{4\alpha^2}} e^{jk_0 x}$$

bulunur<sup>49</sup>.

Bunun reel ve imajiner kısımları,

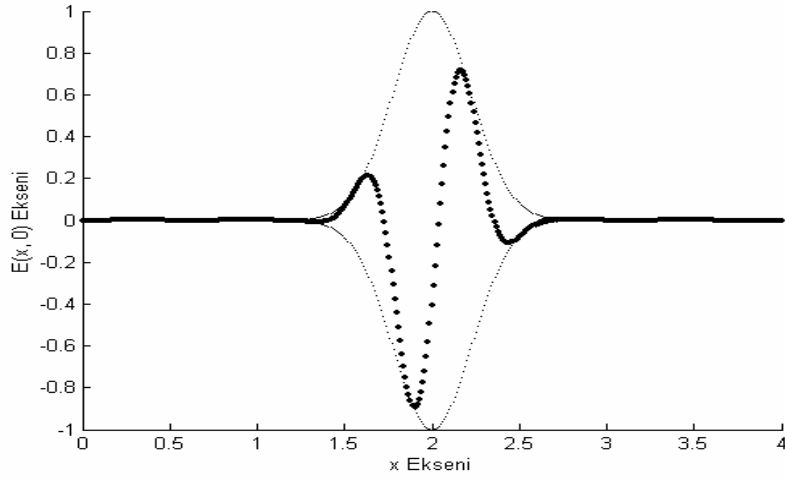
$$E(x,0)_r = E(0,k) = \frac{A\sqrt{\pi}}{\alpha} e^{-\frac{x^2}{4\alpha^2}} \cos k_0 x$$

<sup>48</sup> Yarasa, R., Fourier Analizi, Çağlayan Basımevi, 1975.

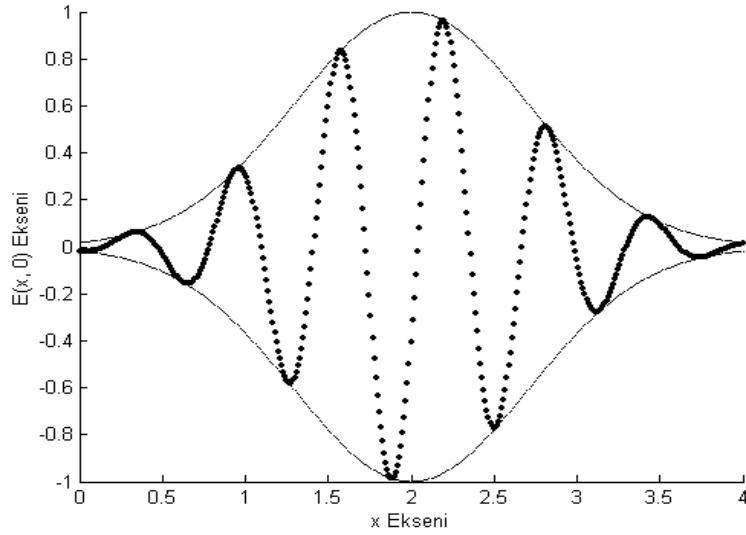
<sup>49</sup> Murray, R.S., Advanced Calculus, Schaums Outline Series, page 278, New York, 1963.

$$E(x,0)_i = E(0,k) = \frac{A\sqrt{\pi}}{\alpha} e^{-\frac{x^2}{4\alpha^2}} \sin k_0 x$$

ile verilir<sup>50</sup>. Bunların her biri sinizoidal birer dalgadır. Bu sinizoidal dalgaların her biri  $e^{-x^2/4\alpha^2}$  zarf fonksiyonu ile çarpılmaktadır. Reel ifâdenin değişimi aşağıdaki şekilde görülmektedir.



(a)



(b)

*Dalga Darbesinin Reel Kısmının Değişimi*  
(a) Küçük  $\alpha$  Değerleri, (b) Büyük  $\alpha$  Değerleri

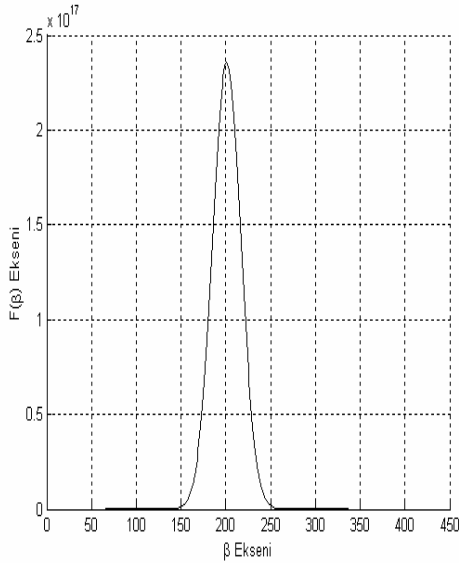
<sup>50</sup> Yarasa, R., Fourier Analizi, Çağlayan Basımevi, 1975.

Dikkat edilirse, eğrilerin genişliği doğrudan doğruya  $\alpha$  değerlerine bağlıdır. Sonsuz sayıdaki sinüzoidal dalgaların  $k_0$  civârındaki süperpozisyonu ile dalga numarasının birbirini izleyen maksimum ve minimum karakterlerine sâhip olan lokalize bir dalga darbesi elde edilir. Burada  $\alpha$ ,  $e^{-x^2/4\alpha^2}$  zarf fonksiyonunun genişliğini ayarlar. Fakat onun buradaki rolü  $F(k) = Ae^{-\alpha^2(k-k_0)^2}$  'nin değişiminin tamâmen tersidir. Yâni,  $\alpha$  küçüldükçe  $e^{-x^2/4\alpha^2}$  ifâdesini üstel değeri negatife doğru hızlı bir şekilde büyür ve ( $x \neq 0$  olduğunda) eğri maksimumdan kesin bir eğimle düşer. Tersine  $\alpha$  büyüdüğü zaman zarf daha az dikleşir.

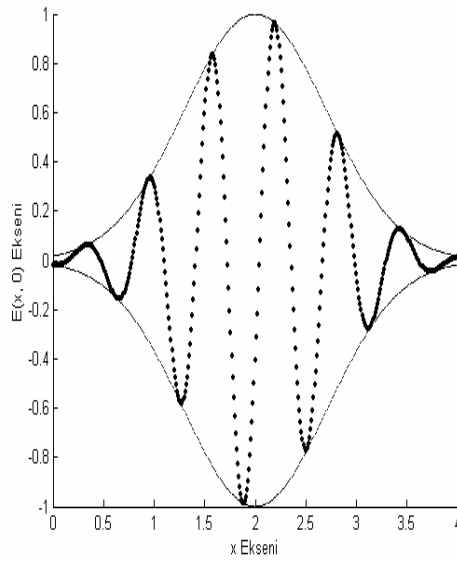
Sonuç olarak, keskin bir dikliğe sâhip olan  $F(k)$  fonksiyonu oldukça düzleşen bir  $E(x,0)$  fonksiyonuna karşı düşer. Veyâ,  $F(k)$  fonksiyonu, yaygınlaştıkça (düzleştikçe),  $E(x,0)$  fonksiyonu keskin bir şekilde dikleşir. Bu ters ilişkiler önemli sonuçlar doğurur.

2) Yalnız bir dalga numarasına sâhip olan bir dalga, başlangıç ve sonu olmadan uzayda yayılan bir sinüs dalgası meydana getirir. Fakat lokalize dalga paketi, yalnızca yaygın dalga numaralarının kullanılmasıyla elde edilebilir.

Momentumunda izâfi olarak büyük bir belirsizliğe sâhip olan bir partikül (meselâ, bir elektron), aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi, buna karşılık pozisyonunda büyük bir belirliliğe sâhipdir.

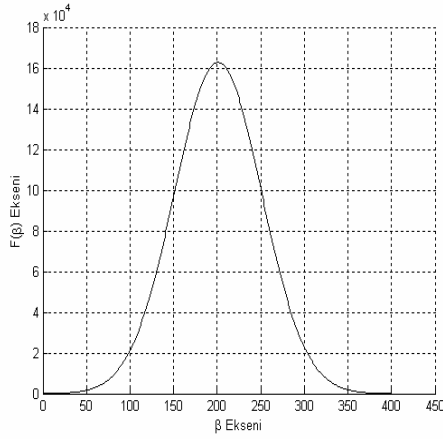


$\alpha$  Büyük (Momentumdaki  
Belirsizlik Fazla)

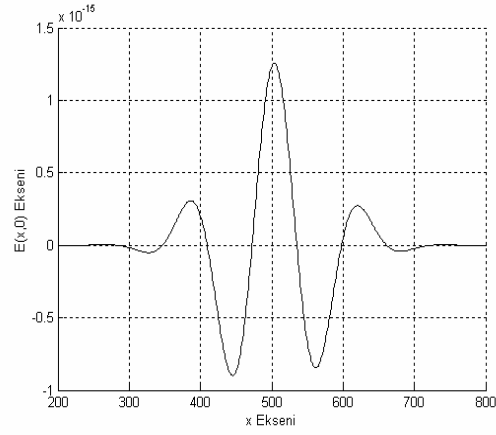


Fonksiyonun Zarfı (Basık Pozisyondaki  
Belirlilik Fazla)

Ya da, momentumunda izâfi olarak büyük bir belirliliğe sâhip olan bir partikül buna karşılık, aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi, pozisyonunda büyük bir belirsizliğe sâhip olur.



*α Küçük (Momentumdaki Belirlilik Fazla)*



*Fonksiyonun Zarfı Çok Dar ve Dik (Pozisyondaki Belirsizlik Fazla)*

*F(k) fonksiyonu ile verilen spektrum genliği ile aşağıdaki şekillerde görülen E(x,0) fonksiyonunun değişimleri ile beraberce karşılaştırılırsa, büyük α değerinin etkisinin her bir ifadede birbirine karşı ters etki ettiği görülebilir.*

*Klâsik mekanikte bir partikülün momentum ve pozisyonunun her ikisini birden kesin olarak belirlemek mümkün olduğu halde, çağdaş bilimde, bu kesinlikler ortadan kalkar; Yâni, momentum (pozisyon) yüksek derecede bir belirsizliğe (belirliliğe) sâhip ise, o zaman sâdece pozisyon (momentum) kesin olarak bir belirliliğe (belirsizliğe) sâhip olur.*

*F(k) genlik spektrumunda k uzayındaki Δk yarım-genişliği, maksimum değerinin  $e^{-1} = -1/2 = 0.6065 \cong 0.61$ 'ri olarak tanımlanabilir. Dolayısıyla,*

$$\frac{F(k)}{A} = e^{-\alpha^2(k-k_0)^2}$$

*ifâdesinde  $(-\alpha^2(k-k_0)^2 = -1/2)$  eşitliği teşkil edilerek, genliğin 0.61'ri elde edilmesi için,*

$$k = k_0 \pm \frac{1}{\sqrt{2\alpha}} \quad (1)$$

*bulunur. Burada*

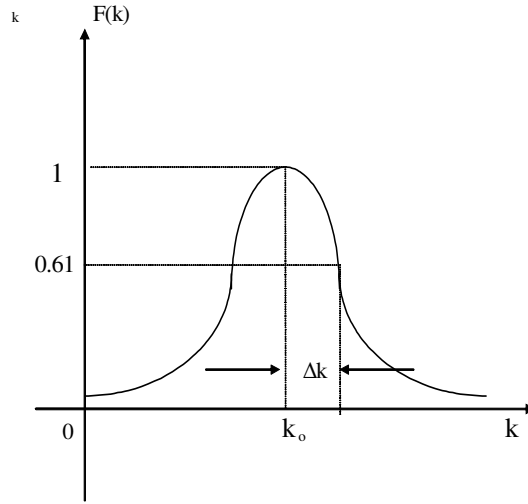
$$\Delta k = \frac{1}{\sqrt{2\alpha}} \quad (2)$$

*alınırsa,*

$$k = k_0 \pm \Delta k \quad (3)$$

$$k - k_0 = \pm \Delta k$$

*sonucuna varılır. Aşağıdaki şekli inceleyiniz.*

 $\Delta k$  Genişliği

Benzer uygulama,

$$E(x, 0) = E(0, k) = \frac{A\sqrt{\pi}}{\alpha} e^{-\frac{x^2}{4\alpha^2}} \text{Sink}\beta_0 x \quad (4)$$

ifâdesindeki  $\Delta x$  için de yapılabilir. Burada  $(-x^2/4\alpha^2 = -1/2)$  eşitliğinden hareket ederek,

$$x = \pm\sqrt{2\alpha} \quad (5)$$

bulunur. Böylece  $E(x, 0)$  ifâdesindeki  $\Delta x$  genişliği

$$\Delta x = \pm\sqrt{2\alpha} \quad (6)$$

olarak elde edilir<sup>51</sup>.

Bu keyfi tanımlar  $k$  ve  $x$ 'in ortalama değerlerinden bir max. ayrılığı temsil etmez; ancak, eğri şeklinin bir karakteristiğini verir. Bu yarım genişlik tanımı standart sapmaya da uygundur.

$$\Delta k \Delta x = \frac{1}{\sqrt{2\alpha}} \sqrt{2\alpha} = 1 \quad (7)$$

olur ki, bu  $\alpha$ 'dan bağımsızdır. Dolayısıyla  $\Delta x = \frac{1}{\Delta k}$  olması sürpriz değildir. (7)'den,

$$\Delta k \hbar \Delta x = \Delta p \Delta x = \hbar \rightarrow \Delta k \hbar \Delta x = \Delta p \Delta x = \hbar \quad (8)$$

bulunur. Bu denklem sâdece spesifik dalga paketi için elde edilmesine rağmen, herhangi bir dalga paketi için de geçerlidir. Dolayısıyla, dalga paketinin meydana getirilmesinde kullanılan  $F(k)$ 'nin genliğine bakmaksızın, dâimâ,

<sup>51</sup> Yaras, R., Fourier Analizi, Çağlayan Basımevi, 1975.

$$\Delta p \Delta x \geq \hbar \quad (9)$$

alınabilir<sup>52</sup>.(8)'in fizikî yorumu şudur:

Bir partikülün pozisyonu  $\Delta x$  belirsizliği içinde bilinirse, bunun momentumu zorunlu olarak  $\Delta p = \hbar/\Delta x$  olmalıdır. Buna Heisenberg'in Belirsizlik Prensibi denir. Bu durum, bir partikülün dalga cinsinden tasvir edilmesinin bir sonucudur.

Yukarıda (9) ile verilen belirsizlik prensibini, şöyle pratik bir akıl yürütme ile de bulmak mümkündür. Her hangi bir elektrona çarpan bir fotonun  $p=h/\lambda$  momentumuna sâhip olduğu farz edilirse, çarpışmanın sonunda foton, momentumunun bir kısmını veyâ tamamını elektrona aktarır. Çarpışmadan sonra elektronun momentumundaki belirsizlik, gelen fotonun momentumu kadar büyük olabilir. Yâni,  $\Delta p = h/\lambda$  olur. Işık da dalga özelliklerine sâhip olduğu için, elektronun pozisyonunun, onu görünür hâle getirmek için kullanılan ışığın bir dalga boyu içinde belirlenebileceği açıktır. Yâni, elektronun pozisyonundaki belirsizlik de  $\Delta x = \lambda$  olur. Bu iki belirsizliğin çarpımı,  $\Delta p \Delta x = h$  ifâdesini verir. Bu, belirsizliklerin en küçük değeridir. Belirsizliğin, dâimâ bu en küçük değerden daha büyük olacağı kabul edilebilirse, daha sıhhatli bir sonuç elde edilebilir. Bu takdirde  $\Delta p \Delta x \geq h$  veyâ  $\Delta p \Delta x \geq h/2\pi = \hbar$  ya da  $\Delta p \Delta x \geq \hbar$  alınır<sup>53</sup>.

Atomik skalada ışıkla etkileşen bir elektronun pozisyonunun nanometre mertebesindeki bir duyarlıkla ölçülebilmesi istenir. Kâfi bir çözüm gücüne ulaşmak için, ışığın her foton için, pek küçük bir dalga boyuna ve buna tekabül eden enerji ve momentuma sâhip olması gerekir. Eğer elektron görünseydi, en azından bir fotonun fırladığı ve mikroskop veyâ diğer bir dedektöre girdiğini görmek de mümkün olurdu. Fakat bir fotonun saçınımı belirsiz bir doğrultuda meydana gelir ve elektronun belirsiz geri tepme momentumuna bir karşılık vardır. Daha açık söylemek gerekirse, daha kısa dalga boyu ve dolayısıyla daha yüksek enerjili fotonların kullanılması gerekir. Bu ise, elektronların momentumlarındaki belirsizliği büyütür. Bu işlem, (79)'un sonucu ile uyuşur.

Momentum belirsizliğine sâhip olan bir partikülün enerjisi de belirsizdir. Gözlenen bir hareket esnâsında  $\Delta t$  zaman aralığında  $\Delta E$  belirsizliğiyle ilgili bir belirsizlik prensibi daha vardır ve bu

$$\Delta E \Delta t \geq h \quad (10)$$

ile verilir. Burada  $E=p^2/2m=E=(\hbar k)^2/2m$  olduğundan, eğer  $k$ 'da  $\Delta k$  belirsizliği varsa, buna karşılık  $E$ 'de de  $\Delta E$  belirsizliği olur. Bu belirsizlik  $\Delta k_0$  civârında,

$$\Delta E \cong \frac{dE}{dk} \Delta k = \frac{d}{dk} \left( \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right) \Delta k \Big|_{k=k_0} = \frac{\hbar^2 \Delta k_0}{m} \Delta k \quad (11)$$

olur.

<sup>52</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p. 7-11, Prentice-Hall International Limited, London.

<sup>53</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p. 7-11, Prentice-Hall International Limited, London.

Bir darbenin verilen bir gözetleyiciyi geçmesi için uygun bir  $\Delta t$  zaman aralığı alınır. Bu zaman  $\Delta x$  yarım genişliği ve  $u = \hbar k_o/m$  grup hızı tarafından karakterize edilir. Yâni,

$$\Delta t = \frac{m\Delta x}{\hbar k_o} \quad (12)$$

bulunur. (9) v(10)'den,

$$\Delta E \Delta t = \frac{\hbar^2 \Delta k_o}{m} \Delta k \frac{m\Delta x}{\hbar k_o} = \Delta k \Delta x \hbar = \Delta p \Delta x \quad (13)$$

veyâ  $\Delta k \Delta x = 1$  olduğundan

$$\Delta E \Delta t = \hbar \quad (14)$$

elde edilir. Sağlıklı bir sonuç için

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar \quad (15)$$

alınır<sup>54</sup>. Bunun fizikî anlamı şudur:

Uyarılmış bir durumda bulunan bir atom bir foton neşrederek temel seviyeye geçtiği zaman, proses birden olmaz; geçiş esnâsında sistemin dalga paketi, iki duruma âit fonksiyonların bir süperpozisyonudur. Dolayısıyla, bu durum tanımlı bir enerjiye karşılık değildir. Eğer atom kendi uyarılmış durumunda uzun bir süre kalmaya devam ederse, enerji belirsizliği küçük olur. Fakat geçiş hızlı olursa, daha büyük bir enerji belirsizliği meydana gelir. Bu prensip spektrum çizgi genişliği, lazerin çalışması, temel partikül etkileşimi ile ilgilidir.

Yukarıdaki (15) belirsizliği de meselâ, frekansı 5000 Hz olan bir dalganın frekansının ölçülmesiyle tâyin edilebilir. Frekansmetrenin duyarlılığı  $\pm 1$  ise, frekansmetre 1 s'de  $5000 \pm 1$  Hz ölçecek demektir. 2 s içinde ise  $(10\ 000 \pm 2)$  Hz ölçülür. Buna göre frekanstaki belirsizlik, ölçümün yapıldığı  $\Delta t$  zaman süresi ile ters orantılı olur. Yâni,  $\Delta f \Delta t \approx 1$  olur.

Bütün kuantum sistemleri dalga tabiatında olduğu için,  $\Delta f = E/\hbar$ 'dir. Dolayısıyla,  $\Delta E \Delta t = \hbar$  veyâ  $\Delta E \Delta t \geq \hbar$  bulunur.

#### Kominikasyonda Belirsizlik Prensibi

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{4\pi} \quad (16)$$

olarak kullanılır<sup>55</sup>.

Benzer ilişki optik dalga vektörü için de geçerlidir. Meselâ,  $\mathbf{k}$  dalga vektörünün bileşenleri  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  ve bunların transformasyon değişkenleri,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  ise, aşağıdaki bağıntıları yazmak mümkündür:

<sup>54</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p. 7-11, Prentice-Hall International Limited, London.

<sup>55</sup> Yarasa, R., Fourier Analizi, Çağlayan Basımevi, 1975.



$$\Delta k_x \Delta x \geq \frac{1}{2} \quad (17)$$

$$\Delta k_y \Delta y \geq \frac{1}{2} \quad (18)$$

$$\Delta k_z \Delta z \geq \frac{1}{2} \quad (19)$$

Benzer şekilde momentum olarak  $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$  tanımlanırsa (17)'nin iki tarafının  $\hbar$  ile çarpılmasıyla

$$\Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{4\pi}, \quad \Delta p_y \Delta y \geq \frac{\hbar}{4\pi}, \quad \Delta p_z \Delta z \geq \frac{\hbar}{4\pi}$$

bulunur. Burada  $k_x, k_y, k_z$  sırasıyla, dalga vektörünün  $x, y, z$  eksenleri üzerindeki bileşenleridir<sup>56</sup>.

Gaussian optik demetin elektrik alanının enine değişimi

$$E(y) = E_0 e^{-\left[\frac{y}{w_0}\right]^2}$$

ve bunun Fourier Transformasyonu

$$E(k_y) = \sqrt{\pi} w_0 E_0 e^{-\left[\frac{k_y w_0}{2}\right]^2}$$

formundadır. Alanın ve onun Fourier transformasyonunun  $y=y_0$  ve  $k_y=k_{y0}$  noktalarında bulunma belirsizlikleri vardır. Bu belirsizlikler

$$(\Delta y)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (y - y_0)^2 E^2(y) dy}{\int_{-\infty}^{\infty} E^2(y) dy}, \quad (\Delta k_y)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (k_y - k_{y0})^2 E^2(k_y) dk_y}{\int_{-\infty}^{\infty} E^2(k_y) dk_y}$$

ifâdeleri ile belirlenir. Alanın bu özel dağılımı müsaade edilen  $\Delta y \Delta k_y = 1/2$  min. değerine sâhiptir<sup>57</sup>.

3) Elektrik alanı dalga fonksiyonu,  $\alpha^2 = 1/w_0^2$  bir sâbit olmak üzere,

$$E(y) = A e^{-\frac{1}{2} \alpha^2 y^2}$$

şeklinde dir.  $y_0 = 0$  için elektrik alan koordinatının karesinin ortalama değerini bulunuz.

2) Grup hızı ile dalga numarası, momentum ve enerji arasındaki ilişkileri bulunuz.

<sup>56</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p. 7-11, Prentice-Hall International Limited, London.

<sup>57</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p.11-13, Prentice-Hall International Limited, London.

3a) Bir elektronun hızı %0.005'lik bir hatâ ile  $6 \times 10^5$  m/s olarak ölçüldüğüne göre, elektronun pozisyonunda meydana gelen belirsizlik ne olur?

b) Spektral çizginin genişliğini bulunuz.

**Cevaplar:**

1) Tanıma göre

$$(\Delta y)^2 = \langle y^2 \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (y - y_0)^2 E^2(y) dy}{\int_{-\infty}^{\infty} E^2(y) dy}$$

ifâdesinde  $y_0=0$  alınırsa,

$$\begin{aligned} (\Delta y)^2 = \langle y^2 \rangle &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} E(y) y^2 E^*(y) dy}{\int_{-\infty}^{\infty} E(y) E(y)^*(y) dy} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} A^* e^{-\frac{1}{2} \alpha^2 y^2} y^2 A e^{-\frac{1}{2} \alpha^2 y^2} dy}{\int_{-\infty}^{\infty} A^* e^{-\frac{1}{2} \alpha^2 y^2} A e^{-\frac{1}{2} \alpha^2 y^2} dy} \\ &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} y^2 e^{-\alpha^2 y^2} dy}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2 y^2} dy} \end{aligned}$$

bulunur. Bu entegrallerin hesaplanabilmesi için

$$\int_0^{\infty} e^{-u^2} du = \frac{1}{2} \sqrt{\pi}$$

soncundan faydalanmak için  $u^2 = (\alpha x)^2$  dönüşümü yapılarak

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha^2 x^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha^2}}$$

elde edilir<sup>58</sup>.

$$\frac{d}{d\alpha} \int_0^{\infty} e^{-\alpha^2 x^2} dx = \int_0^{\infty} (-2\alpha) x^2 e^{-\alpha^2 x^2} dx = (-2\alpha) \int_0^{\infty} x^2 e^{-\alpha^2 x^2} dx$$

olup buradan

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-\alpha^2 x^2} dx = -\frac{1}{2\alpha} \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{1}{2\alpha} \sqrt{\pi} \right)$$

veyâ

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-\alpha^2 x^2} dx = -\frac{1}{2\alpha} \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{1}{2\alpha} \sqrt{\pi} \right) = \frac{1}{2\alpha} \left[ \frac{2\sqrt{\pi}}{4\alpha^2} \right] = \frac{\sqrt{\pi}}{4\alpha^2 \alpha} = \frac{1}{4\alpha^2} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha^2}}$$

<sup>58</sup> Murray, R.S., Advanced Calculus, Schaums Outline Series, page 278, New York, 1963.

4) Grup hızı ile dalga numarası arasında bulunan ilişkiler:

$$u = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\frac{p}{\hbar}} = \frac{\omega \hbar}{p} = \frac{E}{p} = \frac{\frac{p^2}{2m}}{p} = \frac{p}{2m} = \frac{\frac{h}{\lambda}}{2m} = \frac{h}{\lambda} \frac{2\pi}{2m} = \frac{\hbar k}{2m}$$

$$E = hf = \frac{h}{2\pi} 2\pi f = \hbar \omega = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

5a) Elektronun momentumu,

$$p = mv = 9.1095 \times 10^{-31} \times 6 \times 10^5 = 54.657 \times 10^{-26} \text{ kgm/s}$$

olur. Bundaki belirsizlik,

$$\Delta p = \%0.005 \times 54.657 \times 10^{-26} \text{ kgm/s} = 273.285 \times 10^{-31} \text{ kgm/s}$$

olarak bulunur. Elektronun pozisyonundaki belirsizlik,

$$\Delta x = \frac{\hbar}{\Delta p} = \frac{h}{2\pi \Delta p} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{2\pi \times 273.285 \times 10^{-31}} \cong 0.004 \times 10^{-3} \text{ m} \rightarrow \Delta x > 0.004 \times 10^{-3} \text{ m} = 0.004 \text{ mm}$$

olur.

b) Uyarılmış bir atomun herhangi bir anda ışına yapabilmesine karşı, bir atom grubunun uyarılmadan sonra, ışına yaptığı ortalama zamana ömür ( $\tau$ ) denmektedir. Uyarılmış enerji seviyesindeki ömrü, meselâ  $10^{-8}$  s ise, bu sonlu ömür ile meydana gelen çizgi genişliğinin hesaplanması için belirsizlik ilkesi kullanılır. Bunun için  $\Delta E \Delta t = \hbar/2\pi$  ifâdesinde, uyarılmış enerji seviyesinin enerjisindeki bu  $\Delta E$  belirsizliği (bir fotonun enerjisindeki belirsizlik)  $\Delta E = \hbar \Delta f$  olduğuna göre,

$$\Delta f = \frac{1}{2\pi \Delta \tau} = \frac{1}{6.26 \times 10^{-8}} = 0.159 \times 10^8 \text{ Hz}$$

bulunur.

6) 19. yüzyılın sonları ile 20. yüzyılın başlarında fizik dünyâsı bir krizle karşılaşmıştır. Yapılan seri deneyler, klâsik fiziğe tamâmen uyabilen kavramların gerektiğini göstermiştir. Etkin yapı ve parlak deneylerin karşılıklı etkileşimlerinin müjdeleri içinde bu kavramların gelişmesi, Kuantum Teorisi'ni ortaya çıkarmıştır. Bu yeni kavramlar, radyasyonun parça özellikleri, maddenin dalga tabiatı ve fizikî büyüklüklerin kuantizasyonu olarak sıralanabilir.

Atomun etrafında dönen elektronun dalga yapısı, Schrödinger tarafından ileri sürülen Dalga Mekaniği veyâ Kuantum Mekaniği ile açıklanır. Genel bir dalga denklemi,

$$\nabla^2 \psi(x,t) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2} = 0, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

ile verilir. Burada  $v$ , dalganın faz hızı,  $t$  ise zaman parametresidir. Dalga fonksiyonu,

$$\psi(x, y, z, t) = \varphi(x, y, z) e^{j\omega t}$$

ile tanımlanabilir.  $\omega = 2\pi f$  olup bu açısal frekans adını alır.  $x$  doğrultusundaki bir dalga,

$$\psi(x,t) = A e^{j(kx - \omega t)} = A e^{-j(\omega t - kx)}, \quad k = 2\pi/\lambda = \omega/v \quad (1)$$

olarak alınabilir.

Bu dalgadan De Broglie dalgası elde edilebilir. Dalganın  $m$  kütleli ve  $p$  momentumlu (impulsu) bir elektronla (veyâ her hangi bir partikül ile) ilişkisini kurabilmek için,

$$\omega = 2\pi f, \lambda = \frac{h}{p}, \quad E = hf, \quad v = \lambda f = \frac{hf}{p}$$

bağıntıları göz önüne alınır.  $-j(\omega t - kx)$  ifâdesinin eşdeğeri araştırılırsa,

$$\begin{aligned} -j(\omega t - kx) &= -j\left(\frac{2\pi hf}{h}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = -j\left(\frac{2\pi E}{h}t - \frac{2\pi}{\frac{h}{p}}x\right) = -j\left(\frac{2\pi E}{h}t - \frac{2\pi p}{h}x\right) \\ &= -j\frac{2\pi}{h}(Et - px) = -j\frac{1}{\hbar}(Et - px) \end{aligned}$$

olması sebebiyle, (1)'den,

$$\psi(x,t) = A e^{j(kx - \omega t)} = A e^{-j\frac{1}{\hbar}(Et - px)}$$

elde edilir ki, buna De Broglie dalgası denir.

Eğer elektron bir kuvvet alanı içinde ise, enerjinin toplam  $W$  enerjisi, enerjinin sakınımı prensibince, zamana bağlı olmadığından, alanı doğuran potansiyel  $V$  olmak üzere, toplam enerji kinetik enerji,  $T$ , ile potansiyel enerji,  $U$ , toplamına eşittir:

$$E = W = T(x) + V(x) = p^2/2m + U(x) \quad (2)$$

Diğer taraftan,

$$\psi(x,t) = A e^{-j\frac{1}{\hbar}(Et - px)}$$

ifâdesinin  $x$ 'e göre ikinci ve  $t$ 'ye göre birinci türevlerinden bulunan,

$$p^2\Psi = -\frac{\hbar^2}{4\pi^2} \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}, \quad E\Psi = -\frac{\hbar}{2\pi j} \frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

bağıntıları ile (2)'den bulunan,

$$E\psi = (p^2/2m + U)\psi$$

ifâdesi bir arada düşünüldüğünde, bir boyutlu zamana bağlı Schrödinger Dalga Denklemi,

$$\frac{\hbar}{2\pi j} \frac{\partial\Psi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} - U(x)\Psi$$

veyâ

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$r = xa_x + xa_y + xa_z$  olmak üzere üç boyutlu zamana bağlı Schrödinger Dalga Denklemi,

$$\frac{\hbar}{2\pi j} \frac{\partial\Psi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} \left( \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} \right) - U)\Psi$$

ya da

$$j\hbar \frac{\partial\Psi(r,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2\Psi(r,t) + U\Psi(r,t)$$

olarak elde edilir<sup>59</sup>.

Elektronun (tâneciğin) içinde bulunduğu kuvvet alanını meydana getirerek elektronun bir potansiyel enerji kazanmasına sebep olan  $V(x,y,z)$  fonksiyonu bilinirse, o zaman Schrödinger dalga denkleminin çözümü elektrona eşlik eden De Broglie dalgasını verir. Sonra bunun mutlak değeri teşkil edilerek, belirli bir  $t$  anında elektronun verilen  $P(x,y,z)$  noktasındaki bulunma ihtimâli hesaplanır.

Benzer ifâde toplam enerjinin kinetik enerjiye dönüştüğünü düşünüp,  $E=p^2/2m$ 'den hareket edilerek de bulunabilir.  $E=p^2/2m$  ifâdesi üzerinde yapılan,

$$E = \frac{p^2}{2m} \rightarrow \hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \rightarrow \hbar\omega e^{j(kx-\omega t)} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} e^{j(kx-\omega t)}$$

$$\hbar\omega e^{j(kx-\omega t)} \rightarrow j\hbar(-j\omega) e^{j(kx-\omega t)} = j\hbar \frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t}$$

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} e^{j(kx-\omega t)} \rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} (jk)^2 e^{j(kx-\omega t)} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ e^{j(kx-\omega t)} \right] = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2}$$

<sup>59</sup> Özemre, A. Y., Çağdaş Fiziğe Giriş, İstanbul Üniversitesi, Fen Fakültesi, Yay., 1978.

işlemleri sonunda, sol taraf fonksiyonun zamana göre alınan türevinin,  $(j\hbar)$ , ile çarpımına; sağ taraf ise, yine aynı fonksiyonun  $x$ 'e göre alınan ikinci türevinin,  $(-\hbar^2/2m)$ , ile çarpımına eşit olduğu görülür. Sonuçta elde edilen

$$j\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2}$$

denklem üç boyut için,

$$j\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right)$$

olarak genelleştirilir

Zamana bağlı olmayan Schrödinger Dalga Denklemi de bulunabilir. Bunun için,

$$\nabla^2 \psi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$$

dalga denkleminde  $\psi(x, y, z, t) \rightarrow \psi(x, y, z) e^{j\omega t}$  fonksiyonu yerine konursa,

$$\nabla^2 \Psi + \frac{1}{v^2} \omega^2 \Psi = 0$$

elde edilir. Burada denklemin zaman parametresinden kurtulduğuna ve uzay parametrelerine bağlı kaldığına, büyüklüklerin fazör büyüklükler olduğuna dikkat edilmelidir.

$$\lambda = \frac{\omega}{v}, \quad \frac{\omega^2}{v^2} = \frac{(2\pi f)^2}{(\lambda f)^2} = \frac{(2\pi)^2}{\lambda^2} \rightarrow \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\nabla^2 \Psi + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \Psi = 0 \quad \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p} \text{ (Broglie ilişkisi)}$$

$$\text{Toplam Enerji} = \text{Kinetik Enerji} + \text{Potansiyel Enerji} = \frac{1}{2}mv^2 + U$$

$$W = \frac{1}{2}mv^2 + U, \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{mv}{h} = \frac{p}{h} \rightarrow \frac{1}{\lambda^2} = \frac{p^2}{h^2}, \quad \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2m}(mv)^2 = \frac{p^2}{2m}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = W - U = \frac{p^2}{2m} \rightarrow p^2 = 2m(W - U), \quad \frac{1}{\lambda^2} = \frac{p^2}{h^2} = \frac{2m(W - U)}{h^2}$$

$$\nabla^2 \Psi + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \Psi = 0, \quad \nabla^2 \Psi + \frac{8\pi^2 m(W - U)}{h^2} \Psi = 0$$

$$\nabla^2 \Psi(x, y, z) + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (W - U) \Psi(x, y, z) = 0$$

veyâ

$$\Delta\Psi(x, y, z) + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(W - U)\Psi(x, y, z) = 0$$

ya da

$$\Delta\Psi(x, y, z) + \frac{2m}{\hbar}(W - U)\Psi(x, y, z) = 0$$

veyâ,

$$\Delta\Psi(r) + \frac{2m}{\hbar}(W - U)\Psi(r) = 0$$

bulunur<sup>60</sup>. Bu son ifâde çok kullanılmaktadır.

### 7) Bir Sistemin Durumu

Bir partiküle eşlik eden  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  dalgasına, bu partikülün durumunun tam bir tasviri olarak bakılır. Dalga fonksiyonunun partikülün bilinen bütün özelliklerini taşıdığı kabul edilir.

Dalga fonksiyonunun uzay koordinatlarına bağıllığı, partikülün uzayı nasıl işgal ettiğini bildirir.  $\psi(r, t)$  dalga fonksiyonu gerçek veyâ kompleks olabilir. Uzayda verilen bir  $(x, y, z)$  noktasındaki  $\psi(r, t)$   $\psi(r, t)^* = |\psi^2|$  büyüklüğü, partikülün söz konusu nokta civârındaki bulunma ihtimâlidir. Dalga fonksiyonunun mutlak değerinin karesine olan bu bağımlılık, optikte ışık dalgası ile enerji transmisyonunun hızını belirleyen dalganın şiddetinin, elektrik alan genliğinin şiddeti ile orantılı olmasına benzer. Bir partikülün  $\Delta V$  hacmi içinde bulunma ihtimali,  $|\psi^2|_{\Delta V}$  ile verilir.

Dalga fonksiyonu, belli bir durumdaki partikülün momentumu hakkında bilgi elde etmek için de kullanılabilir. Görüldüğü gibi,

$$e(t) = \psi(r, t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(k)e^{j(kr - \omega t)} dk$$

dalgası, momentumun farklı değerlerinin bir karışımın içeren bir dalga fonksiyonudur. İfâde içindeki  $F(k)$  fonksiyonu,  $p = \hbar k$  olmak üzere, partikülün dalga numarasının  $k$  civârında yığıldığının bir açınımını gösterir.  $p$  partikülün momentumunun bir ölçüsü olan bir ihtimâlî temsil eden  $F(k)F(k)^* \Delta k$ ,  $\hbar k$  ile  $\hbar (k + \Delta k)$  arasındaki bir sonucu verir. Tabiatıyla, partikülün ilkin bu momentuma sâhip olduğu söylenemez. Bu partikül, deneyden evvel momentum değerlerinin bir karışımına sâhip olabilir. Dalga fonksiyonunu değiştiren ölçme düzeni ile olan etkileşim sebebiyle bu, yalnızca deney esnâsında tanımlanmış bir momenttir  $e(t)$  ile verilen ifâde,  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  dalga fonksiyonunun,  $F(k)$

<sup>60</sup> Özemre, A. Y., Çağdaş Fiziğe Giriş, İstanbul Üniversitesi, Fen Fakültesi, Yay., 1978.

momentum dağılımı cinsinden, nasıl temsil edildiğini gösterir. Yâni,  $\psi(\mathbf{r},t)$  bilinirse,  $F(k)$  bulunabilir. Bu, Fourier Analizi ile mümkündür.  $e(t)$  'nin ters transformasyonundan,

$$F(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(r,t) e^{j(kr - \omega t)} dr$$

olur.

Kuantum mekaniğinin önemli hedeflerinden bir tânesi, partiküllerin enerji seviyelerini bilebilmektir. Meselâ,  $E$  enerjisine sâhip olan serbest bir partikülün enerji durumu,  $e^{-j\omega t}$  ile verilen bir zaman bağımlılığına sâhiptir. Burada  $E = \hbar \omega$  'dır. Bu ilişki sebebiyle, tanımlı enerji durumlarının araştırılmasında sık sık baş vurulan dalga fonksiyonu,

$$\psi(r,t) = \varphi(r) e^{-j\omega t}, \omega = E/\hbar$$

olarak alınır<sup>61</sup>.

---

<sup>61</sup> Özemre, A. Y., Çağdaş Fiziğe Giriş, İ.Ü Fen Fakültesi Yayınları, 1978.



## BÖLÜM III

### GALYUM ARSENİT TABANLI FİBER GLAS VE LAZERLERDE KILAVUZLANMIŞ ELEKTROMANYETİK ALAN MODLARI VE SINIR ŞARTLARI

#### 3.1. Giriş

Bu bölümde galyum arsenit tabanlı fiber glas ve lazerlerde kılavuzlanmış elektromanyetik alan modları ve sınır değerleri kullanılarak elde edilen elektromanyetik alan ve modlarının değişimi ve birbirlerine göre mukayesesi incelenecektir.

Elektrik ve manyetik alan dalga modları skalar dalga denklemini meydana getirirler. Kırılma indisinin  $n$  olduğu bir ortamda, dalganın yayılma hızının  $c/n$  olduğu bilindiğine göre,  $(c/n)^2 = 1/\mu\epsilon$  olduğu açıktır. Burada  $\epsilon$  ve  $\mu$ , sırasıyla ortamın dielektrik ve manyetik geçirgenlik sâbitleri,  $c$  ışık hızıdır.

Diğer taraftan, Şekil 1'deki I ve III bölgelerinde  $|x| \rightarrow \infty$  için gittikçe küçülen üstel çözümler gerekir. Bu gereklilikler, çekirdek ve gömlek bölgelerinin gerekli kırılma indisleri ile sağlanır<sup>1</sup>. Dolayısıyla,  $\beta_z$  faz sâbiti, dalga vektörü  $k_o = \omega/c = 2\pi f/c$  olmak üzere, aktif bölgede,

$$n_{I,III} < \frac{\beta_z}{k_o} < n_{II} \quad (1)$$

eşitsizliğini sağlamalıdır. Burada  $n_o = \beta_z/k_o$  oranına *Normalize Kırılma İndisi* denir.

#### 3.2. TE Modunda Çift ve Tek Fonksiyonlu Elektrik Alan İfâdeleri

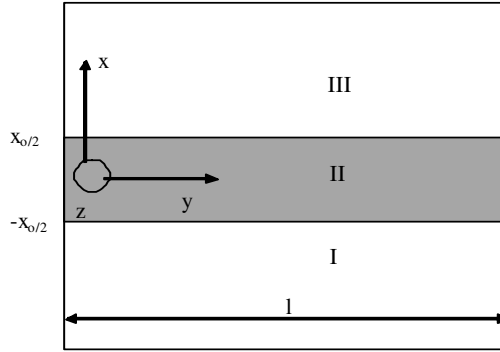
Bölüm II'de Şekil 1'deki I, II ve III bölgelerinde yayılma (propagasyon) sâbitinin belirlenmesi için TE modundaki çift fonksiyonlu elektrik alanlarının ifâdeleri, sâbitler cinsinden bulunmuştur:

$$E_{yI}(x) = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_1} A_1 e^{\alpha_1(x+a)} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_1} B_3 e^{\alpha_1(x+a)} \quad (2)$$

$$E_{yIII}(x) = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}} A_1 e^{-\alpha_{III}(x-a)} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}} B_3 e^{-\alpha_{III}(x-a)} \quad (3)$$

$$E_{yII} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} C_2 \cos \alpha_{II} x \quad (4)$$

<sup>1</sup> Temiz, M., ve Acer, H., 1998. GaAs-Tabanlı Laser'lerde Elektromanyetik Propagasyon Sabiti-nin İncelenmesi, Pamukkale Üniv., Mühendislik Fakültesi, Cilt 4, Sayı 1-2, 1998.



Şekil 1 Bir yarıiletken lazerin heterojonksiyon yapısından bir kesit

Yukarıdaki sonuçlardan hareket ederek  $z$  doğrultusunda (optik eksen)  $\gamma = j\beta_z$  yayılma sâbiti ile yayılan ve  $|x| \rightarrow \infty$  için I ve III bölgelerinde genlikleri sıfıra giden alanları da dikkate alarak, elektrik alan ifâdeleri,

$$E_y^{(I)} = A_1 e^{\alpha_1 (x + x_0/2)} \quad (5)$$

$$E_y^{(II)} = A_{II} \cos \alpha_{II} x + B_{II} \sin \alpha_{II} x \\ = A \cos (\alpha_{II} x - \theta) \quad (6)$$

$$A = \sqrt{A_{II}^2 + B_{II}^2} \quad (7)$$

$$E_y^{(III)} = A_{III} e^{-\alpha_{III} (x - x_0/2)} \quad (8)$$

şeklinde alınabilir. (5)'in  $x = -x_0/2 = -a$ 'daki genliği  $A_1$  ve

$$\frac{dE_y^{(I)}}{dx} = \alpha_1 A_1 e^{\alpha_1 (x + x_0/2)} \quad (9)$$

teğet ifâdesinin  $x = -x_0/2 = -a$ 'daki değeri

$$\left. \frac{dE_y^{(I)}}{dx} = \alpha_1 A_1 e^{\alpha_1 (x + x_0/2)} \right|_{x = -a} = \alpha_1 A_1 \quad (10)$$

olur. Dolayısıyla,

$$\tan \theta_I = \frac{A_I}{\alpha_I A_I} = \frac{1}{\alpha_I} \quad (11)$$

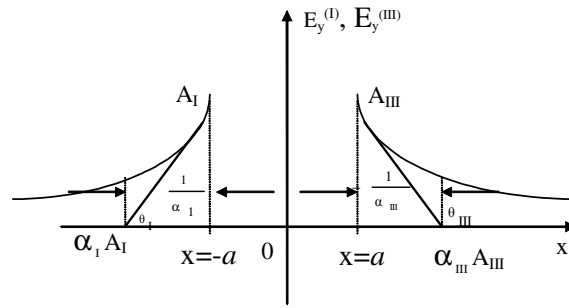
bulunur. Benzer düşüncelerle

$$\tan \theta_{III} = \frac{A_{III}}{-\alpha_{III} A_{III}} = -\frac{1}{\alpha_{III}} \quad (12)$$

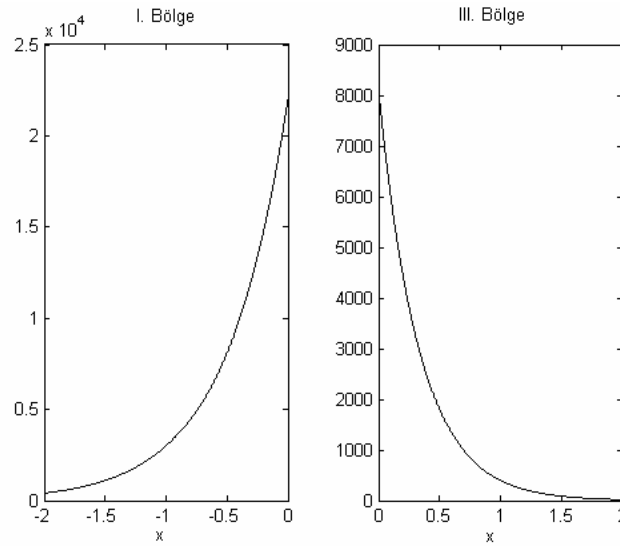
elde edilir [Şekil 2(a) ve (b)]. II. bölgedeki (aktif bölgedeki) alan değişimi sinizoidaldir (Şekil 3). I, II ve III. bölgelerdeki değişimlerin süperpozisyonu Şekil 4'dedir. (6) ifâdesinde genliğin maksimum olması için

$$\cos(\alpha_{II}x - \theta) = 1 \rightarrow \alpha_{II}x - \theta = 0 \rightarrow x = \theta/\alpha_{II} \quad (13)$$

olmalıdır.  $x_0$  değeri, aktif bölgedeki çift fonksiyonlu alanın düşey eksene göre antisimetrisinin bir ölçüsüdür (Şekil 4). Yani,  $x=0$  ( $\theta=0$ ) olursa, bu çift fonksiyonun düşey eksene göre simetrik olduğu görülür (Şekil 5).

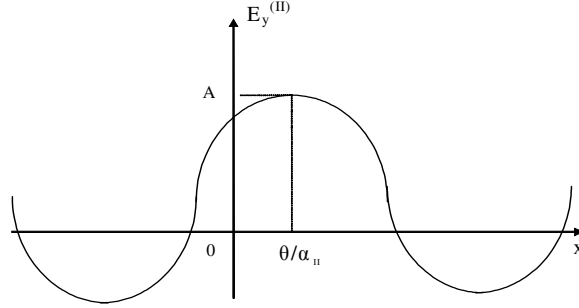


(a)



(b)

Şekil 2 I ve III bölgelerindeki elektrik alanının teğetleri, (a) Şematik, (b)  $E_{yI} = e^{2(x+3)}$ ,  
 $E_{yIII} = e^{-3(x-3)}$  eğrileri



Şekil 3 Elektrik alanının II. bölgedeki şematik sinizoidal değişimi

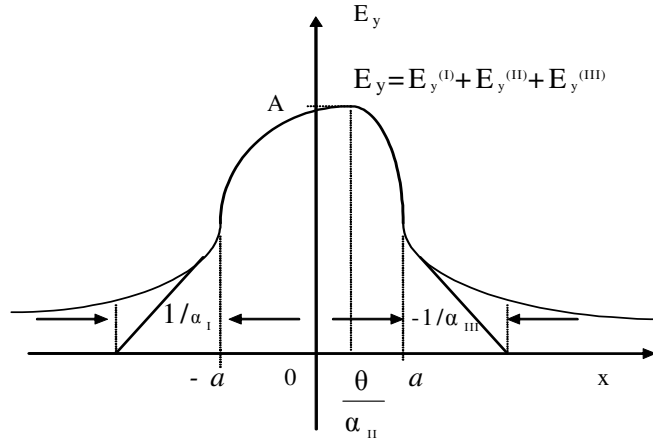
(5)-(8) ifâdelerinde  $A_I$ ,  $A_{II}$ , ve  $A_{III}$  birer sâbiti gösterir.  $\alpha_I$ ,  $\alpha_{II}$ ,  $\alpha_{III}$ , bölgelerin kırılma indisleri ve çalışılan frekansın yardımıyla (1) eşitsizliğini sağlayacak tarzda,

$$\alpha_I^2 = \beta^2 - \left(\frac{\omega n_I}{c}\right)^2 = \beta^2 - k_I^2, k_I = \frac{\omega n_I}{c} \quad (14)$$

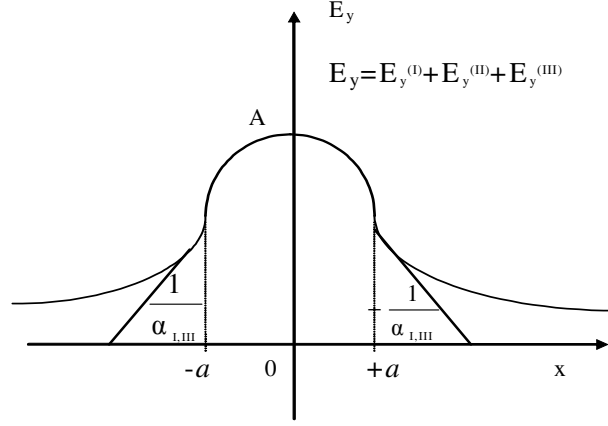
$$\alpha_{II}^2 = \left(\frac{\omega n_{II}}{c}\right)^2 - \beta^2 = k_{II}^2 - \beta^2, k_{II} = \frac{\omega n_{II}}{c} \quad (15)$$

$$\alpha_{III}^2 = \beta^2 - \left(\frac{\omega n_{III}}{c}\right)^2 = \beta^2 - k_{III}^2, k_{III} = \frac{\omega n_{III}}{c} \quad (16)$$

olarak tâyin edilebilir. (6)'da  $\theta=0$  ( $\alpha_I=\alpha_{III}=\alpha_{I,III}$ ) alınırsa, elde edilen çift fonksiyonlu aktif bölge alan ifâdesi, düşey eksene göre simetrik olur (Şekil 5).

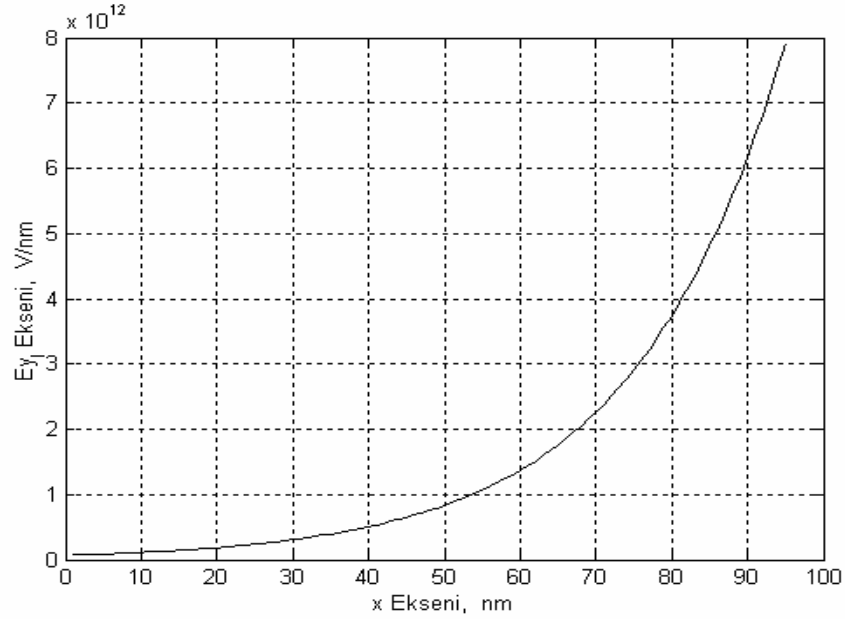


Şekil 4 I, II ve III bölgelerindeki alanların şematik değişimleri: (a) Alanların I ve III bölgelerindeki değişimi ve eğrilerin eğimleri (b) Kosinüs fonksiyonunun değişimi, (c) Üç alanın süperpozisyonu

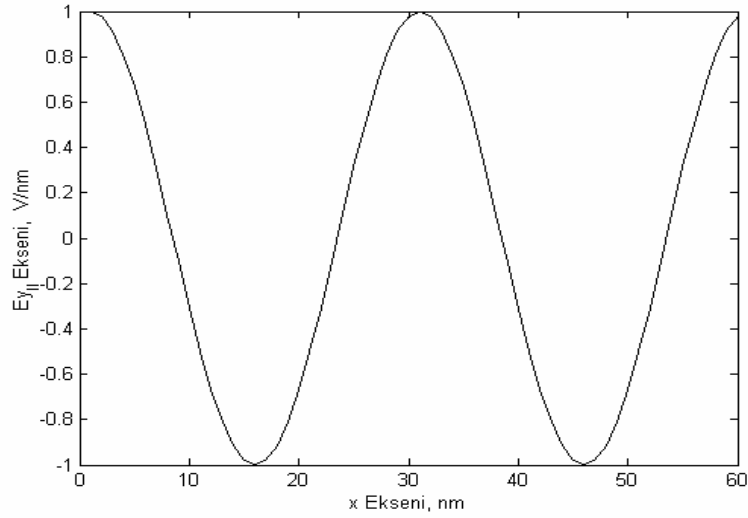


Şekil 5  $\theta=0$  için çift fonksiyonun düşey eksene göre şematik alan simetrisi

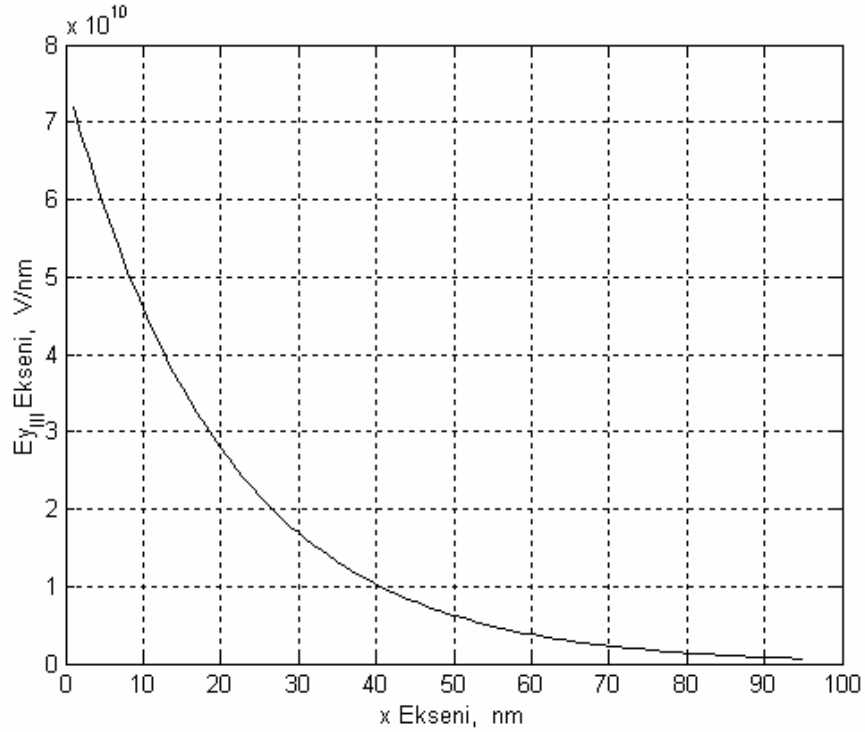
Her üç bölgedeki elektrik alanlarının gerçek çizimleri de görülebilir:  $E_{yI}$  alanı Şekil 6,  $E_{yII}$  alanı Şekil 7 ve  $E_{yIII}$  alanı Şekil 8'de bulunmaktadır. Bu alan değişimlerinin sırasıyla Şekil 2 ve Şekil 3'deki yaklaşık olarak çizilen eğrilere benzediğine dikkat edilmelidir.



Şekil 6  $A_1=1$  ve  $\alpha_1=2.5 \times 10^9 \text{ m}^{-1}$  ve uzunluklar nm cinsinden alınarak I. gömlek bölgesinde elde edilen  $E_{yI}$  gömlek elektrik alanının değişimi



Şekil 7  $A_{II}=1$  ve  $\alpha_{II}=2.095 \times 10^9 \text{ m}^{-1}$  ve uzunluklar nm cinsinden alınarak II. aktif bölgede elde edilen  $E_{yII}$  aktif bölge elektrik alanının değişimi



Şekil 8  $A_{III}=1$  ve  $\alpha_{III}=1.5 \times 10^9 \text{ m}^{-1}$  ve uzunluklar nm cinsinden alınarak III. gömlek bölgesinde elde edilen  $E_{yIII}$  gömlek elektrik alanının değişimi

Üç bölgedeki bu alanların bölge sınırlarında sürekli olması için  $E_y^{(I)}(-a)=E_y^{(II)}(-a)$  ve  $E_y^{(II)}(a)=E_y^{(III)}(a)$  sınır şartlarının kullanılmasıyla bulunan

$$A_I = A \cos(\alpha_{II} x_o/2 + \theta) = A \cos(\alpha_{II} a + \theta) \quad (17)$$

$$A_{III} = A \cos(\alpha_{II} x_o/2 - \theta) = A \cos(\alpha_{II} a - \theta) \quad (18)$$

ifâdelerinin kullanılmasıyla (5-8) eşitlikleri

$$E_y^{(I)} = A \cos\left(\frac{\alpha_{II} x_o}{2} + \theta\right) e^{\alpha_{II}(x + x_o/2)} = A \cos(\alpha_{II} a + \theta) e^{\alpha_{II}(x + a)} \quad (19)$$

$$E_y^{(II)} = A \cos(\alpha_{II} x - \theta) \quad (20)$$

$$E_y^{(III)} = A \cos\left(\frac{\alpha_{II} x_o}{2} - \theta\right) e^{-\alpha_{II}(x - x_o/2)} = A \cos(\alpha_{II} a - \theta) e^{-\alpha_{II}(x - a)} \quad (21)$$

olur.  $\theta=\pi/2$  olarak alınırsa bu alanların

$$E_y^{(I)} = A \sin\left(\frac{\alpha_{II} x_o}{2}\right) e^{\alpha_{II}(x + x_o/2)} = A \sin(\alpha_{II} a) e^{\alpha_{II}(x + a)} \quad (22)$$

$$E_y^{(II)} = A \sin(\alpha_{II} x) \quad (23)$$

$$E_y^{(III)} = A \sin\left(\frac{\alpha_{II} x_o}{2}\right) e^{-\alpha_{II}(x - x_o/2)} = A \sin(\alpha_{II} a) e^{-\alpha_{II}(x - a)} \quad (24)$$

tek fonksiyonu alanları meydana getirdiği görülür. Burada A bir sâbit olup (\*), kompleks eşleniği ifâde etmek üzere, aktif bölgedeki alanın normalizasyonları için A sâbiti,

$$\int_{-x_o/2}^{x_o/2} E_y^{(II)} E_y^{(II)*} dx = \int_{-a}^a E_y^{(I)} E_y^{(I)*} dx = 1 \quad (25)$$

veyâ

$$\int_{-a}^a A \cos(\alpha_{II} x - \theta) [A \cos(\alpha_{II} x - \theta)]^* dx = 1 \quad (26)$$

entegraline göre

$$A = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{\alpha_{II} 2a + \sin(\alpha_{II} 2a) \cos 2\theta}} \quad (27)$$

olarak hesaplanır.  $\theta=0$  ve  $\theta=\pi/2$  için en düşük modlu çift fonksiyonlu alanda ve en düşük modlu tek fonksiyonlu alanda, sırasıyla

$$A = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\zeta + \sin 2\zeta}} = \sqrt{\frac{2\zeta}{a(2\zeta + \sin 2\zeta)}}, \quad A = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\zeta - \sin 2\zeta}} \quad A = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\zeta - \sin 2\zeta}} = \sqrt{\frac{2\zeta}{a(2\zeta - \sin 2\zeta)}}, \quad (28)$$

olur.  $\zeta = 0$  için  $(\frac{\sin 2\zeta}{\zeta}) = 0$  olduğu için A'nın  $A = \sqrt{\frac{1}{a}}$  olduğuna dikkat ediniz.

Manyetik alan ifâdeleri, harmonik olarak değişen  $\mathbf{E} = E_y \mathbf{a}_y$ ,  $\mathbf{H} = H_z \mathbf{a}_y$  alanlarının  $\nabla \wedge \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{H}$  Maxwell denkleminin götürülmesi ile bulunan,

$$H_z = -\frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (29)$$

ifâdesinden elde edilirse,

$$H_z^{(I)} = -\frac{\alpha_1}{j\omega\mu_0} A \cos\left(\frac{\alpha_{II} x_0}{2} + \theta\right) e^{\alpha_1(x + x_0/2)} = -\frac{\alpha_1}{j\omega\mu_0} A \cos(\alpha_{II} a + \theta) e^{\alpha_1(x + a)} \quad (30)$$

$$H_z^{(II)} = \frac{\alpha_{II}}{j\omega\mu_0} A \sin(\alpha_{II} x - \theta) \quad (31)$$

$$H_z^{(III)} = \frac{\alpha_{III}}{j\omega\mu_0} A \cos\left(\frac{\alpha_{II} x_0}{2} - \theta\right) e^{-\alpha_{III}(x - x_0/2)} = \frac{\alpha_{III}}{j\omega\mu_0} A \cos(\alpha_{II} a - \theta) e^{-\alpha_{III}(x - a)} \quad (32)$$

olarak bulunur<sup>2</sup>.

Bu alanların bölge sınırlarında sürekli olması için,  $H_z^{(I)}(-a) = H_z^{(II)}(-a)$  ve  $H_z^{(II)}(a) = H_z^{(III)}(a)$  sınır şartlarının kullanılmasıyla,

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_{II}} = \tan\left(\frac{\alpha_{II} x_0}{2} - \theta\right) = \tan(\alpha_{II} a - \theta) \quad (33)$$

$$\frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = \tan\left(\frac{\alpha_{II} x_0}{2} + \theta\right) = \tan(\alpha_{II} a + \theta) \quad (34)$$

ya da

$$\frac{\alpha_{II} x_0}{2} - \theta = \arctan \frac{\alpha_1}{\alpha_{II}} \quad (35)$$

$$\frac{\alpha_{II} x_0}{2} + \theta = \arctan \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} \quad (36)$$

elde edilir. Burada (33) ve (34) denklemlerine basamak kırılma indisli dalga kılavuzlarında TE modundaki *Özdeğer Denklemleri* denir<sup>3</sup>.

$$\alpha_{II} x_0 = \arctan \frac{\alpha_1}{\alpha_{II}} + \arctan \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} \quad (37)$$

<sup>2</sup> Iga K., 1994. *Fundamentals of Laser Optics*, Plenum Press, p. 200-201, New York and London, 1994.

<sup>3</sup> Verdeyen, J.T., 1989. *Laser Electronics*, p.398, Prentice-Hall International Limited, London.



veyâ

$$2\alpha_{II}a = \arctan \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} + \arctan \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} \quad (38)$$

$$\tan(\alpha_{II}x_o) = \tan(2\alpha_{II}a) = \frac{\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} + \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}}}{1 - \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}}} = \frac{\alpha_{II}(\alpha_I + \alpha_{III})}{\alpha_{II}^2 - \alpha_I \alpha_{III}} \quad (39)$$

ve faz açısı için,

$$\tan 2\theta = \frac{\frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} - \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}}}{1 + \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}}} = \frac{\alpha_{II}(\alpha_{III} - \alpha_I)}{\alpha_{II}^2 + \alpha_I \alpha_{III}} \quad (40)$$

olur<sup>4</sup>. Burada  $(\alpha_{II}x_o) = (2\alpha_{II}a) = \pi/2$  için  $\alpha_{II}^2 = -\alpha_I \alpha_{III} \rightarrow \zeta^2 = -\eta_I \eta_{III}$  (simetrik dalga kılavuzunda  $\zeta^2 = -\eta_{III}^2$ ) bulunur. Veyâ  $\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$  ya da [(14) ve (16)'dan dolayı  $k_I = k_{III} = k_{I,III}$  olduğunda]  $\theta=0$  olur ve dolayısıyla (39) ifâdesi,

$$\tan(\alpha_2 x_o) = \tan(2\alpha_{II}a) = \frac{2\alpha_{I,III}\alpha_{II}}{\alpha_{II}^2 - \alpha_{I,III}^2} \quad (41)$$

olarak bulunur. Bu durumda alanlar düşey eksene göre simetrik hâle gelirler. O zaman elektrik ve manyetik alan ifâdeleri, (19-21)'den,

$$E_y^{(I)} = A \cos \left( \frac{\alpha_{II}x_o}{2} \right) e^{\alpha_I(x + x_o/2)} = A \cos(\alpha_{II}a) e^{\alpha_I(x+a)} \quad (42)$$

$$E_y^{(II)} = A \cos(\alpha_{II}x) \quad (43)$$

$$E_y^{(III)} = A \cos \left( \frac{\alpha_{II}x_o}{2} \right) e^{-\alpha_{III}(x - x_o/2)} = A \cos(\alpha_{II}a) e^{-\alpha_{III}(x-a)} \quad (44)$$

şekline gelir (Şekil 5).  $\theta=\pi/2$  ise tek fonksiyonlu elektrik alanları,

$$e_y^{(I)} = A \sin \left( \frac{\alpha_{II}x_o}{2} \right) e^{\alpha_I(x + x_o/2)} = A \sin(\alpha_{II}a) e^{\alpha_I(x+a)} \quad (45)$$

$$e_y^{(II)} = A \sin(\alpha_{II}x) \quad (46)$$

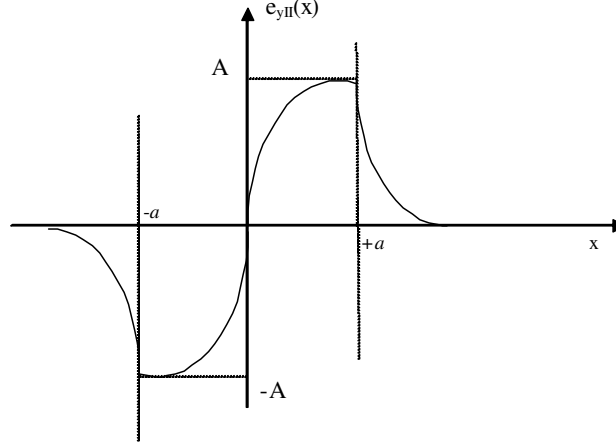
$$e_y^{(III)} = A \sin \left( \frac{\alpha_{II}x_o}{2} \right) e^{-\alpha_{III}(x - x_o/2)} = A \sin(\alpha_{II}a) e^{-\alpha_{III}(x-a)} \quad (47)$$

şekline girer (Şekil 6). Bu enine elektrik alanları

<sup>4</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, p.398, Prentice-Hall International Limited, London.

$$\nabla_t^2 \mathbf{E}_t(x) = 0 \quad (48)$$

dalga denklemini sağlarlar.



Şekil 6 (45)-(47) Tek fonksiyonlu elektrik alan ifâdelerinin süperpozisyonu

**Sorular:**

1) Üç bölgedeki alanların bölge sınırlarında sürekli olması için  $A_I$  ve  $A_{III}$  sâbitlerini bulunuz.

2) Basamak kırılma indisli bir yariletken lazerinde (dalga kılavuzunda) TE modunda en düşük mertebeli çift ve tek fonksiyonlu elektrik alan alanlarını inceleyerek ayrı ayrı çiziniz.

3) Aktif bölgenin genişliğini bu bölgelerdeki propağasyon sâbitleri cinsinden bulunuz.

4)  $\theta = 0$  ve  $\theta = 90^\circ$  için  $\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}}$  ve  $\frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}}$  oranlarını bulunuz.

5)  $\theta = 0$  ve  $\theta = 90^\circ$  için (40)'dan hareket ederek  $\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = \frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}}$  olduğunu

gösteriniz

6) Aktif bölge ve gömlek bölgelerinde TE modundaki elektromanyetik dalga empedanslarının ifâdelerini bulunuz.

7) TE modunda tek ve çift fonksiyonlu elektrik alanlarına âit dalga empedansı ne olur?

8)  $\alpha_{II}$  'nın çift fonksiyonlu elektrik alanı için  $\pi/2a$  olarak ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için  $\pi/a$  olarak alındığını gösteriniz.

9) Çift fonksiyonlu ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için  $\text{Sin}2\zeta$  'yı normalize frekans cinsinden bulunuz.

10)  $E_y^{(II)} = A \text{Cos}(\alpha_{II} x - \theta)$  aktif alanının  $A = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\alpha_{II}a + \text{Sin}(2qa) \text{Co}\theta}}$  katsayısını çıkarınız.

$$11) \text{ Çift ve tek fonksiyonlu alanda } \tan(2\alpha_n a) = \frac{\frac{\alpha_i + \alpha_m}{\alpha_n} \frac{\alpha_i}{\alpha_n}}{1 - \frac{\alpha_i}{\alpha_n} \frac{\alpha_m}{\alpha_n}} = \frac{\alpha_n(\alpha_i + \alpha_m)}{\alpha_n^2 - \alpha_i \alpha_m}, \text{ nin sırasıyla}$$

$\tan 2\zeta = \frac{2 \tan \zeta}{1 - \tan^2 \zeta}$ ,  $\tan 2\zeta = -\frac{2 \cot \zeta}{1 - \cot^2 \zeta}$  olduğunu gösteriniz. Bulunan bu denklemlerden hareket ederek  $\eta'$  yı  $\zeta$  cinsinden bulunuz.

$$12) \tan 2\theta = \frac{\frac{\alpha_m - \alpha_i}{\alpha_n} \frac{\alpha_i}{\alpha_n}}{1 + \frac{\alpha_i}{\alpha_n} \frac{\alpha_m}{\alpha_n}} = \frac{\alpha_n(\alpha_m - \alpha_i)}{\alpha_n^2 + \alpha_i \alpha_m} = \frac{\zeta(\eta_m - \eta_i)}{\zeta^2 + \eta_i \eta_m}, \text{ nin simetrik bir dalga}$$

kılavuzunda sıfıra eşit olduğunu gösteriniz.

### Cevaplar:

1) Üç bölgedeki alanların bölge sınırlarında sürekli olması için  $E_y^{(I)}(-a) = E_y^{(II)}(-a)$  ve  $E_y^{(II)}(a) = E_y^{(III)}(a)$  sınır şartlarının kullanılmasıyla  $A_I$  ve  $A_{III}$  sabitlerinin bulunması gerekir:

$$E_y^{(I)}(-a) = E_y^{(II)}(-a)$$

$$A_I e^{\alpha_i(-a+a)} = A \cos(-\alpha_n a - \theta) = A \cos[-(\alpha_n a + \theta)] \rightarrow A_I = A \cos(\alpha_n a + \theta)$$

$$E_y^{(II)}(a) = E_y^{(III)}(a)$$

$$A_{III} e^{-\alpha_m(a-a)} = A \cos(\alpha_n a - \theta) \rightarrow A_{III} = A \cos(\alpha_n a - \theta)$$

Sonuç:

$$A_I = A \cos(\alpha_n a + \theta) = A \cos(\alpha_n a + \theta) = A \cos(\zeta + \theta)$$

$$A_{III} = A \cos(\alpha_n a - \theta) = A \cos(\alpha_n a - \theta) = A \cos(\zeta - \theta)$$

2)  $E_y^{(II)} = A \cos(\alpha_n x - \theta) = A$  olması için  $(\alpha_n x - \theta) = 0$  alınır. Buradan için  $x = \theta / \alpha_n$  bulunur. Bu en düşük modlu çift fonksiyonlu elektrik alanının maksimum olduğu noktayı verir.  $x = \theta / \alpha_n$  ifâdesinde  $\theta = 0$  alınırsa  $E_y^{(II)} = A \cos(\alpha_n x)$  elde edilir ki bu en düşük modlu çift fonksiyonlu elektrik alanıdır.

Şimdi en düşük modlu tek fonksiyonlu elektrik alanının maksimum olduğu noktayı bulalım. Önce bu fonksiyonu elde edelim. Bunun için  $\theta = \pi/2$  alınmalıdır. O zaman  $e_y^{(II)} = A \cos(\alpha_n x - \pi/2) = A \sin(\alpha_n x)$  fonksiyonu elde edilir. Bu, en düşük modlu tek fonksiyonlu elektrik alanıdır.

Bu alanın maksimum olduğu noktayı bulmak  $x = \theta/\alpha_n$  ifâdesinde  $\theta = \pi/2$  alınır. O zaman en düşük modlu tek fonksiyonlu elektrik alanının maksimum olduğu nokta  $x = \pi/2\alpha_n$  olarak bulunur.

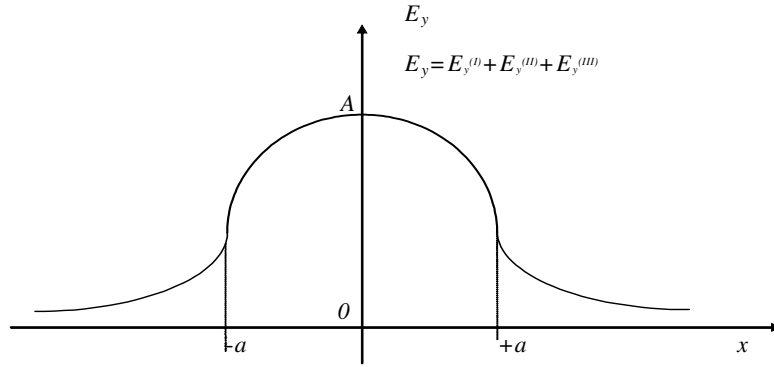
Sonuç olarak en düşük mertebeli çift fonksiyonlu elektrik alanı  $x=0$  noktasında ve en düşük mertebeli tek fonksiyonlu elektrik alanı  $x = \pi/2\alpha_n$  noktasında maksimum değere ulaşır.

Çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$E_y^{(I)} = E_y^{(II)} = A \cos(\alpha_n a) e^{\alpha_n(x+a)}$$

$$E_y^{(III)} = A \cos(\alpha_n x)$$

$$E_y^{(IV)} = A \cos(\alpha_n a) e^{-\alpha_n(x-a)}$$



Tek fonksiyonlu elektrik alanı için:

$$e_{yI} = A \cos(\alpha_n a + \pi/2) e^{\alpha_n(x+a)} = A [\cos(\alpha_n a) \cos \pi/2 - \sin(\alpha_n a) \sin \pi/2] e^{\alpha_n(x+a)}$$

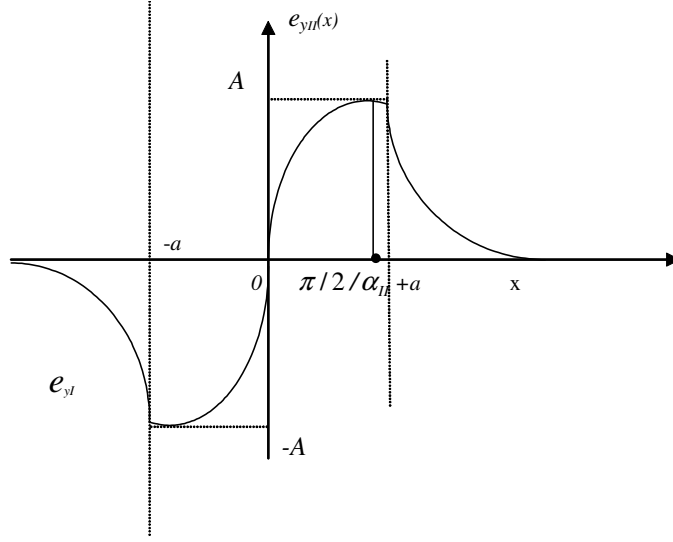
$$= -A \sin(\alpha_n a) e^{\alpha_n(x+a)}$$

$$e_{yIII} = A \sin(\alpha_n x)$$

$$e_{yIV} = A \cos(\alpha_n a - \pi/2) e^{-\alpha_n(x-a)} = A [\cos(\alpha_n a) \cos \pi/2 + \sin(\alpha_n a) \sin \pi/2] e^{-\alpha_n(x-a)}$$

$$= A \sin(\alpha_n a) e^{-\alpha_n(x-a)}$$

Burada  $e_{yII}$  fonksiyonunun  $x = \pm a$  noktalarındaki maksimumlarının  $e_{yI}$  ve  $e_{yIII}$  fonksiyonlarının sırasıyla  $x = -a$  ve  $x = a$  noktalarındaki maksimumlarla çakıştıklarına dikkat ediniz.



3) Aktif bölgenin genişliğinin bu bölgelerdeki propagasyon sâbitleri cinsinden bulunması:

$$2\alpha_{II}a = \arctan \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} + \arctan \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} \rightarrow 2a = \frac{(\arctan \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} + \arctan \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}})}{\alpha_{II}}$$

4)  $\theta = 0$  ve  $\theta = 90^\circ$  için  $\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}}$  ve  $\frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}}$  oranlarının bulunması:

$$\theta = 0:$$

$$\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \tan(\alpha_{II}a) \rightarrow \frac{\eta_I}{\zeta} = \tan \zeta, \quad \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = \tan(\alpha_{II}a) \rightarrow \frac{\eta_{III}}{\zeta} = \tan \zeta$$

Bu sonuçlar, antisimetrik bir dalga kılavuzunda çift fonksiyonlu alan içindir.

$$\theta = 90^\circ$$

$$\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \tan(\alpha_{II}a + \pi/2) \rightarrow \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \frac{\tan(\alpha_{II}a) + \tan(\pi/2)}{1 - \tan(\alpha_{II}a)\tan(\pi/2)} = \frac{\frac{\tan(\alpha_{II}a)}{\tan(\pi/2)} + 1}{\frac{1}{\tan(\pi/2)} - \tan(\alpha_{II}a)}$$

$$= \frac{0 + 1}{0 - \tan(\alpha_{II}a)} = \frac{1}{-\tan(\alpha_{II}a)}$$

$$\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \tan(\alpha_{II}a + \pi/2) = -\frac{1}{\tan(\alpha_{II}a)} \rightarrow \frac{\eta_I}{\zeta} = \tan(\alpha_{II}a + \pi/2) = -\frac{1}{\tan \zeta}$$

$$\frac{\eta_I}{\zeta} = \tan(\alpha_{II}a + \pi/2) = -\frac{1}{\tan \zeta} = -\cot \zeta$$

$$\theta = 90^\circ \rightarrow \frac{\alpha_m}{\alpha_n} = \tan(\alpha_n a - \pi/2) \rightarrow \frac{\alpha_m}{\alpha_n} = \frac{\tan(\alpha_n a) - \tan(\pi/2)}{1 + \tan(\alpha_n a)\tan(\pi/2)} = \frac{\frac{\tan(\alpha_n a)}{\tan(\pi/2)} - 1}{\frac{1}{\tan(\pi/2)} + \tan(\alpha_n a)} = \frac{0 - 1}{0 + \tan(\alpha_n a)} = \frac{-1}{\tan(\alpha_n a)}$$

$$\theta = 90^\circ \rightarrow \frac{\alpha_m}{\alpha_n} = \tan(\alpha_n a - \pi/2) = -\frac{1}{\tan(\alpha_n a)} \rightarrow \frac{\eta_m}{\zeta} = \tan(\zeta - \pi/2) = -\frac{1}{\tan \zeta} - \pi/2 = -\frac{1}{\tan \zeta}$$

$$\frac{\eta_m}{\zeta} = \tan(\zeta - \pi/2) = -\frac{1}{\tan \zeta} = -\cot \zeta$$

Sonuç:

$$\theta = 0:$$

$$\frac{\alpha_i}{\alpha_n} = \tan(\alpha_n a) \rightarrow \frac{\eta_i}{\zeta} = \tan \zeta, \quad \frac{\alpha_m}{\alpha_n} = \tan(\alpha_n a) \rightarrow \frac{\eta_m}{\zeta} = \tan \zeta$$

$$\theta = 90^\circ:$$

$$\frac{\eta_m}{\zeta} = \tan(\zeta - \pi/2) = -\frac{1}{\tan \zeta} = -\cot \zeta$$

5)

$$\tan 2\theta = \frac{\frac{\alpha_m}{\alpha_n} - \frac{\alpha_i}{\alpha_n}}{1 + \frac{\alpha_i}{\alpha_n} \frac{\alpha_m}{\alpha_n}} = \frac{\alpha_n(\alpha_m - \alpha_i)}{\alpha_n^2 + \alpha_i \alpha_m}, \quad \theta = 0 \rightarrow \tan = 0, \quad \alpha_m = \alpha_i = \alpha_{i,m}$$

$$\theta = 90^\circ \rightarrow \tan = \pi = 0, \quad \alpha_m = \alpha_i = \alpha_{i,m}, \quad \text{Sonuç: } \theta = 0 = 90^\circ \rightarrow \alpha_m = \alpha_i = \alpha_{i,m}$$

**Sonuç:** Çift ve tek fonksiyonlu alanda  $\theta = 0$  ve  $\theta = 90^\circ$ , simetrik dalga kılavuzuna işâret etmektedir. Başka bir ifâdeyle, en küçük modlu alanlar simetrik dalga kılavuzuna uygulanabilecektir.

6) Aktif bölge ve gömlek bölgelerinde TE modundaki çift fonksiyonlu elektrik alanı için elektromanyetik dalga empedanslarının  $\theta$ 'ya bağlı ifâdeleri:

$$E_y^{(I)} = \cos(\alpha_n a + \theta) e^{\alpha_i(x+a)}, \quad H_z^{(I)} = -\frac{\alpha_i}{j\omega\mu_0} A \cos(\alpha_n a + \theta) e^{\alpha_i(x+a)}$$

$$E_y^{(II)} = A \cos(\alpha_n x - \theta), \quad H_z^{(II)} = \frac{\alpha_n}{j\omega\mu_0} A \sin(\alpha_n x - \theta)$$

$$E_y^{(III)} = A \cos(\alpha_n a - \theta) e^{-\alpha_m(x-a)}, \quad H_z^{(III)} = \frac{\alpha_m}{j\omega\mu_0} A \cos(\alpha_n a - \theta) e^{-\alpha_m(x-a)}$$

$$Z^{TE}_I = \frac{E_y^{(I)}}{H_z^{(I)}} = \frac{A \cos(\alpha_{II} a + \theta) e^{\alpha_I(x+a)}}{-\frac{\alpha_I}{j\omega\mu_o} A \cos(\alpha_{II} a + \theta) e^{\alpha_I(x+a)}} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I}$$

$$Z^{TE}_{III} = \frac{E_y^{(III)}}{H_z^{(III)}} = \frac{A \cos(\alpha_{II} a - \theta) e^{-\alpha_{III}(x-a)}}{\frac{\alpha_{III}}{j\omega\mu_o} A \cos(\alpha_{II} a - \theta) e^{-\alpha_{III}(x-a)}} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}}$$

$$Z^{TE}_{II} = \frac{E_y^{(II)}}{H_z^{(II)}} = \frac{A \cos(\alpha_{II} x - \theta)}{\frac{\alpha_{II}}{j\omega\mu_o} A \sin(\alpha_{II} x - \theta) e^{-\alpha_{III}(x-a)}} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot(\alpha_{II} x - \theta)$$

7) Çift fonksiyon hâli:

$$Z^{TE}_I = \frac{E_y^{(I)}}{H_z^{(I)}} = \frac{A \cos(\alpha_{II} a + \theta) e^{\alpha_I(x+a)}}{-\frac{\alpha_I}{j\omega\mu_o} A \cos(\alpha_{II} a + \theta) e^{\alpha_I(x+a)}} \Bigg|_{\theta=0} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I}$$

$$Z^{TE}_{III} = \frac{E_y^{(III)}}{H_z^{(III)}} = \frac{A \cos(\alpha_{II} a - \theta) e^{-\alpha_{III}(x-a)}}{\frac{\alpha_{III}}{j\omega\mu_o} A \cos(\alpha_{II} a - \theta) e^{-\alpha_{III}(x-a)}} \Bigg|_{\theta=0} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}}$$

$$Z^{TE}_{II} = \frac{E_y^{(II)}}{H_z^{(II)}} = \frac{A \cos(\alpha_{II} x - \theta)}{\frac{\alpha_{II}}{j\omega\mu_o} A \sin(\alpha_{II} x - \theta) e^{-\alpha_{III}(x-a)}} \Bigg|_{\theta=0} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot(\alpha_{II} x)$$

Tek fonksiyon hâli:

$$Z^{TE}_I = \frac{E_y^{(I)}}{H_z^{(I)}} = \frac{A \cos(\alpha_{II} a + \theta) e^{\alpha_I(x+a)}}{-\frac{\alpha_I}{j\omega\mu_o} A \cos(\alpha_{II} a + \theta) e^{\alpha_I(x+a)}} \Bigg|_{\theta=90^\circ} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I}$$

$$Z^{TE}_{III} = \frac{E_y^{(III)}}{H_z^{(III)}} = \frac{A \cos(\alpha_{II} a - \theta) e^{-\alpha_{III}(x-a)}}{\frac{\alpha_{III}}{j\omega\mu_o} A \cos(\alpha_{II} a - \theta) e^{-\alpha_{III}(x-a)}} \Bigg|_{\theta=90^\circ} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}}$$

$$\begin{aligned}
Z_{II}^{TE} &= \frac{E_y^{(II)}}{H_{z'}^{(II)}} = \frac{A \cos(\alpha_{II} x - \theta)}{\frac{\alpha_{II}}{j\omega\mu_o} A \sin(\alpha_{II} x - \theta) e^{-\alpha_{III}(x-a)}} = \frac{j\omega\mu_o \cot(\alpha_{II} x - \theta)}{\alpha_{II}} \Big|_{\theta = 90^\circ} \\
&= \frac{j\omega\mu_o \cot(\alpha_{II} x - 90^\circ)}{\alpha_{II}} \\
&= \frac{j\omega\mu_o \cos(\alpha_{II} x - \theta)}{\alpha_{II} \sin(\alpha_{II} x - \theta)} = \frac{j\omega\mu_o \cos(\alpha_{II} x) \cos 90^\circ + \sin(\alpha_{II} x) \sin 90^\circ}{\alpha_{II} \sin(\alpha_{II} x) \cos 90^\circ - \cos(\alpha_{II} x) \sin 90^\circ} \\
&= \frac{j\omega\mu_o \sin(\alpha_{II} x)}{\alpha_{II} - \cos(\alpha_{II} x)} = -\frac{j\omega\mu_o \tan(\alpha_{II} x)}{\alpha_{II}}
\end{aligned}$$

(6) ve (7)'nin sonuçları incelenirse, aktif bölge dışındaki bölgelerin çift fonksiyonlu elektrik alanlarına it empedanslar, farklı işâretli olarak, birbirlerinin ayındırlar. Ancak aktif bölgedeki empedanslar farklıdır: Çift fonksiyonlu elektrik alanda empedans

$$\begin{aligned}
Z_{II}^{TE} &= \frac{E_y^{(II)}}{H_{z'}^{(II)}} = \frac{j\omega\mu_o \cot(\alpha_{II} x)}{\alpha_{II}} \quad \text{iken,} \quad \text{tek fonksiyonlu elektrik alanda} \\
Z_{II}^{TE} &= \frac{E_y^{(II)}}{H_{z'}^{(II)}} = -\frac{j\omega\mu_o \tan(\alpha_{II} x)}{\alpha_{II}} \quad \text{olarak ortaya çıkmaktadır.}
\end{aligned}$$

8) Her üç bölgeye âit çift fonksiyonlu elektrik alanları iki formül ile özetlenebilir.

$$\begin{aligned}
E_y^{(II)} &= A \cos(\alpha_{II} x) \\
E_y^{(I,III)} &= A \cos(\alpha_{II} a) e^{\pm \alpha_{II}(x \pm a)}, \quad j=I \text{ ya da III (III} \rightarrow -)
\end{aligned}$$

Dalganın aktif bölgede tamâmen hapsedilmesi demek,  $E_y^{(II)} \neq 0$  ve  $E_y^{(I,III)} = 0$  olması demektir. Yânî,

$$A \cos(\alpha_{II} a) e^{\pm \alpha_{II}(x \pm a)} = 0$$

olması için  $x > -a$  ve  $a < x$  için  $A e^{\pm \alpha_{II}(x \pm a)} \neq 0$  olduğu için  $\cos(\alpha_{II} a) = 0$  olur. Buradan  $\alpha_{II} a = \pi/2$  olmalıdır. Sınır şartının kullanılması ile elde edilen bu sonuçtan  $\alpha_{II} = \pi/2a$  elde edilir. Gömlek bölgelerindeki alanın sıfır olması, bulunan bu sonuç ile sağlanmış olur ki, bu da aktif bölgede alanın sinüzoidal olarak değişmesi demektir.

Tek fonksiyonlu elektrik alanları söz konusu edilirse, o zaman

$$\begin{aligned}
e_y^{(II)} &= B \sin(\alpha_{II} x) \\
e_y^{(I,III)} &= B \sin(\alpha_{II} a) e^{\pm \alpha_{II}(x \pm a)}, \quad j=I \text{ ya da III (III} \rightarrow -)
\end{aligned}$$

ifâdeleri ele alınmalıdır. Bu durumda



$$B \sin(\alpha_n a) e^{\pm \alpha_j (x \pm a)} = 0$$

olması için  $x > -a$  ve  $x < a$  için  $B e^{\pm \alpha_j (x \pm a)} \neq 0$  olduğu için  $\sin(\alpha_n a) = 0$  olur. Buradan  $\alpha_n a = \pi$  olmalıdır. Sınır şartının kullanılması ile elde edilen bu sonuçtan  $\alpha_n = \pi/a$  elde edilir. Gömlek bölgelerindeki alanın sıfır olması, bulunan bu sonuç ile sağlanmış olur ki, yine bu da aktif bölgede alanın sinüzoidal olarak değişmesi demektir.

Sonuç olarak en düşük modlu çift fonksiyonlu elektrik alanında

$$E_y^{(m)} = A \cos(\pi x / 2a)$$

$$E_y^{(I,III)} = A \cos(\alpha_n a) e^{\pm \alpha_j (x \pm a)}$$

ve çift fonksiyonlu elektrik alanında

$$e_y^{(m)} = B \sin \pi x / a$$

$$e_y^{(I,III)} = B \sin(\alpha_n a) e^{\pm \alpha_j (x \pm a)} \quad , j=I \text{ ya da } III \quad (III \rightarrow -)$$

alındığında gömlek bölgelerinde alan sıfır, aktif bölgede maksimum olur.

9) Çift fonksiyonlu elektrik alanı için  $\sin 2\zeta$  'yı normalize frekans cinsinden bulmak için  $\sin 2\zeta$  'den hareket edilir:

$$\sin 2\zeta = 2 \sin \zeta \cos \zeta \rightarrow \sin \zeta = \eta / V, \cos \zeta = \zeta / V \rightarrow \sin 2\zeta = 2 \sin \zeta \cos \zeta = \zeta \eta / V^2$$

$$\sin 2\zeta = \zeta \eta / V^2$$

Tek fonksiyonlu elektrik alanı için de

$$\sin 2\zeta = \zeta \eta / V^2$$

bulunur.

$$10) \quad E_y^{(m)} = A \cos(\alpha_n x - \theta) \quad \text{aktif alanın} \quad A = \sqrt{\frac{2\alpha_n}{2\alpha_n a + \sin(2\alpha_n a) \cos 2\theta}} \quad \text{katsayını}$$

çıkarmak için

$$\int_{-x_0/2}^{x_0/2} E_y^{(m)} E_y^{(m)*} dx = \int_{-a}^a E_y^{(m)} E_y^{(m)*} dx = I$$

normalizasyon formülünden hareket edilir:

$$\begin{aligned}
& \int_{-a}^a [A \cos(\alpha_n x - \theta)] [A \cos(\alpha_n x - \theta)] dx = A^2 \int_{-a}^a \cos^2(\alpha_n x - \theta) dx = \frac{A^2}{2} \int_{-a}^a [1 + \cos 2(\alpha_n x - \theta)] dx \\
& = \frac{A^2}{2} \left[ x \right]_{-a}^a + \frac{1}{2\alpha_n} \sin 2(\alpha_n x - \theta) \Big|_{-a}^a = \frac{A^2}{2} \left[ x \right]_{-a}^a + \frac{1}{2\alpha_n} \sin 2(\alpha_n x - \theta) \Big|_{-a}^a \\
& = \frac{A^2}{2} \left[ 2a + \frac{1}{2\alpha_n} [\sin 2(\alpha_n a - \theta)] + \frac{1}{2\alpha_n} [\sin 2(\alpha_n a + \theta)] \right] = \frac{A^2}{2} \left[ 2a + \frac{1}{2\alpha_n} [\sin 2(\alpha_n a - \theta) + \sin 2(\alpha_n a + \theta)] \right] \\
& \int_{-a}^a [A \cos(\alpha_n x - \theta)] [A \cos(\alpha_n x - \theta)]^* dx = 1 \rightarrow 2 \int_0^a [A \cos(\alpha_n x - \theta)] [A \cos(\alpha_n x - \theta)]^* dx = 1 \\
& = \frac{A^2}{2} \left[ 2a + \frac{1}{2\alpha_n} [\sin 2(\alpha_n a - \theta) + \sin 2(\alpha_n a + \theta)] \right] = 1 \rightarrow \left[ 2a + \frac{1}{2\alpha_n} [\sin 2(\alpha_n a - \theta) + \sin 2(\alpha_n a + \theta)] \right] = \frac{2}{A^2} \\
& \left[ 2a + \frac{1}{2\alpha_n} [\sin 2(\alpha_n a - \theta) + \sin 2(\alpha_n a + \theta)] \right] = \left[ 2a + \frac{1}{2\alpha_n} [\sin 2(\alpha_n a) \cos 2\theta - \cos 2(\alpha_n a) \sin 2\theta + \sin 2(\alpha_n a + \theta)] \right] \\
& = \left[ 2a + \frac{1}{2\alpha_n} [\sin 2(\alpha_n a) \cos 2\theta - \cos 2(\alpha_n a) \sin 2\theta + \sin 2(\alpha_n a) \cos 2\theta + \cos 2(\alpha_n a) \sin 2\theta] \right] = \frac{2}{A^2} \\
& \left[ 2a + \frac{2}{2\alpha_n} [\sin 2(\alpha_n a) \cos 2\theta + \sin 2(\alpha_n a) \cos 2\theta] \right] = \frac{2}{A^2} \rightarrow \left[ 4a + \frac{1}{2\alpha_n} 2[\sin 2(\alpha_n a) \cos 2\theta + \sin 2(\alpha_n a) \cos 2\theta] \right] = \frac{2}{A^2} \\
& \left[ 4a\alpha_n + [2\sin 2(\alpha_n a) \cos 2\theta] \right] = \frac{4\alpha_n}{A^2} \rightarrow A^2 = \frac{4\alpha_n}{4a\alpha_n + 2\sin 2(\alpha_n a) \cos 2\theta} \rightarrow A^2 = \frac{2\alpha_n}{2a\alpha_n + \sin 2(\alpha_n a) \cos 2\theta} \\
& A = \sqrt{\frac{2\alpha_n}{2a\alpha_n + \sin 2(\alpha_n a) \cos 2\theta}}, \quad \zeta = a\alpha_n, \quad A = \sqrt{\frac{2\zeta}{a(2\zeta + \sin 2\zeta \cos 2\theta)}} \\
& \theta = 0 \rightarrow A = \sqrt{\frac{2\zeta}{a(2\zeta + \sin 2\zeta)}} \\
& \theta = \pi/2 \rightarrow A = \sqrt{\frac{2\zeta}{a(2\zeta - \sin 2\zeta)}}
\end{aligned}$$

olur.

$$11) \quad \tan(2\alpha_n a) = \frac{\frac{\alpha_i + \alpha_m}{\alpha_n} - \frac{\alpha_i}{\alpha_n}}{1 - \frac{\alpha_i}{\alpha_n} \frac{\alpha_m}{\alpha_n}} = \frac{\alpha_n(\alpha_i + \alpha_m)}{\alpha_n^2 - \alpha_i \alpha_m}, \text{ nın } \tan(2\zeta) = \frac{2\tan\zeta}{1 - \tan^2\zeta} \text{ 'ya eşit olduğunu}$$

göstermek için  $\tan(2\alpha_n a) = \frac{\frac{\alpha_i + \alpha_m}{\alpha_n} - \frac{\alpha_i}{\alpha_n}}{1 - \frac{\alpha_i}{\alpha_n} \frac{\alpha_m}{\alpha_n}} = \frac{\alpha_n(\alpha_i + \alpha_m)}{\alpha_n^2 - \alpha_i \alpha_m}$  'dan hareket edilir. Nitekim,

Antisimetrik bir dalga kılavuzu için  $\tan(2\alpha_n a) = \tan 2\zeta = \frac{\alpha_n(\alpha_1 + \alpha_m)}{\alpha_n^2 - \alpha_1 \alpha_m} = \frac{\zeta(\eta_1 + \eta_m)}{\zeta^2 - \eta_1 \eta_m}$  yazılabilir.

Simetrik bir dalga kılavuzunda  $\eta_1 = \eta_m = \eta_{1,m} = \eta$  olduğu için  $\tan 2\zeta = \frac{\zeta(\eta_1 + \eta_m)}{\zeta^2 - \eta_1 \eta_m} = \frac{2\zeta\eta}{\zeta^2 - \eta^2} = \frac{2}{\frac{\zeta}{\eta} - \frac{\eta}{\zeta}}$  bulunur. Burada çift fonksiyonlu alandaki  $\tan \zeta = \frac{\eta}{\zeta}$  öz

değer denklemi kullanılırsa,  $\tan 2\zeta = \frac{2}{\frac{\zeta}{\eta} - \frac{\eta}{\zeta}} = \frac{2}{\frac{1}{\tan \zeta} - \tan \zeta} = \frac{2 \tan \zeta}{1 - \tan^2 \zeta}$  elde edilir. İfâdede tek

fonksiyonlu alandaki  $\cot \zeta = -\frac{\eta}{\zeta}$  öz değer denklemi kullanılırsa, o zaman

$$\tan 2\zeta = -\frac{2}{-\frac{\zeta}{\eta} + \frac{\eta}{\zeta}} = -\frac{2}{\frac{1}{\cot \zeta} - \cot \zeta} = -\frac{2 \cot \zeta}{1 - \cot^2 \zeta} \text{ olur.}$$

Ya da

$$\tan(2\alpha_n a) = \frac{\frac{\alpha_1 + \alpha_m}{\alpha_n} \frac{\eta_1 + \eta_m}{\zeta}}{1 - \frac{\alpha_1 \alpha_m}{\alpha_n} \frac{\eta_1 \eta_m}{\zeta}} = \frac{\frac{\eta_1 + \eta_m}{\zeta}}{1 - \frac{\eta_1 \eta_m}{\zeta}} \text{ olur. Simetrik bir dalga kılavuzunda } \eta_1 = \eta_m = \eta_{1,m} = \eta$$

olduğu için bu çift fonksiyonlu alan için

$$\tan 2\zeta = \frac{2 \frac{\eta_{1,m}}{\zeta}}{1 - \left(\frac{\eta_{1,m}}{\zeta}\right)^2} = \frac{2 \frac{\eta}{\zeta}}{1 - \left(\frac{\eta}{\zeta}\right)^2} = \frac{2 \tan \zeta}{1 - \tan^2 \zeta}$$

ve tek fonksiyonlu alan için

$$\tan 2\zeta = \frac{2 \frac{\eta_{1,m}}{\zeta}}{1 - \left(\frac{\eta_{1,m}}{\zeta}\right)^2} = \frac{2 \frac{\eta}{\zeta}}{1 - \left(\frac{\eta}{\zeta}\right)^2} = \frac{-2 \cot \zeta}{1 - \cot^2 \zeta}$$

olur.

$$\text{Çift fonksiyonlu alanda: } \tan 2\zeta = \frac{2 \tan \zeta}{1 - \tan^2 \zeta}$$

$$\text{Tek fonksiyonlu alanda: } \tan 2\zeta = -\frac{2 \cot \zeta}{1 - \cot^2 \zeta}$$

Bulunan bu denklemlerden hareket ederek  $\eta'$  yı  $\zeta$  cinsinden bulabiliriz:

$$\tan 2\zeta = \frac{2 \tan \zeta}{1 - \tan^2 \zeta} \text{ denkleminde } \zeta \rightarrow \zeta/2 \text{ konursa, } \tan 2\zeta = \frac{2 \tan \zeta}{1 - \tan^2 \zeta} \rightarrow \tan \zeta = \frac{2 \tan \frac{\zeta}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\zeta}{2}} = \frac{\eta}{\zeta}$$

$$\frac{2 \tan \frac{\zeta}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\zeta}{2}} = \frac{\eta}{\zeta} \rightarrow \eta = \zeta \frac{2 \tan \frac{\zeta}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\zeta}{2}}$$

bulunur.

$a=5$   $A^\circ$  için bulunan çok küçük  $V=0.000166064$  normalize frekans değeri,  $\alpha = 2.75774 \times 10^{-8}$ ,  $\zeta = 0.000166064$ ,  $\eta = 2.75774 \times 10^{-8}$  değerlerini verir.  $\zeta = 0.000166064$ ,

$$\eta = 2.75774 \times 10^{-8} \text{ değerlerinin } \eta = \zeta \frac{2 \tan \frac{\zeta}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\zeta}{2}} \text{ denklemini sağladığı gösterilebilir.}$$

$$12) \quad \tan 2\theta = \frac{\frac{\alpha_{III} - \alpha_I}{\alpha_{II}}}{1 + \frac{\alpha_I \alpha_{III}}{\alpha_{II} \alpha_{II}}} = \frac{\alpha_{II}(\alpha_{III} - \alpha_I)}{\alpha_{II}^2 + \alpha_I \alpha_{III}} = \frac{\zeta(\eta_{III} - \eta_I)}{\zeta^2 + \eta_I \eta_{III}}, \text{ nun simetrik bir dalga}$$

kılavuzunda sıfıra eşit olduğunu göstermek için, simetrik bir dalga kılavuzunda  $\eta_I = \eta_{III} = \eta_{LIII} = \eta$  olduğunu hatırlamak yeter. Bu ise fonksiyonun en düşük modlu bir çift (antisimetrik) fonksiyonu gösterdiği anlaşılır.

### 3.3. TM Modunda Çift ve Tek Fonksiyonlu Elektrik Alan İfâdeleri

TM moduna âit manyetik alan ifâdelerini bulmak için izlenen yol aynıdır. Çünkü, bunlar, aynı  $\alpha_I$ ,  $\alpha_{II}$ ,  $\alpha_{III}$  propagasyon sâbitlerine sâhip olduğundan,

$$\nabla_t^2 \mathbf{H}_t(x) = 0 \quad (49)$$

enine manyetik dalga denklemini sağlarlar. Bundan dolayı, (19)-(21) ifâdelerinde  $E_y \rightarrow H_y$  koymak yeterli olur:

$$H_y^{(I)} = A \cos\left(\frac{\alpha_{II} x_o}{2} + \theta\right) e^{\alpha_I(x+x_o/2)} = A \cos(\alpha_{II} a + \theta) e^{\alpha_I(x+a)} = A \cos(\zeta + \theta) e^{\alpha_I(x+a)} \quad (50)$$

$$H_y^{(II)} = A \cos(\alpha_{II} x - \theta) \quad (51)$$

$$H_y^{(III)} = A \cos\left(\frac{\alpha_{II} x_o}{2} - \theta\right) e^{-\alpha_{III}(x-x_o/2)} = A \cos(\alpha_{II} a - \theta) e^{-\alpha_{III}(x-a)} = A \cos(\zeta - \theta) e^{-\alpha_{III}(x-a)} \quad (52)$$

Bu manyetik alan ifâdelerinden hareket ederek  $E_z$  elektrik alan bileşenleri kolayca bulunabilir. Elektrik alan ifâdeleri, harmonik olarak değişen  $\mathbf{E} = E_z \mathbf{a}_z$ ,  $\mathbf{H} = H_y \mathbf{a}_y$  alanlarının  $\nabla \wedge \mathbf{H} = j\omega \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} = j\omega \epsilon_0 n_2^2 \mathbf{E}$  Maxwell denkleminin götürülmesi ile bulunan,

$$E_z = -\frac{1}{j\omega \epsilon_0 n^2} \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (53)$$

ifâdesinden

$$\begin{aligned} E_z^{(i)} &= \frac{-\alpha_1}{j\omega \epsilon_0 n_1^2} A \cos(\alpha_1 x_0/2 + \theta) e^{\alpha_1(x + x_0/2)} = \frac{-\alpha_1}{j\omega \epsilon_0 n_1^2} A \cos(\alpha_1 a + \theta) e^{\alpha_1(x + a)} \\ &= \frac{-\alpha_1}{j\omega \epsilon_0 n_1^2} A \cos(\eta_1 + \theta) e^{\alpha_1(x + a)} \end{aligned} \quad (54)$$

$$E_z^{(ii)} = \frac{-\alpha_{ii}}{j\omega \epsilon_0 n_{ii}^2} A \sin(\alpha_{ii} x - \theta) \quad (55)$$

$$\begin{aligned} E_z^{(iii)} &= \frac{-\alpha_{iii}}{j\omega \epsilon_0 n_{iii}^2} A \cos(\alpha_{iii} x - \theta) e^{-\alpha_{iii}(x - x_0/2)} = \frac{-\alpha_{iii}}{j\omega \epsilon_0 n_{iii}^2} A \cos(\alpha_{iii} a - \theta) e^{-\alpha_{iii}(x - a)} \\ &= \frac{-\alpha_{iii}}{j\omega \epsilon_0 n_{iii}^2} A \cos(\zeta - \theta) e^{-\alpha_{iii}(x - a)} \end{aligned} \quad (56)$$

bulunur.  $\theta = \pi/2$  için bu alanlar

$$\begin{aligned} E_z^{(i)} &= \frac{\alpha_1}{j\omega \epsilon_0 n_1^2} A \sin(\alpha_1 x_0/2) e^{\alpha_1(x + x_0/2)} = \frac{\alpha_1}{j\omega \epsilon_0 n_1^2} A \sin(\alpha_{ii} a) e^{\alpha_1(x + a)} \\ &= \frac{\alpha_1}{j\omega \epsilon_0 n_1^2} A \sin \zeta e^{\alpha_1(x + a)} \end{aligned} \quad (57)$$

$$E_z^{(ii)} = \frac{\alpha_{ii}}{j\omega \epsilon_0 n_{ii}^2} A \cos(\alpha_{ii} x) \quad (58)$$

$$\begin{aligned} E_z^{(iii)} &= \frac{-\alpha_{iii}}{j\omega \epsilon_0 n_{iii}^2} A \sin(\alpha_{iii} x) e^{-\alpha_{iii}(x - x_0/2)} = \frac{-\alpha_{iii}}{j\omega \epsilon_0 n_{iii}^2} A \sin(\alpha_{iii} a) e^{-\alpha_{iii}(x - a)} \\ &= \frac{-\alpha_{iii}}{j\omega \epsilon_0 n_{iii}^2} A \sin \zeta e^{-\alpha_{iii}(x - a)} \end{aligned} \quad (59)$$

şeklinde tek fonksiyonlu elektrik alanlarına ulaşılır.

Antisimetrik bir dalga kılavuzunda söz konusu olan üç bölgedeki bu alanların bölge sınırlarında sürekli olması için  $E_z^{(i)}(-a) = E_z^{(ii)}(-a)$  ve  $E_z^{(ii)}(a) = E_z^{(iii)}(a)$  sınır şartlarının kullanılması ile,

$$\frac{\alpha_{\parallel} X_o}{2} + \theta = \alpha_{\parallel} a + \theta = \arctan\left(\frac{n_{\parallel}}{n_1}\right)^2 \frac{\alpha_1}{\alpha_{\parallel}} = \left[ \frac{\frac{\alpha_1}{n_1^2}}{\frac{\alpha_{\parallel}}{n_{\parallel}^2}} \right] = \arctan\left(\frac{n_{\parallel}}{n_1}\right)^2 \frac{\eta_1}{\zeta} = \left[ \frac{\frac{\eta_1}{n_1^2}}{\frac{\zeta}{n_{\parallel}^2}} \right] \quad (60)$$

ya da

$$\tan(\alpha_{\parallel} a + \theta) = \left[ \frac{n_{\parallel}}{n_1} \right]^2 \frac{\alpha_1}{\alpha_{\parallel}} \rightarrow \tan(\zeta + \theta) = \left[ \frac{n_{\parallel}}{n_1} \right]^2 \frac{\eta_1}{\zeta} \quad (61)$$

veyâ

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_{\parallel}} = \left[ \frac{n_1}{n_{\parallel}} \right]^2 \tan(\alpha_{\parallel} a + \theta) \rightarrow \frac{\eta_1}{\zeta} = \left[ \frac{n_1}{n_{\parallel}} \right]^2 \tan(\zeta + \theta) \quad (62)$$

ve

$$\frac{\alpha_{\parallel} X_o}{2} - \theta = \alpha_{\parallel} a - \theta = \arctan\left(\frac{n_{\parallel}}{n_m}\right)^2 \frac{\alpha_m}{\alpha_{\parallel}} = \left[ \frac{\frac{\alpha_m}{n_m^2}}{\frac{\alpha_{\parallel}}{n_{\parallel}^2}} \right] \rightarrow \frac{\alpha_{\parallel} X_o}{2} - \theta = \zeta - \theta = \arctan\left(\frac{n_{\parallel}}{n_m}\right)^2 \frac{\eta_m}{\zeta} = \left[ \frac{\frac{\eta_m}{n_m^2}}{\frac{\zeta}{n_{\parallel}^2}} \right]$$

$$\zeta - \theta = \arctan\left(\frac{n_{\parallel}}{n_1}\right)^2 \frac{\eta_m}{\zeta} = \left[ \frac{\frac{\eta_m}{n_m^2}}{\frac{\zeta}{n_{\parallel}^2}} \right] \quad (63)$$

ya da

$$\tan(\zeta - \theta) = \left[ \frac{n_{\parallel}}{n_m} \right]^2 \frac{\eta_m}{\zeta} \quad (64)$$

veyâ

$$\frac{\alpha_m}{\alpha_{\parallel}} = \left[ \frac{n_m}{n_{\parallel}} \right]^2 \tan(\alpha_{\parallel} a - \theta) \rightarrow \frac{\eta_m}{\zeta} = \left[ \frac{n_m}{n_{\parallel}} \right]^2 \tan(\zeta - \theta) \quad (65)$$

bulunur. (60) ve (63)'den

$$\frac{\alpha_{\parallel} X_o}{2} + \theta = \alpha_{\parallel} a + \theta = \arctan\left(\frac{n_{\parallel}}{n_1}\right)^2 \frac{\alpha_1}{\alpha_{\parallel}} = \left[ \frac{\frac{\alpha_1}{n_1^2}}{\frac{\alpha_{\parallel}}{n_{\parallel}^2}} \right]$$

ya da

$$\frac{\alpha_{\parallel} X_o}{2} + \theta = \zeta + \theta = \arctan\left(\frac{n_{\parallel}}{n_1}\right)^2 \frac{\eta_1}{\zeta} = \left[ \frac{\frac{\eta_1}{n_1^2}}{\frac{\zeta}{n_{\parallel}^2}} \right] \quad (66)$$

ve

$$\frac{\alpha_{II} X_o}{2} - \theta = \alpha_{II} a - \theta = \arctan\left(\frac{n_{II}}{n_{III}}\right)^2 \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_{III}}{n_{II}^2} \\ \frac{n_{III}}{\alpha_{II}} \\ \frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} \\ n_{II} \end{bmatrix}$$

veyâ

$$\frac{\alpha_{II} X_o}{2} - \theta = \zeta - \theta = \arctan\left(\frac{n_{II}}{n_{III}}\right)^2 \frac{\eta_{III}}{\zeta} = \begin{bmatrix} \frac{\eta_{III}}{n_{II}^2} \\ \frac{n_{III}}{\zeta} \\ \frac{\zeta}{n_{II}^2} \\ n_{II} \end{bmatrix} \quad (67)$$

elde edilir. Burada (62) ve (65) denklemlerine basamak kırılma indisli dalga kılavuzlarında TM modunda *Özdeğer Denklemleri* denir. (37) ve (38)'e benzer ifâdeleri elde etmek için bu ifâdelerde  $i=I, II, III$  olmak üzere  $\alpha_i \rightarrow \alpha_i/n_i$  konarak,

$$\tan(\alpha_{II} X_o) = \frac{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} \left( \frac{\alpha_I}{n_I} + \frac{\alpha_{III}}{n_{III}} \right)}{\left( \frac{\alpha_{II}}{n_{II}} \right)^2 - \frac{\alpha_I}{n_I} \frac{\alpha_{III}}{n_{III}}} \rightarrow \tan(2\zeta) = \frac{\frac{\zeta}{n_{II}^2} \left( \frac{\eta_I}{n_I} + \frac{\eta_{III}}{n_{III}} \right)}{\left( \frac{\zeta}{n_{II}} \right)^2 - \frac{\eta_I}{n_I} \frac{\eta_{III}}{n_{III}}} \quad (68)$$

$$\tan 2\theta = \frac{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} \left( \frac{\alpha_{III}}{n_{III}} - \frac{\alpha_I}{n_I} \right)}{\left( \frac{\alpha_{II}}{n_{II}} \right)^2 + \frac{\alpha_I}{n_I} \frac{\alpha_{III}}{n_{III}}} \rightarrow \tan 2\theta = \frac{\frac{\zeta}{n_{II}^2} \left( \frac{\eta_{III}}{n_{III}} - \frac{\eta_I}{n_I} \right)}{\left( \frac{\zeta}{n_{II}} \right)^2 + \frac{\eta_I}{n_I} \frac{\eta_{III}}{n_{III}}} \quad (69)$$

bulunur<sup>5</sup>.  $\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$  ( $\eta_I = \eta_{III} = \eta_{I,III} = \eta$ ) ( $k_I = k_{III}$ ) için  $\theta=0$  ve

$$\tan(\alpha_{II} X_o) = \frac{\frac{\alpha_{I,III} \alpha_{II}}{n_{II}^2} \left( \frac{1}{n_I} + \frac{1}{n_{III}} \right)}{\left( \frac{\alpha_{II}}{n_{II}} \right)^2 - \left( \frac{\alpha_{I,III}}{n_I n_{III}} \right)^2} \rightarrow \tan(2\zeta) = \frac{\frac{\eta \zeta}{n_{II}^2} \left( \frac{1}{n_I} + \frac{1}{n_{III}} \right)}{\left( \frac{\zeta}{n_{II}} \right)^2 - \left( \frac{\eta}{n_I n_{III}} \right)^2} \quad (70)$$

olur. I, II, III bölgelerine âit alanların son durumları Tablo I'de toplu olarak görülmektedir<sup>6</sup>.

<sup>5</sup> Verdeyen, J. T., 1989. *Laser Electronics*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1989.

<sup>6</sup> Verdeyen, J. T., 1989. *Laser Electronics*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1989.

**Tablo 1 TE ve TM Modlarına âit Elektrik ve Manyetik Alan İfadeleri**

Modlar	Tek Fonksiyonlu En Düşük Modlu Aktif Bölge Alanı	Çift Fonksiyonlu En Düşük Modlu Aktif Bölge Alanı
<b>TE Modu</b>	$E_y^{(I)} = A \sin(\alpha_{II} a) e^{\alpha_I(x+a)}$ $E_y^{(II)} = A \sin(\alpha_{II} x)$ $E_y^{(III)} = A \sin(\alpha_{II} a) e^{-\alpha_{III}(x-a)}$ $H_z = -\frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x}$ $H_z^{(I)} = -\frac{\alpha_I}{j\omega\mu_0} A \sin(\alpha_{II} a) e^{\alpha_I(x+a)}$ $H_z^{(II)} = -\frac{\alpha_{II}}{j\omega\mu_0} A \cos(\alpha_{II} x)$ $H_z^{(III)} = \frac{\alpha_{III}}{j\omega\mu_0} A \sin(\alpha_{II} a) e^{-\alpha_{III}(x-a)}$ $A = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{\alpha_{II} 2a + \sin(\alpha_{II} 2a) \cos 2\theta}}$	$E_y^{(I)} = A \cos(\alpha_{II} a) e^{\alpha_I(x+a)}$ $E_y^{(II)} = A \cos(\alpha_{II} x)$ $E_y^{(III)} = A \cos(\alpha_{II} a) e^{-\alpha_{III}(x-a)}$ $H_z = -\frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x}$ $H_z^{(I)} = -\frac{\alpha_I}{j\omega\mu_0} A \cos(\alpha_{II} a) e^{\alpha_I(x+a)}$ $H_z^{(II)} = \frac{\alpha_{II}}{j\omega\mu_0} A \sin(\alpha_{II} x)$ $H_z^{(III)} = \frac{\alpha_{III}}{j\omega\mu_0} A \cos(\alpha_{II} a) e^{\alpha_{III}(x-a)}$ $A = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\alpha_{II} a + \sin(2\alpha_{II} a) \cos \theta}}$
<b>TM Modu</b>	$H_y^{(I)} = -A \sin(\alpha_{II} a) e^{\alpha_I(x+a)}$ $H_y^{(II)} = A \sin(\alpha_{II} x)$ $H_y^{(III)} = A \sin(\alpha_{II} a) e^{-\alpha_{III}(x-a)}$ $E_z = -\frac{1}{j\omega\epsilon_0 n^2} \frac{\partial H_y}{\partial x}$ $E_z^{(I)} = \frac{\alpha_I}{j\omega\epsilon_0 n_1^2} A \sin(\alpha_{II} a) e^{\alpha_I(x+a)}$ $E_z^{(II)} = \frac{-\alpha_{II}}{j\omega\epsilon_0 n_{II}^2} A \cos \alpha_{II} x$ $E_z^{(III)} = \frac{-\alpha_{III}}{j\omega\epsilon_0 n_{III}^2} A \sin(\alpha_{II} a) e^{-\alpha_{III}(x-a)}$ $A = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{\alpha_{II} 2a + \sin(\alpha_{II} 2a) \cos 2\theta}}$	$H_y^{(I)} = A \cos(\alpha_{II} a) e^{\alpha_I(x+a)}$ $H_y^{(II)} = A \cos(\alpha_{II} x)$ $H_y^{(III)} = A \cos(\alpha_{II} a) e^{-\alpha_{III}(x-a)}$ $E_z = -\frac{1}{j\omega\epsilon_0 n^2} \frac{\partial H_y}{\partial x}$ $E_z^{(I)} = \frac{-\alpha_I}{j\omega\epsilon_0 n_1^2} A \cos(\alpha_{II} a) e^{\alpha_I(x+a)}$ $E_z^{(II)} = \frac{\alpha_{II}}{j\omega\epsilon_0 n_{II}^2} A \sin \alpha_{II} x$ $E_z^{(III)} = \frac{\alpha_{III}}{j\omega\epsilon_0 n_{III}^2} A \cos(\alpha_{II} a) e^{-\alpha_{III}(x-a)}$ $A = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\alpha_{II} a + \sin(2\alpha_{II} a) \cos \theta}}$



**Sorular:**

1) Basamak kırılma indisli bir yariletken lazerinde (dalga kılavuzunda) TM modunda  $\theta = 0$  ve  $\theta = 90^\circ$  için  $\frac{\alpha_l}{\alpha_n}$  ve  $\frac{\alpha_m}{\alpha_n}$  oranlarını bulunuz. Bunlardan faydalanarak  $\eta_l$  ve  $\eta_m$  odinatlarını  $\zeta$  cinsinden bulunuz.

2)  $\theta = 0$  ve  $\theta = 90^\circ$  için (69)'dan hareket ederek  $\frac{\alpha_l}{\alpha_n} = \frac{\alpha_m}{\alpha_n} = \frac{\alpha_{l,m}}{\alpha_n}$  olduğunu gösteriniz

3) Aktif bölge ve gömlek bölgelerinde TM modundaki elektromanyetik dalga empedanslarının  $\theta$ 'ya bağlı ifâdelerini bulunuz.

4) Soru (3)'deki empedanstan hareket ederek TM modunda tek ve çift fonksiyonlu elektrik alanlarına âit dalga empedansı ne olur?

**Cevaplar:**

$$\frac{\alpha_l}{\alpha_n} = \left[ \frac{n_l}{n_n} \right]^2 \tan(\alpha_n a + \theta) \rightarrow \frac{\eta_l}{\zeta} = \left[ \frac{n_l}{n_n} \right]^2 \tan(\zeta + \theta)$$

$$\frac{\alpha_m}{\alpha_n} = \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \tan(\alpha_n a - \theta) \rightarrow \frac{\eta_m}{\zeta} = \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \tan(\zeta - \theta)$$

1)  $\theta = 0$  için

$$\frac{\alpha_l}{\alpha_n} = \left[ \frac{n_l}{n_n} \right]^2 \tan(\alpha_n a + \theta) \Big|_{\theta=0} = \left[ \frac{n_l}{n_n} \right]^2 \tan(\alpha_n a)$$

ya da

$$\frac{\eta_l}{\zeta} = \left[ \frac{n_l}{n_n} \right]^2 \tan(\zeta + \theta) \Big|_{\theta=0} = \left[ \frac{n_l}{n_n} \right]^2 \tan \zeta \rightarrow \frac{\eta_l}{\zeta} = \left[ \frac{n_l}{n_n} \right]^2 \tan \zeta$$

$$\frac{\eta_l}{\zeta} = \left[ \frac{n_l}{n_n} \right]^2 \tan \zeta \rightarrow \eta_l = \zeta \left[ \frac{n_l}{n_n} \right]^2 \tan \zeta$$

ve

$$\frac{\alpha_m}{\alpha_n} = \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \tan(\alpha_n a - \theta) = \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \tan(\alpha_n a - \theta) \Big|_{\theta=0} = \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \tan(\alpha_n a)$$

ya da

$$\frac{\eta_m}{\zeta} = \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \tan(\zeta - \theta) = \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \tan(\zeta - \theta) \Big|_{\theta=0} = \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \tan \zeta \rightarrow \frac{\eta_m}{\zeta} = \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \tan \zeta$$

$$\frac{\eta_m}{\zeta} = \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \tan \zeta \rightarrow \eta_m = \zeta \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \tan \zeta$$

$\theta = 90^\circ$  için

$$\frac{\alpha_i}{\alpha_n} = \left[ \frac{n_i}{n_n} \right]^2 \tan(\alpha_n a + \theta) \Big|_{\theta = 90^\circ} = \left[ \frac{n_i}{n_n} \right]^2 \tan(\alpha_n a + 90^\circ) = \left[ \frac{n_i}{n_n} \right]^2$$

$$\frac{\tan(\alpha_n a) + \tan(\pi/2)}{1 - \tan(\alpha_n a) \tan(\pi/2)} =$$

$$= \left[ \frac{n_i}{n_n} \right]^2 \frac{\frac{\tan(\alpha_n a)}{\tan(\pi/2)} + 1}{\frac{1}{\tan(\pi/2)} - \tan(\alpha_n a)} = \left[ \frac{n_i}{n_n} \right]^2 \frac{\frac{\tan(\alpha_n a)}{\tan(\pi/2)} + 1}{\frac{1}{\tan(\pi/2)} - \tan(\alpha_n a)} = - \left[ \frac{n_i}{n_n} \right]^2 \frac{1}{\tan(\alpha_n a)}$$

$$\frac{\alpha_i}{\alpha_n} = - \left[ \frac{n_i}{n_n} \right]^2 \cot \alpha_n a \rightarrow \frac{\eta_i}{\zeta} = - \left[ \frac{n_i}{n_n} \right]^2 \cot \zeta$$

$$\frac{\eta_i}{\zeta} = - \left[ \frac{n_i}{n_n} \right]^2 \cot \zeta \rightarrow \eta_i = - \zeta \left[ \frac{n_i}{n_n} \right]^2 \cot \zeta$$

$$\frac{\alpha_m}{\alpha_n} = \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \tan(\alpha_n a - \theta) \Big|_{\theta = 90^\circ} = \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \tan(\alpha_n a - 90^\circ) = \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2$$

$$\frac{\tan(\alpha_n a) - \tan(\pi/2)}{1 + \tan(\alpha_n a) \tan(\pi/2)} =$$

$$= \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \frac{\frac{\tan(\alpha_n a)}{\tan(\pi/2)} - 1}{\frac{1}{\tan(\pi/2)} + \tan(\alpha_n a)} = \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \frac{\frac{\tan(\alpha_n a)}{\tan(\pi/2)} - 1}{\frac{1}{\tan(\pi/2)} + \tan(\alpha_n a)} = - \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \frac{1}{\tan(\alpha_n a)}$$

$$\frac{\alpha_m}{\alpha_n} = - \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \cot \alpha_n a \rightarrow \eta_m = - \zeta \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \cot \alpha_n a$$

Sonuç:  $\theta = 0 \rightarrow \frac{\alpha_i}{\alpha_n} = \frac{\alpha_m}{\alpha_n} = \frac{\alpha_{i,m}}{\alpha_n} = \left[ \frac{n_i}{n_n} \right]^2 \tan(\alpha_n a)$

ve

$$\theta = 90^\circ \rightarrow \frac{\alpha_i}{\alpha_n} = \frac{\alpha_m}{\alpha_n} = \frac{\alpha_{i,m}}{\alpha_n} = - \left[ \frac{n_m}{n_n} \right]^2 \cot(\alpha_n a)$$

$$3) \quad H_y^{(l)} = A \cos(\alpha_n a + \theta) e^{\alpha_i(x+a)}, \quad E_z^{(l)} = \frac{-\alpha_i}{j\omega \epsilon_0 n_i^2} A \cos(\alpha_n a + \theta) e^{\alpha_i(x+a)}$$

$$H_y^{(m)} = A \cos(\alpha_n x - \theta), \quad E_z^{(m)} = \frac{-\alpha_n}{j\omega \epsilon_0 n_n^2} A \sin(\alpha_n x - \theta)$$

$$H_y^{(III)} = A \cos(\alpha_n a - \theta) e^{-\alpha_m(x-a)}, E_z^{(III)} = \frac{-\alpha_m}{j\omega\epsilon_0 n_m^2} A \cos(\alpha_n a - \theta) e^{-\alpha_m(x-a)}$$

$$Z^{TE}_I = -\frac{E_z^{(I)}}{H_{yt}^{(I)}} = -\frac{-\frac{A\alpha_1}{j\omega\epsilon_0 n_1^2} \cos(\alpha_n a + \theta) e^{\alpha_1(x+a)}}{A \cos(\alpha_n a + \theta) e^{\alpha_1(x+a)}} = \frac{A\alpha_1}{j\omega\epsilon_0 n_1^2}$$

$$Z^{TE}_{III} = -\frac{E_z^{(III)}}{H_{yt}^{(III)}} = -\frac{-\frac{A\alpha_m}{j\omega\epsilon_0 n_m^2} \cos(\alpha_n a - \theta) e^{-\alpha_m(x-a)}}{A \cos(\alpha_n a - \theta) e^{-\alpha_m(x-a)}} = \frac{A\alpha_m}{j\omega\epsilon_0 n_m^2}$$

$$Z^{TE}_{II} = -\frac{E_z^{(II)}}{H_{yt}^{(II)}} = -\frac{-\frac{A\alpha_n}{j\omega\epsilon_0 n_n^2} \sin(\alpha_n a - \theta)}{A \cos(\alpha_n a - \theta)} = \frac{\alpha_n}{j\omega\epsilon_0 n_n^2} \tan(\alpha_n a - \theta)$$

4) Çift fonksiyon hâli:

$$Z^{TE}_I = -\frac{E_z^{(I)}}{H_{yt}^{(I)}} = -\frac{-\frac{A\alpha_1}{j\omega\epsilon_0 n_1^2} \cos(\alpha_n a + \theta) e^{\alpha_1(x+a)}}{A \cos(\alpha_n a + \theta) e^{\alpha_1(x+a)}} \Bigg|_{\theta=0} = \frac{A\alpha_1}{j\omega\epsilon_0 n_1^2}$$

$$Z^{TE}_{III} = -\frac{E_z^{(III)}}{H_{yt}^{(III)}} = -\frac{-\frac{A\alpha_m}{j\omega\epsilon_0 n_m^2} \cos(\alpha_n a - \theta) e^{-\alpha_m(x-a)}}{A \cos(\alpha_n a - \theta) e^{-\alpha_m(x-a)}} \Bigg|_{\theta=0} = \frac{A\alpha_m}{j\omega\epsilon_0 n_m^2}$$

$$Z^{TE}_{II} = -\frac{E_z^{(II)}}{H_{yt}^{(II)}} = -\frac{-\frac{A\alpha_n}{j\omega\epsilon_0 n_n^2} \sin(\alpha_n a - \theta)}{A \cos(\alpha_n a - \theta)} \Bigg|_{\theta=0} = \frac{\alpha_n}{j\omega\epsilon_0 n_n^2} \tan(\alpha_n a)$$

Tek fonksiyon hâli:

$$Z^{TE}_I = -\frac{E_z^{(I)}}{H_{yt}^{(I)}} = -\frac{-\frac{A\alpha_1}{j\omega\epsilon_0 n_1^2} \cos(\alpha_n a + \theta) e^{\alpha_1(x+a)}}{A \cos(\alpha_n a + \theta) e^{\alpha_1(x+a)}} \Bigg|_{\theta=90^\circ} = \frac{A\alpha_1}{j\omega\epsilon_0 n_1^2}$$

$$Z^{TE}_{III} = -\frac{E_z^{(III)}}{H_{yt}^{(III)}} = -\frac{-\frac{A\alpha_m}{j\omega\epsilon_0 n_m^2} \cos(\alpha_n a - \theta) e^{-\alpha_m(x-a)}}{A \cos(\alpha_n a - \theta) e^{-\alpha_m(x-a)}} \Bigg|_{\theta=90^\circ} = \frac{A\alpha_m}{j\omega\epsilon_0 n_m^2}$$

$$Z^{TE} = -\frac{E_z^{(ii)}}{H_y^{(ii)}} = -\frac{-\frac{A\alpha_{ii}}{j\omega\epsilon_0 n_{ii}^2} \sin(\alpha_{ii}a - \theta)}{A \cos(\alpha_{ii}a - \theta)} \Bigg|_{\theta = 90^\circ} = \frac{\alpha_{ii}}{j\omega\epsilon_0 n_{ii}^2} \tan(\alpha_{ii}a - 90^\circ)$$

$$= \frac{\alpha_{ii}}{j\omega\epsilon_0 n_{ii}^2} \frac{\cos(\alpha_{ii}x)\cos 90^\circ - \sin(\alpha_{ii}x)\sin 90^\circ}{\sin(\alpha_{ii}x)\cos 90^\circ + \cos(\alpha_{ii}x)\sin 90^\circ} = \frac{\alpha_{ii}}{j\omega\epsilon_0 n_{ii}^2} \frac{\sin(\alpha_{ii}x)}{\cos(\alpha_{ii}x)} = \frac{\alpha_{ii}}{j\omega\epsilon_0 n_{ii}^2} \tan(\alpha_{ii}x)$$

**Sorular:**

- 1) Bir elektromanyetik dalga olan ışık yarıiletken katmanlarda nasıl hapsedilir ve kılavuzlanır?
- 2) Heterojonksiyon (farklıklemlı) yapılar nasıl elde edilir?
- 3) Kırılma indisinin süreksiz değişimi ne demektir?
- 4) Kırılma indisinin sürekliliği ne demektir?
- 5) GaAs ile AlAs malzemelerinin özellikleri nedir?
- 6) GaAs ile AlAs malzemelerinin kırılma indisleri nasıl değiştirilir?
- 7) Yarıiletken lazerlerde kazanç mekanizması hangi denklemlerle sağlanır?
- 8) Yarıiletken lazerlerde kazanç nasıl oluşur?
9. Radyasyon emisyonlarını belirleyen sabitler nelerdir?

**Cevaplar:**

1) Hapsedilmiş bir ışık dalgasının kılavuzlanması için kırılma indisinin uzay koordinatlarının değişiminden faydalanılır<sup>7</sup>. Kırılma indisi, çoğu heterojonksiyon lazerler için, ışık dalgasının üçlü bir dik koordinat sistemine göre z doğrultusunda yayılması esnasında, dâimâ jonksiyon düzlemine dik olan bir doğrultuda, x ve/veyâ y istikâmetinde değişir. Fiber optik dalga kılavuzlarında ise kırılma indisinin radyal doğrultuda değişmesine müsaade edilir.

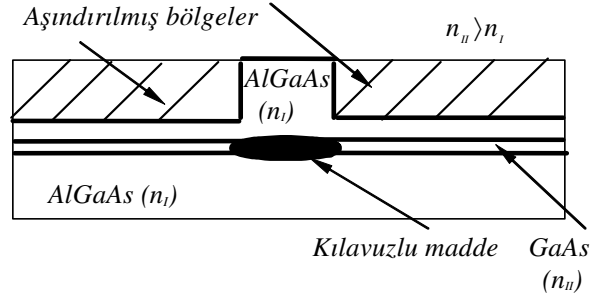
GaAs (galyum arsenik) malzemesinin içine katılan Al (alüminyum) ile yapılan  $Al_xGa_{1-x}As$  (alüminyum-galyum-arsenik) formundaki yapıların kafes sabitleri hemen hemen birbirine denk olan yapıları oluşturması, enerji-bant yapısında yasak bandı artırması yanında, kırılma indisini de azaltıcı yönde değiştirmektedir.

AlAs (alüminyum arsenik) tabakası arasında GaAs'li tabakaların oluşturulmasıyla meydana getirilen ince film katmanlarında, müsaade edilen enerji durumları arasındaki geçişler tarafından kontrol edilen merkezî bölgelerde, büyük bir mesâfe boyunca kırılma indisi ve enerji-bant genişliğinin değiştirilmesiyle dışarıdan enjekte edilen taşıyıcıların tuzaklanmasının sağlanması esâsına dayanan çoklu kuantum çukurlarının oluşturulması da GaAs içine katılan Al konsantrasyonunun değiştirilmesi ile sağlanır<sup>8</sup>.

<sup>7</sup> Temiz, M., 1996. The Quantum-Well Structure of Self Electro-Optic -Devices and Gallium- Arsenide, Pamukkale Engineering College, Journal of Engi-neering Sciences, Volume 2, Number 2, 1996.

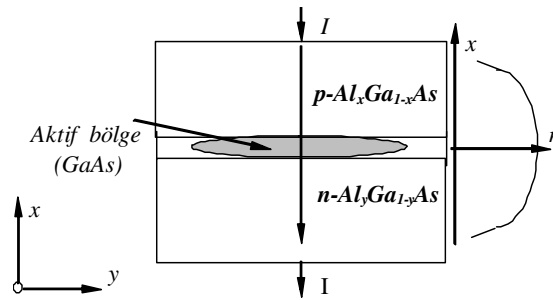
<sup>8</sup> Temiz, M., 1996. The Quantum-Well Structure of Self Electro-Optic -Devices and Gallium- Arsenide, Pamukkale Engineering College, Journal of Engi-neering Sciences, Volume 2, Number 2, 1996.

Monolitik entegre optik devreler için gerekli seti oluşturan lojik ve belleğin bağlantı elemanları, şerit dalga kılavuzlarının geometrisine ve farklı yapıları GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As malzemelere dayanır Şekil 1'de basitleştirilmiş bir şerit dalga kılavuzunun şematik yapısı görülmektedir. Buradaki üç bölgeden biri, ortada bulunan ve GaAs'ten yapılan ince kılavuzlama bölgesinin oluşturduğu ve kırılma indisi  $n_{II}$  ile gösterilen kılavuzlu modun yer aldığı aktif bölge; diğer ikisi ise, Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As malzemesinden yapılan, bu aktif bölgeyi çevreleyen ve kırılma indisi  $n_I$  olan bölgelerdir. GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As malzemesinin yapısında  $n_{II}$  kırılma indisine göre meydana gelen %10 civârında  $\Delta n = n_{II} - n_I$ 'lik bir değişme düşey doğrultuda kuvvetli bir optik hapsedilme olayına sebep olur. Yanlardaki kılavuzlama işlemi, bir şerit şekli vererek ve üst örtü tabakasının aşındırılarak kaldırılmasıyla elde edilir. Şeridin altındaki kısmın kırılma indisi, aşındırılmış kısmın kırılma indisinden büyüktür.



Şekil 1 Şerit dalga kılavuzunun şematik yapısı

Hetrojonksiyon (farklıklemlili) lazer yapıları da bu yarıiletkenlerle meydana getirilir (Şekil 2). Şekilde görülen heterojonksiyonlu yarıiletken lazerde, jonksiyon düzlemine dik olan  $x$  doğrultusundaki mesâfe,  $y$  doğrultusundaki genişlikten daha az olan aktif bölgede meydana gelen elektron-delik birleşmesine ilişkin taşıyıcı konsantrasyonu, dışarıdan difüzyonla enjekte edilen akımla kontrol edilir.



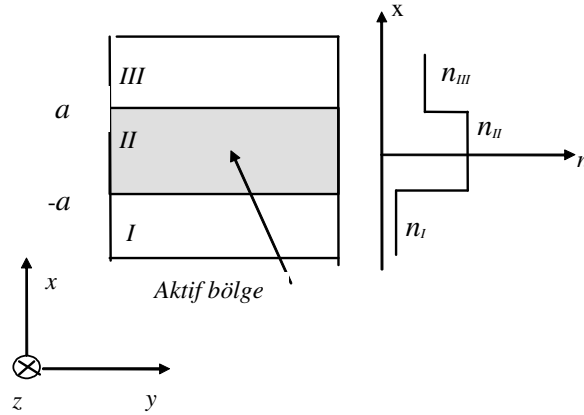
Şekil 2 Bir heterojonksiyonlu (farklı eklemli) yarıiletken lazer modeli<sup>9</sup>

<sup>9</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 389.

Işık dalgasının hapsedilip kılavuzlanmasını iyileştirmek ve lazerin kazancını artırmak için kullanılan  $Al_xGa_{1-x}As$  ile GaAs'ten yapılan doğru yönde kutuplanmış bir heterojonksiyon yapının enerji-bant modeli ve indis değişimi Şekil 2'deki gibi olabilir. Şekil 4'deki gibi heterojonksiyon yapılar sayesinde ışık dalgalarının hapsedilip kılavuzlanacağı bir dielektrik dilim meydana getirilir. Ele alınan bu şekil, yukarıdan giriş yapıldığında bir fiber glas'ın yapısını da açıklar.

Heterojonksiyon yapılarla oluşturulan yarıiletken lazerlerde ters birikim (inverted population) mekanizması sayesinde elektromanyetik enerji yoğunluğunun lazerin aktif bölgesinde maksimum değerlere çıkması sağlanır. Bu maksimum alanlar, zorlanmış emisyonun hızını artırır. Dolayısıyla, dışarıdan enjekte edilen eşik akımının seviyesi düşer. Bu sayededir ki, son yıllarda yarıiletken lazerlerin kullanılması hızla artmaktadır. Öyle ki, bu sayede iletişim ve kontrol gibi küçük güçlü uygulamalar için rakip kabul etmez bir gelişmenin kapısı açılmıştır.

2) Heterojonksiyon (farklıklemlı) lazerlerin ve çoğu fiber optik liflerin yapılarındaki kırılma indisinin kontrolü,  $Al_xGa_{1-x}As$  formundaki kristallerde  $x$ 'in çeşitli yüzdelerde seçimi ile mümkün olmaktadır. Dalgaların kılavuzlanmalarının husûsî özelliklerinin bir çoğu, Şekil 3'de görüldüğü gibi, I, II, III ile numaralandırılan bölgelerin analizi yapılarak gerçekleştirilmektedir<sup>10</sup>.



Şekil 3 Basamak-kırılma indisili bir lazerin geometrisi<sup>11</sup> (Kırılma indisinde süreksiz değişim)

3) Şekil 3'de kırılma indisinin süreksiz bir atlama şeklinde olduğu görülmektedir. İndis değişimi, Şekil 1'deki gibi belli noktalarda keskindir.

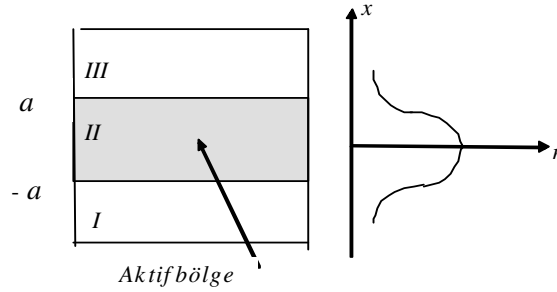
<sup>10</sup> Temiz, M., Acer, H., 1998. GaAs-Tabanlı La-zerlerde Elektromanyetik Propagasyon Sabitinin İncelenmesi. Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Cilt 4, Sayı 1-2.

<sup>11</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 475.

4) İndis, Şekil 4'deki gibi, bir süreklilik de gösterebilir. İstenen bu değişimlerin elde edilmesi mümkündür. Bölgelere göre kırılma indisindeki bu farklılıklar çok fazla değildir. Meselâ  $\ell$ , kırılma indisinin  $r$  yarıçapına göre değişiminin hangi hızda değiştiğini gösteren bir ölçü faktörü olmak üzere, kırılma indisinin yarıçap doğrultusunda,

$$n(r) = n_0(1 - r^2/\ell^2)$$

şeklinde değiştiği<sup>12</sup> çoğu fiberlerde çekirdekteki kırılma indisi, meselâ  $n_0=1.42$  ise, örneğin 50  $\mu\text{m}$  uzunluğundaki yarıçap mesâfesinde bulunan örtü üzerinde  $n=1.47$  olabilir. Bu örnekten de görüldüğü gibi çekirdekle örtü arasındaki indis değişimi çok değildir ama maksadı elde etmek için bu ufak değişimin büyük rolü vardır.



Şekil 4 Kırılma indisinde sürekli değişim<sup>13</sup>

5) Yarıiletken heterojonksiyon yapılarında kırılma indisini değiştirmek için kullanılan GaAs ile AlAs hemen hemen aynı kafes sâbitlerine sâhiptirler. GaAs'in kafes sâbiti 5.6533  $\text{Å}^0$  ve AlAs'in kafes sâbiti 5.6605  $\text{Å}^0$ 'dür. Bundan dolayı, GaAs malzemesinde belli bir miktar Ga (galyum) atomunun Al atomu ile yer değiştirmesi, kafes yapısında önemli bir değişiklik oluşturmaz. Bu sebepten, GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  yarıiletken malzemeleri, bir malzeme sistemi olarak, bilinen üçlü atom içerenlerin en iyisi kabul edilmektedir<sup>14,15</sup>.

6) Bu üçlü malzemeler içine **LPE (Liquid Phase Epitaxy)** teknolojik yöntemi ile *n*-tipi yarı iletken için (Sn, Te, Si, Se) donör katkı maddeleri, *p*-tipi yarıiletken için (Zn, Ge, Mg, Be) akseptör katkı maddeleri; **MOCVD (Met-Organic Chemical Vapor Deposition)** teknolojik yöntemi ile *n*-tipi yarıiletken için (Sn, Ge, Si, Se) donör katkı maddeleri, *p*-tipi yarıiletken için (Zn, Mg, Be) akseptör katkı maddeleri ve **MBE (Molecular Beam Epitaxy)** teknolojik yöntemi ile *n*-tipi yarı iletken için (Sn, Si, Ge) donör katkı maddeleri, *p*-tipi

<sup>12</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Laser Electronics, Sayfa 97, Prentice-Hall International Limited, London.

<sup>13</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 475.

<sup>14</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 390-391.

<sup>15</sup> Chiang, 1992. H. K., Kenan, R. P. and Summers, C.J., The Analysis of a Phase Delayed Optical Two-State Switch, IEEE Photonics Letters, Vol.4, No.4 April, 1992.

yarıiletken için (Zn, Mg, Be) akseptör katkı maddeleri katılır. Sonuçta  $Al_xGa_{1-x}As$  yarıiletken malzemesinin n-tipi ve p-tipi elde edilir

#### 7) Yarıiletken lazerlerde kazanç mekanizması:

Lazer aktif bölgesinde atomların çeşitli enerji seviyeleri arasındaki geçişlerde, dışarıdan uygulanan alanın etkisi ile uyarılan elektronların davranışlarından ileri gelen titreşimler sonunda alanda bir kazanç sağlanır.

Ortalama ömrün  $\tau_2$  olarak tanımlandığı 2 enerji seviyesinde bulunan bir atoma bağlı  $\omega_0$  frekansı ile bir harmonik titreşim yapan bir elektronun dışarıdan uygulanan alanın etkisi ile atomu  $1/\tau_2$  zayıflama oranı ile bir emisyonla zorlaması esnâsında,

$$x''(t) + \frac{1}{\tau_2} x'(t) + \omega_0 x(t) = 0$$

harmonik osilatör denklemi sağlanır<sup>16</sup>. Elektronların pozisyonları denklemin çözümünden

$$x(t) = x_0 e^{-\frac{t}{2\tau_2}} \cos \omega_0 t$$

olarak bulunur. Aynı emisyonun elde edilebilmesi için elektrik alanı da

$$E(t) = E_0 e^{-\frac{t}{2\tau_2}} \cos \omega_0 t$$

<sup>16</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 513.



olarak benzer formdadır ve bu spektral çizgi şekli fonksiyonunu belirler<sup>17</sup>. Dışarıdan uygulanan ve elektronun harmonik osilatör denklemini sağlayan elektrik alanı genel olarak kompleks formda

$$E(t) = E_0 e^{j\omega t}$$

olarak alınır, elde edilen ivmelenme hareketinin, sağ taraflı

$$x'' + \frac{1}{\tau_2} x' + \omega_0^2 x = -\frac{e}{m^*} E_0 e^{j\omega t}$$

harmonik osilatör denkleminde, elektronların pozisyonları,

$$x(t) = -\frac{e}{m^*} \frac{E(t)}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\frac{\omega}{\tau_2}}$$

olarak bulunur<sup>18</sup>. Burada  $\epsilon_r = \epsilon_r - j\epsilon_r''$ , kompleks izâfi dielektrik sâbitini;  $\chi = \chi - j\chi''$ , kompleks süseptibilitiyi meydana getirir.  $\alpha_c = \alpha_c - j\alpha_c''$ , kompleks elektronik polarizebilite olarak tanımlanır ve  $\chi = \alpha_c$  'dir<sup>19</sup>.

Atomun enerji geçişlerine alanın etkisi ile elektronun pozisyonunun değişimi sebep olmaktadır. Aynı değişime mâruz kalan  $N$  âdet elektronların tanımladığı  $P = Nex(t)$  polarizasyonu Maxwell denkleminde götürülerek,

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}(t)}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = \epsilon_0 n^2 \frac{\partial \mathbf{E}(t)}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}(t)}{\partial t} = \epsilon_0 n^2 j\omega \mathbf{E}(t) + Ne \frac{\partial \mathbf{x}(t)}{\partial t}$$

veyâ

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = \epsilon_0 n^2 j\omega \mathbf{E}(t) + Ne \frac{\partial \mathbf{x}(t)}{\partial t} = \epsilon_0 n^2 j\omega \mathbf{E}(t) + \frac{Ne^2}{m} \frac{j\omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\frac{\omega}{\tau_2}} \mathbf{E}(t)$$

<sup>17</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 164.

<sup>18</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 514.

<sup>19</sup> Wang, S., Solid-State Electronics, McGraw-Hill Book Comp., New York, 1966.

$$= \left[ \varepsilon_o n^2 j\omega + \frac{Ne^2}{m} \frac{j\omega}{\omega_o^2 - \omega^2 + j\frac{\omega}{\tau_2}} \right] \mathbf{E}(t) = j\omega \varepsilon_o \varepsilon_r \mathbf{E}(t)$$

ya da

$$\nabla \Delta \mathbf{H} = \left[ \varepsilon_o n^2 j\omega + \frac{Ne^2}{m} \frac{j\omega}{\omega_o^2 - \omega^2 + j\frac{\omega}{\tau_2}} \right] \mathbf{E}(t) = j\omega \varepsilon \mathbf{E}(t)$$

veyâ

$$\varepsilon = \varepsilon_o \varepsilon_r = \varepsilon_o (\varepsilon_r' - j\varepsilon_r'') = \varepsilon_o (n^2 + \chi' - j\chi'') = \varepsilon_o \left[ n^2 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_o} \frac{1}{\omega_o^2 - \omega^2 + j\frac{\omega}{\tau_2}} \right]$$

bulunur<sup>20</sup>. İfâdenin sağ tarafının reel ve imajiner kısımlarının ayrılmasıyla,

$$\left[ \varepsilon_r = n^2 + \chi = n^2 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_o m} \frac{\omega_o^2 - \omega^2}{\omega_o^2 - \omega^2 + \left(\frac{\omega}{\tau_2}\right)^2} \right]$$

veyâ

$$\left[ \chi = \varepsilon_r - n^2 = \frac{Ne^2}{\varepsilon_o m} \frac{\omega_o^2 - \omega^2}{\omega_o^2 - \omega^2 + \left(\frac{\omega}{\tau_2}\right)^2} \right]$$

$$\varepsilon_r'' = \chi'' = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_o} \frac{\frac{\omega}{\tau_2}}{\omega_o^2 - \omega^2 + \left(\frac{\omega}{\tau_2}\right)^2}$$

$$\omega_o^2 - \omega^2 \cong 2\omega_o(\omega_o - \omega)$$

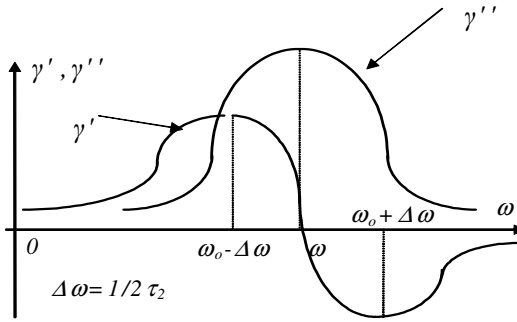
<sup>20</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 514.

$$\epsilon\chi'' = \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{\frac{\omega}{\tau_2}}{\omega_0^2 - \omega^2 + \left(\frac{\omega}{\tau_2}\right)^2} \cong \frac{Ne^2}{4\omega_0^2 m\epsilon_0} \frac{\frac{\omega}{\tau_2}}{(\omega_0 - \omega)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau_2}\right)^2}$$

sonuçları elde edilir (Şekil 5). Şekil'de görüldüğü gibi,  $\omega_0 + \Delta\omega$  ile  $\omega_0 - \Delta\omega$  frekans aralığında (Absorpsiyon Bölgesi'nde)  $\chi''$  parametresi etkin olmaktadır. Elektronik polarizebilitenin (süseptibilitenin) sebep olduğu,

$$J = \Sigma e \dot{x}(t) = NE_0(j\omega\chi + \omega\chi'')e^{j\omega t}$$

akım yoğunluğunda  $\chi''$ , alan ile aynı faz içindedir ve güç kaybına sebep olur. Absorpsiyon bölgesinde meydana gelen bu güç kaybı atomlar tarafından emilir.



Şekil 5 Süseptibilitenin reel ve imajiner kısımlarının frekansa bağlılığı

Alanın yayılma doğrultusunda  $e^{-jkz}$  ile değiştiği farz edilirse, buradaki  $k = k' - jk''$  kompleks dalga vektörü olmak üzere,

$$k \cdot k = k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_r = \frac{\omega^2}{c^2} (\epsilon_r' - j\epsilon_r'') = \frac{\omega^2}{c^2} (n^2 + \chi' - j\chi'') = k'^2 - k''^2 + (-2k'')jk'$$

olur. Burada ( $k''$ )'ye alanın kazanç veya kayıp sâbiti denir<sup>21</sup>. Bu genel olarak reel  $k'$  yanında küçüktür.

$$k^2 - k''^2 = \frac{\omega^2}{c^2}(n^2 + \chi) \rightarrow k^2 \cong \frac{\omega^2}{c^2}(n^2 + \chi), \rightarrow k \cong \frac{\omega}{c}\sqrt{n^2 + \chi} = \frac{\omega}{c}n\left(1 + \frac{\chi}{2n^2}\right)$$

bulunur. Burada aktif atomların dielektriğin reel kısmına soktuğu  $k''$  sâbiti, ana kafes titreşimleri tarafından meydana getirilen  $k'$  yanında ihmal edilmiştir<sup>22</sup>.

Tanım olarak ( $-2k''$ ), güç kazancını meydana getirir ve  $\gamma(\omega)$  ile gösterilir<sup>23</sup>.

$$\nabla \Lambda \mathbf{H} = \left[ \varepsilon_0 n^2 j\omega + \frac{Ne^2}{m} \frac{j\omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\frac{\omega}{\tau_2}} \right] \mathbf{E}(t) = j\omega \varepsilon \mathbf{E}(t)$$

denkleminde

$$-\frac{\omega^2}{c^2} \chi'' = +(-2k'')k = \gamma(\omega)k$$

$$\gamma(\omega) = -\frac{1}{k} \frac{\omega^2}{c^2} \chi'', \quad k \cong \frac{\omega}{c}n, \quad \left[ 1 \right] \frac{\chi''}{2n^2}$$

$$\gamma(\omega) = -\frac{1}{k} \frac{\omega^2}{c^2} \chi'' = -k \frac{\chi''}{n^2} = -\frac{\omega}{c} \frac{\chi''}{n}$$

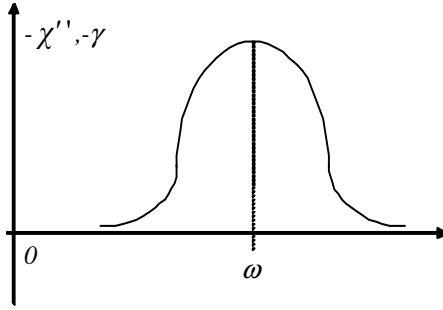
<sup>21</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 515.

<sup>22</sup> Verdeyen, J. T., 1989. Laser Electronics, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1989.

<sup>23</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 515.

$$\gamma(\omega) \cong -\frac{\omega}{cn} \frac{Ne^2}{4\omega_o^2 m\epsilon_o} \frac{\frac{\omega}{\tau_2}}{(\omega_o - \omega)^2 + \left(\frac{1}{\tau_2}\right)^2} \cong \frac{\pi Ne^2}{nmc} \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{\frac{1}{\tau_2}}{(\omega_o - \omega)^2 + \left(\frac{1}{\tau_2}\right)^2}$$

bulunur<sup>24</sup>. Görülmektedir ki, kazanç ifâdesi süseptibilitenin imajiner kısmı ile orantılıdır. Bu yüzden, açısıl frekansa göre değişimi de ( $\chi''$ 'nin değişimine benzer. Şekil 6'de, (-) işâretinin etkisi de göz önüne alınarak, kazancın değişimi görülmektedir.



Şekil 6 Kazancın değişimi

8) Geleneksel elektronik cihazlarda Fermi-enerji seviyesi, yasak bant ( $E_G$ ) sınırları içinde bulunur. Yarıiletken lazerlerde ise, durum farklıdır ve Fermi-enerji seviyeleri enerji bantları içine kayar. Bu durumda, kaynak frekansı  $f_s$  ise  $hf_s > E_G$  olmalıdır. Bu durumda absorpsiyon başlar.

Elektron ve deliklere âit Fermi-enerji seviyeleri, sırasıyla,  $F_n$ ,  $F_p$  ise, pompalama başlamadan önce,  $F_n = F_p = E_F$ 'dir. Pompalama ile  $F_n$ , iletim bandı ve  $F_p$  valans banı içine kayar.  $E_G < E < F_n$  olan bütün enerji durumları dolu ve  $F_n < E$  olan bütün durumlar boş kalır.  $(F_n - F_p)$ 'nin gerçek pozisyonu  $I_p$  pompalama şiddetine bağlıdır. Bu durum elektronların valans bandına geçerek deliklerle birleşmelerine bir müddet engel olur. Bu ters birikim hâlinde  $F_n - F_p > hf > E_G$  olur. Bunun fiziksel anlamı, aynı bir bant içinde hem elektronların ve hem de deliklerin bulunması demektir. Bunun başka bir adına da Ters Birikim Olayı denir<sup>25</sup>.

İletim ve valans bandında meydana getirilen bu durum, enerji seviyeleri arasında bir optik geçişin meydana gelmesine sebep olabilir. Bu geçiş, iletim bandındaki elektronların valans bandındaki deliklere doğru olur. Optik geçiş esnâsında elde edilen kazanç,

<sup>24</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 516.

<sup>25</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 375.

$$g(f) = \frac{\Delta f}{2\pi[(f_o - f)^2 + \left(\frac{\Delta f}{2}\right)^2]} = \frac{\frac{1}{\tau_2}}{(\omega_o - \omega)^2 + \frac{1}{\tau_2^2}},$$

ifâdelerinden

$$\gamma(\omega) \cong \frac{\pi N e^2}{n m^* c 4\pi \epsilon_o} \frac{1}{(\omega_o - \omega)^2 + \left(\frac{1}{\tau_2}\right)^2} = \frac{\pi N e^2}{n m^* c 4\pi \epsilon_o} g(f)$$

olarak bulunur<sup>26</sup>. Görüldüğü gibi kazanç, spektral çizgi fonksiyonuna bağlıdır.

7. Radyasyon emisyonlarını belirleyen sâbitler, Einstein sâbitleri olarak bilinen  $A_{21}$  ile  $B_{21}$ 'dir. Absorpsiyonla optik kazancın elde edildiği zorlanmış emisyonun, işlem yönünden birbirlerinin tersi olmaları sebebiyle, absorpsiyonu belirleyen bir sâbit

olarak  $-\gamma(f)$  alınabilir.  $\int_0^{\infty} g(f) df = I$  dikkate alınarak

$$A_b = \int_0^{\infty} [-\gamma(f)] df = \int_0^{\infty} \frac{\pi N e^2}{n m^* c 4\pi \epsilon_o} g(f) df = \frac{\pi N e^2}{n m^* c 4\pi \epsilon_o} I$$

bulunur<sup>27</sup>. Burada  $N$ , alt enerji seviyesindeki atom konsantrasyonunu gösterir, yâni  $N=N_1$ 'dir. Absorpsiyona sâdece aktif elektronların belli bir  $R_{12}$  oranı katıldığı için  $N_1 \rightarrow N_1 R_{12}$  alınmalıdır. O zaman,

$$A_b = \frac{\pi N R_{12} e^2}{n m^* c 4\pi \epsilon_o} I = B_{12} I \quad (1)$$

bulunur.

Kendiliğinden emisyon sâbiti  $A_{21}$  ile  $B_{21}$  arasında mevcut olan,

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi n^2 n_g h f^3}{c^3}$$

ilişkisinden hareket ederek<sup>28</sup>, ve  $N_1$  atoma âit  $N_1(hf/c)$  gücü ile  $B_{12}g_1=A_{12}g_2$  dikkate alınarak

<sup>26</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 516.

<sup>27</sup> Aynı eser, Sayfa 516.

<sup>28</sup> Verdeyen, J.T., 1989. Aynı eser, Sayfa 160.

$$B_{21} = A_{21} \frac{c^3}{8\pi n^2 n_g h f^3} \frac{N_1 h f}{c} \quad (2)$$

$$B_{12} = A_{21} \frac{c^3}{8\pi n^2 n_g h f^3} \frac{N_1 h f}{c} \frac{g_2}{g_1} = A_{21} \frac{c^2 N_1}{8\pi n^2 n_g f^2} \frac{g_2}{g_1} = A_{21} N_1 \frac{\lambda^2}{8\pi n^2 n_g} \frac{g_2}{g_1}$$

veyâ (1) ve (2)'den,

$$A_b = \frac{\pi N_1 R_{12} e^2}{n m^* c} \frac{I}{4\pi \epsilon_0} = A_{21} N_1 \frac{\lambda^2}{8\pi n^2 n_g} \frac{g_2}{g_1} = B_{12}$$

veyâ

$$A_{21} = N_1 \frac{\lambda^2}{8\pi n^2 n_g} \frac{g_2}{g_1} = \frac{g_1}{g_2} \frac{8\pi^2 n n_g R_{12} e^2 f^2}{m^* c^3} \left( \frac{I}{4\pi \epsilon_0} \right)$$

bulunur. Burada  $n_g$  Grup İndisi'dir ve

$$n_g = n \left[ 1 - \frac{\lambda}{n(\lambda)} \frac{dn}{d\lambda} \right]$$

ile dalga boyuna bağlıdır<sup>29</sup>.

Einstein sâbitleri enerji geçişlerini tanımlar. Bu sâbitlerin, atomun karakteristikleri olduğunu da vurgulamak gerekir. Bir atom kendiliğinden bilinmez. Ya ısıtılan bir boşluğun termodinamik dengesi içindedir, ya da diğer atomlar tarafından meydana getirilmiş bir yoğun alanın (meselâ, bir lazer ışınının) etkisi altındadır. Bir atom, elektromanyetik radyasyona âit kendiliğinden emisyon, absorpsiyon ve zorlanmış emisyonun hız (oran) denklemlerine uygun olarak cevap (tepki) verir. Bununla berâber, radyasyon sâdece uyarılmış bir atoma yapılabilen bir etki değildir. Atomlar, bir enerji geçişine sebep olabilecek diğer bir atom, bir elektron veyâ bir fonon (kafes titreşimi) ile çarpışmaya da mâruz kalabilirler.

Bu sâbitlerden bir tânesi bilinirse, diğerleri de bilinebilir. Yânî, özel bir deneyle bir tânesi veyâ diğer bir sâbit belirlenebilirse, elde edilen sonuç tamâmen farklı olan diğer bir tânesine uygulanabilir. Meselâ, bir absorpsiyon deneyi, zorlanmış emisyon sâbiti hakkında hayâtî bir bilgi vermektedir.

Bu bölümün özetlemek gerekirse, absorpsiyon ve uyarılmış emisyon birbirinin tamâmen zıddıdır. Absorpsiyon durumunda valans bandındaki elektronlar, enerji kazanarak iletim bandına geçerler. Absorpsiyon süresinde elektronların iletim bandına geçişleri ile elektron ve deliklerin her iki enerji bandındaki durum yoğunlukları hızla değişir. Elektron ve deliklere âit Fermi enerjileri farkı, pompalama işâretine bağlıdır.

<sup>29</sup> Verdeyen, J. T., 1989. Laser Electronics, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1989.

*Pompalama esnâsında  $F_n - F_p \gg hf \gg E_g$  gerçekleştiğinde ters birikim olayı meydana gelir. Bu durumda optik geçişler ve kazanç sağlanır.*



## BÖLÜM IV

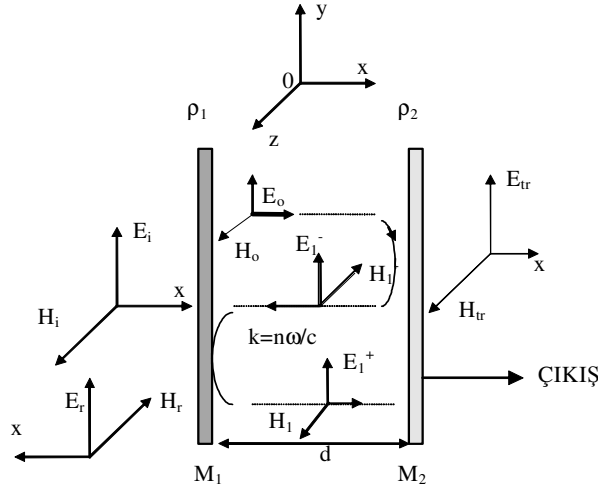
### YÜK TAŞIYICILARININ ENERJİ SEVİYELERİ

#### 4.1. Giriş

Galyum-alüminyum yarıiletken lazerlerde p-tipi ve n-tipi  $Al_xGa_{1-x}As$  kristalinde  $x$ 'in çeşitli oranlarda seçimi yapılarak alüminyum konsantrasyonunun değiştirilmesiyle yapılan yarıiletken tabakaların ve aktif bölgenin kırılma indisi ve kazanç sâbiti lazer boyutlarının bir fonksiyonu olarak ayarlanır. Bu sâyede yarıiletken lazer iletişimde elektromanyetik dalgalar özel tabakalar arasında hapsedilip kılavuzlanarak taşınırlar. Enjekte edilen elektronlar (akım) lazerin aktif bölgesinde elektromanyetik alanla etkileşir. Elektronların elektromanyetik alandan aldıkları enerjinin optik enerjiye dönüştürülmesinde bir kazanç sağlanır. Elektromanyetik alan aktif bölgede sinüzoidal olarak değişmektedir. Bu Bölümde elektron ve atomik enerji seviyelerinin davranışı incelenmektedir.

#### 4.2. Yarıiletken Lazer Boşluğu

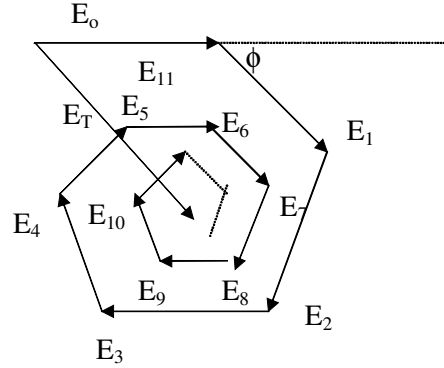
Şekil 1'de,  $d$  genişliğinde bir optik boşluk (optik rezonatör) görülmektedir<sup>1</sup>. Dışarıdan  $E_i$  elektrik alanı ile beslenen bu boşlukta elektromanyetik alan boşluk içinde  $E_o$  genliği ile sağ tarafa doğru ilerlemekte,  $\rho_2$  yansımaya kat sayısı ile  $M_2$  aynasından geriye dönmekte,  $M_1$  aynasına gelmekte ve  $M_1$  aynasından  $\rho_1$  yansımaya sâbiti ile yansyarak tekrar sağa  $M_2$  aynasına doğru gitmektedir. İlerleyen dalganın bu tekrarlı geliş-gidişleri esnâsında dalga numarası  $k=n\omega/c=nk_o$  ( $k_o=\omega/c$ ), genliği  $\rho_1\rho_2\dots$  ve fazı  $\exp[-jk2d]$  ile değişen elektromanyetik alanın şiddeti, belli bir seviyeye kadar artar ve bir müddet sonra daha az yansıtıcı 2. aynadan dışarı çıkar. Aynaların istenildiği kadar yansıtılması teknolojik olarak mümkündür.



Şekil 1 Optik boşluk

<sup>1</sup> Verdeyen, J. T., 1989. Laser Electronics, p.125, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

Şekilde dışarı çıkan elektromanyetik alan bileşenleri  $t_r$  alt indisi ile karakterize edilmiştir. Optik boşluk içinde aynalar arasında ileri-geri gelip giden bu dalgaların fazör diyagramı Şekil 2’de görülmektedir<sup>2</sup>. Bu kısa özet lazerin çalışma prensibidir.



Şekil 2 Şekil 1’de Optik boşluktaki elektrik alanının fazör diyagramı

Optik boşluk içinde sağ ve sol tarafa doğru yayılan elektrik alanları, sırasıyla,  $(E^+)$  ve  $(E^-)$  ile temsil edilirlirse, bunlar

$$E_r^+ = \frac{E_0}{1 - \rho_1 \rho_2 e^{-j2\theta}} \quad (1)$$

$$E_r^- = E_0 \frac{\rho_2 e^{-j2\theta}}{1 - \rho_1 \rho_2 e^{-j2\theta}}$$

ile bellidir<sup>3</sup>. Burada,

$$2\theta = 2kd = q2\pi - \phi \quad (2)$$

ile verilir.  $q$ , pozitif tam sayıları gösterir ve oldukça büyük değerler alır. Rezonans durumunda vektörlerin aynı doğrultu ve yönde üst üste binmesi için  $\phi=0$  olmalıdır. Bu durumda sağ (ve sol) tarafa doğru yayılan elektromanyetik alanın elektrik ve manyetik alan bileşenleri tamâmen maksimum olur. Bu rezonans durumunu karakterize eden ifade, (2)’den,  $\lambda$ , lazer ortamını meydana getiren malzeme içindeki dalga boyu ve  $\lambda_0$ , boşluktaki dalga boyu olmak üzere, ( $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  ve  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ )

$$2\theta = 2kd = q2\pi \quad (3)$$

$$k2d = 2 \frac{\omega n}{c} d = \frac{2\omega}{c} d = \frac{\omega}{v} 2d = \frac{2\pi}{\lambda} 2d = 2\pi q \quad (4)$$

olur<sup>4</sup>. Burada  $v$  dalganın lazer ortamındaki yayılma hızıdır. Bu rezonans durumundan,

<sup>2</sup> Verdeyen, J. T., 1989. *Laser Electronics*, p.125, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

<sup>3</sup> Verdeyen, J. T., 1989. *Laser Electronics*, p.127, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

$$d = \frac{q\lambda}{2} \quad (5)$$

şeklindeki rezonans şartı elde edilir<sup>5,6</sup>.

Lazerin çalışmasında elektronların enerji seviyelerinin özel birer önem taşır. Elektrik yüklü olan elektronlar, dışarıdan uygulanan elektromanyetik alan ile bir üst enerji seviyesine kadar uyarılmışlarsa, bunlar daha alt enerji seviyelerine bir enerji geçişi yaptıklarında üzerlerinde bulunan bu fazla enerjiyi bir ışık enerjisi (foton) olarak yayımlayabilirler. Bunun oluşması için uygun şartlar aranır.

### 4.3. Yarıiletken Lazer Boşluğunda Rezonans olayı

Bir çok heterojonksiyon (farklı eklemli) yarıiletken lazerlerinde jonksiyon (eklem) düzlemine dik doğrultuda uzay parametrelerine göre değişen bir kırılma indisi meydana getirilerek z doğrultusunda yayılan elektromanyetik dalganın hapsedilmesi sağlanır (Şekil 3). Öyle ki, heterojonksiyon yarıiletken lazerlerin aktif bölgeleri, geleneksel bir rezonatör gibi davranırlar. Aktif bölgede yüklü elektronlarla elektromanyetik alan arasında enerji alış-verişi meydana gelir. Rezonans durumunda maksimum güç transferi ortaya çıkar. Optik frekanslarda elektromanyetik dalganın rezonansı, diğer rezonans sistemlerinden farklı değildir<sup>7</sup>.

Genelde karmaşık olan dalga numarası  $k = k' - jk''$  olarak ifâde edilirse, dalga numarası ile karmaşık dielektrik sâbiti arasındaki ilişki,  $k.k = k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_r = \frac{\omega^2}{c^2} (\epsilon_r' - j\epsilon_r'')$  olmak üzere, Şekil 3'deki  $\epsilon_r'$  büyüklüğünün karmaşık izâfi dielektrik sâbitinin reel kısmını göstermektedir.

### 4.4. Kuantum Boyutu ve Potansiyel Çukuru

Kuantum boyutlarında durum yoğunluğu enerjiden bağımsız, fakat elektronun kütlesi ve ortamın boyutuna bağlı olduğu için, boyut seçimi ile durum tasarımının mümkün olur. Dolayısıyla, tabakalar (katmanlar) arasında yeter miktarda enerji depolanması yapılabilmektedir. Mod sayılarının seçimi ile enerjinin durum yoğunluğuna göre değişimi merdiven basamakları şeklindedir<sup>8,9,10</sup>.

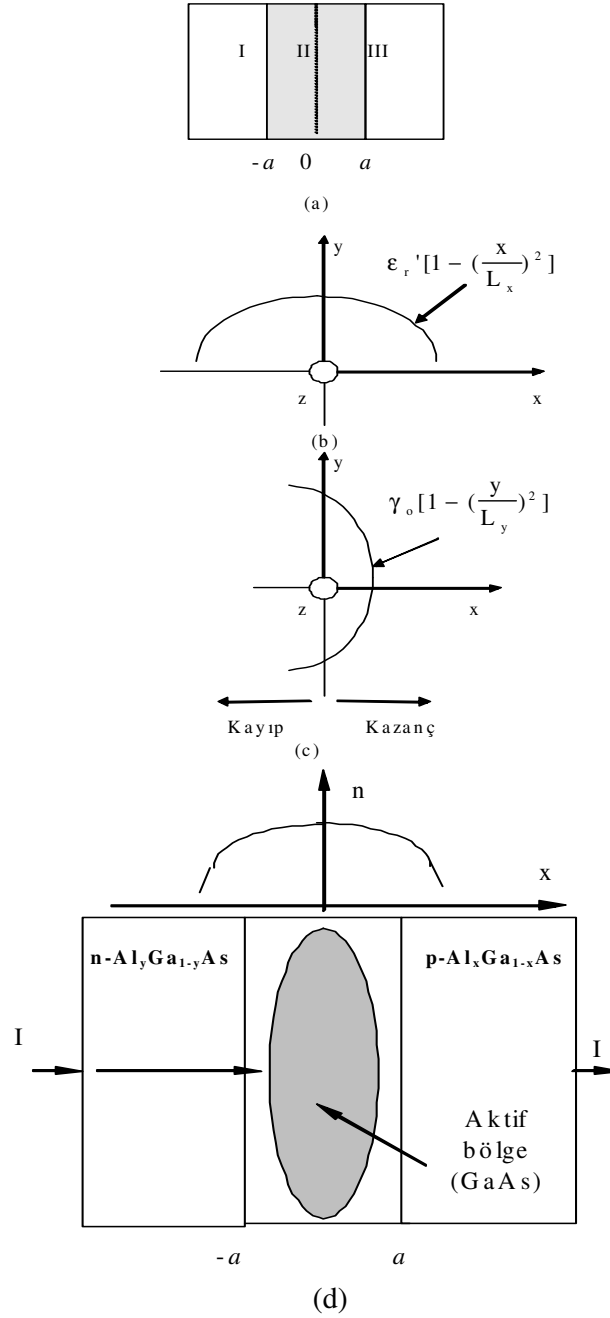
<sup>4</sup> Verdeyen, J. T., 1989. *Laser Electronics*, p.125-126, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

<sup>5</sup> Özek, A., Üç Boşluklu Lazer Diyot Karakteristikleri ve Frekans Kaymasının Bastırılması (doktora Tezi), Erciyes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

<sup>6</sup> Verdeyen, J. T., 1989. *Laser Electronics*, p.126, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

<sup>7</sup> Verdeyen, J. T., 1989. *Laser Electronics*, p.481-487, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

<sup>8</sup> Verdeyen, J. T., 1989. *Laser Electronics*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.



Şekil 3 Yarıiletken lazer tabakaları ve aktif bölge, (a) Lazer tabakaları, (b) Kırılma indisinin aktif bölgedeki sürekli değişimi, (c) Kazancın değişimi (Temiz, 1999), (d) Aktif bölge

<sup>9</sup> Temiz, M., 1996. The Quantum-Well Structure of Self Electro-optic Effect Devices and Gallium-Arsenide, Pamukkale University Engineering College, Journal of Engineering Sciences, Page 89, Volume 2, Number 2, Year 1996.

<sup>10</sup> Temiz, M., 1997. Yarıiletkenler (199 sayfa), Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Müh. Fak., Matbaası, Denizli.

Gaz, katıhal veyâ yarıiletken gibi herhangi bir lazer malzemesinin kazanç sâbiti, çizgi şekli fonksiyonu gibi, çeşitli enerji durumları ile çarpılan inversiyonlarla orantılıdır. Bu özellikler altında durumların sayıları sınırlanarak aynı enerji bandı içinde aynı enerjiye sâhip daha çok sayıda elektron olabilir. Bu mekanizma ile elektronlar bir ters birikime sokulur ve bir elektromanyetik alan ile daha etkili bir şekilde uyarılabilir. Dolayısıyla, mekan ve genliği tasarlanabilen bir enerji bant aralığı meydana getirilebilir. Böylece üst üste enerji katları oluşturulabilir. Temel malzemesi GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As olan bu tür yapılar, çoklu kuantum çukurlarını meydana getirirler<sup>11</sup>.

Yarıiletken lazer diyotlarının aktif bölgeleri bir nevi kuantum çukurlarıdır. Bu çukurlar taşıyıcıların tuzaklanma yerlerini meydana getirirler.

Enjekte edilen taşıyıcıların tuzaklanmasını sağlamak için alüminyum konsantrasyonu mesâfeye bağlı olarak derece derece azaltılır. 10 Å° gibi küçük boyutlu olan AlAs'li hapsedici katmanlar arasında, 50 Å° gibi daha geniş olan GaAs katmanları birer çukur mâhiyetindedir. Bu kuantum çukurlarında müsaade edilen durumlar arasında meydana getirilen geçişlerle elektron-delik taşıyıcılarının birleşmeleri sağlanır<sup>12</sup>.

Alüminyum arsenik (AlAs) tabakaları, galyum arsenik (GaAs) çukurlarında toplanan elektronlara (veyâ deliklere) eşlik eden dalga fonksiyonlarına karşı birer potansiyel duvarı meydana getirirler. Dolayısıyla, iki AlAs tabakası arasındaki GaAs tabakası kuantum çukuru adı verilen bir potansiyel çukur oluşturur<sup>13</sup>.

#### 4.5. Kuantum Çukurunda Schrödinger Denkleminin Çözümü

İki AlAs tabaka arasında bulunan GaAs katmanı ile oluşturulan kuantum çukuru, enjekte edilen elektronlara karşı bir potansiyel çukur<sup>14</sup> gibi davranır (Şekil 5).

Potansiyel çukurunun potansiyel cinsinden derinliği V<sub>0</sub> ise, bir elektrona eşlik eden dalga, Schrödinger dalga denklemini sağlar:

$$\frac{d^2 E_y(x)}{dx^2} + \frac{2m^*}{\hbar^2} [E_n - V(x)] E_y(x) = 0 \quad (6)$$

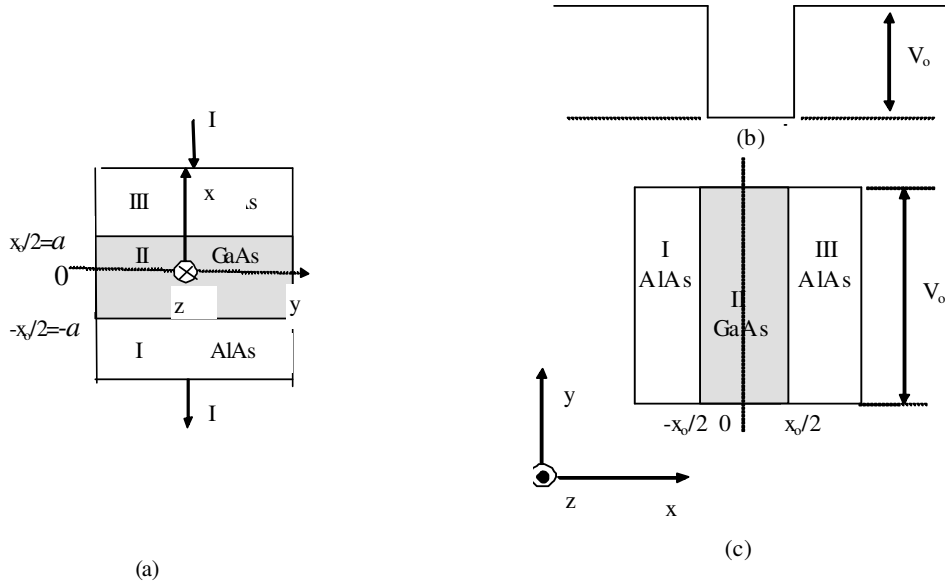
$$\hbar = h/2\pi$$

<sup>11</sup> Verdeyen, J. T., 1989. *Laser Electronics*, p.397, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

<sup>12</sup> Verdeyen, J. T., 1989. *Laser Electronics*, p.397-398, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

<sup>13</sup> Verdeyen, J. T., 1989. *Laser Electronics*, p.398-399, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

<sup>14</sup> Verdeyen, J. T., 1989. *Laser Electronics*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.



Şekil 5 (a) Yarıiletken lazer katmanları<sup>15</sup>, (b) Potansiyel çukuru<sup>16</sup>, (c) (b)'deki potansiyel çukuruna benzeyen yarıiletken kuantum çukurunu meydana getiren yarıiletken katmanlar

Burada  $E_n$  elektronun toplam enerjisini,  $m^*$  efektif kütesini ve  $V(x)$  ise potansiyel enerjisini gösterir. Burada kuantum çukurunun (potansiyel kuyusunun) derinliği  $V(x)=-V_0$  ve eni (ya da genişliği)  $2a$  ile temsil edilmiştir. Bu özel halde  $E < 0$  ve  $V(x)=-V_0$  olduğu için II. bölgede Schrödinger dalg denklemini,

$$\frac{d^2 E_{y_{II}}(x)}{dx^2} + \frac{2m^*}{\hbar^2} [V_0 - E_n] E_{y_{II}}(x) = 0 \quad (7)$$

veyâ

$$\alpha_{II}^2 = \frac{2m^* (V_0 - E_n)}{\hbar^2} \quad (8)$$

tanımı ile

$$\frac{d^2 E_{y_{II}}(x)}{dx^2} = -\alpha_{II}^2 E_{y_{II}}(x) \quad (9)$$

<sup>15</sup> Temiz, M. ve Acer, H., 1998., GaAs-Tabanlı Lazerlerde Elektromanyetik Propagasyon Sabitinin İncelenmesi, Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 4, Sayı1-2, Sayfa 541, 1998.

<sup>16</sup> Schiff, L. I., 1982. Quantum Mechanics, McGraw-hill Book Comp., Tokyo.

olarak bir özdeğer denklemi şekline girer. Özdeğer  $\alpha_n$  ile ifade edilir. Bu denklemin çözümü,

$$E_y(x) = B_2 \sin \alpha_n x + A_2 \cos \alpha_n x \quad (10)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha_n} = \frac{h}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}} \quad (11)$$

biçimindedir<sup>17</sup>. I ve III bölgeleri  $[|x|, x_o/2 = a]$  için ( $V_o=0$ )

$$\begin{aligned} \frac{d^2 E_{yI}(x)}{dx^2} - \alpha_1^2 E_{yI}(x) &= 0, & \frac{d^2 E_{yIII}(x)}{dx^2} - \alpha_{III}^2 E_{yIII}(x) &= 0 \\ \alpha_1^2 &= \frac{2m^*}{\hbar^2} E_n, & \alpha_{III}^2 &= \frac{2m^*}{\hbar^2} E_n \end{aligned} \quad (12)$$

şeklini alan bu Schrödinger dalga denkleminin çözümü,

$$E_{yI}(x) = A_1 e^{-\alpha_1 x}, \quad E_{yIII}(x) = A_{III} e^{-\alpha_{III} x} \quad (13)$$

olur. Bu iki denklem birbirine benzediği için ikisini  $E_y(x)$  ile temsil etmek mümkündür. Eğer enerji değerleri soysuzlaşmış değilse, yani, [(6) denkleminin öz değerleri soysuzlaşmamış ise], başka bir ifadeyle (6) denkleminin farklı bir öz değerine karşı farklı bir öz fonksiyon karşı geliyorsa, o zaman (6) denkleminin tek bir noktasal çözümü vardır. Dolayısıyla, Schrödinger dalga denklemini sağlayan iki fonksiyon bir sabit farkıyla ortaya çıkar. Yani,  $E_y(x) = K E_y(-x)$ 'dir.  $x \rightarrow -x$  için,  $E_y(-x) = K E_y(x) = K^2 E_y(-x)$  demektir ki burada  $K^2 = 1 \rightarrow K = \pm 1$  bulunur. Buna göre,  $E_{y1}(x) = E_{y1}(-x)$ ,  $E_{y2}(x) = -E_{y2}(-x)$ , gibi çift ve tek fonksiyon çözümleri meydana gelir. Demek oluyor ki (6) ile verilen Schrödinger dalga denkleminin çift ve tek fonksiyonları olduğu ortaya çıkar. Çift fonksiyonlu çözüm için  $E_{y1}(x) = E_{y1}(-x)$  olacağından, (10) ifadesinde  $B_2 = 0$ 'dır. Yani,

$$E_{yI}(x) = A_2 \cos \alpha_n x \quad (14)$$

bulunur.  $A_2$  sabiti

$$A_2 = \sqrt{\frac{2\alpha_n}{\alpha_n a + \sin 2\alpha_n a}} \quad (15)$$

ile bellidir. Burada  $x=a$  için  $E_{y1}(x) = E_{y1}(x)$  ve  $E_{y1}(x)/dx = E_{y1}(x)/dx$  sağlanmalıdır. Yani,

<sup>17</sup> **Temiz, M.**, *Kuantum-Çukurlu Yariletken Lazerlerde Bazı Özel Çözümler ve Yük Taşıyıcılarının Tuzaklanmaları* Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 6, Sayı 2-3, Sayfa 177, 2000.

$$A_2 \cos \alpha_{II} a = A_1 e^{-\alpha_{I,III} a}$$

$$- A_2 \alpha_{II} \sin \alpha_{II} a = -\alpha_{I,III} A_1 e^{-\alpha_{I,III} a}$$

veyâ

$$\tan \alpha_{II} a = \frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}} = \tan \alpha_{II} \frac{x_o}{2} = \frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}} \quad (16)$$

bulunur<sup>18</sup>. Benzer şekilde  $\tan \alpha_{II} a = \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = \tan \alpha_{II} \frac{x_o}{2} = \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}}$  denklemi de elde edilebilir.

$E_{yI}(x) = A_2 \cos \alpha_{II} x$  alanı  $x = \pm a$  sınırlarında sıfır olmalıdır. Yâni,

$$E_{yI}(\pm a) = A_2 \cos(\pm \alpha_{II} a) = A_2 \cos(\alpha_{II} a) = A_2 \cos \zeta = 0 \quad (17)$$

ya da

$$\alpha_{II} a = n \frac{\pi}{2}, \quad n=1, 3, 5, \dots,$$

olmalıdır. Buradan

$$a \sqrt{\frac{2m^*(V_o - E_n)}{\hbar^2}} = n \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{2m^*(V_o - E_n)}{\hbar^2} = n^2 \frac{\pi^2}{4}$$

$$V_o - E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{8m^* a^2} \quad (18)$$

olur.

Tek fonksiyonlu çözüm için  $E_y(x) = -E_y(-x)$  olacağından, (10) ifâdesinde  $A_2 = 0$ 'dır. Yâni,

$$E_{yII}(x) = B_2 \sin \alpha_{II} x \quad (19)$$

$$B_2 = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{\alpha_{II} a - \sin 2\alpha_{II} a}} \quad (20)$$

bulunur. Eğri,  $x = \pm a$  sınırlarında sıfır olmalıdır. Bunun için

$$E_{yII}(a) = B_2 \sin(\pm \alpha_{II} a) = \pm B_2 \sin(\alpha_{II} a) = B_2 \sin \zeta = 0 \quad (21)$$

ifâdesinden

$$\alpha_{II} a = n\pi/2$$

<sup>18</sup> Temiz, M. ve Acer, H., 1998., GaAs-Tabanlı Lazerlerde Elektromanyetik Propagasyon Sabitinin İncelenmesi, Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 4, Sayı1-2, Sayfa 541, 1998.



ya da

$$\sqrt{\frac{2m^*(V_o - E_n)}{\hbar^2}} = n \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{2m^*(V_o - E_n)}{\hbar^2} = n^2 \frac{\pi^2}{4}, \quad n=0, 2, 4, \dots \quad (22)$$

$$V_o - E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{8m^* a^2} \quad (23)$$

bulunur. (17)-(23), elektronun sâhip olduğu enerji seviyelerini belirler. Bununla belirlenen seviyeler dışında elektronlar, başka enerji seviyelerinde bulunamazlar. Yine tek fonksiyonlu alan için de  $x=a$  için  $E_{yI}(x)=E_{yII}(x)$  ve  $E_{yI}(x)/dx=E_{yII}(x)/dx$  sağlanmalıdır. Bu şartlardan,

$$-\cot \alpha_{II} a = \frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}} = -\cot \alpha_{II} \frac{x_o}{2} = \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} \quad (24)$$

elde edilir. Benzer  $E_{yIII}(x)=E_{yII}(x)$  ve  $E_{yIII}(x)/dx=E_{yII}(x)/dx$  sınır şartından  $-\cot \alpha_{II} a = \frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}} = -\cot \alpha_{II} \frac{x_o}{2} = \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}}$  de bulunabilir. Alanların değişimi Şekil-6'da görülmektedir.

Elektronların enerji seviyeleri (E), mutlak değer olarak kuantum çukurunun potansiyel-enerji derinliğinden ( $V_o$ ) daha küçüktür. Alanın değişiminde görüldüğü gibi, kuantum çukurunda müsaade edilebilen enerji değerleri mevcuttur.  $x=\pm a$  ile verilen sınır şartları, bu ayırık enerji seviyelerine ilişkin mümkün enerji seviyelerini ve bunların her bir dalga fonksiyonlarını sınırlamaktadır.

#### 4.6. Ayırık Enerji Seviyeleri

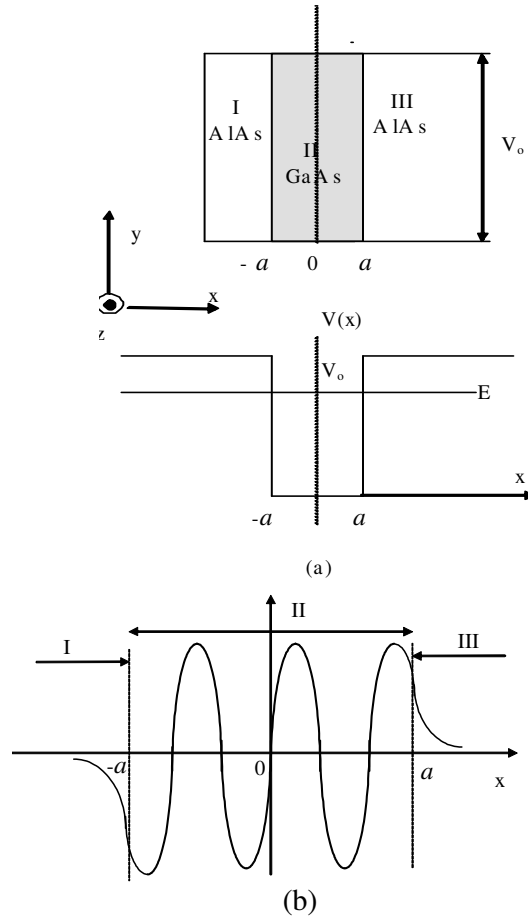
Yukarıda tanımlanan (17) ifâdesini  $\zeta$  ile göstererek

$$\alpha_{II}^2 a^2 = \zeta^2 = \frac{2m^*(V_o - E_n)a^2}{\hbar^2} \quad (25)$$

bulunur. Simetrik bir dalga kılavuzunda  $V^2 = \zeta^2 + \eta^2$  tanımından dolayı

$$V^2 = \frac{2m^* a^2 V_o}{\hbar^2} \quad (26)$$

elde edilir.



Şekil 6 Tek fonksiyonlu elektrik alanı için I, II, III. bölgelerindeki sembolik değişimleri, (a) Lazer tabakaları (katmanları) ve kuantum çukuru, (b) Lazer tabakalarında elektrik alanın değişimleri

Burada  $\eta^2$

$$\alpha_{I,III}^2 a^2 = \eta^2 = \frac{2m^*}{\hbar^2} E_n a^2 \quad (27)$$

ile verilir.

$$\zeta^2 = a^2 \alpha_{II}^2 = V^2 - a^2 \alpha_{I,III}^2 = V^2 - \eta^2 \quad (28)$$

açık ifâdesinden

$$\alpha_{I,III}^2 = \frac{V^2 - \zeta^2}{a^2} \quad (29)$$

bulunur. Diğer taraftan simetrik bir dalga kılavuzu için (16) ve (29)'dan, hareket ederek

$$\alpha_n \tan \alpha_n a = \alpha_{1,III} = \sqrt{\frac{V^2 - \zeta^2}{a^2}} \quad (30)$$

ya da

$$\tan \zeta = \frac{\alpha_{1,III}}{\alpha_n} = \frac{\eta}{\zeta} \quad (31)$$

elde edilir. (30)'dan,

$$\alpha_{1,III} = \frac{1}{a} \sqrt{V^2 - \zeta^2} \quad (32)$$

veyâ (28), (31) ve (32)'den,

$$y_1 = \tan \zeta = \frac{\sqrt{V^2 - \zeta^2}}{a} \frac{a}{\zeta} = \frac{\sqrt{V^2 - \zeta^2}}{\zeta} = y_2 \quad (33)$$

bulunur. Burada

$$y_1 = \tan \zeta \quad (34)$$

$$y_2 = \frac{\sqrt{V^2 - \zeta^2}}{\zeta} \quad (35)$$

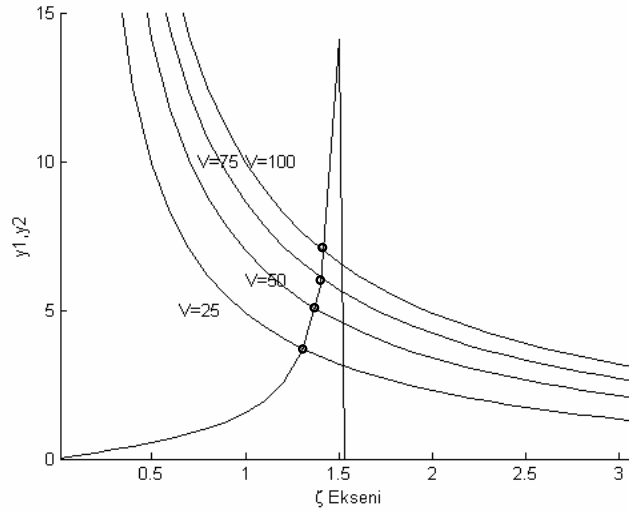
sonuçlarına varılır<sup>19</sup>.

Çözüm,  $y_1$ ,  $y_1$  ve  $y_2$  eğrilerinin kesim noktalarıdır (Şekil 7). Bu noktalar, enerji öz değerlerini belirler. Bunlar ayrık bir set oluşturur. Normalize frekans büyüdükçe,  $y_2$  eğrileri başlangıç noktasından uzaklaşırlar. Bu demektir ki potansiyel çukuru derinleştikçe ve/veyâ genişledikçe daha fazla bağlı durumlar ortaya çıkar. Eğriden de görülmektedir ki, normalize frekansın küçük olmasının önemi yoktur. Çünkü, her hâlükarda en az bir bağlı durum vardır. (35)'de  $\zeta$ , 0'dan başlar,  $\frac{\pi}{2}$ 'ye kadar en düşük çift fonksiyonlu alana âit absis ortaya çıkar. Çift fonksiyonlu çözümlere ilişkin olarak, dolayısıyla, en düşük çift fonksiyonlu alan için  $\zeta = \pi/2$  değerinde negatif bir ordinat (çukur) için  $\zeta = \pi/2$ 'ye karşı düşen  $V^2 - (\frac{\pi}{2})^2 > 0$  durumunda mutlaka bir kesim noktası meydana gelir. Başka bir ifâdeyle, çift fonksiyonlu bir alanda bir kesim noktasının olması için,

$$\sqrt{V^2 - (\frac{\pi}{2})^2} > 0 \rightarrow V^2 - (\frac{\pi}{2})^2 > 0 \rightarrow V^2 > (\frac{\pi}{2})^2 \cdot \frac{2a^2 m^* V_o}{\hbar^2} > (\frac{\pi}{2})^2 \rightarrow V_o > \frac{\hbar^2 \pi^2}{8a^2 m^*} \quad (36)$$

olmalıdır. Burada  $E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$  elektronun en düşük mertebeli enerji öz değeridir. Demek ki, çift fonksiyonlu en düşük mertebeli bir alanda bir çukurun meydana gelebilmesi için çukur potansiyelinin en düşük mertebeli enerji öz değerinden büyük olması gerekir.

<sup>19</sup> **Temiz, M.**, *Kuantum-Çukurlu Yarıiletken Lazerlerde Bazı Özel Çözümler ve Yük Taşıyıcılarının Tuzaklanmaları* Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 6, Sayı 2-3, Sayfa 177, 2000.

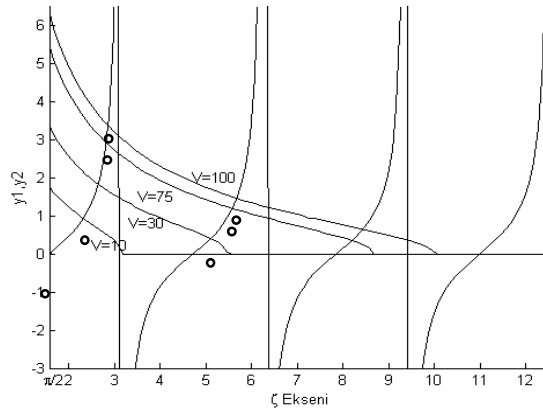


Şekil 7 Kuantum çukurunda çift fonksiyon çözümü için  $(0-\pi/2)$  aralığında elektrik alan ifâdesine âit ayırık enerji özdeğerlerini belirleyen eğriler

Tek fonksiyonlar için, benzer şekilde , (24), (31) ve (32)'den,

$$y_1 = -\cot \zeta = \frac{\sqrt{V^2 - \zeta^2}}{a} \frac{a}{\zeta} = \frac{\sqrt{V^2 - \zeta^2}}{\zeta} = y_2 \quad (37)$$

elde edilir. Çözüm,  $y_1$  ve  $y_2$  eğrilerinin kesim noktalarıdır (Şekil 8).



Şekil-8 Kuantum çukurunda tek fonksiyon çözümü için  $(\pi/2-4\pi)$  aralığında elektrik alan ifâdesine âit ayırık enerji özdeğerlerini belirleyen eğriler

Sonuç olarak, belli bir dalga kılavuzunda tanjant eğrilerini biçimlendiren parametre elektronların ayırık enerji seviyeleridir. Bu eğriler, Şekil 7 ve Şekil 8'de detaylı bir şekilde çizilmiş ve incelenmiştir<sup>20</sup>.

Elektronların enerji seviyeleri ( $E_n$ ), kuantum çukurunun potansiyel-enerji derinliği ( $V_o$ ) ve II. bölgenin seçilen genişliği ( $2a$ ) tarafından belirlenmektedir. Burada sâdece enerji seviyelerinin dışındaki parametrelerin belli bir ölçüde sâbit yapılabileceği (veyâ sâbit olduğu) için, değişken parametrenin sâdece elektronların enerji seviyelerini temsil eden  $E_n$  olduğu görülebilir. (33) ifâdesinin sağ tarafı,  $y_2$ , gene aynı parametreler tarafından belirlenir. Yânî, sağ taraftaki değişken  $y_2$  ifâdesi de yine elektronların ayırık enerji değerlerini temsil eden  $E_n$ 'e bağlıdır. (37)'nin sağ ve solundaki eğriler de aynı yoruma bağlıdırlar.

Netice îtibâriyle, oluşturulan kuantum çukurundaki elektronların enerji değerleri, çift fonksiyonlu (Şekil 7) ve tek fonksiyon (Şekil 8) çözümlerine âit olan bu eğrilerin kesim noktalarında oluşmaktadır. Şekil 8,  $-\cot y = \tan(y + \pi/2)$  olduğu için, Şekil 7'deki eğrilerin  $\pi/2$  kadar bir ötelenmesinden ibârettir.

#### 4.7. Aktif Bölgede Tek Ve Çift Elektrik Alanlarının Özdeğerleri

Şekil 7 ve Şekil 8'de verilen  $y_1$  ve  $y_2$  eğrilerinin kesim noktaları, elektrik alanının  $\alpha_n$  ile ilişkili olan özdeğerlerini verir. Bu özdeğerler ayırık birer set oluştururlar. Bu setler, tanjant eğrileri ile kendilerini belli ederler. (33)'de verilen daha büyük  $V$  değerleri için,  $y_2$  eğrileri de daha büyük değerlere kayar. Yânî,  $V_{o2} > V_{o1}$  için  $[V_{o2} a^2]$ 'ye ilişkin  $y_2$  eğrisi  $[V_{o1} a^2]$ 'ye ilişkin  $y_2$  eğrisinden daha büyük olur. Yânî potansiyel-enerji değeri derinleştikçe daha fazla elektronların bağlı durumları ortaya çıkar. Şekil 7'de, ayrıca, en azından bir bağlı durumun olduğu görülmektedir. Çift fonksiyonlu alan için  $V$ ,  $V_o$ 'ra bağlı kalarak artarken, özdeğerlerin  $\xi$  ekseninde yaklaşık olarak eşit aralıklarla arttığı görülür. Dolayısıyla, özdeğerlerin absisleri yaklaşık olarak

$$\xi \cong (n + 1/2)\pi, n = 0, 1, 2, \dots \quad (38)$$

olarak yazılabilir.

Tek fonksiyonlu bir alan için  $-\cot \xi = \tan(\xi + \pi/2)$  olduğu göz önünde bulundurulursa, tek fonksiyonlu alan çözümlerinde Şekil 7'deki eğrilerin kesim noktalarının  $90^\circ$  ötelenmesi yeterli olacaktır. Dolayısıyla, tek fonksiyonlu bir alan için özdeğer noktalarının absisleri,  $-\cot \xi = y_2 = \tan(\xi + \pi/2)$  ifâdesine göre,

<sup>20</sup> Temiz, M. ve Acer, H., 1998., GaAs-Tabanlı Lazerlerde Elektromanyetik Propagasyon Sabitinin İncelenmesi, Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 4, Sayı1-2, Sayfa 541, 1998.

$$\zeta \cong n\pi, n = 1, 2, \dots \quad (39)$$

alınabilir. Şekil-8'de görüldüğü gibi, tek fonksiyonlu alan çözümü için kesim noktaları  $y$ 'nin yalnız

$$\zeta = \pi/2 > 0 \quad (40)$$

değerlerinde bulunur.

#### 4.8. Tek ve Çift Fonksiyonlar ve Normalize Frekans Dâireleri

Kuantum çukurunun potansiyel-enerji derinliği ( $V_0$ ) ile aktif bölgeye ilişkin  $2a$  genişliğinin  $2V_0a$  çarpımı önemlidir. En düşük mertebeli çift fonksiyonlu bir alanda bir kuantum çukurunun meydana gelebilmesi için çukur derinliğinin elektronun en düşük mertebeli enerji öz değerinden büyük olmalıdır:  $V_0 > \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$

$$V^2 = \zeta^2 + \eta^2 = \frac{2m^*}{\hbar^2} V_0 a^2 \quad (41)$$

denklemini bilinmektedir. Bu ifade, belirlenmiş bir aktif bölgeye ilişkin kuantum çukurunun potansiyel-enerji derinliği için yarıçapı sabit olan bir dâire denklemini gösterir (Şekil 9). Diğer taraftan, çift fonksiyonlu elektrik alanı için (31)'den,

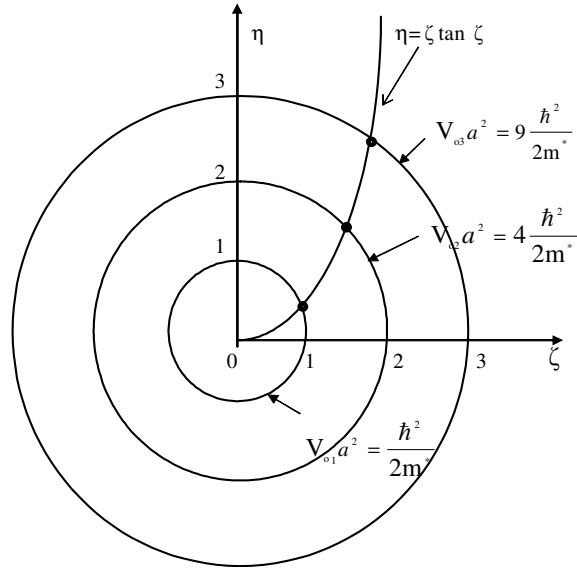
$$\eta = \zeta \tan \zeta \quad (42)$$

elde edilir.  $V=1, 2, 3$  için (41) ile (42)'deki tanjant eğrileri, aynı bir koordinat sisteminde çizilirse Şekil 9'da görülen kesim noktaları bulunur. Bu noktalar, elektronların enerji öz değerlerinin koordinat noktalarını verir<sup>21</sup>.

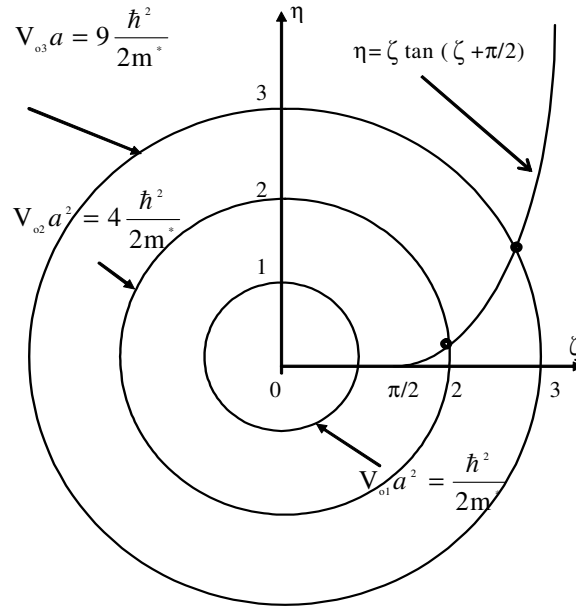
Tek fonksiyonlu bir alan için  $-\cot \zeta = \tan(\zeta + \pi/2)$  olduğu bilindiğine göre, bu alana ait cotanjant eğrileri, çift fonksiyonlu alan için çizilmiş olan Şekil 9'daki eğrilerin  $\pi/2$  kadar bir ötelemesinden meydana gelir, Şekil 10'daki gibi olur.

Eğrilerden de görüldüğü gibi,  $x_0=2a$  eninde ve  $V_0$  derinliğinde bir boyutlu bir potansiyel enerji kuyusunda bulunan elektronlar için,  $\zeta^2 + \eta^2 = V^2$  de  $V=1$  alınırsa, o zaman, (41)'den hareket ederek  $[V_0 a^2] = \hbar^2 / 2m^*$  olur ki, bu tek bir bağımlı enerji seviyesi gösterir, ve bunun alanı en düşük mertebeli çift fonksiyonlu bir alan olur:  $V=1, 2, 3, \dots$  için çizilmiş eğriler Şekil 9'da görülmektedir.

<sup>21</sup> **Temiz, M.**, *Yarıiletken Lazerlerde Yüklü Taşıyıcıların Enerji Durumlarının İncelenmesi, Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 8, Sayı 2, Sayfa 177, 2002.*



Şekil 9 Çift alan fonksiyonlarında (41)'in belirttiği dâirelerle tanjant eğrilerinin kesim noktaları



Şekil 9 Tek alan fonksiyonlarında (41) ile tanjant eğrilerinin kesim noktaları

$[V_0 a^2] = V^2 \frac{\hbar^2}{2m^*}$  'den hareket ederek  $V_0 = V^2 \frac{\hbar^2}{2a^2 m^*}$  ile verilen normalize frekans ve aktif bölge genişliği için çukur derinliği bulunabilir.

## BÖLÜM V

### ALAN FONKSİYONLARININ ÖZELLİKLERİ

#### 5.1. Giriş

Yarıiletken kuantum çukurları, geleneksel yarıiletken ve çoklu kuantum çukurlu lazerler veyâ süper kafeslere dayanan yarıiletken cihazların temel elemanı olarak kullanılırlar. Bu sebepten, adı geçen optik cihazların anlaşılması, bu temel elemanın parametrelerinin anlaşılmasına bağlıdır. Bir kuantum çukuru, Şekil 1’de görüldüğü gibi üç bölgeden oluşur. I, II ve III ile gösterilen bu bölgeler,  $n_I$ ,  $n_{II}$  ve  $n_{III}$  ile gösterilen kırılma indislerine sâhiptirler. Üç bölgenin iki farklıyapılı jonksiyonu (eklemi) vardır. Bu farklı yapılar, aktif bölge ve yabancı katkı enjeksiyonu ile elde edilen n-tipi ve p-tipi yarıiletkenlerden oluşan bölgelerden meydana gelir<sup>1</sup>.

Geleneksel yapıların en önemlilerinden olan malzeme gurubu galyum-arsenik (GaAs) ve alüminyum-galyum arsenik ( $Al_xGa_{1-x}As$ ) yarıiletkenleri olarak bilinirler. Buradaki x indisi, GaAs malzemesi içine katılan alüminyum (Al) malzemesinin yüzdesini gösterir. Yarıiletken malzeme içine katılan Al, bu malzemelerin iletkenliğini ve enerji-bant yapısını ( $E_g$ ) etkin bir şekilde değiştirir. Bu değişiklik Şekil 1’de açık olarak görülmektedir. Al, içine katıldığı malzemenin enerji-bant yapısını büyütme ve kırılma indisini küçültmektedir. Alüminyumun yarıiletkenlere bahşettiği bu özellik, ileri teknolojik malzeme üretiminde vazgeçilmez bir özellik olarak ortadadır<sup>2,3</sup>. Bu yüzden, Batılılar eserlerinde, alüminyumdan Allah’ın bir lütfu olarak bahsederler.

Çift farklı yapı bir malzeme gurubu olarak bilinen Şekil 1’deki malzeme kompozisyonunda alüminyum-arseniğin (AlAs’ın) yapısındaki kristal kafesleri, ideal bir uyumu oluşturması bakımından, önemlidir<sup>4</sup>. Şekilde *asimetrik yarıiletken planar çift farklı yapı lazerlerin* ve onun elektronik enerji-bant yapısı görülmektedir. Şekildeki bu yapı düzeninde  $n_I$ ,  $n_{III}$  *gömlük bölgelerinin* kırılma indislerini ve  $n_{II}$  ise *aktif bölgenin* kırılma indisini oluşturur. Yarıiletken içine yabancı malzeme katkısıyla meydana getirilen bu yapı düzeninde, elektron ve deliklerin meydana getirdikleri yük taşıyıcıları ile optik alan tarafından temsil edilen fotonlar aktif bölgenin içinde hapsedilir ve aynı bölge içinde taşıyıcılarla fotonlar etkileşirler. Aktif bölge genel anlamda yük taşıyıcıları için çok iyi bir dielektrik dalga kılavuzu özelliği taşır.

Bu bölümde tek ve çift elektrik alan fonksiyonlarının özellikleri incelenmektedir.

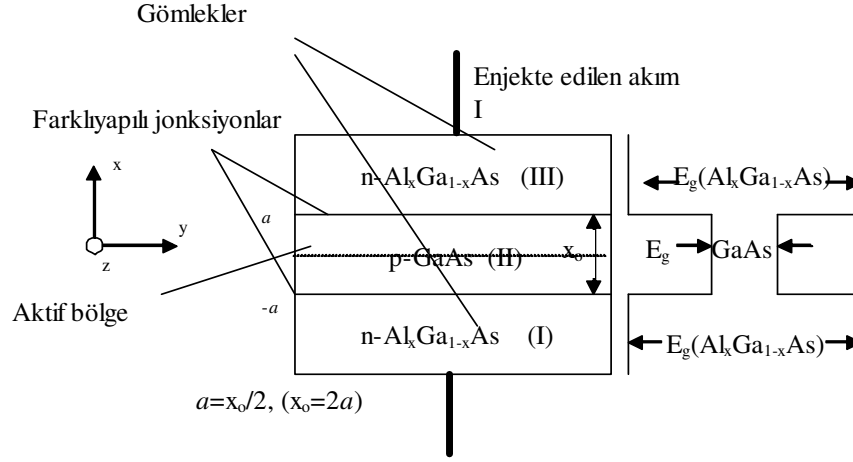
<sup>1</sup> Temiz, M., *The Review of Electromagnetic Fields and Powers in terms of Normalised Propagation Constant on the Optical Mode Inside Waveguide on the Heterojunction Constructions*, **Laser Physics**, Volume 13, No. 9, 2003, p.1123-1137.

<sup>2</sup> Temiz, M., “The Effects of the Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes”, *Laser Phys.*, Vol.11, No.3, 297-305, 2001.

<sup>3</sup> Temiz, M., “Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices”, *Laser Phys.*, Vol.12, No.7, 989-1006, 2002.

<sup>4</sup> J Temiz, M., “Yarıiletkenler”, Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Ders Kitapları Yayın No.006, Denizli.





Şekil 1 Asimetrik yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerler ve onun elektronik enerji-bant yapısı. (a) Aktif bölge ve gömlekler bölgeleri, (b) Enerji-bant diyagramı

## 5.2. Elektrik Alanı Dalga Denklemi. Elektrik Alanları ve Dispersiyon Bağlılıları

Dik kartezyen koordinat sisteminde aktif bölgede hapsedebilmiş bir elektrik alan dalgasının z-doğrultusunda yayıldığı farz edilir ve y-doğrultusundaki değişimi ihmal edilir ve sâdece x doğrultusunda değiştiği farz edilirse, aktif bölge ve gömlek bölgelerine âit dalga kılavuzu denklemi

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_{yi}(x) = [\beta_z^2 - n_i^2 k_o^2] E_{yi}(x) \quad (1)$$

olarak verilebilir. Denklem (1)'deki  $[\beta_z^2 - n_i^2 k_o^2]$  ifâdesine, fizik kavramında öz fonksiyon denilen,  $E_{yi}(x)$  enine elektrik alanının öz değeri denir. i indisi, i=I,II,III, değerlerinde olup asimetrik yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerlerin yapısal 3 bölgesini temsil eder. Aktif bölge içinde meydana gelen çift fonksiyonlu elektrik alanı veyâ tek fonksiyonlu elektrik alanı için (1) denklemini sağlayan bu alanlar, sırasıyla,

$$E_{yII} = A \cos(\alpha_{II} x) \quad (2)$$

ya da

$$e_{yII} = B \sin(\alpha_{II} x) \quad (3)$$

olarak verilir. Bunlar, çift ve tek elektrik alanlarının en düşük modlarını oluştururlar. Bu alanlara karşı düşen gömlek bölgelerindeki alanlar ise, sırasıyla,

$$E_{yI} = A_I \exp[\alpha_I(x+a)], \quad a=x/2, \quad A_I = A \cos(\alpha_{II} a) \quad (4)$$

$$E_{yIII} = A_{III} \exp[-\alpha_{III}(x-a)], \quad A_{III} = A \cos(\alpha_{II} a) = A_I = A_{I,III} \quad (5)$$

$$e_{yI} = B_I \exp[\alpha_I(x+a)], \quad B_I = B \sin(\alpha_{II} a) \quad (6)$$

$$e_{yIII} = B_{III} \exp[-\alpha_{III}(x-a)], \quad B_{III} = B \sin(\alpha_{II} a) = B_I = B_{I,III} \quad (7)$$

olarak verilirler.  $E_{y_i}$ ,  $E_{y_{iii}}$  ve  $e_{y_i}$ ,  $e_{y_{iii}}$  alanları sırasıyla asimetric yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerlerde çift ve tek elektrik alanlarına ilişkin kaçak alanları temsil ederler. Görüldüğü gibi, (4) ve (5)'deki sırasıyla  $A_i$  ve  $A_{iii}$  ve (6) ve (7)'deki  $B_i$  ve  $B_{iii}$ ,  $x=a$  için sırasıyla çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarının fonksiyonudurlar. Buradan hareket ederek, (2) ve (3)'deki genliklerin sırasıyla kendi çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarının fonksiyonu olduklarını söyleyebiliriz. Bir asimetric yarıiletken planar çift farklı yapıli lazere âit  $\alpha_i$ ,  $\alpha_{ii}$  ve  $\alpha_{iii}$  propagasyon sâbitleri

$$\alpha_i^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_i}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_i^2, \quad k_i = \frac{\omega n_i}{c} = k_o n_i \quad (8)$$

$$\alpha_{ii}^2 = \left(\frac{\omega n_{ii}}{c}\right)^2 - \beta_z^2 = k_{ii}^2 - \beta_z^2, \quad k_{ii} = \frac{\omega n_{ii}}{c} = k_o n_{ii} \quad (9)$$

$$\alpha_{iii}^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_{iii}}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_{iii}^2, \quad k_{iii} = \frac{\omega n_{iii}}{c} = k_o n_{iii} \quad (10)$$

$$k = \frac{\omega n}{c}, \quad k_o = |\mathbf{k}_o| = \omega/c \quad (11)$$

olarak tanımlanırlar. Burada  $k_i$ ,  $i=I, II, III$ ,  $i$ . bölgeye âit dalga numarasıdır.

$\beta_z$ ,  $z$ -doğrultusunda yayılan dalganın faz sâbiti,  $k$  dalga numarası ve  $\lambda$  dalga boyudur. Serbest uzayın (vakumun) dielektrik sâbiti, manyetik geçirgenlik sâbiti, dalga numarası ve ışık hızı, sırasıyla,  $\epsilon_o$ ,  $\mu_o$ ,  $k_o$ <sup>5,6</sup> ve  $c$  ile gösterilmiştir. Bunlar arasında  $\epsilon_o \mu_o = 1/c^2$  ilişkisi bulunur. Her bir frekans, ayrı bir dalga numarası tanımlar<sup>7</sup>. Eğer kırılma indisleri  $n_i = n_{ii} = n_{iii}$  olarak alınırlarsa, o zaman bir simetric yarıiletken planar çift farklı yapıli lazer elde edilir. Bu durumda  $\alpha_i$ ,  $\alpha_{ii}$  ve  $\alpha_{iii}$  propagasyon sâbitleri arasındaki ilişki  $\alpha_i = \alpha_{ii} = \alpha_{iii}$  şeklini alır. Bu sûretle, asimetric yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerdeki  $E_{y_i}$ ,  $E_{y_{iii}}$  ve  $e_{y_i}$ ,  $e_{y_{iii}}$  alanları, simetric yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerde çift fonksiyonlu elektrik alanı için  $E_{y_i,iii}$  ile ve tek fonksiyonlu elektrik alanı'nı için  $e_{y_i,iii}$  ile gösterilebilir.

Yukarıda tanımlanan  $E_{y_i}$  ve/veyâ  $e_{y_i}$  alanları kısaca  $u_{y_i}(x)$  öz fonksiyonu ile temsil edilirlerse, bu öz fonksiyon

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m_i} \frac{d^2}{dx^2} + V_o \right] u_{y_i}(x) = E_{y_i} u_{y_i}(x) \quad \hbar = h/2\pi, \quad i=I,II,III \quad (12)$$

veyâ aktif bölge için

<sup>5</sup> Temiz, M., "Yarıiletkenler", Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Ders Kitapları Yayın No.006, Denizli.

<sup>6</sup> Temiz, M., "The Effects of the Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes", *Laser Phys.*, Vol.11, No.3, 297-305, 2001.

<sup>7</sup> Temiz, M., "Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices", *Laser Phys.*, Vol.12, No.7, 989-1006, 2002.

$$\frac{d^2 u_{y,II}(x)}{dx^2} = -\alpha_{II}^2 u_{y,II}(x), \quad \alpha_{II}^2 = \frac{2m^* a^2 (V_o - E_n)}{\hbar^2} \quad (13)$$

ve simetrik yarıiletken planar çift farklı yapıli lazer'de gömlek bölgeleri için

$$\frac{d^2 u_{y,I,III}(x)}{dx^2} = \alpha_{I,III}^2 u_{y,I,III}(x), \quad \alpha_{I,III}^2 = \frac{2m^* a^2 V_o}{\hbar^2} \quad (14)$$

şekillerindeki *Schrödinger Dalga Denklemi*'ni sağlarlar<sup>8</sup>. Burada (12)'deki  $u_{y,i}(x)$ ,  $i=I, II, III$ , öz fonksiyonun, ilgili bölgelerdeki yüklü taşıyıcılara âit öz değer fonksiyonları şeklinde,  $E_{y,i,III}$  olarak  $E_{y,I}$  veyâ  $E_{y,III}$ 'ü ve  $e_{y,i,III}$  olarak  $e_{y,I}$  ya da  $e_{y,III}$ 'ü gösterdiği hatırlanmalıdır. İfadelerdeki  $h$  *Planck Sâbiti*'ni,  $V_o$  hapsedici çukur potansiyelini gösterir. Bu potansiyel malzemenin işlenmesiyle meydana getirilir<sup>9</sup>.

Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına ilişkin öz değer denklemleri, aktif bölgesinin genişliği  $2a$  olan bir asimetrik yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerde<sup>10,11</sup>

$$\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \frac{\eta_I}{\zeta} = \tan(\alpha_{II} a + \theta) = \tan(\zeta + \theta) \quad (15)$$

$$\frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = \frac{\eta_{III}}{\zeta} = \tan(\alpha_{II} a - \theta) = \tan(\zeta - \theta) \quad (16)$$

olduğu geçen bölümlerde bulunmuştu.  $\theta = 0$  için çift fonksiyonlu elektrik alanı elde edilir. (15) ve (16) çift fonksiyonlu elektrik alanında

$$\alpha_I/\alpha_{II} = \alpha_{III}/\alpha_{II} \rightarrow \eta/\zeta = \tan\zeta \quad (17)$$

olur.  $\theta = \pi/2$  için tek fonksiyonlu elektrik alanı bulunur ve o zaman (15) ve (16) tek fonksiyonlu elektrik alanında

$$\alpha_{III}/\alpha_{II} = \alpha_I/\alpha_{II} = \alpha_{I,III}/\alpha_{II} \rightarrow \eta/\zeta = -\cot\zeta \quad (18)$$

olur. Simetrik yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerde çift fonksiyonlu elektrik alanında

$$\alpha_{I,III}/\alpha_{II} = \eta/\zeta = \tan\zeta \quad (19)$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alanında

$$\alpha_{I,III}/\alpha_{II} = \eta/\zeta = -\cot\zeta \quad (20)$$

<sup>8</sup> Schiff, L. I., "Quantum Mechanics", McGraw-hill Book Comp., Tokyo, 1982.

<sup>9</sup> Cow, W.W., Koch, S.W., "Semiconductor Laser Fundamentals", Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 1999.

<sup>10</sup> Temiz, M., "The Effects of the Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes", *Laser Phys.*, Vol.11, No.3, 297-305, 2001.

<sup>11</sup> Temiz, M., "Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices", *Laser Phys.*, Vol.12, No.7, 989-1006, 2002.

olacağı açıktır. (15)-(20) denklemlerine *Özdeğer Denklemleri* ya da *Dispersiyon Bağlılıkları* denir.

**Ödev:**

$$\alpha_n^2 = \frac{2m^* a^2 (V_o - E_n)}{\hbar^2} = \left(\frac{\omega n_n}{c}\right)^2 - \beta_z^2 = k_n^2 - \beta_z^2$$

$$\alpha_{n_{III}}^2 = \frac{2m^* a^2 V_o}{\hbar^2} = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_{n_{III}}}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_{n_{III}}^2$$

eşitliklerini gösteriniz.

**Sorular:**

1)  $E_{yII} = A \cos(\alpha_n x)$ ,  $e_{yII} = B \sin(\alpha_n x)$  alanlarının birer düzlem dalga olduklarını gösteriniz.

$$2) \quad \frac{\alpha_I}{\alpha_n} = \tan(\alpha_n a + \theta), \quad \frac{\alpha_{III}}{\alpha_n} = \tan(\alpha_n a - \theta)$$

denklemlerinin  $\theta = \pi/2$  için  $\alpha_{III}/\alpha_n = \alpha_I/\alpha_n = -\cot(\alpha_n a)$  olduğunu gösteriniz.

3) Dispersiyon bağıntılarından hareket ederek parametreleri belirlenmiş bir dalga kılavuzunda dik kartezyen koordinatlarda taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin normalize parametrik koordinatlarının değerlerini elde ediniz.

4) Aşağıdaki bağıntıyı gösteriniz.

$$\alpha_n^2 = \frac{k_n^2 - k_I^2}{\tan^2(\alpha_n a - \theta) + 1} = \frac{k_o^2}{\tan^2(\alpha_n a - \theta) + 1} (n_n^2 - n_I^2) = \frac{k_o^2}{\tan^2(\alpha_n a + \theta) + 1} (n_n^2 - n_{III}^2)$$

5) Aşağıdaki bağıntıyı gösteriniz.

$$\cos(\zeta - \theta) = \frac{\alpha_n}{\sqrt{\alpha_n^2 + \alpha_I^2}} = \frac{\alpha_n}{\sqrt{k_n^2 - k_I^2}} = \frac{\alpha_n}{k_o} \frac{1}{\sqrt{n_n^2 - n_I^2}} = \frac{\alpha_n}{NA_I k_o}$$

$$\cos(\zeta + \theta) = \frac{\alpha_n}{\sqrt{\alpha_n^2 + \alpha_{III}^2}} = \frac{\alpha_n}{\sqrt{k_n^2 - k_{III}^2}} = \frac{\alpha_n}{k_o} \frac{1}{\sqrt{n_n^2 - n_{III}^2}} = \frac{\alpha_n}{NA_{III} k_o}$$

6)  $\zeta = V \sin \zeta$ ,  $\eta = V \cos \zeta$  koordinat parametrelerinin

$$\alpha_{n_{III}}/\alpha_n = \frac{\eta}{\zeta} = -\cot(\alpha_n a) = -\cot \zeta$$

dispersion eşitliğinden elde edildiğini gösteriniz.

**Cevaplar:**

1)  $E_{yII} = A \cos(\alpha_n x)$ ,  $e_{yII} = B \sin(\alpha_n x)$  alanları kat sayıları 1 alınabilir.  $E_{yII} = \cos(\alpha_n x)$ ,  $e_{yII} = \sin(\alpha_n x)$  olur. Bu alanlar sinüzoidaldirler.

$$E_{yII} = \cos(\alpha_{II}x) = \frac{e^{j\alpha_{II}x} + e^{-j\alpha_{II}x}}{2}, \quad e_{yII} = \sin(\alpha_{II}x) = \frac{e^{j\alpha_{II}x} - e^{-j\alpha_{II}x}}{2j}$$

olarak yazılabilirler. Burada her bir üstel terim bir düzlem dalgayı temsil etmektedir. Demek oluyor ki, bu iki alanın her biri ikişer düzlem dalgaların birer süperpozisyonundan ibârettir. Meselâ,  $e^{j\alpha_{II}x}$  artan (düşey doğrultuda artan) ve  $e^{-j\alpha_{II}x}$  azalan (düşey doğrultuda küçülen) bir düzlem dalgayı temsil eder.

2)

$$\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \tan(\alpha_{II}a + \theta), \quad \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = \tan(\alpha_{II}a - \theta) \quad \text{denklemleri} \quad \theta = \pi/2 \quad \text{için}$$

$\alpha_{III}/\alpha_{II} = \alpha_I/\alpha_{II} = -\cot(\alpha_{II}a) = -\cot\zeta$  olduğunun gösterilmesi:

$$\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \tan(\alpha_{II}a + \theta) = \tan(\zeta + 90^\circ) = \frac{\tan\zeta + \tan 90^\circ}{1 - \tan\zeta \tan 90^\circ} = \frac{\frac{\tan\zeta}{\tan 90^\circ} + 1}{\frac{1}{\tan 90^\circ} - \tan\zeta} = \frac{1}{-\tan\zeta} = -\cot\zeta$$

$$\frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = \tan(\alpha_{II}a - \theta) = \tan(\zeta - 90^\circ) = \frac{\tan\zeta - \tan 90^\circ}{1 + \tan\zeta \tan 90^\circ} = \frac{\frac{\tan\zeta}{\tan 90^\circ} - 1}{\frac{1}{\tan 90^\circ} + \tan\zeta} = \frac{-1}{\tan\zeta} = -\cot\zeta$$

3)

$$\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \tan(\alpha_{II}a + \theta) \rightarrow \frac{\alpha_I a}{\alpha_{II} a} = \frac{\eta_I}{\zeta} = \tan(\alpha_{II}a + \theta) \rightarrow, \quad \frac{\eta_I}{\zeta} = \tan(\alpha_{II}a + \theta) = \tan(\zeta + \theta)$$

$$\frac{\eta_I^2 + \zeta^2}{\zeta^2} = 1 + \tan^2(\zeta + \theta) = \frac{1}{\cos^2(\zeta + \theta)} \rightarrow \frac{V^2}{\zeta^2} = \frac{1}{\cos^2(\zeta + \theta)} \rightarrow \zeta = V \cos(\zeta + \theta)$$

$$V^2 = \eta_I^2 + \zeta^2 = \eta_I^2 + V^2 \cos^2(\alpha_{II}a + \theta) \rightarrow \eta_I = V \sin(\alpha_{II}a + \theta)$$

$$\zeta = V \cos(\zeta + \theta)$$

$$\eta_I = V \sin(\alpha_{II}a + \theta)$$

$$\frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = \tan(\alpha_{II}a - \theta) \rightarrow \frac{\alpha_{III} a}{\alpha_{II} a} = \frac{\eta_{III}}{\zeta} = \tan(\alpha_{II}a - \theta) \rightarrow, \quad \frac{\eta_{III}}{\zeta} = \tan(\alpha_{II}a - \theta) = \tan(\zeta - \theta)$$

$$\frac{\eta_{III}^2 + \zeta^2}{\zeta^2} = 1 + \tan^2(\zeta - \theta) = \frac{1}{\cos^2(\zeta - \theta)} \rightarrow \frac{V^2}{\zeta^2} = \frac{1}{\cos^2(\zeta - \theta)} \rightarrow \zeta = V \cos(\zeta - \theta)$$

$$V^2 = \eta_{III}^2 + \zeta^2 = \eta_{III}^2 + V^2 \cos^2(\alpha_{II}a - \theta) \rightarrow \eta_{III} = V \sin(\alpha_{II}a - \theta)$$

$$\zeta = V \cos(\zeta - \theta)$$

$$\eta_{III} = V \sin(\alpha_{II}a - \theta)$$

Parametreleri belirlenmiş bir dalga kılavuzunda dik kartezyen koordinatlarda taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin normalize parametrik koordinatlarının değerleri,

$$\zeta = V\cos(\alpha_n a + \theta), \quad \eta_I = V\sin(\alpha_n a + \theta)$$

olduğu görülür.  $a \rightarrow x$  alınarak dik kartezyen koordinatlarda taşıyıcılara âit normalize parametrik koordinatlar

$$\zeta = V\cos(\alpha_n x + \theta), \quad \eta_I = V\sin(\alpha_n x + \theta)$$

olarak elde edilir.  $\frac{\alpha_m}{\alpha_n} = \tan(\alpha_n a - \theta)$  dispersiyon denkleminde hareket edilirse, o zaman taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin normalize parametrik koordinatlarının değerleri

$$\zeta = V\cos(\alpha_n a - \theta) = V\cos(\zeta - \theta), \quad \eta_{III} = V\sin(\alpha_n a - \theta) = V\sin(\zeta - \theta)$$

olarak elde edilir. Yine  $a \rightarrow x$  alınarak dik kartezyen koordinatlarda taşıyıcılara âit normalize parametrik koordinatlar

$$\zeta = V\cos(\alpha_n x - \theta), \quad \eta_{III} = V\sin(\alpha_n x - \theta)$$

olur. Gerek

$$\zeta = V\cos(\alpha_n a + \theta), \quad \eta_I = V\sin(\alpha_n a + \theta)$$

ve gerekse

$$\zeta = V\cos(\alpha_n x - \theta), \quad \eta_{III} = V\sin(\alpha_n x - \theta)$$

denklemlerinde  $\theta = 0$  alınır, çift fonksiyonlu elektrik alanında normalize parametrik koordinatlar

$$\zeta = V\cos(\alpha_n a) = V\cos\zeta, \quad \eta_{III} = V\sin(\alpha_n a) = V\sin\zeta$$

olarak ve  $\theta = 90^\circ$  alınır, tek alan fonksiyonlu elektrik alanında normalize parametrik koordinatlar

$$\zeta = V\cos(\alpha_n x - 90^\circ), \quad \eta_{III} = V\sin(\alpha_n x - 90^\circ)$$

ya da

$$\begin{aligned} \cos(\alpha_n x \pm 90) &= \cos(\alpha_n x \pm 90) = \cos(\alpha_n x)\cos(90) \mp \sin(\alpha_n x)\sin(90) \\ &= \cos(\alpha_n x)\cos(90) \mp \sin(\alpha_n x)\sin(90) = \mp \sin(\alpha_n x) \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} \sin(\alpha_n x \pm 90) &= \sin(\alpha_n x \pm 90) = \sin(\alpha_n x)\cos(90) \pm \cos(\alpha_n x)\sin(90) \\ &= \sin(\alpha_n x)\cos(90) \pm \cos(\alpha_n x)\sin(90) = \pm \cos(\alpha_n x) \end{aligned}$$

özdeşliklerinden dolayı

$$\zeta = V\sin\alpha_n x, \quad \eta_{III} = V\cos\alpha_n x$$

bulunur.

Sonuç olarak özetlemek gerekirse:

**1) Çift fonksiyonlu elektrik alanın olması hâli:**

1a)  $x = -a \rightarrow \zeta = -\alpha_{II}a, \eta = -\alpha_I a$  **Hâli** :  $\theta=0$  için dalga kılavuzunun I. bölgesi ile  $-\infty$  [ $x=-a \rightarrow \zeta = -\alpha_{II}a, \eta = -\alpha_I a$ ] ile  $-\infty$ ] arasında yânî dik kartezyen koordinat sisteminin 3. kadranda dispersiyon eşitliği

$$\frac{-\alpha_I a}{-\alpha_{II} a} = \frac{-\eta_I}{-\zeta} = \tan(-\zeta + \theta)$$

**olur.** Burada  $\theta = 0$  için özdeğer denklemi  $\frac{\eta}{\zeta} = -\tan\zeta$  olur.

Ancak  $\frac{\eta}{\zeta} = -\tan\zeta \rightarrow \frac{\eta^2}{\zeta^2} = \tan^2 \zeta$  ifâdesi, çift fonksiyonlu elektrik alanında

$$\zeta = V\cos(\alpha_{II}a) = V\cos\zeta, \quad \eta_I = V\sin(\alpha_I a) = V\sin\zeta$$

normalize parametrik koordinatları verir. Bu sebepten, herhangi çift  $f(x)$  fonksiyonunda  $f(x)=f(-x)$  olduğundan, “ $\zeta = V\cos(-\zeta) \rightarrow \zeta = V\cos(\zeta), -\eta_I = V\sin(-\zeta) \rightarrow \eta_I = V\sin(\zeta)$ ” bulunur.

Yânî, elektrik alanı çift fonksiyonlu olduğu için, bunun öz değer denklemi  $\frac{\eta_I}{\zeta} = -\tan\zeta$  ya

da  $\frac{\eta_I}{\zeta} = \tan\zeta$  olsa bile, sonuçta elektronların enerji öz değerlerinin aynı parametrik denklemlere sâhip oldukları görülür. Dolayısıyla, başlangıç noktasına göre, yatay eksen üzerindeki simetri dolayısıyla dik kartezyen koordinat sisteminde  $\frac{\eta_I}{\zeta} = -\tan\zeta$  öz değer denkleminde karşı düşen 2. kadranda çözümlerle 1. kadranda çözümler olduğu için çift fonksiyonlu elektrik alanlar için öz değer denklemi daima  $\frac{\eta_I}{\zeta} = \tan\zeta$  olarak alınır. Dolayısıyla, çift fonksiyonlu elektrik alan çözümleri dâimâ 1. kadranda yapılabilir. Dalga kılavuzu simetrik ise, o zaman  $\eta_I \rightarrow \eta$  alınacağını unutmamalıdır.

**Sonuç:** Çift fonksiyonlu elektrik alanında, ( $\theta=0$ ) ve  $\frac{-\alpha_I a}{-\alpha_{II} a} = \frac{-\eta_I}{-\zeta} = \tan(-\zeta + \theta)$  dispersiyonunda  $x = -a \rightarrow \zeta = -\alpha_{II}a, \eta = -\alpha_I a$  hâli için parametrik koordinatlar

$$\zeta = V\cos\zeta, \quad \eta = V\sin\zeta$$

olur.

**Benzer inceleme**  $\frac{-\alpha_I a}{-\alpha_{II} a} = \frac{-\eta_{III}}{-\zeta} = \tan(-\zeta + \theta)$  için de yapılırsa, aynı sonuca varılır.

1b)  $x = a \rightarrow \zeta = \alpha_n a, \eta_m = \alpha_m a$  **Hâli** :  $\theta = 0$  için dalga kılavuzunun III. bölgesi ile  $\infty$  [ $x = a \rightarrow \zeta = \alpha_n a, \eta_m = \alpha_m a$ ] ile  $\infty$ ] arasında yânî dik kartezyen koordinat sisteminin 1. kadranda dispersiyon eşitliği

$$\frac{\alpha_m a}{\alpha_n a} = \frac{\eta_m}{\zeta} = \tan(\zeta - \theta)$$

olur. Burada  $\theta = 0$  için dispersiyon eşitliği  $\frac{\eta_m}{\zeta} = \tan\zeta$  olduğundan,  $\eta_m = V \sin\zeta \rightarrow \eta_m = V \sin\zeta$  bulunur. Yânî, elektrik alanı çift fonksiyonlu olduğu için dik kartezyen koordinat sisteminin 1. kadranda çözümlerle karşılaşırız.

Sonuç: Çift fonksiyonlu elektrik alanında, ( $\theta = 0$ ) ve  $\frac{\alpha_m a}{\alpha_n a} = \frac{\eta_m}{\zeta} = \tan\zeta$  dispersiyonunda  $x = a \rightarrow \zeta = \alpha_n a, \eta = \alpha_m a$  hâli için parametrik koordinatlar

$$\zeta = V \cos\zeta, \quad \eta_m = V \sin\zeta$$

olur.

Sonuç olarak her iki dispersiyon bağıntısı  $\zeta = \alpha_n a, \eta_m = \alpha_m a$  ve  $\zeta = \alpha_n a, \eta_m = \alpha_m a$  halleri için, elektrik alanın çift fonksiyonlu olması hâlinde dik kartezyen koordinat sisteminin 2. kadranda çözümlerle 1. kadranda çözümler aynı sonucu verdiğinden dolayı dâima 1. kadranda çözümler yeterli olur.

Dalga kılavuzu simetrik ise, o zaman  $\eta_m \rightarrow \eta$  alınacağını unutmamalıdır.

### I) Tek fonksiyonlu elektrik alanın olması hâli:

1a)  $x = -a \rightarrow \zeta = -\alpha_n a, \eta_l = -\alpha_l a$  **Hâli** :  $\theta = 90^\circ$  için dalga kılavuzunun I. bölgesi ile  $-\infty$  [ $x = -a \rightarrow \zeta = -\alpha_n a, \eta_l = -\alpha_l a$ ] ile  $-\infty$ ] arasında yânî dik kartezyen koordinat sisteminin 1. kadranda dispersiyon eşitliği

$$\frac{-\alpha_l a}{-\alpha_n a} = \frac{-\eta_l}{-\zeta} = \tan[(-\zeta + \theta)]$$

olur. Burada  $\theta = 90^\circ$  için

$$\begin{aligned} \zeta &= V \cos(-\zeta + 90^\circ) = V \cos(-\zeta + 90^\circ) = V \cos 90^\circ \cos\zeta + V \sin 90^\circ \sin\zeta \rightarrow \zeta = V \sin\zeta \\ -\eta_l &= V \sin(-\zeta + 90^\circ) = V \sin(-\zeta + 90^\circ) = V \sin\zeta \cos 90^\circ - V \cos\zeta \sin 90^\circ \rightarrow -\eta_l = -V \sin 90^\circ \cos\zeta \rightarrow -\eta_l = -V \cos\zeta \end{aligned}$$

bulunur. Yânî, elektrik alanı tek fonksiyonlu olduğunda dik kartezyen koordinat sisteminin 4. kadranda çözümlerle karşılaşırız.

Sonuç: Tek fonksiyonlu elektrik alanında, ( $\theta = 90^\circ$ ) ve  $\frac{-\alpha_l a}{\alpha_n a} = \frac{-\eta_l}{-\zeta} = \tan(-\zeta + 90^\circ)$  dispersiyonunda:



$x = -a \rightarrow \zeta = -\alpha_n a, \eta = -\alpha_l a$  hâli için parametrik koordinatlar

$$\zeta = V \sin \zeta, \quad \eta = V \cos \zeta$$

olur.

1b)  $x = a \rightarrow \zeta = \alpha_n a, \eta_m = \alpha_m a$  Hââl:  $\theta = 90^\circ$  için dalga kılavuzunun III. bölgesi ile  $\infty [x = a \rightarrow \zeta = \alpha_n a, \eta = \alpha_m a]$  ile  $\infty$  arasında yânî dik kartezyen koordinat sisteminde dispersiyon eşitliği

$$\frac{\alpha_m a}{\alpha_n a} = \frac{\eta_m}{\zeta} = \tan(\zeta - \theta)$$

olur. Burada  $\theta = 90^\circ$  için  $\zeta = V \cos(\zeta - 90^\circ) = V \cos \zeta \cos 90^\circ + V \sin \zeta \sin 90^\circ \rightarrow \zeta = V \sin \zeta$ ,  $\eta_m = V \sin(\zeta - 90^\circ) = -V \sin \zeta \cos 90^\circ + V \cos \zeta \sin 90^\circ \rightarrow \eta_m = V \cos \zeta$  bulunur. Yânî, tek fonksiyonlu elektrik için dik kartezyen koordinat sisteminin 2. kadrantındaki çözümlerle karşılaşıyoruz.

Sonuç: Tek fonksiyonlu elektrik alanında, ( $\theta = 90^\circ$ ) ve  $\frac{\alpha_m a}{\alpha_n a} = \frac{\eta_m}{\zeta} = \tan(\zeta + 90^\circ)$

dispersiyonunda:

$x = a \rightarrow \zeta = \alpha_n a, \eta_m = \alpha_m a$  hâli için parametrik koordinatlar

$$\zeta = V \sin \zeta$$

$$\eta_m = V \cos \zeta$$

olur. Dalga kılavuzu simetrik ise, o zaman  $\eta_m \rightarrow \eta$  alınacağını unutmamalıdır.

**Sonuç: Meselâ, simetrik bir dalga kılavuzunda çift fonksiyonlu elektrik alanında parametrik koordinatlar:**

1)  $x = -a \rightarrow \zeta = -\alpha_n a, \eta = -\alpha_l a$

$$\zeta = V \cos \zeta$$

$$\eta = V \sin \zeta$$

2)  $x = a \rightarrow \zeta = \alpha_n a, \eta = \alpha_m a$

$$\zeta = V \cos \zeta, \quad \eta = V \sin \zeta$$

Bu sonuç çift fonksiyonlu elektrik alanında parametrik koordinatların 1. kadranda incelenebileceğini gösterir.

Çift fonksiyonlu elektrik alanında parametrik koordinatların absis ve koordinatlarının her ikisi birden 1. kadrantadır. Herhangi çift  $f(x)$  fonksiyonunda  $f(x) = f(-x)$ 'den dolayı,  $\zeta \rightarrow -\zeta$  absis noktası değişmiyorsa, bu özellik çift fonksiyon özelliğidir:  $\zeta = V \cos(-\zeta) = V \cos \zeta$ .

**Sonuç: Tek fonksiyonlu elektrik alanında parametrik koordinatlar**

1)  $x = -a \rightarrow \zeta = -\alpha_n a, \eta = -\alpha_l a$

$$\zeta = V \sin \zeta, \quad \eta = V \cos \zeta$$

$$2) \quad x = a \rightarrow \zeta = \alpha_{II} a, \quad \eta = \alpha_{III} a$$

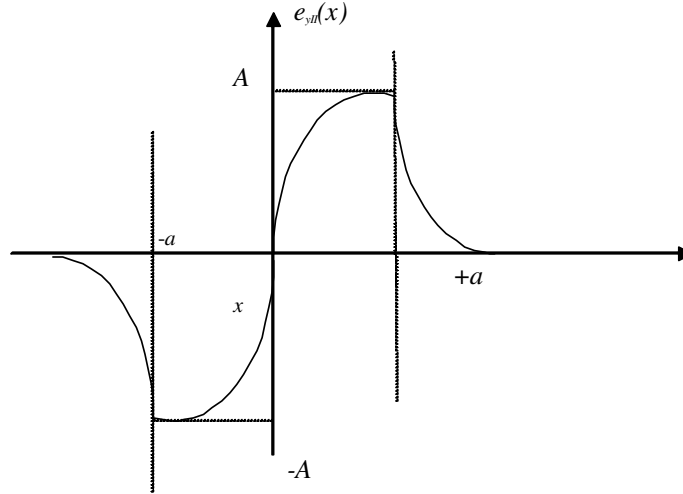
$$\zeta = V \sin \zeta, \quad \eta = V \cos \zeta$$

Bu sonuç tek fonksiyonlu elektrik alanında parametrik koordinatların absis ve koordinatlarının, çift fonksiyonlu alana göre tamâmen yer değiştirdiklerini gösterir. Herhangi tek  $f(x)$  fonksiyonunda  $f(x) = -f(-x)$ 'den dolayı,  $\zeta = 0$  alındığında orijine göre bir simetri elde edilirse, bu bir tek fonksiyon tanımıdır. Gerçekten, I. kadranda  $\zeta = V \sin \zeta$  parametresi  $\zeta \rightarrow -\zeta$  için  $-\zeta = V \sin \zeta$  olduğundan, bu bir tek fonksiyonu tanımlar: Yâni,  $V \sin(-\zeta) = -V \sin \zeta$ 'dir. Nitekim, I. kadranda  $\zeta = 0$  alınrsa, bulunan pozitif koordinat noktası ( $\zeta = 0, \eta = V$ ), III. kadranda  $\zeta = 0$  alınrsa, bulunan negatif koordinat noktasının, ( $\zeta = 0, \eta = -V$ ), orijine göre tamâmen simetriği olur ki, bu da tek fonksiyonun özelliğini verir.

Tek fonksiyonlu elektrik alanında parametrik koordinatların absis ve koordinatlarının, çift fonksiyonlu alana göre tamâmen yer değiştirdiklerini

$$\alpha_{III} / \alpha_{II} = \alpha_I / \alpha_{II} = \alpha_{I,III} / \alpha_{II} = -\cot(\alpha_{II} a) = -\cot \zeta$$

eşitliğinden hareket ederek görmek mümkündür.



$$4) \quad \alpha_{II}^2 = \frac{k_{II}^2 - k_I^2}{\tan^2(\alpha_{II} a - \theta) + 1} = \frac{k_o^2}{\tan^2(\alpha_{II} a - \theta) + 1} (n_{II}^2 - n_I^2) = \frac{k_o^2}{\tan^2(\alpha_{II} a + \theta) + 1} (n_{II}^2 - n_{III}^2)$$

$$\tan(\alpha_{II}a - \theta) = \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} \rightarrow \tan^2(\alpha_{II}a - \theta) + 1 = \frac{\alpha_I^2}{\alpha_{II}^2} + 1 = \frac{\alpha_{II}^2 + \alpha_I^2}{\alpha_{II}^2} \rightarrow \alpha_{II}^2 = \frac{\alpha_{II}^2 + \alpha_I^2}{\tan^2(\alpha_{II}a - \theta) + 1}$$

$$\alpha_{II}^2 + \alpha_I^2 = k_{II}^2 - k_I^2 \rightarrow \alpha_{II}^2 = \frac{\alpha_{II}^2 + \alpha_I^2}{\tan^2(\alpha_{II}a - \theta) + 1} = \frac{k_{II}^2 - k_I^2}{\tan^2(\alpha_{II}a - \theta) + 1}$$

$$= \frac{k_o^2}{\tan^2(\alpha_{II}a - \theta) + 1} (n_{II}^2 - n_I^2)$$

$$\tan(\alpha_{II}a + \theta) = \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} \rightarrow \alpha_{II}^2 = \frac{\alpha_{II}^2 + \alpha_{III}^2}{\tan^2(\alpha_{II}a - \theta) + 1} = \frac{k_{II}^2 - k_{III}^2}{\tan^2(\alpha_{II}a + \theta) + 1}$$

$$= \frac{k_o^2}{\tan^2(\alpha_{II}a + \theta) + 1} (n_{II}^2 - n_{III}^2)$$

5)

$$\cos(\zeta - \theta) = \frac{\alpha_{II}}{\sqrt{\alpha_{II}^2 + \alpha_I^2}} = \frac{\alpha_{II}}{\sqrt{k_{II}^2 - k_I^2}} = \frac{\alpha_{II}}{k_o} \frac{1}{\sqrt{n_{II}^2 - n_I^2}} = \frac{\alpha_{II}}{NA_I k_o}$$

$$\cos(\zeta + \theta) = \frac{\alpha_{II}}{\sqrt{\alpha_{II}^2 + \alpha_{III}^2}} = \frac{\alpha_{II}}{\sqrt{k_{II}^2 - k_{III}^2}} = \frac{\alpha_{II}}{k_o} \frac{1}{\sqrt{n_{II}^2 - n_{III}^2}} = \frac{\alpha_{II}}{NA_{III} k_o}$$

$$\tan(\alpha_{II}a - \theta) = \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} \rightarrow \tan^2(\alpha_{II}a - \theta) + 1 = \frac{1}{\cos^2(\alpha_{II}a - \theta)} = \frac{\alpha_I^2}{\alpha_{II}^2} + 1 = \frac{\alpha_{II}^2 + \alpha_I^2}{\alpha_{II}^2}$$

$$\cos^2(\alpha_{II}a - \theta) = \frac{\alpha_{II}^2}{\alpha_{II}^2 + \alpha_I^2} \rightarrow \cos(\alpha_{II}a - \theta) = \frac{\alpha_{II}}{\sqrt{\alpha_{II}^2 + \alpha_I^2}}, \alpha_{II}^2 + \alpha_I^2 = k_{II}^2 - k_I^2$$

$$\cos(\alpha_{II}a - \theta) = \frac{\alpha_{II}}{\sqrt{k_{II}^2 - k_I^2}} = \frac{\alpha_{II}}{k_o} \frac{1}{\sqrt{n_{II}^2 - n_I^2}} = \frac{\alpha_{II}}{NA_I k_o}$$

$$\tan(\alpha_{II}a + \theta) = \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} \rightarrow \tan^2(\alpha_{II}a + \theta) + 1 = \frac{1}{\cos^2(\alpha_{II}a + \theta)} = \frac{\alpha_{III}^2}{\alpha_{II}^2} + 1 = \frac{\alpha_{II}^2 + \alpha_{III}^2}{\alpha_{II}^2}$$

$$\cos^2(\alpha_{II}a + \theta) = \frac{\alpha_{II}^2}{\alpha_{II}^2 + \alpha_{III}^2} \rightarrow \cos(\alpha_{II}a + \theta) = \frac{\alpha_{II}}{\sqrt{\alpha_{II}^2 + \alpha_{III}^2}}, \alpha_{II}^2 + \alpha_{III}^2 = k_{II}^2 - k_{III}^2$$

$$\cos(\alpha_{II}a + \theta) = \frac{\alpha_{II}}{\sqrt{k_{II}^2 - k_{III}^2}} = \frac{\alpha_{II}}{k_o} \frac{1}{\sqrt{n_{II}^2 - n_{III}^2}} = \frac{\alpha_{II}}{NA_{III} k_o}$$

6)  $\zeta = V \sin \zeta$ ,  $\eta = V \cos \zeta$  koordinat parametrelerinin

$$\alpha_{III} / \alpha_{II} = \frac{\eta}{\zeta} = -\cot(\alpha_{II}a) = -\cot \zeta$$

dispersion eşitliğinden elde edildiğini görelim:

$$\frac{\eta^2}{\zeta^2} = \cot^2(\alpha_{II} a) = \cot^2 \zeta \rightarrow \frac{\eta^2}{\zeta^2} + 1 = 1 + \cot^2 \zeta \rightarrow \frac{\eta^2 + \zeta^2}{\zeta^2} = \frac{V^2}{\zeta^2} = 1 + \cot^2 \zeta$$

$$\frac{V^2}{\zeta^2} = \frac{1}{\sin^2 \zeta} \rightarrow \zeta = V \sin \zeta, \quad \frac{\eta^2}{\zeta^2} = \cot^2 \zeta \rightarrow \frac{\zeta^2}{\eta^2} = \tan^2 \zeta \rightarrow \frac{\zeta^2}{\eta^2} = \tan^2 \zeta$$

$$\frac{\zeta^2 + \eta^2}{\eta^2} = \frac{V^2}{\eta^2} = 1 + \tan^2 \zeta = \frac{1}{\cos^2 \zeta} \rightarrow \eta = V \cos \zeta$$

$$\zeta = V \sin \zeta, \quad \eta = V \cos \zeta$$

### 5.3. Yarıiletken Planar Çift Farklı Yapılı Lazerlerde Taşıyıcılara âit Temel Modların Özellikleri

Kuantum çukurunda en düşük modlu çift fonksiyonlu elektrik alanı için kosinüslü ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için sinüslü fonksiyonun bulunduğu görülmektedir. Bunların daha yakından incelenmesi için çukur potansiyeli yok iken (çukur potansiyeli yoksa kuantum çukuru bir potansiyel çukuru özelliğindedir)  $2a$  genişlikli iki duvara sâhip olan bir dikdörtgen biçimli kuantum çukuru içine bir boyutta hapsedilmiş bir taşıyıcıya âit çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarını

$$E_{y_{II}}(x)^{(n)} = a_{II} \cos(n\pi x/2a), \quad n=1, 3, 5, \dots (n \text{ tek sayı}) \quad (21)$$

$$e_{y_{II}}(x)^{(n)} = b_{II} \sin(n\pi x/2a), \quad n=0, 2, 4, \dots (n \text{ çift sayı}) \quad (22)$$

olsun. Denklem (21) ve (22)'de  $n=0$  için  $e_{y_{II}}=0$  and  $E_{y_{II}} = \text{Sâbit}$ 'tir ve bunların fiziksel anlamları yoktur.  $n$ 'in negatif değerlerine âit çözümler, onun pozitif değerlerinin lineer bağımlısı değildir. Bu sebepten,  $n$ 'in bütün pozitif değerlerine âit olan ayırık enerji seviyelerinin sonsuz sonucu vardır. Yani,  $|E_y|^2$ 'nin ya da  $|e_y|^2$ 'nin fiziksel bir anlamı olduğu için  $(-n)$  ile belirlenen bir enerji durumu,  $(+n)$  ile belirlenen enerji durumu ile aynıdır. Bu yüzden, (21) ve (22)'de mod numaralarını temsil eden  $n$ 'nin sâdece pozitif değerlerini almak yeter. Potansiyel çukuru içine hapsedilen  $n$  modlu bir fonksiyon, çukur içinde alt enerji seviyeleri meydana getirir. Bu enerji seviyelerinin öz fonksiyon ve öz değerleri  $v = (n-1)$  seviyesinden başlar.  $v$ , çukur içindeki alanın modunu ve enerji seviyesini gösterir<sup>12</sup>. Bununla berâber aktif bölgeler, kılavuz içinde böyle modların sınırlı bir kısmını nakledilebilir.  $v$  mertebeli kılavuzlanmış bir modun var olma şartı  $a \rangle v\pi/k$  ya da  $v\lambda/2n_{II} \langle a$  ile verilir.  $v=1$  ve  $v=2$  alınırsa, sırasıyla  $\lambda/2n_{II} \langle a$  ve  $\lambda/n_{II} \langle a$  olarak çift ve tek fonksiyonlu en düşük modun meydana geliş şartı elde edilir.

<sup>12</sup> Schiff, L. I., "Quantum Mechanics", McGraw-hill Book Comp., Tokyo, 1982.

Aktif bölgenin genişliği ( $2a$ ) büyümeye başlayınca önce tek modlu alan meydana gelir, bu genişlik arttıkça sonlu sayıda alan modları ortaya çıkar<sup>13</sup>.

Bir yük taşıyıcısının (elektron ya da delik) aktif bölge içindeki bir noktada bulunma ihtimâli %100 olduğu için, (\*) ile kompleks eşleniği göstererek ve  $E_{yII}$  ve/veyâ  $e_{yII}$  alanlarını  $u_{yII}$  fonksiyonu ile temsil ederek

$$\int_{-a}^a u_{yII}(x)u_{yII}^*(x)dx = \int_0^{2a} u_{yII}(x)u_{yII}^*(x)dx = 1 \quad (23)$$

entegralini yazabiliriz. Yâni, (23) ifâdesi, yük taşıyıcısının aktif bölge içinde bulunma ihtimâlinin 1 (%100) olduğunu gösterir. (2), (3), (21) ve (22) ifâdeleri (23)'de konularak A, B,  $a_{II}$ , ve  $b_{II}$  sâbitleri

$$A = a_{II} = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\alpha_{II}a + \sin(2\alpha_{II}a)}} = \sqrt{\frac{1}{a + \frac{a}{\pi} \sin \pi}} = \sqrt{\frac{1}{a}}, (\alpha_{II} = \pi/2a) \quad (24)$$

$$B = b_{II} = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\alpha_{II}a - \sin(2\alpha_{II}a)}} = \sqrt{\frac{2}{2a - \frac{a}{\pi} \sin 2\pi}} = \sqrt{\frac{1}{a}}, (\alpha_{II} = \pi/a) \quad (25)$$

olarak bulunurlar.

Görüldüğü gibi, çift fonksiyonlu ve tek fonksiyonlu elektrik alanının genlikleri aktif bölgenin yarım genişliğinin kare kökü ile ters orantılıdır. Özel bir hal olarak  $\sin(2\alpha_{II}a) = 0$  durumu,  $2\alpha_{II}a = \pi k$ ,  $k=0,1,2,3,\dots$ , rezonans ilişkisini verir ki bu  $\lambda = 2\pi/\alpha_{II} = 4a/k$  biçiminde yazılabilir. Buna *Fabry-Perot İnterferometresi* denir. Bu etki  $x=-a$  ve  $x=a$  uçları arasında gidip gelen elektrik dalgasının girişimi sonunda ortaya çıkar<sup>14</sup>.

Aktif bölgeye âit çift fonksiyonlu elektrik alanı için  $n=1$  ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için  $n=2$  olarak sırasıyla (21) ve (22)'de elde edilen  $E_{yII}(x)^{(1)}$  ve  $e_{yII}(x)^{(2)}$  alanları

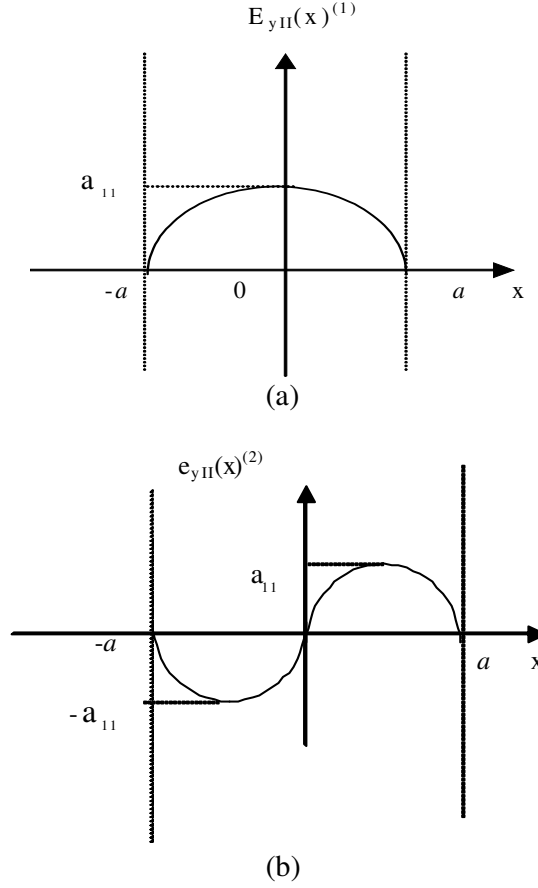
$$E_{yII}(x)^{(1)} = a_{II} \cos(\pi x/2a) \quad (26)$$

$$e_{yII}(x)^{(2)} = b_{II} \sin(\pi x/a) \quad (27)$$

olur. Denklem (26) ve (27)'deki alanlar Şekil 2'de çizilmişlerdir. (2), (3), (21), (22), (26) ve (27) ifâdelerinin (1), (13) ve (14) dalga denklemlerini sağladıklarına dikkat etmelidir.

<sup>13</sup> Syms, R., Cozen, J., "Optical Guided Waves and Devices", McGraw-Hill Book Comp., England, 121, 1992.

<sup>14</sup> Gasiorowicz, S., "Quantum Physics", John Wiley and Sons., New York, 79-80, 1974.



Şekil 2 En düşük alan modlarının değişimleri, (a) Çift fonksiyonlu elektrik alanı  $E_{yII}(x)^{(1)}$ , (b) Tek fonksiyonlu elektrik alanı  $e_{yII}(x)^{(2)}$

Şekil 2’de görüldüğü gibi, bir modlu ve çift fonksiyonlu elektrik alanı  $E_{yII}(x)^{(1)}$ ,  $2a$  genişliği içinde yalnız bir alternansa ve iki modlu ve tek fonksiyonlu elektrik alanı  $e_{yII}(x)^{(2)}$  iki alternansa sâhiptir. (2) ve (3)’de [veyâ (21) ve (22)’de] görüldüğü gibi, A, B (veyâ  $a_{11}$  ve  $b_{11}$ ) sâbitleri  $\alpha_{II}$  propagasyon sâbitinin ve  $a$  uzunluğunun fonksiyonudurlar. Ayrıca, (4)-(7) ifâdelerindeki  $A_1$ ,  $A_m$ ,  $B_1$  ve  $B_m$  sâbitleri,  $x=a$ ’daki alan fonksiyonlarına bağlıdırlar. (2) ve (3) ifâdeleri (21) ve (22) ile karşılaştırılarak, daha önce de görüldüğü gibi,

$$\alpha_{II} = n\pi/2a \quad (28)$$

bulunur.  $V_0 < 0$  çukur potansiyeli (duvar potansiyeli) için ve referans [2] de verilen (13)’deki  $\alpha_{II} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m_{II}^* (V_0 - E_{vII})}$  ile (28) ifâdelerinin eşitlenmesi,  $V_0$  duvar potansiyeline

sâhip olan yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerler için aktif bölgede taşıcılara âit enerjii

$$e_\nu = V_0 - n^2 \hbar^2 \pi^2 / 8m^* a^2, \quad n=\nu = 0, 2, 3, 4, \dots \quad (29)$$

olarak verir. Alan enerji öz değeri çukuru olmayan malzemede

$$E_n = n^2 \hbar^2 \pi^2 / 8m^* a^2 \quad (30)$$

olarak ve  $V_0$  derinliğindeki çukur içinde

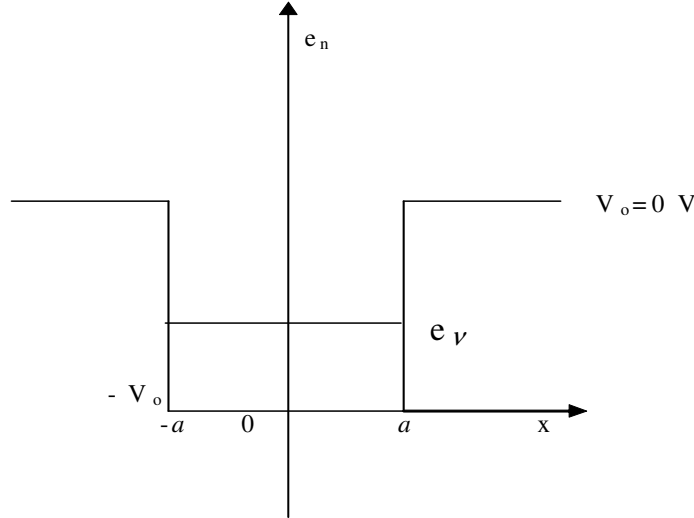
$$e_\nu = V_0 - E_n, \quad n = 0, 2, 3, 4, \dots \quad (31)$$

olarak belirir. Burada  $n$ , alan modu olarak, çift fonksiyonlu elektrik alanı için 1,3,5,..., tek fonksiyonlu elektrik alanı için 0,2,4,..., olarak alınır.  $e_1$  (kuantum sayısı  $\nu = 1$ ) enerji seviyesine taşıyıcının en düşük enerji seviyesi veyâ toprak- enerji seviyesi denir. (29) ifâdesi yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerlerde  $V_0 < 0$  çukur potansiyeli için taşıyıcıların enerji özdeğeri ifâdesini verir.

Eğer çukur potansiyeli  $V_0 > 0$  olarak alınırsa<sup>15</sup>, [13] o zaman taşıyıcıların enerji özdeğeri ifâdesi,

$$e_\nu = -V_0 + n^2 \hbar^2 \pi^2 / 8m^* a^2, \quad (32)$$

olarak bulunur. Şekil 3'deki bir boyutlu kuantum çukurunda görüldüğü gibi,  $n=1$  ve  $n=2$  olarak Şekil 2(a) ve (b)'de, sırasıyla, görülen çift ve tek elektrik alanının en düşük modlarına âit enerji öz değeri (29)'dan hesaplanabilir. Burada  $\nu = 1, 2, 3, \dots$ , çukur içindeki enerji durumlarının ve alanların modlarını belirler<sup>16</sup>.



Şekil 3 Çukur potansiyeli  $V_0$  olan bir kuantum çukuru

<sup>15</sup> Gasiorowicz, S., "Quantum Physics", John Wiley and Sons., New York, 79-80, 1974.

<sup>16</sup> Temiz, M., The Effects of Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes, *Laser Physics, Volume 11, No. 3, 2001, pp.297-305.*

Dikkat edilmelidir ki, (24) ve (25)'deki  $\alpha_{II} = \pi/2a$  ve  $\alpha_{II} = \pi/a$  ilişkileri-ki bunlar sırasıyla (26)'da  $n=1$  için çift fonksiyonlu  $E_{y_{II}}^{(1)}$  elektrik alanı ve (27)'de  $n=2$  için tek fonksiyonlu  $e_{y_{II}}^{(2)}(x)$  elektrik alanına karşı düşen enerji özdeğeri  $E_1$  ve enerji özdeğeri  $E_2$ 'ye karşı düşmektedirler- (24) ve (25)'deki  $\alpha_{II}$ 'nin değerlerinin (13)'deki  $\alpha_{II} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m_{II}^* (V_o - E_v)}$  ifâdesinde yerine konmasıyla sırayla  $n=1$  ve  $n=2$  için (29)'u verir.

En düşük modlu çift fonksiyonlu (26)'daki elektrik alanı  $E_{y_{II}}^{(1)}$  ( $n=1$ ) ve en düşük modlu tek fonksiyonlu (27)'deki elektrik alanı  $e_{y_{II}}^{(2)}$  ( $n=2$ ) fonksiyonları,  $a=1$  için  $x$  ekseninde  $2\pi$  aralığındaki 400 noktada Şekil 4'de hassas olarak çizilmişlerdir. Burada  $e_{y_{II}}^{(2)}$ 'nin periyodunun  $E_{y_{II}}^{(1)}$ 'in periyodundan daha az nokta içerdiği ve görülmektedir. Ayrıca,  $e_{y_{II}}^{(2)}$ 'nin frekansı da  $E_{y_{II}}^{(1)}$ 'in frekansından büyüktür. Bu sebepten,  $e_{y_{II}}^{(2)}$ 'nin enerjisi,  $E_{y_{II}}^{(1)}$ 'in enerjisinden daha büyük olur.  $v=1$ 'den dolayı  $E_{y_{II}}^{(1)}$  1 modlu bir alan,  $v=2$ 'den dolayı  $e_{y_{II}}^{(2)}$  2 modlu bir alandır. Dolayısıyla, tek modlu  $E_{y_{II}}^{(1)}$  alanı, çift modlu  $e_{y_{II}}^{(2)}$  alanından izâfi olarak daha fazla enerji gerektirir. Şekil 4'te 50 noktasında  $e_{y_{II}}^{(2)}$  maksimum değer alırken, 100 noktasında  $E_{y_{II}}^{(1)}$  sıfır değerini almaktadır.  $2a$  aralığındaki 200 ve 400 âdet noktaları, sırasıyla  $e_{y_{II}}^{(2)}$  ve  $E_{y_{II}}^{(1)}$  alanlarının periyotlarının tamamlandıkları noktaları meydana getirirler. Mesela,  $E_{y_{II}}^{(1)}$  için Şekil 4'de  $x$  ekseninde 0 ve 400 noktaları sırasıyla  $\pi/2$  ve  $2\pi$ 'ye karşı düşmektedirler. Bu sebepten, Şekil 4'ün Şekil 2 ile karşılaştırılmasından görülmektedir ki, 200 ve 400 noktaları, sırasıyla sâdece bir tâne pozitif alternansa sâhip olan  $E_{y_{II}}^{(1)}$  için ve bir negatif ve bir pozitif alternansa sâhip olan  $e_{y_{II}}^{(2)}$  için sırasıyla  $(-a)$  ve  $(+a)$  noktalarını temsil ederler. Yâni,  $(-a)$  ve  $(+a)$  noktaları,  $E_{y_{II}}^{(1)}$  ve  $e_{y_{II}}^{(2)}$  için Şekil 4'de  $x$  ekseninde sırasıyla 200 ve 400 noktalarına karşı düşmektedirler. Bu şunu gösterir ki, aktif bölgenin  $2a$  genişliği bu halde  $E_{y_{II}}^{(1)}$  ve  $e_{y_{II}}^{(2)}$  alanları için sırasıyla 400 ve 200 noktadan meydana gelmektedir. Bundan dolayı, buradaki düşünce sistematığına göre dalga boyu  $E_{y_{II}}^{(1)}$  için  $\lambda_e = 4a$  ve  $e_{y_{II}}^{(2)}$  için  $\lambda_o = 2a$  olur<sup>17</sup>. Yâni, dalga boyu (2) ve (26) ifâdeleri için  $\lambda_e = v/\alpha_{II} = v/(\pi/2a) = 2va/\pi$  ve (3) ve (27) ifâdeleri için  $\lambda_o = v/\alpha_{II} = v/(\pi/a) = va/\pi$  olarak elde edilir. Bu sebepten, görülür ki,  $\lambda_e$ 'nin  $\lambda_o$ 'ra oranı 2 olur. Bunun anlamı şunu gösterir:  $e_{y_{II}}^{(2)}(x)$ 'e âit  $f_o$  frekansının  $E_{y_{II}}^{(1)}$ 'e âit  $f_e$  frekansına oranı,  $f_o/f_e$ , 2'dir. Yâni,  $E_{y_{II}}^{(1)}$  ve  $e_{y_{II}}^{(2)}(x)$  alanlarına âit frekanslar sırasıyla  $f_e = v/\lambda_e = v/4a$  ve  $f_o = v/\lambda_o = v/2a$  olarak bulunur. Burada  $v$  dalganın aktif bölgedeki faz hızını gösterir<sup>18</sup>.

Foton enerjisi <sup>19</sup>  $E=hf$  ifâdesine göre  $E_{y_{II}}^{(1)}$  çift fonksiyonlu alanı için  $E_1=hf_e=hv/4a$  ve tek fonksiyonlu  $e_{y_{II}}^{(2)}$  alanı için  $E_2=hf_o=2hv/4a$  ile verilir. Dolayısıyla,  $E_{y_{II}}^{(1)}$  alanına âit  $E_1$  enerjisinin  $e_{y_{II}}^{(2)}$  alanına âit  $E_2$  enerjisine oranı  $E_1/E_2=1/2$  olarak ortaya çıkar. Bu,  $E_{y_{II}}^{(1)}$  alanının  $e_{y_{II}}^{(2)}$  alanından 2 kat daha az enerji gerektirdiğini

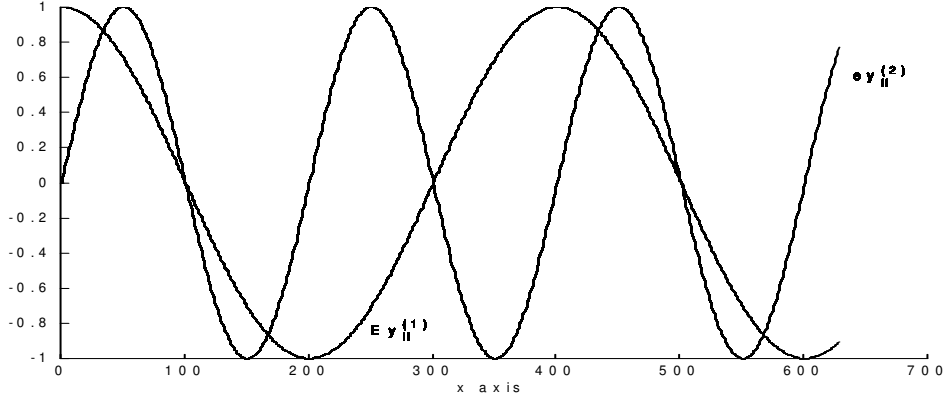
<sup>17</sup> Millman, Halkias, "Electronics Devices and Circuits", McGraw-Hill Book Comp, 65, 1967.

<sup>18</sup> Temiz, M., GaAs-Tabanlı Fiber Glas ve Lazerlerde Kulavuzlanmış Elekt-romanyetik Alan Modlarının İncelenesi, Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergi-si, Cilt 5, Sayı1-2, Sayfa 1083, 1999.

<sup>19</sup> Kroemer, H., "Quantum Mechanics", Prentice Hall, New Jersey, 1994.



gösterir. Başka bir ifadeyle, en düşük mertebeli (modlu) çift fonksiyonlu bir alan için en düşük mertebeli (modlu) tek fonksiyonlu alanın yarısı kadar bir enerji yeterlidir.



Şekil 4 En düşük modlu  $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$  ve  $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$  alanlarının hassas değişimleri

#### Sorular:

1) Kılavuzlanmış bir modun kuantum çukuru içinde var olma şartının  $a \gg v\pi/k$  veya  $4a/\lambda \gg v$  ya da  $\lambda_c \gg v\lambda$  ile verildiğini gösteriniz.

2)  $V_0 \ll 0$  çukur potansiyeli (duvar potansiyeli) için  $e_y = V_0 - n^2 \hbar^2 \pi^2 / 8m^* a^2$  ifâdesini bulunuz.

3) Dalga kılavuzunun dalga boyunu ve faz hızını taşıyıcı kütlesi ve aktif bölge genişliği cinsinden ya da dalganın faz hızını foton enerjisi ya da fotonun frekansı cinsinden bulunuz. Elektronun  $\zeta$  absisini dalga kılavuzunun aktif bölge genişliği ve dalga boyunu ise  $\zeta$  absisi cinsinden bulunuz.

4) Dalga kılavuzunda tek ve çift fonksiyonlu elektrik alanları için frekansı, açısal frekansı ve elektrik alanının sinüzoidal ifâdesini bulunuz.

5)  $A = \sqrt{\frac{2\alpha_n}{2\alpha_n a + \sin(2\alpha_n a)}}$  ifâdesini çıkarınız.

6)  $a_{11} = \sqrt{\frac{1}{a + \frac{a}{\pi} \sin \pi}}$  ifâdesini çıkarınız.

7)  $B = \sqrt{\frac{2\alpha_n}{2\alpha_n a - \sin(2\alpha_n a)}}$  ifâdesini çıkarınız.

8)  $b_n = \sqrt{\frac{2}{2a - \frac{a}{\pi} \sin 2\pi}}$  ifâdesini çıkarınız.

9)  $E_n = n^2 \hbar^2 \pi^2 / 8m^* a^2$  formülünü çıkarınız.

10) Efektif optik genişlik nedir?

11) Modal kazancı târif ediniz.

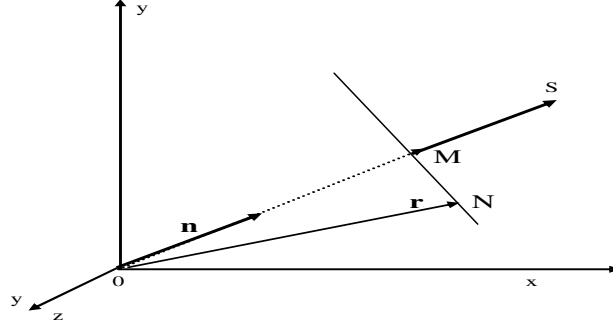
**Cevaplar:**

1) Diyelim ki, bir dik koordinat sistemine göre, şekilde görüldüğü gibi, bir  $x$  eksenine ile  $xOM$  açısı yapan  $s$  doğrultusunu alalım. O zaman  $s$ 'in doğrultusunun  $x$ 'in doğrultusuna göre belirlenmesi şartı altında, düzlem dalganın ifâdesi

$$E(x) = E_s e^{-j\beta s}$$

$$s = \mathbf{n} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{n} \cdot (x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y + z\mathbf{a}_z) = x \cos A + y \cos B + z \cos C$$

olur. Şekildeki  $MN$  doğrusu  $s$  doğrultusunda yayılan dalganın eş faz yüzeyi gösterir. Bu faz yüzeyi üniform düzlem dalga için bir düzlem şeklinde olup şekildeki doğru bunun kesitini göstermektedir. Bu düzlem  $OM = \mathbf{r}$  yer vektörünün ucu tarafından çizilmektedir. Dolayısıyla, belli bir faz yüzeyi  $\mathbf{r}$  vektörünün  $OM$  üzerindeki izdüşümü sâbit olur. Yâni,  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{r} = \text{sâbit}$  yazılabilir. Burada  $\mathbf{n}$  vektörü eş faz yüzeyinin birim normal vektörünü gösterir ki, buna **Dalga Normali** denir.  $\mathbf{r}$  vektörü, her hangi bir değişken yer vektörü olarak düşünüldüğünde,  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{r} = \text{sâbit}$  ifâdesinin  $s$  doğrultusunda yayılan bütün eş faz yüzeylerinin denklemini verdiğine dikkat edilmelidir.



Alanın yeni ifâdesi

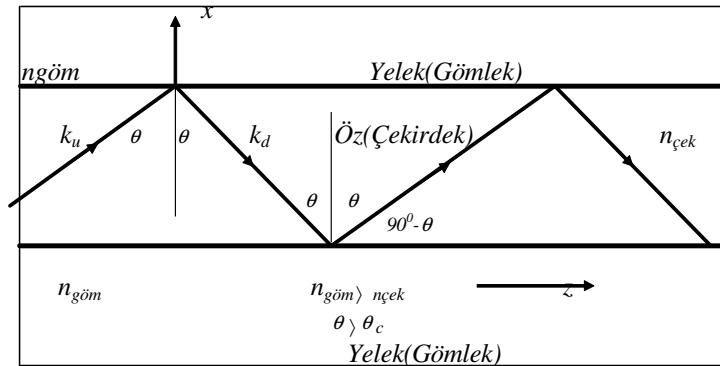
$$E(x) = E_s e^{-j\beta \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}} = E_s e^{-j\beta (x \cos A + y \cos B + z \cos C)}$$

olur. Bu formülü aşağıda geometrisi bulunan kılavuza uyguladığımızda

Yukarı yönlü  $\mathbf{k}_u$  dalga vektörünün  $x$  eksenine ile yaptığı açı :  $\theta$

Yukarı yönlü  $\mathbf{k}_u$  dalga vektörünün  $y$  eksenine ile yaptığı açı :  $90^\circ$

Yukarı yönlü  $\mathbf{k}_u$  dalga vektörünün  $z$  eksenine ile yaptığı açı :  $90^\circ - \theta$



Burada  $x$ 'in pozitif yönlü olduğuna dikkat ediniz.

$$\begin{aligned} E_u(x) &= E_u e^{-jk(x\cos A + y\cos B + z\cos C)} = E_u e^{-jk_u [x\cos\theta + z\cos(90^\circ - \theta)]} \\ &= E_u e^{-jk_u [x\cos\theta + z\sin\theta]} \end{aligned}$$

Aşağı yönlü  $k_d$  dalga vektörünün  $x$  eksenine yaptığı açı :  $\theta$

Aşağı yönlü  $k_d$  dalga vektörünün  $y$  eksenine yaptığı açı :  $90^\circ$

Aşağı yönlü  $k_d$  dalga vektörünün  $x$  eksenine yaptığı açı :  $90^\circ - \theta$

Burada  $x$ 'in negatif yönlü olduğuna dikkat ediniz.

$$E_d(x) = E_d e^{-jk_d(x\cos A + y\cos B + z\cos C)} = E_d e^{-jk_d [-x\cos\theta + z\sin\theta]}$$

Dalganın toplamı:  $|\mathbf{k}_u| = |\mathbf{k}_d| = k$

$$e(x) = E_u(x) + E_d(x) = E_u e^{-jk[x\cos\theta + z\sin\theta]} + E_d e^{-jk[-x\cos\theta + z\sin\theta]}$$

Bu alan aşağıdaki kılavuz geometrisinde görüldüğü gibi  $x=0$ 'da ve  $x=2a$ 'da sıfır olur.

$$e(x=0) = 0 \rightarrow E_u e^{-jkz\sin\theta} + E_d e^{-jkz\sin\theta} = 0, \quad E_u = -E_d$$

$$e(x) = E_u e^{-jk[x\cos\theta + z\sin\theta]} - E_u e^{-jk[-x\cos\theta + z\sin\theta]}$$

$$e(x) = E_u e^{-jkx\cos\theta} e^{-jkz\sin\theta} - E_u e^{jkx\cos\theta} e^{-jkz\sin\theta}$$

$$e(x) = E_u e^{-jkz\sin\theta} [e^{-jkx\cos\theta} - e^{jkx\cos\theta}]$$

$$e(x) = E_u e^{-jkz\sin\theta} [e^{-jkx\cos\theta} - e^{jkx\cos\theta}]$$

$$e(x) = -2jE_u e^{-jkz\sin\theta} \sin(kx\cos\theta) = E e^{-jkz\sin\theta} \sin(kx\cos\theta)$$

$$= -2jE_u e^{-jkz\sin\theta} \sin(kx\cos\theta) = E e^{-jkz\sin\theta} \sin(kx\cos\theta)$$

$$\beta_z = k\sin\theta, \quad E = -2jE_u$$

$$E(x) = E \sin(kx\cos\theta)$$

$$e(x) = E(x) e^{-jk\beta_z z}$$

Burada  $E(x)$  enine alan dağılımıdır.  $\beta_z = k\sin\theta$  faz sabitidir. Dalga vektörünün kılavuz içindeki açısı küçüldükçe faz sabiti küçülür.  $\theta$ 'nın tam değeri ve dolayısıyla

$\beta_z = k\sin\theta$  faz sabiti,  $e(x=2a)=0$  sınır şartından bulunur:

$$e(x) = E(x=2a)e^{-jk\beta_z z} = 0 \rightarrow E(x=2a) = E \sin(2kaco s\theta) = 0$$

$$E(x=2a) = E \sin(2kaco s\theta) = 0 \rightarrow \sin(2kacos \theta) = 0$$

$$\sin(2kacos\theta) = 0 \rightarrow 2kacos\theta = 2v\pi,$$

$$2kacos\theta = 2v\pi, v=0, 1, 2, 3, \dots$$

Bu son denkleme Öz Değer Denklemi denir. Buna enine rezonans şartı olarak bakılabilir. Her bir çözüm,  $n$  mod indisi tarafından belirlenen hapsedilmiş özel bir moda karşı düşer. Bununla beraber, modların yalnızca sâbit olan bir değeri, dalga kılavuzu tarafından desteklenebilir. Şöyle ki,

$$2kacos\theta = 2v\pi \rightarrow \cos\theta = \frac{2v\pi}{2ka} = \frac{v\pi}{ka} > 1$$

ya da

$$\frac{v\pi}{k} > a$$

ise, hiçbir çözüm yoktur. Yâni,

$$\frac{v\pi}{ka} > 1 \rightarrow v\pi > ka \rightarrow \frac{v\pi}{k} > a \rightarrow \frac{v\pi}{n_n k_0} > a \rightarrow \frac{v\lambda}{2n_n} > a$$

ifâdelerinden dolayı bulunan

$$\frac{v\pi}{k} > a \rightarrow \frac{n\lambda}{2n_n} > a$$

eşitsizliği çözümsüzlüğü ifâde eder. Çünkü, bu  $\cos\theta > 1$  şartından doğmuştur. Buradan bir kılavuzlanmış modun mevcûdiyetine ilişkin  $v$  mod numrasını bulmak için  $\cos\theta < 1$  şartından

hareket etmelidir. Çözüm  $\frac{n\lambda}{2n_n} < a$  durumunda bulunur. Yâni, mod numarası, dalga boyu

ve kırılma indisi tarafından belirlenen bu çözüm şartına göre,  $a$  genişliğinin belirlenmiş bu değerden büyük olmalıdır<sup>20</sup>.

Sonuç olarak aktif bölgenin  $a$  genişliği mod numarası, dalga boyu ve kırılma indisi tarafından belirlenen değerden çok küçük ise, hiçbir modun kılavuz tarafından desteklenmesi mümkün olmaz. Meselâ  $n=1$  ise, çift fonksiyonlu bir alanın en düşük modunun kılavuz tarafından desteklenmesinin şartı

$$\frac{\pi}{k} < a \rightarrow \frac{\pi}{k_0 n_n} < a \rightarrow \frac{\pi}{\frac{2\pi}{\lambda} n_n} < a \rightarrow \frac{\lambda}{2n_n} < a$$

<sup>20</sup> Temiz, M., Kuantum-Çukurlu Yariletken Lazerlerde Bazı Özel Çözümler ve Yük Taşıyıcılarının Tuzaklanmaları Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 6, Sayı 2-3, Sayfa 177, 2000.

olmalıdır.

Bu, çift fonksiyonlu (bir modlu) en düşük dalga kılavuzunun  $a$  genişliğini belirleyen bir şarttır.  $\frac{\lambda}{2n_{II}}$  diğeri belirli bir değerde iken  $a$ , hassas şekilde büyümeye başlayınca  $\frac{\lambda}{2n_{II}}$  değerini geçtiğinde, önce bir modlu kılavuzlanmış alan teşekkül eder ve buna tek modlu alan denir.  $a$  biraz daha büyürse, çok modlu kılavuzlanmış alanlar ortaya çıkar.

$$2) \alpha_{II} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m^*(V_o - E_n)} \text{ ifâdesinde } \alpha_{II} = n\pi/2a \text{ kullanılırsa,}$$

$$\alpha_{II} = n\pi/2a = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m^*(V_o - E_n)} \rightarrow n^2 \hbar^2 \pi^2 / 4a^2 = 2m^*(V_o - E_n) \rightarrow V_o - E_n = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8a^2 m^*}$$

bulunur. Eğer  $V_o < 0$  olarak alınırsa (-işâreti peşinen kullanılırsa),

$$e_v = V_o - \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8a^2 m^*}$$

bulunur (formülde artık  $V_o$ .değeri pozitif alınır).

$$3) \text{ Dalga boyu } \lambda = \frac{2\pi}{\alpha_{II}} \text{ olup burada } \alpha_{II} = n\pi/2a = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m^*(V_o - E_n)} \text{ kullanılırsa,}$$

$$\alpha_{II} = n\pi/2a = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m^*(V_o - E_n)} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}} = \frac{h}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}}, \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m^* \frac{1}{2m^*} \left(\frac{n\pi\hbar}{2a}\right)^2}} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{\left(\frac{n\pi\hbar}{2a}\right)^2}} = \frac{4a\pi\hbar}{n\pi\hbar} = \frac{4a}{n}$$

$$n=1 \rightarrow \frac{4a}{n} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}} \rightarrow a = \frac{\pi\hbar}{2\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}}, n=2 \rightarrow a = \frac{\pi\hbar}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}}$$

Burada  $n$  mod numarasıdır;  $n=1$  olarak alınırsa, en düşük mertebeli çift alan fonksiyonunun dalga boyu,  $n=2$  alınırsa en düşük mertebeli tek alan fonksiyonunun dalga boyu elde edilir.

$$\text{Burada en düşük mertebeli çift alan fonksiyonlu bir alanda } a = \frac{\pi\hbar}{2\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}}$$

$$\text{ifâdesi, ve en düşük mertebeli tek alan fonksiyonlu bir alanda } a = \frac{\pi\hbar}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}} \text{ ifâdesi}$$

tasarım için kullanılabilir.

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}} = \frac{h}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}} = \frac{v}{f} \rightarrow v = \frac{2\pi\hbar f}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}} = \frac{\omega\hbar}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}}$$

$$E = \omega\hbar = 2\pi\hbar f = 2\pi f \frac{h}{2\pi} = hf \rightarrow v = \frac{2\pi\hbar f}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}} = \frac{hf}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}} = \frac{E}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}}$$

$$v = \frac{E}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}}$$

$E=hf$  foton enerjisi olduğuna göre, dalganın faz hızını foton enerjisi ya da fotonun frekansı cinsinden bulalım:

$$v = \frac{E}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}} \rightarrow \sqrt{2m^*(V_o - E_n)} = \sqrt{\left(\frac{n\pi\hbar}{2a}\right)^2}$$

$$v = \frac{E}{\frac{n\pi\hbar}{2a}} \rightarrow v = \frac{2aE}{n\pi\hbar} = \frac{2a\omega\hbar}{n\pi\hbar} = \frac{4a\pi\hbar f}{n\pi\hbar} = \frac{4af}{n}$$

$$n = 1 \rightarrow v = \frac{2aE}{\pi\hbar} = \frac{2a\omega\hbar}{\pi\hbar} = \frac{4a\pi\hbar f}{\pi\hbar} = 4af$$

$$n = 2 \rightarrow v = \frac{aE}{\pi\hbar} = \frac{a\omega\hbar}{\pi\hbar} = \frac{2a\pi\hbar f}{\pi\hbar} = 2af$$

Dalganın  $v$  faz hızı cinsinden  $2a$  geometrik genişliği:

$$n = 1 \rightarrow v = \frac{2aE}{\pi\hbar} \rightarrow 2a = \frac{\pi\hbar v}{2E} = \frac{\pi\hbar v}{2\omega\hbar} = \frac{v}{2f}$$

$$n = 2 \rightarrow v = \frac{aE}{\pi\hbar} \rightarrow 2a = \frac{\pi\hbar v}{\omega\hbar} = \frac{v}{f}$$

$$\omega = \alpha_{II} v = \frac{n\pi v}{2a} \rightarrow 2\pi f = \alpha_{II} v = \frac{n\pi v}{2a} \rightarrow f = \frac{nv}{4a}$$

Elektronun  $\zeta$  absisini dalga kılavuzunun aktif bölge genişliği ve dalga boyunu ise  $\zeta$  absisi cinsinden bulalım:

$$\alpha_{II} = n\pi/2a = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m^*(V_o - E_n)} \rightarrow \zeta = \alpha_{II} a = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^*(V_o - E_n)} \rightarrow \sqrt{2m^*(V_o - E_n)} = \frac{\hbar\zeta}{a}$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}} = \frac{2\pi\hbar}{\frac{\zeta\hbar}{a}} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi a}{\zeta}$$

Burada çukur derinliği de

$$\sqrt{2m^*(V_o - E_n)} = \frac{\hbar\zeta}{a} \rightarrow V_o = \frac{\hbar^2}{2m^*a^2} (\zeta^2 + \frac{n^2\pi^2}{4})$$

olarak bulunabilir.

4)Elektrik alanının sinizoidal ifâdesini bulunuz.

$$\omega = \alpha_n v = \frac{n\pi v}{2a} \rightarrow 2\pi f = \alpha_n v = \frac{n\pi v}{2a} \rightarrow f = \frac{nv}{4a}$$

$$E_{yII} = A \cos(\alpha_n x - \omega t - \theta) = A \cos\left(\frac{1}{\hbar \sqrt{2m^*(V_o - E_n)}} x - \frac{n\pi}{2a} \frac{E}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}} t - \theta\right)$$

$$\begin{aligned} E_{yII} &= A \cos\left(\frac{1}{\hbar \sqrt{2m^*(V_o - E_n)}} x - \frac{n\pi}{2a} \frac{E}{\hbar} t - \theta\right) = A \cos\left(\frac{1}{\hbar \sqrt{2m^*(V_o - E_n)}} x - \frac{n\pi}{2a} \frac{E}{\hbar} t - \theta\right) \\ &= A \cos\left(\frac{1}{\hbar \sqrt{2m^*(V_o - E_n)}} x - \frac{v\pi n}{2a} t - \theta\right) \end{aligned}$$

$$\text{Çift fonksiyonlu elektrik alanı: } E_{yII} = A \cos(\alpha_n x - \omega t), \quad E_{yII} = A \cos\left(\alpha_n x - \frac{\pi v}{2a} t\right)$$

$$\text{Te fonksiyonlu elektrik alanı: } e_{yII} = A \cos(\alpha_n x - \omega t), \quad E_{yII} = A \cos\left(\alpha_n x - \frac{\pi v}{a} t\right)$$

$$5) A = \sqrt{\frac{2\alpha_n}{2\alpha_n a + \sin(2\alpha_n a)}} \text{ ifâdesini çıkarmak için}$$

$$\int_{-a}^a u_{yII}(x) u_{yII}(x)^* dx = \int_0^a u_{yII}(x) u_{yII}(x)^* dx = 1$$

denklemden hareket edilir.

$$\begin{aligned} \int_{-a}^a u_{yII}(x) u_{yII}(x)^* dx &= \int_{-a}^a [A \cos(\alpha_n x - \theta)] [A \cos(\alpha_n x - \theta)]^* dx = \int_{-a}^a A^2 \cos^2(\alpha_n x - \theta) dx = \\ &= \frac{A^2}{2} \int_{-a}^a [1 + \cos 2(\alpha_n x - \theta)] dx \rightarrow 2a + \int_{-a}^a \cos 2(\alpha_n x - \theta) dx = \frac{2}{A^2} \rightarrow 2a + \frac{1}{2\alpha_n} \sin 2(\alpha_n x - \theta) \Big|_{x=-a}^{x=a} = \frac{2}{A^2} \\ &= 2a + \frac{1}{2\alpha_n} \sin 2(\alpha_n x - \theta) \Big|_{x=-a}^{x=a} = \frac{2}{A^2} \rightarrow 2a + \frac{1}{2\alpha_n} [\sin 2(\alpha_n a - \theta) - \sin 2(-\alpha_n a - \theta)] = \frac{2}{A^2} \\ 2a + \frac{1}{2\alpha_n} [\sin 2(\alpha_n a - \theta) - \sin 2(-\alpha_n a - \theta)] &= \frac{2}{A^2} \rightarrow 2a + \frac{1}{2\alpha_n} [\sin 2(\alpha_n a - \theta) + \sin 2(\alpha_n a + \theta)] = \frac{2}{A^2} \\ 2a + \frac{1}{2\alpha_n} [\sin 2(\alpha_n a - \theta) + \sin 2(\alpha_n a + \theta)] &= \frac{2}{A^2} \rightarrow 2a + \frac{1}{2\alpha_n} [2 \sin 2(\alpha_n a) \cos 2\theta] = \frac{2}{A^2} \\ 2a + \frac{1}{2\alpha_n} [2 \sin 2(\alpha_n a) \cos 2\theta] &= \frac{2}{A^2} \rightarrow 2\alpha_n a + \sin(2\alpha_n a) \cos 2\theta = \frac{2\alpha_n}{A^2} \end{aligned}$$

$$2\alpha_n a + \sin(2\alpha_n a) \cos 2\theta = \frac{2\alpha_n}{A^2} \rightarrow A = \sqrt{\frac{2\alpha_n}{2\alpha_n a + \sin(2\alpha_n a) \cos 2\theta}}$$

$\alpha_n = \pi/2a$  için  $\theta = 0$  alınır. O zaman

$$\alpha_n = \pi/2a, A = \sqrt{\frac{2\alpha_n}{2\alpha_n a + \sin(2\alpha_n a) \cos 2\theta}} \Big|_{\theta=0} = \sqrt{\frac{2\pi/2a}{\pi + \sin(\pi)}} = \sqrt{\frac{1}{a}},$$

ve çift fonksiyonlu elektrik alanı için  $\theta = 90^\circ$  alınır:

$$B = \sqrt{\frac{2\alpha_n}{2\alpha_n a + \sin(2\alpha_n a) \cos 2\theta}} \Big|_{\theta=90^\circ} = \sqrt{\frac{2\alpha_n}{2\alpha_n a - \sin(2\alpha_n a)}} = \sqrt{\frac{1}{a}}$$

$$6) a_n = \sqrt{\frac{1}{a + \frac{a}{\pi} \sin \pi}} \quad (\alpha_n = \pi/2a) \text{ ifâdesini çıkarmak için.}$$

$$\int_{-a}^a u_{y_n}(x) u_{y_n}(x)^* dx = \int_0^{2a} u_{y_n}(x) u_{y_n}(x)^* dx = 1$$

denklemden hareket edilir.

$$\begin{aligned} \int_{-a}^a u_{y_n}(x) u_{y_n}(x)^* dx &= \\ \int_{-a}^a a_n \cos \frac{\pi x}{2a} (a_n \cos \frac{\pi x}{2a})^* dx &= \int_{-a}^a a_n^2 \cos^2 \frac{\pi x}{2a} dx = \frac{a_n^2}{2} \int_{-a}^a (1 + \cos \frac{\pi x}{a}) dx = 1 \\ &= \frac{a_n^2}{2} \int_{-a}^a (1 + \cos \frac{\pi x}{a}) dx = \frac{a_n^2}{2} \int_{-a}^a (1 + \cos(kx)) dx = \frac{a_n^2}{2} \int_{-a}^a (1 + \cos(kx)) dx \\ &= [x + \frac{1}{k} \sin kx] \Big|_{x=-a}^{+a} = 1, \quad k = \frac{\pi}{a} \\ &= \frac{a_n^2}{2} [x + \frac{1}{k} \sin kx] \Big|_{x=-a}^{+a} = \frac{a_n^2}{2} [x + \frac{1}{k} \sin kx] \Big|_{x=-a}^{+a} = \frac{a_n^2}{2} [2a + \frac{1}{k} \sin ka - \sin(-ka)] = \frac{a_n^2}{2} [2a + \frac{1}{k} 2 \sin ka] = 1 \\ &\frac{a_n^2}{2} [2a + \frac{1}{k} 2 \sin ka] = a_n^2 [a + \frac{1}{k} \sin ka] = 1 \rightarrow a_n = \frac{1}{\sqrt{a + \frac{1}{k} \sin ka}} \end{aligned}$$

$E_{y_n}(x)^{(n)} = a_n \cos(n\pi x/2a)$  denklemine göre çift fonksiyonlu elektrik alanı için  $\alpha_n = \pi/2a = k/2$ ; olduğu açıktır. Buna göre, çift fonksiyonlu elektrik alanı için



$$a_{11} = \frac{1}{\sqrt{a + \frac{1}{k} \text{Sinka}}} \Big|_{k=\pi/a} = \frac{1}{\sqrt{a + \frac{1}{\pi} \text{Sin}\pi}} = \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a + \frac{1}{k} \text{Sinka}}} \Big|_{k=2\alpha_{11}} = \frac{1}{\sqrt{a + \frac{1}{2\alpha_{11}} \text{Sin}2\alpha_{11}a}} \Big|_{k=2\alpha_{11}}$$

$$a_{11} = \frac{1}{\sqrt{a + \frac{1}{2\alpha_{11}} \text{Sin}2\alpha_{11}a}} \Big|_{k=2\alpha_{11}} = \sqrt{\frac{2\alpha_{11}}{2\alpha_{11}a + \text{Sin}2\alpha_{11}a}} \text{ olur.}$$

$$7) B = \sqrt{\frac{2\alpha_{11}}{2\alpha_{11}a + \text{Sin}(2\alpha_{11}a)\text{Cos}2\theta}} \Big|_{\theta=90^\circ} = \sqrt{\frac{2\alpha_{11}}{2\alpha_{11}a - \text{Sin}(2\alpha_{11}a)}} \text{ ifâdesini çıkarmak için}$$

$$\int_{-a}^a u_{y_{11}}(x)u_{y_{11}}(x)^* dx = \int_0^{2a} u_{y_{11}}(x)u_{y_{11}}(x)^* dx = 1$$

ifâdesinden başlanır:

$$\int_{-a}^a u_{y_{11}}(x)u_{y_{11}}(x)^* dx = \int_0^{2a} u_{y_{11}}(x)u_{y_{11}}(x)^* dx = 1$$

veyâ

$$\int_{-a}^a B^2 \sin^2 \frac{\pi x}{2a} dx = \int_{-a}^a B^2 \sin^2(\alpha_{11}x) dx =$$

$$\frac{B^2}{2} \int_{-a}^a (1 - \cos^2(2\alpha_{11}x)) dx = \frac{B^2}{2} \int_0^{2a} (1 - \cos^2(2\alpha_{11}x)) dx = 1$$

$$= \frac{B^2}{2} \int_0^{2a} (1 - \cos^2(2\alpha_{11}x)) dx = \frac{B^2}{2} \left[ x \Big|_{x=0}^{x=2a} - \frac{1}{2\alpha_{11}} \sin^2(2\alpha_{11}x) \Big|_{x=0}^{x=2a} \right] = 1$$

$$2a - \frac{1}{2\alpha_{11}} \sin(4\alpha_{11}a) = \frac{2}{B^2} \rightarrow B = \sqrt{\frac{4\alpha_{11}}{4\alpha_{11}a - \sin(4\alpha_{11}a)}} = \sqrt{\frac{4\alpha_{11}}{4\alpha_{11}a - 2\sin(2\alpha_{11}a)\cos(2\alpha_{11}a)}}$$

$$= \sqrt{\frac{2\alpha_{11}}{2\alpha_{11}a - \sin(2\alpha_{11}a)\cos(2\alpha_{11}a)}}, \alpha_{11} = \pi/a \rightarrow \pi = a\alpha_{11},$$

$$\sqrt{\frac{2\alpha_{11}}{2\alpha_{11}a - \sin(2\alpha_{11}a)\cos(2\alpha_{11}a)}} = \sqrt{\frac{2\alpha_{11}}{2\alpha_{11}a - \sin(2\alpha_{11}a)\cos(2\pi)}} = \sqrt{\frac{2\alpha_{11}}{2\alpha_{11}a - \sin(2\alpha_{11}a)}}$$

$$= \sqrt{\frac{2\pi/a}{2\pi - \sin(2\pi)}} = \sqrt{\frac{1}{a}}$$

$$B = \sqrt{\frac{2\alpha_{11}}{2\alpha_{11}a - \sin(2\alpha_{11}a)}}$$

Gerek çift ve gerekse tek fonksiyonlu elektrik alanı için  $A=B=\sqrt{\frac{1}{a}}$  görülmektedir. O zaman

$$E_{y_n} = A \cos(\alpha_n x - \theta)$$

alanları çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanları

$$E_{y_n} = \frac{1}{a} \cos\left(\frac{\pi n}{2a} x\right), \quad n=1, 3, 5, \dots$$

$$e_{y_n} = \frac{1}{a} \sin\left(\frac{\pi m}{2a} x\right), \quad m=0, 2, 4, \dots$$

olarak yazılabilir.

$$8) b_n = \sqrt{\frac{2}{2a - \frac{a}{\pi} \sin 2\pi}} \text{ ifâdesini çıkarmak için.}$$

$$\int_{-a}^a u_{y_n}(x) u_{y_n}(x)^* dx = \int_0^{2a} u_{y_n}(x) u_{y_n}(x)^* dx = 1$$

denklemden hareket edilir.

$$\begin{aligned} \int_{-a}^a u_{y_n}(x) u_{y_n}(x)^* dx &= \int_{-a}^a b_n \sin \frac{\pi x}{2a} (b_n \sin \frac{\pi x}{2a})^* dx = \int_{-a}^a b_n^2 \sin^2 \frac{\pi x}{2a} dx \\ &= \frac{b_n^2}{2} \int_{-a}^a (1 - \cos \frac{2\pi x}{a}) dx = 1 \\ &= \frac{b_n^2}{2} \int_{-a}^a (1 - \cos \frac{2\pi x}{a}) dx = \frac{b_n^2}{2} \int_{-a}^a (1 - \cos(2kx)) dx = \frac{b_n^2}{2} \int_{-a}^a (1 - \cos(2kx)) dx \\ &= \left[ x - \frac{1}{k} \sin 2kx \right]_{x=-a}^{+a} = 1, \quad k = \frac{\pi}{a} \\ &= \frac{b_n^2}{2} \left[ x - \frac{1}{k} \sin 2kx \right]_{x=-a}^{+a} = \frac{b_n^2}{2} \left[ x - \frac{1}{2k} \sin 2kx \right] = \frac{b_n^2}{2} [2a - \frac{1}{2k} \sin 2ka - \sin 2(-ka)] = 1 \\ &= \frac{b_n^2}{2} [2a - \frac{1}{2k} 2 \sin 2ka] \end{aligned}$$

$$\frac{b_n^2}{2} [2a - \frac{1}{2k} 2 \sin(2ka)] = \frac{b_n^2}{2} [2a - \frac{1}{2k} 2 \sin(2ka)]$$

$$= b_n^2 [2a - \frac{1}{2k} 2 \sin(2ka)] = 2$$

$$b_n^2 [2a - \frac{1}{k} \sin(2ka)] = 2 \rightarrow b_n^2 [2a - \frac{1}{k} \sin(2ka)]$$

$$= 2 \rightarrow b_n^2 [2a - \frac{1}{k} \sin(2ka)] = 2$$

$$\begin{aligned} \rightarrow b_{11} &= \sqrt{\frac{2}{2a - \frac{1}{k} \sin(2ka)}}, k = \pi/a = \alpha_n, & b_{11} &= \sqrt{\frac{2}{2a - \frac{1}{k} \sin(2ka)}} \Big|_{k = \alpha_n} \\ &= \sqrt{\frac{2}{2a - \frac{1}{\alpha_n} \sin(2\alpha_n a)}} \\ &= \sqrt{\frac{2\alpha_n}{2a\alpha_n - \sin(2\alpha_n a)}}, b_{11} = \sqrt{\frac{2}{2a - \frac{1}{k} \sin(2ka)}} \Big|_{k = \pi/a} = \sqrt{\frac{2}{2a - \frac{a}{\pi} \sin(2\pi)}} \end{aligned}$$

Sonuç.

$$\begin{aligned} A = a_n &= \sqrt{\frac{2\alpha_n}{2\alpha_n a + \sin(2\alpha_n a)}} = \sqrt{\frac{1}{a + \frac{a}{\pi} \sin\pi}}, (\alpha_n = \pi/2a) \\ B = b_n &= \sqrt{\frac{2\alpha_n}{2\alpha_n a - \sin(2\alpha_n a)}} = \sqrt{\frac{2}{2a - \frac{a}{\pi} \sin 2\pi}}, (\alpha_n = \pi/a). \end{aligned}$$

9)  $E_n = n^2 \hbar^2 \pi^2 / 8m^* a^2$  formülünü momentumdan giderek çıkaralım. Çift ve tek elektrik alanları, elektron gibi, yük taşıyıcılarını temsil ederler. Başka bir ifadeyle, bu alanlar elektronu gösterir. Elektronları temsil eden bu alanlar, kuantum çukuru tarafından hapsedilirler. Öyle ki, bunlar çukur çeperlerinde sıfır olacak şekilde çukura uyum gösterirler. Dolayısıyla, bu durum, yarım ( $\lambda/2$ ) Broglie dalgasının  $2a$ 'ya eşit olmasıyla sağlanır:

$$2a = n \frac{\lambda}{2}, \quad n=1, 2, 3, \dots$$

Yüklü tâneğin  $x$  doğrultusundaki  $p$  momentumu ile dalga boyu arasındaki  $\lambda = h/p$  olup burada  $h = 2\pi\hbar$  ile verilen Planck sâbitidir.

$$\lambda = h/p \rightarrow p = h/\lambda$$

Broglie ilişkisi olduğu için

$$\lambda = n4a \rightarrow p = nh/4a = 2\pi\hbar n/4a = \pi\hbar n/2a$$

ya da yüklü taşıyıcının enerjisi

$$E_n = \frac{p^2}{2m^*} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{8m^* a^2}$$

bulunur. Bu enerji öz değeri, elektronun (yüklü tâneğin) enerjisinin kuantize olduğunu gösterir.

10) Efektif optik genişlik (EOG):

$$\begin{aligned}
EOG &= \frac{\int_{-a}^a E_{yII}(x)E_{yII}(x) dx}{\int_{-a}^a E_{yII}(0)E_{yII}(0) dx} = \frac{\int_{-a}^a |E_{yII}(x)|^2 dx}{\int_{-a}^a |E_{yII}(0)|^2 dx} = \frac{\int_{-a}^a |A \cos(\alpha_{II}x - \theta)|^2 dx}{\int_{-a}^a |A \cos(-\theta)|^2 dx} \\
&= \frac{A^2 \frac{2\alpha_{II}a + \sin(2\alpha_{II}a) \cos 2\theta}{2\alpha_{II}}}{A^2 \cos^2 \theta} = \frac{2\alpha_{II}a + \sin(2\alpha_{II}a) \cos 2\theta}{2\alpha_{II} \cos^2 \theta} \\
&= \frac{2\zeta + \sin 2\zeta \cos 2\theta}{2\alpha_{II} \cos^2 \theta} = \frac{2\zeta + \sin 2\zeta \cos 2\theta}{2\alpha_{II} \cos^2 \theta} = \frac{2\zeta + 2 \cos \theta \sin \theta \sin 2\zeta}{2\alpha_{II} \cos^2 \theta} \\
&= \frac{\zeta + \cos \theta \sin \theta \sin 2\zeta}{\frac{\zeta}{a} \cos^2 \theta} = \frac{a(\zeta + \cos \theta \sin \theta \sin 2\zeta)}{\zeta \cos^2 \theta} = \frac{a(\zeta + \cos \theta \sin \theta \sin 2\zeta)}{\zeta \cos^2 \theta}
\end{aligned}$$

Çift fonksiyonlu elektrik alanında  $\zeta = V \cos \zeta$  ve  $\eta = V \sin \zeta$  olduğundan

$$\begin{aligned}
EOG &= \frac{a \left( \frac{\zeta}{\sin 2\zeta} + \cos \theta \sin \theta \right)}{\frac{\zeta}{\sin 2\zeta} \cos^2 \theta} = \frac{a \left( \frac{\zeta}{2 \sin \zeta \cos \zeta} + \cos \theta \sin \theta \right)}{\frac{\zeta}{2 \sin \zeta \cos \zeta} \cos^2 \theta} = \frac{a \left( \frac{\zeta}{2 \sin \zeta \cos \zeta} + \cos \theta \sin \theta \right)}{\frac{\zeta}{2 \sin \zeta \cos \zeta} \cos^2 \theta} \\
EOG &= \frac{a \left( \frac{V^2}{2\eta} + \cos \theta \sin \theta \right)}{\frac{V^2}{2\eta} \cos^2 \theta} = \frac{a \left( \frac{V^2}{2\eta} + \cos \theta \sin \theta \right) (1 + \tan^2 \theta)}{\frac{V^2}{2\eta}}
\end{aligned}$$

Tek fonksiyonlu elektrik alanında EOG,  $\eta = V \cos \zeta$  ve  $\zeta = V \sin \zeta$  olduğundan ve

$$\begin{aligned}
EOG &= \frac{A^2 \frac{2\alpha_{II}a + \sin(2\alpha_{II}a) \cos 2\theta}{2\alpha_{II}}}{A^2 \cos^2 \theta} = \frac{2\alpha_{II}a - \sin(2\alpha_{II}a) \cos 2\theta}{2\alpha_{II} \cos^2 \theta} = \frac{2\zeta - \sin 2\zeta \cos 2\theta}{2\alpha_{II} \cos^2 \theta} \\
&= \frac{2\zeta - \sin 2\zeta \cos 2\theta}{2\alpha_{II} \cos^2 \theta} = \frac{2\zeta - 2 \cos \theta \sin \theta \sin 2\zeta}{2\alpha_{II} \cos^2 \theta} = \frac{\zeta - \cos \theta \sin \theta \sin 2\zeta}{\frac{\zeta}{a} \cos^2 \theta} = \frac{a(\zeta - \cos \theta \sin \theta \sin 2\zeta)}{\zeta \cos^2 \theta} \\
&= \frac{a(\zeta - \cos \theta \sin \theta \sin 2\zeta)}{\zeta \cos^2 \theta}
\end{aligned}$$

bulduğundan dolayı

$$\begin{aligned}
EOG &= \frac{a \left( \frac{\zeta}{\sin 2\zeta} - \cos \theta \sin \theta \right)}{\frac{\zeta}{\sin 2\zeta} \cos^2 \theta} = \frac{a \left( \frac{\zeta}{2 \sin \zeta \cos \zeta} - \cos \theta \sin \theta \right)}{\frac{\zeta}{2 \sin \zeta \cos \zeta} \cos^2 \theta} = \frac{a \left( \frac{\zeta}{2 \sin \zeta \cos \zeta} - \cos \theta \sin \theta \right)}{\frac{\zeta}{2 \sin \zeta \cos \zeta} \cos^2 \theta}
\end{aligned}$$

$$EOG = \frac{a\left(\frac{\zeta}{\sin 2\zeta} - \cos\theta\sin\theta\right)}{\frac{\zeta}{\sin 2\zeta}\cos^2\theta} = \frac{a\left(\frac{\zeta}{2\sin\zeta\cos\zeta} - \cos\theta\sin\theta\right)}{\frac{\zeta}{2\sin\zeta\cos\zeta}\cos^2\theta} = \frac{a\left(\frac{\zeta}{2\sin\zeta\cos\zeta} - \cos\theta\sin\theta\right)}{\frac{\zeta}{2\sin\zeta\cos\zeta}\cos^2\theta}$$

olur.

11) Modal kazanç:

Bir kuantum çukuru malzeme kazancı  $g$ , bir tabakadaki  $N$  tâne taşıyıcının kazancı  $G=ag$  olmak üzere,  $g_m$  modal kazancı

$$g_m = \frac{G}{EOG} = \frac{ag}{EOG}$$

ile tanımlanır. Buna göre çift fonksiyonlu elektrik alanında EAG

$$g_m = \frac{ag}{EOG} = \frac{ag}{a\left(\frac{V^2}{2\eta} + \cos\theta\sin\theta\right)(1 + \tan^2\theta)} = \frac{g}{\left(\frac{V^2}{2\eta} + \cos\theta\sin\theta\right)(1 + \tan^2\theta)}$$

$$g_m = \frac{\frac{gV^2}{2\eta}}{\left(\frac{V^2}{2\eta} + \cos\theta\sin\theta\right)(1 + \tan^2\theta)}$$

bulunur. Tek fonksiyonlu elektrik alanında

$$g_m = \frac{ag}{EOG} = \frac{ag}{a\left(\frac{V^2}{2\eta} - \cos\theta\sin\theta\right)(1 + \tan^2\theta)} = \frac{g}{\left(\frac{V^2}{2\eta} - \cos\theta\sin\theta\right)(1 + \tan^2\theta)}$$

$$g_m = \frac{\frac{gV^2}{2\eta}}{\left(\frac{V^2}{2\eta} - \cos\theta\sin\theta\right)(1 + \tan^2\theta)}$$

olur.

#### 5.4. Basamak Kırılma İndisli Dalga Kılavuzlarında Bâzi Önemli Parametreler

Aktif ve gömlek bölgeleri için  $i=II$  ve  $i=I, III$  olarak (13) ve (14)'deki

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u_{y_{II}}(x)}{dx^2} &= -\alpha_{II}^2 u_{y_{II}}(x), & \alpha_{II}^2 &= \frac{2m^* a^2 (V_o - E_n)}{\hbar^2} \\ \frac{d^2 u_{y_{I,III}}(x)}{dx^2} &= \alpha_{I,III}^2 u_{y_{I,III}}(x), & \alpha_{I,III}^2 &= \frac{2m^* a^2 V_o}{\hbar^2} \end{aligned} \quad (33)$$

denklemleri ve öz değerlerinin (1)'deki

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_{y_i}(x) = [\beta_z^2 - n_i^2 k_o^2] E_{y_i}(x) \quad (34)$$

denklemleriyle karşılaştırılması ve (8) ve (9)'daki

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_{y_i}(x) &= [\beta_z^2 - n_i^2 k_o^2] E_{y_i}(x) \\ \alpha_{III}^2 &= \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_{III}}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_{III}^2, \\ \alpha_{II}^2 &= \left(\frac{\omega n_{II}}{c}\right)^2 - \beta_z^2 = k_{II}^2 - \beta_z^2 \end{aligned}$$

denklemlerinin göz önünde bulundurulmasıyla asimetrik yariletken planar çift farklı yapılı lazerler için propagasyon sâbitleri  $\alpha_I, \alpha_{II}$  ve  $\alpha_{III}$  ve simetrik yariletken planar çift farklı yapılı lazerler için propagasyon sâbitleri  $\alpha_{II}, \alpha_{III}$ , iletim bandındaki bir elektronun veyâ valans bandındaki bir deliğin efektif kütlesi cinsinden,

$$\begin{aligned} \alpha_{II} &= n\pi/2a = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m^* (V_o - E_n)} = \sqrt{n_{II}^2 k_o^2 - \beta_z^2} \\ \alpha_{I,III} &= 1/\hbar \sqrt{2m^* E_v} = 1/\hbar \sqrt{2m^* E_v} = \sqrt{\beta_z^2 - n_{I,III}^2 k_o^2} \end{aligned} \quad (35)$$

olarak bulunur. Simetrik yariletken planar çift farklı yapılı lazerlerde  $\alpha_{I,III}$  ve  $n_{I,III}$  'ün sırasıyla  $\alpha_I$  veyâ  $\alpha_{III}$  'ü ve  $n_I$  ya da  $n_{III}$  'ü gösterdiği hatırlanmalıdır. Yâni,  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$  olarak alınırsa, o zaman (8) ve (9)'dan  $\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$  ilişkisi elde edilir. Asimetrik yariletken planar çift farklı yapılı lazerlerde  $\zeta = \alpha_{II} a$ ,  $\eta_I = \alpha_{II} a$ ,  $\eta_{III} = \alpha_{III} a$  tanımları yapılarak ve simetrik yariletken planar çift farklı yapılı lazerlerde  $\eta_{I,III} = \eta = \alpha_{I,III} a$  olarak yüklü taşıyıcıların enerji öz değerleri için normalize  $\zeta - \eta$  koordinat sisteminde yeni parametrik değişkenler tanımlanabilir. Buna göre (35) ifâdeleri, asimetrik yariletken planar çift farklı yapılı lazerlerde

$$\zeta = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* [V_o - E_n]} \quad (36)$$

$$\eta_I = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* E_n}, \quad \eta_{III} = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* E_n} \quad (37)$$

ve simetrik yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerlerde

$$\zeta = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* [V_0 - E_v]} \quad (38)$$

$$\eta_{I,III} = \eta = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* E_n}, \quad (39)$$

şeklini alırlar. (33)-(39) ifâdelerindeki enerji öz değeri  $E_n = n^2 \hbar^2 \pi^2 / 8m_1^* a^2 = n^2 E_1$ ,  $n=1, 2, 3, \dots$ , ile verilir. Bu, enerji öz değerlerinin ayrık cümlesini oluşturur. Taşıyıcıların bu ayrık enerji öz değerleri cihazın yapıldığı malzemenin optik ve elektronik özelliklerini belirler.

Elektrik dalgası, aktif bölge içinde tam yansıma ile yol alırken, aktif bölgenin karşılıklı yüzeylerinden yansıya yansıya ilerler. Yâni, gömlek bölgelerinde meselâ simetrik bir yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerine âit  $E_{y,I,III}$  and  $e_{y,I,III}$  alanları tam yansımaya iştirak ederler. Bu konu referans [2]'de detaylı olarak açıklanmıştır. Daha fazla duyarlı dalga kılavuzlanması gösterir ki bu alanlar, aktif bölgeden güç çıkışı olmamasına rağmen gömlek bölgeleri içine doğru birkaç dalga boyu kadar ilerler<sup>21</sup>. (38) ve (39) ifâdeleri

$$V = \sqrt{\zeta^2 + \eta^2} = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* V_0} \quad (40)$$

şeklinde *Normalize Frekans*'ı (NF)'ı verir ki bu, simetrik yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerde  $\frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* V_0}$  yarıçaplı bir dâire tanımlar. Normalize frekans,  $2a$  kalınlıklı aktif bölge bir dalga kılavuzunda, onun  $n_{II}$  kırılma indisini ve gömlek bölgesinin  $n_{I,III}$  indisinin bir fonksiyonudur.

Simetrik yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerin analizini kolaylaştırmak için

$$\alpha = \eta^2 / V^2 \quad (41)$$

*Normalize Propagasyon Sâbiti*'ni (NPS) tanımlar<sup>22</sup> ki bu, simetrik yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerlerin yapısal özelliklerinin bir çoğunu içerir. Bâzi işlemlerle

$$L=1-\alpha=(V^2-\eta^2)/V^2=\zeta^2/V^2 \rightarrow \zeta=V\sqrt{1-\alpha}, \alpha=\eta^2/V^2 \rightarrow \eta=V\sqrt{\alpha} \quad (42)$$

elde edilir ki burada

<sup>21</sup> Ruck, J.A., "Fundamentals of Optical Fibers", John Wiley and Sons, Inc., New York, 1994.

<sup>22</sup> Iga, K., "Fundamentals of Laser Optics", New York, 1994.

$$V = \{\omega a/c\} \sqrt{n_{II}^2 - n_{I,III}^2} = 2\pi a/\lambda NA = k_o NA = k_o n_{II} a \sqrt{2\Delta} \quad (43)$$

bulunur.  $\Delta$ , normalize kırılma indisi farkıdır ile orantılıdır ve

$$\Delta = 2[n_{II}^2 - n_{I,III}^2]/2n_{II}^2 \cong (n_{II} - n_{I,III})/n_{II} \quad (44)$$

ile verilir. Burada  $NA = \sqrt{n_{II}^2 - n_{I,III}^2}$ , simetrik yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerlerde *Nümerik Açıklık* adını alır<sup>23</sup>. Normalize propagasyon sâbiti (NPS),  $\zeta$  ve  $\eta$  parametrelerinin reel olmaları için 0 ile 1 arasında alınır. Burada çukur potansiyelinin

$$V_o = V^2 E_n / \eta^2 \quad (45)$$

olarak elde edilebileceği kolayca görülebilir<sup>24</sup>.

Bu aşamada (8) ve (9)'daki faz sâbiti,  $E = 2\pi\hbar\omega = \omega\hbar$  olmak üzere, simetrik yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerler için yukarıda tanımlanan parametreler cinsinden bulunabilir:

$$\beta_z = n_{II} \sqrt{1 - (2\Delta - \alpha)} = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} + 1 + \alpha} = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{L}{2\Delta} + L} \quad (46)$$

faz hızı

$$\begin{aligned} v &= E / \sqrt{2m^* (V_o - E_v)} = \omega \hbar / \sqrt{2m^* (V_o - E_v)} \\ &= 2\pi f \hbar / \sqrt{2m^* (V_o - E_v)} \end{aligned} \quad (47)$$

veya<sup>25</sup>

$$v = \omega / \beta_z = c / n_{\text{eff}} = c / n_{II} \sqrt{1 - 2\Delta(1 - \alpha)} \quad (48)$$

$$\alpha_{I,III} = k_o NA = k_o n_{II} \sqrt{2\Delta} = (V/a) \sqrt{\alpha}, \quad \eta = v \sqrt{\alpha} \quad (49)$$

olur. Aktif bölgenin propagasyon sâbiti

$$\alpha_{II} = k_o NA = k_o n_{II} \sqrt{2\Delta(1 - \alpha)} = (V/a) \sqrt{1 - \alpha} \quad \zeta = v \sqrt{1 - \alpha} \quad (50)$$

olarak elde edilebilirler. Burada  $n_{\text{eff}}$  efektif kırılma indisi adını alır ve

<sup>23</sup> Iga, K., "Fundamentals of Laser Optics", New York, 1994.

<sup>24</sup> Temiz, M., and Karakılınç, Ö.Ö., *A Novel Procedure and the Parameters for Design of Symmetric Quantum Wells in Terms of Normalized Propagation Constant as a Model a in the Single Mode*, Journal of Aeronautics and Space Technologies, Volume:1, Number:2, July 2003.

<sup>25</sup> Temiz, M., 2003, *Laser Phys.*, 13, 1123.



$$n_{\text{eff}} = n_{\parallel} \sqrt{1 - 2\Delta(1 - \alpha)} \quad (51)$$

şeklinde verilir<sup>26</sup>. (40)'daki normalize frekans (NF)  $V$ , verilen  $n_{i,m}$ ,  $n_{\parallel}$  indisleri ve  $\lambda$  optik dalga boyu için kesim frekansının belirlemek için kullanılabilir.  $V = m\pi$  ifâdesinde<sup>27</sup> çift elektrik alanları için  $m=0, 2, 4, \dots$ , ve tek elektrik alanları için  $m=1, 3, 5, \dots$ , olarak alınmak üzere kesim frekansı

$$f_c = mc/2aNA \quad (52)$$

olarak bulunur.

Kesim frekansı bize, baskın olan (dominant) modun iyi bir şekilde kılavuzlanması için<sup>28</sup>, aktif bölgenin  $2a$  genişliğini ve gömlek bölgelerindeki kırılma indislerini hesaplama imkânını verir. (39) ve (40), (41)'de yerine konularak simetrik yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerde normalize propagasyon sâbiti (NPS), optik çift elektrik alanı için

$$\alpha = \frac{E_n}{V_o} = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2 V_o} = \frac{n^2 E_1}{V_o}, \quad E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}, \quad n=1, 3, 5, \dots, \quad (53)$$

ve tek elektrik alanı için

$$\alpha = \frac{E_n}{V_o} = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2 V_o} = \frac{n^2 E_1}{V_o}, \quad E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}, \quad n=0, 2, 4, \dots, \quad (54)$$

olarak bulunur. En düşük modlu enerji öz değeri  $E_1$  toprak enerjisidir. Görülüyor ki, normalize propagasyon sâbiti, enerji öz değerinin bir fonksiyonudur. (53) ve (54)'den görülmektedir ki, normalize propagasyon sâbiti, yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerler için kullanılan malzemenin yapısal özelliklerine kuvvetle bağlıdır. Eğer simetrik yarıiletken planar çift farklı yapıli bir lazer için tanımlanan  $\zeta$  ve  $\eta$  parametreleri değişken olarak düşünülürse (17) ifâdesinden

$$\eta / \zeta = \tan \zeta \quad (55)$$

$$\alpha_{\parallel} = k_o NA \cos \zeta \quad (56)$$

ve

$$\zeta = V \cos \zeta, \quad \eta = V \sin \zeta, \quad (57)$$

$$\sin^2 \zeta = \alpha, \quad \cos^2 \zeta = 1 - \alpha \quad (58)$$

elde edilir. (8) ve (58) ifâdelerinden ve (43), (44) ve (55)'deki ifâdeler faz sâbitini

$$\beta_z = k_o \sqrt{\alpha n_{\parallel} + \alpha_{i,m} (1 - \alpha)} = k_o \sqrt{\alpha n_{\parallel} + \alpha_{i,m} (1 - \alpha)} = k_o n_{\parallel} \sqrt{1 - 2\Delta(1 - \alpha)} \quad (59)$$

<sup>26</sup> Temiz, M., 2003, *Laser Phys.*, 13, 1123.

<sup>27</sup> Ruck, J.A., "Fundamentals of Optical Fibers", John Wiley and Sons, Inc., New York, 1994.

<sup>28</sup> Kroemer, H., "Quantum Mechanics", Prentice Hall, New Jersey, 1994.

olarak verir. Bundan dolayı, kırılma indisini

$$n_{\text{eff}} = \beta_z/k_o = \sqrt{\alpha n_{\text{II}} + \alpha_{\text{I,III}}(1-\alpha)} = n_{\text{II}} \sqrt{1-2\Delta(1-\alpha)} \quad (60)$$

olarak elde ederiz. (59)'daki sonuçlar sırasıyla<sup>29,30</sup> referanslarındakilerle uyuşmaktadır . Aynı usul ile  $e_{y\text{II}}$  fonksiyonu ve  $2a$  aktif bölge genişliği için (20) ifâdesi

$$\eta / \zeta = -\cot \zeta \quad (61)$$

eşitliğini verir ki, bu

$$\zeta = V \sin \zeta, \quad \eta = V \cos \zeta, \quad \cos^2 \zeta = \alpha, \quad \sin^2 \zeta = 1 - \alpha \quad (62)$$

fonksiyonlarını ortaya çıkarır.

(58) ve(62) şunu gösterir ki normalize propagasyon sâbiti  $\alpha$  dâimâ pozitifdir ve 0 ve 1 arasındadır.  $\zeta$  ve  $\eta$  parametrik koordinatları  $\zeta, \eta > 0$  olmalıdır ve (42) ifâdesini sağlarlar.  $\zeta$  ( $\eta = 0$ ) ekseninde (58) ifâdesindeki  $E_{y\text{II}}$  fonksiyonunda  $\zeta = 2k\pi$ ,  $k=0, 1, 2, 3, \dots$ , ve (62) ifâdesindeki  $e_{y\text{II}}$  fonksiyonunda  $\zeta = 2k\pi + \pi/2$ ,  $\alpha=0$ 'rını verir ki, bu diğer bir kesim frekansı şartını ortaya çıkarır. Fakat  $E_{y\text{II}}$  fonksiyonunda  $\zeta = 2k\pi + \pi/2$  ve  $e_{y\text{II}}$  fonksiyonunda  $\zeta = 2k\pi$ ,  $\zeta$  ekseninde  $\alpha = 1$ 'ri verir. Bunlar, normalize propagasyon sâbitinin uç değerleridir.

Netice itibâriyle, taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin  $\zeta$  ve  $\eta$  parametrik koordinatları,  $\zeta - \eta$  düzleminde (yânî,  $\zeta - \eta$  normalize koordinat sisteminde)  $E_{y\text{II}}$  fonksiyonu için

$$\zeta = V \cos \zeta, \quad \eta = V \sin \zeta, \quad (63)$$

olarak ve  $e_{y\text{II}}$  fonksiyonu için

$$\zeta = V \sin \zeta, \quad \eta = V \cos \zeta, \quad (64)$$

olarak verilir. Başka bir ifâdeyle,  $\zeta = 2k\pi$ ,  $k=0, 1, 2, 3, \dots$ ,  $E_{y\text{II}}$  fonksiyonu için  $\zeta$  ve  $\eta$  parametrik koordinatlarını ve  $\alpha$  normalize propagasyon sâbitini sırasıyla  $\zeta = V$  ve  $\eta = 0$  ve  $\alpha = 0$  ( $e_{y\text{II}}$  fonksiyonu için  $\zeta = 0$ ,  $\eta = V$  ve  $\alpha = 1$ ) olarak ve  $\zeta = 2k\pi + \pi/2$   $e_{y\text{II}}$  fonksiyonu için  $\zeta$  ve  $\eta$  parametrik koordinatlarını ve  $\alpha$  normalize propagasyon sâbitini sırasıyla  $\zeta = 0$ ,  $\eta = V$  and  $\alpha = 1$  ( $E_{y\text{II}}$  fonksiyonu için  $\zeta = V$ ,  $\eta = 0$  ve  $\alpha = 0$ ) olarak verir. Yânî,  $E_{y\text{II}}$

<sup>29</sup> Selvarajan, A., Srinivas, T., "Optical Amplification and Photoresistivity in Solgel Based Waveguides", *Journal of Quantum Electronics*, Vol.37, No.9, 1120, 2001.

<sup>30</sup> Paiano, G., Pellicoro, M., "Propagation Constant of Weakly Guiding Optical Fibers: A new Eigenvalue Condition", *Journal of Lightwave Technology*, Vol.19, No.10, 1992, 2001

( $e_{yII}$ ) fonksiyonu hâlinde  $\zeta$  ve  $\eta$  parametrik koordinatları ve  $\alpha$  normalize propagasyon sâbiti  $\zeta = 2k\pi$  ( $\zeta = 2k\pi + \pi/2$ ) için sırasıyla V, 0 ve 0 (0, V ve 1) olur.

Görülmektedir ki, normalize propagasyon sâbiti  $\alpha$ , taşıyıcıların kütlelerinin, bölgelerin kırılma indislerinin, taşıyıcıların enerji öz değerlerinin, çukur potansiyelinin, aktif bölgenin  $\alpha_{II}$  ve gömlek bölgelerinin  $\alpha_I$ ,  $\alpha_{III}$  propagasyon sâbitlerinin bir fonksiyonudur. Bu sebepten,  $\zeta$  ve  $\eta$  parametrik koordinatları (62) ve (64)'den görüldüğü gibi bu  $\alpha$  parametresi cinsinden ifade edilebilir.

Sonunda görürüz ki, normalize propagasyon sâbiti  $\alpha$ , ki sırasıyla bu aktif bölge ve gömlek bölgelerine âit  $\alpha_{II}$  ve  $\alpha_{III}$  propagasyon sâbitleri, kırılma indisleri ve taşıyıcıların efektif kütleleri gibi kullanılan yarıiletken malzemenin parametrelerinin cinsindedir, aktif bölgedeki bağlı enerji durumları tarafından belirlenir. Normalize propagasyon sâbiti  $\alpha$ 'nın önemi bu durumlar sebebiyledir. Nitekim, literatürde de farklı metotlar kullanılarak normalize propagasyon sâbiti üzerine çalışmaların yoğun olduğu görülmektedir<sup>31</sup>.

Bitirirken diyebiliriz ki, normalize propagasyon sâbiti  $\alpha$ , normalize frekans V ve yüklü taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin de fonksiyonu olan  $\zeta$  ve  $\eta$  parametrik koordinatları tasarım düşünceleri için yarıiletken planar çift farklı yapıları lazerlerin önemli bazı parametrelerindedirler.

### Sorular:

- 1) Tek fonksiyonlu elektrik alanında  $\cos\zeta = \sqrt{\alpha}$ ,  $\sin\zeta = \sqrt{1-\alpha}$  ve çift fonksiyonlu elektrik alanında  $\sin\zeta = \sqrt{\alpha}$ ,  $\cos\zeta = \sqrt{1-\alpha}$  olduğunu gösteriniz.
- 2) Normalize propagasyon sâbitini kırılma indisi ve faz sâbiti cinsinden hesaplayınız.
- 3) Çift fonksiyonlu elektrik alanında normalize frekansı normalize propagasyon sâbiti cinsinden hesaplayınız.
- 4) Tek fonksiyonlu elektrik alanında normalize frekansı normalize propagasyon sâbiti cinsinden hesaplayınız.
- 5)  $\alpha_{II} = k_0 NA \cos(\alpha_{II} x - \theta)$  formülünü çıkarınız.
- 6) Normalize frekansın hangi değerinde çift fonksiyonlu elektrik alanında  $\tan\zeta = 0$  ve tek fonksiyonlu elektrik alanında  $-\cot\zeta = 0$  olur?
- 7) Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarında faz sâbitini  $\alpha$  cinsinden bulunuz.
- 8) Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarında faz hızını  $\alpha$  cinsinden bulunuz.
- 9) Aşağıda çift fonksiyonlu elektrik alanı için

<sup>31</sup> V.A. Popescu "Improving the accuracy of normalized propagation constant for waveguides by using higher-order variational method", Optics Communications, Vol.234, 177-181, 2004

$$\beta_z = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} - 1 + \frac{\eta^2}{V^2}} = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} - 1 + \sin^2 \zeta} = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} - 1 + \alpha}$$

ve fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\beta_z = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} - 1 + \frac{\eta^2}{V^2}} = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} - 1 + \cos^2 \zeta} = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} - 1 + \alpha}$$

bağıntısını çıkarınız.

$$10) \alpha = \frac{E_n}{V_0} \text{ olduğunu gösteriniz.}$$

$$11) \alpha_{i\zeta} = k_o NA(1 - \alpha) = k_o n_{ii} \sqrt{2\Delta}(1 - \alpha) = k_o n_{ii} \sqrt{2\Delta}L$$

olduğunu gösteriniz.

$$12) n_{eff} = \beta_{\zeta} / k_o = n_{ii} \sqrt{1 - 2\Delta(1 - \alpha)} \text{ ve } n_{eff} = \beta_{\zeta} / k_o = n_{ii} \sqrt{1 - 2\Delta(1 - \alpha)}$$

formüllerini çıkarınız.

$$13) \alpha_{i\zeta} = \sqrt{\alpha} NA k_o \text{ olduğunu gösteriniz}$$

$$14) V_0 = V^2 E_n / \eta^2 \text{ olduğunu gösteriniz.}$$

15)  $a=5$   $A^0$  için  $V=0.000166064$ ,  $\zeta = 0.000166064$ ,  $\eta = 2.75774 \times 10^{-8}$  ve  $V_0 = 2.5126 \times 10^{-27}$  V olduğuna göre,  $E_1$  enerji öz değerini ve normalize propagasyon sâbiti  $\alpha$ 'yı hesaplayınız.

16)  $\hbar = 1.0546 \times 10^{-34}$  ve  $a=5$   $A^0$  olduğuna göre  $E_1 = 6.929134686558352 \times 10^{-35}$  J enerjide elektronun efektif kütesini bulunuz.

17) Sükûnetteki kütle  $9.1095 \times 10^{-31}$  kg olan elektronun kırılma indisi  $n_{ii}=3.352$ ,  $n_{ii}=4.352$  ve  $n_{ii}=2.352$  olan bir ortamdaki kütesini bulunuz.

18)  $n_{ii}=3.352$  kırılma indisli bir ortamda elektronun kütle  $9.544110262972948 \times 10^{-31}$  kg olduğuna göre,  $E_1$  enerji öz değerini bulunuz.

$$19) n_{ii}=3.352 \text{ kırılma indisli bir ortamda elektronun kütle}$$

$$9.544110262972948 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

ve çift fonksiyonlu en düşük modlu elektrik alanındaki enerji öz değeri

$$E_1 = 8.9813 \times 10^{-6} \text{ V} = 8.9813 \text{ } \mu\text{eV}$$

olduğuna göre çukur potansiyelini bulunuz.

**Cevaplar:**

1)  $\cos \zeta = \sqrt{\alpha}$ ,  $\sin \zeta = \sqrt{1 - \alpha}$  olduğunu göstermek için tek fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\alpha_{ii} / \alpha_{ii} = \alpha_i / \alpha_{ii} = \alpha_{i\zeta} / \alpha_{ii} = -\cot(\alpha_{ii} a) \rightarrow \eta / \zeta = -\cot \zeta$$

dispersiyon bağıntısı bağıntısından hareket edilir.

$$\alpha = \eta^2/V^2 \rightarrow \eta^2 = \alpha V^2 \rightarrow \cot^2 \zeta = \frac{\eta^2}{\zeta^2} = \frac{\alpha V^2}{\zeta^2} \rightarrow \frac{\cos^2 \zeta}{\sin^2 \zeta} = \frac{\alpha V^2}{V^2 \sin^2 \zeta} = \frac{\alpha}{\sin^2 \zeta}$$

$$\frac{\cos^2 \zeta}{\sin^2 \zeta} = \frac{\alpha}{\sin^2 \zeta} \rightarrow \alpha = \cos^2 \zeta \rightarrow \cos \zeta = \sqrt{\alpha}, \quad 1 - \alpha = 1 - \cos^2 \zeta = \sin^2 \zeta \rightarrow \sin \zeta = \sqrt{1 - \alpha}$$

$$\cos \zeta = \sqrt{\alpha}$$

$$\sin \zeta = \sqrt{1 - \alpha}$$

$\sin \zeta = \sqrt{\alpha}$ ,  $\cos \zeta = \sqrt{1 - \alpha}$  olduğunu göstermek için çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\eta/\zeta = \tan \zeta$$

dispersiyon bağıntısı bağıntısından hareket edilir.

$$\alpha = \eta^2/V^2 \rightarrow \eta^2 = \alpha V^2 \rightarrow \tan^2 \zeta = \frac{\eta^2}{\zeta^2} = \frac{\alpha V^2}{\zeta^2} \rightarrow \frac{\sin^2 \zeta}{\cos^2 \zeta} = \frac{\alpha V^2}{V^2 \cos^2 \zeta} = \frac{\alpha}{\cos^2 \zeta}$$

$$\frac{\sin^2 \zeta}{\cos^2 \zeta} = \frac{\alpha}{\cos^2 \zeta} \rightarrow \alpha = \sin^2 \zeta \rightarrow \sin \zeta = \sqrt{\alpha}, \quad 1 - \alpha = 1 - \sin^2 \zeta = \cos^2 \zeta \rightarrow \cos \zeta = \sqrt{1 - \alpha}$$

$$\sin \zeta = \sqrt{\alpha}$$

$$\cos \zeta = \sqrt{1 - \alpha}$$

2) Normalize propagasyon sâbitininin kırılma indisi ve faz sâbiti cinsinden bulunması:

$$\alpha = \eta^2/V^2 = \frac{(\beta_z^2 - k_{I,III}^2)}{\frac{1}{a^2}(\zeta^2 + \eta^2)} = \frac{\beta_z^2 - k_o^2 n_{I,III}^2}{(\alpha_{II}^2 + \alpha_{I,III}^2)} = \frac{(\beta - k_o n_{I,III})(\beta + k_o n_{I,III})}{\alpha_{II}^2 + \alpha_{I,III}^2}$$

$$= \frac{(\beta_z - k_o n_{I,III})(\beta_z + k_o n_{I,III})}{\alpha_{II}^2 + \alpha_{I,III}^2} = \frac{(\beta_z - k_o n_{I,III})(\beta_z + k_o n_{I,III})}{k_{II}^2 + k_{I,III}^2}$$

$$= \frac{(\beta_z - k_o n_{I,III})(\beta_z + k_o n_{I,III})}{k_o^2 (n_{II}^2 - \beta_z^2) + k_o^2 (\beta_z^2 - n_{I,III}^2)} = \frac{(\beta_z - k_o n_{I,III})(\beta_z + k_o n_{I,III})}{k_o^2 (n_{II}^2 - n_{I,III}^2)}$$

$$= \frac{(\frac{\beta_z}{k_o} - n_{I,III})(\frac{\beta_z}{k_o} + n_{I,III})}{(n_{II} - n_{I,III})(n_{II} + n_{I,III})} = \frac{(n_{eff} - n_{I,III})(n_{eff} + n_{I,III})}{(n_{II} - n_{I,III})(n_{II} + n_{I,III})} \cong \frac{(n_{eff} - n_{I,III})}{(n_{II} - n_{I,III})}, (n_{eff} = n_{II})$$

$$\alpha \cong \frac{(n_{eff} - n_{I,III})}{(n_{II} - n_{I,III})} = \frac{(\frac{\beta_z}{k_o} - n_{I,III})}{(n_{II} - n_{I,III})}$$

3) Çift fonksiyonlu elektrik alanında normalize frekansı normalize propagasyon sâbiti cinsinden bulmak için  $\eta/\zeta = \tan\zeta$  dispersiyon eşitliğinden hareket edilir.

$$\tan\zeta = \frac{\eta}{\zeta} = \frac{V\sin\zeta}{V\cos\zeta} = \frac{\sin\zeta}{\cos\zeta} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{1-\alpha}} \rightarrow \tan\zeta = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{1-\alpha}} = \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$\tan\zeta = \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \rightarrow \zeta = V\sqrt{1-\alpha} = \arctan\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + m\frac{\pi}{2} \rightarrow V = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \left[ \arctan\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + m\frac{\pi}{2} \right]$$

$$V = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \left[ \arctan\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + m\frac{\pi}{2} \right], m=0, 1, 2, 3, \dots$$

bulunur.

4) Tek fonksiyonlu elektrik alanında normalize frekansı normalize propagasyon sâbiti cinsinden bulmak için  $\eta/\zeta = -\cot\zeta$  dispersiyon eşitliğinden hareket edilir.

$$\cot\zeta = -\frac{\eta}{\zeta} = -\frac{V\cos\eta}{V\sin\zeta} = -\frac{\sqrt{1-\alpha}}{\sqrt{\alpha}} \rightarrow \cot\zeta = -\frac{\sqrt{1-\alpha}}{\sqrt{\alpha}}$$

$$\cot\zeta = -\frac{\sqrt{1-\alpha}}{\sqrt{\alpha}} \rightarrow \zeta = V\sqrt{\alpha} = \operatorname{arccot}\left(\sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\right) + m\frac{\pi}{2} \rightarrow V = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \left[ \operatorname{arccot}\left(\sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\right) + m\frac{\pi}{2} \right]$$

ya da

$$\tan\zeta = \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \rightarrow \zeta = V\sqrt{1-\alpha} = \arctan\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + m\frac{\pi}{2}$$

$$\tan V\sqrt{1-\alpha} = \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$\cot\zeta = -\frac{\sqrt{1-\alpha}}{\sqrt{\alpha}} \rightarrow \zeta = V\sqrt{\alpha} = \operatorname{arccot}\left(\sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\right) + m\frac{\pi}{2}$$

$$\cot V\sqrt{\alpha} = -\sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

$$\tan(V\sqrt{1-\alpha}) = \sqrt{\alpha/(1-\alpha)}, \quad \cot(V\sqrt{1-\alpha}) = -\sqrt{\alpha/(1-\alpha)}$$

$$V = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \left[ \arctan\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + m\frac{\pi}{2} \right], m=0,1,2,3,\dots \rightarrow V = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \left[ \arctan\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + (2m-1)\frac{\pi}{2} \right], m=1,2,3,\dots$$

$$V = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \left[ \arctan\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + (2m-1)\frac{\pi}{2} \right], m=1,2,3,\dots = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \left[ -\operatorname{arccot}\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + m\pi \right], m=1,2,3,\dots$$

$$V = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \left[ -\operatorname{arccot}\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + m\pi \right], m=1,2,3,\dots$$

**Sonuç**<sup>32</sup>

$$V = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \left[ k \arctan \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + n \frac{\pi}{2} \right], n=1,2,3,\dots$$

$$k = \left\{ \begin{array}{l} 1 \quad \text{TE modu} \\ \left[ \frac{n_{ii}}{n_{iii}} \right]^2 \quad \text{TM modu} \end{array} \right\}$$

5)  $\alpha_{ii} = k_o N A \cos(\alpha_{ii} x - \theta)$  formülünü çıkarmak için.  $\zeta = V \cos(\alpha_{ii} x - \theta)$  ya da  $\alpha_i / \alpha_{ii} = \alpha_{iii} / \alpha_{ii} = \tan(\alpha_{ii} a)$  ifâdesinden faydalanılır.

$\zeta = V \cos(\alpha_{ii} x - \theta) \rightarrow \zeta = \alpha_{ii} a = k_o N A \cos(\alpha_{ii} x - \theta) \rightarrow \alpha_{ii} = k_o N A \cos(\alpha_{ii} x - \theta)$  olur.

$$\alpha_i / \alpha_{ii} = \alpha_{iii} / \alpha_{ii} = \tan(\alpha_{ii} a) \rightarrow \frac{\eta^2}{\zeta^2} + 1 = 1 + \tan^2(\alpha_{ii} a)$$

$$\frac{\eta^2}{\zeta^2} + 1 = 1 + \tan^2(\alpha_{ii} a) = \frac{1}{\cos^2(\alpha_{ii} a)}$$

$$\frac{V^2}{\zeta^2} = \frac{1}{\cos^2(\alpha_{ii} a)} \rightarrow \frac{V^2}{\zeta^2} = \frac{1}{\cos^2(\alpha_{ii} a)}$$

$$\zeta = V \cos(\alpha_{ii} a) = k N A \cos(\alpha_{ii} a) \rightarrow \alpha_{ii} = k N A \cos(\alpha_{ii} a)$$

$$\alpha_{ii} = k N A \cos \zeta$$

6) Normatize frekansın hangi değerinde çift fonksiyonlu elektrik alanında  $\tan \zeta = 0$  ve tek fonksiyonlu elektrik alanında  $-\cot \zeta = 0$  olur?

$$\tan \zeta = \frac{\sin \zeta}{\cos \zeta} = 0 \text{ olması için}$$

$$\zeta = n\pi, n = 0, 2, 4, \dots$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alanında  $\cot \zeta = \frac{\cos \zeta}{\sin \zeta} = 0$  olması için

$$\zeta = n \frac{\pi}{2}, n = 1, 3, 5, \dots$$

olmalıdır. Buna göre, çift fonksiyonlu elektrik alanında istenen şart  $\alpha_{ico}$  ile sağlansın:

<sup>32</sup> Iga, K., "Fundamentals of Laser Optics", New York, 1994.

$$\alpha_{II} = \alpha_{Ico} = k_o NA \cos(\alpha_{II} a) = k_o NA \cos \zeta = k_o NA \cos n\pi = -k_o NA, \quad n=0, 2, 4, \dots$$

$$\alpha_{Ico} = -k_o NA$$

$$V = ak_o \sqrt{n_{II}^2 - n_{IIII}^2} \rightarrow V = ak_o \sqrt{n_{II}^2 - n_{IIII}^2} = ak_o NA$$

$$V_{co} = -ak_o NA = a\alpha_{Ico}$$

$$\alpha_{II} = \alpha_{Ico} \cos \zeta$$

Tek fonksiyonlu elektrik alanında istenen şart  $\alpha_{Ico}$  ile sağlansın:

$$\alpha_{II} = \alpha_{Ico} = k_o NA \sin(\alpha_{II} a) = k_o NA \sin \zeta = k_o NA \left| \sin \frac{n\pi}{2} \right| = k_o NA, \quad n=1, 3, 5, \dots$$

$$V = ak_o \sqrt{n_{II}^2 - n_{IIII}^2} \rightarrow V = ak_o \sqrt{n_{II}^2 - n_{IIII}^2} = ak_o NA$$

$$V_{co} = ak_o NA = a\alpha_{Ico}$$

$$\alpha_{II} = \alpha_{Ico} \sin \zeta$$

7) Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarında faz sâbitini  $\alpha$  cinsinden bulmak için faz sâbiti  $\alpha_{II}^2 = \left(\frac{\omega n_{II}}{c}\right)^2 - \beta_z^2 = k_{II}^2 - \beta_z^2$  ifâdesinden çekilir.

$$\alpha_{II}^2 = \left(\frac{\omega n_{II}}{c}\right)^2 - \beta_z^2 = k_{II}^2 - \beta_z^2 \rightarrow \beta_z^2 = k_{II}^2 - \alpha_{II}^2 = k_{II}^2 - k_o^2 NA^2 \cos^2 \zeta$$

$$\beta_z^2 = k_{II}^2 - k_o^2 NA^2 \cos^2 \zeta = k_{II}^2 - k_o^2 NA^2 \cos^2 \zeta \rightarrow \beta_z = \sqrt{k_{II}^2 - k_o^2 NA^2 \cos^2 \zeta}$$

Çift fonksiyonlu elektrik alanı için  $\sin \zeta = \sqrt{\alpha}$ ,  $\cos \zeta = \sqrt{1-\alpha}$  olduğuna göre:

$$\beta_x = \sqrt{k_{II}^2 - k_o^2 NA^2 (1-\alpha)} = k_o \sqrt{n_{II}^2 - NA^2 (1-\alpha)} = k_o \sqrt{n_{II}^2 - (n_{II}^2 - n_{IIII}^2) (1-\alpha)}$$

$$= k_o \sqrt{n_{II}^2 - (n_{II}^2 - n_{IIII}^2) (1-\alpha)} = k_o \sqrt{n_{II}^2 - (n_{II}^2 - n_{IIII}^2) + \alpha (n_{II}^2 - n_{IIII}^2)}$$

$$= k_o \sqrt{\alpha n_{II}^2 + n_{IIII}^2 (1-\alpha)}$$

Tek fonksiyonlu elektrik alanı için  $\cos \zeta = \sqrt{\alpha}$ ,  $\sin \zeta = \sqrt{1-\alpha}$



$$\begin{aligned}\beta_{z'} &= \sqrt{k_{II}^2 - k_o^2 NA^2 (1 - \alpha)} = k_o \sqrt{n_{II}^2 - NA^2 \alpha} = k_o \sqrt{n_{II}^2 - (n_{II}^2 - n_{I,III}^2) \alpha} \\ &= k_o \sqrt{n_{II}^2 - \alpha n_{II}^2 + \alpha n_{I,III}^2} = k_o \sqrt{n_{II}^2 (1 - \alpha) + \alpha n_{I,III}^2}\end{aligned}$$

Sonuç:

$$\beta_{z_s} = k_o \sqrt{\alpha n_{II}^2 + n_{I,III}^2 (1 - \alpha)}, \quad \beta_{z_t} = k_o \sqrt{n_{II}^2 (1 - \alpha) + \alpha n_{I,III}^2}$$

8) Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarında faz hızını  $\alpha$  cinsinden bulmak için  $v = \omega / \beta_z$  tanımına baş vurulur:

$$\begin{aligned}\beta_{z_s} &= k_o \sqrt{\alpha n_{II}^2 + n_{I,III}^2 (1 - \alpha)}, & \beta_{z_t} &= k_o \sqrt{n_{II}^2 (1 - \alpha) + \alpha n_{I,III}^2} \\ v_s &= \frac{\omega}{\beta_{z_s}} = \frac{\omega}{k_o \sqrt{\alpha n_{II}^2 + n_{I,III}^2 (1 - \alpha)}}, & v_t &= \frac{\omega}{k_o \sqrt{n_{II}^2 (1 - \alpha) + \alpha n_{I,III}^2}}\end{aligned}$$

9) Aşağıda çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\beta_z = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} - 1 + \frac{\eta^2}{V^2}} = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} - 1 + \sin^2 \zeta} = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} - 1 + \alpha}$$

bağıntısının ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\beta_z = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} - 1 + \frac{\eta^2}{V^2}} = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} - 1 + \cos^2 \zeta} = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} - 1 + \alpha}$$

bağıntısının çıkarılması:

$$\zeta^2 = \frac{2m^* a^2}{\hbar^2} (V_o - E_n) = (k_{II}^2 - \beta_z^2) a^2 \rightarrow k_{II}^2 - \beta_z^2 = \frac{\zeta^2}{a^2} \rightarrow \beta_z^2 = k_{II}^2 - \frac{\zeta^2}{a^2}$$

$$\beta_z = \sqrt{k_{II}^2 - \frac{\zeta^2}{a^2}} = \frac{1}{a} \sqrt{a^2 k_{II}^2 - \zeta^2} = \frac{1}{a} \sqrt{a^2 k_o^2 n_{II}^2 - \zeta^2}, \quad V = a k_o NA = a k_o n_{II} \sqrt{2\Delta} \rightarrow a k_o n_{II} = \frac{V}{\sqrt{2\Delta}}$$

$$\beta_z = \frac{1}{a} \sqrt{a^2 k_o^2 n_{II}^2 - \zeta^2} = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{V^2}{2\Delta} - \zeta^2} = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{V^2}{2\Delta} - (V^2 - \eta^2)} = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{V^2}{2\Delta} - V^2 + \eta^2} = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} - 1 + \frac{\eta^2}{V^2}}$$

$$\sin^2 \zeta = \frac{\eta^2}{V^2} = \alpha$$

$$\beta_z = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} - 1 + \frac{\eta^2}{V^2}} = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} - 1 + \sin^2 \zeta} = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} - 1 + \alpha}$$

Tek fonksiyonlu alanda  $\cos^2\zeta = \frac{\eta^2}{V^2}$  olduğu için

$$\beta_z = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{I}{2\Delta} - I + \frac{\eta^2}{V^2}} = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{I}{2\Delta} - I + \cos^2\zeta} = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{I}{2\Delta} - I + \alpha}$$

olur.

10)  $\alpha = \frac{E_n}{V_o}$  olduğunu göstermek için.

$$\eta^2 = \frac{2m^*a^2}{\hbar^2} E_n,$$

$$V^2 = \frac{2m^*a^2}{\hbar^2} V_o$$

ifâdelerinden hareket edilir:

$$\alpha = \frac{\eta^2}{V^2} = \left( \frac{2m^*a^2}{\hbar^2} E_n \right) / \left( \frac{2m^*a^2}{\hbar^2} V_o \right) \rightarrow \alpha = \frac{E_n}{V_o}$$

11)  $\alpha_{n_\zeta} = k_o NA(1-\alpha) = k_o n_{ii} \sqrt{2\Delta}(1-\alpha) = k_o n_{ii} \sqrt{2\Delta}L$  olduğunu göstermek için  $\alpha_{ii} = k_o NA \cos\zeta$  formülünden hareket edilir. Çift fonksiyonlu elektrik alanlarında  $L = \cos^2\zeta = (1-\alpha)$ ,  $\alpha = \sin^2\zeta$  ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarında  $L = \sin^2\zeta = (1-\alpha)$ ,  $L = \sin^2\zeta$  ile verilir.

$$\alpha_{ii} = k_o NA \cos\zeta,$$

$$NA = n_{ii} \sqrt{2\Delta}, \quad L = \cos^2\zeta = (1-\alpha)$$

$$\alpha_{ii} = k_o NA \cos\zeta = k_o n_{ii} \sqrt{2\Delta}L = k_o n_{ii} \sqrt{2\Delta(1-\alpha)}$$

$$\alpha_{ii}^2 = \left( \frac{\omega n_{ii}}{c} \right)^2 - \beta_z^2 = k_{ii}^2 - \beta_z^2 = k_o^2 n_{ii}^2 - \beta_z^2, \quad \alpha_{ii} = k_o NA \cos\zeta$$

12)  $n_{eff} = \beta_{zs}/k_o = n_{ii} \sqrt{1-2\Delta(1-\alpha)}$  ve  $n_{eff} = \beta_{zs}/k_o = n_{ii} \sqrt{1-2\Delta(1-\alpha)}$  formüllerinin çıkarılmaları:

$$\begin{aligned} \beta_{zs} &= k_o \sqrt{n_{ii}^2 - NA^2 \cos^2\zeta} = \sqrt{n_{ii}^2 - NA^2(1-\alpha)} = k_o \sqrt{n_{ii}^2 - 2n_{ii}^2 \Delta(1-\alpha)} \\ &= k_o \sqrt{n_{ii}^2 - 2n_{ii}^2 \Delta + 2n_{ii}^2 \Delta \alpha} \\ &= k_o n_{ii} \sqrt{1 - 2\Delta + 2\Delta \alpha} = k_o n_{ii} \sqrt{1 - 2\Delta(1-\alpha)} \\ &= k_o n_{ii} \sqrt{1 - 2\Delta(1-\alpha)}, \quad n_{eff} = \beta_{zs}/k_o = n_{ii} \sqrt{1 - 2\Delta(1-\alpha)} \end{aligned}$$

Tek fonksiyonlu elektrik alanında  $\alpha_{ii} = k_o N A \sin \zeta$  'dır.  $L = \sin^2 \zeta$

$$\begin{aligned}\beta_{z'} &= k_o \sqrt{n_{ii}^2 - NA^2 \sin^2 \zeta} = \sqrt{n_{ii}^2 - NA^2 L} = k_o \sqrt{n_{ii}^2 - 2n_{ii}^2 \Delta_{ii} (1 - \alpha)} \\ &= k_o \sqrt{n_{ii}^2 - 2n_{ii}^2 \Delta + 2n_{ii}^2 \Delta \alpha} \\ &= k_o n_{ii} \sqrt{1 - 2\Delta_{ii} + 2\Delta_{ii} \alpha} = k_o n_{ii} \sqrt{1 - 2\Delta_{ii} (1 + \alpha)} \\ &= k_o n_{ii} \sqrt{1 - 2\Delta (1 - \alpha)}, \quad n_{eff} = \beta_{z'}/k_o = n_{ii} \sqrt{1 - 2\Delta (1 - \alpha)}\end{aligned}$$

$$\text{Sonuç: } n_{eff} = \beta_{z'}/k_o = \beta_{z'}/k_o$$

13)  $\alpha_{i,lm\zeta} = \sqrt{\alpha} N A k_o$  olduğunu göstermek için  $\alpha_{i,lm}^2 = \beta_z^2 - (\frac{\omega n_{lm}}{c})^2 = \beta_z^2 - k_{lm}^2$  ifâdesinden hareket edilir.

$$\begin{aligned}\alpha_{i,lm}^2 &= \beta_z^2 - (\frac{\omega n_{lm}}{c})^2 = \beta_{z'}^2 - k_{lm}^2 = k_o^2 (n_{ii}^2 - NA^2 \cos^2 \zeta) - k_o^2 n_{i,lm}^2 \\ &= n_{ii}^2 k_o^2 - k_o^2 NA^2 (1 - \alpha) - k_o^2 n_{i,lm}^2 = (n_{ii}^2 - n_{i,lm}^2) k_o^2 - k_o^2 NA^2 (1 - \alpha) \\ &= NA^2 k_o^2 - k_o^2 NA^2 (1 - \alpha) = \alpha k_o^2 NA^2\end{aligned}$$

$$\alpha_{i,lm} = k_o NA \sqrt{\alpha}$$

14)  $V_o = V^2 E_n / \eta^2$  olduğunu göstermek için  $\alpha = \frac{E_n}{V_o}$  'den hareket edilir.

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{\eta^2}{V^2} = \frac{E_n}{V_o} \rightarrow \frac{\eta^2}{V^2} = \frac{E_n}{V_o} \rightarrow V_o = \frac{E_n}{\eta^2} V \\ V_o &= \frac{E_n}{\eta^2} V\end{aligned}$$

bulunur.

15)  $a=5$   $A^0$  için  $V=0.000166064$ ,  $\zeta = 0.000166064$ ,  $\eta = 2.75774 \times 10^{-8}$  ve  $V_o = 2.5126 \times 10^{-27}$  V olduğuna göre,  $E_1$  ve  $\alpha$  'yı hesaplamak için

$$V_o = V^2 E_n / \eta^2 \text{ ve } \alpha = \frac{E_n}{V_o}$$

formüllerinden faydalanılabilir.

$$V_o = V^2 E_n / \eta^2 \rightarrow E_1 = \frac{\eta^2 V_o}{V^2} = \frac{(2.75774 \times 10^{-8})^2 (2.5126 \times 10^{-27})}{(0.000166064)^2} = 6.929134686558352 \times 10^{-35} \text{ J}$$

$$\alpha = \frac{E_n}{V_o} \rightarrow \alpha = \frac{E_l}{V_o} = \frac{6.929134686558352 \times 10^{-35}}{2.5126 \times 10^{-27}} = 2.757754790479325 \times 10^{-8}$$

16)  $\hbar = 1.0546 \times 10^{-34}$  ve  $a = 5 \text{ \AA}$  olduğuna göre  $E_l = 6.929134686558352 \times 10^{-35} \text{ J}$  enerjisinde elektronun efektif kütesini bulmak için  $E_l = \frac{\pi^2 \hbar^2}{8m^* a^2}$  formülünden faydalanılır.

$$E_l = \frac{\pi^2 \hbar^2}{8m^* a^2} \rightarrow m^* = \frac{\pi^2 \hbar^2}{8E_l a^2} = \frac{(22/7)^2 (1.0546 \times 10^{-34})^2}{8 \times 6.929134686558352 \times 10^{-35} \times 25 \times 10^{-20}} = 7.927127014248586 \times 10^{-16} \text{ kg. eder.}$$

17) Sükûnetteki kütlesi  $9.1095 \times 10^{-31} \text{ kg}$  olan elektronun kırılma indisi  $n_{II} = 3.352$  olan bir ortamdaki kütesini bulmak için

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

formülü kullanılabilir.

$$m^* = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{n_{II}^2 c^2}}} = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{1}{n_{II}^2}}} = \frac{m_o}{\gamma}, \quad \gamma = \sqrt{1 - \frac{1}{n_{II}^2}}$$

$$m_o = 9.1095 \times 10^{-31} \text{ kg}, \quad \gamma = \sqrt{1 - \frac{1}{n_{II}^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{3.352^2}} = 0.95446298806301$$

$$m^* = \frac{m_o}{\gamma} = \frac{9.1095 \times 10^{-31}}{0.95446298806301} = 9.544110262972948 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\gamma = \sqrt{1 - \frac{1}{n_{II}^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{4.352^2}} = 0.97324273535900$$

$$m^* = \frac{m_o}{\gamma} = \frac{9.1095 \times 10^{-31}}{0.97324273535900} = 9.359946567327606 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\gamma = \sqrt{1 - \frac{1}{n_{II}^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{2.352^2}} = 0.90511348087062$$

$$m^* = \frac{m_o}{\gamma} = \frac{9.1095 \times 10^{-31}}{0.90511348087062} = 1.006448383824497 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

18)  $n_{II}=3.352$  kırılma indisli bir ortamda elektronun kütlesi  $9.54411026 \cdot 2972948 \times 10^{-31}$  kg olduğuna göre, en düşük modlu çift fonksiyonlu elektrik alanında  $E_1$  enerji öz değerini bulmak için  $E_n = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$  formülü kullanılır.

$$E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2} = \frac{(1.0546 \times 10^{-34})^2 \cdot (22/7)^2}{8 \cdot 9.544110262972948 \times 10^{-31} \cdot (1000 \times 10^{-10})^2} = 1.4388 \times 10^{-24} \text{ J} = 8.9813 \times 10^{-6} \text{ eV}$$

$$= 8.9813 \text{ } \mu\text{eV}$$

19)  $n_{II}=3.352$  kırılma indisli bir ortamda elektronun kütlesi

$$9.544110262972948 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

ve çift fonksiyonlu en düşük modlu elektrik alanındaki enerji öz değeri

$$E_1 = 1.4388 \times 10^{-24} \text{ J} = 8.9813 \times 10^{-6} \text{ eV} = 8.9813 \text{ } \mu\text{eV}$$

olduğuna göre çukur potansiyelini bulmak için  $V_o = V^2 E_n / \eta^2$  formülü kullanılabilir.

$1.55 \times 10^{-6}$  m dalga boyunda  $n_{II}=3.352$  indisli bir ortamda,  $n_{I,III}=3.351$  ve  $a=1000 \text{ } \text{Å}$  için  $V=0.0331881$ ,  $\alpha=0.00109984$ ,  $\zeta=0.0331699$  ve  $\eta=0.00110064$  olarak hesaplanmıştır.

$$V_o = V^2 E_n / \eta^2 = \frac{0.0331881^2 \cdot 1.4388 \times 10^{-24}}{0.00110064^2} = 1.3082 \times 10^{-21} \text{ J} = 0.0082 \text{ eV} = 8200 \text{ } \mu\text{eV}$$

### 5.5. Basamak Kırılma İndisli Dalga Kılavuzlarında Dalga Denklemleri ve En Düşük Mertebeli Modların Enerji Özdeğerleri

Bir modlu bir elektrik alanının kapsamı içinde olan NF  $V=1$  için simetrik yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerinde sâdece aktif bölgedeki elektron ve deliklerin hapsedilmiş durumlarını elde etmek istersek, çift elektrik alanı ( $\cos \zeta$ ) ve tek elektrik alanı ( $\sin \zeta$ ) için elektron ve deliklere âit enerji öz değerlerinin denklemleri, sırasıyla, çift elektrik alanı için

$$\zeta \tan \zeta = \eta \rightarrow \tan \zeta = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \quad (65)$$

$$\cot \zeta = \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = y, \quad (66)$$

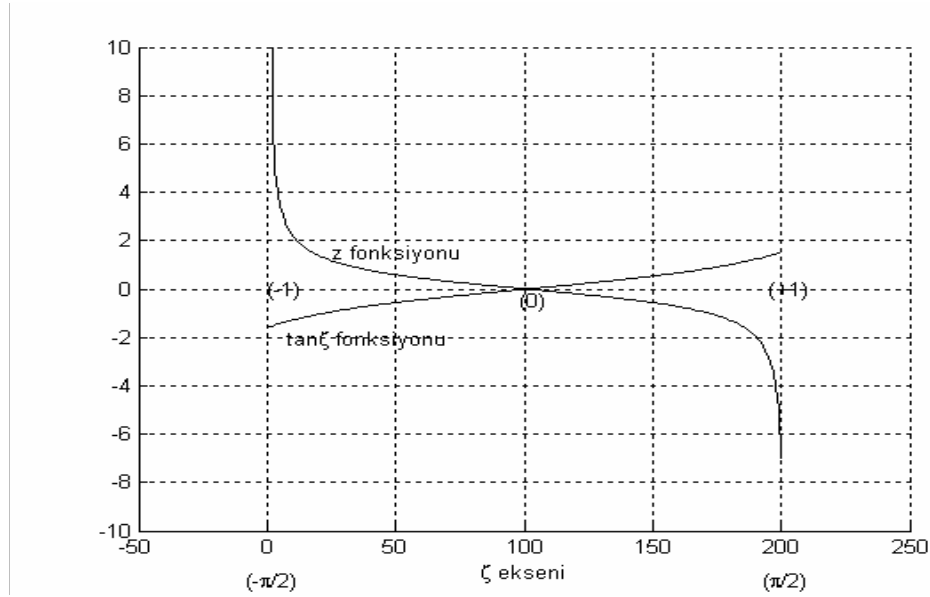
ve tek elektrik alanı için

$$-\zeta \cot \zeta = \eta \rightarrow \tan \zeta = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \quad (67)$$

$$\tan \zeta = -\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = z, \quad (68)$$

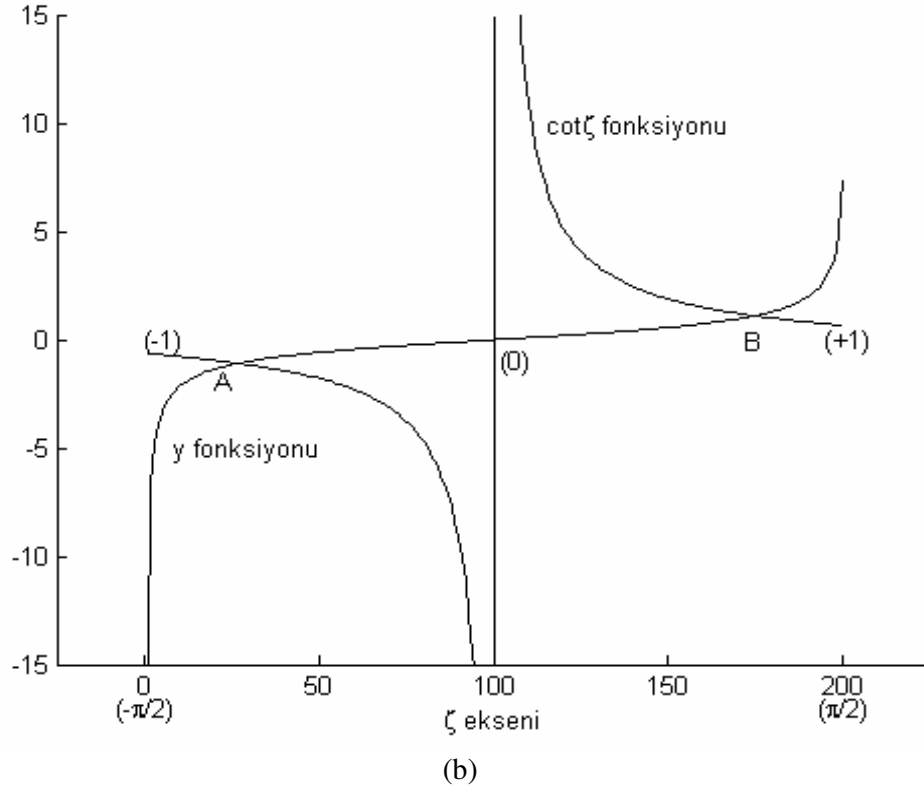
olarak elde edilir<sup>33</sup>. Bu denklemlerin  $\zeta$  'ya göre değişimleri Şekil 5'de verilmiştir.

Yukarıdaki (68) ifâdesinden görüldüğü gibi,  $z = -\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}$  eğrisi ve  $\tan \zeta$  orijinde kesişirler. Bundan dolayı, Şekil 5 (a)'da görüldüğü gibi,  $V=1$ 're ilişkin olarak, tek elektrik alanı ( $\sin \zeta$ ) için, sıfır değerinin dışında, bir çözüm değeri yoktur. Çift elektrik alanı ( $\cos \zeta$ ) için NF  $V=1$ 'de, Şekil 5(b)'de görüldüğü gibi,  $\cot \zeta$  ile  $y = \zeta/\sqrt{1-\zeta^2}$  eğrilerinin kesim noktaları olarak A ve B noktalarına karşı düşen iki değer vardır. Gerçekte, çift elektrik alanı ( $\cos \zeta$ ) için NF  $V=1$ 'de çözüm bir tânedir. Çünkü,  $\zeta > 0$  alınır. Şekilde, 0 ile  $\pi/2$  noktası arasında 100 eksen noktası görülmektedir. Yâni, grafikte 100 nokta  $\pi/2$ 'ye karşı düşmektedir.



(a)

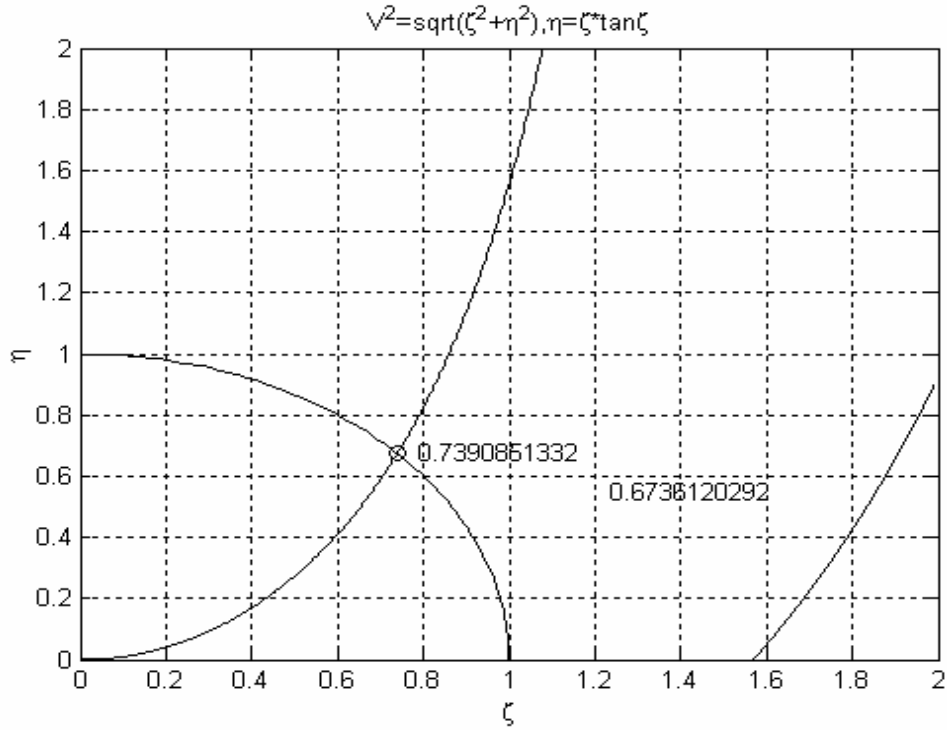
<sup>33</sup> **Temiz, M., Karakılıç, Ö.Ö.** "Yarıiletken Kuantum Çukurunda Elementer Modlarda Temel Parametreler ve Bazı Normalize Frekanslarda Enerji Özdeğer Noktaları", Hava Harp Okulu, Havacılık ve Uzay Teknolojileri Enstitüsü, Cilt 1, Sayı 4, Sayfa 61-73, 2004.



Şekil 5 Çift elektrik alanı ( $\cos \zeta$ ) ve tek elektrik alanı ( $\sin \zeta$ ) fonksiyonlarının  $V=1$  için değişimleri: (a) tek elektrik alanı ( $\sin \zeta$ ), (b) çift elektrik alanı ( $\cos \zeta$ ).

Sonuç olarak,  $V=1$  için bir elektron veyâ deliğin  $E_{yII}(x) = a_{II} \cos(\alpha_{II} x)$  alanında sâdece bir çözüm bulunur. Başka bir ifâdeyle,  $V=1$  için normalize  $\zeta$  ekseninde 0 ile  $\pi/2$  arasında simetrik bir yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerin aktif bölgesindeki çift elektrik alanı ( $\cos \zeta$ ) için sâdece bir çözüm bulunur.  $V=1$  için normalize  $\zeta$  ekseninde 0 ile  $\pi/2$  arasında simetrik bir yarıiletken planar çift farklı yapılı lazer'in aktif bölgesindeki tek elektrik alanı ( $\sin \zeta$ ) için çözüm yoktur.

Bir elektronun en düşük modlu çift fonksiyonlu  $E_{yII}(x) = a_{II} \cos(\alpha_{II} x)$  elektrik alanı içinde normalize frekans  $V=1$ 'in gösterdiği dâire ile çift fonksiyonlu bu elektrik alanının öz değer denklemine ilişkin eğrinin kesim noktası Şekil 6'da görülmektedir.

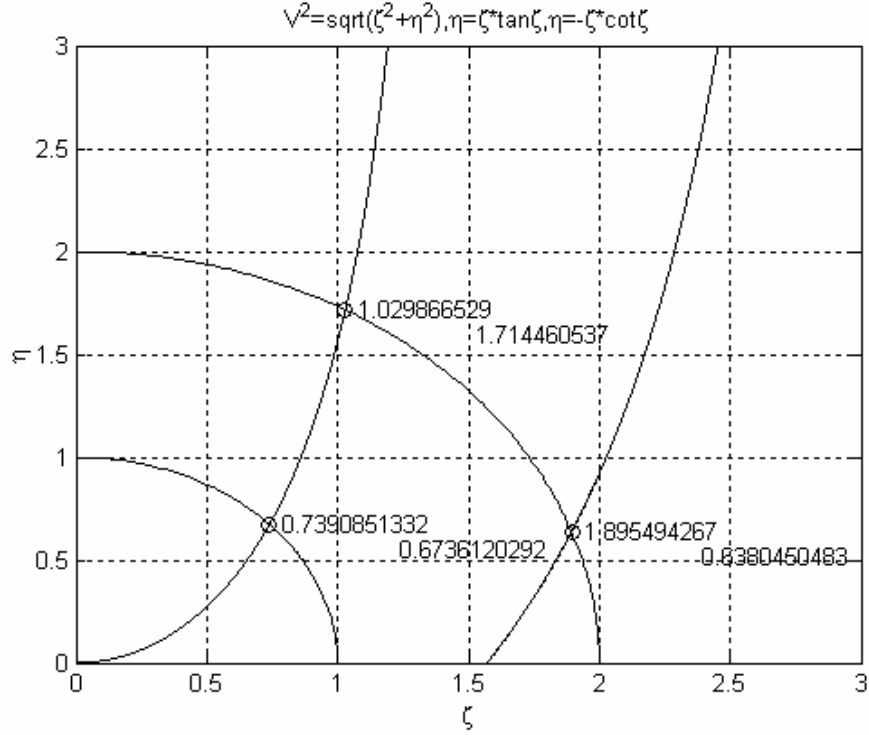


(a)

Şekil 6 Bir elektronun en düşük modlu çift fonksiyonlu  $E_{yII}(x) = a_{II} \cos(\alpha_{II} x)$  elektrik alanında normalize frekans  $V=1$ 'in gösterdiği dâire ile çift fonksiyonlu bu elektrik alanının öz değer denkleminin normalize koordinat sistemindeki kesim noktası  $\zeta_1 = 0.7390851332$ ,  $\eta_1 = 0.6736120292$  şeklinde hassas olarak hesaplanan kesim notası

Çift fonksiyonlu elektrik alanına benzer şekilde  $e_{yII}(x) = b_{II} \sin(\alpha_{II} x)$  tek fonksiyonlu elektrik alanı içinde normalize frekans  $V=2$ 'in gösterdiği dâire ile tek fonksiyonlu elektrik alanının öz değer denkleminin ilişkin eğrinin kesim noktası da bulunabilir. Nitekim bu nokta, Şekil 7'de görüldüğü gibi, şeklin en sağındaki noktadır. Bu nokta  $V=2$ 'nin gösterdiği dâire ile tek fonksiyonlu elektrik alanı öz değer denkleminin normalize koordinat sistemindeki kesim noktasıdır. Aynı şekilde  $V=2$ 'in gösterdiği dâire ile çift fonksiyonlu elektrik alanı öz değer denkleminin normalize koordinat sistemindeki  $\zeta_2 = 1.029866529$ ,  $\eta_2 = 1.714460537$  şeklinde hassas kesim notası da görülmektedir. Demek oluyor ki,  $V=2$  için çift fonksiyonlu elektrik alanının 2 çözümü ve tek fonksiyonlu elektrik alanının 1 çözümü vardır. En düşük çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanında yapılacak bir tasarım için bu değerler kullanılabilirler.





(b)

Şekil 7 Tek fonksiyonlu elektrik alanında normalize frekans  $V=1$  ve  $V=2$ 'in gösterdiği dâirelerle öz değer denkleminin ilişkin eğrinin (en sağdaki) kesim noktası

Çift fonksiyonlu elektrik alanında  $V=1$ ,  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_{II} = 3.352$ ,  $\Delta = 0.01$  için  $a = 1.3610 \times 10^6$  m olarak

$$\begin{aligned} (\alpha_{II})_1 &= \zeta_1 / a = 0.74314 / (1.36 \times 10^6) = 5.4643 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1} \\ (\alpha_{I,III})_1 &= \eta_1 / a = 0.68286 / (1.36 \times 10^6) = 5.0210 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

bulunur.  $V=2$ ,  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_{II} = 3.352$ ,  $\Delta = 0.01$  için benzer şekilde  $a = 2.7219 \times 10^6$  m olarak da

$$\begin{aligned} (\alpha_{II})_2 &= \zeta_2 / a = 1.0301 / (2.7219 \times 10^6) = 3.7845 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1} \\ (\alpha_{I,III})_2 &= \eta_2 / a = 1.7143 / (2.7219 \times 10^6) = 6.2982 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

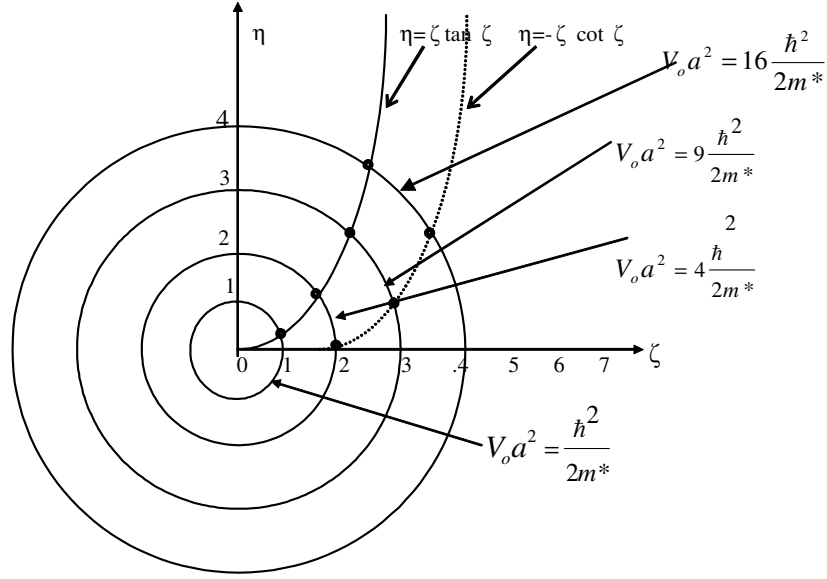
elde edilir.  $V=1$  ve  $V=2$ 'ye ilişkin a ayrı faz sâbiti  $\beta_{z_1}$  ve  $\beta_{z_2}$  faz sâbiti ise, sırasıyla

$$\beta_{z_1} = \sqrt{k_{II}^2 - \alpha_{II}^2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi n_{II}}{\lambda}\right)^2 - (\alpha_{II})^2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi \times 3.352}{1.55 \times 10^{-6}}\right)^2 - (5.4643)^2} = 1.3588 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$\beta_{z_2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi \times 3.352}{1.55 \times 10^{-6}}\right)^2 - (3.7845)^2} = 1.3588 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

olarak elde edilir.

V=1 için en düşük modlu çift fonksiyonlu elektrik alanında tek bir çözüm ve V=2 için en düşük modlu çift fonksiyonlu elektrik alanında 2 çözüm, tek fonksiyonlu elektrik alanında bir çözüm olduğu görülmektedir. Bu sonuçlar daha az detaylı olarak Şekil 8'de de görülmektedir.



Şekil 8 Normalize frekansa âit V=1, 2, 3, 4 yarıçaplı dâirelerle çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit öz değer denklemlerinin normalize koordinat sisteminde çizilen eğrilerinin kesim noktaları (Tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit öz değer denkleminin eğrisi noktalı olarak verilmiştir.)

En düşük modlu çift fonksiyonlu elektrik alanına âit  $\eta/\zeta = \tan \zeta$  ve  $\eta/\zeta = -\cot \zeta$  tek fonksiyonlu elektrik alanına âit öz değer denklemlerinden hareket ederek, sırasıyla,

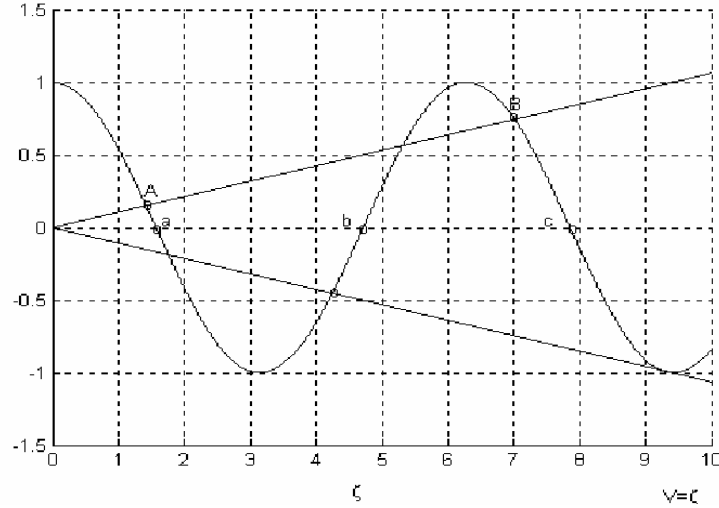
$$\cos \zeta = \pm \frac{V}{\zeta}, \quad \sin \zeta = \pm \frac{V}{\zeta} \quad (69)$$

ifâdelerinin çizilmesi ile Şekil 9 ve Şekil 10'da benzer analizler yapılabilir.

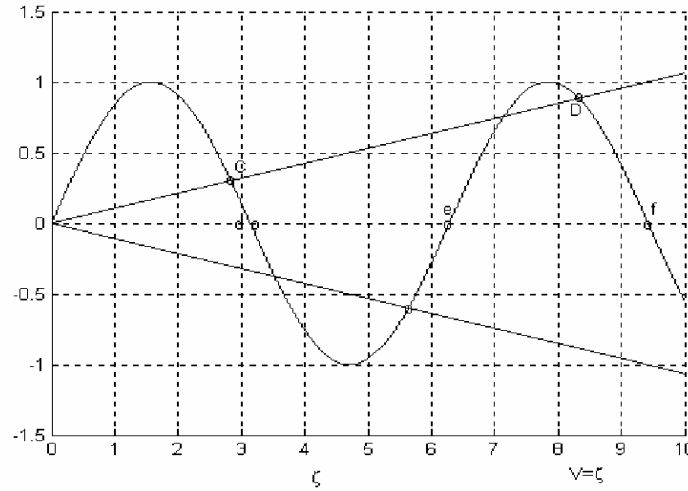
$\cos \zeta = \pm \frac{V}{\zeta}$ ,  $\sin \zeta = \pm \frac{V}{\zeta}$  çizildiklerinde  $V=\zeta$  olduğunda  $\cos \zeta = \pm 1$  ve  $\sin \zeta = \pm 1$  olduğuna dikkat ediniz. Meselâ Şekil 9'da  $\zeta=2$  (daimâ  $\zeta$ 'nin pozitif değerleri alınır) için

normalize frekansın değeri  $V = 1.9988$  olur. Bunun gibi Fakat  $\zeta = 2$  ile  $V = 1.9988$  değerleri bir kesim noktası olmadığı için bir çözüm noktası değildir. Buna karşılık A ve B noktaları birer çözüm noktalarıdır. A noktasında  $\zeta \cong 1.4$  olup  $V=1.3997$  ve B noktasında  $\zeta \cong 7$  olup  $V=6.9478$  olur. Ayrıca, Şekil 9'da  $V=2$  için iki çözüm olduğu da görülmektedir. Buna göre  $V=8$  için çift fonksiyonlu alan için 5 çözüm olduğu da şekilden görülmektedir.

Şekil 10'da tek fonksiyonlu alanda f noktası  $\zeta = V=9.42$  olduğu noktayı göstermektedir. Ama burası bir çözüm noktası değil eğrinin  $=$ 'dan geçtiği noktadır.  $V=9.42$  için Şekil 10'dan 5 çözüm noktası görülmektedir.

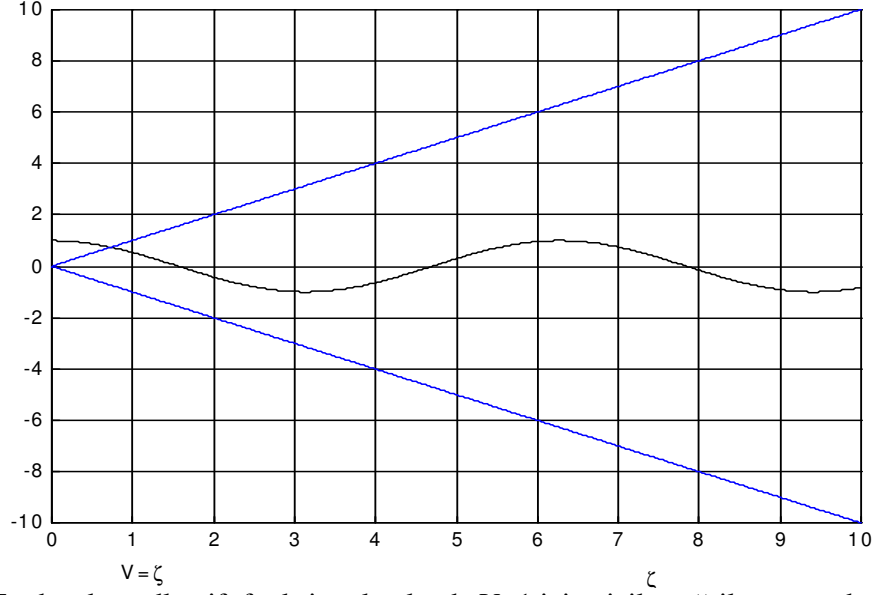


Şekil 9 En düşük modlu çift fonksiyonlu alanın  $V=9.42$  alınarak görülen kesim noktaları



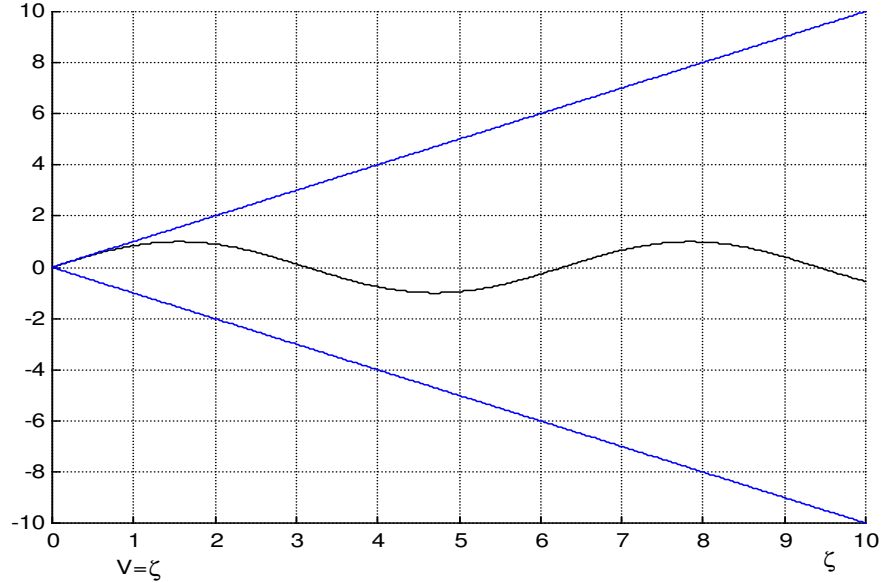
Şekil 10 En düşük modlu tek fonksiyonlu alanın  $V=9.42$  alınarak görülen kesim noktaları

En düşük çift fonksiyonlu alanda  $V=1$  için çizilen eğriler arasında sadece 1 çözüm noktasının olduğu Şekil 11'de görülmektedir. Bu şekil en düşük modlu çift fonksiyonlu alanda bir çözümün varlığını da ifade etmektedir.

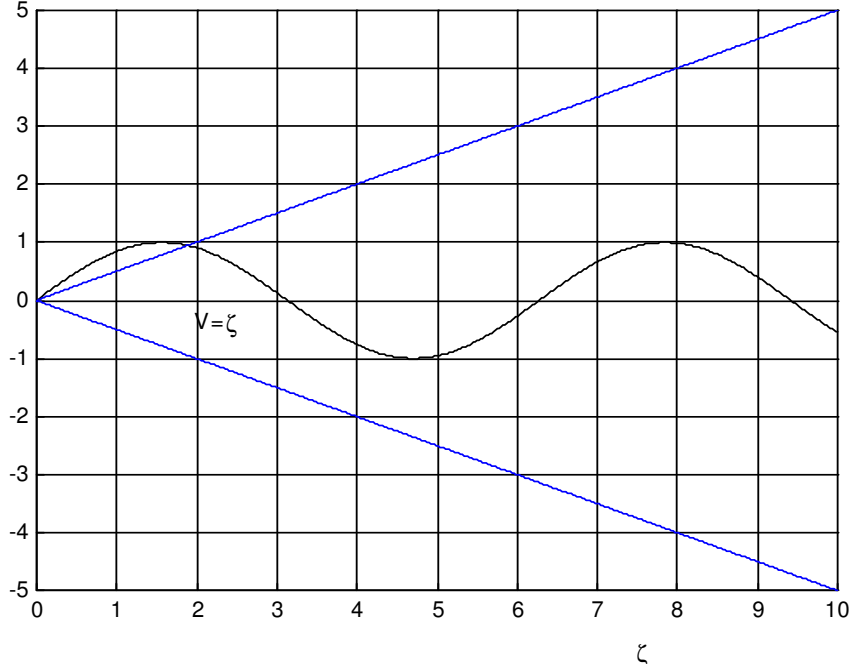


Şekil 11 En düşük modlu çift fonksiyonlu alanda  $V=1$  için çizilen eğriler arasında görülen çözüm

En düşük modlu tek fonksiyonlu alanda  $V=1$  için çizilen eğriler arasında çözümün olmadığı Şekil 12'de açıkça görülmektedir.



Şekil 12. En düşük modlu tek fonksiyonlu alanda  $V=1$  için çizilen eğrilerin olmayan kesim Noktası Şekil 14'de  $V=2$  alındığında en düşük tek fonksiyonlu alanda bir çözümün varlığı görülmektedir.



Şekil 14 En düşük modlu tek fonksiyonlu alanda  $V=2$  için çizilen eğrilerin kesim noktası

**Sorular:**

1) Literatürde çift fonksiyonlu alanda taşıyıcıların (meselâ elektronun)  $\zeta - \eta$  dik koordinat sistemindeki enerji öz değerinin absisi,

$$\zeta \cong (i+1/2)\pi, \quad i=0,1, 2, 3\dots$$

ve tek fonksiyonlu alanda

$$\zeta \cong p\pi, \quad p=1,2,3,\dots$$

olarak verilmiştir<sup>34</sup>. Şekil 9 ve Şekil 10'daki kesim noktalarının verilen bu formüllerle uygunluğunu tartışınız.

2) Elektronun enerji öz değerinin bulunan parametrik kordinatlarında ne gibi özellikler aranmalıdır?

3) Simetrik ve asimetrik dalga kılavuzlarına âit normalize frekansların çözüme ilişkin özellikleri nedir?

<sup>34</sup> Gasiorowicz, S., 1974, *Quantum Physics*, pp. . pp. 111-112, (John Wiley and Sons., New York).

**Cevaplar:**

1)  $V=9.42$  alarak çizilen Şekil 9 ve Şekil 10'daki kesim noktaları ile yukarıda verilen absis formülleri arasında bir uyum vardır. Yâni, çift ve tek fonksiyonlu alanlarda enerji öz değerinin absisi için Şekil 9 ve Şekil 10'daki  $\zeta$  değerleri arasında birer uyum vardır. Meselâ, Şekil 9'da  $\zeta = \pi/2 = 1.57$  absis değeri (a noktası)  $\zeta \cong (i+1/2)\pi$ , formülünde  $i=0$  için ve  $\zeta = \pi = 3.14$  absis değeri (d noktası)  $\zeta \cong p\pi$  formülünde  $p=1$  için uyum hâlidir.

$V=9.42$  için  $\zeta = V$  absisinin Şekil 9'da çift fonksiyonlu alan ile kesim noktası, ve aynı zamanda  $\zeta = V$  absisinin Şekil 10'da tek fonksiyonlu alan ile kesim noktası, pozitif ve negatif alternanslarda  $\cos \zeta = \pm 1$  alarak,  $\zeta \cong (i+1/2)\pi$  formülüne göre ve  $\sin \zeta = \pm 1$  olarak  $\cos \zeta$  ve  $\sin \zeta$  alanlarının maksimum değerlerini belirler. Dikkat edilmelidir ki,  $\zeta = 4.71$  (b noktası) ve  $\zeta = 7.85$  (c noktası) absisleri  $\zeta \cong (i+1/2)\pi$  formülüne göre  $i=1, 2$  için çift fonksiyonlu alana ve  $\zeta = 6.28$  (e noktası) ve  $\zeta = 9.42$  (f noktası) absisleri,  $\zeta \cong p\pi$  formülüne göre  $p=2,3$  için tek fonksiyonlu alana âit olarak elde edilirler. Görüldüğü gibi, Gasiorowicz tarafından verilen bu formüller yaklaşıktırlar.

Şekil 9 ve Şekil 10'da  $\zeta \cong (i+1/2)\pi$ ,  $i=0,1, 2, 3\dots$  ve  $\zeta \cong p\pi$ ,  $p=1,2,3,\dots$  formüllerine göre Gasiorowicz tarafından bulunan a,b,c ve d,e,f noktaları çift ve tek fonksiyonlu alanların enerji öz değerlerinin absis noktalarıdır. Fakat Gasiorowicz'in bu formülleri bu noktaları sâdece  $\zeta$  eksenine indirgeyerek yaklaşık değerler olarak bulmuştur.

2)Elektronun enerji öz değerinin bulunan parametrik kordinatları her zaman pozitif olmalıdır. Bu nedenle, Şekil 9'da çift fonksiyonlu alanın normalize frekansla yaklaşık ( $\zeta = 1.7$ ,  $\eta = -0.45$ ) noktasındaki kesişme noktası ve Şekil 10'da tek fonksiyonlu alanın normalize frekansla ( $\zeta = 5.7$ ,  $\eta = -0.53$ ) noktasındaki kesişme noktası dikkate alınmazlar.

Çünkü,  $e_{y_{ii}} = B \sin(\alpha_{ii} x)$  ya da  $e_{y_{ii}}(x) = b_{11} \sin(\pi x/a)$  alanının negatif alternansına karşı düşen  $x=-a$  noktasından dolayı, Şekil 2 (b)'de görüldüğü gibi, her periyotta  $\eta$  parametresi  $\eta = -\alpha_{ii} a$  olur. Dolayısıyla, dâimâ  $\eta > 0$  değerler alındığı için tek fonksiyonlu alanın negatif alternansına karşı düşen kesim noktaları dikkate alınmazlar.

En düşük modlu çift fonksiyonlu alanda Şekil 2(a)'de görüldüğü gibi, yalnız bir pozitif alternans; en düşük modlu tek fonksiyonlu alanda Şekil 2(b)'de görüldüğü gibi, bir negatif ve bir pozitif alternans olduğuna dikkat ediniz. Dolayısıyla, en düşük modlu çift fonksiyonlu alanda  $x$  hiçbir zaman negatif değer almaz ama; en düşük modlu tek fonksiyonlu alanda  $x$  bir kere negatif değer alır. Bu durum Şekil 8'deki eğri ve noktaların simetrikleri düşünüldüğünde de söz konusu olur. Sonuç olarak her zaman bulunan çözümlerde  $\zeta > 0$ ,  $\eta > 0$  olmasına dikkat etmelidir.

3) Simetrik ve asimetrik dalga kılavuzlarına âit normalize frekansların çözüme ilişkin özellikleri:

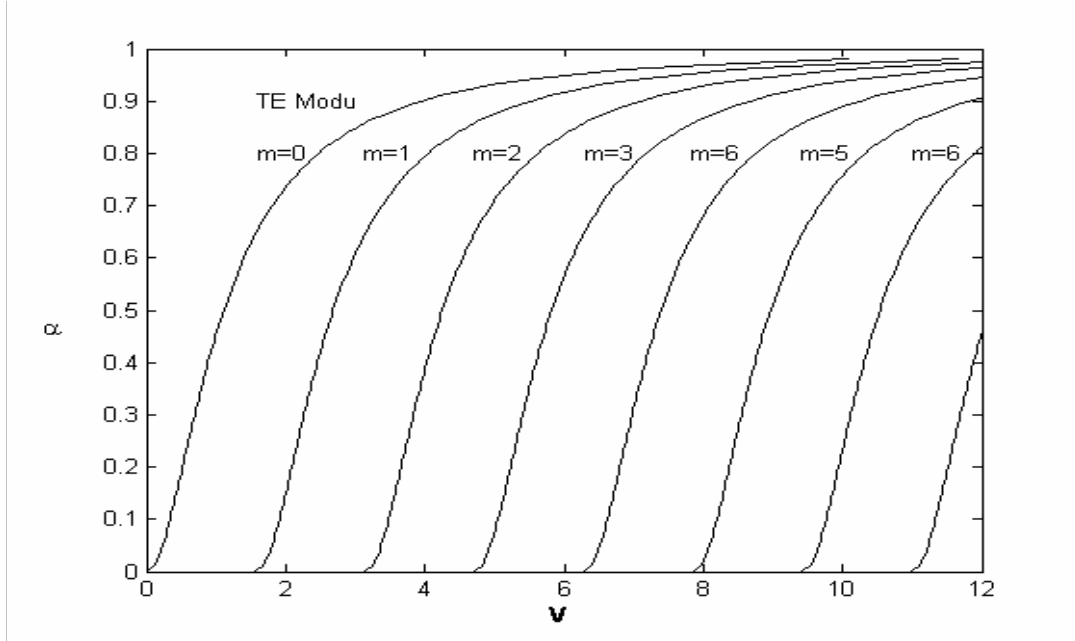
Basamak kırılma indisli bir asimetrik bir dalga kılavuzun âit normalize frekans

$$V_s = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \left[ m\pi + \tan^{-1} \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + \tan^{-1} \sqrt{\frac{\alpha+\tau}{1-\alpha}} \right], \quad \tau = \frac{n_1^2 - n_m^2}{n_m^2 - n_1^2}, \quad m=1,2,3,\dots$$

ile verilir<sup>35</sup>. Burada  $\tau$  asimetrik faktördür. Burada  $m=0$  alınırsa, basamak kırılma indisli bir simetrik dalga kılavuzundaki normalize frekans

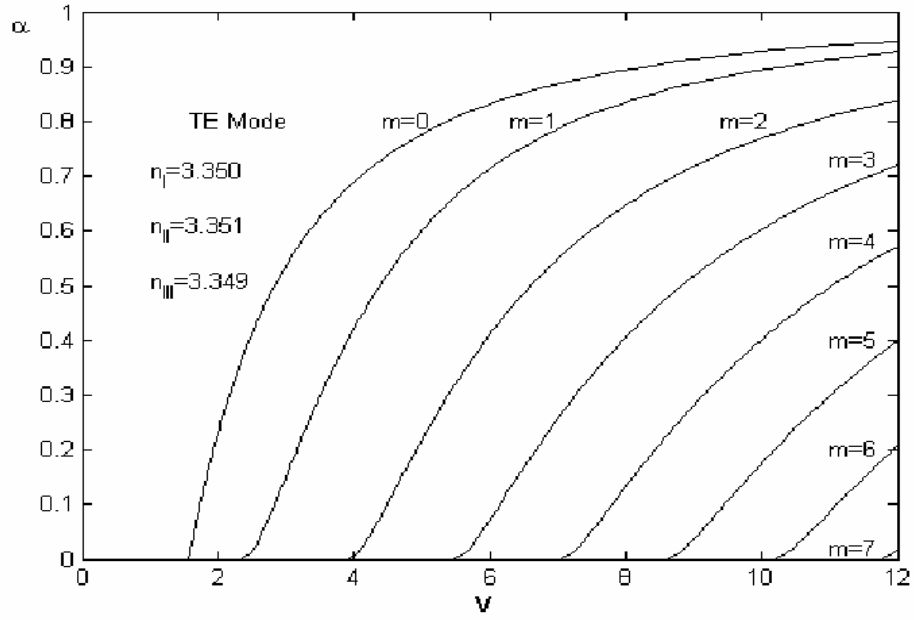
$$V_s = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \left[ \tan^{-1} \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \right]$$

olarak elde edilir.  $V = \sqrt{\zeta^2 + \eta^2}$ ,  $\zeta$  ekseninde ( $\eta=0$ )  $\zeta=V$  sonucunu verir ve dolayısıyla,  $\alpha = \eta^2 / V^2 = 0$  bulunur. Bu sebepten dolayı,  $\alpha=0$  için bulunan  $V_s = 0$  ve  $V_a \neq 0$  sonuçları, Şekil 15 ve Şekil 16'da görüldüğü gibi, en düşük modun başlangıç noktasından geçip geçmemesini belirlemektedirler.



Şekil 16  $TE_m$  modunun basamak kırılma indisli simetrik bir dalga kılavuzunda  $\alpha - V$  diyagramı ( $0 < V < 12$ ).

<sup>35</sup> Bhattacharya, P., 1998, *Semiconductor Optoelectronic Devices*, p.572, (New Jersey, Appendix 10).



Şekil 15  $TE_m$  modunun basamak kırılma indisli asimetrik bir dalga kılavuzunda  $\alpha - V$  diyagram ( $0 < V < 12$ ).<sup>36</sup>

<sup>36</sup> **Temiz, M.**, The Effects of Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes, *Laser Physics*, Volume 11, No. 3, 2001, pp.297-305.



## BÖLÜM VI

### ENERJİ VE PARAMETRİK KOORDİNATLARI

#### 6.1. Bâzi Eğriler ve Parametrik koordinatlar

Asimetrik yarıiletken planar çift farklı yapılı bir lazerde normalize frekans  $V$ , normalize propagasyon sâbitinin<sup>1</sup> ve elektrik alanına âit  $m$ . modun bir fonksiyonu olup ve

$$V = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \left[ m\pi + \tan^{-1} \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + \tan^{-1} \sqrt{\frac{\alpha+\tau}{1-\alpha}} \right] \quad \tau = \frac{n_1^2 - n_m^2}{n_m^2 - n_1^2}, \quad m=1,2,3,\dots \quad (1)$$

ifâdesiyle verilir. Burada  $\tau$ 'ya asimetrik faktör denir. Daha önce görüldüğü gibi, simetrik yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerler için (1) formülü

$$V = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \left[ \tan^{-1} \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + m \frac{\pi}{2} \right], \quad m=0,1,2,3,\dots \quad (2)$$

ya da

$$V = k_0 NA \alpha \quad (3)$$

olur. (2)'de mod numarası  $m$  arttıkça normalize frekans  $V$  de artar. Bu artış, (3)'e göre, frekansın artışıyla lineer olarak artan serberst uzaya âit dalga numarası  $k_0$ 'ın artışıyla elde edilir.

(2) formülüne göre  $\alpha=0$  ve  $m=0$  için  $V=0$  elde edilir. Bu ise frekansın sıfır alınması demektir. Elde edilen bu moda literatürde  $TE_m \rightarrow TE_0$  modu denmektedir<sup>2</sup>. Bu,  $e_{yII}(x) = B \sin \frac{n\pi}{a}$ ,  $n=0, 2, 4, \dots$ , tek fonksiyonlu alanda  $n=0$  modudur. Bu modu, (Şekil 2)'de  $V-\alpha$  eğrisinde başlangıç noktasından geçen eğri temsil etmektedir. Gerçekten,  $\alpha=0$  ve  $m=0$  için  $V=0$  olduğu (Şekil 2)'de açıkça görülmektedir. Bunun anlamı şudur:  $TE_0$  modunun kesim frekansı,

$$f_c = \frac{mc}{2aNA} \quad (4)$$

ifâdesine göre  $m=0$  için sıfır olur. Bu durum (3)'e göre  $k_0$ 'ın 0 olmasıyla da uyuşmaktadır.

$\alpha=0$  ve  $m=1$ , ki bu  $m=1$ 'den dolayı  $E_{yII}(x)^{(m)} \rightarrow E_{yII}(x)^{(1)} = A \cos \frac{n\pi}{2a}$  çift fonksiyonu için  $n=1$ 're karşı düşer, alınması, (2)'deki ifâdeye göre  $V$ 'yi  $\pi/2$  yapar. Bu durum (Şekil 1)'de de  $m=1$ 're karşı düşen eğri olarak görülmektedir. Bu yüzden, en düşük modlu çift fonksiyonlu bir alan için  $V < \pi/2$  alınır. Bu mod, sıfırdan farklı bir kesim frekansına sâhiptir ve  $TE_1$  modu adını alır. Yâni,  $TE_1$  modunda  $\alpha=0$ 'da normalize frekans  $V$ , 1.57'ye eşittir<sup>3</sup> ve normalize

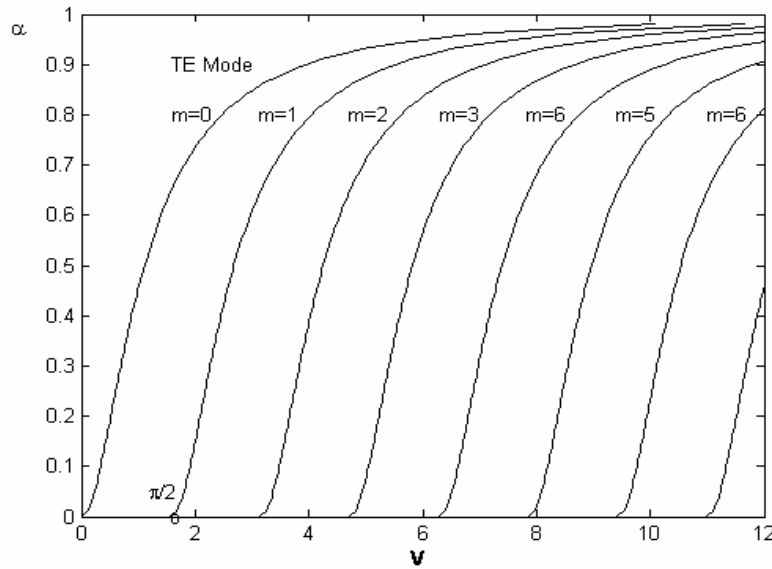
<sup>1</sup> Ruck, J.A., "Fundamentals of Optical Fibers", John Wiley and Sons, Inc., New York, 1994.

<sup>2</sup> Iga, K., "Fundamentals of Laser Optics", New York, 1994.

<sup>3</sup> Iga, K., "Fundamentals of Laser Optics", New York, 111-112, 1994.

kesim frekansı olarak bilinir ( $V_c=1.57$ ). Çift modlu alanların en düşük modlusunun  $m=1$  ve tek modlu alanların en düşük modlusunun, başlangıçtan geçen mod sayılmazsa,  $m=2$  olduğu görülmektedir. Başka bir ifadeyle, tek fonksiyonlu alanlar  $\pi/2$ 'den başlar ve bu modlu alanlar için  $V>\pi/2$  olmak zorundadır. Normalize frekansı 1.57'den daha büyük değerlerde ortaya çıkan modlara çok modlu alanlar denir<sup>4</sup>.

Sonuç olarak, en düşük modlu çift fonksiyonlu bir alanda normalize frekans  $V$ ,  $V_c < V < 0$  aralığındadır. Yâni,  $TE_1$  modu bu aralıkta yayılır<sup>5,6</sup>. Şekil 1'de  $0 < V < 12$  için elde edilen ve normalize propagasyon sâbitini modlara göre veren çok modlu eğrilere dispersiyon eğrileri de denir.



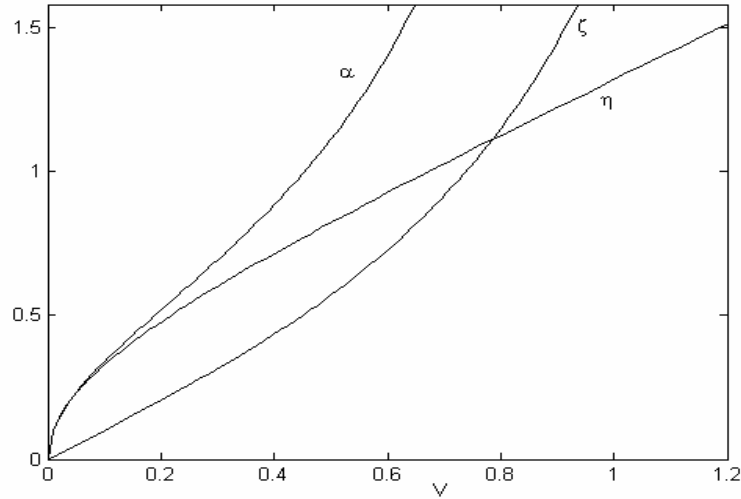
Şekil 1  $0 < V < 12$  için simetrik yarıiletken planar çift farklı yapı bir lazerde  $TE_m$  modunun  $V - \alpha$  eğrileri

En düşük modlu çift fonksiyonlu bir alanda normalize frekansın  $V < \pi/2$  olduğu bölgede enerji öz değerlerinin parametrik koordinatları ve normalize yayılım sâbitinin normalize frekansa göre değişimleri özellik arz eder ve bu değişimler Şekil 2'de görülmektedirler.

<sup>4</sup> Iga, K., "Fundamentals of Laser Optics", sayfa 113, New York, 1994.

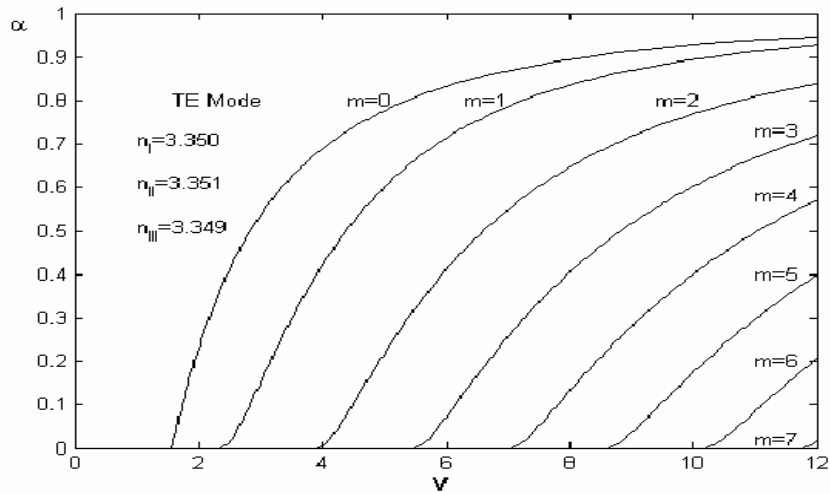
<sup>5</sup> Temiz, M., "The Effects of the Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes", *Laser Phys.*, Vol.11, No.3, 297-305, 2001.

<sup>6</sup> Temiz, M., "Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices", *Laser Phys.*, Vol.12, No.7, 989-1006, 2002.



Şekil 2  $V < \pi/2$  için basamak kırılma indisli çift farklı yapıli simetrik yarıiletken lazerlerde en düşük modlu çift fonksiyonlu bir alanda  $\alpha - V$ ,  $\zeta - V$  ve  $\eta - V$  eğrileri

Şekil 3’de asimetrik yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerlerde kırılma indisleri  $n_I=3.350$ ,  $n_{II}=3.351$  ve  $n_{III}=3.349$  olarak alınmışlardır. Dikkat edilmelidir ki, simetrik yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerlerde orijinden geçen eğri bulunduğu halde, asimetrik yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerlerde orijinden geçen bir eğri yoktur. Bunun anlamı şudur: Asimetrik yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerlerde normalize frekans  $V$ , hiçbir zaman sıfır olmamaktadır.



Şekil 3 Asimetrik yarıiletken planar çift farklı yapıli lazerlerde  $0 < V < 12$  için  $TE_m$ ’ye âit  $\alpha - V$  eğrileri

Asimetrik yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerlerde  $\eta_i$  ve  $\eta_m$  ordinatlarının geometrik ortalaması

$$\eta_e = \sqrt{(1/2)[\eta_i^2 + \eta_m^2]} \quad (5)$$

olduğuna göre, burada belirtmekte fayda vardır ki, (5) ifâdesi, simetrik yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerlerde  $n_i = n_m = n_{i,m}$  olması nedeniyle, taşıyıcıların enerji öz değer noktalarının ordinatı olarak,  $\eta_e = \eta_{i,m} = \eta_c$  olur. Asimetrik yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerlere âit ifadelerde bir takım matematik işlemlerden sonra, taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin absis  $\zeta_c$ , ordinat  $\eta_e$  ve normaize frekansın da

$$\zeta_c = \frac{ak_0 NA}{2} \sqrt{(1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})^2} = \frac{V_c}{2} \sqrt{(1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})^2} \quad (6)$$

$$\eta_e = V_c \sqrt{\frac{1}{2}[1-(1-\alpha)(1/4)(1+\sqrt{1+a_p})^2] + \frac{1}{8}[4(1+a_p) - (1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})^2]} \quad (7)$$

$$V_c = ak_0 NA \quad (8)$$

olduğu bilinmektedir ki burada  $a_p$  antisimetrik faktörü<sup>7,8</sup>,

$$a_p = (n_i^2 - n_m^2)/(n_m^2 - n_i^2) \quad (9)$$

ile verilir.  $\zeta_c$  absisi ve  $\eta_e$  ordinatının  $a_p$  asimetrik faktörüne göre değişimi Şekil 4'de verilmiştir.

Asimetrik yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerler için (6) ve (7) ifâdelerinde  $a_p$  asimetrik faktörü sıfır alınırsa, o zaman

$$\zeta_c = V_c \sqrt{1-\alpha}, \quad \eta_e = V_c \sqrt{\alpha}. \quad (10)$$

olacak şekilde, yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerler için  $\eta_i = \eta_m = \eta_{i,m} = \eta_e$  eşitliği bulunur ki, bu ifâdeler en düşük modlu çift fonksiyonlu  $\cos \zeta$  alanı içindir. Değişimler non lierdirler. Asimetrik faktör  $a_p=0$  olduğunda (9) gereğince  $\eta_i = \eta_m = \eta_{i,m} = \eta_e$  olmaktadır. Bu da ordinat eksenindeki her noktanın simetrik dalga kılavuzuna âit olduğunu gösterir. O zaman  $\zeta_c$  ve  $\eta_e$  simetrik dalga kılavuzunda elektronun enerji öz değer parametrik koordinatları olmak üzere, asimetrik faktörün sıfır olduğu ( $a_p=0$ ) ordinat eksenlerinde

$$\begin{aligned} \zeta_c &= V_c \sqrt{1-\alpha} = 5.6275 \times 10^{-15} \sqrt{1-1.4215 \times 10^{-5}} = 5.6275 \times 10^{-15} \sqrt{0.99998578460000} \\ &= 5.6275 \times 10^{-15} \times 0.99999289227474 = 5.6274 \times 10^{-15} \end{aligned}$$

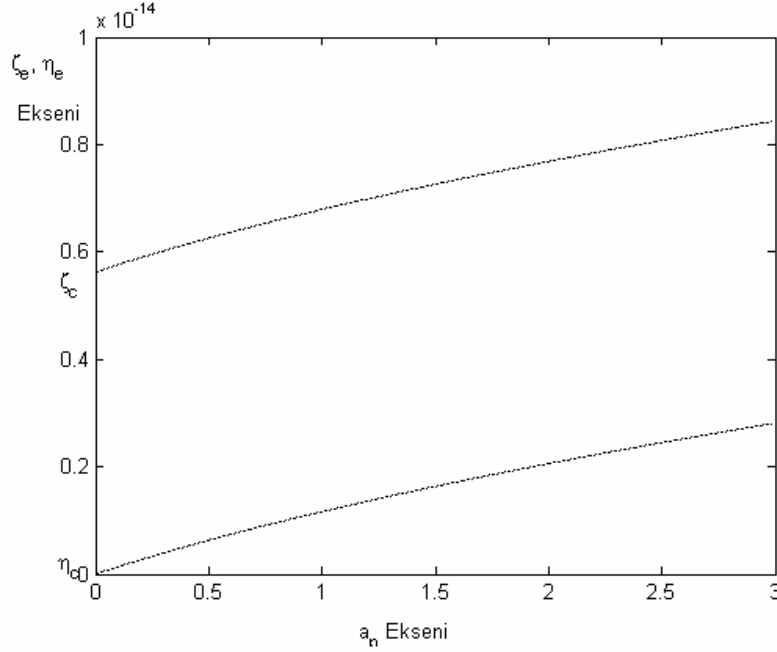
<sup>7</sup> Iga, K., "Fundamentals of Laser Optics", New York, 110, 1994.

<sup>8</sup> Bhattacharya, P., "Semiconductor Optoelectronic Devices", New Jersey, Appendix 10, 572, 1998.

ve

$$\eta_c = V_c \sqrt{\alpha} = 5.6275 \times 10^{-15} \sqrt{1.4215 \times 10^{-5}} = 2.1217 \times 10^{-17}$$

olduğuna dikkat ediniz.



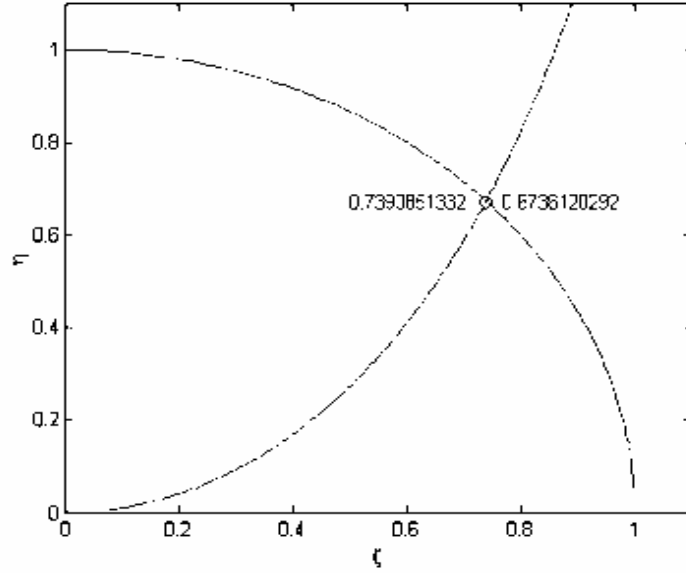
Şekil 4  $\zeta_c$  absisi ve  $\eta_c$  ordinatının  $a_p$  asimetrik faktörüne göre değişimi ( $n_I=3.350$ ,  $n_{II}=4.351$ ,  $a=5 \times 10^{-10}$  m ve  $\lambda=1.55 \times 10^{-6}$  m)

## 6.2. Bâzi Normalize Frekanslarda Enerji Öz Değerleri

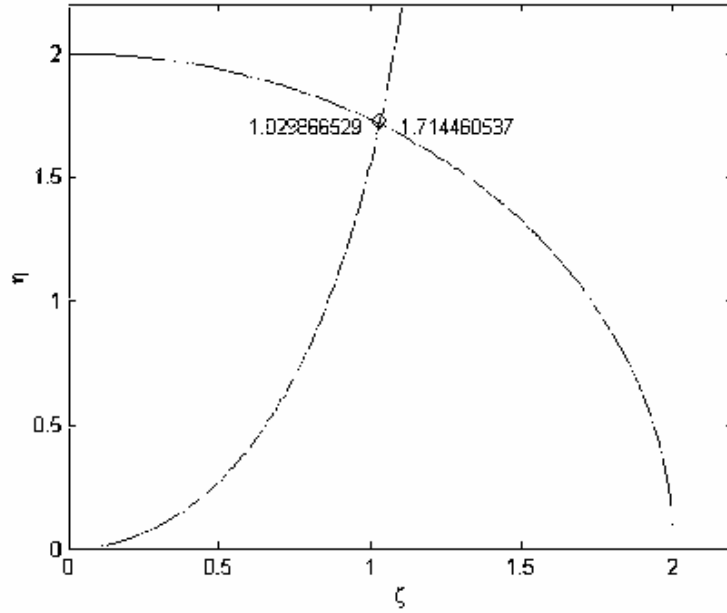
Şekil 5,  $\zeta$ - $\eta$  normalize koordinat sisteminde  $\zeta$  ekseninde 0 ile 2 arasında  $V=1$  ve  $V=2$  normalize frekansları için çizilmiş- ve çift elektrik alanı ( $\cos \zeta$ ) ve tek elektrik alanı ( $\sin \zeta$ )'ya âit gerçek enerji öz değerlerini göstermektedir. Şekil 5 (a), normalize frekans  $V=1$ 'de çift fonksiyonlu elektrik alanı ( $\cos \zeta$ ) için bulunan bir gerçek enerji öz değerlerini temsil eder. Şekil 5 (b)'de  $V=2$  normalize frekansı için çift fonksiyonlu elektrik alanı ( $\cos \zeta$ )'ya âittir. Şekil 5 (c)'de  $V=2$  normalize frekansı için tek fonksiyonlu elektrik alanı ( $\sin \zeta$ )'ya âit enerji öz değerleri vardır. Görüldüğü gibi,  $V=1$  normalize frekansı için tek fonksiyonlu elektrik alanı ( $\sin \zeta$ )'ya âit enerji öz değeri yoktur. Bununla beraber, Şekil 5 (c)'de görüldüğü gibi,  $V=2$  için tek fonksiyonlu elektrik alanı ( $\sin \zeta$ )'ya âit 1 âdet çözüm bulunur.

Sonuç olarak,  $V=1$  ve  $V=2$  için toplam olarak üç çözüm vardır. Bunların iki tânesi çift elektrik alanı ( $\cos \zeta$ )'ya ve bir tânesi tek elektrik alanı ( $\sin \zeta$ )'ya âit olan enerji öz değerleridirler.

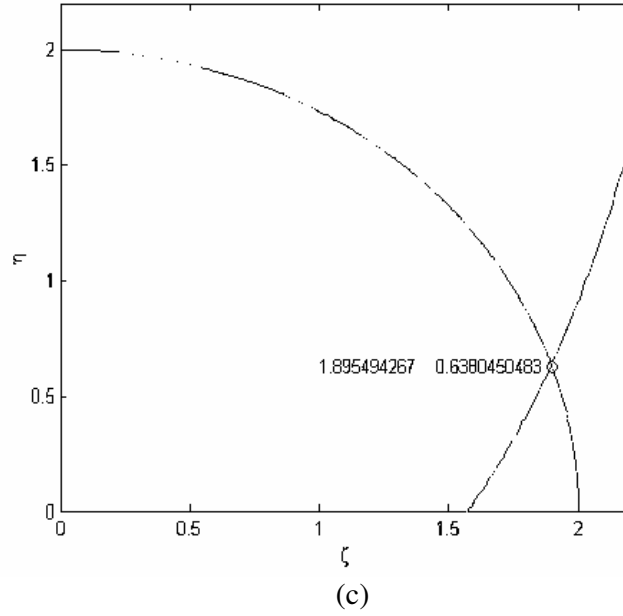
$\zeta - \eta$  normalize koordinat sisteminde, pratik olarak yapılmış bir yazılım program vasıtasıyla belirlenen gerçek enerji öz değerleri noktalarının değerleri  $\zeta_o, \eta_o$  olsun (Şekil 5). Meselâ,  $(\cos \zeta)$  çift fonksiyonlu elektrik alanında  $V=1$  ve  $\alpha=0.45375316586033$  için  $(\zeta_o)_1=0.739085133215161$ ,  $(\eta_o)_1=0.673612029183215$  ve  $V=2$  ve  $\alpha=0.73484373294543$  için  $(\zeta_o)_2=1.02986652932226$ ,  $(\eta_o)_2=1.71446053666503$  enerji öz değer noktalarına sâhiptir.



(a)



(b)



Şekil 5  $\zeta - \eta$  normalize koordinat sisteminde normalize  $\zeta$  ekseninde bir taşıyıcıya âit çift elektrik alanı  $(\cos \zeta)$ 'nın gerçek ve tam olarak bulunmuş enerji öz değer noktaları, (a) çift elektrik alanı  $(\cos \zeta)$ 'ya âit  $V=1$  ve  $\alpha=0.45375316586033$  için  $(\zeta_o)_1=0.739085133215161$ ,  $(\eta_o)_1=0.673612029183215$  (b)  $V=2$  ve  $\alpha=0.73484373294543$  için  $(\zeta_o)_2=1.02986652932226$ ,  $(\eta_o)_2=1.71446053666503$  (c) tek elektrik alanı  $(\sin \zeta)$ 'ya âit  $V=2$  için  $(\zeta_o)_2=1.89549426703398$ ,  $(\eta_o)_2=0.638045048285238$ .

Çift elektrik alanı  $(\cos \zeta)$ 'ya âit iki noktanın bu değerleri normalize frekansın her biri için gerçek ve tam değerlerdir. Sonuç itibâriyle, çift elektrik alanı  $(\cos \zeta)$ ,  $V=1$  ve  $V=2$  için, Şekil 5 (a ve b)'de görüldüğü gibi, iki çözüm noktası ve tek elektrik alanı  $(\sin \zeta)$ ,  $V=2$  için, Şekil 5 (c)'de görüldüğü gibi, bir çözüm noktası vardır. Yâni, çift fonksiyonlu elektrik alanı  $(\cos \zeta)$ ,  $V=1$  ( $\alpha=0.45375316586033$ ) ve  $V=2$ 'nin, ( $\alpha=0.73484373294543$ ), her biri için sâdece birer çözüme sâhip iken, tek fonksiyonlu elektrik alanı  $(\sin \zeta)$  ancak  $V=2$  için bir çözüme sâhiptir. Çift fonksiyonlu elektrik alanı  $(\cos \zeta)$ 'ya âit herhangi bir tasarım için bu nümerik değerler kullanılabilir. Gerekirse, çift fonksiyonlu elektrik alanı  $(\cos \zeta)$ 'ya âit  $V=1$  için  $\zeta - \eta$  normalize koordinat sistemindeki  $(\zeta_o)_1=0.739085133215161$ ,  $(\eta_o)_1=0.673612029183215$  ve  $V=2$  için  $(\zeta_o)_2=1.02986652932226$ ,  $(\eta_o)_2=1.71446053666503$

sonuçlarını doğrudan doğruya kullanmak mümkündür.  $[(\zeta_o)_1, (\eta_o)_1]$  ve  $[(\zeta_o)_2, (\eta_o)_2]$  noktaları oldukça duyarlı olarak elde edilmiştir<sup>9</sup>. Bu sonuçların

$$V = \sqrt{\zeta^2 + \eta^2} = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* V_o} \quad (11)$$

formülünü doğruladığına dikkat ediniz. Meselâ,

$$(1.02986652932226^2 + 1.71446053666503^2)^{1/2} = 2$$

ettiği hemen görülebilir.

### Sorular.

1) Şekil 5'de  $\zeta - \eta$  normalize koordinat sisteminde bulunan noktaların  $V = \sqrt{\zeta^2 + \eta^2}$  formülünü gerçeklediklerini gösteriniz

2) Normalize frekansın  $V=1$  değeri için  $V_o$  çukur potansiyelini bulunuz.

3)  $1.55 \times 10^{-6}$  m dalga boyunda  $n_{II}=3.352$  indisli bir ortamda,  $n_{I,III}=3.351$  ve  $a=1000 \text{ \AA}$  için  $V=0.0331881$ ,  $\alpha=0.00109984$ ,  $\zeta=0.0331699$  ve  $\eta=0.00110064$  olarak hesaplanmıştır.

a) Bir elektronun kırılma indisi  $n_{II}=3.352$  olan bir ortamdaki kütlesi  $m^* = \frac{m_o}{\gamma} = 9.544110262972948 \times 10^{-31} \text{ kg}$  olduğuna göre, çukur potansiyelini ve  $E_I$  enerji öz değerini hesaplayınız.

b) Aktif bölgedeki ve gömlek bölgelerindeki yayılım ve faz sâbitlerini bulunuz.

### Cevaplar:

1)  $V=1$  için  $(\zeta_o)_1=0.739085133215161$ ,  $(\eta_o)_1=0.673612029183215$ :

$$V = \sqrt{(\zeta_o)_1^2 + (\eta_o)_1^2} = \sqrt{0.739085133215161^2 + 0.673612029183215^2} = \sqrt{0.673612029183215^2 + 0.739085133215161^2} = 1.000000000000000$$

$V=2$  için  $(\zeta_o)_2=1.02986652932226$ ,  $(\eta_o)_2=1.71446053666503$ :

$$V = \sqrt{(\zeta_o)_2^2 + (\eta_o)_2^2} = \sqrt{1.02986652932226^2 + 1.71446053666503^2} = \sqrt{1.02986652932226^2 + 1.71446053666503^2} = 2.000000000000000$$

$V=2$  için  $(\zeta_o)_2=1.89549426703398$ ,  $(\eta_o)_2=0.638045048285238$ :

<sup>9</sup> Temiz, M., Karakılıç, Ö.Ö. "Yarıiletken Kuantum Çukurunda Elementer Modlarda Temel Parametreler ve Bazı Normalize Frekanslarda Enerji Özdeğer Noktaları", Hava Harp Okulu, Havacılık ve Uzay Teknolojileri Enstitüsü, Cilt 1, Sayı 4, Sayfa 61-73, 2004.



$$V = \sqrt{(\zeta_o)_2^2 + (\eta_o)_2^2} = \sqrt{1.89549426703398^2 + 0.638045048285238^2} = \\ \sqrt{1.89549426703398^2 + 0.638045048285238^2} = 2.000000000000000$$

2) Normalize frekansın  $V=1$  değeri için  $V_o$  çukur potansiyelini bulmak için

$V = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^*V_o}$  formülünden faydalanılır. Bu formüle çukur potansiyeli aktif bölge genişliği, dalga boyu ve kırılma indislerine bağlı olduğu gibi, formüldeki eşitliğin sağ tarafında da görüldüğü gibi, yine aktif bölge genişliğine ve elektronların efektif kütlesi normalize Planck sâbiti gibi malzeme parametrelere de bağlıdır.

$$\hbar = 1.055 \times 10^{-34} \text{ Js} \\ m^* = 0.067m_0 = 0.067 \times 9.1095 \times 10^{-31} = 0.6103 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^*V_o} \rightarrow V_o = \frac{\hbar^2 V^2}{2m^* a^2} = \frac{1.055 \times 10^{-34}}{2 \times 0.6103 \times 10^{-31} \times (5 \times 10^{-10})^2} = \frac{1.1130 \times 10^{-68}}{1.3586 \times 10^{-51}} = 0.8192 \times 10^{-17} \text{ J}$$

$$eV = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}, \rightarrow 1J = \frac{1}{1.602 \times 10^{-19}} eV = 0.6242 \times 10^{19} eV$$

$$V_o = 0.8192 \times 10^{-17} \text{ J} = 0.8192 \times 10^{-17} \times 0.6242 \times 10^{19} eV = 51.13 eV$$

$$V=1 \text{ için } V_o = 51.13 eV \rightarrow V_{o1} = 51.13 eV$$

$$V_{o1} = \frac{\hbar^2 V^2}{2m^* a^2} \Big|_{V=1} = \frac{\hbar^2}{2m^* a^2} \rightarrow V_{o2} = V_{o1} V^2 \Big|_{V=2}, \rightarrow V_{on} = V_{o1} V^n \Big|_{V=n}$$

$$V=2 \text{ için } V_{o2} = V_{o1} V^2 \Big|_{V=2} = 51.13 \times (2)^2 = 204.5200 eV$$

$$V=0.5 \text{ için } V_{o2} = V_{o1} V^2 \Big|_{V=0.5} = 51.13 \times (0.5)^2 = 12.7825 eV$$

3)  $1.55 \times 10^{-6} \text{ m}$  dalga boyunda  $n_{II} = 3.352$  indisli bir oramda,  $n_{I,III} = 3.351$  ve  $a = 1000 \text{ \AA}$  için  $V = 0.0331881$ ,  $\alpha = 0.00109984$ ,  $\zeta = 0.0331699$  ve  $\eta = 0.00110064$  olarak hesaplanmıştır. Bir elektronun kırılma indisi  $n_{II} = 3.352$  olan bir ortamdaki kütlesi  $m^* = \frac{m_o}{\gamma} = 9.544110262972948 \times 10^{-31} \text{ kg}$  olduğuna göre,

$$a) \text{ Çukur potansiyelini ve } E_1 \text{ enerji öz değerini bulmak için } V_o = \frac{\hbar^2 V^2}{2m^* a^2} \text{ ve}$$

$V_o = V^2 E_n / \eta^2$  formüllerinden faydalanılabilir.

$$V_o = \frac{\hbar^2 V^2}{2m^* a^2} = \frac{(1.0546 \times 10^{-34})^2 (0.0331881)^2}{2 \times 9.544110262972948 \times 10^{-31} \times (a \times 10^{-10})^2} = \frac{(1.0546 \times 10^{-34})^2 (0.0331881)^2}{2 \times 9.544110262972948 \times 10^{-51} \times a^2}$$

$$=6.417632888114822 \times 10^{-22} / a^2 \text{ J} = 0.00400601303877 / a^2 \text{ eV}$$

$$a = 1000 \text{ \AA}$$

$$V_o = 0.00400601303877 \times 10^{-6} \text{ eV} = 0.00400601303877 \text{ \mu eV}$$

$$V_o = V^2 E_n / \eta^2 \rightarrow E_i = \frac{V \eta^2}{V^2} = (6.417632888114822 \times 10^{-22} / a^2 \times 0.00110064^2) / 0.0331881^2$$

$$= 7.058300612940843 \times 10^{-25} / a^2 \text{ J} = 4.405930470000526 \times 10^{-6} / a^2 \text{ eV},$$

$$a = 1000 \text{ \AA}$$

$$E_i = 4.405930470000526 \times 10^{-12} \text{ eV} = 4.405930470000526 \times 10^{-6} \text{ \mu eV} = 4.405930470000526 \text{ \mu \mu eV}$$

b) Aktif bölgedeki ve gömlek bölgelerindeki yayılım ve faz sâbitlerini bulmak için  $\alpha_n = \zeta/a$  ve  $\alpha_{i,m} = \eta/a$  formüllerinden faydalanılır.

$$\alpha_n = \zeta/a = 0.0331699 / 100 \times 10^{-10} = 331699 \text{ m}^{-1}, \alpha_{i,m} = \eta/a = 0.00110064 / 100 \times 10^{-10}$$

$$= 11006.4 \text{ m}^{-1}.$$

Simetrik yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerlerinin aktif bölgede çift elektrik alanı ( $\cos \zeta$ ) ve tek elektrik alanı ( $\sin \zeta$ )'ya âit taşıyıcıların enerji öz değerlerinin diğer normalize frekans değerlerine karşı düşen diğer  $\zeta_c$  ve  $\eta_c$  parametrik koordinatları da benzer şekilde hesaplanabilir<sup>10</sup>.

<sup>10</sup> Temiz, M., Karakılıç, Ö.Ö., "A Novel Procedure and Parameters for Design of Symmetric Quantum Wells in Terms of Normalised Propagation Constant as a Model  $\alpha$  in the Single Mode", *Hava Harp Okulu, Havacılık ve Uzay Teknolojileri Enstitüsü*, Cilt 1, Sayı 2, Sayfa 73-81, 2003.

## BÖLÜM VII

### GÜÇ ORANLARI

#### 7.1. Giriş

Elektrik alanı, birim uzunluk başına potansiyeli gösterir, dolayısıyla özel bir potansiyeldir. Fizikte çoğunlukla potansiyel büyüklüklerin kullanılmasına karşılık, elektrik mühendisliğinde, daha çok, elektrik alanı kullanılır. Bu yüzden, görüldüğü gibi kitabımızda hep elektrik alanı ile çalışılmaktadır.

Bir elektrik alanı ile tasvir edilen bir taşıyıcının bağlı olması (kuantize duruma sokulması) için aktif bölgeye hapsedilmesine müsaade edilir.

Kuantize (bağlı) taşıyıcıların durumları, bunlara âit *Schrödinger Dalga Denklemi*'nin çözümleri ve enerjileriyle tasvir edilirler.

Bir taşıyıcının (meselâ bir elektronun) elektrik alanı ve toplam enerjisi,

$$[-\nabla^2 + \frac{\hbar^2}{2m^*} V_0]E(x,y,z) = \frac{2m^*E_n}{\hbar^2}E(x,y,z), \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

*Schrödinger Dalga Denklemi* çözülerek elde edilir. Burada  $E(x,y,z)$ , taşıyıcıyı (iletim bandaki electron ya da valans bandındaki deliği) tasvir eden elektrik alanını;  $E_n$ , electron ya da deliğin

$$E_n(n, k_y, k_z) = \hbar^2/2m^*[\pi^2 n^2/4a^2 + k_y^2 + k_z^2] \quad (2)$$

ile verilen üç boyuta âit<sup>1</sup> enerji öz değerini gösterir. Burada  $k_y$  ve  $k_z$  sırasıyla  $y$  ve  $z$  doğrultularındaki dalga numaralarını temsil ederler.

Simetrik kuantum çukurlarında gömlek bölgelerindeki elektrik alanları ve aktif bölgedeki elektrik alanı<sup>2</sup>, sırasıyla,

$$E_{y,III} = A_{y,III} \exp[\pm \alpha_{y,III} (x \pm a)], \quad (3)$$

$$E_{y,II} = A_{y,II} \cos(\alpha_{y,II} x - \theta) = A_{y,II} \cos\left(\frac{n\pi x}{2a} - \theta\right) \quad (4)$$

verilir. (4)'de  $\theta = 0$  alınır, çift fonksiyonlu ve  $\theta = 90^\circ$  alınır, tek fonksiyonlu elektrik alanı elde edilir.  $A_{y,III}$  katsayısı, çift fonksiyonlu elektrik alanı için  $A_{e,III} = A_{y,III} \cos\zeta$  ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için  $A_{o,III} = A_{y,III} \sin\zeta$  olarak alınır. (4)'de  $\theta = 0$  alınır, çift fonksiyonlu elektrik alanı

<sup>1</sup> Schiff, L. I., 1982, *Quantum Mechanics*, (Tokyo: Graw-Hill Book Comp.).

<sup>2</sup> Ruck, J.A., 1994, *Fundamentals of Optical Fibers*, p.26, (New York: John Wiley and Sons, Inc.).

$$E_{y_{II}}^e = A^e \cos \frac{n\pi x}{2a}, n=1, 3, 5, \dots \quad (5)$$

ve  $\theta = 90^\circ$  alınırsa tek fonksiyonlu elektrik alanı

$$E_{y_{II}}^o = A^o \sin \frac{n\pi x}{2a}, n=0, 2, 4, \dots \quad (6)$$

olur.

Bir taşıyıcıya âit  $|E_{y_{II}}(x)|^2$  büyüklüğü, taşıyıcının (meselâ, bir elektronun) kuantum çukurunun (aktif bölgenin) içinde x pozisyonunda bulunma ihtimâlini verir. (\*) kompleks eşleniği göstermek üzere, (4)-(6)'daki katsayılar

$$\int_{-a}^a E_{y_{II}}^{e*} E_{y_{II}}^e dx = \int_{-a}^a |E_{y_{II}}^e|^2 dx = 1, \quad (7)$$

normalizasyon ifâdesi ile belirlenirler. Bu, mümkün olan bütün olaylar için taşıyıcının aktif bölgedeki toplam ihtimâlini (olasılığını) verir ki, bu da 1'dir. Bunun fizikî anlamı, *taşıyıcı, her hâlükarda aktif bölge içindedir.* demektir. Başka bir ifâdeyle, her bir yük taşıyıcısını temsil eden her bir elektrik alanının mutlak karesinin  $(-a, a)$  aralığındaki entegrali 1 olursa, bu taşıyıcıların her biri,  $(-a, a)$  sınırları ile belirlenen aktif bölge içinde bulunur.

I, II ve III bölgelerindeki yayılım sâbitleri  $\alpha_I$ ,  $\alpha_{II}$  ve  $\alpha_{III}$  birer özel dalga numaralarıdır ve taşıyıcıların aktif bölgede hapsedilmeleri için bunlar arasındaki ilişkilerin,

$$\alpha_I^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_I}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_I^2, k_I = \frac{\omega n_I}{c} = k_o n_I, \quad (8)$$

$$\alpha_{II}^2 = \left(\frac{\omega n_{II}}{c}\right)^2 - \beta_z^2 = k_{II}^2 - \beta_z^2, \quad k_{II} = \frac{\omega n_{II}}{c} = k_o n_{II} \quad (9)$$

$$\alpha_{III}^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_{III}}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_{III}^2, k_{III} = \frac{\omega n_{III}}{c} = k_o n_{III}, k = \frac{\omega n}{c}, k_o = |\mathbf{k}_o| = \omega/c = 2\pi/\lambda. \quad (10)$$

olduğu bilinmektedir<sup>3,4,5</sup>.

Alanlar uzam (mekan) frekansı (*spatial frequency*) denilen  $\alpha_{II}$ 'nin ve  $a$ 'nın fonksiyonu oldukları gibi, aynı zamanda (3) ve (4)'deki alan kat sayıları da,  $A_{e_{I,III}} = A \cos \alpha_{II} a = A \cos \zeta$  ve  $A_{o_{I,III}} = A \sin \alpha_{II} a = A \sin \zeta = B \sin \zeta$ 'dan görüldüğü gibi, elektrik

<sup>3</sup> Ruck, J.A., 1994, *Fundamentals of Optical Fibers*, p.26, (New York: John Wiley and Sons, Inc.).

<sup>4</sup> Verdeyen, J. T., 1989, *Laser Electronics*, (New Jersey: Prentice-Hall, Inc.).

<sup>5</sup> Temiz, M., 2002, Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices, *Laser Physics*, Vol.12, No.7.

alanı ifâdelerinde bulunan  $\alpha_{II}$  'nin ve  $a$  'nın fonksiyonudurlar. Burada tek fonksiyonlu elektrik alanına âit kat sayı, anlaşılması daha kolay olsun diye,  $A \rightarrow B$  alınmıştır. Aksi söylenmedikçe bundan sonra gerektiğinde tek fonksiyonlu elektrik alanları için B kat sayısı kullanılacaktır. Burada dikkat edilmesi gereken bir şey de  $\zeta = \alpha_{II}a$  boyutsuz değişkeninin tanımıdır.  $n_I$ ,  $n_{II}$  ve  $n_{III}$  sembolleri Şekil 1'de görüldüğü gibi, sırasıyla I, II ve III bölgelerinin kırılma indisleridirler. Bir lazer oluşumu için genel olarak bunlar arasında  $n_{II} > n_I > n_{III}$  eşitsizliğinin olmasına çalışılır. Bu eşitsizlik  $k_I \langle \beta_z \langle k_{II}$  ve  $k_{III} \langle \beta_z \langle k_{II}$  sonuçlarını doğurur. Bu sonuçlar, asimetric ve simetric basamak kırılma indisli yarıiletken lazerlerde (8)-(10)'da  $\alpha_I$ ,  $\alpha_{II}$  ve  $\alpha_{III}$  parametrelerine âit eşitliklerin sağ taraflarını, dolayısıyla bu parametreleri reel yapar. Bir simetric basamak kırılma indisli yarıiletken lazerde  $\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$ , böylece  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$  ve ayrıca  $A_{I,III} = A_I = A_{III}$  olduğu bilinmektedir<sup>6</sup>.  $n_{I,III}$  sembolü gömlek bölgelerindeki eşit kırılma indisini ve  $n_{II}$  sembolü aktif bölgenin kırılma indisini gösterdiği açıktır.  $\beta_z$  ise z doğrultusunda yayılan dalganın faz sâbitini;  $k$ , boşluktaki  $k$  dalga vektörünün büyüklüğü olan dalga numarasını göstermektedir.  $\epsilon_0$ , boşluğun dielektrik sâbiti,  $\mu_0$  ise manyetik geçirgenlik sâbitidir. Bunlar arasında  $\epsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$  ilişkisinin ve  $c$ 'nin ise ışık hızı olduğu bilinmektedir<sup>7,8</sup>.

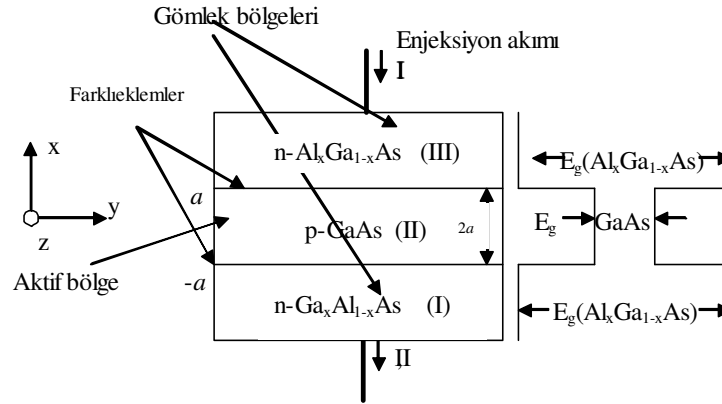


Fig.1 Kuantum çukuru ve enerji-bant yapısının temel bölgeleri

Tekli kuantum çukuru, üç bölgeyi temel kuantum cihazlarından bir tânesidir (Şekil 1). Bu bölgeler, meselâ 10 nm kalınlığından daha küçük olan galyum arsenik (GaAs) film katmanlarından (tabakalarından) yapılır. Bu katmanlar, moleküler epitaksi tekniği kullanılarak alüminyum galyum arsenik (AlGaAs) malzemesi üretilerek elde edilir. GaAs and  $Al_xGa_{1-x}As$  malzemeleri, arasında çok güzel bir uyum vardır<sup>9</sup>. Burada  $x$ 'in GaAs malzemesinde galyumla yer değiştiren alüminyumun oranı olduğu hatırlanmalıdır.

<sup>6</sup> Temiz, M., 2002, Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices, Laser Physics, Vol.12, No.7.

<sup>7</sup> Iga, K., 1994, *Fundamentals of Laser Optics*, p.111, (New York: Plenum Press).

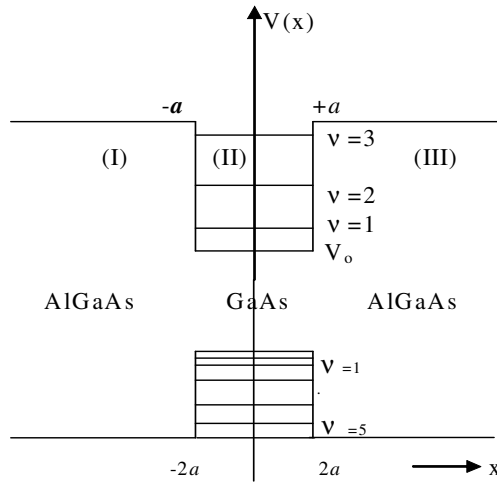
<sup>8</sup> Temiz, M., 2002, Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices, Laser Physics, Vol.12, No.7.

<sup>9</sup> Verdeyen, J. T., 1989, *Laser Electronics*, (New Jersey: Prentice-Hall, Inc.).

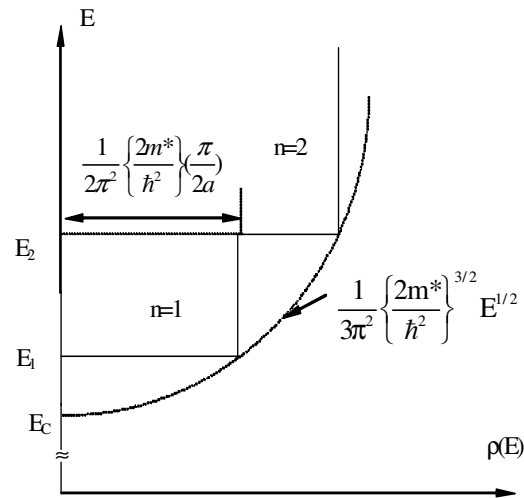
Farklı enerji-bant yapısına sâhip olan GaAs ve AlGaAs malzemeleri diğ er bir yarıiletken malzeme üzerinde oluşturulur. Bu iki malzemenin enerji-bant yapısına arasında Şekil 1'de görüldüğü gibi bir keskin süreksizlik vardır. GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As gibi bir malzemede genel olarak süreksizliğin %60'ı iletim bandında, %40 valans bandındadır<sup>10</sup>. Elektronlar, galyum arsenik (GaAs) tabakasında hapsedilirler. Bu tabakayı kuşatan gömlek bölgelerinin enerji-bandı, aktif bölgenin enerji bandından daha büyüktür<sup>11</sup>.

Tek bir kuantum çukuru, alt enerji seviyelerine sâhip olan esas yapıyı oluşturur. Bu yapıda elektron ve delikler, bir boyutta hapsedildikleri mekanda birbirlerini kuvvetli bir şekilde etkilerler. Bu insan-yapısı yapılar, çok küçük boyutlarda değışik özellikler sergilerler. Buralarda etkilenen bir elektron, atom tipi bir davranışa zorlanır. Bu davranışın geleneksel bir lazerden farkı, elektron ve deliklerin birleşerek fotonun meydana geldiği, aktif bölgelerinin boyutlarının farklı oluşudur:

Geleneksel bir lazerin  $2a$  kalınlıklı aktif bölgesinin genişliğı elektronun *Broglie Dalga Boyu*, *Bhor Yarıçapı* ya da *Ortalama Serbest Uzunluğı* denen bir boyuta kadar küçültülürse, *Kuantum Boyut Etkisi* denen bir özellik doğ ar ki, bu tek boyutlu bir uzayda taşıyıcıların enerjilerinin kuanlaştırılmasına götürür. Böylece, uzayda taşıyıcı enerjilerinin kuanlaştırılması ile kuantum çukurunun GaAs katmanı içinde yeni taşıyıcı enerji seviyeleri meydana gelir. İnce bir malzeme tabakasında hapsedilmiş olan böyle taşıyıcıların iletim ve valans bantlarındaki yeni enerji seviyeleri Şekil 2'de görülmektedir. Şunu hatırlatmakta fayda vardır ki, elektronların hapsedilmeleri, fizikî duvarlarla değıl enerji duvarları ile olmaktadır.



Şekil 2 GaAs/AlGaAs kuantum çukuruna âit enerji-bant diyagramı



Şekil 3  $2a$  kalınlıklı GaAs/AlGaAs kuantum çukurunda taşıyıcıların durum yoğunluğı

<sup>10</sup> Verdeyen, J. T., 1989, *Laser Electronics*, (New Jersey: Prentice-Hall, Inc.).

<sup>11</sup> Fairus, A.T.M. and Arora, V.K., 2000, Quantum engineering nanoelectronic devices: the role of quantum confinement on mobility degradation, *Microelectronic Journal* 00 (2000) 000-000, Elsevier.

2a kalınlıklı bir GaAs/AlGaAs kuantum çukurunda hapsedilme yok iken bir optik elektrik alanında bir taşıyıcının n. enerji seviyesi,

$$E_n = n^2 \pi^2 \hbar^2 / 8m^* a^2, \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

ile verilir. Burada  $\hbar$  normalize Planck sâbiti olup  $\hbar = h/2\pi$  olarak verilir.  $m^*$  ise, bir taşıyıcının efektif kütesidir<sup>12,13</sup>.  $E_n = n^2 E_1$ ,  $n=1, 2, 3, \dots$ , alınır, burada  $E_1$  *Temel Seviye Enerjisi (Toprak Durumu Enerjisi)* adını alır ve çift fonksiyonlu elektrik alanında ilk enerji seviyesidir.  $n=1, 3, 5, \dots$ , çift fonksiyonlu elektrik alanına ve  $n=2, 4, 6, \dots$ , tek fonksiyonlu elektrik alanına karşı düşen enerji öz değerlerini verir.

Eğer, bir taşıyıcı derinliği  $V_0$  kuantum çukurunda hapsedilirse, (11) ifâdesi yerine

$$e_\nu = V_0 - n^2 \pi^2 \hbar^2 / 8m^* a^2 = V_0 - n^2 E_1, \quad n, \nu = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

biçiminde yazılır. Bu, çukur içindeki kuantize enerji seviyelerini verir. Burada n alan modunu ve ise kuantum çukurundaki kuantum enerji seviyelerini temsil etmektedir.

Formülde verilen  $V_0$  potansiyeli, kullanılan yarıiletken malzemenin yapısal özellikleri değiştirilerek elde edilir<sup>14</sup>. Şekil 2’de elektronlar için 3 ve ağır delikler için belirlenmiş 5 enerji seviyesi görülmektedir: Elektron ve deliklere âit bu enerji seviyelerinin sayı farkı, bunların efektif kütlelerinin farkından doğmaktadır. Deliklerin daha büyük olan efektif kütlelerinin daha fazla enerji seviyelerine sebep olacağı, (12) formülüne göre tabiidir<sup>15</sup>.

Şekilde 2’de görüldüğü gibi, taşıyıcılar kuantum çukuru içinde Şekil 3’deki gibi, çukur duvarlarına dik doğrultuda sıralanırlar. Burada 2a aktif bölgenin kalınlığıdır.  $\rho(E)$  ise, aktif bölgedeki taşıyıcıların enerji boyutundaki durum yoğunlunu gösterir. 2a kalınlığı seçilerek bant aralığı mühendislerince durumların tasarımının yapılabileceğini söyleyebiliriz. Bant aralığının yapısı, a uzunluğu, duvar kompozisyonu ve çukur yapısı tarafından belirlenir. Meselâ,  $n=1$  için durum yoğunluğu

$$E_1 = \frac{(\hbar k)^2}{2m^*}, \quad k = \pi/2a, \quad (13)$$

olup<sup>16</sup> daha büyük olan E enerjisinden bağımsızdır ve müsaade edilen ilk enerji seviyesidir. (12) eşitliğini düşünerek diyebiliriz ki, müsaade edilmiş bağlı kuantize durumlar  $\nu = \sqrt{8m^*(V_0 - E_n)}a/\hbar\pi$  ile verilir. Bu denklem, bağlı kuantize enerji durumlarının  $V_0$  duvar potansiyel enerjisine (çukurun derinliğine), aktif bölgenin yarı genişliğine, taşıyıcının aktif

<sup>12</sup> Verdeyen, J. T., 1989, *Laser Electronics*, (New Jersey: Prentice-Hall, Inc.).

<sup>13</sup> Schiff, L. I., 1982, *Quantum Mechanics*, (Tokyo: Graw-Hill Book Comp.).

<sup>14</sup> Chow, W.W. and Koch, S.W., 1999, *Semiconductor-Laser Fundamentals*, Springer.

<sup>15</sup> Syms, R. and Cozens, J., 1992, *Optical Guided Waves and Devices*, (New York: McGraw-Hill Book Company).

<sup>16</sup> Verdeyen, J. T., Op. Cit. 395.

bölge içindeki efektif kütesine ve n mode numarasına ilişkin  $e_n$  taşıyıcı enerji öz değerine bağlı olduğunu gösterir.

**Sorular:**

$$1) \int_{-a}^a E^{e,o}_{yn} E^{e,o}_{yn}{}^* dx = \int_{-a}^a |E^{e,o}_{yn}|^2 dx = 1 \text{ denklemini neyi ifâde eder?}$$

**Cevaplar:**

1) Bu denklemde elektrik alan sembolünün üstünde görülen ( $e,o$ ) harflerinden e harfi İngilizce “çift” anlamına gelen “even” kelimesinin ilk harfi ve (o) harfi İngilizce “tek” anlamına gelen “odd” kelimesinin ilk harfidir. Çift ve tek elektrik alanları için bu denklem ayrı ayrı yazılabilir:

$$\int_{-a}^a E^e_{yn} E^e_{yn}{}^* dx = \int_{-a}^a |E^e_{yn}|^2 dx = 1$$

çift alan için ve

$$\int_{-a}^a E^o_{yn} E^o_{yn}{}^* dx = \int_{-a}^a |E^o_{yn}|^2 dx = 1$$

tek alan içindir.

## 7.2. Normalize Frekans Dâireleri

Yukarıda (9)'daki  $\alpha_n$  'ye Yerel Frkans-Mekan Frekansı da denir<sup>17</sup> ve bu

$$\alpha_n = 1/\hbar \sqrt{2m^* [V_o - E_n]} = \sqrt{[n_n^2 k_o^2 - \beta_z^2]}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (14)$$

ile de verilir<sup>18,19</sup>. Diğer taraftan simetrik dalga kılavuzlarında gömlek bölgelerinin eşit olan propagasyon sâbiti ise,

$$\alpha_{lm} = \sqrt{2mE_n}/\hbar = \sqrt{\beta_z^2 - (n_{lm} k_o)^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

olur.  $\zeta = \alpha_n a$  ve  $\eta = \alpha_{lm} a$  parametrelerinin tanımlanmasıyla-ki bunlar taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin parametrik koordinatlarıdır-ileride açıklanacağı gibi,

$$\zeta = a/\hbar \sqrt{2m^* [V_o - E_n]} \quad (16)$$

$$\eta = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2mE_n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (17)$$

<sup>17</sup> Temiz, M., 2002, Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices, Laser Physics, Vol.12, No.7.

<sup>18</sup> Schiff, L. I., 1982, *Quantum Mechanics*, p.39, (Tokyo: McGraw-hill Book Comp.).

<sup>19</sup> Bhattacharya, P., 1998, *Semiconductor Optoelectronic Devices*, (New Jersey, Appendix 10), p.574.



$$E_v = \hbar^2 \pi^2 / 8m^* a^2 = p^2 / 2m^*, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (18)$$

elde edilir<sup>20,21</sup>. Taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin parametrik koordinatlarıdır  $\zeta$ ,  $\eta$  özellikle dalga kılavuzunun 'derinlik' ve normalize propagasyon sâbitini etkilerler. Yâni (15) denklemi,

$$E_v = \alpha_{I,III}^2 \hbar^2 / 2m^* \quad (19)$$

ya da

$$E_v = p^2 / 2m^* = k^2 \hbar^2 / 2m^* \quad (20)$$

sonucunu verir<sup>22</sup>. Burada p iletim bandındaki elektronun ya da valans bandındaki deliğin momentumunu gösterir.  $\alpha_{I,III}$ , özel bir dalga numarasıdır. Asimetrik dalga kılavuzlarında  $\alpha_I$ ,  $\alpha_{II}$  ve  $\alpha_{III}$  parametreleri aralarında

$$\alpha_I / \alpha_{II} = \tan(\alpha_{II} a + \theta), \quad \alpha_{III} / \alpha_{II} = \tan(\alpha_{II} a - \theta) \quad (21)$$

ilişkilerinin olduğu bilinmektedir. Burada, m mod numarasını göstermek üzere,  $\theta$  açısı çift fonksiyonlu elektrik alanı için  $m\pi/2$ ,  $m=0, 2, 4, \dots$ , ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için  $m=1, 3, 5, \dots$ , olarak alınır<sup>23</sup>.

Normalize Frekans V

$$V = \sqrt{\zeta^2 + \eta^2} = 2\pi(a/\lambda)NA = ak_o NA = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* V_o} \quad (22)$$

ile tanımlanır. Bu,  $V = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* V_o}$  yarıçaplı bir dâire verir. Burada  $\omega = 2\pi f = 2\pi c / \lambda$  olup optik alanın f frekansı,  $\lambda$  dalga boyu ve  $NA = \sqrt{n_{II}^2 - n_{I,III}^2} \cong n_{II} \sqrt{2\Delta}$  simetrik dalga kılavuzunun nümerik açıklığıdır. Burada kırılma indisi yüzdesi olan  $\Delta$ ,  $\Delta = (n_{II}^2 - n_{I,III}^2) / 2n_{II}^2 \cong (n_{II} - n_{I,III}) / n_{II}$  ile verilir. (21)'deki denklemlerden elde edilen çift fonksiyonlu alanlar için tanjant ve tek fonksiyonlu alanlar için kotanjant eğrileri ile (22)'nin belirttiği dâirelerin kesim noktaları, ele alınan bu simetrik dalga kılavuzunun enerji öz değerlerine âit noktaları verir. Şekil 3'de kesiksiz eğriler çift fonksiyonlu elektrik alanı ve nokta-nokta eğriler tek fonksiyonlu elektrik alanı tarafından temsil edilen enerji öz değerlerine karşı düşen noktalardan oluşur. Bu eğrilerle normalize frekans dâirelerinin kesim noktaları ele alınan kırılma indislerine karşı düşen çözüm noktalarını verir.

<sup>20</sup> Temiz, M., 2002, Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices, Laser Physics, Vol.12, No.7.

<sup>21</sup> Temiz, M., 2001, The Effects of Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes, Laser Physics, Volume 11, No. 3, p.299.

<sup>22</sup> Schiff, L. I., 1982, *Quantum Mechanics*, p.39, (Tokyo: McGraw-hill Book Comp.).

<sup>23</sup> Ruck, J.A., 1994, *Fundamentals of Optical Fibers*, p.26, (New York: John Wiley and Sons, Inc.).

### 7.3. Asimetrik Dalga Kılavuzunda Parametrik Koordinatlar

Normalize propagasyon sâbitinin

$$\alpha = \eta^2/V^2 \quad (23)$$

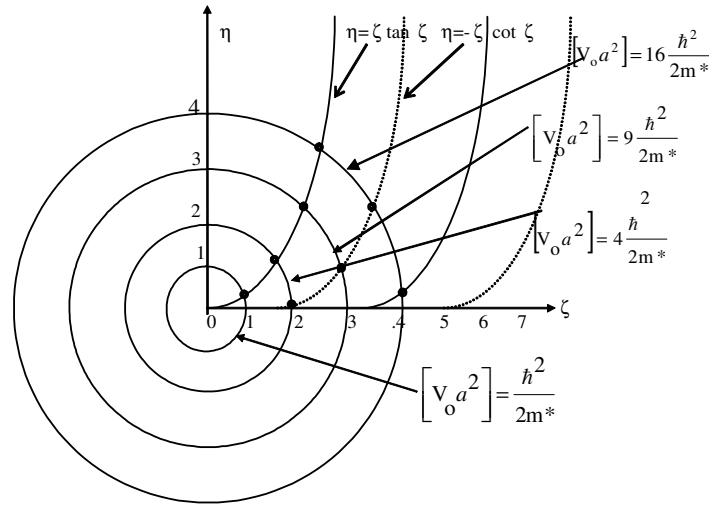
absise âit parametrik koordinatın

$$\zeta = V\sqrt{1-\alpha} \quad (24)$$

olduğu bilinmektedir. (18,22,23) denklemlerinden

$$\alpha = E_n/V_0 \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (25)$$

elde edilir. Bu denklem, Verilen bir  $V_0$  ve  $E_n$  enerjisi için  $\alpha$ 'nın hesabını mümkün kılar.



Şekil 3 Tek ve çift fonksiyonlu elektrik alanlarına âit enerji öz değer noktaları

Asimetrik bir dalga kılavuzunda enerji öz değerinin ordinatı yaklaşık olarak

$$\eta_e = \sqrt{(1/2)[(a\alpha_1)^2 + (a\alpha_m)^2]} \quad (26)$$

ya da

$$\eta_e = \sqrt{(1/2)[\eta_1^2 + \eta_m^2]} \quad (27)$$

Geometrik ortalamaları ile verilir. Burada  $\eta_1 = a\alpha_1$  ve  $\eta_m = a\alpha_m$  ile tanımlanırlar. Bunlar, sırasıyla I ve III bölgelerindeki taşıyıcıların enerji öz değerlerinin ordinatlarıdır. Eğer Şekil 1'deki asimetrik lazer geometrisinde  $n_1 = n_m = n_{1,m}$  olarak alınırsa, o zaman simetrik dalga kılavuzları için,  $1.5 < V < 2.4$  aralığındaki

$$\alpha = (1.1428V - 0.9960)^2 / V^2, \quad (28)$$

normalize propagasyon sâbiti,  $1.3 \langle V \langle 3.5$  aralığında  $\eta = 1.1428V - 0.9960$  için lineer bir sonuç verir<sup>24</sup>.

### Sorular:

1) Eşdeğer kırılma indisi nedir?  
2) Bir basamak kırılma indisli dalga kılavuzunda aktif bölgede ve gömlek bölgelerinde meydana gelen dalga denklemlerini ve bu denklemleri sağlayan alan ifâdelerini yazınız.

3) Bir basamak kırılma indisli dalga kılavuzunda aktif bölgede ve gömlek bölgelerindeki elektrik alanlarını TE moduna âit enine elektrik alanları olarak alarak boyuna manyetik alanları bulunuz.

4) TM modunun alanlarını nasıl elde edersiniz?

$$5) \quad \alpha_n^2 = 2m^* / \hbar^2 [V_o - E_n] = [n_n^2(x,y)k_o^2 - \beta_z^2]$$

$$\alpha_{i,iii}^2 = 2m^* E_n / \hbar^2 = [\beta_z^2 - n_n^2(x,y)k_o^2]$$

bağıntılarını elde ediniz.

6) Dalga boyunu hesaplayınız.

7)  $E_v = V_o - n^2 \pi^2 \hbar^2 / 8m^* a^2$  ifâdesini çıkarınız.

### Cevaplar:

1) Kırılma indisleri  $n_{i,iii}$  ve  $n_n$  olan yarıiletken simetrik bir basamak kırılma indisli bir daga kılavuzunda I,III ve II bölgelerine âit dalga numaraları  $k_{i,iii}$  ve  $k_n$  olsun . Bir dalga kılavuzunda  $2a$  genişliğine sâhip olan aktif bölgede çok yoğun olan elektrik alanı şiddeti,  $|x| \rightarrow \infty$  için sifıra yaklaşır. II. bölgede  $\beta_z \langle k_n$  ve I,III bölgelerinde  $k_{i,iii} \langle \beta_z$  özellikleri geçerlidir. Başka bir ifâdeyle,  $k_{i,iii} \langle \beta_z \langle k_n$  ya da  $k_o n_{i,iii} \langle \beta \langle k_o n_n$  veyâ  $n_{i,iii} \langle n_{eq} \langle n_n$  elde edilir ki, burada  $n_{eq} = \beta_z / k_o$  olarak elde edilen kırılma indisine Eşdeğer Kırılma İndisi denir. Dalga kılavuzundaki bu  $n_{i,iii} \langle n_{eq} \langle n_n$  ilişki, I ve III bölgelerinde üstel bir ve II bölgesinde sinizoidal bir alan değişimine sebep olur. Böylece dalga kılavuzunun aktif bölgesinde bir hapsedilme olayı meydana gelir.

2 Bir basamak kırılma indisli dalga kılavuzunda aktif bölgede meydana gelen dalga denklemi

$$\frac{d^2}{dx^2} E_{yi}(x) = -\alpha_n^2 E_{yi}(x)$$

ve bunu sağlayan elektrik alanı

<sup>24</sup> Rudolf, H.D. and Neumann, E.G., 1976, *Applications for the eigenvalues of the fundamentals mode of a step index glass, fiber waveguide*, Nachrichtentechnische Zeitschrift (NTZ Communications Journal), vol.29, pp.328-329.

$$E_{y_n} = a_n \cos \alpha_n x + b_n \sin \alpha_n x = A \cos(\alpha_n x - \theta),$$

$$A = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \theta = \arctan b_n / a_n$$

ve gömlek bölgelerinde meydana gelen dalga denklemi

$$\frac{d^2}{dx^2} E_{y_{lm}}(x) = \alpha_{lm}^2 E_{y_i}(x)$$

ve bunu sağlayan elektrik alanları

$$E_{y_i} = A_i \exp \alpha_i [(x + a)]$$

$$E_{y_{lm}} = A \exp[-\alpha_m (x - a)]$$

olarak verilir. Burada  $a_n$ ,  $a_m$ ,  $a_{lm}$  ve  $b_n$  birer sâbittirler. Çift fonksiyonlu bir elektrik alanı için  $b_n=0$  ve tek fonksiyonlu bir elektrik alanı için  $a_n=0$  alınır.

Sınırlarda alanların sürekliliği için  $A_i$  ve  $A_m$  katsayılar

$$A_i = A \cos(\alpha_n a + \theta)$$

$$A_m = A \cos(\alpha_n a - \theta)$$

olarak bulunur. Burada  $A$  ve  $\theta$  ise

$$A = \sqrt{\frac{2\alpha_n}{2\alpha_n a + \sin(2\alpha_n a) \cos 2\theta}}, \text{ (for } \theta = 0 \text{)} \rightarrow A = \sqrt{\frac{2\alpha_n}{2\alpha_n a + \sin(2\alpha_n a)}}$$

$$A = \sqrt{\frac{2\alpha_n}{2\alpha_n a - \sin(2\alpha_n a)}}, \text{ (for } \theta = \pi/2 \text{)}$$

$$\theta = (1/2) \arctan[\alpha_n (\alpha_i - \alpha_m)] / [\alpha_n^2 + \alpha_i \alpha_m]$$

olarak bilinirler.

3) TE modunda bölgelerde elektrik alanlarının boyuna bileşenleri yoktur. Buna karşılık bu moda manyetik alanın boyuna bileşeni bulunur ve  $H_z = -1/j\omega\mu_0 (\partial E_y / \partial x)$  formülüyle hesaplanır. Böylece hesaplanan manyetik alanlar

$$H_{z_i} = -A(\alpha_i / j\omega\mu_0) \cos(\alpha_n x / 2 + \theta) \exp[\alpha_i (x + a)],$$

$$H_{z_n} = A(\alpha_n / j\omega\mu_0) \sin(\alpha_n x - \theta),$$

$$H_{z_m} = A(\alpha_m / j\omega\mu_0) \cos(\alpha_n a - \theta) \exp[-\alpha_m (x - a)]$$

bulunurlar. Bu alanların da sınırlarda sürekli olmaları şartının kullanılmasıyla

$$\begin{aligned}\alpha_1/\alpha_n &= \tan(\alpha_n a + \theta) , & \alpha_m/\alpha_n &= \tan(\alpha_n a - \theta) \rightarrow (\text{for } \theta = \pi/2) \\ \alpha_1/\alpha_n &= -\cot(\alpha_n a) , & \alpha_m/\alpha_n &= -\cot(\alpha_n a) \\ \alpha_n x_o &= 2\alpha_n a = \arctan \alpha_1/\alpha_n + \arctan \alpha_m/\alpha_n = p+q \\ p &= \arctan \alpha_1/\alpha_n , & q &= \arctan \alpha_m/\alpha_n , & 2\theta &= p-q, \\ \tan 2\theta &= [\alpha_n(\alpha_1 - \alpha_m)] / [\alpha_n^2 + \alpha_1\alpha_m] \\ \tan(\alpha_n x_o) &= \tan(2\alpha_n a) = [\alpha_n(\alpha_1 + \alpha_m)] / [\alpha_n^2 - \alpha_1\alpha_m] , \rightarrow (\alpha_1 = \alpha_m \text{ (}\theta=0 \text{ için)} \\ \tan(\alpha_n x_o) &= 2\alpha_1\alpha_m / (\alpha_n^2 - \alpha_1^2)\end{aligned}$$

ilişkileri bulunur.

4) TM modunun alanlarını elde etmek için  $E_y \rightarrow H_y$  yazılır. Böylece

$$\begin{aligned}H_{y_1} &= A \cos(\alpha_n a + \theta) \exp[\alpha_1(x+a)] , & H_{y_m} &= A \cos(\alpha_n x - \theta) \\ H_{y_m} &= A \cos(\alpha_n a - \theta) \exp[-\alpha_m(x-a)]\end{aligned}$$

elde edilir. Bu durumda bu sefer manyetik alanın boyuna bileşeni yoktur. Fakat elektrik alanın boyuna bileşeni  $E_z = -1/j\omega\epsilon_0 n^2 (\partial H_y / \partial x)$  formülüyle bulunabilir. Gerçekten TM modunda bölgeler için boyuna elektrik alanları

$$\begin{aligned}E_{z_1} &= -A\alpha_1/j\omega\epsilon_0 n_1^2 \cos(\alpha_1 a + \theta) \exp[\alpha_1(x+a)] , \\ E_{z_n} &= A\alpha_n/j\omega\epsilon_0 n_n^2 \sin(\alpha_n x - \theta) \\ E_{z_m} &= A(\alpha_m/j\omega\epsilon_0 n_m^2) \cos(\alpha_n a - \theta) \exp[-\alpha_m(x-a)]\end{aligned}$$

olarak elde edilirler. Bu denklemlerin sınırlardaki süreklilik şartlarının uygulanmasıyla

$$\begin{aligned}\tan[\alpha_n a + \theta] &= (n_n/n_1)^2 (\alpha_1/\alpha_n) = (\alpha_1/n_1^2) / (\alpha_n/n_n^2) , \\ \tan[\alpha_n a - \theta] &= (n_n/n_m)^2 (\alpha_m/\alpha_n) = (\alpha_m/n_m^2) / (\alpha_n/n_n^2) , \rightarrow (\text{If } \theta=0) \\ \tan[\alpha_n a] &= (n_n/n_m)^2 (\alpha_m/\alpha_n) = (\alpha_m/n_m^2) / (\alpha_n/n_n^2) \rightarrow (\text{If } \theta=\pi/2) \\ \cot[\alpha_n a] &= -(n_n/n_1)^2 (\alpha_1/\alpha_n) = -(\alpha_1/n_1^2) / (\alpha_n/n_n^2) \\ \cot[\alpha_n a] &= -(n_n/n_m)^2 (\alpha_m/\alpha_n) = -(\alpha_m/n_m^2) / (\alpha_n/n_n^2) \\ \tan 2\theta &= [(\alpha_n/n_n^2)(\alpha_m/n_m^2 - \alpha_1/n_1^2)] / [(\alpha_n/n_n)^2 + (\alpha_1/n_1^2)(\alpha_m/n_m^2)] \\ \tan(2\alpha_n) &= [(\alpha_n/n_n^2)(\alpha_1/n_1^2 + \alpha_m/n_m^2)] / [(\alpha_n/n_n)^2 - (\alpha_1/n_1^2)(\alpha_m/n_m^2)]\end{aligned}$$

önemli ilişkileri elde edilir.

5) 2. sorudaki dalga denklemleri

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right] E_y(x) = E_n E_y(x)$$

$$\frac{d^2 E_y(x)}{dx^2} = -\frac{2m^*}{\hbar^2} [V_o - E_n] E_y(x)$$

$$\hbar = h/2\pi$$

ya da

$$\frac{d^2 E_y(x)}{dx^2} = -\alpha_{II}^2 E_y(x)$$

Schrödinger dalga denklemi ve aktif bölgedeki  $i=II$  için ve gömlek bölgelerinde  $i=I,III$  için  $E_{y_i}(x)$  elektrik alanları karşılaştırılırsa,

$$\alpha_{II}^2 = 2m^*/\hbar^2 [V_o - E_n] = [\eta_{II}^2(x,y)k_o^2 - \beta_z^2]$$

$$\alpha_{I,III}^2 = 2m^* E_n / \hbar^2 = [\beta_z^2 - n_{II}^2(x,y)k_o^2]$$

olduğu görülür.

6) Dalga boyu,  $V_o \neq 0$  için

$$E_{y_{II}}(x) = a_{II} \cos \alpha_{II} x + b_{II} \sin \alpha_{II} x$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha_{II}} = \frac{h}{\sqrt{2m^*(V_o - E_n)}}$$

bulunur.  $m^*$ ,  $e_n$  sırasıyla yüklü parçacığın efektif kütlesi ve enerji öz değeridir.

7)  $E_v = V_o - n^2 \pi^2 \hbar^2 / 8m^* a^2$  ifâdesini çıkarmak için

$$\alpha_{II} = [2m^*/\hbar^2 (V_o - E_n)]^{1/2} = n\pi/2a$$

hareket edilir ve

$$E_v = V_o - n^2 \pi^2 \hbar^2 / 8m^* a^2$$

bulunur.

#### 7.4. Güç ve Olasılık (İhtimâliyet) Oranları

I ve III gömlek bölgelerindeki güçlerin  $P_t = P_I + P_{III}$  toplamının aktif bölgenin  $P_{II}$  gücüne oranı gibi, güçlerin oranlarının tanımları yapılabilir. (\*) kompleks eşleniği göstermek üzere adı geçen oran

$$\frac{P_{i,m}}{P_{ii}} = \frac{P_{\ell}}{P_{ii}} = R = \frac{\int_{-\infty}^{-a} [E_{x_i}(x)H_{y_i}(x)^* - E_{y_i}(x)H_{x_i}(x)^*] dx + \int_{a}^{\infty} [E_{x_m}(x)H_{y_m}(x)^* - E_{y_m}(x)H_{x_m}(x)^*] dx}{\int_{-a}^a [E_{x_{ii}}(x)H_{y_{ii}}(x)^* - E_{y_{ii}}(x)H_{x_{ii}}(x)^*] dx} \quad (29)$$

şeklinde, eğer  $E_x=0$  alınırsa, sâdece  $E_y$  elektrik alan bileşeni ile

$$\frac{P_{\ell}}{P_{ii}} = R = \frac{\int_{-\infty}^{-a} [E_{y_i}(x)H_{x_i}(x)^*] dx + \int_a^{\infty} [E_{y_m}(x)H_{x_m}(x)^*] dx}{\int_{-a}^a [E_{y_{ii}}(x)H_{x_{ii}}(x)^*] dx} \quad (30)$$

ifâde edilebilir. Alanlara ilişkin  $Z=-E_y/H_x \rightarrow H_x=-E_y/Z$  empedans tanımı göz önüne alınarak<sup>25</sup>, sırf elektrik alanı cinsinden (30) oranı,

$$\begin{aligned} R &= \frac{\frac{1}{Z_{i1}^e} \int_{-\infty}^{-a} [E_{y_i}(x)E_{y_i}(x)^*] dx + \frac{1}{Z_{im}^e} \int_a^{\infty} [E_{y_m}(x)E_{y_m}(x)^*] dx}{\frac{1}{Z_{ii}^e} \int_{-a}^a [E_{y_{ii}}(x)E_{y_{ii}}(x)^*] dx} \\ &= \frac{\frac{1}{Z_{i1}^e} \int_{-\infty}^{-a} |E_{y_i}(x)|^2 dx + \frac{1}{Z_{im}^e} \int_a^{\infty} |E_{y_m}(x)|^2 dx}{\frac{1}{Z_{ii}^e} \int_{-a}^a |E_{y_{ii}}(x)|^2 dx} \end{aligned} \quad (31)$$

olur. Simetrik bir dalga kılavuzu için  $Z_{i1}^e=Z_{ii}^e=Z_{im}^e$  olduğundan

$$\frac{P_{\ell}}{P_{ii}} = R = \frac{\frac{2}{Z_{i,m}^e} \int_{-\infty}^{-a} |E_{y_{i,m}}(x)|^2 dx}{\frac{1}{Z_{ii}^e} \int_{-a}^a |E_{y_{ii}}(x)|^2 dx} = \frac{Z_{ii}^e}{Z_{i,m}^e} \frac{I_{\ell}}{I_{ii}} \quad (32)$$

$$= \frac{Z_{ii}^e}{Z_{i,m}^e} \frac{\cos^2(\alpha_{ii}x)}{\alpha_{i,m} [a + \sin(2\alpha_{ii}x)/2\alpha_{ii}]} = \frac{Z_{ii}^e}{Z_{i,m}^e} \frac{2\zeta \cos^2 \zeta}{\eta(2\zeta + \sin 2\zeta)} = \frac{Z_{ii}^e}{Z_{i,m}^e} \frac{I_{\ell}}{I_{ii}} \quad (33)$$

ya da

$$\bar{R} = \frac{I_{\ell}}{I_{ii}} = \frac{2\zeta \cos^2 \zeta}{\eta(2\zeta + \sin 2\zeta)} \quad (34)$$

olur.  $I_{ii}=1$  olduğu için

$$I_{\ell} = \frac{2\zeta \cos^2 \zeta}{\eta(2\zeta + \sin 2\zeta)} \quad (35)$$

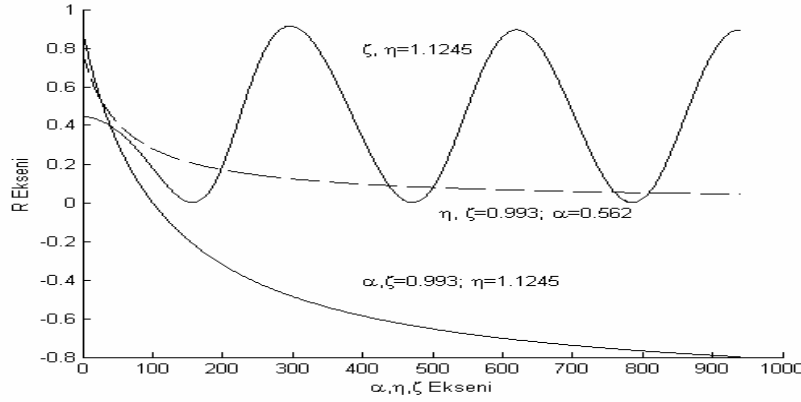
<sup>25</sup> .Iga, K., 1994, *Fundamentals of Laser Optics*, p.111, (New York: Plenum Press).

elde edilir. Buradan da görülmektedir ki, güç oranları ihtimâliyet fonksiyonlarının oranları cinsinden bulunabilmektedirler. Aralarında empedans ilişkisi vardır.

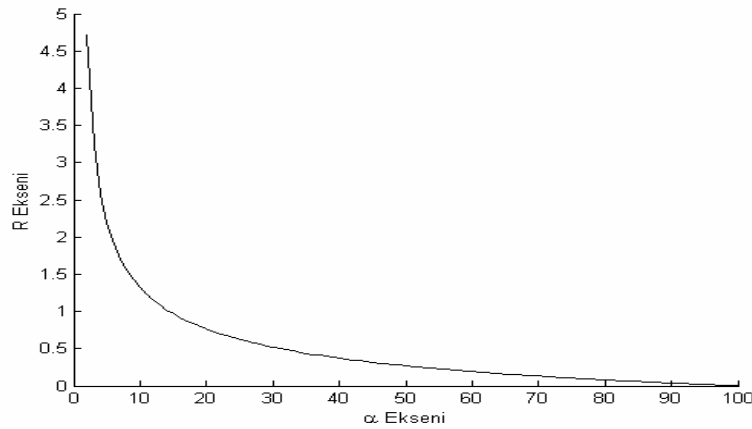
Simetrik bir dalga kılavuzunda (33)'deki R güç oranı<sup>26</sup> çift fonksiyonlu bir elektrik alanı için

$$R = \frac{Z_{II}^e}{Z_{I,III}^e} \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} \quad (36)$$

bulunur. Bunun  $\frac{Z_{II}^e}{Z_{I,III}^e} = 1$ ,  $\alpha$ ,  $\eta$  ve  $\zeta$  parametrelerine göre değişimi Şekil 4'de görülmektedir. Bu eğrileri ayrı eksenlerde de çizilebilirler R'nin  $\zeta=0.993$  ve  $\eta=1.1245$  için normalize yayılım sâbitine göre değişimi Şekil 5'te;  $\alpha=0.562$  ve  $\eta=1.1245$  için zetaya ( $\zeta$ ) göre değişimi Şekil 6'da,  $\alpha=0.562$  ve  $\zeta=0.993$  için etaya ( $\eta$ ) göre değişimi Şekil 7'de görülmektedir.



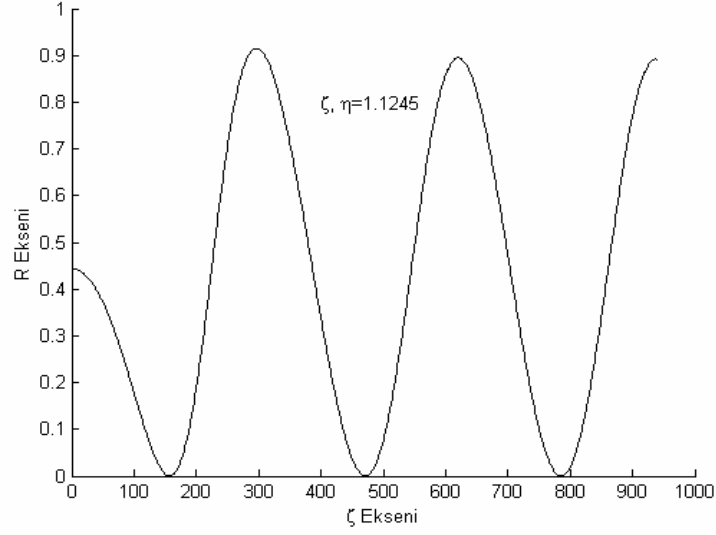
Şekil 4  $R(=\bar{R})$  oranının  $\frac{Z_{II}^e}{Z_{I,III}^e} = 1$  için  $\alpha$ ,  $\eta$  ve  $\zeta$  parametrelerine göre değişimi



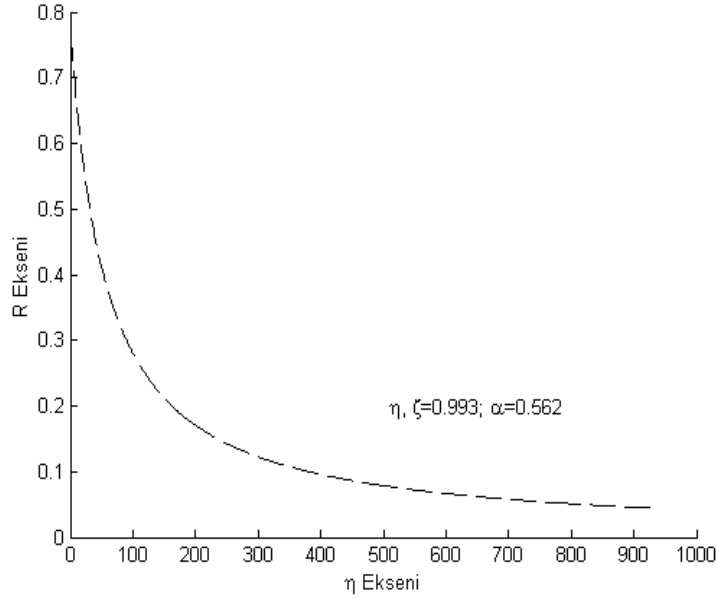
Şekil 5  $R(=\bar{R})$ 'nin  $\frac{Z_{II}^e}{Z_{I,III}^e} = 1$  için normalize yayılım sâbitine göre değişimi

<sup>26</sup> Temiz, M., 2002, Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices, Laser Physics, Vol.12, No.7.





Şekil 6  $R(=\bar{R})$ 'nin  $\frac{Z_{II}^e}{Z_{I,III}^e}=1$  için zetaya ( $\zeta$ ) göre değişimi



Şekil 7  $R(=\bar{R})$ 'nin  $\frac{Z_{II}^e}{Z_{I,III}^e}=1$  için etaya ( $\eta$ ) göre değişimi

Tek fonksiyonlu elektrik alanları için r oranı

$$\frac{P_{\ell}^{\circ}}{P_{\text{II}}^{\circ}} = r = \frac{\frac{1}{Z_{\text{I}}^{\circ}} \int_{-\infty}^{-a} [E_{\text{yI}}^{\circ}(x)E_{\text{yI}}^{\circ}(x)^*] dx + \frac{1}{Z_{\text{III}}^{\circ}} \int_a^{\infty} [E_{\text{yIII}}^{\circ}(x)E_{\text{yIII}}^{\circ}(x)^*] dx}{\frac{1}{Z_{\text{II}}^{\circ}} \int_{-a}^a [E_{\text{yII}}^{\circ}(x)E_{\text{yII}}^{\circ}(x)^*] dx} \quad (37)$$

ile tanımlanırsa simetrik bir dalga kılavuzu için  $Z_{\text{I}}^{\circ} = Z_{\text{III}}^{\circ} = Z_{\text{I,III}}^{\circ}$  olduğundan

$$= \frac{Z_{\text{II}}^{\circ}}{Z_{\text{I,III}}^{\circ}} \frac{\cos^2(\alpha_{\text{II}} x)}{\alpha_{\text{I,III}} [a - \sin(2\alpha_{\text{II}} x)/2\alpha_{\text{II}}]} = \frac{Z_{\text{II}}^{\circ}}{Z_{\text{I,III}}^{\circ}} \frac{2\zeta \cos^2 \zeta}{\eta(2\zeta - \sin 2\zeta)} = \frac{Z_{\text{II}}^{\circ}}{Z_{\text{I,III}}^{\circ}} \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha} \quad (37)$$

$$\bar{r} = \frac{I_{\ell}^{\circ}}{I_{\text{II}}^{\circ}} = \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha} \quad (38)$$

ya da  $I_{\text{II}}^{\circ} = 1$  olduğu için

$$I_{\ell}^{\circ} = \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha} \quad (39)$$

olarak hesaplanır.

Simetrik bir dalga kılavuzunda gömlek bölgelerindeki toplam ihtimâliyetin giriş ihtimâliyetine oranı çift fonksiyonlu elektrik alanları için  $\bar{K}$  benzer şekilde aşağıdaki gibi hesaplanabilirler<sup>27</sup>:

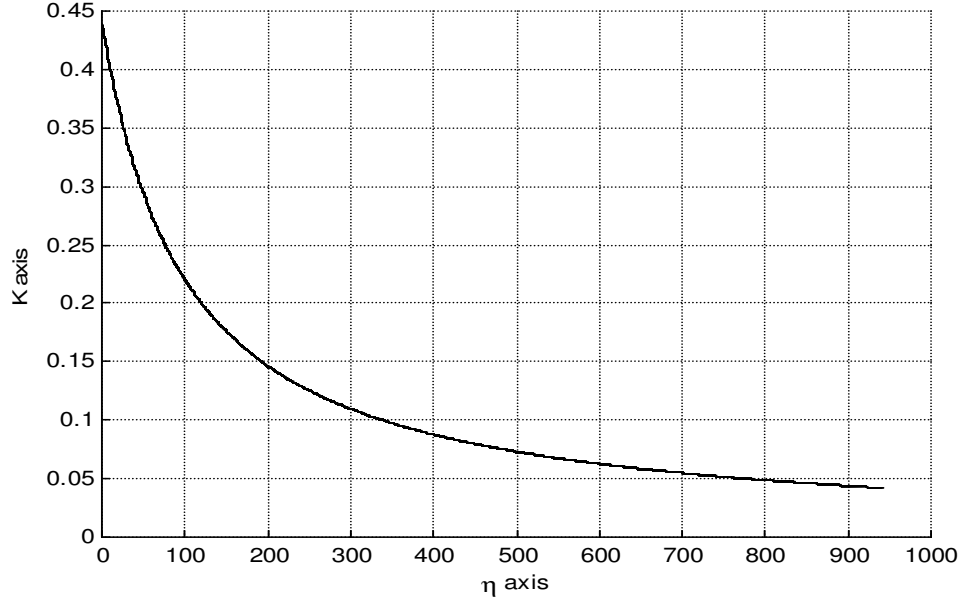
$$\begin{aligned} \frac{I_{\ell}}{I_{\text{I}}} &= \bar{K} = \frac{\int_a^{\infty} E_{\text{yI,III}}(x)E_{\text{yI,III}}(x)^* dx}{\int_0^a E_{\text{yII}}(x)E_{\text{yII}}(x)^* dx + \int_a^{\infty} E_{\text{yI,III}}(x)E_{\text{yI,III}}(x)^* dx} \\ &= \frac{A_{\text{I,III}}^2 \int_a^{\infty} e^{-2\alpha_{\text{I,III}} x} dx}{a} \\ &= \frac{\int_0^a A^* A \cos^2(\alpha_{\text{II}} x) dx + A_{\text{I,III}}^2 \int_a^{\infty} e^{-2\alpha_{\text{I,III}} x} dx}{2\alpha_{\text{II}} \cos^2(\alpha_{\text{II}} a)} \\ &= \frac{2\zeta \cos^2 \zeta}{2\zeta \eta + \eta \sin 2\zeta + 2\zeta \cos^2 \zeta} = \frac{1-\alpha}{\eta+1} = \frac{1}{1+1/R} = \frac{1-\alpha}{\eta+1} = \frac{1}{1+1/R} = \frac{R}{1+R} \end{aligned} \quad (40)$$

Benzer yolla

$$K = \frac{Z_{\text{I}}^{\circ}}{Z_{\text{I,III}}^{\circ}} \frac{I_{\ell}}{I_{\text{I}}} = \frac{Z_{\text{I}}^{\circ}}{Z_{\text{I,III}}^{\circ}} \bar{K} \quad (42)$$

yazılabilir.  $\frac{Z_{\text{I}}^{\circ}}{Z_{\text{I,III}}^{\circ}} = 1$  için  $\bar{K}$ 'nin değişimi de Şekil 8'dedir.

<sup>27</sup> Temiz, M., 2002, Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices, Laser Physics, Vol.12, No.7.



Şekil 8  $K(=\bar{K})$  oranının  $\zeta=0.993, \alpha=0.562$  olarak  $\eta$ 'ya göre değişimi

Tek fonksiyonlu elektrik alanları için q oranı

$$\frac{I'_\ell}{I_i} = \bar{q} = \frac{2 \int_0^a E_{y_{III}}^\circ(x) E_{y_{III}}^\circ(x)^* dx}{2 \int_0^a E_{y_{II}}^\circ(x) E_{y_{II}}^\circ(x)^* dx + 2 \int_0^a E_{y_{III}}^\circ(x) E_{y_{III}}^\circ(x)^* dx}$$

$$\frac{2\zeta \cos^2 \zeta}{2\zeta \eta - \eta \sin 2\zeta + 2\zeta \cos^2 \zeta} = \frac{1 - \alpha}{\eta - 2\alpha + 1} = \frac{1}{1 + \bar{r}} \quad (43)$$

olur. Benzer yolla

$$q = \frac{Z'_i}{Z'_{I,III}} \frac{I'_\ell}{I_i} = \bar{q} \quad (44)$$

yazılabilir.

İleride daha geniş olarak görüleceği gibi, çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanları için  $\Gamma_{II}$  and  $\Lambda_{II}$  hapsedicilik faktörleri<sup>28</sup> sırasıyla

$$\frac{I_{II}}{I_i} = \frac{I_{II}}{I_{II} + I'_\ell} = \Gamma_{II} = \frac{\alpha + \eta}{1 + \eta} = \frac{1}{1 + R} = 1 - \bar{K} = \frac{\bar{K}}{R}, \quad \frac{I'_{II}}{I'_i} = \frac{I'_{II}}{I'_{II} + I'_\ell} = \Lambda_{II} = \frac{\eta - \alpha}{\eta + 1 - 2\alpha} = \frac{1}{1 + \bar{r}} = 1 - \bar{q} = \frac{\bar{q}}{\bar{r}} \quad (45)$$

<sup>28</sup> Temiz, M., 2002, Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices, Laser Physics, Vol.12, No.7.

ve dolayısıyla

$$\bar{K} + \Gamma_{II} = 1, \bar{q} + \Lambda_{II} = 1 \quad (46)$$

olur.

Vurgulamak gerekirse, Şekil 9'daki söz konusu  $P_i (P^0_i)$ ,  $P_{II} (P^0_{II})$ , ve  $P_{\ell} (P^0_{\ell})$  güç sembolleri, sırasıyla, çift (tek) fonksiyonlu elektrik alanına âit optik giriş gücünü, aktif bölgenin gücünü, ve kayıp gücü denilen gömlek bölgelerindeki güç toplamını gösterir. ( $^0$ ), parametrenin tek fonksiyonlu elektrik alanına âit olduğunu îmâ etmektedir<sup>29</sup>. Bulunan bu güç parametreleri Tablo 1'de özetlenmiştir.  $r$ ,  $q$  ve  $\Lambda_{II}$  parametreleri, ayrı ayrı olarak sırasıyla,  $\bar{R}$ ,  $\bar{K}$  and  $\Gamma_{II}$  parametreleri cinsinden

$$\bar{r} = \bar{R} \frac{1 + \frac{\alpha}{\eta}}{1 + \frac{\alpha}{\eta}}, \quad \bar{q} = \frac{\bar{K}^2 (1 - \alpha)}{\bar{K} - 2\alpha}, \quad (47)$$

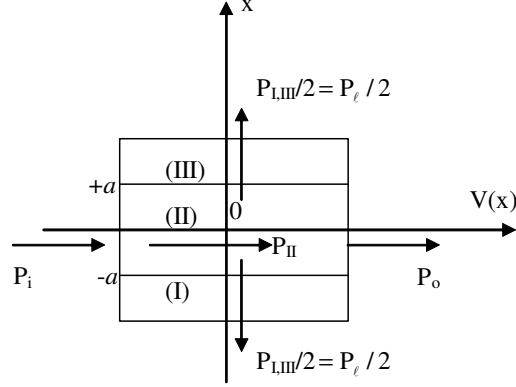
$$\Lambda_{II} = \frac{\Gamma_{II} (\eta - \alpha)}{\alpha + \eta - 2\alpha} \quad (48)$$

olarak bulunurlar. Bunlar, çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit parametreler arasındaki dönüşüm ilişkileridirler. Bu ilişkilere göre, çift fonksiyonlu elektrik alanlarına ilişkin parametreler cinsinden,  $\bar{q}$  parametresi ve  $\Lambda_{II}$  hapsedicilik faktörünün varlık şartları sırasıyla  $1) \alpha$ ,  $\eta) \alpha$  olarak ortaya çıkar. Daha sonra gösterileceği gibi  $\alpha = 1$  bir uç durum olup kullanıma uygun değildir. Bu durumda, zâten  $1) \alpha$  şartı sağlanır. Sonuç olarak çift fonksiyonlu elektrik alanlarına ilişkin parametreler cinsinden,  $\bar{q}$  parametresi ve  $\Lambda_{II}$  hapsedicilik faktörünün varlık şartı  $\eta) \alpha$  olur.

Güç oranları için mümerik bir örnek vermek gerekirse,  $n_I = n_{I,III} = 3.350$ ,  $n_{II} = 3.351$ ,  $\lambda = 1.55 \mu m$  ve  $a = 5 A^0$ ; ile belirlenen simetrik basamak kırılma indisli bir dalga kılavuzunda taşıyıcıları temsil eden çift fonksiyonlu bir elektrik alanı için, normalize frekans ( $V$ ), normalize propagasyon sâbiti ( $\alpha$ ), taşıyıcılara âit enerji öz değerinin parametreleri ( $\zeta$ ,  $\eta$ ), güç oranları ( $\bar{R}$ ,  $\bar{K}$ ), hapsedicilik faktörü ( $\Gamma_{II}$ ), giriş ihtimâliyeti ( $I^e_i$ ), gürültü ihtimâliyeti ( $I^e_r$ ), aktif bölge ihtimâliyeti ( $I^e_{II}$ ), sırasıyla,  $V = 1.659162 \times 10^{-4}$  and  $\alpha = 2.7528100000000000 \times 10^{-8}$ ,  $\zeta = 1.659158886627684 \times 10^{-4}$ ,  $\eta = 2.752809143427465 \times 10^{-8}$ ,  $\bar{R} = 1.816326095977210 \times 10^7$ ,  $\bar{K} = 0.99999994494381$ ,  $\Gamma_{II} = 5.505618991868283 \times 10^{-8}$ ,  $I^e_i = 1.816326195977210 \times 10^7$ ,  $I^e_r = 1.816326095977210 \times 10^7$  ve  $I^e_{II} = 1$  olarak bulunur. Normalize frekans ( $V$ ),  $V < 1.57$  olduğu için, taşıyıcıları temsil eden tek fonksiyonlu bir elektrik alanı için çözüm yoktur. Gerekirse, güç oranları arasında bulunan  $\bar{K} = 1/[1+(1/\bar{R})]$ ,  $\Gamma_{II} = \bar{K}/\bar{R} = 1 - \bar{K}$  gibi ilişkiler de bu sonuç kullanılarak kontrol edilebilir.

<sup>29</sup> Temiz, M., 2002, Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices, Laser Physics, Vol.12, No.7.

Meselâ,  $\Gamma_{II}=0.99999994494381/1.816326095977210 \times 10^7=1-0.99999994494381$   
 $=5.505619005141682 \times 10^{-8}$  olduğu hemen görülebilir.



Şekil 9 Bir basamak kırılma indisli yarıiletken lazerde aktif ve gömlek bölgelerindeki farklı güç akışları

Normalize propagasyon sâbiti,  $1.5 < V < 2.4$  aralığında %0.1 hatâ ile  $\alpha = \frac{(1.1428V - 0.9960)^2}{V^2}$  olur. Bu aralıktaki normalize propagasyon sâbiti,  $1.3 < V < 3.5$  aralığında  $\eta = 1.1428V - 0.9960$  için lineer bir sonuç verir<sup>30</sup>. (28) ile elde edilen  $\alpha$  normalize propagasyon sâbitinin verdiği  $\eta = 1.1428V - 0.9960$  lineer bölgesinde simetrik dalga kılavuzları için tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit  $\Lambda_{II}$  hapsedicilik faktörünün  $1.5 < V < 2.4$  aralığında mevcûdiyât şartı, bölgelerdeki kırılma indisleri cinsinden,  $V = ak_0NA$  dikkate alınarak,

$$\eta \alpha = \frac{(1.1428V - 0.9960)^2}{V^2} \rightarrow \sqrt{\eta} 1.1428 - \frac{0.9960}{ak_0 \sqrt{n_{II}^2 - n_{I,III}^2}} \quad (49)$$

olarak ve asimetric dalga kılavuzları için

$$\begin{aligned} \eta \alpha &= \frac{(1.1428V - 0.9960)^2}{V^2} \rightarrow \sqrt{\eta} 1.1428 - \frac{0.9960}{(1/2)ak_0 \sqrt{n_{II}^2 - n_I^2} (1 + \sqrt{1 + a_p^2})} \\ &\rightarrow \sqrt{\eta} 1.1428 - \frac{1.9920}{ak_0 \sqrt{n_{II}^2 - n_I^2} (1 + \sqrt{1 + a_p^2})} \end{aligned} \quad (50)$$

olarak elde edilir. Formüllerdeki  $a_p$ , *Asimetric Faktör* olarak bilinir ve

<sup>30</sup> Rudolf, H.D. and Neumann, E.G., 1976, *Applications for the eigenvalues of the fundamentals mode of a step index glass, fiber waveguide*, Nachrichtentechnische Zeitschrift (NTZ Communications Journal), vol.29, pp.328-329.

$$a_p = (n_i^2 - n_m^2)/(n_m^2 - n_i^2). \quad (51)$$

ile tanımlanır<sup>31</sup>. Dikkat edilmelidir ki, (50)  $a_p=0$  için (49)'u vermektedir. Bu durumda  $n_i = n_m = n_{i,m}$  elde edilir. En düşük modda  $V < 1.57$  olmalıdır<sup>32</sup>.

### 7.5. Aktif Bölgede ve Gömlek Bölgelerinde Güç Olasılıkları (İhtimâliyetleri)

$E_{y_j}$ ,  $j=I, II, III$ , elektrik alanı için  $t_j = |E_{y_j}|$  tanımı yardımıyla  $t_j^2$ ,  $E_{y_j}$ 'nin *Modül Karesi* olarak bilinir. Bu durumda  $I_j = \int t_j^2 dx$ , görüldüğü gibi,  $t_j^2$ 'nin integrali olup bunun fizikî anlamı, elektron ya da deliğin basamak kırılma indisli dalga kılavuzunun  $j$ . bölgesindeki bir  $x$  pozisyonunda bulunma ihtimâlidir. Demek ki, bir bulunma ihtimâli bir güç büyüklüğü ile orantılıdır.  $P = \frac{1}{Z_j} \int_0^a t_j^2 dx = I_j/Z_j$  ifâdesinden esinlenerek giriş gücünü

$P_i = \frac{I_i}{Z_i}$  ile, güç kaybını  $P_l = \frac{I_l}{Z_l}$  ile ve aktif bölge gücünü  $P_{II} = \frac{I_{II}}{Z_{II}}$  ile gösterebiliriz.

**Tablo 1 Basamak kırılma indisli yarıiletken lazerlerde çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit  $\bar{R}$ ,  $\bar{K}$ ,  $\Gamma_{II}$ ,  $\bar{r}$ ,  $\bar{q}$ , ve  $\Lambda_{II}$  ihtimaliyet parametreleri**

Parametreler	Çift Fonksiyon			Tek Fonksiyon		
	$\bar{R}$	$\bar{K}$	$\Gamma_{II}$	$\bar{r}$	$\bar{q}$	$\Lambda_{II}$
V $\eta$ $\zeta$	$\bar{R} = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha}$	$\bar{K} = \frac{1-\alpha}{\eta+1}$	$\Gamma_{II} = \frac{\alpha+\eta}{1+\eta}$	$\bar{r} = \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha}$	$\bar{q} = \frac{1-\alpha}{1+\eta-2\alpha}$	$\Lambda_{II} = \frac{\eta-\alpha}{\eta+1-2\alpha}$
		$\bar{K} = \frac{1}{1+\frac{1}{\bar{R}}}$	$\Gamma_{II} = \frac{\bar{K}}{\bar{R}}$		$\bar{q} = \frac{1}{1+\frac{1}{\bar{r}}}$	$\Lambda_{II} = \frac{1}{1+\bar{r}}$
						$\Lambda_{II} = \frac{\bar{q}}{\bar{r}}$
				$\Gamma_{II} = 1 - \bar{K}$		$\Lambda_{II} = 1 - \bar{q}$

<sup>31</sup> Bhattacharya, P., 1998, *Semiconductor Optoelectronic Devices*, (New Jersey, Appendix 10), p.574.

<sup>32</sup> Iga, K., 1994, *Fundamentals of Laser Optics*, p.111, (New York: Plenum Press).

Basamak kırılma indisli simetrik bir dalga kılavuzunda çift fonksiyonlu bir alan için Şekil 1'deki bölgelere göre giriş gücü

$$P_i^e = \frac{2}{Z_i^e} \left[ \int_0^a |E_{yII}^e(x) E_{yII}^e(x)^*| dx + \int_a^\infty |E_{yI,III}^e(x) E_{yI,III}^e(x)^*| dx \right] \quad (52)$$

ya da

$$P_i^e = \frac{2}{Z_i^e} \int_0^\infty (t_{II}^2 + t_{I,III}^2) dx = \frac{2}{Z_i^e} (I_{II}^2 + t_{I,III}^2) \quad (53)$$

ve giriş güç ihtimâliyeti

$$I_i^e = 2 \int_0^a |E_{yII}^e(x)|^2 dx + 2 \int_a^\infty |E_{yI,III}^e(x)|^2 dx = I_{II} + I_{I,III} = 1 + I_{I,III} \quad (54)$$

olur. Fizikî anlamı ileride açıklanmak üzere,  $L = \zeta^2 / V^2$  tanımı kullanılırsa, simetrik bir dalga kılavuzunda (5)deki çift fonksiyonlu elektrik alanı için aktif bölgedeki güç ve güç ihtimâliyeti

$$P_{II}^e = \frac{2}{Z_{II}^e} \int_0^a |E_{yII}^e(x)|^2 dx = \frac{A_e \cos^2 \zeta}{Z_{II}^e \alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta + \alpha}{L} \right) = \frac{A_{eI,III}^2}{Z_{II}^e \alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta + \alpha}{L} \right) = \frac{I_{I,III}^e}{Z_{II}^e} \left( \frac{\eta + \alpha}{L} \right) \quad (55)$$

$$I_{II}^e = 2 \int_0^a |E_{yII}^e(x)|^2 dx = \frac{A_e \cos^2 \zeta}{\alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta + \alpha}{L} \right) = \frac{A_{eI,III}^2}{\alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta + \alpha}{L} \right) = I_{I,III}^e \left( \frac{\eta + \alpha}{L} \right) = 1 \quad (56)$$

olarak ve (6)'daki tek fonksiyonlu elektrik alanı için

$$P_{II}^o = \frac{2}{Z_{II}^o} \int_0^a |E_{yII}^o(x)|^2 dx = \frac{A_o \sin^2 \zeta}{Z_{II}^o \alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta - \alpha}{\alpha} \right) = \frac{A_{oI,III}^2}{Z_{II}^o \alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta - \alpha}{L} \right) = \frac{I_{I,III}^o}{Z_{II}^o} \left( \frac{\eta - \alpha}{L} \right) \quad (57)$$

$$I_{II}^o = 2 \int_0^a |E_{yII}^o(x)|^2 dx = \frac{A_o \sin^2 \zeta}{\alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta - \alpha}{\alpha} \right) = \frac{A_{oI,III}^2}{\alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta - \alpha}{L} \right) = I_{I,III}^o \left( \frac{\eta - \alpha}{L} \right) = 1 \quad (58)$$

olarak bulunur. Burada (7)'den dolayı aktif bölgedeki (56) ve (58)'deki ihtimâliyetlerin büyüklükleri 1'dir. Diğer taraftan, gömlek bölgelerindeki kayıp güç ve ihtimâliyetleri de, sırasıyla,

$$P_{I,III}^e = \frac{2}{Z_{I,III}^e} \int_a^\infty |E_{yI,III}^e(x) E_{yI,III}^e(x)^*| dx \quad (59)$$

ve

$$I_{I,III}^e = 2 \int_a^\infty |E_{yI,III}^e(x) E_{yI,III}^e(x)^*| dx \quad (60)$$

ya da

$$I_{I,III}^e = (A_{I,III}^2 / \alpha_{I,III}). \quad (61)$$

olur.

Basamak kırılma indisli asimetrik yariletken dalga kılavuzlarında genel olarak I ve III bölgelerindeki  $P_I$  ve  $P_{III}$  güçlerinin toplamı yaklaşık

$$P^e = P_I + P_{III} = \frac{1}{2} \left( \frac{A_I^2}{\alpha_I} + \frac{A_{III}^2}{\alpha_{III}} \right). \quad (62)$$

olur. Eğer  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$  ise o zaman simetrik dalga kılavuzları için  $\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$  bulunur ve böylece (62)'nin, (61)'i verdiği görülür.

Çift fonksiyonlu elektrik alanı için ihtimâliyet ve gücü (60) ve (59)'dan

$$I^e = 2 \int_a^\infty |E_{y,I,III}^e(x)|^2 dx = \frac{A_{e,I,III}^2}{\alpha_{I,III}} = \frac{L}{\eta + \alpha} \quad (63)$$

$$P^e = I^e / Z = \frac{1}{Z^e} \frac{L}{\eta + \alpha} \quad (64)$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için

$$I^o = 2 \int_a^\infty |E_{y,I,III}^o(x)|^2 dx = \frac{A_{o,I,III}^2}{\alpha_{I,III}} = \frac{L}{\eta - \alpha} \quad (65)$$

$$P^o = I^o / Z^o = \frac{1}{Z^o} \frac{L}{\eta - \alpha} \quad (66)$$

olarak bulunur ve böylece (63) ve (65) ifâdeleri, (56) and (58) ifâdelerinde kullanılırlarsa

$$I_{II}^e = I^e \left( \frac{\eta + \alpha}{L} \right) = 1 \quad (67)$$

$$I_{II}^o = I^o \left( \frac{\eta - \alpha}{L} \right) = 1 \quad (68)$$

şeklinde 1'ye eşit oldukları gösterilmiş olur. Bu sonucun yorumu şudur: Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanları için taşıyıcıların aktif bölgede bulunma ihtimâliyetleri %100'dür. Böylece, simetrik bir dalga kılavuzu için çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için kayıp ihtimâliyeti sırasıyla,

$$I^e = \frac{L}{\eta + \alpha} \quad (69)$$

$$I^o = \frac{L}{\eta - \alpha} \quad (70)$$

olur. (54)'den ise çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$I_i = I^e + I_{II}^e = \frac{\alpha + \eta + L}{\alpha + \eta} = I_{II}^e + \frac{L}{\alpha + \eta} \quad (71)$$



ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için

$$I_i^o = I_i^e + I_{ii}^o = 1 + \frac{L}{\eta - \alpha} = \frac{\eta - \alpha + L}{\eta - \alpha} = \frac{\eta + 1 - 2\alpha}{\eta - \alpha} \quad (72)$$

elde edilir. Tam yansımada TE modunda yansıma sâbiti, t alt indisi tam yansımayı temsil etmek üzere,

$$r_{TE} = r_{TEt} = \frac{\alpha_{ii} + j\alpha_{LIII}}{\alpha_{ii} - j\alpha_{LIII}} \quad (73)$$

ve transmisyona sâbiti

$$t_{TE} = 1 - r_{TE} = 1 - \frac{\zeta + j\eta}{\zeta - j\eta} = \frac{\zeta - j\eta - (\zeta + j\eta)}{\zeta - j\eta} = \frac{2j\eta}{\zeta - j\eta} = 1 - e^{j2\zeta} \quad (74)$$

ve güç yansıma sâbiti  $|r_{TE}|^2$  ve güç transfer sâbiti  $(2\gamma)^2 = 1 - |r_{TE}|^2$  ile verilir (11. BÖLÜM). Buna göre II. bölgeden gömlek bölgelerine geçen kayıp gücü transfer sâbiti  $t_{TE} = e^{-kx}$  sâbitindeki  $k = 2\gamma$  absorpsiyon sâbitine göre üstel olarak azalır. Eğer  $2\gamma \ll 1$  ise aktif bölgeden gömlek bölgelerine sızan kayıp gücüne ilişkin transfer (geçiş) sâbiti  $t_{TE} = 2P_{ii}e^{-2\gamma}$ ,  $e^{-2\gamma} = 2\gamma - \frac{2\gamma}{1!} + \dots \cong 2\gamma$  olduğundan dolayı,

$$P_i \cong (4\gamma)P_{ii} \quad (75)$$

$$I_i \cong 4\gamma I_{ii} \quad (76)$$

olarak yazılabilir.. Burada  $e^{-2\gamma} = e^{-k}$  kayıp faktörü ve  $k = 2\gamma$  kayıp sâbitidir. (69), (71) ve (76) sırasıyla çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$t_{TE}^e = \frac{I_i^e}{I_{ii}^e} = I_i^e = \bar{R} = 4\gamma^e = 2k^e = \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha} \quad (77)$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için

$$t_{TE}^o = \frac{I_i^o}{I_{ii}^o} = I_i^o = \bar{r} = 2\gamma^o = \frac{1 - \alpha}{\eta - \alpha} \quad (78)$$

sonuçlarını verirler.  $2\gamma \ll 1$  yaklaşıklığından dolayı (75)-(78) formülleri yaklaşık sonuç verirler.

Hassas kayıp hesâbı ve kayıp sâbiti çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$P_i^e = P_{ii}^e e^{-2\gamma^e}, \quad (79)$$

$$I_i^e = I_{ii}^e e^{-2\gamma^e}, \quad t_{TE}^e = \frac{P_i^e}{P_{ii}^e} = \frac{I_i^e}{I_{ii}^e} = e^{-2\gamma^e} \quad (80)$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için

$$P^{\circ}_{\ell} = P^{\circ}_{\text{II}} e^{-2\gamma^{\circ}} \quad (81)$$

$$I^{\circ}_{\ell} = I^{\circ}_{\text{II}} e^{-2\gamma^{\circ}}, \quad t^{\circ}_{\text{TE}} = \frac{P^{\circ}_{\ell}}{P^{\circ}_{\text{II}}} = \frac{I^{\circ}_{\ell}}{I^{\circ}_{\text{II}}} = e^{-2\gamma^{\circ}} \quad (82)$$

kullanılırlar.

### Sorular:

- 1) Tam yansımada yansıma sâbitinin büyüklüğünü bulunuz.
- 2) Tam yansımada transmisyon (geçiş) sâbitinin büyüklüğünü bulunuz.
- 3) Gömlek bölgelerindeki kayıp ihtimâliyetini,  $\bar{R}$ ,  $\bar{r}$ ,  $\bar{K}$ ,  $\bar{q}$ ,  $\Gamma_{\text{II}}$  ve  $A_{\text{II}}$  parametreleri cinsinden bulunuz.

### Cevaplar:

- 1) Tam yansımada yansıma sâbiti:

$$r_{\text{TEi}} = \frac{\alpha_{\text{II}} + j\alpha_{\text{I,III}}}{\alpha_{\text{II}} - j\alpha_{\text{I,III}}} = \frac{\zeta + j\eta}{\zeta - j\eta} \rightarrow |r_{\text{TEi}}| = \left| \frac{\zeta + j\eta}{\zeta - j\eta} \right| = 1$$

- 2) Tam yansımada transmisyon (geçiş) sâbiti:

$$t_{\text{TE}} = 1 - r_{\text{TE}} = 1 - e^{j2\zeta}$$

$$|t_{\text{TE}}| = \left| 1 - e^{j2\zeta} \right| = \left| 1 - e^{j2\zeta} \right| = 1 - \left| e^{j2\zeta} \right| = 1 - 1 = 0$$

$$3) \bar{R} = \frac{I^e_{\ell}}{I^e_{\text{II}}} \rightarrow I^e_{\ell} = I^e_{\text{II}} \bar{R}, \quad r = \frac{I^o_{\ell}}{I^o_{\text{II}}} \rightarrow I^o_{\ell} = I^o_{\text{II}} \bar{r}, \quad \bar{K} = \frac{I^e_{\ell}}{I^e_i} \rightarrow I^e_{\ell} = I^e_i \bar{K}$$

$$\Gamma_{\text{II}} = \frac{I^e_{\text{II}}}{I^e_i} = \frac{I^e_{\text{II}}}{I^e_{\text{II}} + I^e_{\ell}} \rightarrow \Gamma_{\text{II}} = \frac{I^e_{\text{II}}}{I^e_i} = \frac{I^e_{\text{II}}}{I^e_{\text{II}} + I^e_{\ell}}, \quad I^e_{\text{II}} = \Gamma_{\text{II}}(I^e_{\text{II}} + I^e_{\ell}) \rightarrow I = \Gamma_{\text{II}}(I + I^e_{\ell})$$

$$\Gamma_{\text{II}}(I + I^e_{\ell}) = I \rightarrow \Gamma_{\text{II}} + \Gamma_{\text{II}} I^e_{\ell} = I \rightarrow \Gamma_{\text{II}} I^e_{\ell} = I - \Gamma_{\text{II}} \rightarrow I^e_{\ell} = \frac{I - \Gamma_{\text{II}}}{\Gamma_{\text{II}}} = \frac{\bar{K}}{\Gamma_{\text{II}}} = \frac{\bar{K}}{1 - \bar{K}}$$

$$A_{\text{II}} = \frac{I^o_{\text{II}}}{I^o_i} = \frac{I^o_{\text{II}}}{I^o_{\text{II}} + I^o_{\ell}} \rightarrow A_{\text{II}} = \frac{I^o_{\text{II}}}{I^o_i} = \frac{I^o_{\text{II}}}{I^o_{\text{II}} + I^o_{\ell}}, \quad I^o_{\text{II}} = A_{\text{II}}(I^o_{\text{II}} + I^o_{\ell}) \rightarrow I = A_{\text{II}}(I + I^o_{\ell})$$

$$A_{\text{II}}(I + I^o_{\ell}) = I \rightarrow A_{\text{II}} + A_{\text{II}} I^o_{\ell} = I \rightarrow A_{\text{II}} I^o_{\ell} = I - A_{\text{II}} \rightarrow I^o_{\ell} = \frac{I - A_{\text{II}}}{A_{\text{II}}} = \frac{\bar{K}}{A_{\text{II}}} = \frac{\bar{K}}{1 - \bar{K}}$$

### Ödev:

- 1) Giriş ortamının empedansı  $Z^{\circ}_i$  ve gömlek bölgesinin empedansı  $Z^{\circ}_{\text{III}}$  ile temsil edildiğine göre

$$2\gamma^{\circ} = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{Z^{\circ}_i}{Z^{\circ}_{\text{II}}} \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha}}$$

$$|r_{TE}^e| = \sqrt{1 - (2\gamma^e)} = \sqrt{1 - \frac{Z_i^e}{Z_{LM}^e} \frac{1 - \alpha}{2(\eta + \alpha)}}$$

$$2\gamma^o = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{Z_i^o}{Z_{LM}^o} \frac{1 - \alpha}{\eta - 2\alpha + 1}}$$

$$|r_{TE}^o| = \sqrt{1 - 2\gamma^o} = \sqrt{1 - \frac{Z_i^o}{Z_{LM}^o} \frac{1 - \alpha}{2(\eta - 2\alpha + 1)}}$$

olduklarını gösteriniz.

Normalize propagasyon sâbitinin ( $\alpha = \frac{E_v}{V_0}$ ) (42) oranında kullanılmasıyla çift fonksiyonlu elektrik alanları için

$$\bar{K} = \frac{1 - \frac{E_v}{V_0}}{\eta + 1}$$

ya da

$$\bar{K} = (V_0 - E_v) / [V_0(1 + \eta)] \quad (83)$$

ya da

$$\bar{K} = E_v / [V_0(1 + \eta)] \quad (84)$$

elde edilir ki burada  $e_v$  taşıyıcıyı bağlama enerjisi (12)'de

$$e_v = V_0 - v^2 \pi^2 \hbar^2 / 8m^* a^2, \quad v = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (85)$$

ya da

$$e_v = V_0 - v^2 E_1, \quad v = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (86)$$

olarak verilmiştir:

$$e_1 = V_0 - \hbar^2 \pi^2 / 8m^* a^2 \quad (87)$$

enerji öz değeri, dalga kılavuzunda hapsedilen taşıyıcı için en düşük enerji seviyesidir<sup>33</sup>. Yâni,  $e_1$ , çukurun tabanındaki en düşük enerjii verir bu da (11) dikkate alınır, bulunduğu bölgede toprak seviyesi enerjisi olarak bilinir.

Dikkat ediniz ki,  $v=0$  için (85) ve (86), çukurun alt ucunda  $V_0 = e_0$  sonucunu verir. Bunun anlamı, çukurun en alt ucundaki  $v=0$  enerji seviyesinde alan endüklemesinin olmadığıdır. (83)-(86)'dan çukur içindeki enerji seviyeleri için, sembolik olarak  $n=v$  alınabileceği de düşünülerek,

$$\bar{K} = \bar{K}_n = \bar{K}_v = [v^2 \hbar^2 \pi^2 / 8m^* a^2] / [V_0(\eta + 1)] \quad (88)$$

ya da

$$\bar{K} = \bar{K}_n = \bar{K}_v = [v^2 \hbar^2 \pi^2 / 8m^* a^2] / [V_0(\eta + 1)] = \frac{n^2 E_1}{V_0(\eta + 1)} \quad (89)$$

<sup>33</sup> Schiff, L. I., 1982, *Quantum Mechanics*, p.39, (Tokyo: McGraw-hill Book Comp.).

veyâ

$$\bar{K}V_o(\eta+1) = v^2E_1 \quad (90)$$

elde edilir. Buradan

$$v = \sqrt{\frac{\bar{K}V_o(\eta+1)}{e_1}} \quad (91)$$

bulunur ki, bu bize çukur içinde verilen K kaybı, çukur derinliği ve  $\eta = \alpha\alpha_{I,III}$  dolayısıyla enerji öz değerinin ordinatına karşı kuantum çukuru içindeki enerji seviyesini hesaplama imkânını verir. (91), (11)'in kullanılmasıyla ( $e_1 = E_1 = n^2\pi^2\hbar^2/8m^*a^2$ )

$$v = \frac{a}{\hbar\pi} \sqrt{\bar{K}V_o(\eta+1)8m^*} = \frac{2V}{\pi} \sqrt{\bar{K}(\eta+1)} \quad (92)$$

olur. Verilen

$$\bar{K} = \frac{v^2E_1}{V_o(\eta+1)} = \frac{v^2\pi^2}{4V^2(\eta+1)} \quad (93)$$

$\bar{K}$  parametresinden, meselâ, verilen  $V_o$  ve  $\eta$  için,  $V_o$  duvar potansiyeli

$$V_o \equiv \frac{v^2E_1}{\bar{K}(\eta+1)} \quad (94)$$

olarak hesaplanabilir.

Eğer

$$e_v = V_o - E_n = L|V_o| \quad (95)$$

tanımı yapılırsa, ki burada L, ( $0 < L < 1$ ), çukur dibinden yukarıya kadar  $V_o$  derinliğinin yüzdesini gösterir:

$$L = \zeta^2/V^2 \quad (96)$$

(95) tanımı (83)'te kullanılırsa,

$$\bar{K} = L/[1 + V\sqrt{1-L}] \quad (97)$$

olur. (23) kullanılarak (96)'dan elde edilen

$$L = 1 - \alpha. \quad (98)$$

büyüklüğüne Şekil 7'de görüldüğü gibi, *Kuantum Çukuru Derinlik Parametresi* olarak bakılabilir. Çukur içinde  $\alpha = \frac{e_v}{V_o}$  olarak (86)'den

$$\alpha = \frac{e_v}{V_o} = 1 - v^2 \frac{E_1}{V_o}, \quad v = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ya da

$$e_v = V_0 - n^2 E_1$$

$$e_v = V_0 - E_n = L|V_0|$$

veyâ

$$L = e_v/V_0 = v^2 E_1/V_0, \quad v=1, 2, 3, \dots \quad (99)$$

ya da (98) ve (99)'dan

$$\alpha = 1 - n^2 E_1/V_0 \quad n=0, 1, 2, 3, \dots \quad (100)$$

bulunur.  $e_v = V_0 - n^2 E_1$ 'nin her iki tarafı  $V_0$  bölünürse,  $\alpha = \frac{e_v}{V_0}$  yardımıyla

$$\alpha = \frac{E_v}{V_0} = 1 - n^2 \frac{\hbar^2 \pi^2}{8V_0 m^2 a^2}, \quad v=0, 1, 2, 3, \dots \quad (101)$$

elde edilir.  $v=0$  için (85) ve (86), çukurun alt ucunda  $V_0 = e_0$  sonucunu verir. Ayrıca,  $n=0$  için  $\alpha = 1 - n^2 E_1/V_0 = 1$  olur. (25) ifâdesindeki  $\alpha = E_v/V_0$  ve  $\alpha = \frac{e_v}{V_0}$ 'e göre  $\alpha=1$  değeri, çukurun alt ucunda  $V_0 = e_0$  ve çukurun üst ucunda  $V_0 = E_0$  sonuçlarını verir. Nitekim  $V_0 = e_0$  sonucu çukurun alt ucunda  $v=0$  alarak (85) ve (86)'dan da elde edilmiştir.  $n=0$  için bulunan  $E_{yII}=0$  ve  $V_0 = E_0$  sonucu,  $e_v = V_0 - E_n$  ifâdesinden dolayı, çukur dibinde  $e_0 = 0$  elde edilir. Dolayısıyla, çukurun alt ucunda,  $V_0 = E_0$  yardımıyla da  $e_0 = V_0 - E_0 = 0$  olduğu görülür. Sonuç olarak  $v=0$  için  $e_0 = V_0 = 0$  hatırlanmasıyla görülür ki, kuantum çukuru içinde (100) ve (101) birbirine eşittir.  $\alpha=1$  olması da bu demektir. Öyle ki,  $\alpha=1$  olması  $L = e_v/V_0 = v^2 E_1/V_0 = 0$  olmasından da bellidir.

Bu durumda çukurun en üst ucunda ( $n=0$ ) olduğu gibi, en alt ucunda da endükleme olmaz. Bunun için  $n$  modu ile verilen bir elektrik alanında çukur içinde endüklemenin başladığı seviye  $v = n-1$  indisıyla temsil edilir. Bu durumda uç değerlerinden uzaklaşmış olur ve uç değerlerin fiziksel anlamının olmadığı yorumu yapılır. Buna göre,  $n=0$  ve  $v = -1$  mânâsızdır. Çünkü,  $E_{yII}=0$ 'dır. Çukur içindeki endükleme  $n=1$  modunda başlar. Dolayısıyla, kabul edilen  $v = n-1$  indisine göre  $n=1$  için  $v = n-1 = 0$  elde edilir. Elde edilen bu 0 seviyesi  $v=1$  ile başlatılabilir. O zaman, indisler  $n=1, 2, 3, \dots$ , için  $v = 1, 2, 3, \dots$ , şeklinde başlatılırsa, o zaman  $v=1$  seviyesi çukur içindeki geçerli ilk enerji seviyesi olur ve  $v=n=1$ 're karşı düşürülebilir. Yâni, bu durumda çukurun en alt ucundaki 0 seviyesi hariç, çukurun alt ucundaki 1. seviyede endükleme meydana gelir (Şekil 10'a bakınız).

Başka bir ifâdeyle, çukurun en üst ucunda ( $n=0$ ) olduğu gibi, en alt ucunda ( $v=0$ ) da endükleme olmaz. O zaman çukurun üst ve alt uçlarında endüklenen seviyeler  $n=1, 2, 3, \dots$ , için  $v = 1, 2, 3, \dots$ , ile temsil edilebilir. Çukurun en üst ucunda  $n=0$  modu tek fonksiyonlu bir alanı gösterir. Her ne kadar bu moda bir endükleme olmasa bile bu bir



**Sorular:**

- 1)  $\bar{K} = (V_o - E_n) / [V_o(1 + \eta)]$  formülünü çıkarınız.
- 2)  $\bar{K} = L / [1 + V\sqrt{1 - L}]$  formülünü çıkarınız.
- 3)  $L = 1 - \alpha$  formülünü çıkarınız.

**Cevaplar:**

$$1) \bar{K} = \frac{1 - \alpha}{\eta + 1} \text{ ifâdesinde } \alpha = \frac{E_n}{V_o} \text{ kullanılırsa } \bar{K} = (V_o - E_n) / [V_o(1 + \eta)] \text{ elde}$$

edilir.

$$2) \bar{K} = (V_o - E_n) / [V_o(1 + \eta)] \text{ ifâdesinde } V_o - E_n = LV_o \text{ yazılırsa,}$$

$$\bar{K} = (V_o - E_n) / [V_o(1 + \eta)] = L / (1 + \eta), \quad \eta = \sqrt{V^2 - \zeta^2} = V \sqrt{1 - \frac{\zeta^2}{V^2}} = V \sqrt{1 - L}$$

$$\bar{K} = L / (1 + \eta) = L / [1 + V\sqrt{1 - L}]$$

$$3) \alpha = \frac{\eta^2}{V^2} = \frac{V^2 - \zeta^2}{V^2} = 1 - L \rightarrow L = 1 - \alpha$$

**7.6. Hapsedicilik Faktörü ( $\Gamma_{II}$ )**

Taşıyıcılar düşey hapsedicilik adı verilen jonksiyon düzlemlerine dik gelirler. Fotonların ise yatay hapsedicilik denilen jonksiyon düzleminin uçları arasında hapsedilip kılavuzlanması gerekir. Düşey ve yatay hapsediciliğinin her ikisi birden yayılma doğrultusuna dik olurlar.

Aktif bölge daraldıkça hapsedicilik faktörü azalır. Kılavuz daraldıkça, difraksiyon kaybı artmakta, daha büyük kazanç sâbitli malzeme gerekmektedir. İyi bir kırılma indisi tasarımı ile  $\Gamma_{II}$  hapsediciliğinin değeri, güç seviyeleri sahâsı üzerinde aynı değerde tutulmalıdır. Bu yüzden, diyot lazerlerinin modellenmesinde hapsedicilik faktörü özel bir parametredir ve hesaplandığı ana modun civârındaki faydalı frekans bölgesi içinde sâbit olmaktadır<sup>34</sup>.

Hapsedicilik faktörü de, yukarıdaki güç oranları gibi elektrik alanı yardımıyla  $V$ ,  $\alpha$ ,  $\zeta$  ve  $\eta$  parametreleri cinsinden,

$$\Gamma_{II} = \frac{a_{\text{effav}}}{a_{\text{effv}}} = \frac{\int_{-a}^0 E_{yII}(x)^* E_{yII}(x) dx + \int_0^a E_{yII}(x)^* E_{yII}(x) dx}{2 \int_{-a}^0 E_{yII}(x)^* E_{yII}(x) dx + \int_0^a E_{yII}(x)^* E_{yII}(x) dx + \int_{-a}^{-\infty} E_{yIII}(x)^* E_{yIII}(x) dx + \int_a^{\infty} E_{yIII}(x)^* E_{yIII}(x) dx} \quad (102)$$

ya da

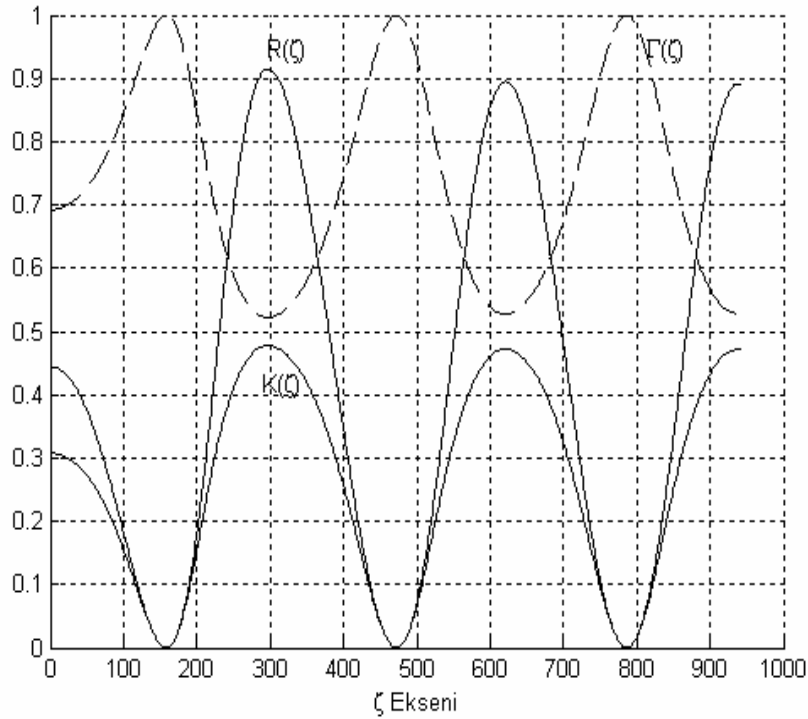
<sup>34</sup> Carroll J, Whiteaway J and Plumb D 1998 *Distributed feedback emiconductor lasers*, The Institution of Electrical and Engineers SPIE Optical Engineering Press (London) p 84.

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{2\zeta\eta + \eta\sin 2\zeta}{2\zeta\eta + \eta\sin 2\zeta + \eta\sin 2\zeta + 2\zeta\cos^2\zeta} \quad (103)$$

Veyâ

$$\Gamma = \Gamma_{\parallel} = \frac{\sqrt{\alpha} + V}{1/\sqrt{\alpha} + V} = \frac{1}{1 + \bar{R}} = 1 - \bar{K} = \frac{\bar{K}}{\bar{R}} \quad (104)$$

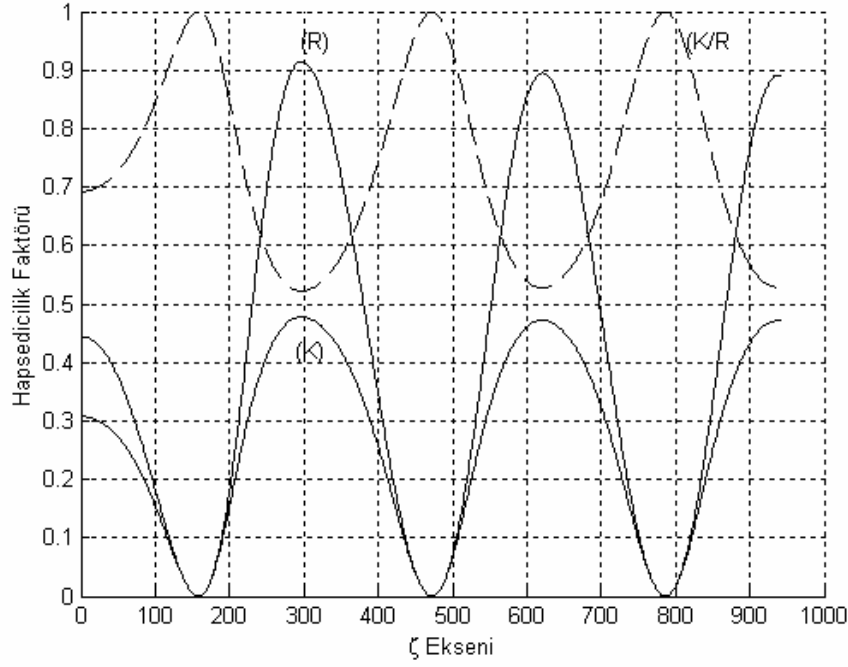
olarak hesaplanabilir <sup>35</sup>.  $V=1.5$  için  $\alpha=0.628017$ ,  $\zeta = 0.91485613623127$ ,  $\eta=1.18871285430923$ ,  $\bar{R}=0.204754484300613$ , ve  $\bar{K}=0.16995536183414$  değerleri için hapsedicilik faktörü  $\Gamma_{\parallel}=0.83004463816586$  olarak hesaplanır. Şekil 11'de  $\bar{K}(\zeta)$ ,  $\bar{R}(\zeta)$  ve  $\Gamma = \Gamma_{\parallel}(\zeta)$  büyüklüklerinin  $\zeta$ 'ya göre ayrı ayrı çizilmişlerdir. Şekil 12'de ise, önce  $\bar{K}(\zeta)$ ,  $\bar{R}(\zeta)$  büyüklükleri çizilmiş sonra  $\Gamma = \Gamma_{\parallel} = \bar{K}/\bar{R}$  oranının  $\zeta$ 'ya göre değişimi,  $\bar{K}$ ,  $\bar{R}$  parametrelerinin değişimleri ile birlikte verilmiştir.



Şekil 11  $R = \bar{R}$  ve  $K = \bar{K}$  ve  $\Gamma = \Gamma_{\parallel}$  hapsedicilik faktörünün  $\zeta$ 'ya göre değişimleri

<sup>35</sup> Iga, K., 1994, *Fundamentals of Laser Optics*, p.111, (New York: Plenum Press).





Şekil 12  $R=\bar{R}$  ve  $K=\bar{K}$  'nın  $\zeta$ 'ya göre ve  $\Gamma=\Gamma_{II}$  hapsedicilik faktörünün  $\bar{K}/\bar{R}$  oranı olarak değişimleri

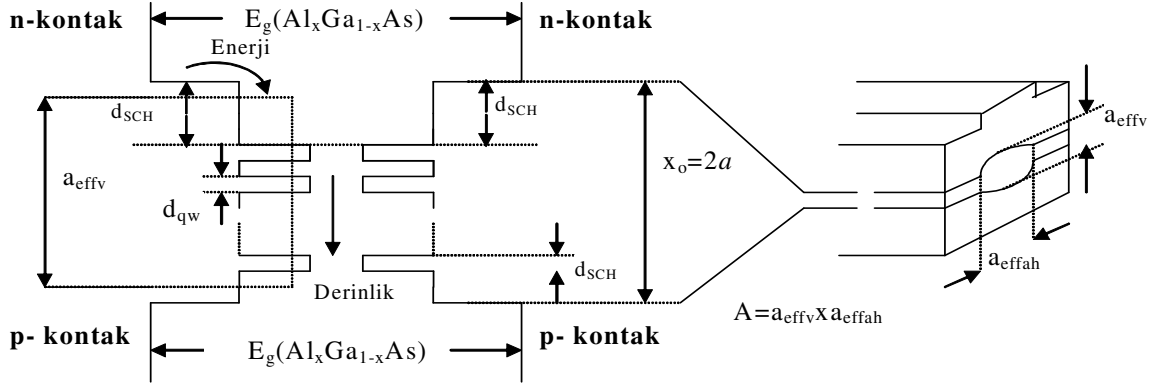
Tek fonksiyonlu elektrik alanı için hapsedicilik faktörü

$$\Lambda_{II} = \frac{a_{\text{effav}}}{a_{\text{effv}}} = \frac{\int_0^a E_{yII}^o(x) E_{yII}^o(x) dx + \int_0^a E_{yII}^o(x) E_{yII}^o(x) dx}{\int_{-a}^0 E_{yII}^o(x) E_{yII}^o(x) dx + \int_0^a E_{yII}^o(x) E_{yII}^o(x) dx + \int_{-a}^{-\infty} E_{yI,II}^o(x) E_{yI,II}^o(x) dx + \int_a^{\infty} E_{yI,II}^o(x) E_{yI,II}^o(x) dx} \quad (105)$$

ya da

$$\Lambda_{II} = \frac{2\zeta\eta - \eta\sin 2\zeta}{2\zeta\eta - \eta\sin 2\zeta + 2\zeta\cos^2\zeta} = \frac{\eta - \alpha}{1 + \eta - 2\alpha} = \frac{V\sqrt{\alpha} - \alpha}{1 + V\sqrt{\alpha} - 2\alpha} = \frac{1}{1 + \bar{r}} = 1 - \bar{q} = \frac{\bar{q}}{\bar{r}} \quad (106)$$

olur ki,  $V=1.7$  için  $\alpha=0.676938$ ,  $\eta=1.3987$ ,  $\zeta=0.966255$ ,  $\bar{K}=0.134682119481386$  ve  $\bar{R}=0.155644674071298$ ,  $\Gamma=\Gamma_{II} = \bar{K}/\bar{R}=0.865317880518614$  bulunur.



Şekil 13 Kuantum çukurlarında taşıyıcıların kaçışlarını önlemek için tasarlanan optik hapsedici farklı yapı (separate confinement-heterostructure-SCH), katmanlara âit enerji-derinliği

Kuantum çukurları, ışığı etkin olarak kılavuzlamak için sık sık kırılma indisinde uygun olmayan bir değişme verir. Bunları ve aktif bölgeden kaçan delik ve elektronların aktif bölgeden kaçışlarını düzeltmek için *ayrı optik hapsedici farklı yapı* (separate confinement-heterostructure-SCH), katmanlar kullanılır. Bu katmanlar, taşıyıcıları kuantum çukurları tarafından tekrar yakalanabildikleri fizikî bölgede tutarlar ve ışığın kılavuzlanmasını kolaylaştırırlar. Şekil 13'de görüldüğü gibi, aktif bölgede 3'ten 7'ye kadar olan kuantum çukurları ve malzeme mühendisliği, kazanç saturasyonu üzerinde ciddi etkiler meydana getirir. Burada *ayrı optik hapsedici farklı yapı* bölgelerin  $d_{SCH}$  uzunlukları, taşıyıcıları hızlı bir şekilde kuantum çukurları içine sokmak için küçük tutulmalıdır. Taşıyıcıların kontaklardan kuantum çukurlarının içine götürülmesi için geçen zaman, taşıyıcıların *ayrı optik hapsedici farklı yapı* bölgelere karşı karakteristik diffüzyon zamanı ile bunların çukurlar tarafından yakalanma zamanlarının toplamından oluşur.  $a_{effv}$  efektif dikey genişlik ve  $a_{effh}$  efektif yatay genişliğin çarpımı, optik alan tarafından işgal edilen  $A=a_{effv} \times a_{effh}$  alanını verir. Efektif yatay genişliğin efektif dikey genişliğe oranı,

$$\Gamma = a_{effh} / a_{effv} \quad (107)$$

olarak hapsedicilik faktörünü verir. Eğer  $n_{qw}$  ve  $\Gamma_{qw}$  sırasıyla kuantum çukuru sayısı ve çukur başına hapsedicilik faktörü iseler, aktif bölgenin efektif toplam genişliği

$$d_{qw} = n_{qw} \times d_{qw} \quad (108)$$

ve kuantum çukurlarına âit modun toplam hapsedicilik faktörü

$$\Gamma = n_{qw} \times \Gamma_{qw} \quad (109)$$

olarak verilir.

**Sorular:**

- 1) Normalize propagasyon sâbiti  $\alpha$  hangi parametrelerin fonksiyonudur?
- 2) Kuantum çukuru derinlik parametresi  $L$  hangi parametrelerin fonksiyonudur?
- 3) Bâzı güç oranlarını çukurun  $\alpha$  ve  $L$  parametrelerine göre irdeleyiniz.
- 4) Önemli güç oranı büyüklüklerini  $\alpha$  'ya göre irdeleyiniz.
- 5)  $\bar{K} = L/[1+V\sqrt{1-L}]$  ifâdesini çıkarınız. Bu ifâde tek fonksiyonlu elektrik alanında nasıl olur?
- 6) Tek fonksiyonlu elektrik alanında  $q$  kaybının ifâdesini araştırınız

**Cevaplar:**

1) Normalize propagasyon sâbiti,  $\alpha = (\eta/V)^2$  formülünden görüldüğü gibi, taşıyıcının normalize frekansı ile  $\zeta - \eta$  düzlemindeki enerji öz değerinin ordinatının bir fonksiyonudur.  $\alpha$  'nın çukur içinde  $\alpha = 1 - n^2 E_1/V_o$  ifâdesine göre çukur derinliğinin de bir fonksiyonu olduğu unutulmamalıdır.

2) Kuantum çukur derinlik parametresi,  $L = (\zeta/V)^2$  formülünden görüldüğü gibi, taşıyıcının normalize frekansı ile  $\zeta - \eta$  düzlemindeki enerji öz değerinin absisinin bir fonksiyonudur.  $\alpha$  'nın çukur içinde  $L = n^2 E_1/V_o$  ifâdesine göre çukur derinliğinin de bir fonksiyonu olduğu unutulmamalıdır.

3) Bunun için üç durum söz konusu olur:

a)  $\bar{K} = \frac{1-\alpha}{\eta+1}$  'da görüldüğü gibi,  $\bar{K}$  parametresi  $\alpha=1$  ( $L=0$ ) için sıfırdır. Bu çukurun dibindeki en uç noktada bir gerilim endükleme olmadığı gösterir. Çünkü burası  $n=0$ 'ra karşı düşer ve  $n=1, 3, 5, \dots$  için verilen çift fonksiyonlu elektrik alanının dışında  $n=0, 2, 4, \dots$ , için geçerli olan tek fonksiyonlu elektrik alanlarının ilk  $n=0$  değeri için

$$E_{y,II}^o = A^o \sin \frac{n\pi x}{2a} = A^o = \text{sâbit} = 0$$

şeklinde sâbit olan kapsâmu içindedir ve burası  $\zeta - \eta$  koordinat sisteminde başlangıç noktasına karşı düşer. Alan sâbit olduğu için burada alan endükleme olmaz. Burada bâzı özel durumlar vardır:

1) Çukur dibinde  $L=0 \rightarrow \alpha=1$  olduğu için

$$\bar{K} = \frac{1-\alpha}{\eta+1} = 0$$

bulunur.

$$\bar{K} = (V_o - E_o) / [V_o(1 + \eta)] \rightarrow V_o = E_o$$

Nitekim,  $n=0$  için  $e_v = V_o - E_o = 0$  olur.

$$\bar{K} = e_v/[V_o(1+\eta)] \rightarrow v_o = 0$$

$$v_o = v^2 \hbar^2 \pi^2 / 8m^* a^2 \rightarrow v_o = V_o - E_o \rightarrow V_o = E_o$$

sonuçları uyum içindedirler.  $n=1, 2, 3, \dots$ , modlarını içeren elektrik alanı için çukur içindeki enerji seviyeleri  $e_v = e_{n-1}$ ,  $v = n-1$ ,  $v = 0, 1, 2, \dots$ , olarak belirlenir<sup>36</sup>. Yâni,  $n$ . moddaki elektrik alanı için, bu durumda çukur içinde  $v = n-1$  ile belirlenen enerji seviyeleri ortaya çıkar.  $n=0$ 'ra karşı düşen

$$E_{yH}^o = A^o \sin \frac{n\pi x}{2a} = A^o = \text{sâbit} = 0$$

elektrik alanında  $n=0$  için  $e_{-1}$ 're karşı düşen (-1) bir fizikî anlam taşımaz. Başka bir ifâdeyle,

$$E_{yH}^o = A^o \sin \frac{n\pi x}{2a} = A^o = \text{sâbit} = 0$$

elektrik alanı için çukurun dibinde bir enerji öz değeri yoktur. Çünkü, elektrik alanı çukur dibinde sâbit bir değerde olduğu için, burada alan endüklemesi yoktur. Dolayısıyla, bu nokta  $\zeta - \eta$  düzleminde başlangıç noktasını gösterdiğinden, bu enerji öz değerinin koordinatlarının sıfır olması demektir. Bu ise enerji öz değerinin olmaması, bu da indüklemenin olmaması anlamındadır.

2)  $\alpha=0 \rightarrow L=1$ . Bu durumda  $\bar{K}=1$  olur. Bunun anlamı şudur: Kayıp maksimumdur. Taşıyıcı hapsedilmesi yoktur. Çünkü, Şekil 10'da görüldüğü gibi, burası çukurun en tepe noktasına karşı düşer. Aktif bölge meydana gelmemiştir. Çukur potansiyeli olmadığı için bağlı durumlar meydana gelmediğinden girişten gelen bütün güç tamâmen gömlek bölgelerine geçer.

Sonuç olarak taşıyıcıların bağlı durumları bu iki uç arasında oluşur. Tablo 2,  $\bar{K}$ , diğer bir deyimle, bir anlamda aktif bölgede meydana gelen kayıp, çukurun tabanından itibâren  $L$ 'nin yüzdesi büyüdükçe büyür,  $L=1$  olduğunda en büyük değeri alır. Başka bir ifâdeyle, kayıp  $L$  ile doğru orantılıdır.  $L$  büyüdükçe, başka bir ifâdeyle absis büyüdükçe, kayıp artar, hapsedicilik azalır. Çukurun üst seviyesinin  $\zeta$  eksenine ile ilgili olması bu demektir. Buna karşılık  $\alpha$  büyüdükçe başka bir ifâdeyle ordinat büyüdükçe, kayıp azalır, hapsedicilik artar. Yâni, hapsediciliğin artması  $\alpha$ 'nın büyümesine bağlıdır. Başka bir ifâdeyle, çukur dibine yakın olan enerji seviyelerinde hapsedicilik fazla, kayıp az olur. Çukurun alt seviyesinin  $\eta$  eksenine ile ilgili olması bu demektir. Bu yüzden, kaybı küçük tutmak için, çukur dibine doğru yaklaşmalıdır. Bunun için de ordinatı büyük seçmelidir. Tek modlu bir alanda ( $n=1$ ), ki bu çit fonksiyonlu bir alandır,  $n=1, 2, 3, \dots$  için  $v=n-1$ ,  $v=0, 1, 2, \dots \rightarrow v=1, 2, \dots$  olacak şekilde çukur dibinde sâdece  $v=1$  enerji seviyesi ortaya çıkar. Bunun için  $\alpha=1 - nE_v/V_o=1$  ve  $L=nE_v/V_o=0$  olur. Fakat çok modlu bir alan için meselâ  $n=3$  alınabilir. O zaman çift fonksiyonlu alana âit çukur içinde  $v=2$  kuantum

<sup>36</sup> Schiff, L. I., 1982, *Quantum Mechanics*, p.39, (Tokyo: McGraw-hill Book Comp.).

enerji seviyesi meydana gelir. Buna karşılık tek fonksiyonlu bir alan için meselâ  $n=2$  alınırsa, o zaman,  $v=1$  olur. Bu da tek fonksiyonlu alanın ilk geçerli enerji seviyesidir.

$1.55 \times 10^{-6}$  m dalga boyunda  $n_{II}=3.352$  indisli bir oramda,  $n_{I,III}=3.351$  ve  $a=1000$  Å için  $V=0.0331881$ ,  $\alpha=0.00109984$ ,  $\zeta=0.0331699$  ve  $\eta=0.00110064$  olarak hesaplanmıştır. Bir elektronun kırılma indisi  $n_{II}=3.352$  olan bir ortamdaki kütlesi  $9.544110262972948 \times 10^{-31}$  kg olduğuna göre, Çukur potansiyeli,

$$V_o = 6.417632888114822 \times 10^{-22} / a^2 \text{ J} = 0.00400601303877 / a^2 \text{ eV}$$

ve  $E_1$  enerji öz değeri

$$E_1 = (6.417632888114822 \times 10^{-22} / a^2 \times 0.00110064^2) / 0.0331881^2 \\ = 7.058300612940843 \times 10^{-25} / a^2 \text{ J} = 4.405930470000526 \times 10^{-6} / a^2 \text{ eV}$$

olduğu bilinmektedir.

Elektronun sükûnet kütlesi  $m_o = 9.1095 \times 10^{-31}$  kg ve efektif kütle  $m^* = 0.67 m_o$  olarak

$$E_1 = \hbar^2 \pi^2 / 8 m^* a^2 = [14 / a^2] (A^o) \text{ eV}$$

ve

$$\bar{K} = \bar{K}_n = \frac{n^2 E_1}{V_o (\eta + 1)} \rightarrow V_o = n^2 \frac{14}{a^2} \frac{1}{K (\eta + 1)}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

bulunur ki bu bir taşıyıcı için verilen  $\bar{K}$  ve enerji öz değerinin  $\eta$  ordinatı için çukur potansiyelinin değerini verir.

**Tablo 2** Elektronun  $m_o = 9.1095 \times 10^{-31}$  kg,  $m^* = 0.67 m_o$  ve  $\eta = 1.4300$ , için  $L$ 'nin verilen yüzdelere karşı bulunan  $\bar{K}$  ve  $V_o$  çukur potansiyelleri

$L$	$\bar{K} = L / (\eta + 1)$	$V_o = \frac{0.56}{\bar{K} (\eta + 1)} \text{ (eV)}$
0.80	0.3293	0.6998
0.50	0.2058	1.1198
0.46	0.1893	1.2174
0.10	0.0415	5.5530
0.01	0.0041	56.2079
0.001	0.0004	576.1317

Sonuç olarak tablodan da görülmektedir ki, çukur dibine yaklaştıkça kayıp azalmakta ve çukur potansiyeli artmaktadır. Dolayısıyla, taşıyıcı konsantrasyonunu enerji seviyelerinde bağlı olarak tutmak için çukur potansiyeli seçilir. Bu seçim, malzeme konstrüksiyonu ile olur. Böylece  $V_o$  büyüdükçe kayıp azalır. Ayrıca

$$n = \sqrt{\bar{K}_n / \bar{K}_1}$$

kuantum enerji seviyesinin sayısını (ya da alanın modunu) verir.

$n=1$  için taşıyıcılar küçük enerji durumlarını işgal edeceğinden, çukur, populasyon inversiyonu için daha az pompalama enerjisi ister ve verim daha büyük olur. Böylece, enjekte edilen taşıyıcılar termal dağılım etkilerine daha az duyarlı olurlar. Bu eşik akım yoğunluğunun sıcaklık duyarlılığını azaltır. Formülasyonumuza göre, meselâ çift fonksiyonlu bir alan için çıkış gücü  $P_{II}^e$ 'dir. Yâni, bir taşıyıcının enerji öz değerinin  $\zeta = 2.1934$  ve  $\eta = 1.4300$  koordinatları için  $P_{II}^e = P_{I}^e - P_{I}^e = 1.4052 - 0.4052 = 1$ 'dir. Fakat referans 23'e göre çıkış gücü  $P_{II}^e \cong 0.78937$  olur. İki farklı metoda göre bulunan çıkış güçleri arasındaki bu fark,  $P_{II}^e - P_{II}^e$ ,  $0.2107 \cong 0.21$  eder. Bunun anlamı tarafımızdan sunulan metodun, verilen örnekte %21 ile, daha hassas olduğunun anlaşılmasıdır.

4)  $\bar{R}$ ,  $\bar{K}$  ve  $\Gamma_{II}$  büyüklükleri  $\alpha$ 'ya bağlıdır. Kayıp ( $\bar{K}$ ),  $\alpha$ 'ya bağlı olduğu gibi  $\eta$  ile de ters orantılıdır.

$$\bar{K} = \frac{1 - \alpha}{\eta + 1}$$

kaybının küçük olması için ya da büyük bir hapsedicilik elde etmek için  $\eta = V\sqrt{\alpha}$  formülüne göre  $V$  normalize frekansı ve  $\alpha$  normalize propagasyon sâbitinin büyük olması gerekir. Tek modlu alanda  $V < \pi/2$  olduğu da hatırlanmalıdır.  $\eta$ 'nin en büyük değeri  $\zeta = 0$  ve  $V = \eta$  olduğu zamandır. Bu durumda

$$\alpha = 1$$

ve

$$\Gamma_{II} = \frac{\alpha + \eta}{1 + \eta} = 1, \quad \bar{R} = \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha} = 0, \quad L = 1 - \alpha = 0$$

olur. Bu sonuçlar çukurun uç değerleridir.

Tek fonksiyonlu alanlarda  $\alpha = 1$  için

$$A_{II} = \frac{\eta - \alpha}{\eta + 1 - 2\alpha} = 1, \quad \bar{r} = \frac{1 - \alpha}{\eta - \alpha} = 0, \quad \bar{q} = \frac{1 - \alpha}{\eta + 1 - 2\alpha} = 0$$

olur.

Diğer taraftan,  $\eta = 0$  ve  $V = \zeta$  olduğunda  $\alpha = 0$  olur ve

$$\Gamma_{II} = \frac{\alpha + \eta}{1 + \eta} = 0, \quad \bar{R} = \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha} = 1, \quad L = 1 - \alpha = 1, \quad A_{II} = \frac{\eta - \alpha}{\eta + 1 - 2\alpha} = 0$$

bulunur. Sonuç olarak  $\zeta = 0$  ve  $\eta = 0$ , sırasıyla  $\alpha = 1$  ve  $\alpha = 0$  uç değerlerini verir.

Aktif bölgenin  $2a$  genişliğinin küçülmesi  $\Gamma_{II}$  ve  $A_{II}$  hapsedicilik faktörlerinin küçülmelerine yol açar. Çünkü bölge küçüldükçe kaybın artacağı açıktır. Bu yüzden verilen  $2a$  genişliğinde, büyük normalize propagasyon sâbitleri ( $\alpha$ ) elde etmek için taşıyıcının enerji öz değerinin ordinatının, ( $\eta = \alpha_{I,III} a$ ) ve dolayısıyla,  $\alpha_{I,III}$ 'ün büyük olması gerekir.  $\alpha_{I,III} = \sqrt{2m^* E_n} / \hbar = p^2 / 2m^* = v^2 m^* / 2$ 'ye göre taşıyıcının  $v$  sürüklenme hızı büyük olmalıdır. Yâni, büyük bir  $\alpha_{I,III}$  elde etmek için gömlek bölgelerindeki malzeme içinde taşıyıcı hızları yeter derecede büyük olmalıdır. Sürüklenme hızı malzeme içinde yaklaşık

olarak  $v \cong c/n$  ile verilir. Görüldüğü gibi, hız gömlek bölgelerindeki malzemelerin kırılma indisleri ile sınırlanmaktadır. Hızı artırmak için kırılma indisinin küçülmesi gerekir. Böylece  $\alpha_{i,m}$  ve dolayısıyla gömlek bölgelerindeki  $\eta = \alpha_{i,m}$  a parametreleri kırılma indisine bağlı olarak elde edilebilmektedir. Gömlek bölgesi olarak serbest uzayın seçilmesi hâlinde kırılma indisinin normalde en küçük değeri 1 olmaktadır, daha küçük değerlere ulaşıl原因amaktadır. Bu durumda, dielektrik arayüzeyle kılavuzlanan bir dalga söz konusu olduğunda, bu yüzey dalgalarını kılavuzlarını akla getirir<sup>37</sup>.

$\zeta = 0$  için  $V = \eta$ ,  $\alpha = 1$  elde edilir ki bu çift fonksiyonlu elektrik alanı için  $\bar{K} = 0$ ,  $L = 0$  ve  $\bar{R} = 0$  sonucunu verir. Bu sonuçların anlamı şudur:  $\eta$  ekseninde hapsedicilik %100'dür. Fakat bu uç hâlinde çukur tabanında, yukarıda bahsedildiği gibi, 0 modunda sâbit bir alan vardır ve endüklenme yoktur.

Aynı denklemlere müracaat ederek görürüz ki  $\eta = 0$  için  $\zeta = V$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\Gamma_{II} = 0$ ,  $\bar{R} = \infty$ ,  $\bar{K} = 1$  ve  $L = 1$  sonuçları ortaya çıkar ki bu durum  $\zeta$  ekseninde hapsedicilik özelliğinin olmadığını, çukurun tepesini gösterir.

Sonuç olarak, uç değerler hâriç,  $\eta$  büyüdükçe ve  $\zeta$  küçüldükçe hapsedicilik artmaktadır.

5)  $\bar{K} = L/[1 + V\sqrt{1-L}]$  ifâdesinin çıkarılması için  $e_v = V_o - E_v = L|V_o|$  ve  $L = \zeta^2/V^2$  formülleri  $\bar{K} = (V_o - E_v)/[V_o(1 + \eta)]$  ifâdesinde kullanılır:

$$\bar{K} = (V_o - E_o)/[V_o(1 + \eta)] \rightarrow \bar{K} = LV_o/[V_o(1 + \eta)] = LV_o/[V_o(1 + \eta)] \rightarrow \bar{K} = \frac{L}{1 + \eta}$$

$$\bar{K} = \frac{L}{1 + \eta} = \frac{L}{1 + \sqrt{V^2 - \zeta^2}} = \frac{L}{1 + \sqrt{V^2 - V^2L}} = \frac{L}{1 + V\sqrt{1-L}}$$

6) Tek fonksiyonlu elektrik alanında  $q$  kaybının ifâdesini araştırınız

Tek fonksiyonlu elektrik alanında  $\zeta = V\sin\zeta = V\sqrt{\alpha} \rightarrow L = \zeta^2/V^2$  ve  $\eta = V\cos\zeta = V\sqrt{1-\alpha} = V\sqrt{L}$  olduğu için

$$q = \frac{1 - \alpha}{1 + \eta - 2\alpha} = \frac{1 - \frac{\eta^2}{V^2}}{1 + \eta - 2\frac{\eta^2}{V^2}}, \eta^2 = \frac{2m^*a^2}{\hbar^2} E_n, V^2 = \frac{2m^*a^2}{\hbar^2} V_o \rightarrow q = \frac{1 - \frac{\eta^2}{V^2}}{1 + \eta - 2\frac{\eta^2}{V^2}}$$

$$= \frac{1 - \frac{E_v}{V_o}}{1 + \eta - 2\frac{E_v}{V_o}}$$

<sup>37</sup> Ruck, J.A., 1994, *Fundamentals of Optical Fibers*, p.26, (New York: John Wiley and Sons, Inc.).

$$q = \frac{1 - \frac{E_v}{V_o}}{1 + \eta - 2 \frac{E_n}{V_o}} = \frac{V_o - E_n}{V_o \left(1 - \frac{E_n}{V_o} + \eta - \frac{E_n}{V_o}\right)} = \frac{V_o - E_n}{(V_o - E_n + V_o \eta - E_n)} = \frac{L}{L + \eta - \alpha} = \frac{L}{1 + \eta - 2\alpha}$$

olur.

**Sorular:**

$$1) I_{II} = \int_{-a}^a E_{ym}^e(x) E_{ym}^e(x)^* dx$$

$$2) I_I = \int_{-\infty}^{-a} E_{ym}^e(x) E_{ym}^e(x)^* dx, \quad I_{III} = \int_a^{\infty} E_{ym}^e(x) E_{ym}^e(x)^* dx,$$

$$3) I_{III} = \int_a^{\infty} E_{ym}^e(x) E_{ym}^e(x)^* dx,$$

entegrallerini hesaplayınız.

4) Hapsedicilik faktörü nedir?

5) Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit absisler, sırasıyla,  $\zeta = \alpha_{II} a = V \cos \alpha_{II} a = V \cos \zeta$  ve  $\zeta = \alpha_{III} a = V \sin \alpha_{III} a = V \sin \zeta$  ile verilir. Dolayısıyla çift fonksiyonlu elektrik alanı için  $L = \zeta^2 / V^2$  ve  $\alpha = \eta^2 / V^2$  ifâdesini açınız.

6) Normalize propagasyon sâbiti  $\alpha$  hangi parametrelerin fonksiyonudur?

7) Kuantum çukur derinlik parametresi  $L$  hangi parametrelerin fonksiyonudur

8) Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanları için

$$I_{\ell} = I_i - I = \frac{A_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} = \frac{a}{\eta} A_{I,III}^2 = \frac{a}{\eta} A^2 \cos^2 \zeta$$

$$I_{\ell} = I_i - I = \frac{B_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} = \frac{a}{\eta} B_{I,III}^2 = \frac{a}{\eta} B^2 \sin^2 \zeta$$

ifâdelerini  $\alpha$  cinsinden bulunuz.

9) Antisimetrik ve simetrik dalga kılavuzlarına âit güç ihtimâliyetlerinin ifâdelerini çıkarınız.

10) Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit kayıp ve giriş ihtimâliyetini tanımlayınız ve ifâdesini elde ediniz.

$$11) L = \frac{1}{1 + \frac{\eta^2}{\zeta^2}} \text{ olduğunu gösteriniz.}$$

12) Antisimetrik dalga kılavuzlarında çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit

$$I_i = A_i^2 \frac{1}{2\alpha_i}, \quad I_{III} = A_{III}^2 \frac{1}{2\alpha_{III}}$$



$$I_I = B_I^2 \frac{I}{2\alpha_I}, \quad I_{III} = B_{III}^2 \frac{I}{2\alpha_{III}} \text{ âit güç ihtimâliyetlerinin toplamlarını bulunuz.}$$

$$13) I^e_i = \int_{-a}^a E^e_{yII}(x)E^e_{yII}(x)^* dx + \int_{-\infty}^{-a} E^e_{yI}(x)E^e_{yI}(x)^* dx + \int_a^{\infty} E^e_{yIII}(x)E^e_{yIII}(x)^* dx$$

entegralini hesaplayınız.

$$14) I^o_i = \int_{-a}^a E^o_{yII}(x)E^o_{yII}(x)^* dx + \int_{-\infty}^{-a} E^o_{yI}(x)E^o_{yI}(x)^* dx + \int_a^{\infty} E^o_{yIII}(x)E^o_{yIII}(x)^* dx$$

entegralini hesaplayınız.

15)

$$\frac{I^o_{\ell}}{I^o_i} = q = \frac{2 \int_a^{\infty} E^o_{yIII}(x)E^o_{yIII}(x)^* dx}{2 \int_0^a E^o_{yII}(x)E^o_{yII}(x)^* dx + 2 \int_a^{\infty} E^o_{yIII}(x)E^o_{yIII}(x)^* dx}$$

oranını bulunuz.

16) I, II ve III bölgelerindeki güç oranlarını çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için bu bölgeler âit ihtimâliyet fonksiyonları cinsinden î ediniz.

17)  $\bar{K} = (V_o - E_n) / [V_o(1 + \eta)]$  formülünü çıkarınız.

18) Çift fonksiyonlu elektrik alanında  $n=1,3, 5$  için kuyu içindeki  $v = 1, 2, 3$ , enerji seviyelerini hesaplayınız.

19)  $n=0$  için kuyu içindeki  $v$  enerji seviyesini bulunuz.

**Cevaplar:**

1)

$$E^e_{yII} = A_e \cos \alpha_{II} x$$

$$\begin{aligned} I_{II} &= \int_{-a}^a E^e_{yII}(x)E^e_{yII}(x)^* dx = A_e^2 \int_{-a}^a \cos^2 \alpha_{II} x dx = \frac{A_e^2}{2} \int_{-a}^a (1 + \cos 2\alpha_{II} x) dx \\ &= \frac{A_e^2}{2} \int_{-a}^a (1 + \cos 2\alpha_{II} x) dx = A_e^2 \int_0^a (1 + \cos 2\alpha_{II} x) dx = A_e^2 \left[ x + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2\alpha_{II} x \right]_{x=0}^{x=a} \\ &= \cos 2\alpha_{II} = A_e^2 \frac{2\alpha_{II} a + \sin 2\alpha_{II} a}{2\alpha_{II} a} = A_e^2 \frac{2\zeta + \sin \zeta}{\zeta} = \frac{\zeta}{2\zeta + \sin \zeta} \frac{2\zeta + \sin \zeta}{\zeta} = 1 \end{aligned}$$

$$2) I_I = \int_{-\infty}^a E^e_{yI}(x)E^e_{yI}(x)^* dx$$

$$E^e_{yI} = A_e \cos \zeta e^{i\alpha_I(x+a)} = A_{eI} e^{i\alpha_I(x+a)}, A_{eI} = A_e \cos \zeta$$

$$I_I = \int_{-\infty}^a E^e_{yI}(x)E^e_{yI}(x)^* dx = A_{eI}^2 \int_{-\infty}^a e^{2i\alpha_I(x+a)} dx = A_{eI}^2 \frac{1}{2\alpha_I} e^{2i\alpha_I(x+a)} \Bigg|_{x=-\infty}^{x=a} = A_{eI}^2 \frac{1}{2\alpha_I} \quad 3)$$

$$I_{III} = \int_a^{\infty} E^e_{yIII}(x)E^e_{yIII}(x)^* dx,$$

4) Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanları için  $\Gamma_{II}$  and  $A_{II}$  hapsedicilik faktörleri<sup>38</sup> sırasıyla

$$\Gamma_{II} = \frac{P_{II}}{P_i} = \frac{I_{II}}{I_i} = \frac{P_{II}}{P_{II} + P_{\ell}} = \frac{I_{II}}{I_{II} + I_{\ell}}$$

ve

$$A_{II} = \frac{P_{II}}{P_i} = \frac{P_{II}}{P_{II} + P_{\ell}} = \frac{\Gamma_{II}}{I_i'} = \frac{I_{II}}{\Gamma_{II} + I_{\ell}'}$$

ve dolayısıyla bunların toplamları

$$\bar{K} + \Gamma_{II} = I, \quad \bar{q} + A_{II} = I$$

olmak üzere,

$$\Gamma_{II} = \frac{\frac{a}{-a} \int E_{yII}^e(x) E_{yII}^e(x)^* dx}{\frac{a}{-a} \int E_{yII}^e(x) E_{yII}^e(x)^* dx + \frac{a}{-a} \int E_{yIII}^e(x) E_{yIII}^e(x)^* dx} = \frac{I_{II}}{I_i}$$

ve

$$A_{II} = \frac{\frac{a}{-a} \int E_{yII}^o(x) E_{yII}^o(x)^* dx}{\frac{a}{-a} \int E_{yII}^o(x) E_{yII}^o(x)^* dx + \frac{a}{-a} \int E_{yIII}^o(x) E_{yIII}^o(x)^* dx} = \frac{I_{II}'}{I_i'}$$

olarak tanımlanırlar.

$$\Gamma_{II} = \frac{\frac{a}{-a} \int E_{yII}^e(x) E_{yII}^e(x)^* dx}{\frac{a}{-a} \int E_{yII}^e(x) E_{yII}^e(x)^* dx + \frac{a}{-a} \int E_{yIII}^e(x) E_{yIII}^e(x)^* dx} = \frac{I_{II}}{I_i}$$

ifâdesinin hesaplanması için  $\alpha_i = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$  ve  $A_i = A_{III} = A_{I,III}$  alarak

$$\begin{aligned} \Gamma_{II} &= \frac{A^2 [a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a)]}{A^2 [a + \frac{1}{2\alpha_n} \sin 2(\alpha_{II} a)] + A_i^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}} = \frac{A^2 [a + \frac{1}{2\alpha_n} \sin 2\zeta]}{A^2 [a + \frac{1}{2\alpha_n} \sin 2\zeta] + A_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}} \\ &= \frac{A^2 [a + \frac{1}{2\alpha_n} \sin 2(\alpha_n a)]}{A^2 [a + \frac{1}{2\alpha_n} \sin 2(\alpha_n a)] + A_i^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}} = \frac{A^2 [a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2\zeta]}{A^2 [a + \frac{1}{2\alpha_n} \sin 2\zeta] + A_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}} \end{aligned}$$

<sup>38</sup> Temiz, M., 2002, Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices, Laser Physics, Vol.12, No.7.

$$= \frac{A^2 \left[ \frac{2\alpha_{II} a + \sin 2\zeta}{2\alpha_{II}} \right]}{A^2 \left[ \frac{2\alpha_{II} a + \sin 2\zeta}{2\alpha_{II}} \right] + A_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}} = \frac{A^2 \frac{1}{A^2}}{A^2 \frac{1}{A^2} + A_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}} = \frac{1}{1 + A_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}} = \frac{1}{1 + I_{e_l}^2},$$

$$I_{e_l} = 2 \int_a^\infty |E_{y,III}^e(x)|^2 dx = \frac{A_{e,III}^2}{\alpha_{I,III}} = \frac{L}{\eta + \alpha} = \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha}, \quad (A_{I,III} = A_{e,III})$$

$$\Gamma_{II} = \frac{1}{1 + \frac{L}{\alpha + \eta}} = \frac{1}{1 + \frac{1 - \alpha}{\alpha + \eta}} = \frac{1}{1 + \frac{1 - \alpha}{\alpha + \eta}} = \frac{\alpha + \eta}{\alpha + \eta + 1 - \alpha} = \frac{\alpha + \eta}{\eta + 1}$$

ve

$$A_{II} = \frac{\int_a^a E_{y,II}^o(x) E_{y,II}^o(x)^* dx}{\int_a^a E_{y,III}^o(x) E_{y,III}^o(x)^* dx + \int_a^a E_{y,III}^o(x) E_{y,III}^o(x)^* dx} = \frac{I_{II}}{I_I}$$

$$A_{II} = \frac{B^2 \left[ a - \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right]}{B^2 \left[ a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] + B_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}} = \frac{B^2 \left[ a - \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2\zeta \right]}{B^2 \left[ a - \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2\zeta \right] + B_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}}$$

$$= \frac{B^2 \left[ a - \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right]}{B^2 \left[ a - \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] + B_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}} = \frac{B^2 \left[ a - \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2\zeta \right]}{B^2 \left[ a - \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2\zeta \right] + B_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}}$$

$$= \frac{B^2 \left[ \frac{2\alpha_{II} a - \sin 2\zeta}{2\alpha_{II}} \right]}{B^2 \left[ \frac{2\alpha_{II} a - \sin 2\zeta}{2\alpha_{II}} \right] + B_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}} = \frac{B^2 \frac{1}{B^2}}{B^2 \frac{1}{B^2} + B_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}}$$

$$= \frac{1}{1 + B_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}}, \quad I_{e_l} = 2 \int_a^\infty |E_{y,III}^o(x)|^2 dx = \frac{A_{e,III}^2}{\alpha_{I,III}} = \frac{1 - \alpha}{\eta - \alpha}, \quad (A_{I,III} = A_{e,III})$$

$$A_{II} = \frac{1}{1 + \frac{L}{\eta - \alpha}} = \frac{1}{1 + \frac{1 - \alpha}{\eta - \alpha}} = \frac{1}{1 + \frac{1 - \alpha}{\eta - \alpha}} = \frac{\alpha - \eta}{\eta - \alpha + 1 - \alpha} = \frac{\eta - \alpha}{\eta + 1 - 2\alpha}$$

bulunur.

5)

$$L = \cos^2 \alpha_{II} a = \cos^2 \zeta,$$

$$\alpha = \sin^2 \alpha_{II} a = \sin^2 \zeta$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için

$$L = \sin^2 \alpha_{II} a = \sin^2 \zeta$$

$$\alpha = \cos^2 \alpha_{II} a = \cos^2 \zeta,$$

olur.

6) Normalize propagasyon sâbiti,  $\alpha = (\eta/V)^2$  formülünden görüldüğü gibi, taşıyıcının normalize frekansı ile  $\zeta - \eta$  düzlemindeki enerji öz değerinin ordinatının bir fonksiyonudur.  $\alpha$ , çukur içinde  $\alpha = 1 - n^2 E_i/V_o$  ifâdesine göre çukur derinliğinin de bir fonksiyonu olduğu unutulmamalıdır.

7) Kuantum çukur derinlik parametresi,  $L = (\zeta/V)^2 = n^2 E_i/V_o$  formülünden görüldüğü gibi, taşıyıcının normalize frekansı ile  $\zeta - \eta$  düzlemindeki enerji öz değerinin absisinin ve aynı zamanda enerji öz değeri ile çukur derinliğinin bir fonksiyonudur.

8) Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanları için

$$I'_\ell = I_i - I = \frac{A_{l,III}^2}{\alpha_{l,III}} = \frac{a}{\eta} A_{l,III}^2 = \frac{a}{\eta} A^2 \cos^2 \zeta$$

$$I^0_\ell = I_i - I = \frac{B_{l,III}^2}{\alpha_{l,III}} = \frac{a}{\eta} B_{l,III}^2 = \frac{a}{\eta} B^2 \sin^2 \zeta$$

ifâdelerini  $\alpha$  cinsinden bulalım. Bunun için önce çift fonksiyonlu elektrik alanını ele alalım:

$$I_\ell = I_i - I = \frac{A_{l,III}^2}{\alpha_{l,III}} = \frac{a}{\eta} A_{l,III}^2 = \frac{a}{\eta} A^2 \cos^2 \zeta \rightarrow I_\ell = \frac{a}{\eta} A^2 \cos^2 \zeta = \frac{a}{\eta} \frac{2\alpha_{II}}{2\zeta + \sin 2\zeta} L$$

$$I_\ell = \frac{1}{\eta} \frac{2\zeta}{2\zeta + \sin 2\zeta} L = \frac{1}{\eta_i + \frac{1}{2\zeta} \sin 2\zeta} L = \frac{1}{\eta_i + \frac{1}{2\zeta} \frac{2\eta\zeta}{V^2}} L = \frac{1}{\eta_i + \frac{\eta}{V^2}} L = \frac{1}{\eta_i + \frac{\alpha\eta}{\eta^2}} L = \frac{1}{\eta_i + \frac{\alpha}{\eta}} L$$

$$= \frac{1}{\eta_i + \frac{\alpha}{\eta}} L = \frac{L}{\eta + \alpha} = \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha}, \quad I_\ell = \frac{L}{\eta + \alpha} = \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha}$$

Tek fonksiyonlu elektrik alanını belirtme için (') işâret kullanılırsa

$$I'_\ell = I_\ell = I_i - I = \frac{B_{l,III}^2}{\alpha_{l,III}} = \frac{a}{\eta} B_{l,III}^2 = \frac{a}{\eta} B^2 \sin^2 \zeta$$

olmak üzere

$$I'_\ell = \frac{a}{\eta} B^2 \sin^2 \zeta \rightarrow I'_\ell = \frac{a}{\eta} \frac{2\alpha_{II}}{2\zeta - \sin 2\zeta} L = \frac{1}{\eta} \frac{2\zeta}{2\zeta - \sin 2\zeta} L$$

$$= \frac{1}{\eta_i - \frac{1}{2\zeta} \sin 2\zeta} L = \frac{1}{\eta_i - \frac{1}{2\zeta} \frac{2\eta\zeta}{V^2}} L = \frac{1}{\eta_i - \frac{\eta}{V^2}} L = \frac{1}{\eta_i - \frac{\alpha\eta}{\eta^2}} L = \frac{1}{\eta_i - \frac{\alpha}{\eta}} L$$

$$= \frac{1}{\eta_i - \frac{\alpha}{\eta}} L = \frac{L}{\eta - \alpha} = \frac{1 - \alpha}{\eta - \alpha}, \quad I'_\ell = \frac{L}{\eta - \alpha} = \frac{1 - \alpha}{\eta - \alpha}$$

9) Antisimetrik ve simetrik dalga kılavuzlarına âit giriş ihtimâliyetlerinin ifâdeleri:

Aktif bölge ve gömlek bölgelerinin elektrik alanları

$$E_{y_{II}} = A \cos(\alpha_{II} x - \theta) = A \cos\left(\frac{n\pi x}{2a} - \theta\right),$$

$$E_{y_{I,III}} = A_{I,III} \exp\left[\pm \alpha_{I,III}(x \pm a)\right],$$

olmak üzere

$$I_i = \int_{-\infty}^{-a} |E_{y_I}(x)|^2 dx + \int_a^{\infty} |E_{y_{III}}(x)|^2 dx = 2 \int_0^a |A \cos(\alpha_{II} x - \theta)|^2 dx \\ + \int_{-\infty}^{-a} |A_I e^{\alpha_I(x+a)}|^2 dx + \int_a^{\infty} |A_{III} e^{-\alpha_{III}(x-a)}|^2 dx$$

ya

da

$$I_i = 2 \int_0^a |A \cos(\alpha_{II} x - \theta)|^2 dx + \int_{-\infty}^{-a} |A_I e^{\alpha_I(x+a)}|^2 dx + \int_a^{\infty} |A_{III} e^{-\alpha_{III}(x-a)}|^2 dx = A^2 \int_0^a [1 + \cos 2(\alpha_{II} x - \theta)] dx + \\ + A_I^2 \frac{1}{2\alpha_I} e^{2\alpha_I(x+a)} \Big|_{x=-\infty}^{x=-a} + A_{III}^2 \frac{1}{2\alpha_{III}} e^{-2\alpha_{III}(x-a)} \Big|_{x=a}^{x=\infty}$$

$$I_i = A^2 \left[ x + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} x - \theta) \right] \Big|_{x=0}^a + A_I^2 \frac{1}{2\alpha_I} e^{2\alpha_I(x+a)} \Big|_{x=-\infty}^{x=-a} + A_{III}^2 \frac{1}{2\alpha_{III}} e^{-2\alpha_{III}(x-a)} \Big|_{x=a}^{x=\infty}$$

ya da

$$I_i = A^2 \left[ a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a - \theta) \right] + A_I^2 \frac{1}{2\alpha_I} + A_{III}^2 \frac{1}{2\alpha_{III}} = I_{II} + I_I = I + I_{III}$$

veyâ

$$I_i = I_{II} + I_{III} = I + I_{III}$$

antisimetrik dalga kılavuzuna âit giriş ihtimâliyeti olur. Burada normalizasyondan dolayı aktif bölgedeki ihtimâliyet

$$I_{II} = A^2 \left[ a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a - \theta) \right] = I$$

ve gömlek bölgelerindeki ihtimâliyetler ve bunların toplamı

$$I_I = A_I^2 \frac{1}{2\alpha_I}, \quad I_{III} = A_{III}^2 \frac{1}{2\alpha_{III}}, \quad I_{III} = I_I + I_{III}$$

olarak bulunur. Simetrik dalga kılavuzunda toplam kayıp ihtimâliyeti

$$I_t = I_I + I_{III} = 2I_{I,III} = 2A_{III}^2 \frac{I}{2\alpha_{III}}$$

olarak elde edilir.

$$I_{II} = A^2 \left[ a + \frac{I}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a - \theta) \right] = I$$

ifâdesinde  $\theta = 0$  alınrsa çift fonksiyonlu elektrik alanına âit

$$I_{II} = A^2 \left[ a + \frac{I}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] = I$$

olarak ve  $\theta = 90^\circ$  alınrsa,  $\sin(a \pm 90) = \sin(a)\cos(90) \pm \cos(a)\sin(90)$  özdeşliği yardımıyla ve tek fonksiyonlu elektrik alanına için  $A=B$  alınarak

$$\begin{aligned} I_{II} &= B^2 \left[ a + \frac{I}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a - 90^\circ) \right] = B^2 \left[ a + \frac{I}{2\alpha_{II}} \sin(2\alpha_{II} a - 180^\circ) \right] \\ &= B^2 \left[ a + \frac{I}{2\alpha_{II}} \sin(2\alpha_{II} a) \cos 180^\circ - \cos(2\alpha_{II} a) \sin 180^\circ \right] = B^2 \left[ a - \frac{I}{2\alpha_{II}} \sin(2\alpha_{II} a) \right] = I \end{aligned}$$

bulunur.

**Sonuç:**

$$\theta = 0 \rightarrow I_{II} = A^2 \left[ a + \frac{I}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] = I$$

$$\theta = 90^\circ \rightarrow I_{II} = B^2 \left[ a - \frac{I}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] = I$$

Daha önce görüldüğü gibi  $I_I = A_I^2 \frac{I}{2\alpha_I}$ ,  $I_{III} = A_{III}^2 \frac{I}{2\alpha_{III}}$  ifâdelerindeki  $A_I$ ,  $A_{III}$  katsayıları çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$A_I = A_{III} = A_{I,III} = A \cos(\alpha_{II} a) = A_{I,III} = A \cos \zeta$$

olarak ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için

$$B_I = B_{III} = B_{I,III} = B \sin(\alpha_{II} a) = B_{I,III} = B \sin \zeta$$

olarak bulunmuştur.

Dolayısıyla  $I_I$ ,  $I_{III}$  ifâdeleri çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$I_I = \frac{A^2}{2\alpha_I} \cos^2 \zeta = \frac{A^2 L}{2\alpha_I}, \quad I_{III} = \frac{A^2 L}{2\alpha_{III}}$$

veyâ simetrik dalga kılavuzları için

$$I_I = I_{III} = I_{I,III} = \frac{A^2 L}{2\alpha_{I,III}},$$

elde edilir.

Benzer ifâdeler tek fonksiyonlu elektrik alanına için de bulunabilir:  $I_I$ ,  $I_{III}$  ifâdeleri tek fonksiyonlu elektrik alanı için

$$I_I = \frac{B^2}{2\alpha_I} \sin^2 \zeta = \frac{B^2 L}{2\alpha_I}, \quad I_{III} = \frac{B^2}{2\alpha_{III}} \sin^2 \zeta = \frac{B^2 L}{2\alpha_{III}}$$

veyâ simetrik dalga kılavuzları için

$$I_I = I_{III} = I_{I,III} = \frac{B^2}{2\alpha_{I,III}} \sin^2 \zeta = \frac{B^2 L}{2\alpha_{I,III}},$$

olur.

10) Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit kayıp ve giriş ihtimâliyetleri  $I_\ell = I_i - I$  ile tanımlanabilir.

$$I_i = A^2 \left[ a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a - \theta) \right] + A_I^2 \frac{1}{2\alpha_I} + A_{III}^2 \frac{1}{2\alpha_{III}} = I_{II} + I_\ell = I + I_\ell$$

ifâdesi çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$I_i = A^2 \left[ a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] + 2A_{I,III}^2 \frac{1}{2\alpha_{I,III}} = A^2 \left[ a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] + A_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}$$

$$= I_{II} + I_\ell = I + I_\ell$$

ya da

$$I_i = A^2 \left[ a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] + A_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}} = \frac{A_{I,III}^2}{\cos^2 \zeta} \left[ a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] + A_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}$$

$$= I_{II} + I_\ell = I + I_\ell$$

veyâ

$$I_i = \frac{A_{I,III}^2}{\cos^2 \zeta} \left[ a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] + A_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}} = \frac{A_{I,III}^2}{\cos^2 \zeta} \left[ \frac{a 2\alpha_{II} + \sin 2(\alpha_{II} a)}{2\alpha_{II}} \right] + A_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}$$

$$= I_{II} + I_\ell = I + I_\ell$$

$$I_i = \frac{A_{I,III}^2}{\cos^2 \zeta} \left[ a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] + A_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}} = \frac{A_{I,III}^2}{\cos^2 \zeta} \left[ \frac{a 2\alpha_{II} + \sin 2(\alpha_{II} a)}{2\alpha_{II}} \right] + A_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}$$

$$= I_{II} + I_\ell = I + I_\ell$$

$$I_i = \frac{A_{I,III}^2}{\cos^2 \zeta} \left[ a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] + A_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}} = A_{I,III}^2 \left[ \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\alpha_{II} \cos^2 \zeta} \right] + A_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}$$

$$= I_{II} + I_{\ell} = I + I_{\ell}$$

$$I_i = A_{I,III}^2 \left[ \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\alpha_{II} \cos^2 \zeta} \right] + A_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}} = \frac{A_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} \left[ \alpha_{I,III} \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\alpha_{II} \cos^2 \zeta} + 1 \right] = \frac{A_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} \left[ \alpha_{I,III} \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\alpha_{II} \cos^2 \zeta} + 1 \right]$$

$$= I_{II} + I_{\ell} = I + I_{\ell}$$

$$I_i = \frac{A_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} \left[ \alpha_{I,III} \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\alpha_{II} \cos^2 \zeta} + 1 \right] = \frac{A_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} \left[ \frac{\eta}{\cos^2 \zeta} \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\zeta} + 1 \right]$$

$$= I_{II} + I_{\ell} = I + I_{\ell}$$

bulunur ki buradan kayıp ihtimâliyeti

$$I_{\ell} = I_i - I = \frac{A_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} = \frac{a}{\eta} A_{I,III}^2 = \frac{a}{\eta} A^2 \cos^2 \zeta$$

olarak elde edilir. Giriş ihtimâliyet ise

$$I_i = I + \frac{A_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} = I + \frac{a}{\eta} A_{I,III}^2 = I + \frac{a}{\eta} A^2 \cos^2 \zeta$$

olur.

$$I_i = A^2 \left[ a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a - \theta) \right] + A_I^2 \frac{1}{2\alpha_I} + A_{III}^2 \frac{1}{2\alpha_{III}} = I_{II} + I_{\ell} = I + I_{\ell}$$

ifâdesi tek fonksiyonlu elektrik alanı için

$$I_i = B^2 \left[ a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a - 90^\circ) \right] + B_I^2 \frac{1}{2\alpha_I} + B_{III}^2 \frac{1}{2\alpha_{III}} = I_{II} + I_{\ell} = I + I_{\ell}$$

ya da

$$I_i = B^2 \left[ a - \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] + B_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}} = \frac{B_{I,III}^2}{\sin^2 \zeta} \left[ a - \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] + B_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}$$

$$= I_{II} + I_{\ell} = I + I_{\ell}$$

veyâ

$$I_i = \frac{A_{I,III}^2}{\sin^2 \zeta} \left[ a - \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] + B_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}} = \frac{B_{I,III}^2}{\sin^2 \zeta} \left[ \frac{a2\alpha_{II} - \sin 2(\alpha_{II} a)}{2\alpha_{II}} \right] + B_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}$$

$$= I_{II} + I_{\ell} = I + I_{\ell}$$

$$I_i = \frac{B_{I,III}^2}{\sin^2 \zeta} \left[ a - \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] + B_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}} = \frac{B_{I,III}^2}{\sin^2 \zeta} \left[ \frac{a2\alpha_{II} - \sin 2(\alpha_{II} a)}{2\alpha_{II}} \right] + B_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}$$

$$= I_{II} + I_{\ell} = I + I_{\ell}$$

$$I_i = \frac{B_{I,III}^2}{\sin^2 \zeta} \left[ a - \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] + B_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}} = B_{I,III}^2 \left[ \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\alpha_{II} \sin^2 \zeta} \right] + B_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}}$$

$$= I_{II} + I_{\ell} = I + I_{\ell}$$

$$I_i = B_{I,III}^2 \left[ \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\alpha_{II} \sin^2 \zeta} \right] + B_{I,III}^2 \frac{1}{\alpha_{I,III}} = \frac{B_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} \left[ \alpha_{I,III} \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\alpha_{II} \sin^2 \zeta} + 1 \right] = \frac{B_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} \left[ \alpha_{I,III} \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\alpha_{II} \sin^2 \zeta} + 1 \right]$$



$$= I_n + I_\ell = I + I_\ell$$

$$I_i = \frac{B_{1,m}^2}{\alpha_{1,m}} \left[ \alpha_{1,m} \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\alpha_n \sin^2 \zeta} + 1 \right] = \frac{B_{1,m}^2}{\alpha_{1,m}} \left[ \frac{\eta}{\sin^2 \zeta} \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\zeta} + 1 \right] = I_n + I_\ell = I + I_\ell$$

bulunur ki buradan kayıp ihtimâliyeti

$$I_\ell = I_i - I = \frac{B_{1,m}^2}{\alpha_{1,m}} = \frac{a}{\eta} B_{1,m}^2 = \frac{a}{\eta} B^2 \sin^2 \zeta$$

olarak elde edilir. Giriş ihtimâliyeti ise

$$I_i = I + \frac{B_{1,m}^2}{\alpha_{1,m}} = I + \frac{a}{\eta} B_{1,m}^2 = I + \frac{a}{\eta} B^2 \sin^2 \zeta$$

olur.

$I_\ell$  kayıp ihtimâliyetleri cinsinden çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanına âit

$$I_i = \frac{A_{1,m}^2}{\alpha_{1,m}} \left[ \alpha_{1,m} \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\alpha_n \cos^2 \zeta} + 1 \right] = \frac{A_{1,m}^2}{\alpha_{1,m}} \left[ \frac{\eta}{\cos^2 \zeta} \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\zeta} + 1 \right] = I_n + I_\ell = I + I_\ell$$

$$I_i = \frac{B_{1,m}^2}{\alpha_{1,m}} \left[ \alpha_{1,m} \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\alpha_n \sin^2 \zeta} + 1 \right] = \frac{B_{1,m}^2}{\alpha_{1,m}} \left[ \frac{\eta}{\sin^2 \zeta} \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\zeta} + 1 \right] = I_n + I_\ell = I + I_\ell$$

denklemleri, tek fonksiyona âit ihtimâliyeti (‘) ile temsil ederek,

$$I_i = I_\ell \left[ \frac{\eta}{\cos^2 \zeta} \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\zeta} + 1 \right] = I_n + I_\ell = I + I_\ell$$

$$I_i = I_\ell \left[ \frac{\eta}{\sin^2 \zeta} \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\zeta} + 1 \right] = I_n + I_\ell = I + I_\ell$$

şekillerine dönüşürler. Burada

$$I_i = I_\ell \left[ \frac{\eta}{\cos^2 \zeta} \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\zeta} + 1 \right] = I_\ell \left[ \frac{\eta}{L} \frac{2\zeta + 2\sin \zeta \cos \zeta}{2\zeta} + 1 \right] = I_\ell \left[ \frac{\eta}{L} \frac{2\zeta + 2\frac{\eta \zeta}{V^2}}{2\zeta} + 1 \right]$$

$$= I_n + I_\ell = I + I_\ell$$

$$I_i = I_\ell \left[ \frac{\eta}{\sin^2 \zeta} \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\zeta} + 1 \right] = I_\ell \left[ \frac{\eta}{L} \frac{2\zeta - 2\sin \zeta \cos \zeta}{2\zeta} + 1 \right] = I_\ell \left[ \frac{\eta}{L} \frac{2\zeta - 2\frac{\eta \zeta}{V^2}}{2\zeta} + 1 \right]$$

$$= I_n + I_\ell = I + I_\ell$$

$$I_i = I_\ell \left[ \frac{\eta}{L} \frac{2\zeta + 2\frac{\eta \zeta}{V^2}}{2\zeta} + 1 \right] = I_\ell \left[ \frac{\eta}{L} \frac{I + \frac{1}{2\zeta} 2\frac{\eta \zeta}{V^2}}{1} + 1 \right] = I_\ell \left[ \frac{\eta}{L} \frac{I + \frac{\eta}{V^2}}{1} + 1 \right] = I_\ell \left[ \frac{\eta}{L} \left( I + \frac{\eta}{V^2} \right) + 1 \right]$$

$$= I_n + I_\ell = I + I_\ell$$

$$I_i = I_\ell \left[ \frac{\eta}{L} \left( I + \frac{\eta}{V^2} \right) + 1 \right] = I + I_\ell \rightarrow I_i = I_\ell \left[ \frac{\eta}{L} \left( I + \frac{\eta}{V^2} \right) + 1 \right] - I_\ell = I$$

$$I_i = I_e \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 - \frac{\eta}{V^2} \right) + 1 \right] = I + I_e \rightarrow I_i = I_e \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 - \frac{\eta}{V^2} \right) + 1 \right] - I_e = I$$

$$I_i = I_e \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 + \frac{\eta}{V^2} \right) + 1 \right] - I_e = I_e \left\{ \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 + \frac{\eta}{V^2} \right) + 1 \right] - 1 \right\} = I$$

$$I_i = I_e \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 - \frac{\eta}{V^2} \right) + 1 \right] - I_e = I_e \left\{ \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 - \frac{\eta}{V^2} \right) + 1 \right] - 1 \right\} = I$$

$$I_i = I_e \left\{ \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 + \frac{\eta}{V^2} \right) + 1 \right] - 1 \right\} = I_e \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 + \frac{\eta}{V^2} \right) + 1 - 1 \right] = I$$

$$I_i = I_e \left\{ \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 - \frac{\eta}{V^2} \right) + 1 \right] - 1 \right\} = I_e \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 - \frac{\eta}{V^2} \right) + 1 - 1 \right] = I$$

$$I_i = I_e \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 + \frac{\eta}{V^2} \right) + 1 - 1 \right] = I_e \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 + \frac{\eta}{V^2} \right) \right] = I$$

$$I_i = I_e \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 - \frac{\eta}{V^2} \right) + 1 - 1 \right] = I_e \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 - \frac{\eta}{V^2} \right) \right] = I$$

$$I_i = I_e \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 + \frac{\eta}{V^2} \right) \right] = I_e \left[ \left( \frac{\eta}{L} + \frac{\eta^2}{LV^2} \right) \right] = I_e \left( \frac{\eta}{L} + \frac{\alpha}{L} \right) = I_e \left( \frac{\eta + \alpha}{L} \right) = I$$

$$I_i = I_e \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 - \frac{\eta}{V^2} \right) \right] = I_e \left[ \left( \frac{\eta}{L} - \frac{\eta^2}{LV^2} \right) \right] = I_e \left( \frac{\eta}{L} - \frac{\alpha}{L} \right) = I_e \left( \frac{\eta - \alpha}{L} \right) = I$$

$$I_i = I_e \left( \frac{\eta + \alpha}{L} \right) = I \rightarrow I_e = \frac{L}{\eta + \alpha} = \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha}$$

$$I_i = I_e \left( \frac{\eta - \alpha}{L} \right) = I \rightarrow I_e = \frac{L}{\eta - \alpha} = \frac{1 - \alpha}{\eta - \alpha}$$

Sonuç: Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit kayıp ihtimâliyeti, sırasıyla,

$$I_e = \frac{L}{\eta + \alpha} = \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha}$$

$$I_e = \frac{L}{\eta - \alpha} = \frac{1 - \alpha}{\eta - \alpha}$$

olarak elde edilirler. Giriş ihtimâliyetleri ise

$$I_i = I_e \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 + \frac{\eta}{V^2} \right) + 1 \right] \rightarrow I_i = I_e \left[ \frac{\eta}{L} + \frac{\eta^2}{LV^2} + 1 \right] = I_e \left[ \frac{\eta}{L} + \frac{\eta^2}{LV^2} + 1 \right]$$

$$I_i = I_e \left[ \frac{\eta}{L} \left( 1 - \frac{\eta}{V^2} \right) + 1 \right] \rightarrow I_i = I_e \left[ \frac{\eta}{L} - \frac{\eta^2}{LV^2} + 1 \right] = I_e \left[ \frac{\eta}{L} - \frac{\eta^2}{LV^2} + 1 \right]$$

$$I_i = I_e \left[ \frac{\eta}{L} + \frac{\eta^2}{LV^2} + 1 \right] \rightarrow I_i = I_e \left[ \frac{\eta + \alpha}{1 - \alpha} + 1 \right] \rightarrow I_i = I_e \left[ \frac{\eta + \alpha}{1 - \alpha} + 1 \right]$$

$$I_i = I_e \left[ \frac{\eta}{L} - \frac{\eta^2}{LV^2} + 1 \right] \rightarrow I_i = I_e \left[ \frac{\eta - \alpha}{1 - \alpha} + 1 \right] \rightarrow I_i = I_e \left[ \frac{\eta - \alpha}{1 - \alpha} + 1 \right]$$

$$I_i = I_\ell \left[ \frac{\eta + \alpha}{1 - \alpha} + 1 \right] = I_\ell \left[ \frac{\eta + \alpha + 1 - \alpha}{L} \right] = I_\ell \left[ \frac{\eta + 1}{L} \right] = \frac{L}{\eta + \alpha} \frac{\eta + 1}{L} = \frac{\eta + 1}{\eta + \alpha}$$

$$I_i = \frac{\eta + 1}{\eta + \alpha}$$

Bu sonuç,  $I_i = 1 + I_\ell = 1 + \frac{L}{\eta + \alpha} = 1 + \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha} = \frac{\eta + 1}{\eta + \alpha}$  olarak da bulunabilir.

$$I_i = I_\ell \left[ \left( \frac{\eta}{L} - \frac{\eta^2}{LV^2} \right) + 1 \right] \rightarrow I_i = I_\ell \left[ \frac{\eta - \alpha + L}{L} \right] \rightarrow I_i = I_\ell \left[ \frac{\eta - \alpha + L}{L} \right]$$

$$= \frac{L}{\eta - \alpha} \left[ \frac{\eta - \alpha + L}{L} \right] = \frac{\eta - \alpha + L}{\eta - \alpha}$$

$$I_i = \frac{\eta - \alpha + L}{\eta - \alpha} = 1 + \frac{L}{\eta - \alpha} = 1 + \frac{1 - \alpha}{\eta - \alpha}$$

Sonuç: Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit giriş ihtimâliyeti, sırasıyla

$$I_i = I_\ell + 1 = 1 + \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha} = \frac{\eta + 1}{\eta + \alpha}$$

$$I_i = \frac{\eta - \alpha + L}{\eta - \alpha} = 1 + \frac{L}{\eta - \alpha} = 1 + \frac{1 - \alpha}{\eta - \alpha}$$

olarak bulunur.

11)  $L = \frac{1}{1 + \frac{\eta^2}{\zeta^2}}$  olduğunu göstermek için  $L = \frac{\zeta^2}{V^2}$  ifâdesinden hareket edilir.

$$L = \frac{\zeta^2}{V^2} = \frac{1}{\frac{V^2}{\zeta^2}} = \frac{1}{\frac{\zeta^2 + \eta^2}{\zeta^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\eta^2}{\zeta^2}}$$

12) Antisimetrik dalga kılavuzlarında çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit

$$I_I = A_i^2 \frac{1}{2\alpha_i}, \quad I_m = A_m^2 \frac{1}{2\alpha_m}, \quad I_i = B_i^2 \frac{1}{2\alpha_i}, \quad I_m = B_m^2 \frac{1}{2\alpha_m}$$

âit güç ihtimâliyetlerinin toplamlarını bulmak için:

Antisimetrik dalga kılavuzlarında çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit

$$I_i = A_i^2 \frac{1}{2\alpha_i}, \quad I_m = A_m^2 \frac{1}{2\alpha_m}, \quad I_i = B_i^2 \frac{1}{2\alpha_i}, \quad I_m = B_m^2 \frac{1}{2\alpha_m}$$

ihtimâliyetlerinin toplamlarını bulunuz. Tek fonksiyonları belli etme için (‘) kullanılarak

$$I_{\ell} = I_i + I_m = A_i^2 \frac{I}{2\alpha_i} + A_m^2 \frac{I}{2\alpha_m}, \quad I_{\ell} = I_i + I_m = B_i^2 \frac{I}{2\alpha_i} + B_m^2 \frac{I}{2\alpha_m}$$

ifâdeleri hesaplanır.

$$\begin{aligned} I_{\ell} &= I_i + I_m = A_i^2 \frac{I}{2\alpha_i} + A_m^2 \frac{I}{2\alpha_m} = A^2 \cos^2 \zeta \frac{I}{2\alpha_i} + A^2 \cos^2 \zeta \frac{I}{2\alpha_m} = A^2 \left( \frac{a}{2\alpha_i} + \frac{a}{2\alpha_m} \right) \cos^2 \zeta \\ I_{\ell} &= A^2 \left( \frac{a}{2\alpha_i} + \frac{a}{2\alpha_m} \right) \cos^2 \zeta = A^2 \left( \frac{a}{2\eta_i} + \frac{a}{2\eta_m} \right) L \\ A &= \sqrt{\frac{2\alpha_m}{2\alpha_m a + \sin(2\alpha_m a)}} \rightarrow A^2 = \frac{2\alpha_m}{2\alpha_m a + \sin(2\alpha_m a)} \\ I_{\ell} &= \frac{2\alpha_m}{2\alpha_m a + \sin(2\alpha_m a)} \left( \frac{a}{2\eta_i} + \frac{a}{2\eta_m} \right) L = \frac{a\alpha_m}{2\zeta + \sin 2\zeta} \left( \frac{a}{2\eta_i} + \frac{a}{2\eta_m} \right) L \\ &= \frac{\zeta}{2\zeta + \sin 2\zeta} \left( \frac{a}{2\eta_i} + \frac{a}{2\eta_m} \right) L, \eta = \eta_i = \eta_m = \eta_{i,m} \rightarrow I_{\ell} = \frac{2\zeta}{2\zeta + \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\eta} + \frac{1}{2\eta} \right) L \\ I_{\ell} &= \frac{2\zeta}{2\zeta + \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{\eta} L = \frac{L}{\eta} \frac{2\zeta}{2\zeta + \sin 2\zeta} \right) \\ &= \frac{L}{\eta_i + \frac{1}{2\zeta} \sin 2\zeta} \frac{I}{\eta} = \frac{L}{\eta_i + \frac{\eta^2}{V^2}} \frac{I}{\eta + \frac{\eta^2}{V^2}} = \frac{L}{\eta + \alpha} = \frac{I - \alpha}{\eta + \alpha} \\ I_{\ell} &= \frac{L}{\eta + \alpha} = \frac{I - \alpha}{\eta + \alpha} \end{aligned}$$

$$I'_{\ell} = I'_i + I'_m = B_i^2 \frac{I}{2\alpha_i} + B_m^2 \frac{I}{2\alpha_m}$$

$$\begin{aligned} I'_{\ell} &= I'_i + I'_m = B_i^2 \frac{I}{2\alpha_i} + B_m^2 \frac{I}{2\alpha_m} = B^2 \sin^2 \zeta \frac{I}{2\alpha_i} + B^2 \sin^2 \zeta \frac{I}{2\alpha_m} = B^2 \left( \frac{a}{2\alpha_i} + \frac{a}{2\alpha_m} \right) \sin^2 \zeta \\ I'_{\ell} &= B^2 \left( \frac{a}{2\alpha_i} + \frac{a}{2\alpha_m} \right) \sin^2 \zeta = B^2 \left( \frac{a}{2\eta_i} + \frac{a}{2\eta_m} \right) L, B = \sqrt{\frac{2\alpha_m}{2\alpha_m a - \sin(2\alpha_m a)}} \rightarrow B^2 = \frac{2\alpha_m}{2\alpha_m a - \sin(2\alpha_m a)} \\ I'_{\ell} &= \frac{2\alpha_m}{2\alpha_m a - \sin(2\alpha_m a)} \left( \frac{1}{\eta_i} + \frac{1}{\eta_m} \right) L = \frac{a\alpha_m}{2\zeta - \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{\eta_i} + \frac{1}{\eta_m} \right) L \\ &= \frac{\zeta}{2\zeta - \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{\eta_i} + \frac{1}{\eta_m} \right) L, \eta = \eta_i = \eta_m = \eta_{i,m} \rightarrow I'_{\ell} = \frac{2\zeta}{2\zeta - \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\eta} + \frac{1}{2\eta} \right) L \\ I'_{\ell} &= \frac{2\zeta}{2\zeta - \sin 2\zeta} \frac{1}{\eta} L = \frac{L}{\eta} \frac{2\zeta}{2\zeta - \sin 2\zeta} \\ &= \frac{\alpha}{\eta_i - \frac{1}{2\zeta} \sin 2\zeta} \frac{I}{\eta} = \frac{L}{\eta_i - \frac{\eta^2}{V^2}} \frac{I}{\eta - \frac{\eta^2}{V^2}} = \frac{L}{\eta - \alpha} = \frac{L}{\eta - \alpha} \\ I'_{\ell} &= \frac{L}{\eta - \alpha} = \frac{I - \alpha}{\eta - \alpha} \end{aligned}$$

$$13) I_i^e = \int_{-a}^a E_{yII}^e(x) E_{yII}^e(x)^* dx + \int_{-\infty}^{-a} E_{yI}^e(x) E_{yI}^e(x)^* dx + \int_a^{\infty} E_{yIII}^e(x) E_{yIII}^e(x)^* dx$$

$$I_i^e = I_{I}^e + I_{II}^e + I_{III}^e = A_{eI}^2 \int_{-\infty}^{-a} e^{2\alpha_I(x+a)} dx + A_e^2 \int_{-a}^a \cos^2 \alpha_{II} x dx + A_{eIII}^2 \int_a^{\infty} e^{-2\alpha_{III}(x-a)} dx$$

$$I_i^e = A_{eI}^2 \frac{1}{2\alpha_I} + A_e^2 \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\zeta} + A_{eIII}^2 \frac{1}{2\alpha_{III}} = I_{\ell} + A_e^2 \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\zeta} =$$

$$I_{\ell} + A_e^2 \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\zeta} = I_{\ell} + A_e^2 \frac{1}{A_e^2} = I_{\ell} + 1 = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} + 1 = \frac{1+\eta}{\eta+\alpha}$$

$$14) I_i^o = \int_{-a}^a E_{yII}^o(x) E_{yII}^o(x)^* dx + \int_{-\infty}^{-a} E_{yI}^o(x) E_{yI}^o(x)^* dx + \int_a^{\infty} E_{yIII}^o(x) E_{yIII}^o(x)^* dx$$

$$I_i^o = I_{I}^o + I_{II}^o + I_{III}^o = A_{oI}^2 \int_{-\infty}^{-a} e^{2\alpha_I(x+a)} dx + A_o^2 \int_{-a}^a \sin^2 \alpha_{II} x dx + A_{oIII}^2 \int_a^{\infty} e^{-2\alpha_{III}(x-a)} dx$$

$$I_i^o = A_{oI}^2 \frac{1}{2\alpha_I} + A_o^2 \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\zeta} + A_{oIII}^2 \frac{1}{2\alpha_{III}} = I_{\ell}^o + A_o^2 \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\zeta} =$$

$$I_i^o = I_{\ell}^o + A_o^2 \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\zeta} = I_{\ell}^o + A_o^2 \frac{1}{A_o^2} = I_{\ell}^o + 1 = \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha} + 1 = \frac{1+\eta-2\alpha}{\eta-\alpha}$$

15)

$$\frac{I_{\ell}^o}{I_i^o} = \bar{q} = \frac{2 \int_a^{\infty} E_{yIII}^o(x) E_{yIII}^o(x)^* dx}{2 \int_0^a E_{yII}^o(x) E_{yII}^o(x)^* dx + 2 \int_a^{\infty} E_{yIII}^o(x) E_{yIII}^o(x)^* dx}$$

oranını bulmak için dalga kılavuzunun simetrik olduğu düşünülerek

$$I_I = I_{II} = I_{III} = \frac{B^2}{2\alpha_{III}} \sin^2 \zeta = \frac{B^2 L}{2\alpha_{III}}$$

$$I_{II} = A^2 \left[ a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] = 1$$

ifâdelerinden faydalanılır.

$$\frac{I_{\ell}^o}{I_i^o} = \bar{q} = \frac{\int_a^{\infty} E_{yIII}^o(x) E_{yIII}^o(x)^* dx + \int_0^a E_{yII}^o(x) E_{yII}^o(x)^* dx}{2 \int_0^a E_{yII}^o(x) E_{yII}^o(x)^* dx + 2 \int_a^{\infty} E_{yIII}^o(x) E_{yIII}^o(x)^* dx} = \frac{I_I + I_{III}}{I_I + I_{II} + I_{III}} = \frac{\frac{2B^2 L}{2\alpha_{III}}}{1}, \quad \frac{I_{\ell}^o}{I_i^o} = \frac{B^2 L}{\alpha_{III}}$$

$$B = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\alpha_{II} a - \sin(2\alpha_{II} a)}} = \sqrt{\frac{2\zeta}{a[2\zeta - \sin 2\zeta]}}$$

$$\bar{q} = \frac{I_{\ell}^o}{I_i^o} = \frac{L}{\alpha_{III} (2\zeta - \sin 2\zeta) a} = \frac{L}{\eta (2\zeta - \frac{1}{2\zeta} \sin 2\zeta)} = \frac{L}{\eta_I - \frac{1}{2\zeta} \frac{2\zeta \eta}{V^2}} = \frac{L}{\eta - \frac{\eta^2}{V^2}} = \frac{L}{\eta - \alpha} = \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha}$$

16) I, II ve III bölgelerindeki güç oranlarını simetrik bir dalga kılavuzunda çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için bu bölgeler âit ihtimâliyet fonksiyonları cinsinden etmek için önce fonksiyonları yazalım:

Çift elektrik alanı:

$$I_I = I_{III} = I_{I,III} = \frac{B^2}{2\alpha_{I,III}} \sin^2 \zeta = \frac{B^2 L}{2\alpha_{I,III}}$$

$$I_{II} = A^2 \left[ a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] = 1, \quad I_i^e = \frac{1+\eta}{\eta+\alpha}$$

$$I_i^e = I_i^o = I_i^o + I_m^o = 2I_{I,III}^o = \frac{L}{\eta-\alpha}$$

$$I_i = I_I + I_{III} = 2I_{I,III} = \frac{L}{\eta+\alpha} = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha}$$

$$\bar{R} = \frac{\int_{-\infty}^{-a} [E_{yI}(x)E_{yI}(x)^*] dx + \int_a^{\infty} [E_{yIII}(x)E_{yIII}(x)^*] dx + \int_{-\infty}^{-a} [E_{yI}(x)]^2 dx + \int_a^{\infty} [E_{yIII}(x)]^2 dx}{\int_{-a}^a [E_{yII}(x)E_{yII}(x)^*] dx} = \frac{\int_{-\infty}^{-a} [E_{yI}(x)]^2 dx + \int_a^{\infty} [E_{yIII}(x)]^2 dx}{\int_{-a}^a [E_{yII}(x)]^2 dx} = \frac{I_i}{I_{II}}$$

$$I_i = I_i^e = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha}$$

$$\frac{I_i}{I_i} = \bar{K} = \frac{2 \int_a^{\infty} E_{yIII}(x)E_{yIII}(x)^* dx}{2 \int_0^a E_{yII}(x)E_{yII}(x)^* dx + 2 \int_a^{\infty} E_{yIII}(x)E_{yIII}(x)^* dx} = \frac{I_i}{I_i} = \frac{2I_I}{I_i} = \frac{2I_{III}}{I_i} = \frac{2I_{I,III}}{I_i}$$

$$= \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} / \left( \frac{1+\eta}{\eta+\alpha} \right) = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

$$\bar{K} = \frac{1}{1+1/\bar{R}} = \frac{1}{1+\frac{\eta+\alpha}{1-\alpha}} = \frac{1-\alpha}{\eta+1}$$

Hapsedicilik faktörü çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\Gamma_{II} = \frac{\bar{K}}{\bar{R}} = \frac{1-\alpha}{\eta+1} / \left( \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} \right) = \frac{\eta+\alpha}{\eta+1}$$

$$\Gamma_{II} = 1 - \bar{K} = 1 - \frac{1-\alpha}{\eta+1} = \frac{\eta+\alpha}{\eta+1}$$

Tek elektrik alanı:

$$\bar{r} = \frac{\int_{-\infty}^{-a} [E_{yI}^o(x)E_{yI}^o(x)^*] dx + \int_a^{\infty} [E_{yIII}^o(x)E_{yIII}^o(x)^*] dx}{\int_{-a}^a [E_{yII}^o(x)E_{yII}^o(x)^*] dx} = \frac{\int_{-\infty}^{-a} [E_{yI}^o(x)]^2 dx + \int_a^{\infty} [E_{yIII}^o(x)]^2 dx}{\int_{-a}^a [E_{yII}^o(x)]^2 dx}$$

$$\bar{r} = \frac{I_{\ell}^o}{I_{II}^o} = \frac{I_{\ell}^o}{I} = I_{\ell}^o$$

$$\bar{r} = I_{\ell}^o = I_{\ell}^o = I_{\ell}^o + I_{m}^o = 2I_{III}^o = \frac{L}{\eta - \alpha}, \quad I_{i}^o = \frac{1 + \eta - 2\alpha}{\eta - \alpha}$$

$$\bar{q} = \frac{I_{\ell}^o}{I_{i}^o} = \frac{I_{\ell}^o}{I_{\ell}^o} = \frac{L}{\eta - \alpha} / \left( \frac{1 + \eta - 2\alpha}{\eta - \alpha} \right) = \frac{L}{1 + \eta - 2\alpha} = \frac{1 - \alpha}{1 + \eta - 2\alpha}$$

$$\bar{q} = \frac{1}{1 + 1/\bar{r}} = \frac{1}{1 + \frac{\eta - \alpha}{L}} = \frac{1 - \alpha}{1 + \eta - 2\alpha}$$

Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanları için hapsedicilik faktörleri<sup>39</sup> yukarıda, sırasıyla

$$\Gamma_{II} = \frac{\alpha + \eta}{\eta + 1}, \quad A_{II} = \frac{\eta - \alpha}{\eta + 1 - 2\alpha}$$

bulunmuştur. Şimdi çift fonksiyonlu elektrik alanı için aşağıdaki eşitlikleri gerçekleyelim:

$$\bar{K} = \frac{1 - \alpha}{\eta + 1}, \quad \bar{R} = \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha}$$

$$\Gamma_{II} = \frac{\bar{K}}{\bar{R}} = \frac{\frac{1 - \alpha}{\eta + 1}}{\frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha}} = \frac{\eta + \alpha}{\eta + 1}, \quad \Gamma_{II} = 1 - \bar{K} = 1 - \frac{1 - \alpha}{\eta + 1} = \frac{\eta + \alpha}{\eta + 1}$$

$$\Gamma_{II} = \frac{1}{1 + R} = \frac{1}{1 + \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha}} = \frac{\eta + \alpha}{\eta + 1}, \quad \Gamma_{II} + \bar{K} = 1, \rightarrow \frac{1 - \alpha}{\eta + 1} + \frac{\eta + \alpha}{\eta + 1} = 1$$

Şimdi de tek fonksiyonlu elektrik alanı için aşağıdaki eşitlikleri gerçekleyelim:

$$\bar{r} = \frac{L}{\eta - \alpha}, \quad \bar{q} = \frac{1 - \alpha}{1 + \eta - 2\alpha}$$

<sup>39</sup> Temiz, M., 2002, Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices, Laser Physics, Vol.12, No.7.

$$A_{II} = \frac{q}{\bar{r}} = \frac{1-\alpha}{1+\eta-2\alpha} = \frac{\eta-\alpha}{1+\eta-2\alpha}, \quad A_{II} = 1-q = 1 - \frac{1-\alpha}{1+\eta-2\alpha} = \frac{\eta-\alpha}{1+\eta-2\alpha}$$

$$A_{II} = \frac{1}{1+r} = \frac{1}{1+\frac{1-\alpha}{\eta-\alpha}} = \frac{\eta-\alpha}{1+\eta-2\alpha}$$

$$\bar{q} + A_{II} = 1, \quad \frac{1-\alpha}{1+\eta-2\alpha} + \frac{\eta-\alpha}{1+\eta-2\alpha} = 1$$

17)  $\bar{K} = (V_o - E_n) / [V_o(1+\eta)]$  formülünü çıkarmak için aşağıdaki formüllerden faydalanılır:

$$\bar{K} = \frac{1-\alpha}{\eta+1}, \quad \zeta = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^*[V_o - E_n]}, \quad V = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^*V_o}$$

$$\bar{K} = \frac{1-\alpha}{\eta+1} = \frac{1-\frac{\eta^2}{V^2}}{\eta+1} = \frac{V^2 - \eta^2}{V^2(\eta+1)} = \frac{\zeta^2}{V^2(\eta+1)} = \frac{\frac{a^2}{\hbar^2} 2m^*(V_o - E_n)}{\frac{a^2}{\hbar^2} 2m^*V_o(\eta+1)} = \frac{(V_o - E_n)}{V_o(\eta+1)}$$

18) Çift fonksiyonlu modun en düşük modu olan  $n=1$  için  $v=1$  enerjisi seviyesini hesaplayınız.

$$n = v = 0 \rightarrow \Delta E_n = V_o - E_o \rightarrow V_o = E_o$$

$$\Delta E_v = v^2 \hbar^2 \pi^2 / 8m^* a^2 = v^2 E_1 \rightarrow V_o = E_o$$

**$n=1$  ve  $v=1$  seviyesi:**

$$e_v = (V_o - E_n) = v^2 \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}, \rightarrow V_o - E_n = v^2 e_1, \quad E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2} = e_1 \rightarrow v^2 e_1 = V_o - e_1 \rightarrow v = \sqrt{\frac{V_o - e_1}{e_1}}$$

$$v = \sqrt{\frac{V_o - e_1}{e_1}} = \sqrt{\frac{V_o - E_1}{E_1}}$$

$$v = \sqrt{\frac{V_o - E_1}{E_1}} = \sqrt{\frac{V_o}{E_1} - \frac{E_1}{E_1}}, \quad E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2} = e_1 \rightarrow v = \sqrt{\frac{V_o}{e_1} - 1},$$

$$v = 1 \rightarrow 1 = \sqrt{\frac{V_o}{e_1} - 1} \rightarrow 1 = \frac{V_o}{e_1} - 1 \rightarrow 1 = \frac{V_o}{e_1} - 1 \rightarrow 2e_1 = V_o \rightarrow e_1 = \frac{V_o}{2}$$

Gerçekten,

$$e_v = V_o - e_1 \rightarrow e_1 = V_o - \frac{V_o}{2} = \frac{V_o}{2}$$



olur.  $e_1 = \frac{V_o}{2}$  enerji seviyesi, 0 ile 1 arasında değişen  $L = n^2 e_1 / V_o$  olduğuna göre  $n=1$  için  $L_1 = e_1 / V_o = 1/2$  olur. Buna göre bu enerji seviyesi derinliğin yarısında oluşur. Başka bir ifâdeyle derinlik toprak seviyesi enerjisinin iki katı kadardır.

**v seviyesi:**

$$e_v = (V_o - E_n) = v^2 \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}, \rightarrow V_o - E_n = v^2 e_1 \rightarrow (V_o - n^2 e_1) = v^2 e_1 \rightarrow v = \sqrt{\frac{V_o}{e_1} - n^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{V_o}{e_1} - n^2}$$

Bu genel ifâdede  $n$  alan modunu,  $v$  ise çukurdaki kuantum enerji seviyelerini göstermektedir.  $e_1$  toprak(en düşük) enerji seviyesidir.  $n=0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$  alınır,  $v=1, 2, 3, 4, \dots$   $n-1$  çukur içindeki kuantum enerji seviyeleri ortaya çıkar. Bunun sebebi  $n=0$ 'ın, yukarıda açıklandığı gibi, tek fonksiyonlu alanda en düşük seviye olduğu halde indüklemeye olmaması ve dolayısıyla hesâba katılmaması yüzündendir. Bu durumda kuantum çukurunda indüklemeye meydana getiren durumlar için  $n=v=1, 2, 3, 4, 5, \dots$  alınır. Bunlardan 2, 4, 6, ... tek fonksiyonlu alanlar ve 1, 3, 5, çift fonksiyonlu alanlar için kullanılır.

Yukarıda  $n=1$  ve  $v=1$  seviyesi için  $e_1 = V_o - \frac{V_o}{2} = \frac{V_o}{2}$  bulunmuştu . Bu enerji öz değerinin öz enerji fonksiyonu

$$E_{yH}^e = A^e \cos \frac{\pi x}{2a}$$

olur.

**$n=3$  ve  $v=3$  seviyesi:**

$$v = \sqrt{\frac{V_o}{e_1} - 1} \rightarrow v = 3 \rightarrow 9 = \frac{V_o}{e_1} - 1 \rightarrow \frac{V_o}{e_1} = 10 \rightarrow e_1 = \frac{V_o}{10}$$

$$e_v = V_o - e_3 \rightarrow e_3 = V_o - \frac{V_o}{10} = \frac{9V_o}{10}$$

$$L_3 = v^2 e_1 / V_o \rightarrow L_3 = 9 e_1 / V_o = \frac{9}{10}$$

$n=3$  ve  $v=3$  seviyesi için  $e_3 = \frac{9V_o}{10}$  bulunmuştu . Bu enerji öz değerinin öz enerji fonksiyonu

$$E_{yH}^e = A^e \cos \frac{3\pi x}{2a}$$

olur.

$n=5$  ve  $v=5$  seviyesi:

$$v = \sqrt{\frac{V_o}{e_1} - 1} \rightarrow v = 5 \rightarrow 25 = \frac{V_o}{e_1} - 1 \rightarrow \frac{V_o}{e_1} = 26 \rightarrow e_1 = \frac{V_o}{26}$$

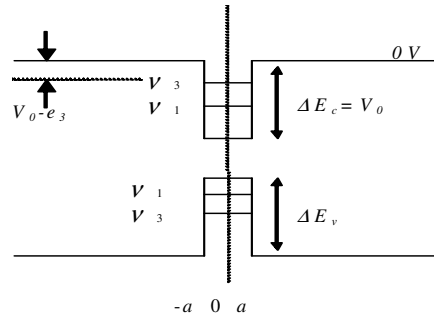
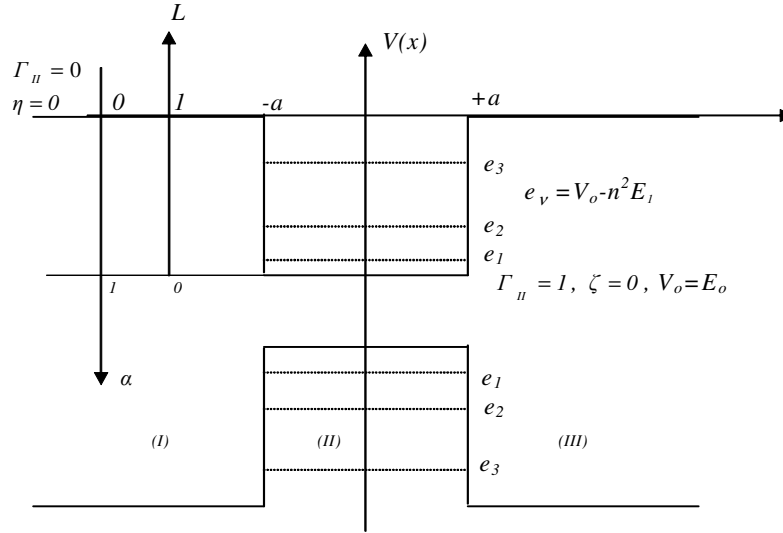
$$e_v = V_o - E_n \rightarrow e_5 = V_o - \frac{V_o}{26} = \frac{25V_o}{26}$$

$$L_5 = v^2 e_1 / V_o \rightarrow L_5 = 25 e_1 / V_o = \frac{25}{26}$$

$n=5$  ve  $v=5$  seviyesi için  $e_5 = \frac{25V_o}{26}$  bulunmuştur. Bu enerji öz değerinin öz enerji fonksiyonu

$$E^e_{y_{II}} = A^e \cos \frac{5\pi x}{2a}$$

olur.



19)  $n=0$  için kuyu içindeki  $v=0$  enerji seviyesini bulunuz.

$$v = \sqrt{\frac{V_o}{e_o} - n^2}, n=0 \rightarrow v = \sqrt{\frac{V_o}{e_o}} \rightarrow e_o = V_o$$

Burada  $v = \sqrt{\frac{V_o}{e_o}}$  çukurun en dip noktasındaki enerji seviyesini gösterir. Burada ,  $L=0$ 'dır ve  $e_o = V_o$  olur.

## BÖLÜM VIII

### BASAMAK KIRILMA-İNDİSLİ TEKLİ LAZERLERDE KAZANÇ, KAZANÇ SABİTLERİ VE KUVVETLENDİRME

#### 8.1. Giriş

Yarıiletken basamak kırılma-ındisli tekli lazerler, bir yarıiletken basamak kırılma-ındisli tekli dalga kılavuzudur. İki jonksiyonlu bir yarıiletken basamak kırılma-ındisli tekli lazerlerde aktif bölge genişliği 0.1-0.3  $\mu\text{m}$  civârındadır. Bir yarıiletken basamak kırılma-ındisli tekli (lazerde) dalga kılavuzunda aktif bölge genişliği<sup>1</sup>  $2a=50-100 \text{ \AA}$ [1] civârında ve daha küçük olarak alınır, bir yarıiletken basamak kırılma-ındisli tekli kuantum çukurlu lazer elde edilir.

Yarıiletken bir lazer bir ışık kaynağıdır, fiber optik haberleşme kompakt disk çalıcı, tarayıcı ve lazer göstergeleri gibi uygulamaların temel elemanlarından bir tânesini meydana getirir. Kuantum çukurlu lazerlerin çalışma prensibi, taşıyıcıların kuantum çukurlarına hapsedilmelerine bağlıdır. Bu yüzdendir ki, günümüzde hemen hemen herkeste kuantum çukuruna sâhip olan bir nano yapıli bir cihaz bulunur. Her CD çalıcısının kalbinde elektronlar tarafından üretilen lazer ışığına dayalı hassas olarak yapılmış bir kristal yapı vardır. Bilim adamları, hassas kuantum çukurlu malzemeleri ve süper hızlı tranzistör cihazlarının bâzılarını üretmek üzere, böyle kristallerin ileri versiyonlarını bulmaya çalışmaktadırlar. Çoğu yarıiletken lazerler, kuantum çukurları gibi, nanoyapılar içerirler.

Kuantum çukurlarının çalışmalarına hâkim olan temel prensipleri anlamak için, yarıiletken basamak kırılma-ındisli tekli lazerler konusunun temel inceliklerine sâhip olmalıdır.

Kuantum çukurları, Şekil 1'de görüldüğü gibi, şematik olarak üç temel bölgeye sâhip olan 20-30 atomik tabakadan meydana gelir ve, meselâ, kompakt disklerde saklı bulunan bilgiyi okumak için artan bir hızda kullanılmaktadırlar. Kuantum çukurları, tabakalı kristallerin tekli atomik geometrisinden dolayı ışık vermekteler. Yüksek enerji-bant aralığına sâhip olan I ve III bölgelerine *Gömlek Bölgeleri* denir. Şekil 1'de görüldüğü gibi, küçük enerji-bant aralığına sâhip olan II bölgesine *Aktif Bölge* adı verilir.

Bir kuantum çukurunun enerji ile meydana getirilen iki adet potansiyel duvarı vardır<sup>2</sup>. Bu enerji duvarları, elektron ve delikler gibi parçacıkları aktif bölgede hapsederler. İki gömlek bölgesinin arasında yük taşıyıcı ve fotonların büyük bir kısmını hapsedmek için ele alınan kuantum çukuru *Bant Aralığı Mühendisliği* tarafından gerçekleştirilir. Eğer aktif bölgenin  $2a$  genişliği, *Broglie Dalga Uzunluğu* gibi, karakteristik bir uzunlukla mukayese edilebilecek derece küçük yapılabılırse, o zaman *Kuantum Boyut Tesiri* meydana gelir<sup>3</sup>. Bu

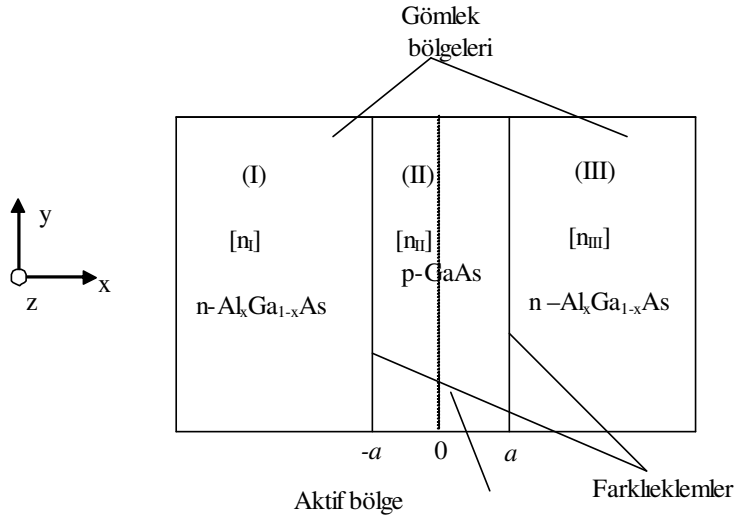
<sup>1</sup> P. Bhattacharya, Semiconductor Optoelectronic Devices, Prentice Hall, pp. 262-263, 1998.

<sup>2</sup> Chow, W.W. and Koch, S.W., 1999, *Semiconductor-Laser Fundamentals*, (Springer).

<sup>3</sup> Chow, W.W. and Koch, S.W., 1999, *Semiconductor-Laser Fundamentals*, (Springer).

durumda, taşıyıcılar yeni özellikler meydana getirirler ve enerji cinsinden yeni kuantum seviyelerine atlayarak ışık verirler.

Bu ışık, bir CD üzerinde bulunan bilgiyi okuyabilir, yüksek hızlı modern iletişim devrelerindeki bir fiber optik kablo içine taşır. Kristal tabakalarının dikkatli bir şekilde değiştirilmesiyle kuantum çukurlarını şekillendirerek bilim adamları, optimal dalga boylarında ışık yayımını gerçekleştirmek için bir özel fiber optik kablonun iletişim özelliklerini tamâmen uyumlu kılarak lazerleri ayarlayabilirler.



Şekil 1 Bir tekli kuantum çukurunun bölgeleri

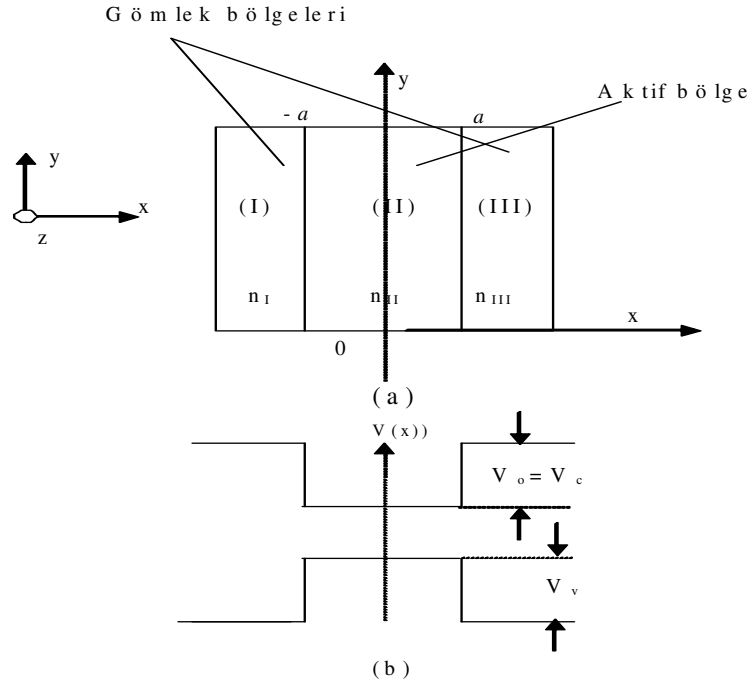
Farklıyapılı düzenler, çoklu farklılıklarından oluşur. Eğer ince tabakalı aktif bölge daha dar enerji-bantlı malzeme olarak kullanılırsa, o zaman Şekil 1’de görüldüğü gibi bir çift farklılıklı yapı elde edilir. Şekil 1, asimetrik tekli bir kuantum çukurunun üç bölgesini göstermektedir. Bu bölgeler, p-GaAs (p-tipi galyum arsenik) ve n-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As (n-tipi alüminyum arsenik-galyum arsenik) gibi, farklı malzemelerden yapılmıştır. Burada x, galyum arsenik (GaAs) malzemesi içinde galyum (Ga) ile yer değiştiren alüminyum oranını göstermektedir.

Galyum arsenik ve alüminyum arsenik yarıiletken malzemeler, özdeş kafes sâbitlerine sâhiptirler<sup>4</sup>. Şekil 2’de n<sub>I</sub>, n<sub>II</sub> ve n<sub>III</sub>, bölgelerin kırılma indisleridirler. Bunlar arasında ekseriyâ n<sub>II</sub> > n<sub>I</sub> > n<sub>III</sub> ilişkisi vardır. Aktif bölge ve gömlek bölgelerine âit diğer malzeme kompozisyonlarından In<sub>1-x</sub>Ga<sub>x</sub>As<sub>y</sub>P<sub>1-y</sub> (idiyum-galyum-arsenik-fosfor) ve

<sup>4</sup> Verdeyen, J. T., 1989, *Laser Electronics*, (New Jersey: Prentice-Hall, Inc.).

InP (indiyum- fosfor) da kullanılabilir. Burada x ve y, indiyum-fosfor malzemesinde indiyum ve fosforla, sırasıyla, yer değiştiren galyum ve arseniğin oranlarını gösterirler<sup>5</sup>. Alanın dalga boyuna bağlı olan kırılma indislerinin farklı değerleri, farklı tekniklerle elde edilirler. Bu gün malzeme temininde kullanılan temel üç yaklaşım vardır: Bunlar, **VPE** (*Vapour Phase Epitaxy*), **MBE** (*Molecular Beam Epitaxy*) ve **II** (*Ion Implantation*) teknikleridir. Tümüleşik Mikrodalga Entegre Devre (*Monolithic Microwave Integrated Circuit, MMIC*)-bazlı MESFET için tercih edilen malzeme şekillendirme tekniği II'dır. Fakat **HEMT** (*High Electron Mobility Transistor*), ve **HBT** (*Heterojunction Bipolar Transistor*) gibi cihazlar için II tekniği kullanılmaz. Bunlar için **VPE** ve **MBE** teknolojileri faydalıdır. Eğer kuantum özelliklerinin ortaya çıkması için bu tekniklerin kullanılmalarıyla elde edilen II. bölge yeter derecede ince ise, o zaman bir tekli kuantum çukuru elde edilebilir<sup>6</sup>. Bu bir dikdörtgen tipli bir kuantum çukuru olur.

Dikdörtgen tipli bir kuantum çukuru bir model (anahtar) elemandır. Eğer bu model eleman bir periyot içinde tekrarlanırsa, alt bantlar arasında tünelleme rezonansı ve populasyon inversiyonuna dayanan kuantum kaskat lazerler ve süper kafesler gibi, çoklu bir kuantum çukuru elde edilir. Bilindiği gibi, populasyon inversiyonu, tünelleme rezonansına dayanmaktadır. Alt bant enerji farkı ve sonuç olarak emisyon dalga boyu, çukur ve duvar parametrelerinin değiştirilmesiyle ayarlanabilir.



Şekil 2 (a) Bir asimetrik kuantum çukurunun esas üç bölgesi, (b) Bir boyutlu  $V(x)$  [E(x)] potansiyel duvarı

<sup>5</sup> Carroll, J., Whiteaway, J., and Plumb, D., 1998, Distributed feedback semiconductor lasers, p.328, appendix 3, (Trowbridge: England).

<sup>6</sup> Harrison, P., 2000, *Quantum Wells, Wires and Dots*, (John Wiley and Sons., Ltd.).

Çoklu kuantum çukurları ile dikdörtgen tipli kuantum çukurları arasındaki fark, çukurlar arasındaki etkileşimin seyrine dayanır. Özellikle çoklu bir kuantum çukuru, izole olmuş tekli kuantum çukurlarının bir koleksiyonunun özelliklerini gösterir. Halbuki, bir süper kafeste kuantum çukurları birbirleriyle etkileşirler. Dışarıdan akımla enjekte edilen elektronlar, her bir periyotta istenen dalga boyunda fotonlar neşreden birbirleriyle kuple olmuş kuantum çukurlarının çoklu periyotları üzerinden yayılırlar. Çoklu bir kuantum çukuru tabakalar boyunca yayılan bir ışık verir.

Taşıyıcıların hapsedilmeleri kuantum çukurlarında olur. Bâzı fotonlar, kazanç sağlayan çoklu kuantum çukurlarından elde edilirler. Bunların bir kısmı, malzeme tarafından emilir ve diğer bir kısmı diğer fotonların emisyonu ile uyarılırlar. Giriş akımı ile enjekte edilen taşıyıcılar artırılırken, zorlanmış emisyonun değişimi artırılır. Daha yüksek pompalama gücünde malzeme kaybı kazanca eşit olduğunda şeffaflık meydana gelir. O zaman çoklu kuantum çukuru, bir kazanç ortamına dönüşür<sup>7</sup>.

Bu bölümde asimetrik basamak kırılma indisli dalga kılavuzlarında özellikle normalize propagasyon sâbiti, normalize frekans sâbiti cinsinden absorpsiyon sâbiti ve eşik kazanç sâbiti incelenecektir. Bundan dolayı, çift ve tek fonksiyonlu alanlar için önce normalize propagasyon sâbitinin önemi vurgulandıktan sonra, normalize propagasyon sâbiti, normalize frekans sâbiti cinsinden kazanç, absorpsiyon sâbiti ve eşik kazanç sâbitine âit bâzı yeni ifâdeler elde edilecektir.

## 8.2. Asimetrik Kuantum Çukuruna âit Büyüklüklerin Gözden Geçirilmesi

Elektron ve delikler, kuantum çukurları içlerine hapsedilirler. Başka bir ifâdeyle onlar kuantum çukurunun malzemesinin aynı bir tabakası içinde bulunurlar. Bu sebepten dolayı, taşıyıcıların her iki tipi birden aynı yerde bulunurlar, aynı yerde elektron-delik birleşmesi olur.

Önemli sonuçlar elde etmek için genellikle standart bir kabul olarak bir boyutlu potansiyel kullanılır. Valans bandındaki delikler ve iletim bandındaki elektronların elektrik alanı gibi dalga fonksiyonlarıyla tasvir edilen muayyen hapsedilmiş (bağlanmış) durumların elde edilmesi için, bu taşıyıcıların kuantum çukurunun aktif bölge malzemesinde hapsedilmeleri sağlanır. Birim uzunluk başına bir potansiyel olduğu için, genel olarak, elektrik mühendisliğinde elektrik alanı kullanılır. Dolayısıyla, fizikçilerin aksine olarak biz de çalışmalarımızda potansiyel yerine bir dalga fonksiyonu olarak elektrik alanının kullanılmasını tercih edeceğiz.

Hapsedilmiş (bağlı) durumlar öyle durumlardır ki, buralarda taşıyıcılar oldukça yüksek sağ ve sol potansiyel duvarları arasındaki aktif bölgede derin olan bir çukurda bulunurlar. Kuantum çukurundaki taşıyıcılar, kuantize edilmiş ya çift fonksiyonlu

<sup>7</sup> Carroll, J., Whiteaway, J., Op. Cit. p.48.

$$E_{yII} = A \cos \alpha_{II} x = A \cos \frac{n\pi x}{2a}, \quad n=1, 3, 5, \dots \quad (1)$$

ya da tek fonksiyonlu

$$e_{yII} = B \sin \alpha_{II} x = B \sin \frac{n\pi x}{2a}, \quad n=2, 4, 6, \dots \quad (2)$$

elektrik alanı ile gösterilebilir (tasvir edilebilir). Aktif bölge içindeki bu alanlar, Schrödinger dalga denklemini sağlarlar. Bir boyutlu elektrik alanının  $x$  değişkeni boyunca bu denklemin çözümü, enerji değerleri  $E_x=E_n$ ,  $n=1, 2, 3, \dots$ , olan ayrık durumlar meydana getirirler. Kuantum çukurunun  $y$ - $z$  düzleminde sürekli bir enerji dağılımı bulunur. Böyle bir enerji bölgesine *Enerji Bandı* denir. Hapsedilmiş enerji seviyeleri ile ilgili böyle enerji bölgeleri kuantum çukuru sistemlerinde *Alt Bantları* meydana getirirler. Dolayısıyla bu alanlar, bir boyutlu hapsedici elektrik alanı  $E(x)$  olarak elde edilirler. Bu sûretle, taşıyıcı momentumu 3 boyuttan 2 iki boyuta iner. İzâfi olarak düşük momentumlu elektronlar için *Elektron Kütle Yaklaşımı* metodu bulunmuştur<sup>8</sup>.

Bir boyutlu hapsedici elektrik alanı  $E(x)$ , ya bir elektron ya da bir delik olabilir. Alan,  $y$  eksenine göre simetrik olan çift fonksiyonlu bir kosinüs terimi veyâ orijine göre simetrik olan tek fonksiyonlu bir sinüs terimidir. Deliklerin, pozitif yüklü parçacıklar gibi, davrandıkları ve iletim bandındaki elektronlarla birer bağ oluşturdukları düşünülür. Bağlı bir elektron-delik çiftine *Exciton* denir<sup>9</sup>.

Böylece, çift fonksiyonlu bir elektrik alanını  $E_{yII}$  ve tek fonksiyonlu bir elektrik alanını  $e_{yII}$  ile göstermek üzere,  $E_{yII}$  ve  $e_{yII}$ 'nin her biri ilgilenilen taşıyıcıyı gösteren bir dalga fonksiyonudur. (1) ve (2)'deki fonksiyonların  $A$  ve  $B$  genlikleri daha önceki bölümlerde gösterildiği gibi, sırasıyla,

$$A = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\zeta + \sin 2\zeta}} \quad (3)$$

$$B = \sqrt{\frac{2\alpha'_{II}}{2\zeta' - \sin 2\zeta'}} \quad (4)$$

ile verilir. Burada tek ve çift fonksiyonlu alanlara âit ayırımın daha kolay anlaşılması için, bâzı tek fonksiyonlu parametrelerin sembolik olarak gösterilmelerinde (') işareti kullanılacaktır. Bundan dolayı, (3) ve (4), (1) ve (2)'de herhangi bir kuantum çukuruna âit alan ifâdelerindeki  $A$  ve  $B$  sâbitlerinin genlikçe farklı büyüklükte olduğunu gösterir.

Sonsuz bir derinliğe sâhip olan bir kuantum çukurunda  $2a$  genişliğindeki aktif bölgede hapsedilmiş bir taşıyıcı için farklı kuantum durumlarında<sup>10</sup> eV birimi cinsinden hesaplanan  $E_n$  öz değerleri,  $a'$ 'yı  $A^0$  cinsinden alarak

<sup>8</sup> Harrison, P., 2000, *Quantum Wells, Wires and Dots*, (John Wiley and Sons., Ltd.).

<sup>9</sup> Harrison, P., 2000, *Quantum Wells, Wires and Dots*, (John Wiley and Sons., Ltd.).

<sup>10</sup> Schiff, L. I., 1982, *Quantum Mechanics*, (Tokyo: Graw-Hill Book Comp.).



$$E_n = n^2 \pi^2 \hbar^2 / 8m^* a^2 = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2 \gamma}{8m_o a^2} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2 \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{II}^2})}}{8m_o a^2} \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

$$\gamma = \sqrt{1 - 1/n_{II}^2}, \quad (6)$$

olarak verilir. Daha hassas bir hesaplama için  $n_{II}$  indisi yerine efektif indis  $n_{ef} = \beta_z / k_o$  alınır.  $\beta_z$  faz sâbitidir. Burada  $n_{II}$ , II. bölgedeki kırılma indisini;  $m_o$ , yüklü parçacığın sükûnetteki kütlelerini;  $\hbar = h / 2\pi$  ( $h$  Planck sâbiti) ise normalize Planck sâbitini göstermektedir. Sonlu bir derinliğe sâhip olan bir kuantum çukurunda enerji öz değerleri<sup>11,12</sup> de benzer şekilde  $E_v$ ,

$$e_v = V_o - E_n = \frac{v^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2 \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{II}^2})}}{8m_o a^2}, \quad v, n=1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

ile verilir. Burada,  $n$  ve  $v$  tam sayıları, sırasıyla, kullanılan alanın mod numarasını ve kuantum çukuru içindeki kuantum enerji seviyelerini gösterir. Dolayısıyla, bir taşıyıcının enerji öz değeri elektrik alanının mod numarasının bir fonksiyonudur. (7)'de iletim bandındaki  $V_o$  bir potansiyel derinliğidir ki bu, yarıiletkenin konstrüksiyonu ile elde edilir<sup>13,14</sup> ve kuantum çukurunun derinliğini verir. İletim bandında elektronun  $V_o = V_c$  uç enerji değeri ile tasarlanan  $V_o$  duvar potansiyeli, valans bandında deliğin uç  $V_o = V_t$  enerji değeri ile de belirlenebilir. Yâni, sonlu bir derinliğe sâhip olan dikdörtgen tipli bir kuantum çukurunda iletim ya da valans bandı, malzemeler arasındaki iletim ve valans bantlarının uç değerleri arasındaki süreksizliği temsil eden  $V(x)$  potansiyel enerjisi, [Birim uzunluk başına bir potansiyel enerji olan  $E(x)$  elektrik alanı] ile Şekil 2(b)'de görüldüğü gibi ortaya çıkar. Başka bir ifâdeyle, taşıyıcıya âit iletim ve valans bantları arasındaki süreksizlik, sırasıyla,  $V_o$  ya da  $V_v$ , ile gösterilir. Burada,  $V_v$ , valans bandı uç potansiyeli;  $V_o = V_c$  ise, iletim bandı uç potansiyelidir. Bundan sonra, aksi söylenmedikçe, potansiyel duvarı dendiğinde  $V_o$  iletim bandındaki potansiyel duvarı söz konusu edilecektir. (1) ve (2)'de kosinüs ve sinüs terimli elektrik alan ifâdelerindeki,  $\alpha_{II}$ 'nin  $n\pi / 2a$  ile verilen değerinin hatırlanmasıyla (7)'nin

$$\alpha_{II} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m^* (V_o - E_v)} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{\frac{2m_o}{\gamma} (V_o - E_v)} \quad (8)$$

ifâdesinden elde edildiği görülür. I ve III bölgelerindeki çift fonksiyonlu elektrik alanları,

$$E_{,I} = A_1 \exp \alpha_1 [(x + a)], \quad (9)$$

<sup>11</sup> Schiff, L. I., 1982, *Quantum Mechanics*, (Tokyo: Graw-Hill Book Comp.).

<sup>12</sup> Gasiorowicz, S., 1974, *Quantum Physics*, p. 79, John Wiley, New York.

<sup>13</sup> Chow, W.W. and Koch, S.W., 1999, *Semiconductor-Laser Fundamentals*, (Springer).

<sup>14</sup> Bhattacharya, P., 1998, *Semiconductor Optoelectronic Devices*, p.337-340, (New Jersey).

$$E_{y_{III}} = A_{III} \exp[-\alpha_{III}(x-a)], \quad A_I = A_{II} = A_{III} = A \cos \zeta \quad (10)$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alanları,

$$e_{y_I} = B_I \exp \alpha_I [(x+a)], \quad (11)$$

$$e_{y_{III}} = B_{III} \exp[-\alpha_{III}(x-a)], \quad B_I = B_{II} = B_{III} = B \sin \zeta \quad (12)$$

ile verilir.

Yukarıdaki denklemlerde verilen absis eksenindeki  $\zeta$  parametrik değişkeni ve  $\alpha_I$ ,  $\alpha_{II}$  ve  $\alpha_{III}$  propagasyon sâbitleri<sup>15,16</sup>, sırasıyla,

$$\zeta = \alpha_{II} a \quad (13)$$

ve

$$\alpha_I^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_I}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_I^2, \quad k_I = \frac{\omega n_I}{c} = k_o n_I, \quad (14)$$

$$\alpha_{II}^2 = \left(\frac{\omega n_{II}}{c}\right)^2 - \beta_z^2 = k_{II}^2 - \beta_z^2, \quad k_{II} = \frac{\omega n_{II}}{c} = k_o n_{II} \quad (15)$$

$$\alpha_{III}^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_{III}}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_{III}^2, \quad (16)$$

$$k_{III} = \frac{\omega n_{III}}{c} = k_o n_{III}, \quad (17)$$

$$k_o = |\mathbf{k}_o| = \omega/c = 2\pi/\lambda \quad (18)$$

olarak verilirler. Burada,  $k_o$ ,  $\lambda$  ve  $\omega$ , sırasıyla, serbest uzayın dalga numarası, elektrik alanının dalga boyu ve açılal frekansdır.

(14) ve (16)'daki  $\beta_z$ , z doğrultusundaki faz sâbitidir.  $E_{y_i}$  ve  $e_{y_i}$ ,  $i=I,II,III$ , alanları z doğrultusunda  $\exp(-j\beta_z z)$  faktörü ile yayılırlar. Modların tabiatlarının sâbit bir açılal frekansta faz sâbitinin fonksiyonu oldukları düşünülürler. Dolayısıyla,  $k_I \langle \beta_z \langle k_{II}$  ve  $k_{III} \langle \beta_z \langle k_{II}$ , olması için,  $n_{III} \langle n_I \langle n_{II}$  seçimi yapılır. Kırılma indisleri arasındaki bu seçim, (14) ve (16)'daki,  $\alpha_I$ ,  $\alpha_{II}$  ve  $\alpha_{III}$  sâbitlerine âit eşitliklerin sağ taraflarını reel yapar. Görüldüğü gibi, hapsedilmiş alanların mod numaraları, dalga boyu ve kuantum çukurunun genişliğinin ve  $n_I$ ,  $n_{II}$ ,  $n_{III}$ , kırılma indislerinin fonksiyonu olmaktadır. (13)-(18) arasında tanımlanan büyüklükler, Şekil 1'de görüldüğü gibi, herhangi bir tekli asimetrik kuantum çukuruna âittir. Eğer,  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$ , alınırsa, bunların (14)-(16)'da kullanılmasıyla, o zaman tekli simetrik kuantum çukuruna âit  $\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$  şeklindeki propagasyon sâbitlerinin elde edileceği açıktır. Bu sebepten, (9)-(12)'de I ve III bölgelerindeki sönümlü elektrik alanlarının da

<sup>15</sup> Schiff, L. I., 1982, *Quantum Mechanics*, (Tokyo: Graw-Hill Book Comp.).

<sup>16</sup> Temiz, M., 2002, Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices, *Laser Physics*, Vol.12, No.7, p.989.

$$E_{yI,III} = A_{I,III} \exp [\pm \alpha_{I,III} (x \pm a)], \quad (19)$$

$$e_{yI,III} = B_{I,III} \exp [\pm \alpha_{I,III} (x \pm a)], \quad (20)$$

$$\alpha_{I,III}^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_{I,III}}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_{I,III}^2, \quad k_{I,III} = \frac{\omega n_{I,III}}{c} = k_0 n_{I,III}. \quad (21)$$

olacağı açıktır. (19) ve (20)'de üstel ifâdelerdeki negatif işâretler, III. bölgeye ve pozitif işâretler, I. bölgeye âittir.

### Sorular.

- 1) Simetrik dalga kılavuzunda çift ve tek fonksiyonlu elektik alanlarına âit parametrik ve öz değer denklemlerini gözden geçiriniz.
- 2) Çift ve tek fonksiyonlu elektik alanlarına âit normalize fonksiyonları inceleyiniz.
- 3) Çift ve tek fonksiyonlu elektik alanlarına âit normalize frekans ve normalize propagasyon sâbitleri ne gibi özellikleri taşırlar?

$$4) \frac{P_{I+III}}{P_{II}} = \frac{P_I}{P_{II}} = R = \frac{\int_{-a}^{-a} [E_{xI}(x)H_{yI}(x)^* - E_{yI}(x)H_{xI}(x)^*] dx + \int_a^{\infty} [E_{xIII}(x)H_{yIII}(x)^* - E_{yIII}(x)H_{xIII}(x)^*] dx}{\int_{-a}^a [E_{xII}(x)H_{yII}(x)^* - E_{yII}(x)H_{xII}(x)^*] dx}$$

oranını alanların modülleri cinsinden bulunuz. Modül karelerin entegrallerinin fiziksel yorumlarını araştırınız. R oranını enerji öz değer parametrik koordinatları cinsinden hesaplayınız.

### Cevaplar:

- 1) Simetrik dalga kılavuzunda çift ve tek fonksiyonlu elektik alanlarına âit parametrik ve öz değer denklemleri, sırasıyla

$$\eta/\zeta = \tan\zeta,$$

ve

$$\eta'/\zeta' = -\cot\zeta'$$

ile verilirler. ( ' ) işâreti, parametrenin sembolik olarak tek fonksiyonlu elektrik alanına âit olduğunu gösterir. Yâni,  $\zeta$ ,  $\eta$ ,  $\zeta'$  ve  $\eta'$  parametreleri, simetrik dalga kılavuzunda taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin  $\zeta = \alpha_{II} a = V \cos\zeta$  ve  $\eta = \alpha_{III} a = V \sin\zeta$  olarak çift fonksiyonlu elektik alanlarına âit ve  $\zeta' = \alpha'_{II} a = V' \sin\zeta'$ ,  $\eta' = \alpha'_{III} a = V' \cos\zeta'$  olarak tek fonksiyonlu elektik alanlarına âit absis ve ordinatı gösterirler. Taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin  $\zeta - \eta$  ve  $\zeta' - \eta'$  normalize koordinat sistemlerindeki çift ve tek fonksiyonlu elektik alanlarına âit bu parametrik koordinat grupları,  $(\zeta, \eta)$  ve  $(\zeta', \eta')$ , yukarıda verilen öz değer denklemlerini sağlarlar. Normalize koordinat değişkenlerinin bu

koordinat grupları,  $\zeta - \eta$  ve  $\zeta' - \eta'$ ,  $V = \sqrt{\zeta^2 + \eta^2}$ ,  $V' = \sqrt{\zeta'^2 + \eta'^2}$ , yarıçaplı dâireleri meydana getirirler.

2) (1)'de incelenen çift ve tek fonksiyonlu elektik alanlarına âit parametrik koordinat değişkenleri, sırasıyla, çift ve tek fonksiyonlu elektik alanlarına âit normalize frekansı meydana getirirler. Bu normalize frekanslar, sırasıyla, sembolik olarak,  $V = (a\hbar)\sqrt{2m^*V_o}$ ,  $V' = (a\hbar)\sqrt{2m^*V_o'}$ , biçiminde de ifâde edilebilirler. Normalize frekans, meselâ, simetrik dalga kılavuzu için

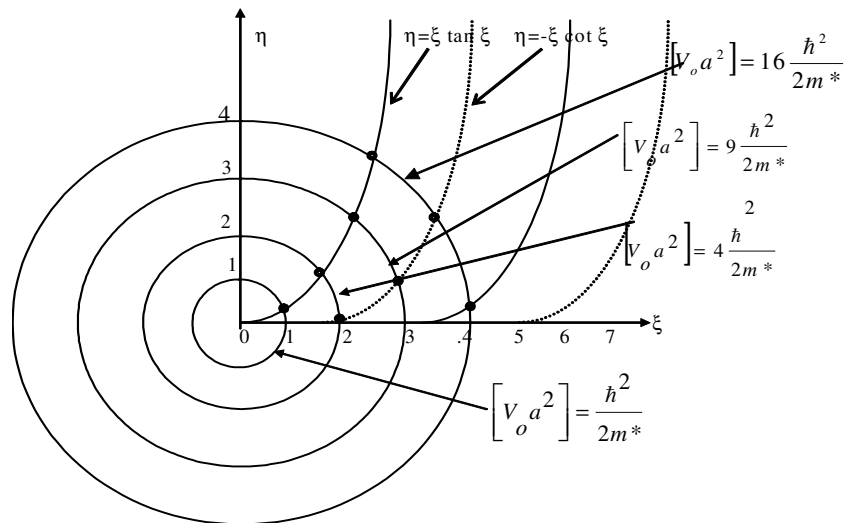
$$V = \frac{2\pi}{\lambda} a \sqrt{n_{ii}^2 - n_{lmi}^2} = \frac{2\pi}{\lambda} a n_{ii} \sqrt{2\Delta} = \frac{2\pi}{\lambda} a NA, \quad \Delta = \frac{n_{ii}^2 - n_{lmi}^2}{2n_{ii}^2} \cong \frac{n_{ii} - n_{lmi}}{n_{ii}}$$

olarak kırılma indisi cinsinden de bulunabilir.  $n_{ii}$  indisinin  $n_{lmi}$  indisine çok yakın olduğunda hesaplanan  $\Delta$ , aktif bölge ile gömlek bölgesindeki indisler farkının yüzdesini gösterir.

Normalize koordinat sisteminde taşıyıcıların enerji öz değerlerinin koordinat noktaları, öz değer denklemleriyle normalize frekans dâirelerinin kesim noktalarından oluşurlar (şekle bakınız):

$$\begin{aligned} \zeta^2 &= \frac{2m^*(V_o - E_n)a^2}{\hbar^2} = \frac{2m^*V_o a^2}{\hbar^2} - \frac{2m^*a^2 E_n}{\hbar^2} \rightarrow \zeta^2 = \frac{2m^*V_o a^2}{\hbar^2} - \frac{2m^*a^2 E_n}{\hbar^2} \\ &= \frac{2m^*V_o a^2}{\hbar^2} - \eta^2 \\ \zeta^2 + \eta^2 &= \frac{2m^*V_o a^2}{\hbar^2} = V^2 \rightarrow \zeta^2 + \eta^2 = V^2, \quad V^2 = \frac{2m^*V_o a^2}{\hbar^2}, \quad V_o a^2 = \frac{V^2 \hbar^2}{2m^*} \\ V^2 &= \frac{2m_o V_o a^2}{\gamma \hbar^2} \end{aligned}$$

Burada  $V$ 'nin normalize frekans olduğu bilinmektedir. Şekilde  $V=1, 2, 3,$  ve  $4$  alınmıştır.



3) Çift ve tek fonksiyonlu elektik alanlarına âit normalize frekanslar,  $V$  ve  $V'$  ile temsil edilirse, normalize propagasyon sâbitleri

$$\alpha = \eta^2 / V^2, \quad \alpha' = \eta'^2 / V'^2$$

ile tanımlanabilirler. Normalize frekans, basamak kırılma indisli yarıiletken bir dalga kılavuzunun yapısına âit özellikleri temsil eder. Görüldüğü gibi, bu büyüklükler lineer değildirler ama

$$\alpha = (1.1428V - 0.9960)^2 / V^2$$

alınırsa, bunun  $1.5 \langle V \rangle 3.5$  aralığında Rudolf<sup>17</sup> tarafından gerçekleştirildiği görülür. Normalize propagasyon sâbitleri cinsinden

$$L = 1 - \alpha = \zeta^2 / V^2, \quad L' = 1 - \alpha' = \zeta'^2 / V'^2$$

büyüklükleri de tanımlanabilirler. Gerek  $\alpha$  'lar gereksele  $L$  'ler kuantum çukurunu karakterize etmektedirler. Başka bir ifâdeyle,  $L$  parametresi kuantum çukurunun absisini ( $x$  değişkeni doğrultusundaki genişliğini;  $\alpha$  ise, derinliğini etkilemektedir. Aktif bölgedeki çift fonksiyonlu bir alanda,  $\zeta$ ,  $\eta$ ,  $\zeta'$  ve  $\eta'$  parametreleri  $\alpha$ ,  $\alpha'$ ,  $L$  ve  $L'$  cinsinden,

$$\zeta = V\sqrt{1-\alpha} = V\sqrt{L}, \quad \zeta' = V'\sqrt{1-\alpha'} = V'\sqrt{L'}$$

ve

$$\eta = V\sqrt{\alpha}, \quad \eta' = V'\sqrt{\alpha'}$$

olarak hesaplanabilirler.

4)

$$\frac{P_{I+III}}{P_{II}} = \frac{P_t}{P_n} = R = \frac{\int_{-\infty}^{-a} [E_{xt}(x)H_{yt}(x)^* - E_{yt}(x)H_{xt}(x)^*] dx + \int_{a}^{\infty} [E_{xIII}(x)H_{yIII}(x)^* - E_{yIII}(x)H_{xIII}(x)^*] dx}{\int_{-a}^a [E_{yII}(x)H_{xII}(x)^* - E_{xII}(x)H_{yII}(x)^*] dx}$$

oranını alanın modülü cinsinden bulmak için,  $E_x=0$  alır ve ifâdeyi sırf  $E_y$  cinsinden

$$\frac{P_t}{P_n} = R = \frac{\int_{-\infty}^{-a} [E_{yt}(x)H_{xt}(x)^*] dx + \int_a^{\infty} [E_{yIII}(x)H_{xIII}(x)^*] dx}{\int_{-a}^a [E_{yII}(x)H_{xII}(x)^*] dx}$$

olarak yazabiliriz. Bu, diğer taraftan  $Z = -E_y/H_x \rightarrow H_x = -E_y/Z$  olduğu için

<sup>17</sup> Rudolf, H.D. and Neumann, E.G., 1976, *Applications for the eigenvalues of the fundamentals mode of a step index glass, fiber waveguide*, Nachrichtentechnische Zeitschrift (NTZ Communications Journal), vol.29, p.328-329.

$$R = \frac{\frac{1}{Z_{i,m}^e} \int_{-\infty}^{-a} [E_{y,i}(x)E_{y,i}(x)^*] dx + \frac{1}{Z_{i,m}^e} \int_{-\infty}^{\infty} [E_{y,m}(x)E_{y,m}(x)^*] dx}{\frac{1}{Z_{ii}^e} \int_{-\infty}^a [E_{y,i}(x)E_{y,i}(x)^*] dx} = \frac{\frac{1}{Z_{i,m}^e} \int_{-\infty}^{-a} [E_{y,i}(x)]^2 dx + \frac{1}{Z_{i,m}^e} \int_{-\infty}^{\infty} [E_{y,m}(x)]^2 dx}{\frac{1}{Z_{ii}^e} \int_{-\infty}^a [E_{y,i}(x)]^2 dx}$$

ya da

$$R = \frac{\frac{1}{Z_{i,m}^e} \int_{-\infty}^{-a} |E_{y,i}(x)|^2 dx + \frac{1}{Z_{i,m}^e} \int_{-\infty}^{\infty} |E_{y,m}(x)|^2 dx}{\frac{1}{Z_{ii}^e} \int_{-\infty}^a |E_{y,i}(x)|^2 dx}$$

$$I_{ii} = I_i = \int_{-\infty}^{-a} |E_{y,i}(x)|^2 dx, \quad I_{ii} = \int_{-\infty}^a |E_{y,i}(x)|^2 dx, \quad I_{im} = \int_{-\infty}^{\infty} |E_{y,m}(x)|^2 dx$$

veyâ asimetrik bir dalga kılavuzunda elektrik alanı cinsinden

$$R = \frac{\frac{1}{Z_{i,m}^e} I_i + \frac{1}{Z_{i,m}^e} I_{im}}{\frac{1}{Z_{ii}^e} I_{ii}}$$

olur. Eğer  $E_{y,i} = E_{y,m} = E_{y,i,m}$  alınırsa,  $R$  oranı simetrik dalga kılavuzu için

$$R = \frac{\frac{2}{Z_{i,m}^e} \int_{-\infty}^{\infty} [E_{y,i,m}(x)E_{y,i,m}(x)^*] dx}{\frac{1}{Z_{ii}^e} \int_{-\infty}^a [E_{y,i}(x)E_{y,i}(x)^*] dx} = \frac{\frac{2}{Z_{i,m}^e} \int_{-\infty}^{\infty} |E_{y,i,m}|^2 dx}{\frac{1}{Z_{ii}^e} \int_{-\infty}^a |E_{y,i}|^2 dx} = \frac{\frac{2}{Z_{i,m}^e} \int_{-\infty}^{\infty} |E_{y,i,m}|^2 dx}{\frac{1}{Z_{ii}^e} \int_{-\infty}^a |E_{y,i}|^2 dx}$$

$$I_{i,m} = \int_{-\infty}^{\infty} |E_{y,i,m}|^2 dx$$

ya da

$$R = \frac{\frac{2}{Z_{i,m}^e} I_{i,m}}{\frac{1}{Z_{ii}^e} I_{ii}} = \frac{2Z_{ii}^e I_{i,m}}{Z_{i,m}^e I_{ii}}$$

olarak elde edilir. Benzer yol izlenerek asimetrik bir dalga kılavuzunda tek fonksiyonlu elektrik alanı için  $r$  oranı ise

$$r = \frac{\frac{1}{Z_{i}^{\circ}} \int_{-\infty}^{-a} [e_{yi}(x)e_{yi}(x)^*] dx + \frac{1}{Z_{m}^{\circ}} \int_a^{\infty} [e_{ym}(x)e_{ym}(x)^*] dx}{\frac{1}{Z_{ii}^{\circ}} \int_{-a}^a [e_{yii}(x)e_{yii}(x)^*] dx} = \frac{\frac{1}{Z_{i}^{\circ}} \int_{-\infty}^{-a} [e_{yi}(x)]^2 dx + \frac{1}{Z_{m}^{\circ}} \int_a^{\infty} [e_{ym}(x)]^2 dx}{\frac{1}{Z_{ii}^{\circ}} \int_{-a}^a [e_{yii}(x)]^2 dx}$$

$$I'_I = \int_{-\infty}^{-a} [e_{yi}(x)]^2 dx, \quad I'_{II} = \int_{-a}^a [e_{yii}(x)]^2 dx, \quad I'_{III} = \int_a^{\infty} [e_{ym}(x)]^2 dx$$

veyâ

$$r = \frac{\frac{1}{Z_{i}^{\circ}} I'_I + \frac{1}{Z_{m}^{\circ}} I'_{III}}{\frac{1}{Z_{ii}^{\circ}} I'_{II}}$$

bulunur.  $e_{yi}=e_{ym}=e_{yII,III}$  alındığında simetrik bir dalga kılavuzunda bu oran

$$r = \frac{\frac{2}{Z_{i,III}^{\circ}} \int_a^{\infty} [e_{ym}(x)e_{ym}(x)^*] dx}{\frac{1}{Z_{ii}^{\circ}} \int_{-a}^a [e_{yii}(x)e_{yii}(x)^*] dx} = \frac{2I'_{i,III}}{I'_{ii}} = \frac{2Z_{ii}^{\circ} I'_{i,III}}{Z_{i,III}^{\circ} I'_{ii}} = \frac{2Z_{ii}^{\circ} I'_I}{Z_{i,III}^{\circ} I'_{II}}$$

olarak bulunur.

$t_j = |E_{yj}|$ ,  $j=I, II, III$ , biçimine  $j$ .  $E_y$  alanının modülü ve bunun  $|E_{yj}|^2$  şeklindeki karesine ise bu alanın modül karesi dendiğine göre, modüllerin karelerinin entegralleri elektrik alan fonksiyonlarının ihtimallerini verirler. Yâni, çift fonksiyon elektrik alanı  $E_{yj}$ ,  $j=I, II, III$ , için modülü olarak  $t_j = |E_{yj}|$  alınır ve bunun modül karesinin integrali bulunursa, alan fonksiyonunun  $I_j = \int t_j^2 dx$  ihtimâliyeti elde edilir. Taşıyıcıyı temsil eden alanın bu  $I_j = \int t_j^2 dx$  ihtimâliyeti, kuantum çukuru içinde  $j$ .ninci bölgede  $x$  pozisyonunda bulunan bir taşıyıcının o bölge içinde bulunma yüzdesini verir:

$$I_I = \int_{-a}^a E_{yi}(x)E_{yi}(x)^* dx = 2 \int_0^a E_{yi}(x)E_{yi}(x)^* dx = 2 \int_0^a |E_{yi}(x)|^2 dx = A_I^2 / 2\alpha_I,$$

$$I'_I = \int_{-a}^a e_{yi}(x)e_{yi}(x)^* dx = 2 \int_0^a e_{yi}(x)e_{yi}(x)^* dx = 2 \int_0^a |e_{yi}(x)|^2 dx = B_I^2 / 2\alpha_I,$$

$$I_{II} = \int_{-a}^a E_{yii}(x)E_{yii}(x)^* dx = 2 \int_0^a E_{yii}(x)E_{yii}(x)^* dx = 2 \int_0^a |E_{yii}(x)|^2 dx$$

$$I'_{II} = \int_{-a}^a e_{y_{II}}(x)e_{y_{II}}(x)^* dx = 2 \int_0^a e_{y_{II}}(x)e_{y_{II}}(x)^* dx = 2 \int_0^a |e_{y_{II}}(x)|^2 dx,$$

$$I_{III} = \int_0^a E_{y_{III}}(x)E_{y_{III}}(x)^* dx = A_{III}^2 / 2\alpha_{III},$$

$$I'_{III} = \int_0^a e_{y_{III}}(x)e_{y_{III}}(x)^* dx = B_{III}^2 / 2\alpha_{III},$$

$$I_{I,III} = \int_0^a E_{y_{I,III}}(x)E_{y_{I,III}}(x)^* dx = A_{I,III}^2 / 2\alpha_{I,III},$$

$$I'_{I,III} = \int_0^a e_{y_{I,III}}(x)e_{y_{I,III}}(x)^* dx = B_{I,III}^2 / 2\alpha_{I,III}.$$

$$R = \frac{\frac{1}{Z'_{I'}} I_I + \frac{1}{Z'_{III}} I_{III}}{\frac{1}{Z'_{II}} I_{II}} = \frac{\frac{1}{Z'_{I'}} \frac{A_I}{2\alpha_I} + \frac{1}{Z'_{III}} \frac{A_{III}}{2\alpha_{III}}}{\frac{1}{Z'_{II}}} = \frac{\frac{A_I}{2Z'_{I'}\alpha_I} + \frac{A_{III}}{2Z'_{III}\alpha_{III}}}{\frac{1}{Z'_{II}}}$$

$$R = \frac{Z'_{II}}{Z'_{I'}} \frac{A_I}{2\alpha_I} + \frac{Z'_{II}}{Z'_{III}} \frac{A_{III}}{2\alpha_{III}}$$

Simetrik durumda

$$R = \frac{\frac{2}{Z'_{I,III}} I_{I,III}}{\frac{1}{Z'_{II}} I_{II}} = \frac{\frac{2}{Z'_{I,III}} \frac{A_{I,III}^2}{2\alpha_{I,III}}}{\frac{1}{Z'_{II}}} = \frac{\frac{1}{Z'_{I,III}} \frac{A_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}}}{\frac{1}{Z'_{II}}} = \frac{Z'_{II}}{Z'_{I,III}} \frac{A_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} = \frac{2Z'_{II} I_{I,III}}{Z'_{I,III} I_{II}}$$

$$R = \frac{2Z'_{II} I_{I,III}}{Z'_{I,III} I_{II}} = \frac{Z'_{II}}{Z'_{I,III}} \frac{A_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}}$$

$$\bar{R} = \frac{I_{I,III}}{I_{II}} = \frac{A_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} \rightarrow I_{I,III} = \frac{A_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}}$$

### 8.3. Optik Tesir Mod Genişliği

Simetrik dalga kılavuzunda çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanları için (1) ve (2) alanlarına âit ihtimaller

$$I_{II} = \int_{-a}^a E_{y_{II}}(x)E_{y_{II}}(x)^* dx = 2 \int_0^a E_{y_{II}}(x)E_{y_{II}}(x)^* dx = 2 \int_0^a |E_{y_{II}}(x)|^2 dx$$



$$I_{II} = \int_{-a}^a e_{y_{II}}(x) e_{y_{II}}(x) * dx = 2 \int_0^a e_{y_{II}}(x) e_{y_{II}}(x) * dx = 2 \int_0^a |e_{y_{II}}(x)|^2 dx, \quad (22)$$

ifâdeleri yadımıyla hesaplanırlarsa,

$$I_{II} = A^2 \left( a + \frac{\sin 2\zeta}{2\alpha_{II}} \right) = A^2 W \quad (23)$$

ve

$$I'_{II} = B^2 \left( a - \frac{\sin 2\zeta'}{2\alpha_{II}} \right) = B^2 W' \quad (24)$$

bulunur. Burada

$$W = a + \frac{\sin 2\zeta}{2\alpha_{II}} \quad (25)$$

$$W' = a - \frac{\sin 2\zeta'}{2\alpha_{II}} \quad (26)$$

ile verilirler ki bunların her birine *Optik Tesir Mod Genişliği* denir<sup>18</sup>. Bu genişlikler, kısık olarak yasak bölgelerdeki bu elektrik alanların kaçaklarını göz önüne alırlar.

Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanları için  $I_i$  ve  $I'_i$  giriş ihtimâliyetlerinin  $I_{II}=1$  ve  $I'_{II}=1$  oldukları dikkate alınarak

$$I_i = I_{II} + I_i + I_{III} = 1 + I_i + I_{III} \quad (27)$$

$$I'_i = I'_{II} + I'_i + I'_{III} = 1 + I'_i + I'_{III} \quad (28)$$

olduğu açıktır. (27) ve (28)'a bakıldığında  $I_i)I_{II}$  and  $I'_i)I'_{II}$  olduğu görülür. Böylece çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanları için  $I_o$  ve  $I'_o$  ihtimâliyetleri

$$I_o = I_{II} = I_i - (I_i + I_{III}) = I_i - I_{\ell}, \quad (29)$$

$$I_{\ell} = I_i + I_{III} \quad (30)$$

$$I'_o = I'_{II} = I'_i - (I'_i + I'_{III}) = I'_i - I'_{\ell}, \quad (31)$$

$$I'_{\ell} = I'_i + I'_{III} \quad (32)$$

olarak elde edilirler. Burada  $I_{\ell}$  ve  $I'_{\ell}$  kaçak ihtimâliyetleridirler. Bu ihtimâliyetlerin bölgelere âit empedanslara bölünmeleriyle bölgelerdeki çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlara ilişkin elektromanyetik alan güçlerinin elde edildiğini unutmamak gerekir.

<sup>18</sup> Kazarinov, R..F. and Belenky, G.L., 1995, *Novel Design of the AlGaInAs-InP Lasers Operating at 1.3 μm*, IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol.31, No.3, March, p.424.

**8.4. Asimetrik Kuantum Çukurunda Kayıp Olasılığı (İhtimâliyeti)**

Bir asimetrik kuantum çukurunda çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlara ilişkin kayıp ihtimâliyetleri, sırasıyla  $I_{II}=1, I'_{II}=1$ , (30) ve (32) dikkate alınarak

$$I_{\ell} = \frac{2\zeta_e L}{2\zeta_e + \sin 2\zeta_e} \left( \frac{1}{\eta_i} + \frac{1}{\eta_{III}} \right) \quad (33)$$

$$I'_{\ell} = \frac{2\zeta'_e \alpha'}{(2\zeta'_e - \sin 2\zeta'_e)} \left( \frac{1}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_{III}} \right) \quad (34)$$

ya da simetrik dalga kılavuzu için  $\eta_i = \eta_{III} = \eta_{I,III} = \eta_e = \eta$  ve  $\zeta_e = \zeta$  alarak

$$I_{\ell} = \left( \frac{L}{\eta} \right) \frac{1}{1 + \eta/V^2} = \frac{L}{\eta + \alpha} \quad (35)$$

$$I'_{\ell} = \left( \frac{L'}{\eta'} \right) \frac{1}{1 - \eta'/V'^2} = \frac{L}{\eta' - \alpha'} \quad (36)$$

bulunur. (1) ve (2) alanları

$$I_{II} = \int_{-a}^a E_{y_{III}}(x) E_{y_{II}}(x) * dx = 2 \int_0^a E_{y_{III}}(x) E_{y_{II}}(x) * dx = 2 \int_0^a |E_{y_{III}}(x)|^2 dx, \quad (37)$$

$$I'_{II} = \int_{-a}^a e_{y_{III}}(x) e_{y_{II}}(x) * dx = 2 \int_0^a e_{y_{III}}(x) e_{y_{II}}(x) * dx = 2 \int_0^a |e_{y_{III}}(x)|^2 dx \quad (38)$$

ifâdelerinde kullanılarak  $I_{II}$  ve  $I'_{II}$

$$I_{II} = \frac{A_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta}{\cos^2 \zeta} + \frac{\eta \sin 2\zeta}{2\zeta \cos^2 \zeta} \right) = I_{\ell} \left( \frac{\eta}{\cos^2 \zeta} + \frac{\eta \sin 2\zeta}{2\zeta \cos^2 \zeta} \right) = 1 \quad (39)$$

$$I'_{II} = \frac{B_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta'}{\sin^2 \zeta'} - \frac{\eta' \sin 2\zeta'}{2\zeta' \sin^2 \zeta'} \right) = I'_{\ell} \left( \frac{\eta'}{\sin^2 \zeta'} - \frac{\eta' \sin 2\zeta'}{2\zeta' \sin^2 \zeta'} \right) = 1 \quad (40)$$

ya da

$$I_{II} = I_{\ell} \left( \frac{\eta}{L} + \frac{\eta^2}{\zeta^2} \right) = 1, \quad (41)$$

$$I'_{II} = I'_{\ell} \left( \frac{\eta'}{\alpha'} - \frac{\eta'^2}{\alpha' V'^2} \right) = 1 \quad (42)$$

bulunur: Böylece (41) ve (42)'den çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlara ilişkin  $I_{\ell}$  ve  $I'_{\ell}$  çekilirse,

$$I_{\ell} = \frac{1}{\frac{\eta}{L} + \frac{\eta^2}{\zeta^2}} = \frac{L}{\eta + \alpha}, \quad (43)$$

$$\Gamma'_\ell = \frac{1}{\frac{\eta'}{\alpha'} - \frac{\eta'^2}{\zeta'^2}} = \frac{1 - \alpha'}{\eta'^2 + 1 - 2\alpha'} \quad (44)$$

elde edilir. (39) ve (40) dikkate alınarak  $I_\ell$  ve  $\Gamma'_\ell$  ihtimâliyetlerinin sırasıyla

$$I_\ell = \frac{A_{i,III}^2}{\alpha_{i,III}} = \frac{A^2 \cos^2 \zeta}{\alpha_{i,III}} = \frac{L}{\eta + \alpha}, \quad (45)$$

$$\Gamma'_\ell = \frac{B_{i,III}^2}{\alpha_{i,III}} = \frac{B^2 \sin^2 \zeta'}{\alpha_{i,III}} = \frac{1 - \alpha'}{\eta'^2 + 1 - 2\alpha'} \quad (46)$$

olacağı da görülebilir. Güç kaybının farklı yollardan gidilerek anı bulunması dikkate değer bir noktadır.

### 8.5. Asimetrik Kuantum Çukurunda Giriş Olasılığı (İhtimâliyeti)

Bir asimetrik kuantum çukurunda çift fonksiyonlu elektrik alanına ilişkin  $I_i$  giriş ihtimâliyeti,

$$I_i = \int_{-a}^a E_{yII}(x) E_{yII}(x)^* dx + \int_{-a}^0 E_{yI}(x) E_{yI}(x)^* dx + \int_0^a E_{yIII}(x) E_{yIII}(x)^* dx \quad (47)$$

ya da

$$I_i = I_{II} + I_I + I_{III} \quad (48)$$

veyâ simetrik dalga kılavuzu için

$$I_i = 1 + \frac{A_I^2}{2\alpha_I} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{III}}, \quad (49)$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alanına ilişkin  $\Gamma'_i$

$$\Gamma'_i = \int_{-a}^a e_{yII}(x) e_{yII}(x)^* dx + \int_{-a}^0 e_{yI}(x) e_{yI}(x)^* dx + \int_0^a e_{yIII}(x) e_{yIII}(x)^* dx,$$

ya da

$$\Gamma'_\ell = \frac{1}{\frac{\eta'}{\alpha'} - \frac{\eta'^2}{\zeta'^2}} = \frac{1 - \alpha'}{\eta'^2 + 1 - 2\alpha'} \quad (50)$$

$$\Gamma'_i = \Gamma'_{II} + \Gamma'_I + \Gamma'_{III} \quad (51)$$

veyâ simetrik dalga kılavuzu için

$$I'_i = 1 + \frac{B_{I_1}^2}{2\alpha_{I_1}} + \frac{B_{I_{III}}^2}{2\alpha_{I_{III}}}. \quad (52)$$

olarak bulunur.

Simetrik dalga kılavuzu için çift fonksiyonlu elektrik alanına ilişkin  $I_i$  ihtimâliyeti

$$I_i = 2 \int_0^a E_{y_{II}}(x) E_{y_{II}}(x)^* dx + 2 \int_0^a E_{y_{I,III}}(x) E_{y_{I,III}}(x)^* dx \quad (53)$$

$$= 2 \int_0^a |E_{y_{II}}(x)|^2 dx + 2 \int_0^a |E_{y_{I,III}}(x)|^2 dx = I_{II} + 2 I_{I,III} = I_{II} + I_{I'} \quad (54)$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alanına ilişkin  $I'_i$  ihtimâliyeti

$$I'_i = 2 \int_0^a e_{y_{II}}(x) e_{y_{II}}(x)^* dx + 2 \int_0^a e_{y_{I,III}}(x) e_{y_{I,III}}(x)^* dx$$

$$= 2 \int_0^a |e_{y_{II}}(x)|^2 dx + 2 \int_0^a |e_{y_{I,III}}(x)|^2 dx = I'_{II} + 2 I'_{I,III} = I'_{II} + I'_{I'} \quad (55)$$

olur. Sonuçta

$$I_i = 2 \int_0^a |E_{y_{II}}(x)|^2 dx + I_{I'} = I_{II} + I_{I'} \quad (56)$$

$$I'_i = 2 \int_0^a |e_{y_{II}}(x)|^2 dx + I'_{I'} = I'_{II} + I'_{I'} \quad (57)$$

elde edilir. Burada aktif bölgedeki  $I_{II}$  ve  $I'_{II}$  ihtimâliyetlerinin

$$I_{II} = I_i - I_{I'} = 2 \int_0^a |E_{y_{II}}(x)|^2 dx, \quad (58)$$

$$I'_{II} = I'_i - I'_{I'} = 2 \int_0^a |e_{y_{II}}(x)|^2 dx. \quad (59)$$

olduklarını da dikkate almalıdır. (1) ve (2)'nin son iki denklemde kullanılmasıyla

$$I_{II} = I_i - I_{I'} = 2A^2 \int_0^a \cos^2(\alpha_{II} x) dx = A^2 \left( a + \frac{\sin 2\zeta}{2\alpha_{II}} \right) = 1, \quad (60)$$

$$I'_{II} = I'_i - I'_{I'} = 2B^2 \int_0^a \sin^2(\alpha_{II} x) dx = B^2 \left( a - \frac{\sin 2\zeta'}{2\alpha_{II}} \right) = 1, \quad (61)$$

bulunur ki bunlar yukarıda bulunan ilgili sonuçlarla uyum hâlinindedirler. Ayrıca, (58) ve (59)'daki entegrallerin de

$$I_{II} = I_i - I_\ell = A^2 \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\alpha_{II}}, \quad (61)$$

$$I'_{II} = I'_i - I'_\ell = B^2 \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\alpha_{II}} \quad (62)$$

sonuçlarını verdiği denenebilir ki bu sonuçlar da (43) ve (44) yardımıyla aşağıdaki sonuçları ortaya çıkarırlar:

$$I_i = \frac{B_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} \left[ \alpha_{I,III} \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\alpha_{II} \sin^2 \zeta} + 1 \right] = \frac{B_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} \left[ \frac{\eta}{\sin^2 \zeta} \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\zeta} + 1 \right] \quad (63)$$

$$I'_i = \frac{A_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} \left[ \alpha_{I,III} \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\alpha_{II} \cos^2 \zeta} + 1 \right] = \frac{A_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} \left[ \frac{\eta}{\cos^2 \zeta} \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\zeta} + 1 \right] \quad (64)$$

Sonuç olarak

$$I_{II} = I_i - I_\ell = A^2 \left[ a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] = 1, \quad I'_{II} = I'_i - I'_\ell = B^2 \left[ a - \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2(\alpha_{II} a) \right] = 1 \quad (65)$$

olduğu da görülebilir. (25) ve (26)'nın (3) ve (4)'de kullanılmasıyla A ve B katsayılarının

$$A = 1/\sqrt{W}, \quad (66)$$

$$B = 1/\sqrt{W'}. \quad (67)$$

elde edileceği kolayca görülebilir. Bu sonuçlar, bir kuantum çukurunda elektrik alanlarının genliklerinin optik tesir genişliğine bağlı olduğunu göstermektedir.

### 8.6. Asimetrik Kuantum Çukurunda Güç Oranları

Bir asimetrik kuantum çukurunda kayıp gücünün giriş gücüne oranı K çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\frac{P_\ell}{P_i} = \frac{I_\ell}{I_i} = \bar{K} = \left[ A_1^2/2\alpha_1 + A_{III}^2/2\alpha_{III} \right] / \left[ 1 + \frac{A_1^2}{2\alpha_1} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{III}} \right] \quad (68)$$

olur ve (43) ve (44)'ün dikkate alınmasıyla (68) ifadesi simetrik dalga kılavuzu için

$$\bar{K} = \frac{1 - \alpha}{\eta + 1} = \frac{1}{1 + 1/R} \quad (69)$$

bulunur. Kezâ tek fonksiyonlu elektrik alanı için de q parametresi

$$\frac{I'_\ell}{I'_i} = \bar{q} = [B_1^2/2\alpha_1 + B_{III}^2/2\alpha_{III}] / [1 + B_1^2/2\alpha_1 + B_{III}^2/2\alpha_{III}] \quad (70)$$

ve (44), (5)' in dikkate alınmasıyla (70)'in da kullanılmasıyla simetrik dalga kılavuzu için

$$\frac{I'_\ell}{I'_i} = \bar{q} = \frac{1 - \alpha}{1 + \eta - 2\alpha} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\bar{r}}} \quad (71)$$

elde edilir.

Bir asimetrik kuantum çukurunda hapsedicilik faktörü  $F_{II}$  çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\frac{I_{II}}{I_i} = F_{II} = 1 / [1 + \frac{A_1^2}{2\alpha_1} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{III}}] \quad (72)$$

bulunur. Yukarıda hesaplanan giriş ve II. bölgenin ihtimâliyetlerinin kullanılmalarıyla simetrik kuantum çukurunda  $F_{II}$  hapsedicilik faktörünün

$$\Gamma_{II} = \frac{\alpha + \eta}{1 + \eta} = \frac{\bar{K}}{\bar{R}} = 1 - \bar{K} = \frac{1}{1 + \bar{R}} \quad (73)$$

olduğu görülür. Benzer yol tek fonksiyonlu elektrik alanı için izlenirse asimetrik kuantum çukurunda

$$\frac{I_{II}}{I_i} = F'_{II} = 1 / [1 + \frac{B_1^2}{2\alpha_1} + \frac{B_{III}^2}{2\alpha_{III}}] \quad (74)$$

ve simetrik kuantum çukurunda

$$\Lambda_{II} = \frac{\eta - \alpha}{1 + \eta - 2\alpha} = \frac{1}{1 + r} = 1 - \bar{q} = \frac{\bar{q}}{\bar{r}} \quad (75)$$

olduğu görülür ki, bu sonuçlar

$$\bar{K} + \Gamma_{II} = 1, \quad (76)$$

$$\bar{q} + \Lambda_{II} = 1 \quad (77)$$

bağıntılarını verirler.

### 8.7. Asimetrik Kuantum Çukurunda Hapsedicilik Faktörleri

Şekil 1'te I, II ve III bölgelerinin hapsedicilik faktörleri benzer şekilde tanımlanabilir ki bunlar o bölgelerin absorpsiyon sâbitlerini verirler. Dolayısıyla, çift fonksiyonlu elektrik alanı için absorpsiyon sâbitleri,

$$\frac{I_1}{I_i} = F_i = \frac{A_i^2}{2\alpha_i} / [1 + \frac{A_i^2}{2\alpha_i} + \frac{A_{iii}^2}{2\alpha_{iii}}] = \frac{L}{\frac{\eta_{i1}}{\zeta} (2\zeta + \sin 2\zeta) + L(1 + \eta_{i1}/\eta_{iii})} \quad (78)$$

ve

$$\frac{I_{ii}}{I_i} = F_{ii} = \frac{1}{1 + \frac{2\zeta L}{2\zeta + \sin 2\zeta} (\frac{1}{2\eta_{i1}} + \frac{1}{2\eta_{iii}})} = \frac{1}{1 + \frac{2\zeta L}{2\zeta + \sin 2\zeta} \frac{1}{\eta}} \quad (79)$$

$$\frac{I_{iii}}{I_i} = F_{iii} = \frac{A_{iii}^2}{2\alpha_{iii}} / [1 + \frac{A_i^2}{2\alpha_i} + \frac{A_{iii}^2}{2\alpha_{iii}}] = \frac{L}{\frac{\eta_{iii}}{\zeta} (2\zeta + \sin 2\zeta) + L(1 + \eta_{iii}/\eta_{i1})} \quad (80)$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\frac{I'_1}{I'_i} = F'_i = \frac{B_i^2}{2\alpha_i} / [1 + \frac{B_i^2}{2\alpha_i} + \frac{B_{iii}^2}{2\alpha_{iii}}] = \frac{L}{\frac{\eta'_{i1}}{\zeta} (2\zeta' - \sin 2\zeta') + L(1 + \eta'_{i1}/\eta'_{iii})} \quad (81)$$

ve

$$\frac{I'_{iii}}{I'_i} = F'_{iii} = \frac{B_{iii}^2}{2\alpha_{iii}} / [1 + \frac{B_i^2}{2\alpha_i} + \frac{B_{iii}^2}{2\alpha_{iii}}] = \frac{L}{\frac{\eta'_{iii}}{\zeta} (2\zeta' - \sin 2\zeta') + L(1 + \eta'_{iii}/\eta'_{i1})} \quad (82)$$

ifâdeleri kolayca bulunabilir.  $F_i$   $i=1, 2, 3$ , hapsedicilik faktörü,  $i$ . bölgenin modal hapsediciliğinin bir ölçüsüdür. Görüldüğü gibi, modal hapsediciliğin ölçüsü birimsizdir. Simetrik bir dalga kılavuzunda  $i$ . bölgenin modal hapsediciliğinin bu ölçüleri çift fonksiyonlu bir alan için  $\Gamma_j$ ,  $j=I, II, III$ , olarak ve tek fonksiyonlu bir alan için  $\Lambda_j$ ,  $j=I, II, III$ , olarak temsil edilebilir.

Toplam apsorpsiyon sâbiti çift fonksiyonlu bir alanda

$$k = k_1 F_1 + k_2 F_2 + k_3 F_3 \quad (83)$$

ve tek fonksiyonlu bir alanda

$$k' = k'_1 F'_1 + k'_2 F'_2 + k'_3 F'_3 \quad (84)$$

olarak verilir<sup>19</sup>. Çift fonksiyonlu bir alanda  $g$  ve tek fonksiyonlu bir alanda  $g'$  malzemenin kazanç kazanç sâbiti olmak üzere  $F_2 g$  ya da  $F'_2 g'$  ye *Modak Kazanç* denir. Bu büyüklük aktif bölgede yayılım modu içine girerek transfer edilen gücün bir ölçüsüdür.

Eşik durumunda net modal güç sıfırdır. Yâni, eşik durumunda aktif bölgede üretilen güç ile gömlek bölgelerine geçen kayıp güçleri toplamı birbirine eşit olur. Dolayısıyla, eşik

<sup>19</sup> Bhattacharya, P., 1998, *Semiconductor Optoelectronic Devices* (New Jersey), p.262.

durumunda transfer edilen modal güç yoktur. Bu demektir ki, asimetric bir dalga kılavuzunda çift fonksiyonlu bir alanda  $k_2$  apsorpsiyon sâbiti, eşik kazanç sâbitine,  $k_2 = -g_{th}$  şeklinde, ters işârette eşit olur. Bu durum, eşik durumundaki kazancın tamâmen emildiği anlamına gelir. Böylece meydana gelen  $-F_2 g_{th}$  eşik modal kazancı tamâmen güç kaybını karşılar.

Eşik durumunda toplam apsorpsiyon sâbiti sıfır olur. Aynı durum tek fonksiyonlu bir alan için de geçerlidir. Dolayısıyla,  $0 = k_1 F_1 - F_2 g_{th} + k_3 F_3$  ve  $0 = k'_1 F'_1 - F'_2 g'_{th} + k'_3 F'_3$  ya da

$$F_2 g_{th} = k_1 F_1 + k_3 F_3 \quad (85)$$

ve

$$F'_2 g'_{th} = k'_1 F'_1 + k'_3 F'_3 \quad (86)$$

elde edilir. Bu durum, eşik durumunda aktif bölgede üretilen eşik gücün tamâmen kayıp güçleri toplamına eşit olduğunu açıkça göstermekte ve yayılım için bir modal gücün kalmadığını ifâde etmektedir. Buradan hareketle, simetric bir dalga kılavuzunda çift fonksiyonlu bir alanda

$$F_2 g_{th} = k_{1,3th} \Gamma_{1,3th} + k_{1,3th} \Gamma_{1,3th} = 2k_{1,3th} \Gamma_{1,3th} \quad (88)$$

$$F'_2 g'_{th} = k'_{1,3th} \Lambda_{1,3th} + k'_{1,3th} \Lambda_{1,3th} = 2k'_{1,3th} \Lambda_{1,3th} \quad (89)$$

olduğu için, apsorpsiyon sâbiti çift fonksiyonlu bir alanda

$$k_{1,3th} = \frac{\Gamma_{1,3th} g_{th}}{2\Gamma_{1,3th}} \quad (90)$$

ve tek fonksiyonlu bir alanda

$$k'_{1,3th} = \frac{g'_{th} \Lambda_{1,3th}}{2\Lambda_{1,3th}} \quad (91)$$

olarak elde edilir.

Normalizasyon şartından dolayı<sup>20</sup> çift fonksiyonlu bir alan için  $F_1 + F_2 + F_3 = 1$  ve tek fonksiyonlu bir alan için  $F'_1 + F'_2 + F'_3 = 1$ 'dir. Eğer  $\eta_1 = \eta_m = \eta_{1,3th} = \eta$  alınırsa, simetric dalga kılavuzunda  $\Gamma_{1,3th} + \Gamma_{1,3th} + \Gamma_{1,3th} = 1$  olur. Dolayısıyla, simetric dalga kılavuzunda çift fonksiyonlu bir alan için olduğundan

$$\Gamma_1 = \Gamma_m = \Gamma_{1,3th} = \frac{1}{2}(1 - \Gamma_{1,3th}) = \frac{1}{2}\bar{K} \quad (92)$$

$$\Lambda_1 = \Lambda_m = \Lambda_{1,3th} = \frac{1}{2}(1 - \Lambda_{1,3th}) = \frac{1}{2}\bar{q} \quad (93)$$

ve (90)ve (91)'den çift fonksiyonlu bir alan için

<sup>20</sup> Bhattacharya, P., 1998, *Semiconductor Optoelectronic Devices* (New Jersey), p.262.



$$k_{1,3th} = \frac{\Gamma_{II} g_{th}}{2\Gamma_{I,III}} = \frac{\Gamma_{II} g_{th}}{1 - \Gamma_{II}} = \frac{\Gamma_{II} g_{th}}{K_{I,III}}, \quad \Gamma_{II} = \frac{\bar{K}}{\bar{R}}$$

ya da

$$k_{1,3th} = \frac{g_{th}}{\bar{R}}, \quad \bar{R} = \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha}, \quad k_{1,3th} = g_{th} \frac{\alpha + \eta}{1 - \alpha} \quad (94)$$

ve tek fonksiyonlu bir alanda

$$k'_{13th} = \frac{g'_{th} \Lambda_{II}}{2\Lambda_{I,III}} = \frac{g'_{th} \Lambda_{II}}{1 - \Lambda_{II}} = \frac{g'_{th} \Lambda_{II}}{\bar{q}}, \quad \Lambda_{II} = \frac{\bar{q}}{\bar{r}} \quad (95)$$

ya da

$$k'_{1,3th} = \frac{g'_{th}}{\bar{r}}, \quad \bar{r} = \frac{1 - \alpha}{\eta - \alpha}, \quad k'_{1,3th} = g'_{th} \frac{\eta - 1}{1 - \alpha} \quad (96)$$

ya da

$$\Gamma_{II} g_{th} = (1 - \Gamma_{II}) k_{1,3} = \bar{K} k_{1,3th} \quad (97)$$

ve

$$g'_{th} \Lambda_{II} = (1 - \Lambda_{II}) k'_{1,3} = \bar{q} k'_{1,3th} \quad (98)$$

elde edilir. (97) veyâ (98)'in anlamı şudur: Görüldüğü gibi, (93) ve (94) formülleri simetrik bir dalga kılavuzunda eşik durumunda çift ve tek fonksiyonlu alanlarda I ve III bölgeleri için, sırasıyla, absorpsiyon sâbitlerini, eşik kazanç sâbitinin bilinmesi hâlinde,  $\Gamma_{II}$  and  $\Lambda_{II}$  hapsedicilik faktörleri ya da  $\bar{K}_{I,III}$  and  $\bar{q}_{I,III}$  oranları cinsinden vermektedir. Aynı formüller absorpsiyon sâbitlerinin bilinmesi hâlinde ise, eşik kazanç sâbitinin hesaplanmasında kullanılabilirler.

Ayrıca, eşik durumunda toplam absorpsiyon sâbitinin sıfır ve aktif bölgenin absorpsiyon sâbitinin ise çift ve tek fonksiyonlu alanlar için  $k_2 = -g_{th}$  ve  $k'_2 = -g'_{th}$  şeklinde ters işaretle eşik kazanç sâbitine eşit olduğunu hatırlamalıdır.

### Sorular:

$$1) \frac{I_1}{I_i} = F_i = \frac{A_i^2}{2\alpha_i} / [1 + \frac{A_i^2}{2\alpha_i} + \frac{A_m^2}{2\alpha_m}] = \frac{L}{\frac{\eta_i}{\zeta} (2\zeta + \sin 2\zeta) + L(1 + \eta_i/\eta_m)}$$

ifâdesini çıkarınız.

$$2) \frac{I_{III}}{I_i} = F_{III} = \frac{A_m^2}{2\alpha_m} / [1 + \frac{A_i^2}{2\alpha_i} + \frac{A_m^2}{2\alpha_m}] = \frac{L}{\frac{\eta_m}{\zeta} (2\zeta + \sin 2\zeta) + L(1 + \eta_m/\eta_I)}$$

ifâdesini çıkarınız.

$$3) \frac{I'_i}{I_i} = F'_i = \frac{B_i^2}{2\alpha_i} / [1 + \frac{B_i^2}{2\alpha_i} + \frac{B_m^2}{2\alpha_m}] = \frac{L}{\frac{\eta'_i}{\zeta}(2\zeta' - \sin 2\zeta') + L(1 + \eta'_i/\eta'_m)}$$

ifâdesini çıkarınız.

$$4) \frac{I'_m}{I_i} = F'_m = \frac{B_m^2}{2\alpha_m} / [1 + \frac{B_i^2}{2\alpha_i} + \frac{B_m^2}{2\alpha_m}] = \frac{L}{\frac{\eta'_m}{\zeta}(2\zeta' - \sin 2\zeta') + L(1 + \eta'_m/\eta'_i)}$$

ifâdesini çıkarınız.

$$5) F_i = \frac{L}{\frac{\eta_i}{\zeta}(2\zeta + \sin 2\zeta) + L(1 + \eta_i/\eta_m)}, F_m = \frac{L}{\frac{\eta_m}{\zeta}(2\zeta + \sin 2\zeta) + L(1 + \eta_m/\eta_i)}$$

ifâdelerinde  $\eta_i = \eta_m = \eta_{i,m} = \eta$  alınrsa, çift fonksiyonlu bir dalga kılavuzu için simetrik dalga kılavuzu için

$$\Gamma_i = \Gamma_m = \Gamma_{i,m} = \frac{1}{2} \bar{K}$$

ve  $F_{ii} = \frac{1}{1 + \frac{2\zeta L}{2\zeta + \sin 2\zeta} (\frac{1}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_m})}$  'nin  $\Gamma_{ii} = \frac{\alpha + \eta}{\eta + 1}$  olduğunu gösteriniz.

$$6) F'_i = \frac{L}{\frac{\eta'_i}{\zeta}(2\zeta' - \sin 2\zeta') + L(1 + \eta'_i/\eta'_m)}, F'_m = \frac{L}{\frac{\eta'_m}{\zeta}(2\zeta' - \sin 2\zeta') + L(1 + \eta'_m/\eta'_i)}$$

ifâdelerinde  $\eta_i = \eta_m = \eta_{i,m} = \eta$  alınrsa, tek fonksiyonlu bir dalga kılavuzu için simetrik dalga kılavuzu için

$$A_i = A_m = A_{i,m} = \frac{1}{2} \bar{q}$$

olduğunu gösteriniz.

7) Çift fonksiyonlu elektrik alanında simetrik bir dalga kılavuzu için  $F_i + F_{ii} + F_m = 1$  olduğunu gösteriniz.

8) Tek fonksiyonlu elektrik alanında simetrik bir dalga kılavuzu için  $F'_i + F'_{ii} + F'_m = 1$  olduğunu gösteriniz.

**Cevaplar:**

$$1) \frac{I'_i}{I_i} = F_i = \frac{A_i^2}{2\alpha_i} / [1 + \frac{A_i^2}{2\alpha_i} + \frac{A_m^2}{2\alpha_m}]$$

$$= \frac{\frac{A_i^2}{2\alpha_i}}{[1 + \frac{A_i^2}{2\alpha_i} + \frac{A_m^2}{2\alpha_m}]} = \frac{\frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_i}}{[1 + \frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_i} + \frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_m}]} = \frac{1}{2\alpha_i} \frac{L}{[\frac{1}{A^2} + \frac{L}{2\alpha_i} + \frac{L}{2\alpha_m}]} = \frac{1}{2\alpha_i} \frac{L}{[\frac{1}{A^2} + \frac{L}{2\alpha_i} + \frac{L}{2\alpha_m}]}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2\alpha_i} \frac{L}{\left[ \frac{1}{2\alpha_m} + \frac{L}{2\alpha_i} + \frac{L}{2\alpha_m} \right]} = \frac{1}{2\eta_i} \frac{L}{\left[ \frac{1}{2\zeta} + \frac{L}{2\eta_i} + \frac{L}{2\eta_m} \right]} \\
&= \frac{1}{2\eta_i} \frac{L}{\frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\zeta} + L \left( \frac{1}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_m} \right)} \\
&= \frac{1}{2\eta_i} \frac{L}{\frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\zeta} + L \left( \frac{1}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_m} \right)} = \frac{L}{\frac{\eta_i}{\zeta} (2\zeta + \sin 2\zeta) + L \left( 1 + \frac{\eta_i}{\eta_m} \right)} \\
\frac{I_{II}}{I_i} = F_{II} &= I \left[ 1 + \frac{A_i^2}{2\alpha_i} + \frac{A_m^2}{2\alpha_m} \right] = \frac{I}{1 + \frac{A_i^2}{2\alpha_i} + \frac{A_m^2}{2\alpha_m}} = \frac{I}{1 + \frac{A_i^2}{2\alpha_i} + \frac{A_m^2}{2\alpha_m}} = \frac{I}{1 + \frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_i} + \frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_m}} \\
&= \frac{I}{1 + \frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_i} + \frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_m}} = \frac{I}{1 + A^2 \cos^2 \zeta \left( \frac{1}{2\alpha_i} + \frac{1}{2\alpha_m} \right)} = \frac{I}{1 + A^2 \cos^2 \zeta \left( \frac{1}{2\alpha_i} + \frac{1}{2\alpha_m} \right)} \\
&= \frac{I}{1 + A^2 L \left( \frac{1}{2\alpha_i} + \frac{1}{2\alpha_m} \right)} = \frac{I}{1 + \frac{2\alpha_m L}{2\zeta + \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\alpha_i} + \frac{1}{2\alpha_m} \right)} = \frac{I}{1 + \frac{2\zeta L}{2\zeta + \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_m} \right)} \\
F_{II} &= \frac{I}{1 + \frac{2\zeta L}{2\zeta + \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_m} \right)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2) \frac{I_{III}}{I_i} = F_{III} &= \frac{A_m^2}{2\alpha_m} \left[ 1 + \frac{A_i^2}{2\alpha_i} + \frac{A_m^2}{2\alpha_m} \right] \\
&= \frac{\frac{A_m^2}{2\alpha_m}}{\left[ 1 + \frac{A_i^2}{2\alpha_i} + \frac{A_m^2}{2\alpha_m} \right]} = \frac{\frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_m}}{\left[ 1 + \frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_i} + \frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_m} \right]} = \frac{1}{2\alpha_m} \frac{L}{\left[ \frac{1}{A^2} + \frac{L}{2\alpha_i} + \frac{L}{2\alpha_m} \right]} \\
&= \frac{1}{2\alpha_m} \frac{L}{\left[ \frac{1}{A^2} + \frac{L}{2\alpha_i} + \frac{L}{2\alpha_m} \right]} \\
&= \frac{\frac{A_m^2}{2\alpha_m}}{\left[ 1 + \frac{A_i^2}{2\alpha_i} + \frac{A_m^2}{2\alpha_m} \right]} = \frac{\frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_m}}{\left[ 1 + \frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_i} + \frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_m} \right]} = \frac{1}{2\alpha_m} \frac{L}{\left[ \frac{1}{A^2} + \frac{L}{2\alpha_i} + \frac{L}{2\alpha_m} \right]}
\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2\alpha_m} \frac{L}{\left[ \frac{1}{A^2} + \frac{L}{2\alpha_i} + \frac{L}{2\alpha_m} \right]}$$

$$3) \frac{I'_i}{I_i} = F'_i = \frac{B_i^2}{2\alpha_i} / \left[ 1 + \frac{B_i^2}{2\alpha_i} + \frac{B_m^2}{2\alpha_m} \right] = \frac{L}{\frac{\eta'_i}{\zeta} (2\zeta' - \sin 2\zeta') + L(1 + \eta'_i / \eta'_m)}$$

Burada (') işâreti tek fonksiyonlu alana ilişkin büyüklükleri sembolik olarak gösterdiklerinden  $\zeta' = \zeta$   $\eta' = \eta$  ve  $\alpha' = \alpha$  alınabilir.

$$\frac{\frac{B_i^2}{2\alpha_i}}{\left[ 1 + \frac{B_i^2}{2\alpha_i} + \frac{B_m^2}{2\alpha_m} \right]} = \frac{\frac{B^2 \sin^2 \zeta}{2\alpha_i}}{\left[ 1 + \frac{B^2 \sin^2 \zeta}{2\alpha_i} + \frac{B^2 \sin^2 \zeta}{2\alpha_m} \right]} = \frac{1}{2\alpha_i} \frac{L}{\left[ \frac{1}{B^2} + \frac{L}{2\alpha_i} + \frac{L}{2\alpha_m} \right]} = \frac{1}{2\alpha_i} \frac{L}{\left[ \frac{1}{B^2} + \frac{L}{2\alpha_i} + \frac{L}{2\alpha_m} \right]}$$

$$= \frac{1}{2\alpha_i} \frac{L}{\left[ \frac{1}{\frac{2\alpha_m}{2\zeta - \sin 2\zeta}} + \frac{L}{2\alpha_i} + \frac{L}{2\alpha_m} \right]} = \frac{1}{2\eta_i} \frac{L}{\left[ \frac{1}{\frac{2\zeta}{2\zeta - \sin 2\zeta}} + \frac{L}{2\eta_i} + \frac{L}{2\eta_m} \right]} = \frac{1}{2\eta_i} \frac{L}{\left[ \frac{1}{\frac{2\zeta}{2\zeta - \sin 2\zeta}} + \alpha \left( \frac{1}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_m} \right) \right]}$$

$$= \frac{1}{2\eta_i} \frac{L}{\frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\zeta} + \alpha \left( \frac{1}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_m} \right)} = \frac{L}{\frac{\eta_i}{\zeta} (2\zeta - \sin 2\zeta) + L(1 + \frac{\eta_i}{\eta_m})}$$

$$4) \frac{I'_{III}}{I_i} = F'_{III} = \frac{B_m^2}{2\alpha_m} / \left[ 1 + \frac{B_i^2}{2\alpha_i} + \frac{B_m^2}{2\alpha_m} \right] = \frac{L}{\frac{\eta'_{III}}{\zeta} (2\zeta' - \sin 2\zeta') + L(1 + \eta'_{III} / \eta'_i)}$$

$$\frac{\frac{B_m^2}{2\alpha_m}}{\left[ 1 + \frac{B_i^2}{2\alpha_i} + \frac{B_m^2}{2\alpha_m} \right]} = \frac{\frac{B^2 \sin^2 \zeta}{2\alpha_m}}{\left[ 1 + \frac{B^2 \sin^2 \zeta}{2\alpha_i} + \frac{B^2 \sin^2 \zeta}{2\alpha_m} \right]} = \frac{1}{2\alpha_m} \frac{L}{\left[ \frac{1}{B^2} + \frac{L}{2\alpha_i} + \frac{L}{2\alpha_m} \right]} = \frac{1}{2\alpha_m} \frac{L}{\left[ \frac{1}{B^2} + \frac{L}{2\alpha_i} + \frac{L}{2\alpha_m} \right]}$$

$$= \frac{1}{2\alpha_m} \frac{L}{\left[ \frac{1}{\frac{2\alpha_i}{2\zeta - \sin 2\zeta}} + \frac{L}{2\alpha_i} + \frac{L}{2\alpha_m} \right]} = \frac{1}{2\eta_{III}} \frac{L}{\left[ \frac{1}{\frac{2\zeta}{2\zeta - \sin 2\zeta}} + \frac{L}{2\eta_i} + \frac{L}{2\eta_{III}} \right]} = \frac{1}{2\eta_{III}} \frac{L}{\left[ \frac{1}{\frac{2\zeta}{2\zeta - \sin 2\zeta}} + \alpha \left( \frac{1}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_{III}} \right) \right]}$$

$$= \frac{1}{2\eta_{III}} \frac{L}{\frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\zeta} + \alpha \left( \frac{1}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_{III}} \right)} = \frac{L}{\frac{\eta_{III}}{\zeta} (2\zeta - \sin 2\zeta) + L(1 + \frac{\eta_{III}}{\eta_i})}$$

$$5) F_i = \frac{L}{\frac{\eta_i}{\zeta} (2\zeta + \sin 2\zeta) + L(1 + \eta_i / \eta_m)}, \quad F_m = \frac{L}{\frac{\eta_m}{\zeta} (2\zeta + \sin 2\zeta) + L(1 + \eta_m / \eta_i)}$$

ifâdelerinin simetrik bir dalga kılavuzunda

$$\Gamma_i = \Gamma_m = \Gamma_{i,m} = \frac{1}{2} \bar{K}$$

olduklarını göstermek için  $\eta_i = \eta_m = \eta_{i,m} = \eta$  alınır.

$$\begin{aligned} F'_i &= \frac{L}{\frac{\eta_i}{\zeta}(2\zeta + \sin 2\zeta) + L(1 + \eta_i/\eta_m)} = \frac{L}{\frac{\eta}{\zeta}(2\zeta + \sin 2\zeta) + 2L} = \frac{L}{\frac{\eta}{\zeta}2\zeta + 2\frac{\eta^2\zeta}{\zeta V^2} + 2(1-\alpha)} \\ &= \frac{L}{2\eta + 2\alpha + 2(1-\alpha)} = \frac{L}{2\eta + 2} = \frac{1}{2} \frac{1-\alpha}{\eta+1} = \frac{1}{2} \bar{K} \\ F'_m &= \frac{L}{\frac{\eta_m}{\zeta}(2\zeta + \sin 2\zeta) + L(1 + \eta_m/\eta_i)} = \frac{L}{\frac{\eta}{\zeta}(2\zeta + \sin 2\zeta) + 2L} = \frac{1}{2} \frac{1-\alpha}{\eta+1} = \frac{1}{2} \bar{K} \\ F_n &= \frac{1}{1 + \frac{2\zeta L}{2\zeta + \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_m} \right)} = \frac{1}{1 + \frac{2\zeta L}{2\zeta + \sin 2\zeta} \frac{1}{\eta}} = \frac{1}{1 + \frac{2\zeta L}{\eta(2\zeta + \sin 2\zeta)}} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{L}{\eta + \frac{\eta}{2\zeta} \sin 2\zeta}} = \frac{1}{1 + \frac{L}{\eta + \frac{2\eta^2\zeta}{V^2 2\zeta}}} = \frac{1}{1 + \frac{L}{\eta + \alpha}} = \frac{\eta + \alpha}{\eta + \alpha + L} = \frac{\eta + \alpha}{\eta + \alpha + 1 - \alpha} = \frac{\eta + \alpha}{\eta + 1} \end{aligned}$$

6)

$$\begin{aligned} F'_i &= \frac{L}{\frac{\eta'_i}{\zeta}(2\zeta' - \sin 2\zeta') + L(1 + \eta'_i/\eta'_m)}, \\ F'_m &= \frac{L}{\frac{\eta'_m}{\zeta}(2\zeta' - \sin 2\zeta') + L(1 + \eta'_m/\eta'_i)} \end{aligned}$$

ifâdelerinin simetrik bir dalga kılavuzunda

$$\Gamma_i = \Gamma_m = \Gamma_{i,m} = \frac{1}{2} \bar{K}$$

olduklarını göstermek için  $\eta_i = \eta_m = \eta_{i,m} = \eta$  alınır. Burada (') işâreti tek fonksiyonlu alana ilişkin büyüklükleri sembolik olarak gösterdiklerinden  $\zeta' = \zeta$ ,  $\eta' = \eta$  ve  $\alpha' = \alpha$  alınabilir.  $\zeta = V \sin \zeta$ ,  $\eta = V \cos \zeta$ ,  $\alpha = \frac{\eta^2}{V^2} = \cos^2 \zeta$  ve  $L = \frac{\zeta^2}{V^2} = \sin^2 \zeta$  olduğu da dikkate alınmalıdır.

$$\begin{aligned}
F'_i &= \frac{L}{\frac{\eta'_i}{\zeta}(2\zeta' - \sin 2\zeta') + L(1 + \eta'_i/\eta'_m)} \\
&= \frac{L}{\frac{\eta_i}{\zeta}(2\zeta - \sin 2\zeta) + L(1 + \frac{\eta_i}{\eta_m})} = \frac{L}{\frac{\eta}{\zeta}(2\zeta - \sin 2\zeta) + 2L} = \frac{L}{\frac{\eta}{\zeta}2\zeta - \frac{\eta}{\zeta}\sin 2\zeta + 2L} \\
&= \frac{L}{2\eta - \frac{2\eta^2\zeta}{\zeta V^2} + 2L} = \frac{L}{2\eta - \frac{2\eta^2\zeta}{\zeta V^2} + 2L} = \frac{L}{2\eta - 2\alpha + 2 - 2\alpha} = \frac{1}{2} \frac{L}{\eta + 1 - 2\alpha} = \frac{1}{2} \bar{q}
\end{aligned}$$

$$F'_m = \frac{L}{\frac{\eta'_m}{\zeta}(2\zeta' - \sin 2\zeta') + L(1 + \eta'_m/\eta'_i)}$$

$$F'_m = \frac{L}{\frac{\eta_{III}}{\zeta}(2\zeta - \sin 2\zeta) + L(1 + \eta_{III}/\eta_I)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{L}{\frac{\eta_{III}}{\zeta}(2\zeta - \sin 2\zeta) + L(1 + \frac{\eta_{III}}{\eta_I})} = \frac{L}{\frac{\eta}{\zeta}(2\zeta - \sin 2\zeta) + 2L} = \frac{L}{\frac{\eta}{\zeta}2\zeta - \frac{\eta}{\zeta}\sin 2\zeta + 2L} \\
&= \frac{L}{2\eta - \frac{2\eta^2\zeta}{\zeta V^2} + 2L} = \frac{L}{2\eta - \frac{2\eta^2\zeta}{\zeta V^2} + 2L} = \frac{L}{2\eta - 2\alpha + 2 - 2\alpha} = \frac{1}{2} \frac{L}{\eta + 1 - 2\alpha} = \frac{1}{2} \bar{q}
\end{aligned}$$

7) Çift fonksiyonlu elektrik alanında asimetric bir dalga kılavuzundaki  $F_i + F_u + F_m = 1$  eşitliği simetric bir dalga kılavuzunda  $\Gamma_i + \Gamma_u + \Gamma_m = 2\Gamma_{i,m} + \Gamma_u = 1$  ve

$$\bar{K}_{i,m} + F_u = \frac{1 - \alpha}{\eta + 1} + \frac{\alpha + \eta}{1 + \eta} = 1$$

ifâdelerinden hareket edilebilir. Burada  $\bar{K}_{i,m} = 2k_{1,3} = k_i + k_3 = F_i + F_m = F_{i,m}$  olarak alınır. O zaman  $F_i + F_u + F_m = 1$  olduğu görülür.

8) Tek fonksiyonlu elektrik alanında simetric bir dalga kılavuzu için  $F'_i + F'_u + F'_m = 1$  olduğunu göstermek için

$$\bar{q} + F'_u = \frac{1 - \alpha}{1 + \eta - 2\alpha} + \frac{\eta - \alpha}{\eta + 1 - 2\alpha} = 1$$

ifâdelerinden hareket edilebilir. Burada  $\bar{q}_{i,m} = 2k'_{1,3} = k'_i + k'_3 = F'_i + F'_m$  olarak alınır. O zaman  $F'_i + F'_u + F'_m = 1$  olduğu görülür.

### Sorular:

1)  $k_1 F_1 + k_3 F_3 = g_{th} F_2$ ,  $g'_{th} F'_2 = k'_1 F'_1 + k'_3 F'_3$  formüllerini çıkarınız.

$$4) k_{1,3} = \frac{g_{th} \Gamma_{II}}{K_{I,III}} \text{ olduğunu gösteriniz.}$$

$$6) k'_{1,3} = \frac{g'_{th} A_{II}}{q_{I,III}} \text{ olduğunu gösteriniz.}$$

**Cevaplar:**

1)  $k_1 F_1 + k_3 F_3 = g_{th} F_2$ ,  $g'_{th} F'_2 = k'_1 F'_1 + k'_3 F'_3$  olduğunu göstermek için çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit  $k_1 F_1 + k_2 F_2 + k_3 F_3 = k$  ve  $k'_1 F'_1 + k'_2 F'_2 + k'_3 F'_3 = k'$  absorpsiyon sâbiti tanımlarından hareket edilir. Eşik hâlinde toplam absorpsiyon sâbiti sıfır,  $k=0$  ve  $k'=0$ , ve  $k_2 = -g_{th}$  ve  $k'_2 = -g'_{th}$  olur. Bunların sonunda

$$0 = k_1 F_1 - g_{th} F_2 + k_3 F_3$$

$$0 = k'_1 F'_1 - g'_{th} F'_2 + k'_3 F'_3$$

elde edilir ki, buradan

$$g_{th} F_2 = k_1 F_1 + k_3 F_3$$

$$g'_{th} F'_2 = k'_1 F'_1 + k'_3 F'_3$$

bulunur.

$$4) g_{th} = \frac{K_{I,III} k_{1,3}}{F_{II}} \text{ olduğunu göstermek için}$$

$$g_{th} \Gamma_{II} = g_{th} (1 - \bar{K})$$

$$\bar{K} = 1 - F_{II}$$

İfâdelerinden hareket edilir.

$$g_{th} \Gamma_{II} = g_{th} (1 - \bar{K}) \rightarrow \bar{K} k_{1,3} = g_{th} \Gamma_{II} = g_{th} (1 - \bar{K})$$

$$\bar{K} k_{1,3} = g_{th} \Gamma_{II} = g_{th} (1 - \bar{K}) \rightarrow k_{1,3} = \frac{g_{th} \Gamma_{II}}{\bar{K}}$$

$$k_{1,3} = \frac{g_{th} \Gamma_{II}}{\bar{K}}$$

$$6) k'_{1,3} = \frac{g'_{th} \Gamma'_{II}}{\bar{q}} \text{ olduğunu göstermek için}$$

$$g'_{th} \Gamma'_{II} = g'_{th} (1 - \bar{q})$$

$$g'_{th} \Gamma'_{II} = g'_{th} (1 - \bar{q}) \rightarrow g'_{th} \Gamma'_{II} = g'_{th} (1 - \bar{q})$$

$$q k'_{1,3} = g'_{th} \Gamma'_{II} = g'_{th} (1 - \bar{q})$$

$$\bar{q} k'_{1,3} = g'_{th} \Gamma'_{II} = g'_{th} (1 - \bar{q}) \rightarrow k'_{1,3} = \frac{g'_{th} \Gamma'_{II}}{\bar{q}}$$

$$k'_{1,3} = \frac{g'_{th} \Gamma'_{II}}{\bar{q}'}$$

### 8.8. Asimetrik Kuantum Çukurunda Eşik Şartları

Absorpsiyon sâbiti  $k$ , alt enerji seviyesi  $E_1$  ve üst enerji seviyesi  $E_2$  olan iki seviyeli bir lazerde ( $N_1-N_2$ ) populasyon farkına bağlıdır.  $N_1$  and  $N_2$  sırasıyla alt ve üst enerji seviyelerindeki elektron konsantrasyonlarını gösterir.  $E_2 \rangle E_1$  için  $N_1 \rangle N_2$  için genel olarak absorpsiyon sâbiti  $k$  pozitifdir. Bu kuantum çukurunun kayıplı olduğunu gösterir. Bu durumda, bir zayıflama olur. Populasyon inversiyonunda ( $N_2 \rangle N_1$  durumundan) absorpsiyon sâbiti, negatif olur. Bu durum, kuantum çukurunda bir amplifikasyona karşı gelir.

Kuantum çukurundaki kayıplar taşıyıcı absorpsiyonundan, malzeme hatâlarındaki saçınımdan, homojensizlikten ve diğer radyatif olmayan geçişlerden ileri gelir. Kayıp aktif bölgenin dışında baskındır.  $k_1$ ,  $k_3$  ile temsil edebileceğimiz I ve III bölgelerine âit bu kayıplar, simetrik bir kuantum çukurunda  $k_1=k_3=k_{1,3}$  olduğu görülür. Unutmamak gerekir ki burada asimetrik bir kuantum çukurunda absorpsiyon sâbiti ve hapsedicilik faktörünü, sırasıyla,  $k_i(k'_i)$  ve  $F_i(F'_i)$ ,  $i=I, II, III$ , ile ve simetrik bir kuantum çukurunda  $k_{1,3}(k'_{1,3})$  ve  $\Gamma_{II}(\Lambda'_{II})$  ile gösteriyoruz.

Aktif bölgede zorlanmış emisyon oranı artarken, dalga kılavuzundaki (optik boşluktaki) çevrim kazancı, kayıpları yenerek lazer çalışmaya başlar. Bu durumun meydana geldiği andaki kazanca eşik kazanç sâbiti denir. Eşik kazancında lazer modları ortaya çıkar. *W optik tesir mod genişliğinde* optik modun yayılımı başlar. Görüldüğü gibi, bu eşik hâli kazanç profilinde önemli bir geçiş noktasıdır.

#### Sorular:

- 1) Malzemenin absorpsiyon sâbiti nedir ve nasıl değişir?
- 2) Kendiliğinden emisyon nedir?
- 3) Zorlanmış emisyon nedir?

#### Cevaplar:

1) Non absorptif (emici olmayan)  $n_o$  kırılma indisine sâhip olan bir ortamın  $\chi = \chi' + j\chi''$  süseptibilitesinde  $\chi' \gg 1$ ,  $\chi'' \ll 1$  ise, malzemenin kırılma indisi ve absorpsiyon sâbiti, sırasıyla,

$$n = n_o + \frac{\chi'}{2n_o}, \quad k_{ab} = \frac{k_o \chi''}{n_o}$$

olur.



Normal enerji dağılımında, enerji verildikçe malzeme içinde her atom konsantrasyonu dağılımına karşı enerji artışı üsteldir. Enerjinin  $E_2$ 'den  $E_3$ 'e geçişine karşı düşen ışığın bir dalga boyunda bu malzemenin absorpsiyon sâbiti,  $N_2-N_3$  atom sayısı farkı ile orantılıdır. İki enerji seviyesinin atom sayıları farkı büyüdükçe, absorpsiyon sâbiti de büyür. Eğer  $E_3-E_2$  enerji farkına karşı düşen dalga boyunda atom sayısı azalıyorsa, o zaman absorpsiyon sâbiti de azalır.

Demek ki  $E_3-E_2$  enerji farkında atom seviye farkı ya  $N_2-N_3 > 0$ -ki bu durumda absorpsiyon sâbiti büyür-ya da  $N_2-N_3 < 0$ -ki bu durumda absorpsiyon sâbiti küçülür-olur. Absorpsiyon sâbitinin küçüldüğü  $N_2-N_3 < 0$  durumunda üst enerji seviyesindeki atom sayısı alt enerji seviyesindeki atom sayısından büyük olur ( $N_3-N_2 > 0$  demektir).

Sonuç olarak atom sayısı  $N_2$ 'den  $N_3$ 'e yükselirken absorpsiyon sâbiti büyümekte, atom sayısı  $N_3$ 'ten  $N_2$ 'ye düşerken absorpsiyon sâbiti azalmaktadır. Eğer iki enerji seviyesindeki atom sayısı aynı ise, efektif olarak absorpsiyon sâbiti sıfır olur.

Buna göre  $k_{ab} = (N_2-N_3)B_{23}n_{\nu}/c$  ile verilebilir. Burada  $B_{23}$  absorpsiyona âit Einstein sâbitidir<sup>21</sup>. Yâni,

$$\left. \frac{dN_3}{dt} \right|_{\text{absorpsiyon}} = +B_{23}N_2\rho(f) = -\left. \frac{dN_2}{dt} \right|_{\text{absorpsiyon}}$$

olur<sup>22</sup>. Bu ifâde  $N_3$ 'ün zamanla artarken  $N_2$ 'nin zamanla azalmasını gösterir. 2 durumundaki atomlar elektromanyetik alandan foton absorbe ederler ve 3 durumuna geçerler. Dolayısıyla 2 durumundaki atomların azalması (-) olur. Bu sırada 3 durumundaki atomların sayısı artacağı için bunların zamanla değişiminin (+) olacağı da açıktır. Böyle bir durumda  $N_2-N_3$  farkı absorpsiyon (kayıp) sâbitini pozitif olarak verir. Denklemden

$$\rho(f) = \frac{8\pi n_{\nu}^3}{c^3} \frac{hf}{e^{hf/KT} - 1}$$

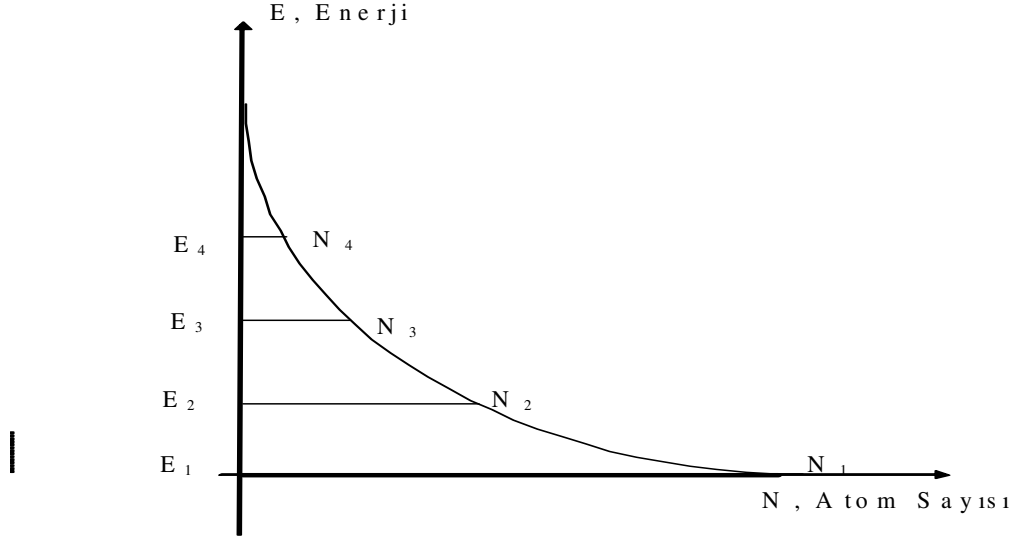
olarak verilen  $\rho(f)$  elektromanyetik alanın enerji yoğunluğunu gösterir. Denklemden bulunan  $K=1.38062 \times 10^{-23}$  J<sup>o</sup>/K olarak Boltzman sâbiti ve  $T$  <sup>o</sup>K olarak ortamın sıcaklığıdır. Ayrıca  $f$ , elektromanyetik alanın frekansı ve  $h=6.6262 \times 10^{-19}$  Js olarak Planck sâbitidir.

Işık enerjisinin emilmesi ya da emisyonu hallerinde ışığın dalga boyu bu konsantrasyonlara karşı düşen enerji farkına karşı düşmektedir.

Atomların enerjiye göre bu dağılımına atomların normal popülasyon dağılımı da denir.

<sup>21</sup> Bhattacharya, P., Op. Cit. p.254.

<sup>22</sup> Verdeyen, J. T., 1989, *Laser Electronics*, p.157 (New Jersey: Prentice-Hall, Inc.).



### 2) Kendiliğinden emisyon:

Atom konsantrasyon durumu  $N_3 - N_2 > 0$  iken enerji  $E_3$ 'ten  $E_2$ 'ye düşüyorsa, aradaki enerji farkı, bu farka karşı düşen bir ışık yayar. Buna kendiliğinden emisyon denir:

$$\left. \frac{dN_2}{dt} \right|_{\text{Kendiliğinden emisyon}} = -N_3 A_{32}$$

$A_{32}$  Einstein sâbiti olup  $A_{32} = 1/\tau$  şeklinde atom sayısındaki azalma süresi  $\tau = 1/A_{32}$  içinde meydana gelir.  $N_3, N_2$  arasında zamanda değişimin olmadığı bir denge durumu kurulmuş ise, o zaman

$$\frac{N_3}{N_2} = \frac{B_{23}\rho(f)}{A_{32} + B_{32}\rho(f)} = \frac{g_3}{g_2} e^{-h\nu/KT}$$

ilişkisi doğar.<sup>23</sup>

### 3) Zorlanmış emisyon emisyon:

Zorlanmış emisyon durumunda  $E_3$  enerji durumundaki atom sayısı  $E_2$  durumundaki atom sayısından daha fazladır. Bu duruma  $E_2$  ve  $E_3$  durumları arasındaki popülasyon inversiyonu da denir. Bu durumda absorpsiyon sâbiti negatiftir.

Zorlanmış emisyon durumunda denklem

<sup>23</sup> Verdeyen, J. T., Op. Cit. p.159.

$$\left. \frac{dN_3}{dt} \right|_{\text{zorlanmıo emisyon}} = -B_{32} N_3 \rho(f) = \left. \frac{dN_2}{dt} \right|_{\text{zorlanmıo emisyon}}$$

şekline girer. Bu durumda absorpsiyon sâbiti

$$k_{ab} = -(N_2 - N_3) B_{32} n_{II} / c$$

şeklinde negatif olarak elde edilir.  $B_{32}$  ile  $B_{23}$  arasında  $g_3 B_{32} = g_2 B_{23}$  ilişkisi bulunur. Atomun açısal momentum kuantum sayısı  $J_{2(3)}$  olmak üzere  $g_{3(2)} = J_{2(3)} + 1$ 'dir.

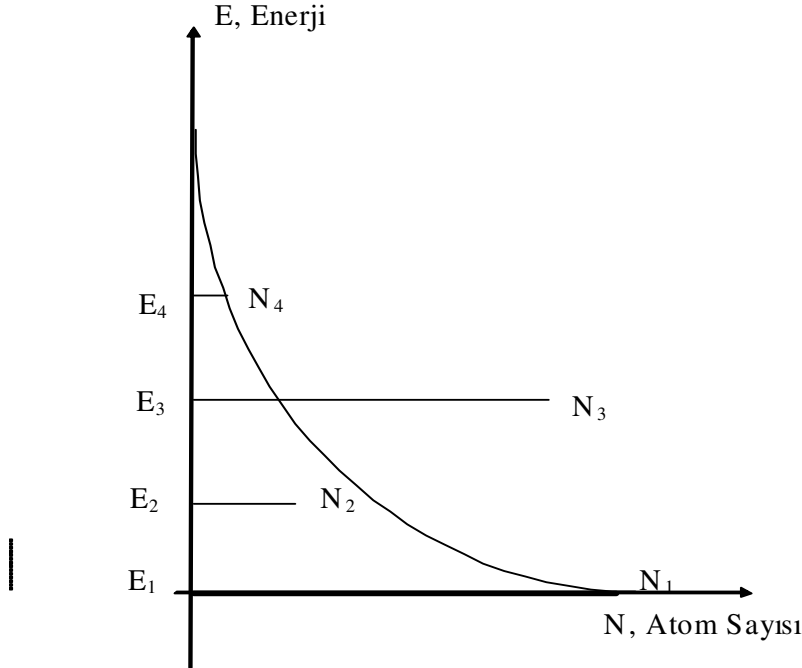
Diğer taraftan  $A_{32}$  ile  $B_{32}$  arasında da

$$\frac{A_{32}}{B_{32}} = \frac{8\pi n_{II}^3 h f^3}{c^3}$$

bağıntısı vardır<sup>24</sup>. Çalışan bir lazerde kazanç sâbiti  $g = -k = (N_3 - N_2) B_{32} n_{II} / c$  ya da daha genel olarak

$$g = -k_{ab} = (N_2 - N_1) B_{21} n_{II} / c$$

olur.



Populasyon inversiyonu varsa

$$T = e^{-kx}$$

<sup>24</sup> Verdeyen, J. T., Op. Cit. p.160.

transmisyon sâbitindeki  $k$  absorpsiyon sâbit negatif olur ve  $k=-g$  alınabilir. O zaman ifâde

$$T=G=e^{g \cdot x}$$

elde edilir ki bu lazerin çalışma prensibidir. Eşik inversiyonunun  $(N_2-N_1)_{th}=10^{18} \text{ cm}^{-3}=10^{24} \text{ m}^{-3}$  atom yoğunluğunda meydana geldiği bilinmektedir<sup>25</sup>. Eşik kazancı,  $\sigma$  absorpsiyon kesiti olmak üzere,  $g_{th}=\sigma(N_2-N_1)_{th}$  ile verilir. Kazan sâbiti ile  $\sigma$  absorpsiyon kesiti ya da zorlanmış emisyon arasında aşağıdaki ilişkiler vardır:

$$\sigma_{se} = A_{32} \frac{\lambda^2}{8\pi n_{II}^2} g(f)$$

$$\sigma_{ab} = A_{32} \frac{\lambda^2}{8\pi n_{II}^2} g(f) \frac{g_3}{g_1}$$

Kez, kazanç sâbiti

$$g(f) = (N_3 - N_2 \frac{g_3}{g_1}) \sigma_{se}$$

ile de belli olur<sup>26</sup>.

Işığın, bir dalga kılavuzunun  $2\ell_g$  kadar olan bir çevrim uzunluğunda yayılması sonundaki şiddeti genel olarak

$$G = G_0 (R_1 R_2) e^{2(g - g_0)\ell_g} \quad (99)$$

ile verilir. Burada  $G_0$  ışığın başlangıç şiddetidir. İfâdedeki  $g$  ve  $g_0$ , sırasıyla, çift fonksiyonlu elektrik alanı için birim uzunluk başına kazanç sâbitini ve lazer boşluğundaki toplam kaybı gösterir.  $g=g_0$  hâlinde birim uzunluk başına lazerin kazancı ile kaybı birbirine eşit olur ve çevrim kazancı tam olarak toplam kayba eşit olarak elde edilir:  $G = G_0$ . Dolayısıyla, eşik durumunda denklem

$$G_{th}=1 = R_1 R_2 e^{2(g_{th} - g_{0th})\ell_g} \quad (100)$$

şekline girer<sup>27</sup> ki buradan

$$g_{th} = g_{0th} + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2} = \text{eşik durumunda birim uzunluk başına toplam kılavuz kaybı} \quad (101)$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için

<sup>25</sup> Verdeyen, J. T., 1989, *Laser Electronics*, (New Jersey: Prentice-Hall, Inc.), p.257-385.

<sup>26</sup> Verdeyen, J. T., Op. Cit. p.176.

<sup>27</sup> Bhattacharya, P., Op. Cit. p.260-261.

$$g'_{th} = g'_{oth} + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2} = \text{eşik durumunda birim uzunluk başına}$$

toplam kılavuz kaybı (102)

bulunur. Burada,  $g'_o$  kuantum çukurunda tek fonksiyonlu elektrik alanı için birim uzunluk başına düşen toplam boşluk kaybı gösterir. (101) ve (102)'da sağ taraftaki ikinci terimler faydalı lazer çıkış kazançlarını verirler<sup>28</sup>.

GaAs'te tipik olarak  $10 \text{ cm}^{-1}$  civârında<sup>29</sup> olan birim uzunluk başına lazer kaybı  $g_o$ , aynaların geçiş sâbitlerine, aynalarda meydana gelen absorpsiyon, saçınım ve difraksiyon kayıplarına, gömlek bölgelerine geçen kayıp sâbitlerine ( $k_{1,3}$  ya da  $k'_{1,3}$ ) ve ortamdaki homojensizlik ve saçınıma bağlıdır. Sağdaki ikinci terim, aynalardan meydana gelen bir kayıptır.  $R_1$  ve  $R_2$  aynaların yansımaya sâbitlerini gösterirler.

Aynalar,  $n$  kırılma indisine sâhip olan, bir dielektrik ortamın yüzeylerinden meydana getirilmiş ise, gelen dalga yansımaya yüzeyine dik olmak üzere, Frensel yansımaya formülüne göre dielektrik malzeme ve hava arasında meydana gelen yansımaya

$$R = \left[ \frac{n-1}{n+1} \right]^2 \quad (103)$$

ile verilir<sup>30</sup>.  $n_1$  ve  $n_2$  [ $n_2 > n_1$ ] kırılma indislerine sâhip olan iki dielektrik arasında dik gelen bir yayılımda ise güç yansımalarının

$$R = \left[ \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right]^2 \quad (104)$$

olacağı açıktır. Kırılma indisi, TE ve TM yayılım moduna ve modun frekansına bağlıdır. Bu yüzden  $n$  yerine  $n_{eq}$  eşdeğer kırılma indisi alınır. Eğer kazanç kayıptan büyükse ( $g > g_o$ ) o zaman ışık şiddeti büyür ve kuantum çukuru net kazanç sağlar.

Normalize propagasyon sâbitinin  $\alpha = \eta^2/V^2$ , normalize frekansın  $V = k_o a NA$  ve aralığın  $NA = (n_{II}^2 - n_{I,III}^2)^{1/2}$  olduğunu hatırlayarak (94) ile verilen ve gömlek bölgelerine âit olan kayıp sâbitleri, kırılma indisleri, simetrik bir dalga kılavuzunda dalga boyu, aktif bölgenin yarı genişliği ve taşıyıcıların enerji öz değerlerinin ordinatı cinsinden çift fonksiyonlu elektrik alanında,

$$k_{1,3th} = g_{th} \frac{\alpha + \eta}{1 - \alpha} = g_{th} \frac{\eta^2 + \eta a^2 k_o^2 (n_{II}^2 - n_{II}^2)}{a^2 k_o^2 (n_{II}^2 - n_{II}^2) - \eta^2} \quad (105)$$

<sup>28</sup> Bhattacharya, P., Op. Cit. p.261.

<sup>29</sup> Iga, K., 1994, *Fundamentals of Laser Optics*, (New York: Plenum Press), p.59.

<sup>30</sup> Iga, K., Op. Cit. p.60.

ve tek fonksiyonlu elektrik alanında

$$k_{1,3th} = \frac{g'_{th} \Lambda_{II}}{\bar{q}_{I,III}} = \frac{g'_{th}}{\bar{r}} = g'_{th} \frac{\eta-1}{1-\alpha} = g'_{th} \frac{(\eta-1)ak_o^2 (n_{II}^2 - n_{I,III}^2)}{ak_o^2 (n_{II}^2 - n_{I,III}^2) - \eta^2}. \quad (106)$$

olarak elde edilir.

**Sorular:**

1)  $G_{th} = I = R_1 R_2 e^{2(g_{th} - g_o)l_g}$  formülüünden hareket ederek kazanç olayını irdeleyiniz.

**Cevaplar:**

1) Eşik durumunda net modal kazanç sıfırdır. Yâni, eşik durumunda aktif bölgede üretilen kazanç ile toplam kılavuz kaybı birbirine eşittir. Toplam kılavuz kaybı eşik durumunda

$$g_{oth} + \frac{1}{2l_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

olup bu eşik kazancına eşit olduğunda yâni,

$$g_{th} = g_{oth} + \frac{1}{2l_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

ya da

$$g_{th} - g_{oth} = \frac{1}{2l_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

olduğunda net modal kazanç olmaz ancak kazanç kayıpları karşılamış olur. Bu durumda

$$G_{th} = I = R_1 R_2 e^{2(g_{th} - g_{oth})l_g} = R_1 R_2 e^{\ln \frac{1}{R_1 R_2}}$$

elde edilir. Bu demektir ki, eşik durumunda lazerin  $l_g$  uzunluğundaki yansıtıcı yüzeylerin etkisi ancak sonucu 1 edebilmektedir.

$$I = R_1 R_2 e^{\ln \frac{1}{R_1 R_2}} \rightarrow \ln \frac{1}{R_1 R_2} = \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

Bu sonucun anlamı şudur:  $g_o = g_{th}$  olduğunda  $\ln \frac{1}{R_1 R_2} = \ln \frac{1}{R_1 R_2}$  sonucu ortaya çıkar. Kazan sabiti yerine modal kazanç alınırsa,  $g_{th} \rightarrow g_{th} \Gamma_{II}$ . o zaman

$$\begin{aligned}
R_1 R_2 e^{2(g_{th} - g_{oth})\ell_g} &= R_1 R_2 e^{2g_{th}\bar{K}\ell_g + \ln \frac{1}{R_1 R_2}} = R_1 R_2 e^{\ln \frac{1}{R_1 R_2}} e^{2g_{th}\bar{K}\ell_g} \\
&= R_1 R_2 e^{\ln \frac{1}{R_1 R_2}} e^{2g_{th}\bar{K}\ell_g} = G_{th} e^{2g_{th}\bar{K}\ell_g} = e^{2g_{th}\bar{K}\ell_g} = e^{2g_{th}(1 - \Gamma_{II})\ell_g} \\
&= e^{2g_{th}\ell_g} e^{-2g_{th}\Gamma_{II}\ell_g} = e^{2g_{th}\ell_g} e^{-2k_{1,3th}\ell_g}
\end{aligned}$$

Bu sonuç eşik durumunun sağlanmasında  $e^{2g_{th}\ell_g}$  kazanç faktörü ile gömlek bölgelerine geçen  $e^{-2k_{1,3th}\ell_g}$  kayıp faktörünün birbirinin zıt yönde etkidiklerini göstermektedir.

sonucu da yansıtıcı yüzeylerden başka kazanca kazanç sâbiti ile malzemenin cinsinin de etkili olduğunu gösterir. Başka bir ifâdeyle, aktif bölgede üretilen  $k_2 = -g_{th}$  kazancın

$$g_{th} - g_{th}\Gamma_{II} = g_{th}(1 - \Gamma_{II}) = \bar{K} g_{th}$$

farkı gömlek bölgelerine geçer. Üretilen kazançtan geriye kalanı ise kılavuz kaybı tarafından sıfırlanır. O zaman net kazanç 1 olur. Bu kadarlık bir kuvvetlendirme aktif bölgede  $k_2 = -g_{th}$  ile ifâde edilen absorpsiyonun azalması demektir. Yâni, eşik anındaki absorpsiyon

$$k_2 = -g_{oth} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

ile ortaya çıkar.

$$g_{oth} + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

ifâdesinde  $\frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$  terimi, aktif bölge uzunluğu ile yansıtıcı aynaların toplam kılavuz

kayıbı içindeki katkısını göstermektedir. Kılavuza âit  $g_{oth}$  kaybı bir an için sâbit kabul

edilse  $g_{th} = g \rangle g_{oth} = g_o \rightarrow g \rangle g_o$ , olması için  $G \rangle G_{th}$  olmak üzere,  $G = R_1 R_2 e^{2(g - g_o)\ell_g}$  olmalıdır. Bu durumda kuvvetlendirme başlamış sonuç 1'den büyük olmaya başlamıştır.

Kuvvetlendirmede  $\frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \rightarrow \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}$  olur. Bu sonuç

$$G = R_1 R_2 e^{2(g - g_o)\ell_g} \rightarrow \frac{G}{R_1 R_2} = e^{2(g - g_o)\ell_g} \rightarrow \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2} = g - g_o$$

$$g - g_o = \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2} \rightarrow g = g_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}$$

$$G = R_1 R_2 e^{\ln \frac{G}{R_1 R_2}}$$

Görüldüğü gibi  $G = R_1 R_2 e^{\ln \frac{G}{R_1 R_2}}$  bir genel ifâdedir.  $G$ , kuvvetlendirme olup

$G \geq 1$ 'dir.  $G=1$  ise  $1 = R_1 R_2 e^{\ln \frac{1}{R_1 R_2}}$  durumu daha önce elde edilmiştir.  $G = R_1 R_2 e^{\ln \frac{G}{R_1 R_2}}$  ifâdesi kuvvetlendirmenin aynalardan olan yansımaya bağlı olduğunu açıkça gösterir. Bu bir teknoloji beceriye bağlıdır.

$$k_2 = -g_{oth} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

$$g_{th} = -k_2 = g_{oth} + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

$$g = -k_2 = g_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}$$

sonuçları incelendiğinde toplam kayıp ve  $G$  kazancının sâbit olması hâlinde bile kazanç sâbitinin her hâlükârda

$$g_{th} - g_{oth} = \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

$$g - g_o = \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}$$

ifâdelerinden görüldüğü gibi aynaların yansıtıcılığına doğrudan bağlıdır.

$$g_{th} - g_{oth} = \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

durumunda yansıtıcılık ne kadar büyürse  $g_{th} - g_{oth}$  farkı o derece sifıra yaklaşır. Yansıtıcılık ne kadar %100 ise  $g_{th} - g_{oth} = 0$  olur.

$$g - g_o = \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}$$

durumunda yansıtıcılık ne kadar büyürse  $g - g_o$  farkı hem  $G$ 'ye ve hem de yansıtıcılığa bağlıdır.  $G$  kazancı ne kadar büyürse  $g - g_o$  farkı da o derece büyür. Yansıtıcılık büyükçe fark küçülür. Ama bu durumda  $G \geq 1$  için her hâlükârda  $g - g_o$  farkı pozitif olduğu için bir kuvvetlendirme vardır. Işık şiddeti, kuvvetlendirmenin ışığın aynalar arasındaki tur sayısının üstel kuvveti ile artar.



Sonuç olarak bir kuvvetlendirmenin söz konusu olması için malzemenin, kuantum çukurundaki kayıplar ve taşıyıcı absorpsiyonundan, malzeme hatâlarındaki saçınımından, homojensizlikten ve diğer radyatif olmayan geçişlerden ileri gelen, toplam kayıp sâbitini aşacak şekilde kazanç sâbiti sağlayan bir kuvvetlendirme gerekir. Bu da kazancın kayba eşit olduğu eşik durumundaki miktardan daha fazla bir kazanç sağlamakla mümkündür. Başka bir ifâdeyle, bu populasyon inversiyonunda ( $N_2 \rangle N_1$  durumundan) absorpsiyon sâbitinin negatif yapılması demektir. Bu, kılavuzun yeteri kadar elektron kaynağı ile sürülmesine bağlıdır. Böylece, aktif bölgede zorlanmış emisyon oranı artarken, dalga kılavuzundaki (optik boşluktaki) çevrim kazancı, kayıpları yenerek lazer çalışmaya, kazanç sağlamaya başlar.

$g_{\Gamma_{II}}$  ve  $g_{\Lambda_{II}}$ , sırasıyla, Modal Kazanç ve Eşik Modal Kazanç adlarını alırlar<sup>31</sup> ki bunlar,

$$g_{th} \rightarrow g_{th} \Gamma_{II} = \bar{K}_{I,III} k_{1,3th}, \quad (107)$$

$$g'_{th} \rightarrow g'_{th} \Lambda_{II} = \bar{q}_{I,III} k'_{1,3}. \quad (108)$$

olarak verilir. Anlaşılan şudur ki, çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanları genlikçe değişmeyecek şekilde yayılmaları için en azından kazançları kayıplar toplamına eşit olması lâzımdır. Yâni, aktif bölgedeki dalga kılavuzu modu tarafından kazanılan güç, kılavuzun pasif bölgeleri tarafından kılavuz modundan çekilen güce eşit olur. Kuantum çukurunun kılavuz boşluğu göz önüne alınarak eşik durumunda çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanında  $g$  kazancı modal kazançla eşit alınır. O zaman

$$g_{th} \Gamma_{II} = g_{oth} + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \quad (109)$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alan

$$g'_{th} \Lambda_{II} = g'_{oth} + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \quad (110)$$

ya da

$$g_{th} = \frac{1}{\Gamma_{II}} (g_{oth} + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}) \quad (111)$$

veyâ

$$g'_{th} = \frac{1}{\Lambda_{II}} (g'_{oth} + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}), \quad (112)$$

yazılabilir<sup>32</sup>.

Aynı bir simetrik kuantum çukuru boşluğunda çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit eşik durumundaki kayıplar da sırasıyla

<sup>31</sup> Bhattacharya, P., Op. Cit. p.261-263.

<sup>32</sup> Bhattacharya, P., Op. Cit. p.261-263.

$$g_{\text{oth}} = g_{\text{th}} \Gamma_{\text{II}} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \quad (113)$$

ve

$$g'_{\text{oth}} = g_{\text{th}} \Lambda_{\text{II}} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \quad (114)$$

ya da

$$g_{\text{oth}} = g_{\text{th}} \Gamma_{\text{II}} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2} = (1 - \Gamma_{\text{II}}) k_{1,3\text{th}} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \quad (115)$$

ve

$$g'_{\text{oth}} = g_{\text{th}} \Lambda_{\text{II}} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2} = (1 - \Lambda_{\text{II}}) k'_{1,3\text{th}} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \quad (116)$$

olarak bulunur. (115) ve (116)'ten simetrik bir optik dalga kılavuzunda çift ve tek fonksiyonlu alanlar için kayıp sâbitleri boşluk ve aynaların yansımaya sâbitleri cinsinden

$$k_{1,3\text{th}} = \frac{g_{\text{oth}} + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}}{(1 - \Gamma_{\text{II}})} = \frac{g_{\text{oth}} + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}}{\bar{K}} \quad (117)$$

ve

$$k'_{1,3\text{th}} = \frac{g'_{\text{oth}} + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}}{(1 - \Lambda_{\text{II}})} = \frac{g'_{\text{oth}} + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}}{\bar{q}} \quad (118)$$

olarak elde edilirler. Herhangi bir kazanç durumunda ise absorpsiyon sâbitinin

$$k_{1,3\text{th}} = \frac{g_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}}{(1 - \Gamma_{\text{II}})} = \frac{g_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}}{\bar{K}} \quad (119)$$

ve

$$k'_{1,3\text{th}} = \frac{g'_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}}{(1 - \Lambda_{\text{II}})} = \frac{g'_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}}{\bar{q}} \quad (140)$$

olacağı açıktır. Kazanç malzeme özelliklerinden ve aynaların yansıtıcılık özelliklerinden meydana gelir. Aynaların yansıtıcılık özellikleri hesaba katılmazsa, bu durumda  $\frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2} = 0$  alınabilir. O zaman eşik durumunda kazanç için sâdece malzeme özellikleri kalır:

$$g_{\text{th}} \Gamma_{\text{II}} = g_{\text{oth}} \quad (141)$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alan

$$g'_{\text{th}} \Lambda_{\text{II}} = g'_{\text{oth}} \quad (142)$$

ya da

$$g_{th} = \frac{g_{oth}}{\Gamma_{II}} \quad (143)$$

veyâ

$$g'_{th} = \frac{g'_{oth}}{\Lambda_{II}}, \quad (144)$$

olur. Aynı zamanda (115) ve (116)'ten simetrik bir optik dalga kılavuzunda çift ve tek fonksiyonlu alanlar için I ve III bölgelerinin kayıp sâbitleri boşluk ve aynaların yansımâ sâbitleri cinsinden

$$k_{1,3th} = \frac{g_{oth}}{(1-\Gamma_{II})} = \frac{g_{th}}{(1-\Gamma_{II})} = \frac{g_{oth}}{\bar{K}}, g_{th} \rightarrow g_{th}\Gamma_{II} \rightarrow k_{1,3th} = \frac{g_{th}\Gamma_{II}}{(1-\Gamma_{II})} = \frac{g_{th}\Gamma_{II}}{\bar{K}} \quad (145)$$

ve ben zer şekilde

$$k'_{1,3th} = \frac{g_{th}\Lambda_{II}}{(1-\Lambda_{II})} = \frac{g_{th}\Lambda_{II}}{\bar{q}} \quad (146)$$

olarak elde edilirler. Bu sonuçlar gösteriyor ki, lazer aynalarının eşik durumunda bir fonksiyonu yoktur. Kuvvetlendirme modal kazanç tarafından meydana getirilerek ancak toplam kayıp karşılanabilmektedir.

Herhangi bir kazanç durumunda ise absorpsiyon sâbitinin

$$k_{1,3} = \frac{g_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}}{(1-\Gamma_{II})} = \frac{g_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}}{\bar{K}} = \frac{g\Gamma_{II}}{\bar{K}} \quad (147)$$

ve

$$k'_{1,3} = \frac{g'_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}}{(1-\Lambda_{II})} = \frac{g'_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}}{\bar{q}} = \frac{g\Lambda_{II}}{\bar{q}} \quad (148)$$

olacağı açıktır.

$g_{th}\Gamma_{II}$  ve  $g'_{th}\Lambda_{II}$  eşik modal kazançları dikkate alınarak  $\ell_g$  uzunluğunda aynı bir simetrik kuantum çukuru boşluğunun eşik şartlarında çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanları için güç kazançları, sırasıyla,

$$G_{th} = e^{g_{th}\Gamma_{II}\ell_g} = e^{\ell_g(1-\Gamma_{II})k_{1,3th}} = e^{\ell_g\bar{K}k_{1,3th}} \quad (149)$$

ve

$$G'_{th} = e^{\ell_g g'_{th}\Lambda_{II}} = e^{\ell_g(1-\Lambda_{II})k'_{1,3th}} = e^{\ell_g\bar{q}k'_{1,3th}} \quad (150)$$

bulunur. Bu denklemlerden absorpsiyon sâbitleri çekilir, (69) ve (71) denklemleri sırasıyla kullanırsa

$$k_{1,3th} = \frac{\ln G_{th}}{\ell_g \bar{K}} = \frac{(1+\eta)\ln 1}{\ell_g(1-\alpha)} = \frac{(1+V\sqrt{\alpha})\ln 1}{\ell_g(1-\alpha)} \quad (151)$$

$$k'_{1,3th} = \frac{\ln G'_{th}}{\ell_g \bar{q}} = \frac{(1+\eta-2\alpha)\ln 1}{\ell_g(1-\alpha)} = \frac{(1+V\sqrt{\alpha}-2\alpha)\ln 1}{\ell_g(1-\alpha)} \quad (152)$$

olur. Burada  $\ln G_{th} = \ln 1$  sıfır ettiği için, logaritmadaki 1 yerine  $\ln 1.00000001$  şeklinde 1' re çok yakın bir kesirli 1 seçilerek logaritmanın sıfır olması önlenir. Ondalık noktasından sağa doğru kullanılan rakam sayısı 1' re yakınlık için gerekli hassasiyeti artırır. Pratikte ondalık noktasından sonra,  $\ln 1.01$  ya da  $\ln 1.001$  gibi 2 ya da üç basamak yeterli olmaktadır.

Benzer şekilde (107) ve (108)'dan eşik kazanç sâbitleri çekilir ve sırasıyla (151) ve (190) kullanılırsa,

$$g_{th} = \frac{\ln G_{th}}{\ell_g \Gamma_{II}} \quad (153)$$

$$g'_{th} = \frac{\ln G'_{th}}{\ell_g \Lambda_{II}} \quad (154)$$

bulunur. Bu eşik kazanç ifâdeleri, kazancın hem kılavuzun aktif bölge uzunluğu ve kırılma insine bağlı olduğunu gösterir.

Toplam kayıp sâbiti de bulunabilir. (151) ve (152) formülleri (115) ve (116)'da kullanılarak çift ve tek fonksiyonlu alanlara ilişkin toplam kayıp sâbiti

$$g_{oth} = \frac{\ln G_{th}}{\ell_g}, \rightarrow g_{th} \Gamma_{II} = \frac{\ln G_{th}}{\ell_g} \rightarrow g_{th} = \frac{\ln G_{th}}{\ell_g \Gamma_{II}} \quad (155)$$

$$g'_{oth} = \frac{\ln G'_{th}}{\ell_g}, \rightarrow g'_{th} \Lambda_{II} = \frac{\ln G'_{th}}{\ell_g} \rightarrow g'_{th} = \frac{\ln G'_{th}}{\ell_g \Lambda_{II}} \quad (156)$$

olarak elde edilir.

### Sorular:

1) Asimetrik bir dalga kılavuzunda  $A=100 A^\circ$ ,  $\lambda = 1.55 \mu m$   $n_{II}=3.355$  ve  $n_{I,III}=3.353$  için  $\alpha = 2.20448 \times 10^{-5}$  ve  $\eta = 2.20451 \times 10^{-5}$  olduğuna göre çift fonksiyonlu elektrik alanında  $g_{th} = 0.055025266 m^{-1}$  için aktif bölgenin absorpsiyon (kayıp) sâbitini bulunuz.

2) Çift elektrik alanında eşik durumundaki  $G = R_1 R_2 e^{2(g - g_o) \ell_g}$  denkleminde elde edilen toplam kılavuz kaybı  $g_o = g - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}$  olduğuna göre, aynaların geçiş

sâbitlerinden, aynalarda meydana gelen absorpsiyon, saçınım ve difraksiyon kayıplarından, ortamdaki homojensizlik ve saçınımından ileri gelen kayıpları ihmal dip, kılavuz kaybının  $k_{1,3} = g - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}$  şeklinde, sâdece gömlek bölgelerine geçen

kayıplardan meydana geldiğini farz ederek kazanç sâbitini hesaplayınız 3) Absorpsiyonun ütsel kânunu nedir? Absorpsiyon sâbitini ve lazer kuvvetlendirmesini tanımlayınız.

4) Çift ve tek fonksiyonlu alanda gömlek bölgelerine âit  $k_{1,3th}$  ve  $k'_{13th}$  absorpsiyon sâbitleri, sırasıyla,  $k_{1,3th} = \frac{g_{th}}{R}$ ,  $k'_{1,3th} = \frac{g'_{th}}{\bar{r}}$  olduğuna göre,  $g_{th} = 0.055025266 \text{ m}^{-1}$ ,  $g'_{th} = 0.0252$  için, bunların  $\bar{R}$  ve  $\bar{r}$ 'ye göre değişimini çiziniz.

5)  $g_{th} = 0.055025266 \text{ m}^{-1}$  için  $k_{1,3th} = g_{th} \frac{\alpha + \eta}{1 - \alpha}$  ve  $g'_{th} = 0.0252$  için  $k'_{13th} = g'_{th} \frac{\eta - 1}{1 - \alpha}$  sâbitlerini  $\alpha$ 'ya göre çiziniz.

6)  $\eta = 1.71446$ ,  $g_{th} = 0.055025266 \text{ m}^{-1}$ ,  $g'_{th} = 0.0252$  için  $k_{1,3th} = g_{th} \frac{\alpha + \eta}{1 - \alpha}$  ve  $k'_{13th} = g'_{th} \frac{\eta - 1}{1 - \alpha}$  gömlek kayıp sâbitlerini  $\alpha$ 'ya göre çiziniz.

7)  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_{II} = 3.353$ ,  $n_{III} = 3.354$ ,  $A = 100 \text{ A}^\circ$  için  $V = 0.00331980307875$ ,  $\alpha = 1.1020900000000000 \times 10^{-5}$ ,  $\Gamma_{II} = 2.204165331944166 \times 10^{-5}$ ,  $\zeta = 0.00331978478509$ ,  $\eta = 1.102099624042003 \times 10^{-5}$ ,  $\bar{R} = 4.536764751057300 \times 10^4$  ve  $\bar{K} = 0.99997795834668$  olduğuna göre,  $\ell_g = 0.05 \text{ m}$  ve  $G = 5$  için çift fonksiyonlu elektrik alanında

a) Kazanç sâbitini bulunuz.

b) Absorpsiyon sâbitini bulunuz.

c)  $R_1 = 0.95$  ve  $R_2 = 0.85$  için toplam kayıp sâbitini bulunuz.

8)  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_{II} = 3.353$ ,  $n_{III} = 3.354$ ,  $A = 100 \text{ A}^\circ$  için  $V = 0.00331980307875$ ,  $\alpha = 1.1020900000000000 \times 10^{-5}$ ,  $\Gamma_{II} = 2.204165331944166 \times 10^{-5}$ ,  $\zeta = 0.00331978478509$ ,  $\eta = 1.102099624042003 \times 10^{-5}$ ,  $\bar{R} = 4.536764751057300 \times 10^4$  ve  $\bar{K} = 0.99997795834668$  olduğuna göre,  $\ell_g = 0.005$  için bu dalga kılavuzunun eşik kazanç sâbiti ve kayıp absorpsiyon) sâbiti bulmak

### Cevaplar:

1) Asimetrik bir dalga kılavuzunda  $A = 100 \text{ A}^\circ$ ,  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_{II} = 3.355$  ve  $n_{III} = 3.353$  için  $\alpha = 2.20448 \times 10^{-5}$  ve  $\eta = 2.20451 \times 10^{-5}$  olduğuna göre çift fonksiyonlu elektrik alanında  $g_{th} = 0.055025266 \text{ m}^{-1}$  için aktif bölgenin absorpsiyon (kayıp) sâbitini bulmak için

$$k_{1,3th} = \frac{g_{th} \Gamma_{II}}{\bar{K}_{I,III}}$$

formülünden faydalanılır.

$$k_{1,3th} = \frac{g_{th} \Gamma_{II}}{\bar{K}_{I,III}} = \frac{g_{th} \frac{\alpha + \eta}{1 + \eta}}{1 - \alpha} = g_{th} \frac{\alpha + \eta}{1 - \alpha} = 0.055025266 \left( \frac{2.20448 \times 10^{-5} + 2.20451 \times 10^{-5}}{1 - 2.204481 \times 10^{-5}} \right)$$

$$= 2.426111958566305 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$$

2) Soruda söz konusu ihmaller yapılırsa, kılavuz toplam kaybı gömlek bölgelerine geçen kayba eşit olur:  $k_{1,3} = \frac{g \Gamma_{II}}{K_{I,III}}$ . Böyle bir durumda kazanç sâbiti hesaplanabilir:

$$k_{1,3} = \frac{g \Gamma_{II}}{K_{I,III}}$$

$$k_{1,3} = g - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2} \rightarrow \frac{g \Gamma_{II}}{K_{I,III}} = g - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2} \rightarrow g \left( \frac{\Gamma_{II}}{K_{I,III}} - 1 \right) = - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}$$

$$g \left( 1 - \frac{\Gamma_{II}}{K_{I,III}} \right) = \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}, \quad g = \frac{\frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}}{\left( 1 - \frac{\Gamma_{II}}{K_{I,III}} \right)}$$

Burada  $R_1$  ve  $R_2$ 'nin kullanıcı tarafından verildiğine ve dolayısıyla uyum için uygun değerler olmasına dikkat edilmelidir.

3) Güç transmisyon sâbiti şöyle tanımlanır:  $X$  kalınlığındaki bir malzeme üzerine dik olarak gelen  $P_o$  gücününün  $P$  kadar kısmı  $x$  kalınlığını geçiyorsa, o zaman güç geçiş (transmisyon) sâbiti

$$T = P/P_o$$

olarak tanımlanır.  $k_{ab}$ , malzemenin absorpsiyon sâbiti ise, transmisyon sâbiti ile absorpsiyon sâbiti arasında

$$T = \exp(-k_{ab}x)$$

ilişkisi bulunur. Buna transmisyonun üstel kânunu denir. Buradan absorpsiyon sâbiti

$$k_{ab} = \frac{1}{x} \ln \frac{1}{T}$$

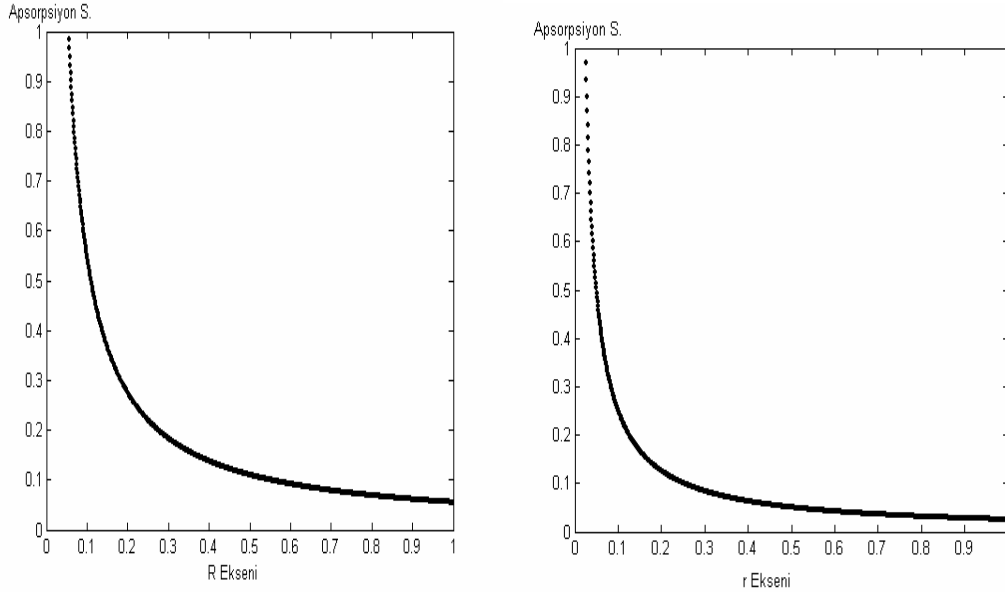
olarak elde edilir. Burada  $k_{ab}$  yerine  $g$  ve  $1/T$  yerine  $G$  alınır

$$g = \frac{1}{x} \ln G \rightarrow G = e^{gx}$$

bulunur ki,  $G = e^{gx}$  'e  $x$  kalınlığındaki bir malzemede lazer kuvvetlendirmesi denir. Bu durum yâni lazer kuvvetlendirmesi zorlanmış emisyon durumunda elde edilir. Zorlanmış emisyonun oluşum hızı, absorpsiyonun hızından daha büyüktür. Dolayısıyla,  $x$  kalınlığındaki malzemeye düşürülen ışık  $x$  kalınlığını geçtiğinde daha da kuvvetlendirilmiş olarak elde edilir. Böyle bir optik kuvvetlendirmenin kazancı,  $N_2-N_3$  farkına bağlıdır. Dolayısıyla, popülasyon inversiyonu, daha büyük bir kazanç sağlar.

Görüldüğü gibi güç tranmisyon sâbiti ile lazer kuvvetlendirmesi arasında  $T=1/G$  ilişkisi vardır.

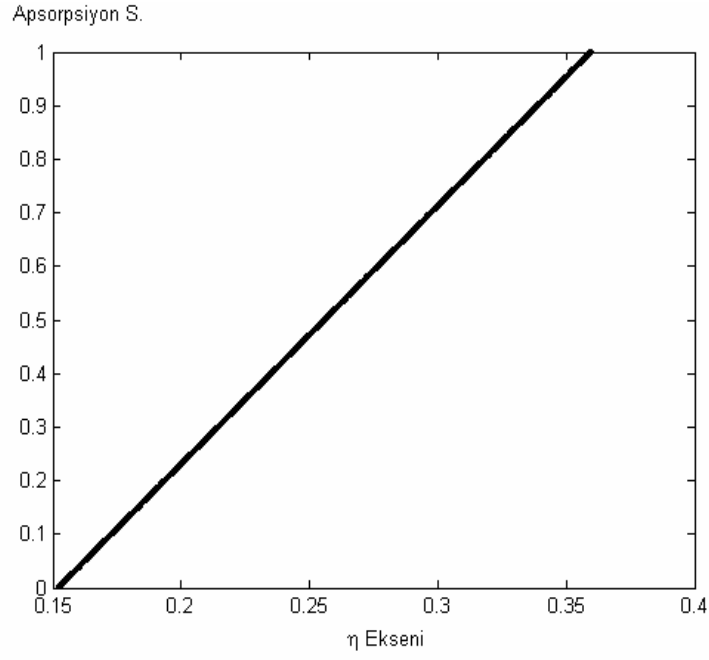
4)



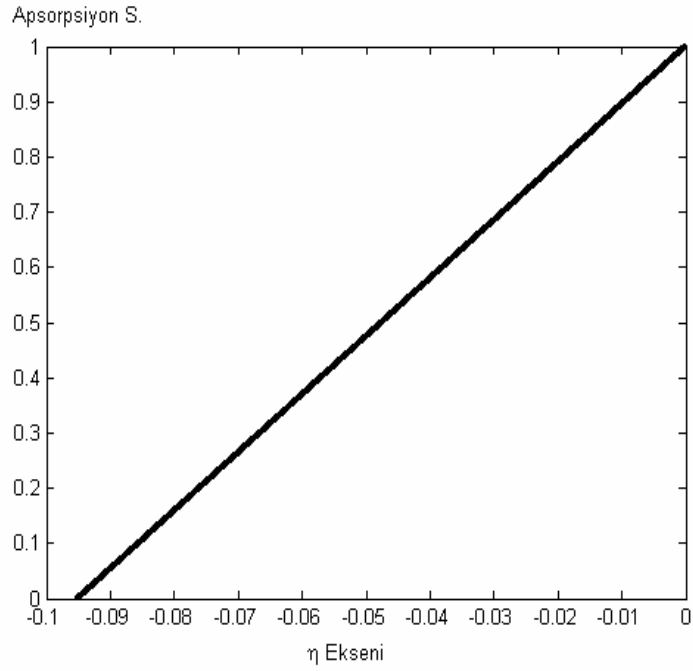
Görüldüğü gibi, aktif bölgeden gömlek bölgelerine kaçan gücün aktif bölge gücüne oranı büyüdükçe gömlek bölgelerinin absorpsiyon sâbitleri azalmakta, tersine bu kaçak yüzdesi azaldıkça gömlek bölgelerinin absorpsiyon sâbitleri artmaktadır.

5)  $g_{th} = 0.055025266 \text{ m}^{-1}$  için  $k_{1,3th} = g_{th} \frac{\alpha + \eta}{1 - \alpha}$  ve  $g'_{th} = 0.0252$  için  $k'_{1,3th} = g'_{th} \frac{\eta - 1}{1 - \alpha}$  sâbitleri aşağıda  $\alpha$  'ya göre çizilmişlerdir.

BÖLÜM VIII



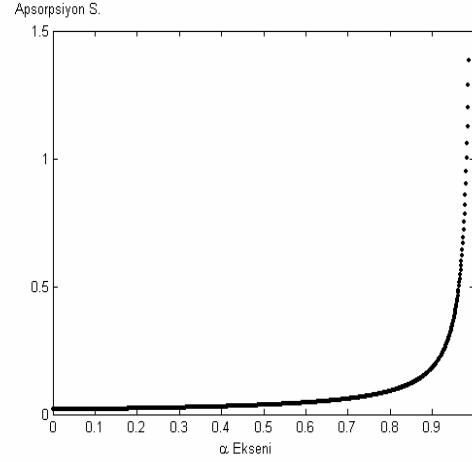
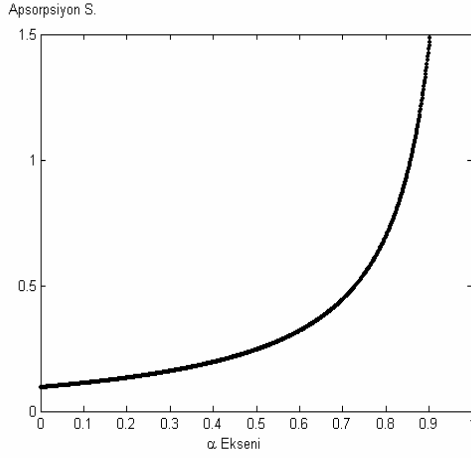
$$k_{1,3th} = g_{th} \frac{\alpha + \eta}{1 - \alpha}$$



$$k'_{13th} = g'_{th} \frac{\eta - 1}{1 - \alpha}$$



6)  $\eta = 1.71446$   $g_{th} = 0.055025266 \text{ m}^{-1}$   $g'_{th} = 0.0252$  için  $k_{1,3th} = g_{th} \frac{\alpha + \eta}{1 - \alpha}$  ve  $k'_{1,3th} = g'_{th} \frac{\eta - 1}{1 - \alpha}$  gömlek kayıp sâbitlerini  $\alpha$ 'ya göre çizmişlerdir.



7)  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_{II} = 3.353$ ,  $n_{III} = 3.354$ ,  $A = 100^\circ$  için  $V = 0.00331980307875$ ,  $\alpha = 1.1020900000000000 \times 10^{-5}$ ,  $\Gamma_{II} = 2.204165331944166 \times 10^{-5}$ ,  $\zeta = 0.00331978478509$ ,  $\eta = 1.102099624042003 \times 10^{-5}$ ,  $\bar{R} = 4.536764751057300 \times 10^4$  ve  $\bar{K} = 0.99997795834668$  olduğuna göre,  $l_g = 0.05$  ve  $G = 5$  için çift fonksiyonlu elektrik alanında

a) Kazanç sâbitini bulmak için  $g = -k_2 = \frac{\ln G}{l_g \Gamma_{II}}$  formülünden faydalanılır.

$$g = -k_2 = \frac{\ln G}{l_g \Gamma_{II}} = \frac{\ln 5}{0.05 \times 2.204165331944166 \times 10^{-5}} = 1460360.426787503 \text{ m}^{-1}$$

b) Absorpsiyon sâbitini bulmak için  $\frac{k_{1,3}}{g} = \frac{\eta + \alpha}{1 - \alpha} = \frac{1}{\bar{R}}$  formülü kullanılabilir.

$$\frac{k_{1,3}}{g} = \frac{\eta + \alpha}{1 - \alpha} = \frac{1}{\bar{R}} \rightarrow k_{1,3} = \frac{\eta + \alpha}{1 - \alpha} = \frac{g}{\bar{R}}$$

$$k_{1,3} = \frac{\eta + \alpha}{1 - \alpha} = \frac{g}{\bar{R}} = \frac{1460360.426787503}{4.536764751057300 \times 10^4} = 32.18946775777086 \text{ m}^{-1}$$

Bu sonuç

$$k_{1,3} = \frac{\ln G}{l_g \bar{K}_{I,III}} = \frac{\ln 5}{0.05 \times 0.99996376718437} = 32.18946775777088 \text{ m}^{-1}$$

ile yum içindedir.

c)  $R_1=0.95$  and  $R_2=0.85$  için toplam kayıp sâbitini bulmak için aktif bölge uzunluğunu bulunuz. Bunun için  $g_o = g\Gamma_{II} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}$  formülü kullanılabilir.

$$g_o = g\Gamma_{II} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2} = 1460360.4267877503 \times 2.204165331944166 \times 1e-005 - \left( \frac{1}{2 \times 0.05} \right) \frac{\ln 5}{0.95 \times 0.85}$$

$$= 17.78852429532972 \text{ m}^{-1}$$

Bu aktif bölge genişliği aşağıda (b)'de bulunan absorpsiyon sâbitini doğrulamaktadır.

$$k_{1,3} = \frac{g_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}}{1 - \Gamma_{II}} = \frac{g_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}}{\bar{K}} = \frac{g\Gamma_{II}}{\bar{K}} = \frac{1460360.4267877503 \times (2.204165331944166 \times 10^{-5})}{0.99997795834668}$$

$$= 32.18946775777088 \text{ m}^{-1}$$

Bulunan bu sonuçlar 5 kazancını verir:

$$G_{th} = e^{g_{th} \Gamma_{II} \ell_g} = e^{1460360.4267877503 \times 2.204165331944166 \times 10^{-5} \times 0.05} = 5.000000000000000$$

8)  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_{II} = 3.353$ ,  $n_{III} = 3.354$ ,  $A = 100^\circ$  için  $V = 0.00331980307875$ ,  $\alpha = 1.102090000000000 \times 10^{-5}$ ,  $\Gamma_{II} = 2.204165331944166 \times 10^{-5}$ ,  $\zeta = 0.00331978478509$ ,  $\eta = 1.102099624042003 \times 10^{-5}$ ,  $\bar{R} = 4.536764751057300 \times 10^4$  ve  $\bar{K} = 0.99997795834668$  olduğuna göre,  $\ell_g = 0.005$  için bu dalga kılavuzunun eşik kazanç sâbiti ve kayıp

absorpsiyon) sâbitini bulmak için  $g_{th} = \frac{\ln G_{th}}{\ell_g \Gamma_{II}}$  ve  $k_{1,3th} = \frac{\ln G_{th}}{\ell_g K_{I,III}} = \frac{(1+\eta)\ln I}{\ell_g(1-\alpha)} = \frac{(1+V\sqrt{\alpha})\ln I}{\ell_g(1-\alpha)}$

formülleri kullanılır.

$$g_{th} = \frac{\ln G_{th}}{\ell_g \Gamma_{II}} = \frac{\ln 0.00000001}{0.005 \times 2.204165331944166 \times 10^{-5}} = 0.09073729401601 \text{ m}^{-1}$$

$$k_{1,3th} = \frac{\ln G_{th}}{\ell_g K_{I,III}} = \frac{(1+\eta)\ln I}{\ell_g(1-\alpha)} = \frac{(1+V\sqrt{\alpha})\ln I}{\ell_g(1-\alpha)} = \frac{\ln 0.00000001}{0.005 \times 0.99997795834668}$$

$$= 2.000044062122900 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$$

Bu sonuç, aşağıda görüldüğü gibi, yukarıda bulunan kazanç sâbitini teyit etmektedir:

$$-k_{2th} = g_{th} = \frac{1}{\Gamma_{II}} K_{I,III} k_{1,3th} = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} k_{1,3th} = \frac{1-\alpha}{V\sqrt{L}+\alpha} k_{1,3th} = 0.09073729401601 \text{ m}^{-1}$$

$$g_{th} = \frac{1}{\Gamma_{II}} K_{I,III} k_{1,3th} = (2.0000440621229001 \times 10^{-6}) \times 0.99997795834668 / (2.204165331944166 \times 10^{-5})$$

$$= 0.09073729401601$$

Bulunan sonuçlar, aşağıda görüldüğü gibi, eşik durumunu gösterir:

$$G_{th} = e^{g_{th}} \Gamma_{II}^{\ell_g} = e^{0.09073729401601} \times 2.204165331944166 \times 10^{-5} \times 0.005$$

$$= 1.00000001000000$$

V=2 için normalize frekansa karşı normalize propagasyon sâbiti  $\alpha = 0.734844$  ve  $L(V=2) = 0.26515600000000$  olarak bulunurlar. Normalize frekans 1.57'den büyük olduğu için tek fonksiyonlu alana ilişkin büyüklükler de vardır. Enerji öz değerinin  $\zeta$  ve  $\eta$  parametrik koordinatları da sırasıyla  $\zeta = 1.02987$  ve  $\eta = 1.71446$  olarak elde edilirler. ( $P_i = I_i Z$  kayıp gücü ile ilgili) kayıp ihtimâliyeti  $I_i = 0.10825765530787$ ,  $R = 0.10825765530787$ ,  $r = 0.75013409717542$  olur. Aktif bölgedeki  $I_{II}$  ihtimâliyetinin 1 olması için, [ $P_i = I_i Z = (1 + I_i) Z$  giriş gücü ile ilgili]  $I_i$  giriş ihtimâliyeti 1.10825765530787 olmalıdır.  $\Gamma_{II}$  hapsedicilik faktörü ve  $\bar{K}$  ve  $\bar{q}$  oranları sırasıyla  $\Gamma_{II} = 0.90231725015443$ ,  $\Lambda_{II} = 0.78698442821589$  ve  $\bar{K}_{I,III} = 0.09768274984557$ ,  $\bar{q} = 0.21301557178411$  olarak hesaplanırlar. Eğer söz konusu bu kılavuzun aktif bölge uzunluğu  $\ell_g = 0.005$  m ise

$$g_{th} = \frac{\ln G_{th}}{\ell_g \Gamma_{II}} = \frac{\ln 1.00000001}{0.005 \times 0.90231725015443} = 2.216515286062371 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$$

olur. Günümüz teknolojisinde ondalık kısmı 2 ya da 3 basamak almak yetmektedir:

$$g_{th} = \frac{\ln G_{th}}{\ell_g \Gamma_{II}} = \frac{\ln 1.01}{0.005 \times 0.90231725015443} = 0.22055060681739 \text{ m}^{-1}$$

$$g_{th} = \frac{\ln G_{th}}{\ell_g \Gamma_{II}} = \frac{\ln 1.001}{0.005 \times 0.90231725015443} = 0.02215407791245 \text{ m}^{-1}$$

Simetrik bir dalga kılavuzunda çift fonksiyonlu elektrik alanında  $5 \times 10^{-2}$  m uzunluğundaki aktif bölgede eşik kazancı  $g_{th} = 2.216515286062371 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$  için gömlek bölgesinin apsorsiyon (kayıp) sâbiti

$$k_{1,3th} = \frac{g_{th} \Gamma_{II}}{\bar{K}} = \frac{2.216515286062371 \times 10^{-6} \times 0.90231725015443}{0.09768274984557} = 2.047444386042496 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1},$$

$$(157)$$

ve (141)'ye göre eşik durumundaki G kuvvetlendirmesi 1.00000001000000 olarak bulunur. Eşik kazanç sâbiti bilindiği takdirde tek fonksiyonlu elektrik alanındaki kayıp sâbiti , (108)'den

$$g'_{th} = \frac{\ln G'_{th}}{\ell_g \Gamma_{II}} = \frac{\ln 1.00000001}{0.005 \times 0.90231725015443} = 2.21651528606237 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1} \quad (158)$$

$$k'_{1,3th} = \frac{g'_{th} \Lambda_{II}}{\bar{q}} = \frac{2.541346316570837e - 006 \times 0.78698442821589}{0.21301557178411} = 0.00187779697146 \text{ m}^{-1} \quad (159)$$

ile G' kuvvetlendirmesi de (140)'dan hareket ederek yine benzer olarak 1.00000001000000 sonucu bulunabilir:

Sonuç olarak mesela çift fonksiyonlu alan için  $g_{th} = 2.216515286062371 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$  için G kazancı 1.00000001000000,  $k_{1,3} = 2.047444386042496 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$  olarak bulunur. Görüldüğü gibi  $\alpha = L = 0$  değerleri de birbirinin aynıdır.

$$G(\alpha) = e^{g_{th} \Gamma_{II} \ell_g} = e^{g_{th} \ell_g \frac{\alpha + \eta}{1 + \eta}} = 1.00000001000000 \quad (160)$$

$$L = 1 - \alpha, \quad G(1 - \alpha) = G(L) = e^{g_{th} \ell_g \Gamma_{II}} = e^{g_{th} \ell_g \frac{1 - \alpha + \eta}{1 + \eta}} = e^{g_{th} \ell_g \frac{L + \eta}{1 + \eta}}, \quad (161)$$

$$G(\alpha = 0) = e^{g_{th} \ell_g \Gamma_{II}} = e^{g_{th} \ell_g \frac{0 + \eta}{1 + \eta}} = e^{g_{th} \ell_g \frac{\eta}{1 + \eta}} = 1.00000006999784 \quad (162)$$

$$G(L = 0) = e^{g_{th} \ell_g \Gamma_{II}} = e^{g_{th} \ell_g \frac{0 + \eta}{1 + \eta}} = e^{g_{th} \ell_g \frac{\eta}{1 + \eta}} = 1.00000006999784 \quad (163)$$

Görüldüğü gibi  $\alpha$  ve L ekseninde  $\alpha = 0$  ve  $L = 1$  için kazanç  $G = 1.00000001000000$  olduğu gibi,  $\alpha = 1$  ve  $L = 0$  için de yine  $G = 1.00000001000000$  olmaktadır. Diğer taraftan kazancın  $\alpha = L = 0.5$  için 1.00000009041181 olduğu da eğriden görülür. Ayrıca,  $\alpha = 0.734844$  ( $L = 0.26515600000000$ ) için  $G = 1.00000001000000$  olduğu da yine hesaplanabilir. Burada şuna dikkat edilmelidir ki G'de virgülden sonra sağa doğru 8. rakamın 1 olması  $g_{th}$ 'yi hesaplamada hassasiyetinin artırılması için logaritmada 1'ri takip ederek virgülden sonra 8 basamak seçişimizden ileri gelmesindedir. Daha hassas bir değer için

$$g_{th} = \frac{\ln G_{th}}{\ell_g \Gamma_{II}} = \frac{\ln 1.0000000000000001}{0.005 \times 0.90231725015443} = 2.460826332279790 \times 10^{-13} \text{ m}^{-1} \quad (164)$$

seçilebilir. En doğru sonuç  $g_{th} = \frac{\ln 1}{\ell_g \Gamma_{II}}$  sonucudur ama  $\log 1 = 0$  olduğu için bu sifıra çok yakın bir değer tercih edilmektedir.

Normalize frekans  $V$ , çukur genişliği  $a$ , nümerik açıklık  $NA$ , dalga boyu  $\lambda$  ile belirlenir. Belli bir  $a$  genişliği ve dalga boyu  $\lambda$  için, verilen  $n_I$ ,  $n_{II}$ ,  $n_{III}$  indisleri tarafından sonuçlanan normalize frekans  $V$ , doğrudan doğruya normalize propagasyon sâbitini, bu da taşıyıcının enerji öz değerinin parametrik koordinatlarını belirler. Kırılma indislerinin verilmesi taşıyıcıların faz hızlarına, efektif kütlelerine tesir eder. Efektif kütle ise enerji öz değerini belirler. Yâni, kırılma indislerinin en az bir tânesi değıştiğinde başta normalize frekans  $V$  olmak üzere bütün parametreler değışir.

$V=1.8$  için normalize frekansa karşı normalize propagasyon sâbiti  $\alpha = 0.69807500000000$  ve  $L(V=1.8)=0.30192500000000$  olarak bulunurlar. Normalize frekans  $1.57'$ den büyük olduğu için tek fonksiyonlu alana ilişkin büyüklükler de vardır. Bu durumda  $\zeta = 0.98905864335741$ ,  $\eta = 1.50391588860548$ ,  $I_r = 0.13711455463433$ ,  $I_i = 1.13711455463433$ ,  $\Gamma_{II} = 0.87941887290465$ ,  $\Lambda_{II} = 0.72744692438573$  ve  $\bar{K} = 0.12058112709535$ ,  $\bar{q}_{I,III} = 0.27255307561427$  büyüklükleri ortaya çıkar. Bu değerler,  $G$  kazancını  $1.00002879015386 \cong 1.000028$  olarak verir. Tek fonksiyonlu alana âit  $G' = 1.05238480422526$  olarak ortaya çıkmaktadır.

$$1 - \Gamma_{II} = \bar{K} \rightarrow 1 - 0.87941887290465 = 0.12058112709535$$

ve

$$1 - \Lambda_{II} = \bar{q} \rightarrow 1 - 0.72744692438573 = 0.27255307561427$$

olur ki bu sonuçların doğruluğunu açıkça göstermektedir.

Burada  $g_{th}$ 'nin hesaplanışını daha az hassas düşünelim. Virgülden sonra 4 basamak alalım ve  $\ell_g = 0.05$  m olsun.

$$g_{th} = \frac{\ln G_{th}}{\ell_g \Gamma_{II}} = \frac{\ln 1.0001}{0.05 \times 0.698075} = 0.00227411540539 \text{ m}^{-1}$$

$$k_{1,3} = \frac{g_{th} \Gamma_{II}}{\bar{K}} = \frac{0.00227411540539 \times 0.87941887290465}{0.12058112709535} = 0.01658551429099 \text{ m}^{-1}$$

$$G = e^{g_{th} \Gamma_{II} \ell_g} = e^{0.00227411540539 \times 0.698075 \times 0.05} = 1.00010000000000$$

Benzer sonuçlar, tek fonksiyonlu alan için de bulunabilir.

$a=5 \text{ A}^\circ$ ,  $\lambda = 1.55 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $n_{I,III}=3.350$  and  $n_{II}=3.351$  için meselâ çift fonksiyonlu elektrik alanında normalize frekans  $V=1.659160000000000 \times 10^{-4}$  olur. Bu  $1'$ den çok küçük olduğu için sâdece çift fonksiyonlu alana ilişkin büyüklükler vardır. Bu normalize frekansa karşı normalize propagasyon sâbiti  $\alpha = 2.7528100000000001 \times 10^{-8}$  ve  $L=0.99999997247190$  olarak bulunurlar. Kezâ enerji öz değerinin  $\zeta$  ve  $\eta$  parametric koordinatları da sırasıyla  $\zeta = 1.659159977163239 \times 10^{-4}$  ve  $\eta = 2.752810952799835 \times 10^{-8}$  olarak elde edilirler. ( $P_r = I_r Z$  kayıp gücü ile ilgili) kayıp ihtimâliyeti

$I_r = 1.816325499058119 \times 10^7$  olur. Aktif bölgedeki  $I_{II}$  ihtimâliyetinin 1 olması için, [ $P_i = I_i Z = (1 + I_r) Z$  giriş gücü ile ilgili]  $I_i$  giriş ihtimâliyeti  $1.816325499058119 \times 10^7$  olmalıdır.  $\Gamma_{II}$  hapsedicilik faktörü ve  $\bar{K}$  oranı sırasıyla  $1.816325499058119 \times 10^7$  ve  $0.99999994494379$  olarak hesaplanırlar. Sonuç olarak G kazancı

$a = 5 \text{ A}^\circ$ ,  $\lambda = 1.55 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $n_{I,III} = 3.350$  and  $n_{II} = 3.352$  için meselâ çift fonksiyonlu elektrik alanında normalize frekans  $V = 2.34658000000000 \times 10^{-4}$  olur. Bu 1'den çok küçük olduğu için sâdece çift fonksiyonlu alana ilişkin büyüklükler vardır. Bu normalize frekansa karşı normalize propagasyon sâbiti  $5.50644000000000 \times 10^{-8}$  ve  $L = 0.99999994493560$  olarak bulunurlar. Kezâ enerji öz değerinin  $\zeta$  ve  $\eta$  parametric koordinatları da sırasıyla  $\zeta = 2.346579935393489 \times 10^{-4}$  ve  $\eta = 5.506438848199879 \times 10^{-8}$  olarak elde edilirler. ( $P_r = I_r Z$  kayıp gücü ile ilgili) kayıp ihtimâliyeti  $I_r = 9.080277361800415 \times 10^6$  olur. Aktif bölgedeki  $I_{II}$  ihtimâliyetinin 1 olması için, [ $P_i = I_i Z = (1 + I_r) Z$  giriş gücü ile ilgili]  $I_i$  giriş ihtimâliyeti  $9.080278361800415 \times 10^6$  olmalıdır.  $\Gamma_{II}$  hapsedicilik faktörü ve  $\bar{K}_{I,III}$  oranı sırasıyla  $1.101287824178248 \times 10^7$  ve  $0.99999988987122$  olarak hesaplanırlar.

$$\begin{aligned} L(n_{II}=3.352) &= 0.99999994493560, & k_{1,3} &= 0.49999994493561 \\ L(n_{II}=3.351) &= 0.99999997247190, & k_{1,3} &= 0.49999997247190 \end{aligned}$$

Görüldüğü gibi, aynı gömlek bölgesi direncinde aktif bölgenin direnci büyüdükçe aktif bölge derinliği ve absorpsiyon sâbiti azalmaktadır.

Normalize frekans  $V$ , kırılma indisine bağlı olduğu halde, alanın moduna bağlı değildir, tersine alanın modu normalize frekansa bağlıdır. Zâten,  $V < 1.57$  için sâdece bir mod vardır. Çok modlu durum,  $V > 1.57$  için ortaya çıkar.

$G$  ve  $G'$ 'nin 1 olması lâzımdır ve de olmaktadır. Eğer sapma varsa, bunun sebepleri, absorpsiyon sâbitinin tanımı ve dolayısıyla elektrik alan dalgasına âit dalga numarasının, kayıp sâbiti ve dolayısıyla absorpsiyon sâbitinin formülasyonunda elektrik alanının  $k' + jk''$  dalga numarasının reel ve imajiner kısımları arasındaki  $k'' \gg k'$  eşitsizliğinin alınması, bunların bâzı kısımları cinsinden bulunmuş olan eşik kazanç sâbitinin esas olarak bâzı yaklaşımlara sâhip olması<sup>33</sup> şeklinde gösterilebilir. Ama bunların etkileri yok denecek kadar azdır.

Gerçekte, genel olarak pompalamanın 4 kat,  $4g_{th}$ , olmasının spesifik özelliği sebebiyle, kuvvetlendirme hızla başlar, böylece  $g_{th} F_{II}$  modal kazancı,  $g_{th} F_{II}$ 'ninkinden daha büyük olur<sup>34</sup>. Bununla berâber, verilen bu hesaplama metodunda

$$g_{th} = 3.041536270350948 \times 10^{-13} \text{ m}^{-1},$$

<sup>33</sup> Gasiorowicz, S., 1974, *Quantum Physics*, p. 79, John Wiley, New York.

<sup>34</sup> Verdeyen, J. T., 1989, *Laser Electronics*, (New Jersey: Prentice-Hall, Inc.).

oldukça hassas olduğundan, kılavuzun kuvvetlendirmeye geçebilmesi için bunun  $4 \times 10^{15}$  katı alındığında  $G=84.85060301585511$  ve  $4 \times 10^{16}$  katı alındığında  $G=1.934413574199117e+019$  elde edilmektedir.

Günümüz teknolojik seviyede hesaplanan  $g_{th}=0.02215407791245 \text{ m}^{-1}$  için kılavuzun kuvvetlendirmeye geçebilmesi için bunun 4  $g_{th}$  alındığında  $G=1.00039988006396$  olur. Bu sonuç, kuvvetlendirmenin (başlangıç inversiyonu) başladığının gösterir. Eğer ışık lazer aynaları arasında meselâ 80000 tur yapmış olsa ışığın kuvvetlendirilmesi  $7.771043468347153 \times 10^{13}$  olur.

Eğer  $g_{th}=0.22055060681739 \text{ m}^{-1}$  için kılavuzun kuvvetlendirmeye geçebilmesi için bunun 4  $g_{th}$  alındığında  $G=1.00398806358697$  olur. Bu sonuç, kuvvetlendirmenin (başlangıç inversiyonu) başladığının gösterir. Eğer ışık lazer aynaları arasında meselâ 8000 tur yapmış olsa ışığın kuvvetlendirilmesi  $6.735907341946276 \times 10^{13}$  olur. Tur sayısı olsaydı  $2.095915563768816 \times 10^4$  olurdu.

Pratikte başlangıç inversiyonuna iştirak eden atom miktarı,  $n_i = 4n_{th}$  şeklinde, eşik durumundaki atom sayısının 4 katı olarak alınır<sup>35</sup>. Atom sayısı cinsinden eşik kazanç sâbiti  $n_{th} = (N_2 - N_1)_{th} = \frac{g_{th}}{\sigma} \rightarrow g_{th} = \sigma(N_2 - N_1)_{th}$  ile verilir. Burada  $\sigma$  'ya eşik absorpsiyon ya da zorlanmı emisyon kesiti adını alır. Birimi  $\text{m}^2$ 'dir. Başlangıç inversiyonuna katılan atom sayısı  $\text{m}^3$  başına  $10^{23}$ - $10^{25}$  arasındadır. Meselâ,  $\sigma=0.5 \times 10^{-25} \text{ m}^2$  ise  $(N_2 - N_1)_{th} = 4.411012136347800 \times 10^{24}$  olur.

Kuantum çukuru yapımında kullanılan malzemenin taşıyıcılarının efektif kütleleri, kuantum çukurunun kırılma indislerine bağlı olan taşıyıcı hızlarının bir fonksiyonudur. Kırılma indisi, elektrik alanının dalga boyuna bağlıdır. Dolayısıyla, enerji öz değerine bağlı olan normalize propagasyon sâbiti de dalga boyuna bağlı olur. Yâni, normalize propagasyon sâbiti  $\alpha$ , dalga boyunun, kırılma indisinin ya da taşıyıcı hızının fonksiyonudur. Taşıyıcı kütlesi ve normalize propagasyon sâbiti hassas olarak tâyin edilmelidir. Bir kuantum çukurunda taşıyıcı kütesinin veyâ normalize propagasyon sâbitinin hesaplanan değerinin hassâsiyeti arttıkça, bu teorik yaklaşımla bulunan parametrelerinin hassâsiyetleri de artar. Bundan dolayı, kuantum çukurundaki elektrik ya da manyetik alanına âit normalize propagasyon sâbiti  $\alpha$  cinsindeki her hangi bir büyüklük kolayca hesaplanabilir<sup>36</sup>.

### Sorular:

- 1) Eşik inversiyonunda atom sayısını  $(N_2 - N_1)_{th} = 10^{18} \text{ cm}^{-3} = 10^{24} \text{ m}^{-3}$  olarak  
a) Apsorpsiyon kesitini  $15 \times 10^{-26} \text{ m}^2$  olarak eşik kazancını

<sup>35</sup> Verdeyen, J. T., Op. Cit. p.257.

<sup>36</sup> Temiz, M., 2003, The Review of Electromagnetic Fields and Powers in terms of Normalised Propagation Constant on the Optical Mode Inside Waveguide on the Heterojunction Constructions, Laser Physics, Volume 13, No. 9, p.1123.

b) Lazer kesiti  $10^{-2}$  m ve aktif bölge uzunluğu  $5 \times 10^{-2}$  m olduğuna göre olduğuna göre, eşik atom sayısını,

c) Eşik durumunda aktif bölgede bulunması gerekli toplam atom sayısını, hesaplayınız.

2)  $n_{II}=3.351$ ,  $\lambda=1.55$ ,  $\mu\text{m}$ ,  $T=1000$  °K,  $h=6.6262 \times 10^{-34}$  Js ve  $K=1.38062 \times 10^{-23}$  J/°K için elektromanyetik alanın enerji yoğunluğunu hesaplayınız.

3)  $n_{II}=3.351$ ,  $\lambda=1.55$ ,  $\mu\text{m}$ ,  $h=6.6262 \times 10^{-34}$  Js için  $\frac{A_{32}}{B_{32}} = \frac{8\pi n_{II}^3 hf^3}{c^3}$  'ü hesaplayınız.

### Cevaplar:

1) Eşik inversiyonunda atom sayısını  $(N_2-N_1)_{th}=10^{18} \text{ cm}^{-3}=10^{24} \text{ m}^{-3}$  olsun:

a) Apsorpsiyon kesitini  $15 \times 10^{-26} \text{ m}^2$  olarak eşik kazancını

$$g_{th} = \sigma (N_2-N_1)_{th} = 15 \times 10^{-24} \text{ m}^2 \times 10^{24} \text{ m}^{-3} = 15 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$$

b) Lazer kesiti  $10^{-2}$  m ve aktif bölge uzunluğu  $5 \times 10^{-2}$  m olduğuna göre, eşik atom sayısı:

$$n_{th} = (N_2-N_1)_{th} S \ell_g = 10^{24} \text{ m}^{-3} \times 10^{-2} \text{ m} \times 5 \times 10^{-2} \text{ m} = 5 \times 10^{20} \text{ atom.}$$

c) İversiyonu başlatmak için aktif bölgeye verilmesi gerekli toplam atom sayısı:

İversiyonu başlatmak için  $n_i = 4n_{th} = 4 \times 5 \times 10^{20} = 20 \times 10^{20} = 2 \times 10^{21}$  atom.

2)  $n_{II}=3.351$ ,  $\lambda=1.55$ ,  $\mu\text{m}$ ,  $T=1000$  °K,  $h=6.6262 \times 10^{-34}$  Js ve  $K=1.38062 \times 10^{-23}$  J/°K için elektromanyetik alanın enerji yoğunluğu:

$$\rho(f) = \frac{8\pi n_{II}^3 f^2}{c^3} \frac{hf}{e^{hf/KT} - 1} = \frac{8\pi n_{II}^3}{\lambda^3} \frac{h}{e^{hc/\lambda KT} - 1} = \frac{8\pi (3.351)^3}{(1.55 \times 10^{-6})^3} \frac{6.6262 \times 10^{-34}}{e^{\frac{6.6262 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1000 \times 1.38062 \times 10^{-23}} - 1}}$$

$$= 1.1687 \times 10^{-8} \text{ Js/m}^3$$

3)  $n_{II}=3.351$ ,  $\lambda=1.55$ ,  $\mu\text{m}$ ,  $h=6.6262 \times 10^{-34}$  Js için  $\frac{A_{32}}{B_{32}} = \frac{8\pi n_{II}^3 hf^3}{c^3}$  'ü hesaplayalım:

$$\rho(f) = \frac{8\pi n_{II}^3 hf^3}{c^3} = \frac{8\pi n_{II}^3 h}{\lambda^3} = \frac{8\pi (3.351)^3 \cdot 6.6262 \times 10^{-34}}{(1.55 \times 10^{-6})^3} = 1.6828 \times 10^{-13} \text{ Js/m}^3$$

Bir örnek daha verebiliriz:  $n_{II}=3.351$ ,  $n_{I,III}=3.350$ ,  $a=50 \times 10^{-10}$  A°,  $\lambda=1.55 \times 10^{-6}$  m<sup>-1</sup>,  $\ell_g=0.05$  m için  $V=0.00165915890946$ ,  $\alpha=2.75280000000000 \times 10^{-5}$ ,  $L=0.99997247200000$ ,  $\zeta=0.00165913607264$ ,  $\eta=8.705131045570183 \times 10^{-6}$ ,  $\bar{R}=2.759829038076617 \times 10^4$ ,  $\Gamma_{II}=3.623281563416194 \times 10^5$ ,  $\bar{K}=0.99996376718437$ . Açık ki, mode because of  $V \langle 1.57$  sebebiyle tek fonksiyonlu alan için bir parameter yoktur [10].



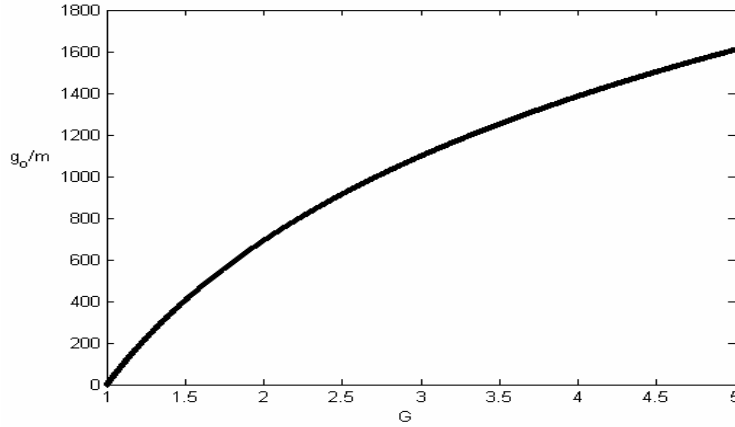
(158), (164), (113) ve (114) denkemlerinden çift fonksiyonlu alanda

$$g_{\text{oth}} = \frac{\ln G_{\text{th}}}{\ell_g} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \quad (165)$$

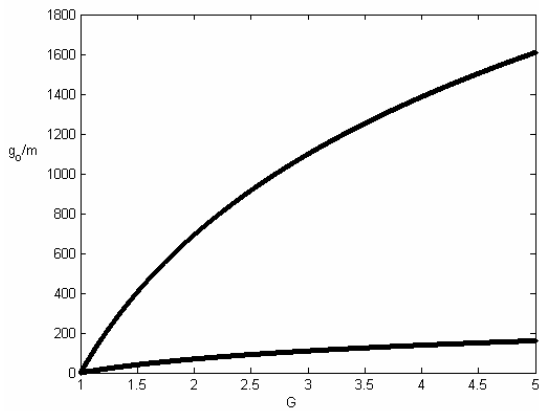
ve tek fonksiyonlu alanda

$$g'_{\text{oth}} = \frac{\ln G'_{\text{th}}}{\ell_g} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \quad (166)$$

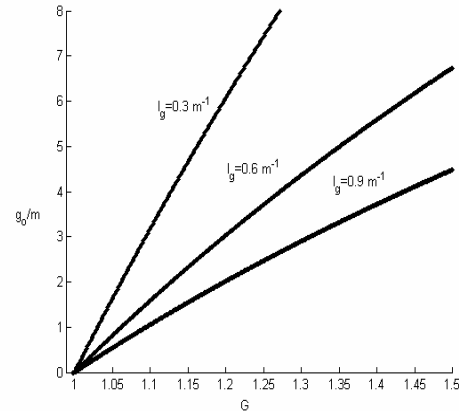
Bu son iki formülden görülmektedir ki, kılavuzun toplam kaybı kazanca, aktif bölge genişliğine ve aynaların yansıtma oranlarına bağlıdır. Başka bir ifadeyle, toplam kayıp belirlenmiş aktif bölge genişliği ve yansıtma sabitleri için kazanca artmaktadır. Şekil 3a'de  $\ell_g=0.001$ ,  $R_1=0.75$  ve  $R_2=0.90$  için kayıp sabitinin kazanca göre değişimini göstermektedir. Şekil 3b'de  $\ell_g=0.001$  ve  $\ell_g=0.01$  için 2 eğri görülmektedir. Altteki eğri  $\ell_g=0.01$  ve üstteki eğri  $\ell_g=0.001$ 're karşı düşmektedir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 3  $R_1=0.75$  ve  $R_2=0.90$  için toplam kayıp sabitinin kazanca göre değişimi, (a)  $\ell_g=0.001$ , (b)  $\ell_g=0.001$  ve  $\ell_g=0.01$  (attaki eğri), (c) Üç ayrı uzunluk için toplam kayıp değişimleri

$G_{th}=G'_{th}=1.001$ ,  $R_1=0.99$  ve  $R_2=0.75$ ,  $\ell_g=0.05$  m ve  $\ell'_g=0.005$  m için (165) ve (166) denklemleri sırasıyla  $g_{oh}=20.01409028054839$ ,  $g'_{oh}=2.001994090280548 \times 10^2$  m<sup>-1</sup> sonuçları elde edilir. Normalize frekans kırılma indisine bağlı olduğu halde alanın moduna bağlı değildir. Çoklu mod,  $V > 1.57$  [10] hâlinde ortaya çıkar. Bu yüzden aşağıdaki örnekte  $V > 1.57$  sebebiyle tek fonksiyonlu alana ilişkin parametreler de vardır.

### 8.9. Çift ve Tek Fonksiyonlu Alanda Kazanç Sâbiti

Yukarıdaki ifâdelerde  $g_{th} \rightarrow g$ ,  $k_{1,3th} \rightarrow k_{1,3}$  alınırsa eşik şartının dışındaki formüller elde edilir.

$$G = R_1 R_2 e^{2(g - g_o)\ell_g}, \quad g = g_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}, \quad g' = g'_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G'}{R_1 R_2} \quad (167)$$

$$g \Gamma_{II} = \bar{K} k_{1,3}, \quad (168)$$

$$g' \Lambda_{II} = \bar{q} k'_{1,3}. \quad (169)$$

$$g \Gamma_{II} = g_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2} \quad (170)$$

$$g' \Lambda_{II} = g'_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G'}{R_1 R_2} \quad (171)$$

$$g_o = g \Gamma_{II} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2} \quad (172)$$

$$g'_o = g' \Lambda_{II} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G'}{R_1 R_2} \quad (173)$$

$$g_o = g \Gamma_{II} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2} = (1 - \Gamma_{II}) k_{1,3} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2} \quad (174)$$

$$g'_o = g' \Lambda_{II} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G'}{R_1 R_2} = (1 - \Lambda_{II}) k'_{1,3} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G'}{R_1 R_2} \quad (175)$$

$$k_{1,3} = \frac{g_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}}{(1 - \Gamma_{II})} = \frac{g_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2}}{\bar{K}} = \frac{g \Gamma_{II}}{\bar{K}} \quad (214)$$

$$k'_{1,3} = \frac{g'_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G'}{R_1 R_2}}{(1 - \Lambda_{II})} = \frac{g'_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G'}{R_1 R_2}}{\bar{q}} = \frac{g' \Lambda_{II}}{\bar{q}} \quad (176)$$

$$G_{th} = e^{g_{th} \Gamma_{II} \ell_g} = e^{\ell_g (1 - \Gamma_{II}) k_{1,3th}} = e^{\ell_g \bar{K} k_{1,3th}} \quad (177)$$

$$G' = e^{\ell_g g'_{th} \Lambda_{II}} = e^{\ell_g (1 - \Lambda_{II}) k'_{1,3}} = e^{\ell_g \bar{q} k'_{1,3}} \quad (178)$$

$$k_{1,3} = \frac{\ln G}{\ell_g \bar{K}} = \frac{(1 + \eta) \ln G}{\ell_g (1 - \alpha)} = \frac{(1 + V\sqrt{\alpha}) \ln G}{\ell_g (1 - \alpha)} \quad (179)$$

$$k'_{1,3} = \frac{\ln G'}{\ell_g \bar{q}} = \frac{(1+\eta-2\alpha)\ln G'}{\ell_g(1-\alpha)} = \frac{(1+V\sqrt{\alpha}-2\alpha)\ln G}{\ell_g(1-\alpha)} \quad (180)$$

$$G = e^{\ell_g \bar{K} k'_{1,3}} = e^{\frac{1-\alpha}{\eta+1} \ell_g k'_{1,3}} = e^{\frac{1-\alpha}{V\sqrt{\alpha}+1} \ell_g k'_{1,3}} \quad (181)$$

$$G' = e^{\ell_g \bar{q} k'_{1,3}} = e^{\frac{1-\alpha}{1+\eta-2\alpha} \ell_g k'_{1,3th}} = e^{\frac{1-\alpha}{1+V\sqrt{L}-2\alpha} \ell_g k'_{1,3}} \quad (182)$$

ya da

$$k_{1,3} = \frac{g\Gamma_{II}}{2\Gamma_{I,III}} = \frac{g\Gamma_{II}}{1-\Gamma_{II}} = \frac{g\Gamma_{II}}{K_{I,III}} = \frac{g}{\bar{R}} = \frac{\eta+\alpha}{1-\alpha} g \quad (183)$$

$$k'_{1,3} = \frac{g'\Lambda_{II}}{\Lambda_{I,III}} = \frac{g'\Lambda_{II}}{1-\Lambda_{II}} = \frac{g'_{th}\Lambda_{II}}{\bar{q}} = \frac{g'}{\bar{r}} = \frac{\eta-\alpha}{1-\alpha} g' \quad (184)$$

$$-k_2 = g = \frac{1}{\Gamma_{II}} \bar{K} k_{1,3} = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} k_{1,3} = \frac{1-\alpha}{V\sqrt{L}+\alpha} k_{1,3} \quad (185)$$

$$-k'_2 = g' = \frac{1}{\Lambda_{II}} \bar{q} k'_{1,3} = \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha} k'_{1,3} = \frac{1-\alpha}{V\sqrt{L}-\alpha} k'_{1,3} \quad (186)$$

$$g = -k_2 = \frac{\ln G}{\ell_g \Gamma_{II}} \quad (187)$$

$$g' = -k'_2 = \frac{\ln G'}{\ell_g \Lambda_{II}} \quad (188)$$

### Sorular:

1)  $n_{II}=3.351$ ,  $n_{I,III}=3.350$ ,  $a=50 \times 10^{-10}$  A°,  $\lambda=1.55 \times 10^{-6}$  m<sup>-1</sup>  $\ell_g=0.05$  m için  $V=0.00165915890946$ ,  $\alpha=2.7528000000000000 \times 10^{-5}$ ,  $L=0.99997247200000$ ,  $\zeta=0.00165913607264$ ,  $\eta=8.705131045570183 \times 10^{-6}$ ,  $\bar{R}=2.759829038076617 \times 10^4$ ,  $\Gamma_{II}=3.623281563416194 \times 10^{-5}$ ,  $\bar{K}_{I,III}=0.99996376718437$  olduğuna göre,  $R_1=0.25$ ,  $R_2=0.15$  ve  $\ell_g=0.05$  m için

- Kılavuzun toplam kayıp sâbitini bulunuz.
- $G_{th}=1$  (eşik) durumunda absorpsiyon sâbitini bulunuz.
- Kılavuzun kazanç sâbitini bulunuz.
- Bu sonuçların eşik durumunu kontrol ediniz.
- $G=12$  (kazancında) durumunda kılavuzun toplam kayıp sâbitini bulunuz.
- $G=12$  (kazancında) durumunda absorpsiyon sâbitini bulunuz.
- Kılavuzun kazanç sâbitini bulunuz.
- Bu sonuçların eşik durumunu  $G=12$  için kontrol ediniz.

### Cevaplar:

1a)

$$g_{oth} = \frac{\ln G_{th}}{\ell_g} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2} = \frac{\ln 1.001}{0.05} - \frac{1}{2 \times 0.05} \ln \frac{1}{0.15 \times 0.25} = 0.00721936606752 \text{ m}^{-1}$$

$$b) \quad k_{1,3th} = \frac{g_{oth} + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}}{\bar{K}_{I,III}} = \frac{0.00721936606752 + \frac{1}{2 \times 0.05} \ln \frac{1}{0.15 \times 0.25}}{0.99996376718437} = 0.01999073098214 \text{ m}^{-1}$$

Bu sonuç

$$k_{1,3th} = \frac{\ln G_{th}}{\ell_g \bar{K}_{I,III}} = \frac{\ln 1.001}{0.05 \times 0.99996376718437} = 0.01999073098214 \text{ m}^{-1}$$

ile uyşmaktadır.

$$c) \quad -k_2 = g_{th} = \frac{1}{\Gamma_{II}} K_{I,III} k_{1,3th} = \frac{0.99996376718437 \times 0.01999073098214}{3.623281563416194 \times 10^{-5}} = 5.517099985688810 \times 10^2 \text{ m}^{-1}$$

$$k_{1,3th} = 0.01999073098214 \text{ m}^{-1}$$

$$g_{th} = 5.517099985688810 \times 10^2 \text{ m}^{-1}$$

$$\bar{R} = 2.759829038076617 \times 10^4 \text{ m}^{-1}$$

$$\frac{k_{1,3th}}{g_{th}} = \frac{\eta + \alpha}{1 - \alpha} = \frac{1}{\bar{R}} = 3.623412849865951 \times 10^{-5}$$

$$k_{1,3th} = 3.623412849865951 \times 10^{-5} \times 5.517099985688810 \times 10^2 = 0.01999073098214 \text{ m}^{-1}$$

$$d) \quad G_{th} = e^{g_{th} \Gamma_{II} \ell_g} = e^{5.517099985688810 \times 10^2 \times 3.623281563416194 \times 10^{-5} \times 0.05} = 1.001000000000000$$

$$G_{th} = e^{\ell_g \bar{K}_{I,III} k_{1,3th}} = e^{0.05 \times 0.99996376718437 \times 0.01999073098214} = 1.001000000000000$$

Dikkat edilmelidir ki,  $\ln G_{th}$ 'de seçilen hassâsiyet bu sonuçlarda açık olarak görülmektedir. Yâni,  $\ln G_{th} = \ln 1.00000001$  alınsaydı, sonuçtaki hassâsiyet

$G_{th} = e^{g_{th} \Gamma_{II} \ell_g} = 1.000000010000000$  olarak ortaya çıkacaktı. Demek oluyor ki, alfa medunda baştan parametrelerin hassâsiyetlerinin belirlenmesi de mümkün olmaktadır.

e)

$$g_o = \frac{\ln G}{\ell_g} - \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{G}{R_1 R_2} = \frac{\ln 12}{0.05} - \frac{1}{2 \times 0.05} \ln \frac{12}{0.15 \times 0.25} = 29.95732273553991 \text{ m}^{-1}$$

$$f) k_{1,3} = \frac{g_o + \frac{1}{2\ell_g} \ln \frac{1}{R_1 R_2}}{\bar{K}_{I,III}} = \frac{49.6232396 \ 8892115 + \frac{1}{2 \times 0.05} \ln \frac{1}{0.15 \times 0.25}}{0.99996376 \ 718437}$$

=49.62323968892115 m<sup>-1</sup> bulunur. Bu sonuç

$$k_{1,3} = \frac{\ln 12}{\ell_g \bar{K}_{I,III}} = \frac{\ln 12}{0.05 \times 0.99996376718437}$$

$$=49.69993376429691 \text{ m}^{-1}$$

ile uyuşmaktadır.

$$-k_2 = g = \frac{1}{\Gamma_{II}} K_{I,III} k_{1,3}$$

$$g) = \frac{0.99996376 \ 718437 * 49.6999337 \ 6429691}{3.62328156 \ 3416194 \times 10^{-5}}$$

$$=1.371633203931917e+006$$

$$h) G = e^g \Gamma_{II} \ell_g = e^{1.371633203931917 \times 10^6 \times 3.623281563416194 \times 10^{-5} \times 0.05}$$

$$=12.00000000000000$$

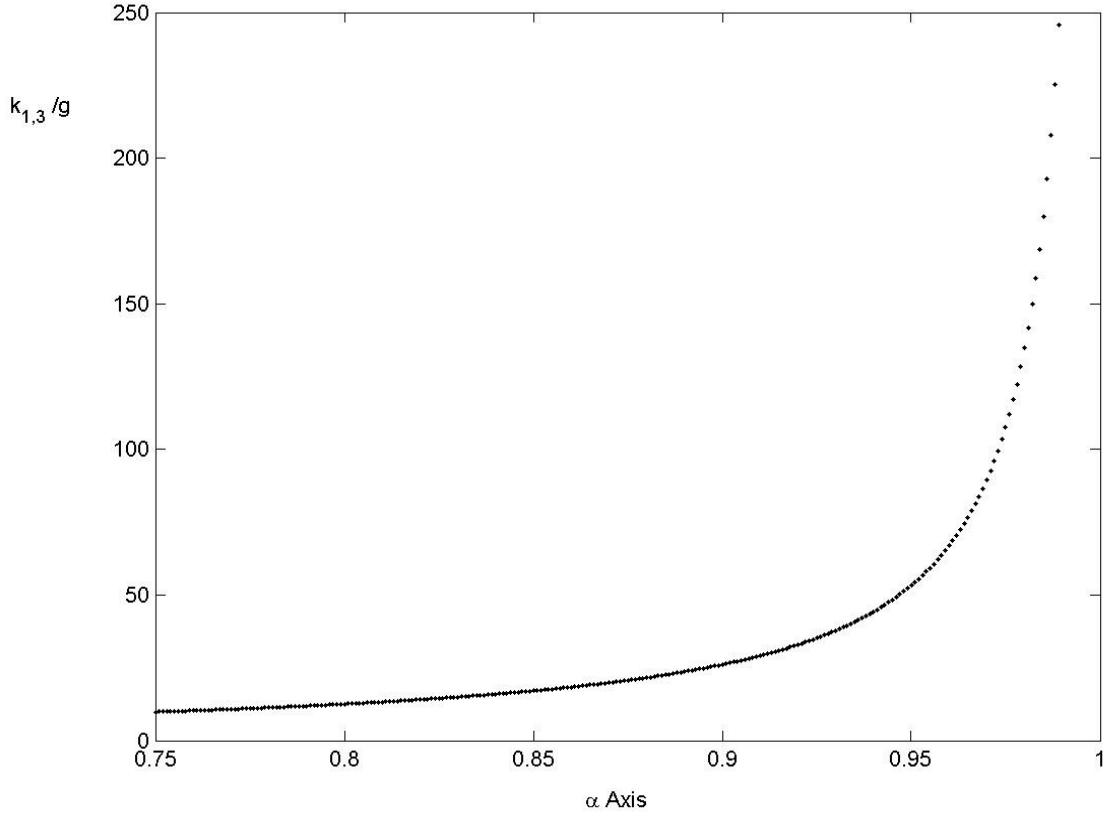
$$G = e^{\ell_g \bar{K}_{k_{1,3}}} = e^{0.05 \times 0.99996376 \ 718437 \times 49.6999337642 \ 9691}$$

$$=12.00000000000000$$

### 8.10. Kazanç Sâbiti/Absorpsiyon Sâbiti Eğrileri

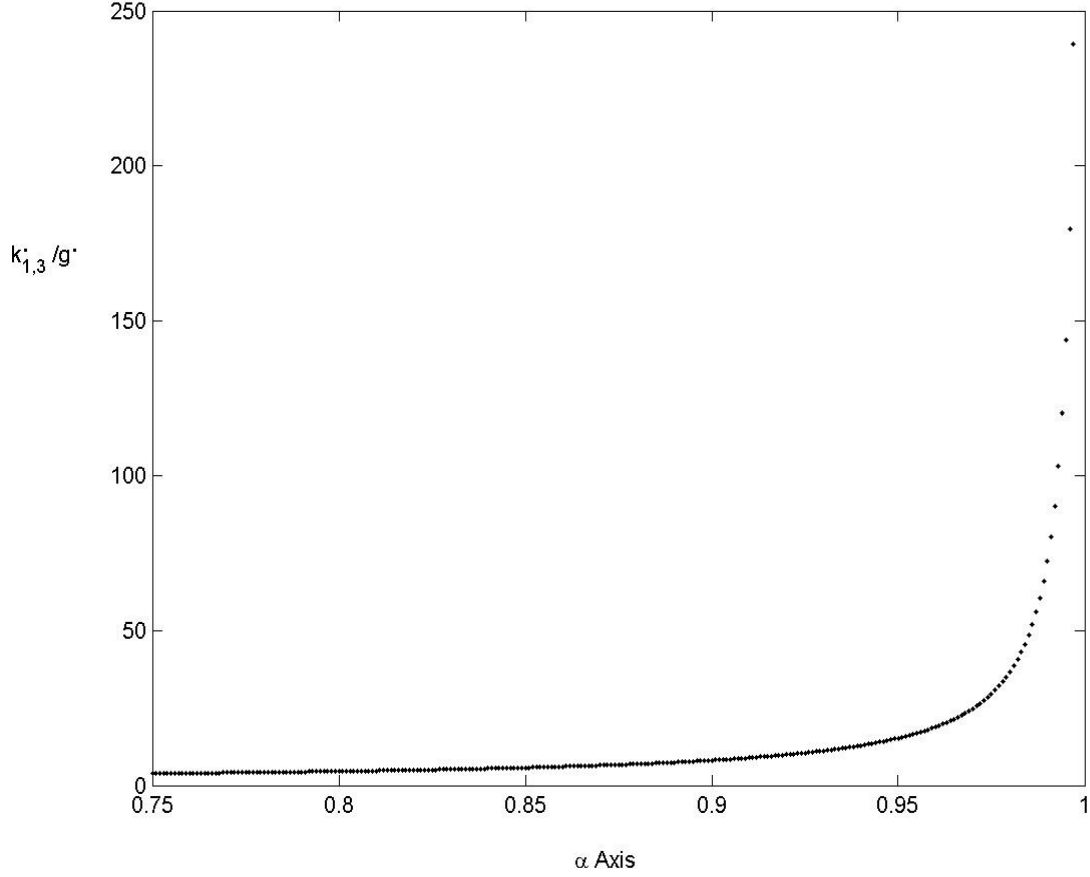
(185) and (186) formülleri, Şekil 4 ve Şekil 5'de simetrik bir dalga kılavuzunda sırasıyla, I/III bölgelerine âit çift ve tek fonksiyonlu alanda  $\eta=1.71446084819689$  için NPC  $\alpha$  sâbiti cinsinden absorpsiyon sâbitinin kazanç sâbitine oranı olarak

$\frac{k_{1,3}}{g} = \frac{\eta + \alpha}{1 - \alpha} = \frac{1}{\bar{R}}$  ve  $\frac{k'_{1,3}}{g'} = \frac{\eta - \alpha}{1 - \alpha} = \frac{1}{\bar{r}}$  şeklinde verirler.  $\eta = 1.71446084819689$  değeri,  $V=2$  için elektronların  $\zeta - \eta$  koordinat sistemindeki enerji öz değerinin  $\zeta = 1.02986601070236$  absisine karşı düşer. Dikkat edilmelidir ki, en düşük modlu çift ve tek modlu alanlara ilişkin Şekil 4 ve Şekil 5 eğrileri, absorpsiyon sâbitinin kazanç sâbitine oranının oldukça farklı genliklere sâhiptirler.



Şekil 4. Çift fonksiyonlu alanda absorpsiyon sâbitinin kazanç sâbitine oranı

Kezâ, Şekil 4 ve Şekil 5,  $\eta = 1.71446084819689$  ve  $\alpha = 0.734844$  ya da  $\bar{R} = 0.10825765530787$ ,  $\bar{r} = 0.75013409717542$  için  $k_{1,3} = \frac{\eta + \alpha}{1 - \alpha} g = \frac{g}{\bar{R}}$  and  $k'_{1,3} = \frac{\eta - \alpha}{1 - \alpha} g' = \frac{g'}{\bar{r}}$  olarak sırasıyla çift ve tek modlu alanlara ilişkin olarak absorpsiyon sâbitinin kazanç sâbitine karşı oranların göstermektedir.



Şekil 5. Tek fonksiyonlu alanda absorpsiyon sâbitinin kazanç sâbitine oranı

(181) ve (182)'de kazanç ifâdelerinin değişik biçimlerini verebiliriz: (183) ve (184) formülleri ((181) ve (182)'de kullanılırsa, sırasıyla, çift fonksiyonlu alan için

$$G = e^{\ell_g K_{1,m} k_{1,3}} = e^{\frac{1-\alpha}{\eta+1} \ell_g k_{1,3}} = e^{\frac{\eta+\alpha}{\eta+1} \ell_g g} \quad (189)$$

ve tek fonksiyonlu alan için

$$G' = e^{\ell_g q_{1,m} k'_{1,3}} = e^{\frac{1-\alpha}{1+\eta-2\alpha} \ell_g k'_{1,3th}} = e^{\frac{\eta-\alpha}{1+\eta-2\alpha} \ell_g g'} \quad (190)$$

kazanç ifâdeleri bulunur. Burada (189) ve (190) denklemlerinin, çift fonksiyonlu alan için

$$G=e^{\ell_g \Gamma_{II} g} \quad (191)$$

ve , tek fonksiyonlu alan için

$$G'=e^{\ell_g \Lambda_{II} g'} \quad (192)$$

ifâdelerini verdiğine dikkat ediniz.

Şimdi  $\ell_g=0.05$  m,  $V=2$  için yukarıda hesaplanmış  $\alpha=0.734844$ ,  $L=0.26515600000000$ ,  $\zeta=1.02986601070236$ ,  $\eta=1.71446084819689$ ,  $\bar{R}=0.10825765530787$ ,  $\bar{r}=0.75013409717542$ ,  $\bar{K}_{I,III}=0.09768274984557$ ,  $\bar{q}_{I,III}=0.21301557178411$ ,  $\Gamma_{II}=0.90231725015443$ ,  $\Lambda_{II}=0.78698442821589$  parametreleri için  $G=G'=5$  alarak absorpsiyon ve kazanç sâbitlerini hesaplayabiliriz: (187) ve (188)'dan sırasıyla  $g=35.67343774395641$  m<sup>-1</sup> ve  $k_{1,3}=3.295234655000019e+002$  m<sup>-1</sup>; (190) ve (186)'dan sırasıyla  $g'=40.90139155822256$  m<sup>-1</sup> ve  $k'_{1,3}=1.511098835596166e+002$  m<sup>-1</sup> bulunur. Gerçekten, bulunan sonuçlar (189) ve (190)'de kullanılırlarsa  $G=G'=5$  olduğu görülür. Nitekim, çift fonksiyonlu elektrik alanında  $\bar{R}=0.10825765530787$  ya da  $\eta=1.71446084819689$  ve  $\alpha=0.734844$  için  $\frac{k_{1,3}}{g}=\frac{\eta+\alpha}{1-\alpha}=\frac{1}{\bar{R}}=9.23722204361564$  m<sup>-1</sup> sonucunu verir. Diğer taraftan, bulunmuş olan  $k_{1,3}=3.295234655000019 \times 10^2$  absorpsiyon sâbitinin  $g=35.67343774395641$  kazanç sâbitine oranı da  $9.23722204361501$ 'dir. Farklı formüllerden hesaplanan  $\frac{k_{1,3}}{g}$  oranlarının aynı olması alfa ( $\alpha$ ) modelinin tutarlı, hassas ve duyarlı olduğunun bir delilini meydana getirir.

## 8.11. Sonuç

Yarıiletken simetrik basamak-kırılma indisli kuantum çukuru ya da yarıiletken simetrik basamak-kırılma indisli lazerde taşıyıcılara âit efektif kütlelerinin hesaplanmış değerleri ve dolaylı olarak  $\alpha NPC$ 'nin hassasiyeti arttıkça, bu teorik alfa ( $\alpha$ ) yaklaşımı tarafından elde edilen parametrelerin duyarlılıkları da artar. Bu sebepten, taşıyıcı kütlesi ve NPC  $\alpha$  hassas olarak belirlenmelidir. Yarıiletken basamak-kırılma indisli simetrik kuantum çukuru ya da yarıiletken basamak-kırılma indisli simetrik lazere âit NPC'ti  $\alpha$ , kılavuzun bölgelerine ilişkin olarak verilen kılımla indisi, aktif bölge genişliği ve dalga boyu için kolayca hesaplanabilmektedir. Bundan sonra çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için NPC  $\alpha$ 'ti cinsinden bulunmuş olan formüllerin değerleri kolayca hesaplanabilir.

Gösterilmiştir ki,  $\zeta$  ve  $\eta$  parametrik değişkenleri, asimetric kuantum çukuru için non-lineer olarak değişir. Bunlar, Şekil 4 ve 5'de görüldüğü gibi, yarıiletken basamak-kırılma indisli simetrik kuantum çukuru ya da yarıiletken basamak-kırılma indisli simetrik lazer için sâbittirler. Yarıiletken asimetric kuantum çukuru ve simetrik basamak-kırılma indisli kuantum çukuru ya da simetrik basamak-kırılma indisli lazerde ihtimâliyet oranları

BÖLÜM VIII



ve kayıplara âit bâzı özel ifâdeler elde edilmiştir. Ayrıca, literatürde yeni formüller olarak çift ve tek fonksiyonlu alanlar için güç kazançları, normalize frekans ve/veyâ NPC  $\alpha \cdot t_i$  cinsinden incelenmiştir.

Sonuç olarak, bu teorik alfa ( $\alpha$ ) yaklaşımı yeni bir hesaplama metodu verir ki, bu yarıiletken asimetrik kuantum çukuru ve simetrik basamak-kırılma indisli kuantum çukuru ya da simetrik basamak-kırılma indisli lazer cihazlarında çift ve tek fonksiyonlu alanlar için absorpsiyon sâbiti ve kazanç sâbitleri, hapsedicilik faktörleri, ihtimâliyet oranları ve güç kazançları gibi bâzı fiziksel büyüklüklerin incelenmesini içerir. Yâni, dalga kılavuzunun G kazancı, aktif bölge genişliği,  $R_1$  ve  $R_2$  ayna yansımaları verilirse, o zaman elektrik mühendisliği kavramında eşik ve eşik dışında çift ve tek elektrik alanı için yarıiletken asimetrik kuantum çukuru ve simetrik basamak-kırılma indisli kuantum çukuru ya da simetrik basamak-kırılma indisli lazerlerde absorpsiyon sâbitleri, kazanç sâbitleri, cihazın toplam kayıpları, özellikle bu alfa metoduyla teorik olarak kolayca hesaplanabilir.

## 8.12. Asimetrik Kuantum Çukurunda Yük Taşıyıcılarının Enerji Öz değerlerine âit Parametrik Denklemler-Geometrik Ortalama Metodu

Basamak kırılma indisli asimetrik kuantum çukurunda genel olarak  $n_{II} \rangle n_I \rangle n_{III}$  alınabilir ve nümerik açıklık

$$NA_e = (1/2)[(n_{II}^2 - n_I^2)^{1/2} + (n_{II}^2 - n_{III}^2)^{1/2}] \quad (193)$$

olarak hesaplanabilir. Burada  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$  alınırsa,

$$NA_e = 2(1/2)(n_{II}^2 - n_{I,III}^2)^{1/2} = NA_{I,III} \quad (194)$$

ya da

$$NA_I = (n_{II}^2 - n_I^2)^{1/2}, \quad NA_{III} = (n_{II}^2 - n_{III}^2)^{1/2} \quad (195)$$

tanımıyla (193) eşitliği

$$NA_e = (1/2)NA_{III}[1 + \sqrt{1 + a_p}] \quad (196)$$

olur ki burada  $a_p$  asimetrik faktörü

$$a_p = (n_{III}^2 - n_I^2)/(n_{II}^2 - n_{III}^2) \quad (197)$$

ile verilir<sup>37</sup>. Eğer  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$  alınırsa, o zaman  $a_p=0$  olur. Böylece, (196)'daki nümerik açıklık  $NA_e = NA_{I,III}$  olur ki bu simetrik kuantum çukuruna âit nümerik açıklıktır<sup>38</sup> ve

<sup>37</sup> Bhattacharya, P., 1998, *Semiconductor Optoelectronic Devices*, (New Jersey, Appendix 10), p.574.

<sup>38</sup> Iga, K., 1994, *Fundamentals of Laser Optics*, (New York: Plenum Press).

$$NA_{I,III} = (n_{II}^2 - n_{I,III}^2)^{1/2} \quad (198)$$

ya da

$$NA_{I,III} = n_{II} \sqrt{2\Delta_{I,III}} \quad (199)$$

ile verilir. Simetrik kuantum çukuruna âit yüzde olarak kırılma indisi farkı (index difference)  $\Delta_{I,III}$

$$\Delta_{I,III} = (n_{II}^2 - n_{I,III}^2) / 2n_{II}^2 \cong (n_{II} - n_{I,III}) / n_{II} \quad (200)$$

olarak hesaplanır<sup>39</sup>.

Simetrik ve asimetrik normalize frekans (NF), sırasıyla  $V_{I,III}$  ve  $V_e$

$$V_{I,III} = V_c = k_o a NA_{I,III}, \quad (201)$$

$$V_e = k_o a NA_e \quad (202)$$

ya da

$$V_e = k_o a n_{II} \sqrt{2\Delta_e} \quad (203)$$

ile tanımlanabilirler. Burada asimetrik kuantum çukuruna âit  $\Delta_e$  yüzde indis farkı

$$\Delta_e = \Delta(1 + a_p / 2), \quad \Delta = (n_{II}^2 - n_I^2) / 2n_{II}^2 \quad (204)$$

ile bellidir. Burada  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$  ( $a_p=0$ ) için (198-200)'e bakarak  $\Delta_e = \Delta = \Delta_{I,III}$  elde edileceği hemen görülebilir. (196) eşitliği, (202)'de yerine konursa, asimetrik kuantum çukuruna âit normalize frekans  $V_e$ ,

$$V_e = (1/2)V[1 + \sqrt{1 + a_p}] \quad (204)$$

bulunur. Burada  $V$

$$NA_{I,III} = NA, \quad V = k_o a NA_{I,III} = k_o a NA \quad (205)$$

ile bellidir. Eğer  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$  alınır, o zaman  $a_p=0$  olduğu ve (205)'in (201)'deki  $V_{I,III}$  'yi verdiği ya da

$$V_{I,III} = a k_o n_{II} \sqrt{2\Delta_{I,III}} = V_c \quad (206)$$

olduğu görülebilir.

<sup>39</sup> Iga, K., 1994, *Fundamentals of Laser Optics*, (New York: Plenum Press).

Asimetrik bir kuantum çukurunda aktif bölgede bir taşıyıcının enerji öz değerinin normalize parametrik koordinatları

$$\eta_e = \sqrt{(1/2)[(a\alpha_1)^2 + (a\alpha_{III})^2]} \quad (207)$$

ya da

$$\eta_e = \sqrt{(1/2)[\eta_I^2 + \eta_{III}^2]}, \quad (208)$$

ile tanımlanır. Üç bölgede elektrik alanlarına âit propagasyon sâbitlerinin

$$\alpha_{II}^2 = \left(\frac{\omega n_{II}}{c}\right)^2 - \beta_z^2 = k_{II}^2 - \beta_z^2, k_{II} = \frac{\omega n_{II}}{c} = k_o n_{II}, \quad (209)$$

$$\alpha_I^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_I}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_I^2, \alpha_{III}^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_{III}}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_{III}^2, \quad (210)$$

$$k_I = \frac{\omega n_I}{c} = k_o n_I, k_{III} = \frac{\omega n_{III}}{c} = k_o n_{III}, k_o = \omega/c \quad (211)$$

olarak verildiği bilinmektedir. (207)'deki  $\eta_I = a\alpha_1$  ve  $\eta_{III} = a\alpha_{III}$  parametreleri, asimetrik bir kuantum çukurunun I ve III bölgelerindeki bir taşıyıcıya âit bir enerji öz değerinin normalize ordinatlarıdır.  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$ , alınırsa, o zaman  $a_p = 0$ ,  $\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$  ve  $\eta_I = \eta_{III} = \eta_{I,III}$  olur ve simetrik kuantum çukuru elde edilir. Böylece, (208) ifâdesi,  $\eta_e = \eta_{I,III} = \eta_c$  olur. Simetrik kuantum çukurunda aktif bölgede çift fonksiyonlu alan için faz sâbiti (209)'dan

$$\beta_{ze} = \sqrt{k_{II}^2 - \alpha_{II}^2} \quad (212)$$

olarak elde edilir. Burada  $k_{II}$ , ikinci (aktif) bölgedeki dalga vektörü;  $\alpha_{II}$ , mekan frekansıdır. Bu,

$$\alpha_{II} = k_o NA_e \cos(\zeta - \theta) = k_o NA_e \sqrt{1 - \alpha}, \quad (213)$$

ile verilir. Formüldeki  $\sqrt{1 - \alpha}$ ,  $\cos(\zeta - \theta)$ 'ya eşittir ve böylece (212),

$$\beta_{ze} = k_o \sqrt{n_{II}^2 - (1 - \alpha)(NA_e^2/4)[1 + \sqrt{1 + a_p}]^2}, \quad (214)$$

olur ki  $\alpha_e$

$$\alpha = (1.1428Ve - 0.9960)^2 / V_e^2 \quad (215)$$

olarak verir ve bu  $1.5 < V_e < 2.4$  aralığında<sup>40</sup> yaklaşık olarak lineerdir.(214)'de  $a_p=0$ , alınırsa

$$\beta_{ze} = k_o \sqrt{n_{II}^2 - (1-\alpha)NA_{I,III}^2} = k_o \sqrt{n_{I,III}^2 - \alpha NA_{I,III}^2} \quad (216)$$

olarak simetrik kuantum çukuru için faz sâbiti bulunur. Bulunan bu sonuç, literatürde verilen sonuçlarla uyum içindedir<sup>41</sup>. (210), (209) ve (214) denklemlerine bakarak asimetrik kuantum çukurunda çift fonksiyonlu aktif alanı için

$$\alpha_1^2 = \beta_z^2 - k_1^2 = k_o^2 [n_{II}^2 - (1-\alpha)(NA_I^2/4)[1 + \sqrt{1+a_p}]^2 - k_o^2 n_I^2] \quad (217)$$

ya da

$$\alpha_1 = k_o \sqrt{[n_{II}^2 - (1-\alpha)(NA_I^2/4)[1 + \sqrt{1+a_p}]^2 - n_I^2]} \quad (218)$$

veyâ

$$\alpha_1 = k_o NA_I \sqrt{1 - (1-\alpha)(1/4)[1 + \sqrt{1+a_p}]^2} \quad (219)$$

elde edilir. (28),  $a_p=0$  için  $\alpha_{I,III} = k_o NA_{I,III} \sqrt{\alpha}$  sonucunu verir.  $\alpha_{II}$ 'de  $\alpha_{II}^2 = k_{II}^2 - \beta_z^2$  formülünden hareket edilerek

$$\alpha_{II}^2 = k_{II}^2 - \beta_z^2 = k_{II}^2 - k_o^2 [n_{II}^2 - (1-\alpha)(NA_I^2/4)(1 + \sqrt{1+a_p})^2]$$

ya da

$$\alpha_{II} = \frac{k_o NA_I}{2} (1 + \sqrt{1+a_p}) \sqrt{1-\alpha} = \frac{k_o NA_I}{2} (1 + \sqrt{1+a_p}) \sqrt{L} \quad (220)$$

olarak bulunur ki, burada  $\alpha_{II}$ ,  $a_p=0$  için  $\alpha_{II} = k_o NA_{I,III} \sqrt{1-\alpha}$  elde edilir. Ayrıca,

$$\alpha_{III}^2 = \beta_z^2 - k_{III}^2 = \frac{k_o^2 NA_I^2}{4} [4(1+a_p) - (1-\alpha_e)(1 + \sqrt{1+a_p})^2] \quad (221)$$

ya da

<sup>40</sup> Rudolf, H.D. and Neumann, E.G.,1976, Applications for the eigenvalues of the fundamentals mode of a step index glass, fiber waveguide, Nachrichtentechnische Zeitschrift (NTZ Communications Journal), vol.29, pp.328-329.

<sup>41</sup> Paiano, G. and Pellicoro, M., October 2001, *Propagation Constant of Weakly Guiding Optical Fibers: A new Eigenvalue Condition*, Journal of Lightwave Technology, Volume, 19, Number 10, p.1992.

$$\alpha_{III} = \frac{k_o NA_I}{2} \sqrt{4(1+a_p) - (1-\alpha_e)(1+\sqrt{1+a_p})^2} \quad (222)$$

olduğu bulunabilir. Burada  $a_p=0$  için  $\alpha_{I,III}$  propagasyon sâbiti de  $\alpha_{I,III} = k_o NA_{I,III} \sqrt{\alpha}$  olur. Böylece,  $\eta_i = a\alpha_i$  ve  $\eta_{III} = a\alpha_{III}$  parametric ordinatlar, sırasıyla,

$$\eta_i = a\alpha_i = ak_o NA_I \sqrt{1 - (1-\alpha_e)(1/4)(1+\sqrt{1+a_p})^2} \quad (223)$$

ve

$$\eta_{III} = a\alpha_{III} = \frac{ak_o NA_I}{2} \sqrt{4(1+a_p) - (1-\alpha_e)(1+\sqrt{1+a_p})^2} \quad (224)$$

olarak ortaya çıkarlar. Sonuç olarak (208) ifâdesi, simetrik kuantum çukuru için

$$\eta_e = ak_o NA_I \sqrt{\frac{1}{2}[1 - (1-\alpha_e)(1/4)(1+\sqrt{1+a_p})^2] + \frac{1}{8}[4(1+a_p) - (1-\alpha_e)(1+\sqrt{1+a_p})^2]} \quad (225)$$

olur. Ya da bu  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$  ve  $a_p=0$  olan simetrik kuantum çukuru için

$$\eta_e = V_{I,III} \sqrt{\alpha} = \eta_{I,III} \quad (226)$$

olur. Enerji öz değerinin absisi  $\zeta_e = a\alpha_{II}$

$$\zeta_e = a\alpha_{II} = \frac{ak_o NA_I}{2} \sqrt{(1-\alpha_e)(1+\sqrt{1+a_p})^2} \quad (227)$$

ya da

$$\zeta = \alpha_{II} a = \frac{k_o a NA_I}{2} \sqrt{(1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})} = k_o a NA_I \sqrt{L}(1+\sqrt{1+a_p}) \quad (228)$$

veyâ

$$\zeta = \alpha_{II} a = k_o a NA_I \sqrt{(1-\alpha)(\frac{1}{4})(1+\sqrt{1+a_p})} = k_o a NA_I \sqrt{L}(\frac{1}{4})(1+\sqrt{1+a_p}) \quad (229)$$

olarak hesaplanır. Burada  $\zeta_c$  parametresi  $\zeta_c = ak_o NA_{I,III} \sqrt{1-\alpha} = V_{I,III} \sqrt{1-\alpha} = \zeta_{I,III}$  olur. (225) ve (227)'den asimetrik kuantum çukuru için normalize frekans

$$V_e = \sqrt{\zeta_e^2 + \eta_e^2} \quad (230)$$

ya da

$$V_e = k_o a NA_1 \sqrt{\left\{ \frac{1}{2} [1 - (1 - \alpha_e)(1/4)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2] + \frac{1}{8} [4(1 + a_p) - (1 - \alpha_e)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2] + \frac{1}{4} [(1 - \alpha_e)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2] \right\}} \quad (231)$$

olarak bulunur ki bu  $a_p=0$  için  $V_e = V = k_o a NA_{I,III}$  eder.  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$  ve  $a_p=0$  için parametre ve ilişkilerine sâhip olan bir asimetrik kuantum çukuru için

$$\alpha_I = k_o NA_e \sqrt{\alpha_e}, \alpha_{II} = k_o NA_e \sqrt{1 - \alpha_e}, \alpha_{III} = k_o NA_e \sqrt{\alpha_e} \quad (232)$$

$$\zeta_e = ak_o NA_e \sqrt{1 - \alpha_e} = V_e \sqrt{1 - \alpha_e}, \quad \eta_e = ak_o NA_e \sqrt{\alpha_e} = V_e \sqrt{\alpha_e} \quad (233)$$

eşitlikleri elde edilir. (232) ve (233), simetrik kuantum çukurunda TE modu için

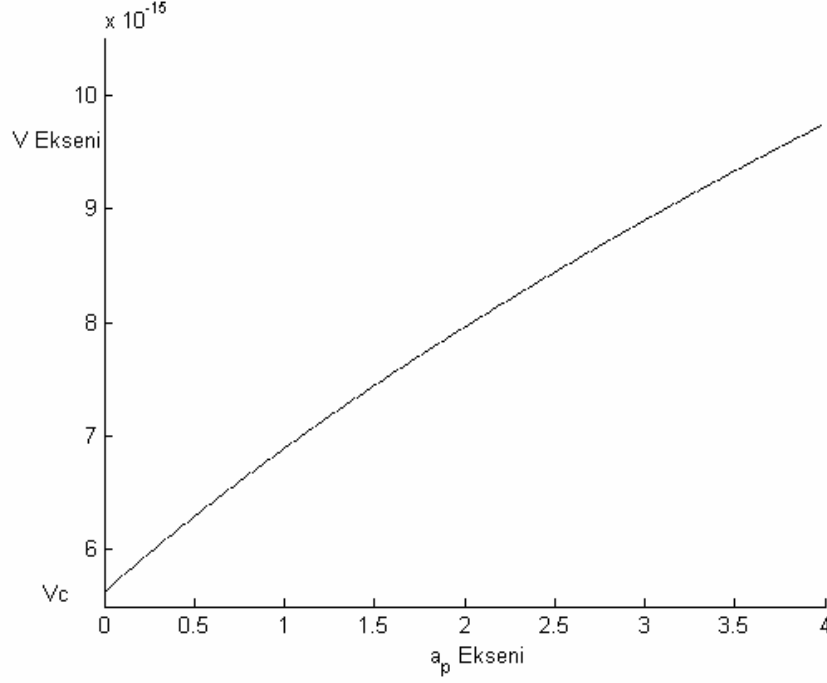
$$\alpha_{I,III} = k_o NA_{I,III} \sqrt{\alpha}, \alpha_{II} = k_o NA_{I,III} \sqrt{1 - \alpha}, \quad (234)$$

$$\eta_{I,III} = ak_o NA_{I,III} \sqrt{\alpha} = V_{I,III} \sqrt{\alpha} = \eta_e. \quad (235)$$

$$\zeta_{I,III} = ak_o NA_{I,III} \sqrt{1 - \alpha} = V_{I,III} \sqrt{1 - \alpha} = \zeta_e \quad (236)$$

olur.  $\zeta_e$ ,  $\eta_e$ , ya da  $\zeta_c$ ,  $\eta_c$  parametrelerin değişimleri, sırasıyla, asimetrik ve simetrik kuantum çukurunda taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin parametrik koordinatlarıdır.  $n_I=3.350$ ,  $n_{II}=4.351$  ( $n_{III}$  devamlı değişerek asimetrik faktörü,  $a_p$ 'yi oluşturmaktadır),  $a=5 \times 10^{-10}$  m ve  $\lambda=1.55 \times 10^{-6}$  m değerleri için normalize frekansın  $a_p$  asimetrik faktörüne göre değişimi Şekil 6'de görülmektedir. Değişimin lineer olmadığına, asimetrik faktörün artışıyla arttığına dikkat ediniz. Asimetrik faktör  $a_p=0$  olduğunda (231) gereğince  $V_e=V=5.6275 \times 10^{-15}$  olmaktadır.

(25) eşitliğine göre  $(n_I - n_{III})$  farkı büyüdükçe  $\zeta_e$ ,  $\eta_e$  parametreleri de Şekil 6'de görüldüğü gibi büyümektedirler. Yâni,  $a_p$  asimetrik faktor artarken, bu iki parameter de lineersiz olarak artmaktadır. Bu lineersizlik, taşıyıcılara âit enerji öz değerlerin parametric koordinatlarının birlikte oluşturduğu elipse götürür. Simetrik kuantum çukuruna âit  $\zeta_c$ ,  $\eta_c$  parametrelerinin Şekil 2'de görüldüğü gibi sâbit olduklarına dikkat edilmelidir.



Şekil 6  $n_I=3.350$ ,  $n_{II}=4.351$ ,  $a=5 \times 10^{-10}$  m ve  $\lambda=1.55 \times 10^{-6}$  m değerlerine göre normalize frekansın  $a_p$  asimetric faktörüne göre değişimi

### Sorular:

1) Basamak kırılma indisli asimetric bir kuantum çukurunda genel olarak  $n_{II} \rangle n_I \rangle n_{III}$  olduğuna göre, bu kuantum çukurunun  $NA_e = (1/2)NA_{III} [1 + \sqrt{1 + a_p}]$  nümerik açıklığını asimetric faktör cinsinden ifâdesini çıkarınız.

2)  $NA_{I,III} = n_{II} \sqrt{2\Delta_{I,III}}$  formülünü çıkarınız.

3) Asimetric kuantum çukuruna âit  $\Delta_e$  yüzde indis farkının  $\Delta_e = \Delta(1 + a_p/2)$  olduğunu gösteriniz.

4)  $\beta_{ze} = k_o \sqrt{n_{II}^2 - (1 - \alpha_e)(NA_I^2/4)[1 + \sqrt{1 + a_p}]^2}$  formülünü çıkarınız.

5) Bir asimetric kuantum çukurunda

$$\alpha_I = k_o NA_I \sqrt{1 - (1 - \alpha)(1/4)[1 + \sqrt{1 + a_p}]^2}$$

olduğunu gösteriniz.

6) Bir asimetric kuantum çukurunda

$$\alpha_{II} = k_o NA_I / 2(1 - \alpha)(1 + \sqrt{1 + a_p}) = \frac{k_o NA_I \sqrt{L}}{2}(1 + \sqrt{1 + a_p})$$

olduğunu gösteriniz.

7) Bir asimetrik kuantum çukurunda

$$\alpha_{III} = \frac{k_0 NA_I}{2} \sqrt{4(1+a_p) - (1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})^2}$$

veyâ

$$\alpha_{III} = \frac{k_0 NA_I}{2} \sqrt{4(1+a_p) - L(1+\sqrt{1+a_p})^2}$$

olduğunu gösteriniz.

8) Bir asimetrik kuantum çukurunda enerji öz değerinin absisinin

$$\eta_e = ak_0 NA_I \sqrt{\frac{1}{2} [1 - (1-\alpha)(1/4)(1+\sqrt{1+a_p})^2] + \frac{1}{8} [4(1+a_p) - (1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})^2]}$$

olduğunu gösteriniz.

9) Bir asimetrik kuantum çukurunda enerji öz değerinin ordinatının

$$\zeta_e = a\alpha_{II} = \frac{ak_0 NA_I}{2} \sqrt{(1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})^2}$$

$$\zeta = \alpha_{II} a = \frac{ak_0 NA_I}{2} \sqrt{(1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})} = \frac{ak_0 NA_I}{2} \sqrt{L(1+\sqrt{1+a_p})}$$

olduğunu gösteriniz.

10) Bir asimetrik kuantum çukurunda normalize frekansın

$$V_e = ak_0 NA_I \sqrt{\left\{ \frac{1}{2} [1 - (1-\alpha)(1/4)(1+\sqrt{1+a_p})^2] + \frac{1}{8} [4(1+a_p) - (1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})^2] + \frac{1}{4} [(1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})^2] \right\}}$$

olduğunu gösteriniz.

11)  $NA_I = (n_{II}^2 - n_I^2)^{1/2}$ ,  $NA_{III} = (n_{II}^2 - n_{III}^2)^{1/2}$  olarak  $NA_e$  büyüklüğünü  $NA_I$  e  $NA_{III}$  cinsinden yazınız.

12) Asimetrik dalga kılavuzunda enerji öz değerlerinin normalize koordinat sistemindeki parametrik denklemlerinin geometrik yerinin bir elips olduğunu gösteriniz.

13) Asimetrik bir dalga kılavuzunda  $V_e^2 = \frac{a^2}{2} (2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2) = a^2 (k_{II}^2 - 0.5k_I^2 - 0.5k_{III}^2)$  olduğunu gösteriniz

14) Asimetrik dalga kılavuzunda normalize yayılım sâbiti



$$\alpha_e = \frac{\beta_z^2 - k_I^2}{k_{II}^2 - k_I^2} = \frac{\frac{\beta_z^2}{k_o^2} - n_I^2}{n_{II}^2 - n_I^2} = \frac{n_{ef}^2 - n_I^2}{n_{II}^2 - n_I^2} = \frac{\eta_e^2}{V_e^2}$$

ile tanımlandığına göre bunu asimetrik faktör cinsinden bulunuz.

15) Faz sabitini kırılma indisi cinsinden bulunuz.

16) Normalize yayılma sâbitini analiz ediniz.

17) Basamak kırılma indisli asimetrik bir kuantum çukurunda genel olarak  $n_{II} \rangle n_I \rangle n_{III}$  olduğuna göre, bu kuantum çukurunun  $NA_e = (1/2)NA_I [1 + \sqrt{1 - a_{pp}}]$  nümerik açıklığını asimetrik faktör cinsinden ifâdesini çıkarınız [ $a_{pp} = (n_{III}^2 - n_I^2)/(n_{II}^2 - n_{III}^2)$ ].

$$NA_I = (n_{II}^2 - n_I^2)^{1/2}$$

### Cevaplar:

1) Basamak kırılma indisli asimetrik bir kuantum çukurunda genel olarak  $n_{II} \rangle n_I \rangle n_{III}$  alınabilir ve nümerik açıklık

$$NA_e = (1/2)[(n_{II}^2 - n_I^2)^{1/2} + (n_{II}^2 - n_{III}^2)^{1/2}]$$

$$NA_e = (1/2)[(n_{II}^2 - n_I^2)^{1/2} + (n_{II}^2 - n_{III}^2)^{1/2}]$$

$$NA_I = [(n_{II}^2 - n_I^2)^{1/2}], \rightarrow NA_{III} = [(n_{II}^2 - n_{III}^2)^{1/2}]$$

$$NA_e = (1/2)[NA_I + NA_{III}]$$

olarak tanımlanırsa, bunun simetrik bir kuantum çukurunda, ( $n_I = n_{III} = n_{I,III}$ ), tanımlanan nümerik açıklığı vermelidir. Nitekim,  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$ ,  $NA_e$  'de kullanılırsa,

$$NA_e = 2(1/2)(n_{II}^2 - n_{I,III}^2)^{1/2} = NA_{I,III}$$

elde edilir ki, bu sonuç  $NA_e$  tanımının doğru olduğunu gösterir. Asimetrik bir kuantum çukurunun nümerik açıklığını bulmak için

$$NA_{III} = (n_{II}^2 - n_{III}^2)^{1/2}$$

tanımı  $NA_e$  'da kullanılırsa,

$$NA_e = (1/2)[NA_{III} + (n_{II}^2 - n_I^2)^{1/2}]$$

elde edilir. Asimetrik faktörü  $a_p$

$$a_{pp} = (n_{III}^2 - n_I^2)/(n_{II}^2 - n_{III}^2) = (n_{III}^2 - n_I^2)^2$$

ile verilir. Bu ifâdeden çekilen  $n_b$ ,  $NA_e$ 'da kullanılır.

$$a_p = (n_{III}^2 - n_I^2) / (n_{II}^2 - n_{III}^2) \rightarrow n_I^2 = n_{III}^2 + a_{pp} n_{III}^2 - a_{pp} n_{II}^2$$

$$NA_e = (1/2)[NA_{III} + (n_{III}^2 + a_{pp} n_{III}^2 - a_{pp} n_{II}^2)^{1/2}] = (1/2)[NA_{III} + (NA_{III}^2 + a_{pp} NA_{III}^2)^{1/2}]$$

$$= (1/2)NA_{III} [1 + (1 + a_{pp})^{1/2}] = (1/2)NA_{III} [1 + \sqrt{1 + a_{pp}}]$$

Sonuç:

$$NA_e = (1/2)NA_{III} [1 + \sqrt{1 + a_{pp}}]$$

$$a_{pp} = (n_{III}^2 - n_I^2) / (n_{II}^2 - n_{III}^2).$$

Eğer  $a_p = (n_I^2 - n_{III}^2) / (n_{II}^2 - n_I^2)$  karşı  $NA_e$ 'de  $NA_I = (n_{II}^2 - n_I^2)^{1/2}$  kullanılırsa,  $NA_e = (1/2)NA_I [1 + \sqrt{1 + a_p}]$  bulunur.

Nitekim

$$NA_e = (1/2)[(n_{II}^2 - n_I^2)^{1/2} + (n_{II}^2 - n_{III}^2)^{1/2}] = (1/2)[NA_I + (n_{II}^2 - n_{III}^2)^{1/2}]$$

Asimetrik faktörü:  $a_p = (n_I^2 - n_{III}^2) / (n_{II}^2 - n_I^2)$

Bu ifâdeden çekilen  $n_{III}$ ,  $NA_e$ 'da kullanılır.

$$a_p = (n_I^2 - n_{III}^2) / (n_{II}^2 - n_I^2) \rightarrow n_{III}^2 = n_I^2 + a_p n_I^2 - a_p n_{II}^2$$

$$NA_e = (1/2)[NA_I + (n_{II}^2 - n_I^2 - a_p n_I^2 + a_p n_{II}^2)^{1/2}] = (1/2)[NA_I + (NA_I^2 + a_p NA_I^2)^{1/2}]$$

$$= (1/2)NA_I [1 + (1 + a_p)^{1/2}] = (1/2)NA_I [1 + \sqrt{1 + a_p}]$$

Sonuç:

$$NA_e = (1/2)NA_I [1 + \sqrt{1 + a_p}]$$

$$a_p = (n_I^2 - n_{III}^2) / (n_{II}^2 - n_I^2)$$

Eğer  $n_I = n_{III} = n_{i,iii}$  alınır, o zaman  $a_p = 0$  olur. Böylece, nümerik açıklık  $NA_e = NA_{i,iii}$  olur ki bu simetrik kuantum çukuruna âit nümerik açıklıktır ve

$$NA_{i,iii} = (n_{ii}^2 - n_{i,iii}^2)^{1/2}$$

olur.

2)  $NA_{III} = n_{II} \sqrt{2\Delta_{III}}$  formülünü çıkarmak için  $NA_{III} = (n_{II}^2 - n_{III}^2)^{1/2}$  'den hareket edilir.

Simetrik kuantum çukuruna âit yüzde olarak kırılma indisi farkı  $\Delta_{I,III}$

$$\Delta_{I,III} = (n_{II}^2 - n_{III}^2) / 2n_{II}^2 \cong (n_{II} - n_{I,III}) / n_{II}, \quad \Delta_{I,III} = \frac{n_{II} - n_{III}}{n_{II}}$$

olarak hesaplanır.

$$\begin{aligned} NA_{III} &= (n_{II}^2 - n_{III}^2)^{1/2} = \sqrt{n_{II}^2 - n_{III}^2} = \sqrt{(n_{II} + n_{III})(n_{II} - n_{III})} \cong \sqrt{2n_{II}(n_{II} - n_{III})} \\ &= \sqrt{2n_{II}^2 \frac{(n_{II} - n_{III})}{n_{II}}} = \sqrt{2n_{II}^2 \Delta_{I,III}} = n_{II} \sqrt{2\Delta_{I,III}} \end{aligned}$$

3) Asimetrik kuantum çukuruna âit  $\Delta_e$  yüzde indis farkının  $\Delta_e = \Delta(1 + a_p/2)$  olduğunu göstermek için

$$\Delta_e = \frac{1}{2} [(n_{II}^2 - n_I^2) / 2n_{II}^2 + (n_{II}^2 - n_{III}^2) / 2n_{II}^2]$$

tanımından hareket edilir.  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$  olunca,  $\Delta_e = \Delta_{I,III}$  olur ki bu, tanımın doğruluğunu gösterir.

$a_p = (n_I^2 - n_{III}^2) / (n_{II}^2 - n_I^2)$  asimetrik faktörden  $n_{III}^2$  çekilir:  
 $n_{III}^2 = n_I^2 + a_p n_I^2 - a_p n_{II}^2$ .

$$\begin{aligned} \Delta_I &= (n_{II}^2 - n_I^2) / 2n_{II}^2 \\ \Delta_e &= \frac{1}{2} [\Delta_I + (n_{II}^2 - n_I^2 - a_p n_I^2 + a_p n_{II}^2) / 2n_{II}^2] = \frac{1}{2} [\Delta_I + \frac{(n_{II}^2 - n_I^2)}{2n_{II}^2} + \frac{-a_p n_I^2 + a_p n_{II}^2}{2n_{II}^2}] \\ &= \frac{1}{2} [\Delta_I + \Delta_I + \Delta_I a_p] = \frac{1}{2} [2\Delta_I + \Delta_I a_p] = \Delta_I [1 + \frac{a_p}{2}] \end{aligned}$$

$$\Delta_I = (n_{II}^2 - n_I^2) / 2n_{II}^2$$

$$\Delta_e = \Delta_I [1 + \frac{a_p}{2}]$$

olur. Burada  $a_p=0$  alınırsa,  $\Delta_e = \Delta = \Delta_{I,III}$  elde edilir.

Eğer  $a_p = (n_{III}^2 - n_I^2)/(n_{II}^2 - n_{III}^2)$  tanımı esas alınırsa, o zaman  $a_p = (n_I^2 - n_{III}^2)/(n_{II}^2 - n_I^2)$  asimetric faktörden  $n_I^2 = n_{III}^2 + a_p n_{III}^2 - a_p n_{II}^2$  olarak  $n_I^2$  çekilir,  $\Delta_e = \frac{1}{2} [(n_{II}^2 - n_I^2)/2n_{II}^2 + (n_{II}^2 - n_{III}^2)/2n_{II}^2]$  ifadesinde kullanılır:

$$\begin{aligned}\Delta_{III} &= (n_{II}^2 - n_{III}^2)/2n_{II}^2 \\ \Delta_e &= \frac{1}{2} [(n_{II}^2 - n_{III}^2 - a_p n_{III}^2 + a_p n_{II}^2)/2n_{II}^2 + \Delta_{III}] \\ &= \frac{1}{2} [\Delta_{III}(1 + a_p) + \Delta_{III}] = \frac{1}{2} [\Delta_{III}(1 + 1 + a_p)] = \frac{1}{2} [\Delta_{III}(2 + a_p)] = \Delta_{III} \left(1 + \frac{a_p}{2}\right) \\ \Delta_e &= \Delta_{III} \left(1 + \frac{a_p}{2}\right) \\ \Delta_{III} &= (n_{II}^2 - n_{III}^2)/2n_{II}^2\end{aligned}$$

4)  $\beta_{ze} = k_o \sqrt{n_{II}^2 - (1 - \alpha_e)(NA^2/4)[1 + \sqrt{1 + a_p}]^2}$  formülünü çıkarmak için

$$\begin{aligned}\beta_{ze} &= \sqrt{k_{II}^2 - \alpha_{II}^2} \\ \alpha_{II} &= k_o NA_e \cos(\zeta - \theta) = k_o NA_e \sqrt{1 - \alpha_e}\end{aligned}$$

formüllerinden hareket edilir. Burada  $k_{II}$ , ikinci (aktif) bölgedeki dalga vektörü;  $\alpha_{II}$ , mekan frekansdır. Çift fonksiyonlu aktif bölge alanı için  $\cos \zeta = \frac{\zeta}{V} = \sqrt{L}$  ve  $\sin \zeta = \frac{\eta}{V} = \sqrt{\alpha}$  ve tek fonksiyonlu aktif bölge alanı için  $\sin \zeta = \frac{\zeta}{V} = \sqrt{L}$  ve  $\cos \zeta = \frac{\eta}{V} = \sqrt{\alpha}$  olduğu için, çift fonksiyonlu aktif bölge alanı için

$$\alpha_{II} = k_o NA_e \cos \zeta = k_o NA_e \sqrt{L}$$

ve çift fonksiyonlu aktif bölge alanı için

$$\alpha_{II} = k_o NA_e \sin \zeta = k_o NA_e \sqrt{L}$$

ile verilir ki, bu sonuçlar tek ve çift fonksiyonlar için aynı sonucu gösterirler. Dolayısıyla  $\sqrt{1 - \alpha} = \sqrt{L}$ ,  $\cos(\zeta - \theta)$ 'ya eşittir ve böylece,

$$\begin{aligned}k_{II}^2 &= k_o^2 n_{II}^2 \\ NA_e &= (1/2) NA_I [1 + \sqrt{1 + a_p}], \quad a_p = (n_I^2 - n_{III}^2)/(n_{II}^2 - n_I^2)\end{aligned}$$

$$\alpha_{II} = k_o NA_e \cos(\zeta - \theta) = k_o NA_e \sqrt{I - \alpha} = k_o (1/2) NA_I [1 + \sqrt{I + a_p}] \sqrt{I - \alpha}$$

$$\alpha_{II}^2 = k_o^2 NA_e^2 \sin^2 \zeta = k_o^2 NA_e^2 L$$

$$\beta_{ze} = \sqrt{k_o^2 n_{II}^2 - [k_o (1/2) NA_I (1 + \sqrt{I + a_p}) \cos(\zeta - \theta)]^2} = k_o \sqrt{n_{II}^2 - (1 - \alpha)(1/4) NA_I^2 (1 + \sqrt{I + a_p})^2}$$

ya da  $a_{pp} = (n_{III}^2 - n_I^2) / (n_{II}^2 - n_{III}^2)$  alınırsa

$$\beta_{ze} = \sqrt{k_o^2 n_{II}^2 - [k_o (1/2) NA_{III} (1 + \sqrt{I + a_{pp}}) \cos(\zeta - \theta)]^2} = k_o \sqrt{n_{II}^2 - (1 - \alpha)(1/4) NA_{III}^2 (1 + \sqrt{I + a_{pp}})^2}$$

olur. Burada  $a_p = 0$ , alınırsa

$$\begin{aligned} \beta_{ze} &= k_o \sqrt{n_{II}^2 - (1 - \alpha) NA_{I,III}^2} = k_o \sqrt{n_{II}^2 - (1 - \alpha) NA_{I,III}^2} = k_o \sqrt{n_{I,III}^2 - \alpha NA_{I,III}^2} \\ &= k_o \sqrt{n_{II}^2 - (1 - \alpha) NA_{I,III}^2} = k_o \sqrt{n_{I,III}^2 - \alpha NA_{I,III}^2} \end{aligned}$$

olarak simetrik kuantum çukuru için faz sâbiti bulunur.

$$5) \text{ Asimetrik kuantum çukurunda } \alpha_I = k_o NA_I \sqrt{1 - (1 - \alpha)(1/4)[1 + \sqrt{I + a_p}]^2}$$

olduğunu göstermek için

$$\alpha_I^2 = \beta_{ze}^2 - k_I^2 = k_o^2 [n_{II}^2 - (1 - \alpha)(NA_I^2/4)[1 + \sqrt{I + a_p}]^2 - k_o^2 n_I^2]$$

formülüünden hareket edilir. Burada  $NA_I = (n_{II}^2 - n_I^2)^{1/2}$  kullanılırsa,

$$\alpha_I = k_o NA_I \sqrt{1 - (1 - \alpha)(1/4)[1 + \sqrt{I + a_p}]^2}$$

bulunur. Eğer  $a_{pp} = (n_{III}^2 - n_I^2) / (n_{II}^2 - n_{III}^2)$  alınırsa

$$\alpha_I = k_o NA_{III} \sqrt{1 - (1 - \alpha)(1/4)[1 + \sqrt{I + a_{pp}}]^2}$$

olur. Burada  $a_p = 0$  alınırsa, simetrik dalga kılavuzuna âit  $\alpha_{I,III} = k_o NA_{I,III} \sqrt{\alpha}$  sonucu bulunur.

$$6) \text{ Asimetrik kuantum çukurunda } \alpha_{II} = \frac{k_o NA_I}{2} \sqrt{(1 - \alpha)(1 + \sqrt{I + a_p})^2}$$

olduğunu göstermek için

$$\alpha_{II}^2 = k_{II}^2 - \beta_{ze}^2 = k_{II}^2 - k_o^2 [n_{II}^2 - (1 - \alpha)(NA_I^2/4)(1 + \sqrt{I + a_p})^2]$$

formülünden hareket edilir.

$$\begin{aligned}\alpha_{II}^2 &= k_{II}^2 - k_o^2 [n_{II}^2 - (1-\alpha)(NA_I^2/4)(1 + \sqrt{1+a_p})^2] \\ \alpha_{II}^2 &= k_o^2 (1-\alpha)(NA_I^2/4)(1 + \sqrt{1+a_p})^2 \\ \alpha_{II}^2 &= \frac{k_o^2 NA_I^2}{4} (1-\alpha)(1 + \sqrt{1+a_p})^2\end{aligned}$$

ya da

$$\alpha_{II} = \frac{k_o NA_I}{2} \sqrt{(1-\alpha)(1 + \sqrt{1+a_p})^2} = k_o NA_I \sqrt{(1-\alpha)(1/4)(1 + \sqrt{1+a_p})^2} = \frac{k_o NA_I}{2} \sqrt{L}(1 + \sqrt{1+a_p})^2$$

olur. Eğer  $a_{pp} = (n_{III}^2 - n_I^2)/(n_{II}^2 - n_{III}^2)$  alınırsa

$$\alpha_{II} = \frac{k_o NA_{III}}{2} \sqrt{(1-\alpha)(1 + \sqrt{1+a_{pp}})^2} = k_o NA_{III} \sqrt{(1-\alpha)(1/4)(1 + \sqrt{1+a_{pp}})^2} = \frac{k_o NA_{III}}{2} \sqrt{L}(1 + \sqrt{1+a_{pp}})^2$$

olarak bulunur. Burada  $a_p=0$  için  $\alpha_{II} = k_o NA \sqrt{1-\alpha} = k_o NA_{III} \sqrt{L} = k_o NA_{III} \sqrt{1-\alpha}$  bulunur.

7) Bir asimetrik kuantum çukurunda

$$\alpha_{III} = \frac{k_o NA_I}{2} \sqrt{4(1+a_p) - (1-\alpha)(1 + \sqrt{1+a_p})^2}$$

olduğunu göstermek için  $\alpha_{III}^2 = \beta_z^2 - k_{III}^2$  formülünden hareket edilir:

$$\begin{aligned}\beta_{ze} &= k_o \sqrt{n_{II}^2 - (1-\alpha)(1/4)NA_I^2(1 + \sqrt{1+a_p})^2} \\ \alpha_{III}^2 &= \beta_z^2 - k_{III}^2 = k_o^2 [n_{II}^2 - (1-\alpha)(NA_I^2/4)(1 + \sqrt{1+a_p})^2] - k_{III}^2\end{aligned}$$

ya da

$$\alpha_{III}^2 = k_o^2 [n_{II}^2 - (1-\alpha)(NA_I^2/4)(1 + \sqrt{1+a_p})^2] - k_o^2 n_{III}^2$$

veyâ

$$\begin{aligned}\alpha_{III}^2 &= [k_o^2 n_{II}^2 - k_o^2 n_{III}^2] - k_o^2 (1-\alpha)(NA_I^2/4)(1 + \sqrt{1+a_p})^2 \\ \alpha_{III}^2 &= [k_o^2 n_{II}^2 - k_o^2 n_{III}^2] - k_o^2 (1-\alpha)(NA_I^2/4)(1 + \sqrt{1+a_p})^2 \\ \alpha_{III}^2 &= k_o^2 [n_{II}^2 - n_{III}^2 - (1-\alpha)(NA_I^2/4)(1 + \sqrt{1+a_p})^2] \\ \alpha_{III}^2 &= k_o^2 [NA_{III}^2 - (1-\alpha)(NA_I^2/4)(1 + \sqrt{1+a_p})^2]\end{aligned}$$

ya da ifâdesinde  $n_{III}^2 = n_I^2 + a_p n_I^2 - a_p n_{II}^2$  kullanılarak

$$\begin{aligned}
\alpha_{III}^2 &= k_0^2 [n_{II}^2 - (n_I^2 + a_p n_I^2 - a_p n_{II}^2) - (1-\alpha)(NA_I^2/4)(1 + \sqrt{1+a_p})^2] \\
&= k_0^2 [n_{II}^2 - (n_I^2 + a_p n_I^2 - a_p n_{II}^2) - (1-\alpha)(NA_I^2/4)(1 + \sqrt{1+a_p})^2] \\
&= k_0^2 [n_{II}^2 - n_I^2 - a_p n_I^2 + a_p n_{II}^2 - (1-\alpha)(NA_I^2/4)(1 + \sqrt{1+a_p})^2] \\
&= k_0^2 [n_{II}^2(1+a_p) - n_I^2(1+a_p) - (1-\alpha)(NA_I^2/4)(1 + \sqrt{1+a_p})^2], \\
&= k_0^2 [n_{II}^2 - n_I^2](1+a_p) - (1-\alpha)(NA_I^2/4)(1 + \sqrt{1+a_p})^2] \\
&\quad NA_I = (n_{II}^2 - n_I^2)^{1/2} \\
\alpha_{III}^2 &= k_0^2 [NA_I^2(1+a_p) - (1-\alpha)(NA_I^2/4)(1 + \sqrt{1+a_p})^2] \\
\alpha_{III}^2 &= \frac{k_0^2 NA_I^2}{4} [4(1+a_p) - (1-\alpha)(1 + \sqrt{1+a_p})^2] = \frac{k_0^2 NA_I^2}{4} [4(1+a_p) - L(1 + \sqrt{1+a_p})^2]
\end{aligned}$$

ya da

$$\alpha_{III} = \frac{k_0 NA_I}{2} \sqrt{4(1+a_p) - (1-\alpha)(1 + \sqrt{1+a_p})^2}$$

veyâ

$$\alpha_{III} = \frac{k_0 NA_I}{2} \sqrt{4(1+a_p) - L(1 + \sqrt{1+a_p})^2} = k_0 NA_I \sqrt{(1+a_p) - \frac{1}{4}L(1 + \sqrt{1+a_p})^2}$$

olduğu bulunur. Burada  $a_p=0$  için  $\alpha_{III}$  propagasyon sâbiti de  $\alpha_{I,III} = k_0 NA \sqrt{\alpha} = k_0 NA_{I,III} \sqrt{\alpha}$  olur.

8) Bir asimetrik kuantum çukurunda enerji öz değerinin absisinin

$$\eta_e = V \sqrt{\frac{1}{2}[1 - (1-\alpha_e)(1/4)(1 + \sqrt{1+a_p})^2] + \frac{1}{8}[4(1+a_p) - (1-\alpha_e)(1 + \sqrt{1+a_p})^2]}$$

olduğunu göstermek için

$$\eta_e = \sqrt{(1/2)[(\alpha\alpha_I)^2 + (\alpha\alpha_{III})^2]} = \sqrt{(1/2)[\eta_I^2 + \eta_{III}^2]}$$

formülünden hareket edilir.

$$\begin{aligned}
\eta_I &= \alpha_I a = k_0 a NA_I \sqrt{1 - (1-\alpha)(1/4)[1 + \sqrt{1+a_p}]^2} \\
\eta_{III} &= \alpha_{III} a = \frac{k_0 a NA_I}{2} \sqrt{4(1+a_p) - (1-\alpha)(1 + \sqrt{1+a_p})^2} \\
\eta_e &= \sqrt{(1/2)[\eta_I^2 + \eta_{III}^2]} \rightarrow \eta_e^2 = (1/2)[\eta_I^2 + \eta_{III}^2]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta_e^2 &= \frac{1}{2}k_o^2 a^2 NA_I^2 [1 - (1 - \alpha)(1/4)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2] + \frac{1}{4}k_o^2 a^2 NA_I^2 [4(1 + a_p) - (1 - \alpha)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2] \\ \eta_e^2 &= k_o^2 a^2 NA_I^2 \left\{ \frac{1}{2}[1 - (1 - \alpha)(1/4)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2] + \frac{1}{8}[4(1 + a_p) - (1 - \alpha)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2] \right\} \\ \eta_e &= k_o a NA_I \sqrt{\frac{1}{2}[1 - (1 - \alpha)(1/4)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2] + \frac{1}{8}[4(1 + a_p) - (1 - \alpha)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2]}\end{aligned}$$

elde edilir ki bu  $n_i = n_{ii} = n_{i,iii}$  ve  $a_p = 0$  olan simetrik kuantum çukuru için

$$\eta_c = V\sqrt{\alpha} = \eta_{i,iii} = V_{i,iii}\sqrt{\alpha} = \eta_{i,iii}$$

olur.

9) Bir asimetrik kuantum çukurunda enerji öz değerinin ordinatının

$$\zeta_e = \alpha \alpha_{ii} = \frac{ak_o NA_I}{2} \sqrt{(1 - \alpha)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2} = ak_o NA_I \sqrt{(1 - \alpha)\left(\frac{1}{4}\right)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2}$$

olduğunu göstermek için.  $\zeta_e = \alpha \alpha_{ii}$  'den hareket edilir.

$$\zeta_e = \alpha \alpha_{ii} = \frac{ak_o NA_I}{2} \sqrt{(1 - \alpha)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2}$$

ya da

$$\zeta_e = \alpha_{ii} a = \frac{ak_o NA_I}{2} \sqrt{(1 - \alpha)(1 + \sqrt{1 + a_p})} = \frac{ak_o NA_I}{2} \sqrt{L(1 + \sqrt{1 + a_p})}$$

olur.

10) Bir asimetrik kuantum çukurunda normalize frekansın

$$V_e = ak_o NA_I \sqrt{\left\{ \frac{1}{2}[1 - (1 - \alpha)(1/4)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2] + \frac{1}{8}[4(1 + a_p) - (1 - \alpha)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2] + \frac{1}{4}[(1 - \alpha)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2] \right\}}$$

olduğunu göstermek için

$$V_e = \sqrt{\zeta_e^2 + \eta_e^2}$$

formülünden hareket edilir.

$$\begin{aligned}\zeta_e &= \alpha_{ii} a = \frac{ak_o NA_I}{2} \sqrt{(1 - \alpha)(1 + \sqrt{1 + a_p})} = \frac{ak_o NA_I}{2} \sqrt{L(1 + \sqrt{1 + a_p})} \\ \eta_e &= ak_o NA_I \sqrt{\frac{1}{2}[1 - (1 - \alpha)(1/4)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2] + \frac{1}{8}[4(1 + a_p) - (1 - \alpha)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2]} \\ V_e^2 &= \zeta_e^2 + \eta_e^2 \\ V_e^2 &= \frac{k_o^2 a^2 NA_I^2}{4} (1 - \alpha)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2\end{aligned}$$



$$+k_o^2 a^2 NA_I^2 \frac{1}{2} [1 - (1 - \alpha)(1/4)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2] + \frac{1}{8} [4(1 + a_p) - (1 - \alpha)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2]$$

ya da

$$V_e = k_o^2 a^2 NA_I^2 \sqrt{\left\{ \frac{1}{2} [1 - (1 - \alpha)(1/4)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2] + \frac{1}{8} [4(1 + a_p) - (1 - \alpha)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2] + \frac{1}{4} [(1 - \alpha)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2] \right\}}$$

olarak bulunur ki, bu  $n_I = n_{II} = n_{III}$  ve  $a_p = 0$  için  $V_e = V = V_{I,III}$  bulunur.

$$11) NA_e \text{ büyüklüğünü } NA_I = (n_{II}^2 - n_I^2)^{1/2}, \quad NA_{III} = (n_{II}^2 - n_{III}^2)^{1/2}$$

büyüklikleri cinsinden bulmak için  $NA_e$  büyüklüğünden hareket edilir.

$$NA_e = (1/2)[(n_{II}^2 - n_I^2)^{1/2} + (n_{II}^2 - n_{III}^2)^{1/2}] = (1/2)[NA_I + NA_{III}]$$

olur.  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$  ise  $NA_I = NA_{III} = NA_{I,III} = (n_{II}^2 - n_{I,III}^2)^{1/2}$  elde edilir. Ya da

$$NA_e = (1/2)[NA_{I,III} + NA_{I,III}] = (1/2)[NA_{I,III} + NA_{I,III}] = NA_{I,III} = (n_{II}^2 - n_{I,III}^2)^{1/2}$$

bulunur.

12) Asimetrik dalga kılavuzunda enerji öz değerlerinin normalize koordinat sistemindeki parametrik denklemlerinin geometrik yerinin bir elips olduğunu göstermeye aşağıdaki tanımlarla başlanır:

$$\eta_e = \sqrt{\frac{1}{2}(\eta_I^2 + \eta_{III}^2)}, \quad \eta_e^2 = \frac{1}{2}(\eta_I^2 + \eta_{III}^2), \quad \eta_e = \sqrt{\frac{1}{2}(\eta_I^2 + \eta_{III}^2)} = V_e \sin \eta_e$$

$$\zeta_e = V_e \cos \zeta_e, \quad \zeta_e^2 + \eta_e^2 = \frac{1}{2}(\eta_I^2 + \eta_{III}^2) + \zeta_e^2 = V_e^2 \rightarrow \frac{1}{2}(\eta_I^2 + \eta_{III}^2) + \zeta_e^2 = V_e^2$$

$$\eta^2 = \eta_I^2 + \eta_{III}^2$$

$$\frac{1}{2}\eta^2 + \zeta_e^2 = V_e^2 \rightarrow \frac{1}{2}\eta^2 + \zeta_e^2 = V_e^2 \rightarrow \frac{\frac{1}{2}\eta^2}{V_e^2} + \frac{\zeta_e^2}{V_e^2} = 1 \rightarrow \frac{\eta^2}{2V_e^2} + \frac{\zeta_e^2}{V_e^2} = 1$$

$$\zeta_e^2 = \zeta^2 \rightarrow \frac{\eta^2}{2V_e^2} + \frac{\zeta^2}{V_e^2} = 1$$

Asimetrik bir dalga kılavuzu için bir normalize yayılım sâbiti tanımlanırsa o zaman geometric yer bir daire olur..

$$13) \text{ Asimetrik bir dalga kılavuzunda } V_e^2 = \frac{a^2}{2}(2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2) \text{ olduğunu göstermek}$$

için aşağıdaki denklemlerden hareket edilir:

$$\alpha_I^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_I}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_I^2, \quad \eta_I^2 = a^2 \left[ \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_I}{c}\right)^2 \right] = a^2 (\beta_z^2 - k_I^2),$$

$$\alpha_{II}^2 = \left(\frac{\omega n_{II}}{c}\right)^2 - \beta_z^2 = k_{II}^2 - \beta_z^2, \quad \zeta^2 = a^2 \left[ \left(\frac{\omega n_{II}}{c}\right)^2 - \beta_z^2 \right] = a^2 (k_{II}^2 - \beta_z^2)$$

$$\alpha_{III}^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_{III}}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_{III}^2, \quad \eta_{III}^2 = a^2 \left[ \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_{III}}{c}\right)^2 \right] = a^2 (\beta_z^2 - k_{III}^2)$$

$$\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2 = k_{II}^2 - k_I^2, \quad \alpha_{III}^2 + \alpha_{II}^2 = k_{II}^2 - k_{III}^2, \quad \eta_I^2 + \zeta^2 = a^2 (k_{II}^2 - k_I^2)$$

$$\eta_{III}^2 + \zeta^2 = a^2 (k_{II}^2 - k_{III}^2),$$

$$\eta_I^2 + \eta_{III}^2 + 2\zeta^2 = a^2 (2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2), \quad \frac{\eta_I^2 + \eta_{III}^2}{2} + \zeta^2 = \frac{a^2}{2} (2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2)$$

$$\eta^2 = \frac{\eta_I^2 + \eta_{III}^2}{2}, \quad V^2 = \eta^2 + \zeta^2 = \frac{a^2}{2} (2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2)$$

14) Asimetrik dalga kılavuzunda normalize yayılım sâbiti

$$\alpha_e = \frac{\beta_z^2 - k_{III}^2}{k_{II}^2 - k_{III}^2} = \frac{\frac{\beta_z^2}{k_o^2} - n_{III}^2}{n_{II}^2 - n_{III}^2} = \frac{n_{ef}^2 - n_{III}^2}{n_{II}^2 - n_{III}^2} = \frac{\eta_e^2}{V_e^2}$$

ile tanımlandığına göre bunu asimetrik faktör cinsinden bulunuz.

Asimetrik faktör

$$a_p = \frac{n_I^2 - n_{III}^2}{n_{II}^2 - n_I^2} \rightarrow n_{III}^2 = n_I^2 - a_p (n_{II}^2 - n_I^2) = n_I^2 - a_p NA_I^2$$

$$\alpha_e = \frac{n_{ef}^2 - n_{III}^2}{n_{II}^2 - n_{III}^2} \rightarrow \alpha_e = \frac{n_{ef}^2 - (n_I^2 - a_p NA_I^2)}{n_{II}^2 - (n_I^2 - a_p NA_I^2)}, \quad NA_I = (n_{II}^2 - n_I^2)^{1/2}$$

Simetrik dalga kılavuzunda  $n_I = n_{II} = n_{III}$  ve  $a_p = 0$  için

$$\alpha_e = \frac{n_{ef}^2 - n_{I,III}^2}{n_{II}^2 - n_{I,III}^2} = \alpha$$

olur.

$$\frac{\eta_I^2 + \eta_{III}^2}{2} + \zeta_e^2 = \frac{a^2}{2} (2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2), \quad V_e^2 = \frac{a^2}{2} (2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2)$$

$$\eta_e^2 = \frac{\eta_I^2 + \eta_{III}^2}{2}, \quad \eta_e^2 + \zeta_e^2 = V_e^2, \quad \alpha_e = \frac{\eta_e^2}{V_e^2} = \frac{\frac{\eta_I^2 + \eta_{III}^2}{2}}{\frac{a^2}{2} (2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2)}$$

$$\alpha_e = \frac{\eta_e^2}{V_e^2} = \frac{\frac{\eta_I^2 + \eta_{III}^2}{2}}{\frac{a^2}{2}(2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2)} = \frac{\eta_I^2 + \eta_{III}^2}{2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2} = \frac{\beta_{ze}^2 - k_I^2 + \beta_{ze}^2 - k_{III}^2}{2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2}$$

$$\alpha_e = \frac{\eta_e^2}{V_e^2} = \frac{\frac{\eta_I^2 + \eta_{III}^2}{2}}{\frac{a^2}{2}(2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2)} = \frac{\eta_I^2 + \eta_{III}^2}{2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2} = \frac{\beta_{ze}^2 - k_I^2 + \beta_{ze}^2 - k_{III}^2}{2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2}$$

$$\alpha_e = \frac{\eta_e^2}{V_e^2} = \frac{\beta_{ze}^2 - k_I^2 + \beta_{ze}^2 - k_{III}^2}{2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2} = \frac{2\beta_{ze}^2 - k_I^2 - k_{III}^2}{2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2} = \frac{2n_{efa}^2 - n_I^2 - n_{III}^2}{2n_{II}^2 - n_I^2 - n_{III}^2}$$

15) Faz sabitini kırılma indisi cinsinden bulmak için

$$\alpha = \frac{n_{ef}^2 - n_{III}^2}{n_{II}^2 - n_{III}^2} = \frac{\beta_z^2 - k_I^2}{k_{II}^2 - k_I^2}$$

ile

$$\alpha = \frac{n_{ef}^2 - n_{III}^2}{n_{II}^2 - n_{III}^2} = \frac{\beta_z - k_I}{k_{II\Delta}}$$

formülünden faydalanılır<sup>42</sup>.

$$\frac{\beta_z^2 - k_I^2}{k_{II}^2 - k_I^2} = \frac{\beta_z - k_I}{k_{II\Delta}} \rightarrow \beta_z = \frac{k_{II}^2 - k_I^2 - k_I k_{II\Delta}}{k_{II\Delta}}$$

ve dolayısıyla

$$\alpha = \frac{\beta_z - k_I}{k_{II\Delta}} = \frac{\frac{k_{II}^2 - k_I^2 - k_I k_{II\Delta}}{k_{II\Delta}} - k_I}{k_{II\Delta}} = \frac{k_{II}^2 - k_I^2 - 2k_I k_{II\Delta}}{k_{II\Delta}^2}$$

bulunur.

16) Normalize yayılma sâbitininin analizini yapmak için asimetrik faktör adını alan  $a_p$ <sup>43</sup> tanımı

$$a_p = (n_{III}^2 - n_I^2)/(n_{II}^2 - n_{III}^2) \quad (1)$$

ve  $\frac{\eta_a^2}{V_a^2}$  ile başlanabilir.  $NA_{III}^2 = n_{II}^2 - n_{III}^2$  ile verilmek üzere,

<sup>42</sup> Iga, K., 1994, Fundamentals of Laser Optics, (New York: Plenum Press).

<sup>43</sup> Bhattacharya, P., Op. Cit. p.571, (Appendix 10).

$$\frac{\eta_a^2}{V^2} = \frac{\frac{\eta_I^2 + \eta_{III}^2}{2}}{\frac{a^2}{2}(2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2)} = \frac{2n_{ef}^2 - n_I^2 - n_{III}^2}{2n_{II}^2 - n_I^2 - n_{III}^2} = \frac{2n_{ef}^2 - 2n_{III}^2 + a_p NA_{III}^2}{2n_{II}^2 - 2n_{III}^2 + a_p NA_{III}^2} \quad (2)$$

ya da

$$\frac{\eta_a^2}{V^2} = \frac{2n_{ef}^2 - 2n_{III}^2 + a_p NA_{III}^2}{2n_{II}^2 - 2n_{III}^2 + a_p NA_{III}^2} = \frac{\frac{2n_{ef}^2 - 2n_{III}^2}{2n_{II}^2 - 2n_{III}^2} + \frac{a_p NA_{III}^2}{2n_{II}^2 - 2n_{III}^2}}{1 + \frac{a_p NA_{III}^2}{n_{II}^2 - 2n_{III}^2}} = \frac{\alpha + \frac{a_p NA_{III}^2}{2n_{II}^2 - 2n_{III}^2}}{1 + \frac{a_p NA_{III}^2}{2n_{II}^2 - 2n_{III}^2}}$$

$$\frac{\eta_a^2}{V_a^2} = \frac{\alpha + \frac{a_p NA_{III}^2}{2n_{II}^2 - 2n_{III}^2}}{1 + \frac{a_p NA_{III}^2}{2n_{II}^2 - 2n_{III}^2}} = \frac{\alpha + \frac{a_p}{2}}{1 + \frac{a_p}{2}} \quad (3)$$

ile verilir<sup>44</sup>. Burada  $\alpha$

$$\alpha = \frac{n_{ef}^2 - n_{III}^2}{n_{II}^2 - n_{III}^2} \quad (4)$$

olarak bellidir. YİAKİTSLr'de ( $n_I = n_{III} = n_{I,III}$ )  $a_p=0$ ,  $NA_{III} = NA = \sqrt{n_{II}^2 - n_{I,III}^2}$  ve

$$V = (\zeta^2 + \eta^2)^{1/2}, \quad \alpha = \frac{n_{ef}^2 - n_{I,III}^2}{n_{II}^2 - n_{I,III}^2} \quad (5)$$

olduğu hemen görülebilir. Burada da  $n_{I,III} = n_I$  ya da  $n_{I,III} = n_{III}$  seçimiyle, meydana gelen iki ayrı YİAKİTSL için, iki NYS'nin de olacağı açıkça görülmektedir. Görülüyor ki, NYS  $\alpha$ , YİAKİTALr'de de YİAKİTSLr'deki tanımı olarak ele alınmaktadır.  $n_{II} > n_I > n_{III}$  alındığı için asimetrik faktörün (+) olması için

$$a_{pp} = (n_I^2 - n_{III}^2) / (n_{II}^2 - n_I^2) \quad (6)$$

alınabilir. O zaman bir YİAKİTAL için

$$\frac{\eta_a^2}{V_a^2} = \frac{\frac{\eta_I^2 + \eta_{III}^2}{2}}{\frac{a^2}{2}(2k_{II}^2 - k_I^2 - k_{III}^2)} = \frac{2n_{ef}^2 - n_I^2 - n_{III}^2}{2n_{II}^2 - n_I^2 - n_{III}^2} = \frac{2n_{ef}^2 - 2n_I^2 + a_{pp} NA_I^2}{2n_{II}^2 - 2n_I^2 + a_{pp} NA_I^2} \quad (7)$$

ya da

<sup>44</sup> Winick, K.A, Effective-index method and coupled-mode theory for almost-periodic waveguide gratings: a comparison, <http://www.eecs.umich.edu/~winick/publications/journal20.pdf>

$$\alpha_a = \frac{\alpha + \frac{a_{pp} NA_I^2}{2n_{II}^2 - 2n_I^2}}{1 + \frac{a_{pp} NA_I^2}{2n_{II}^2 - 2n_I^2}} = \frac{\alpha + \frac{a_{pp}}{2}}{1 + \frac{a_{pp}}{2}} \quad (8)$$

olur ki burada YİAKİTAL'e ilişkin ifâdedeki NYS  $\alpha$

$$\alpha = \frac{n_{ef}^2 - n_I^2}{n_{II}^2 - n_I^2} \quad (9)$$

olarak elde edilir. Görüliyor ki, NYS  $\alpha$ , seçilen asimetrik faktöre bağlı olarak ortaya çıkmaktadır. Ancak burada şu husûsa dikkat edilmelidir.  $n_{II} \rangle n_I \rangle n_{III}$  alındığında  $n_{I,III}$  indisi,  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$  olarak tâyin edildiğine göre,  $n_{I,III}$ 'nin, ya  $n_I$ 'e ya da  $n_{III}$ 'e eşit alınmasıyla, asimetrik faktörün bu iki tanımı aynı anda geçerli değildir. Burada  $\alpha$ 'nın, YİAKİTSL'e âit NYS olduğuna dikkat edilmelidir.

Sonuç olarak YİAKİTALr için negatif asimetrik faktörden hareket ederek NYS, (4)'de görüldüğü gibi, gömlek bölgelerinin küçük kırılma indisi ile tanımlandığında YİAKİTSL'e geçişte  $n_{I,III} = n_{III}$  alınmış ise, o zaman gerek YİAKİTAL ve gerekse YİAKİTSL için NYS aynı olur. Şayet YİAKİTALr için pozitif asimetrik faktörden hareket ederek NYS, (9)'da görüldüğü gibi, gömlek bölgelerinin büyük kırılma indisi ile tanımlandığında YİAKİTSL'e geçişte  $n_{I,III} = n_I$  alınmış ise o zaman gerek YİAKİTAL ve gerekse YİAKİTSL için NYS yine aynı olur.

17) Basamak kırılma indisli asimetrik bir kuantum çukurunda genel olarak  $n_{II} \rangle n_I \rangle n_{III}$  olduğuna göre, bu kuantum çukurunun  $NA_e = (1/2)NA_I [1 + \sqrt{1 - a_{pp}}]$  nümerik açıklığını asimetrik faktör cinsinden ifâdesini için  $[a_{pp} = (n_{III}^2 - n_I^2)/(n_{II}^2 - n_{III}^2)]$  ve  $NA_I = (n_{II}^2 - n_I^2)^{1/2}$  ifadelerinden başlayabiliriz.

$$NA_e = (1/2)[\sqrt{n_{II}^2 - n_I^2} + \sqrt{n_{II}^2 - n_{III}^2}]$$

$$a_{pp} = (n_{III}^2 - n_I^2)/(n_{II}^2 - n_{III}^2) \rightarrow n_{III}^2 = a_{pp}n_{II}^2 + n_I^2 - n_I^2 a_{pp}$$

$$NA_e = (1/2)[\sqrt{n_{II}^2 - n_I^2} + \sqrt{n_{II}^2 - n_{III}^2}] = (1/2)[\sqrt{n_{II}^2 - n_I^2} + \sqrt{n_{II}^2 - (a_{pp}n_{II}^2 + n_I^2 - n_I^2 a_{pp})}]$$

$$NA_e = (1/2)NA_I [1 + \sqrt{1 - a_{pp}}]$$

**8.13. Asimetrik Kuantum Çukurunda R ve r Güç Oranları**

Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanları için R ve r oranları enerji öz değerinin parametrik koordinatları cinsinden, sırasıyla,

$$\frac{I_{\ell}}{I_{II}} = \bar{R} = I_{\ell} = \frac{2\zeta L}{2\zeta + \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_m} \right) \quad (237)$$

$$\frac{I'_{\ell}}{I'_{II}} = \bar{r} = I'_{\ell} = \frac{2\zeta \alpha}{2\zeta - \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_m} \right) \quad (238)$$

olarak bulunurlar. Bir çok matematik işlemlerden sonra  $\zeta = \alpha_n a = V \cos \zeta$ ,  $\eta_i = \alpha_i a = V \sin \zeta$ ,  $\eta_m = \alpha_m a = V \sin \zeta$  normalize değişkenleri çift fonksiyonlu elektrik alanları için

$$\zeta_e = \frac{ak_o^2 NA_I}{2} \sqrt{(1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})^2}, \quad (239)$$

$$\eta_i = ak_o^2 NA_I \sqrt{1 - (1-\alpha)(1/4)(1+\sqrt{1+a_p})^2}, \quad (240)$$

$$\eta_m = \frac{ak_o^2 NA_I}{2} \sqrt{4(1+a_p) - (1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})^2} \quad (241)$$

olarak elde edilirler. Tek fonksiyonlu elektrik alanları için  $\zeta'_e$ ,  $\eta'_i$  ve  $\eta'_m$ , parametreleri de bulunabilir:

$$\zeta'_e = \frac{ak_o^2 NA_I}{2} \sqrt{(1-\alpha')(1+\sqrt{1+a_p})^2}, \quad (242)$$

$$\eta'_i = ak_o^2 NA_I \sqrt{1 - (1-\alpha')(1/4)(1+\sqrt{1+a_p})^2}, \quad (243)$$

$$\eta'_m = \frac{ak_o^2 NA_I}{2} \sqrt{4(1+a_p) - (1-\alpha')(1+\sqrt{1+a_p})^2}. \quad (244)$$

(243) ve (244) ifâdeleri

$$\eta'_e = \sqrt{(1/2)[\eta_i'^2 + \eta_m'^2]}, \quad (245)$$

ile geometrik bir ortalama şekline sokulabilirler. Uzun bir işlem

$$\eta'_e = ak_o^2 NA_I \sqrt{\frac{1}{2} [1 - (1-\alpha)(1/4)(1+\sqrt{1+a_p})^2] + \frac{1}{8} [4(1+a_p) - (1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})^2]} \quad (246)$$

sonucunu verir ki burada  $a_p$ 'ye *Asimetrik Faktör* denir ve

$$a_p = (n_I^2 - n_{III}^2) / (n_{II}^2 - n_I^2) \quad (247)$$

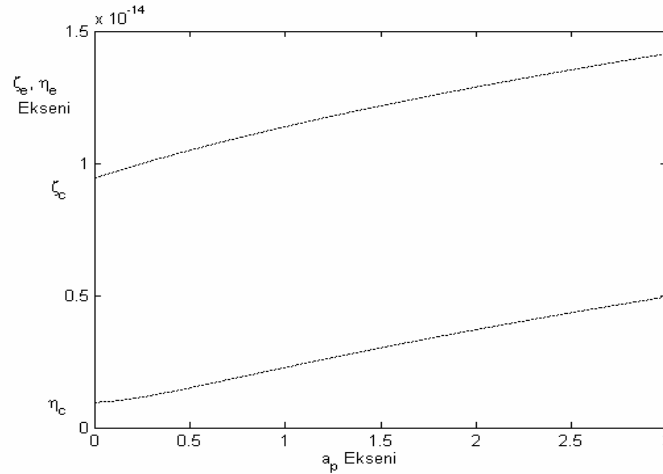
ile verilir<sup>45</sup>. Burada şuna dikkat edilmelidir ki,  $a_p = 0$  alındığında simetrik dalga kılavuzu için  $n'_I = n'_{III} = n'_{I,III}$  olur. (243) ifâdesi, simetrik dalga kılavuzunda  $\eta'_I = \eta'_{III} = \eta'_{I,III} = \eta'_e$  için  $\eta'_e = \eta'_{I,III} = \eta'_e$  olur.  $a_p=0$  alındığında (239) ve (246) formülleri simetrik dalga kılavuzu için  $\eta'_I = \eta'_{III} = \eta'_{I,III} = \eta'_e$  alınarak çift ve te fonksiyonlu elektrik alanları için

$$\zeta_c = V\sqrt{1-\alpha}, \quad \eta_c = V\sqrt{\alpha}, \quad \zeta'_c = V'\sqrt{\alpha'}, \quad \eta'_c = V'\sqrt{1-\alpha'} \quad (248)$$

sonucunu verir. Yâni, meselâ aynı bir kuantum çukurunda  $\alpha = \alpha'$  olacağı açıktır. Bu yüzden (248)'deki  $\zeta'_c$  ve  $\eta'_c$  parametreler

$$\zeta'_c = V\sqrt{\alpha}, \quad \eta'_c = V\sqrt{1-\alpha}. \quad (249)$$

olarak alınabilir.  $\zeta_c$  ve  $\eta_c$ , ya da  $\zeta_c$  and  $\eta_c$ , sırasıyla, asimetric ya da simetrik dalga kılavuzunda taşıyıcının enerji öz değerinin parametrik koordinatlarıdır. Bunlar  $a=10 \text{ A}^0$ ,  $\lambda=1.55 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $n_I=3.349$ ,  $n_{II}=3.355$  için çizilirse, Şekil 5 elde edilir. Asimetric faktör göz önüne alındığında görülür ki, daha büyük indis farkları ( $n_I - n_{III}$ ) için Şekil 7'de görüldüğü gibi, daha büyük  $\zeta_c$  ve  $\eta_c$  parametreleri elde edilmektedir. Yâni, asimetric factor büyüdükçe  $\zeta_c$  ve  $\eta_c$  değişkenleri de non-lineer olarak büyümektedirler. Açığı ki, simetrik dalga kılavuzu için ( $a_p = 0$ )  $\zeta_c=8.1301 \times 10^{-16}$  ve  $\eta_c=6.6097 \times 10^{-19}$  ettiğine dikkat ediniz. Bunlar  $a=15 \text{ A}^0$ ,  $\lambda=1.55 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $n_I=4.5$ ,  $n_{II}=4.8$  için çizilmiş olan eğri Şekil 7'de görülmektedir. Burada  $\zeta_c=9.4312 \times 10^{-15}$  ve  $\eta_c=9.5530 \times 10^{-16}$  olarak hesaplanmıştır.



Şekil 7 Bir asimetric dalga kılavuzunda  $a=15 \text{ A}^0$ ,  $\lambda=1.55 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $n_I=4.5$ ,  $n_{II}=4.8$  için  $a_p$  asimetric faktöre karşı  $\zeta_c$  ve  $\eta_c$  parametrelerinin değişimleri

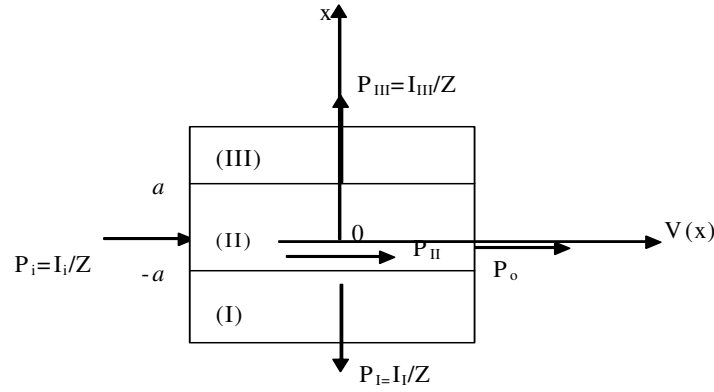
<sup>45</sup> Bhattacharya, P., Op. Cit. p.571, (Appendix 10).

Simetrik bir dalga kılavuzu için  $\eta_1 = \eta_m = \eta_{1m}$  ve  $\eta_1 = \eta_m = \eta_{1m} = \eta$  alınırsa, R ve r oranları

$$\bar{R} = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha}, \quad \bar{r} = \frac{1-\alpha'}{\eta'-\alpha'} \quad (250)$$

olarak bulunur.

Aktif bölgede  $P_{II}$ , ( $I_{II}/Z$ ), [ $P'_{II}$ , ( $I'_{II}/Z$ )] optik güçlerine âit ihtimaliyetlerin çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanları için normalizasyon gereğince 1 olmasını sağlamalıyız. Güç kaybı gömlek bölgelerine geçen güçlerdir:  $P_{I}$ , ( $I_{I}/Z$ ), [ $P'_{I}$ , ( $I'_{I}/Z$ )] tek fonksiyonlu elektrik alanında].  $P_O$  çıkış gücünün  $P_{II}$  olacağı açıktır (Şekil 8).



Şekil 8 Bir asimetri dalga kılavuzunda  $\alpha$  modelinde çift fonksiyonlu elektrik alanına âit farklı güçler

### Sorular:

1) Asimetrik bir dalga kılavuzunda

$$\frac{I_{\ell}}{I_{II}} = \bar{R} = I_{\ell} = \frac{2\zeta L}{2\zeta + \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\eta_1} + \frac{1}{2\eta_m} \right)$$

$$\frac{I'_{\ell}}{I'_{II}} = \bar{r} = I'_{\ell} = \frac{2\zeta\alpha}{2\zeta - \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\eta_1} + \frac{1}{2\eta_m} \right)$$

ifâdelerini çıkarınız.

2) Dalga kılavuzu simetrik olursa  $\frac{I_{\ell}}{I_{II}} = \bar{R} = I_{\ell}$  ve  $\frac{I'_{\ell}}{I'_{II}} = \bar{r} = I'_{\ell}$

büyüklikleri nasıl olur?

3) Asimetrik bir dalga kılavuzunda çift fonksiyonlu aktif alanı için

$$\zeta = \frac{ak_0NA}{2} \sqrt{(1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})^2} = \frac{V}{2} \sqrt{(1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})^2},$$



$$\eta_i = ak_o NA_I \sqrt{1 - (1 - \alpha)(1/4)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2},$$

$$\eta_m = \frac{ak_o NA_I}{2} \sqrt{4(1 + a_p) - (1 - \alpha)(1 + \sqrt{1 + a_p})^2}$$

ifâdelerini çıkarınız.

4) Asimetrik bir dalga kılavuzunda  $\zeta$ ,  $\eta_i$  ve  $\eta_{III}$  ifâdelerini çıkarınız.

**Cevaplar:**

$$1) \quad \bar{R} = \frac{\int_{-\infty}^{-a} |E_{yI}(x)|^2 dx + \int_0^{\infty} |E_{yIII}(x)|^2 dx}{\int_{-a}^a |E_{yII}(x)|^2 dx} = \frac{I_I + I_{III}}{I_{II}}$$

$$I_I = \int_{-a}^a E_{yI}(x) E_{yI}(x)^* dx = 2 \int_0^a E_{yI}(x) E_{yI}(x)^* dx = 2 \int_0^a |E_{yI}(x)|^2 dx = A_I^2 / 2\alpha_I,$$

$$I_{III} = \int_0^a E_{yIII}(x) E_{yIII}(x)^* dx = A_{III}^2 / 2\alpha_{III},$$

$$I_{II} = \int_{-a}^a E_{yII}(x) E_{yII}(x)^* dx = 2 \int_0^a E_{yII}(x) E_{yII}(x)^* dx = 2 \int_0^a |E_{yII}(x)|^2 dx$$

$$\bar{R} = \frac{I_I + I_{III}}{I_{II}} = \frac{\int_{-\infty}^{-a} |E_{yI}(x)|^2 dx + \int_0^{\infty} |E_{yIII}(x)|^2 dx}{\int_{-a}^a |E_{yII}(x)|^2 dx} = \frac{\frac{A_I^2}{2\alpha_I} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{III}}}{\int_{-a}^a |E_{yII}(x)|^2 dx}$$

$$E_{yII} = A \cos \alpha_{II} x = A \cos \frac{n\pi x}{2a}, \quad n=1, 3, 5, \dots$$

$$I_{II} = \int_{-a}^a |E_{yII}(x)|^2 dx = \int_{-a}^a |A \cos \alpha_{II} x|^2 dx = \int_{-a}^a A^2 \cos^2 \alpha_{II} x dx = \frac{A^2}{2} \int_{-a}^a [1 + \cos(2\alpha_{II} x)] dx$$

$$= A^2 \int_0^a [1 + \cos(2\alpha_{II} x)] dx = A^2 \left[ x + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin(2\alpha_{II} x) \right]$$

$$A = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\zeta + \sin 2\zeta}} \rightarrow A^2 = \frac{2\alpha_{II}}{2\zeta + \sin 2\zeta}$$

$$I_{II} = A^2 \left[ \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\alpha_{II}} \right] = 1$$

$$\bar{R} = \frac{I_I + I_{III}}{I_{II}} = \frac{\frac{A_I^2}{2\alpha_I} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{III}}}{\int_{-a}^a |E_{yII}(x)|^2 dx} = \frac{A_I^2}{2\alpha_I} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{III}}$$

$A_I = A \cos(\alpha_{II} a + \theta) = A \cos(\zeta + \theta)$   $A_{III} = A \cos(\alpha_{III} a - \theta) = A \cos(\zeta - \theta)$  olduğu gelecek bölümde gösterilecektir. Çift fonksiyonlu aktif bölge alanı için bunlar

$$A_I = A_{III} = A \cos \zeta$$

olur.

$$\bar{R} = \frac{\frac{A_I^2}{2\alpha_I} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{III}}}{\int_{-a}^a |E_{yII}(x)|^2 dx} = \frac{A_I^2}{2\alpha_I} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{III}} = \frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_I} + \frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_{III}} = A^2 \cos^2 \zeta \left( \frac{1}{2\alpha_I} + \frac{1}{2\alpha_{III}} \right)$$

$$\bar{R} = \frac{2\alpha_{II}}{2\zeta + \sin 2\zeta} \cos^2 \zeta \left( \frac{1}{2\alpha_I} + \frac{1}{2\alpha_{III}} \right) = \frac{2\zeta}{2\zeta + \sin 2\zeta} \cos^2 \zeta \left( \frac{1}{2\eta_I} + \frac{1}{2\eta_{III}} \right)$$

$$\zeta^2 = V^2 L \rightarrow \zeta = V \cos \zeta \rightarrow \cos^2 \zeta = L$$

$$\frac{I_\ell}{P_n} = \bar{R} = I_\ell$$

$$\bar{R} = \frac{2\zeta L}{2\zeta + \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\eta_I} + \frac{1}{2\eta_{III}} \right) = \frac{I_\ell}{P_n} = I_\ell$$

$\frac{I'_\ell}{I'_{II}} = \bar{r} = I'_\ell = \frac{2\zeta \alpha}{2\zeta - \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\eta_I} + \frac{1}{2\eta_{III}} \right)$  ifâdesini çıkarmak için benzer yol izlenir:

$$\bar{r} = \frac{\int_{-\infty}^{-a} |e_{yI}(x)|^2 dx + \int_0^{\infty} |e_{yIII}(x)|^2 dx}{\int_{-a}^a |e_{yII}(x)|^2 dx} = \frac{I'_I + I'_{III}}{I'_{II}}$$

$$I'_I = \int_{-a}^a e_{yI}(x) e_{yI}(x)^* dx = 2 \int_0^a e_{yI}(x) e_{yI}(x)^* dx = 2 \int_0^a |e_{yI}(x)|^2 dx = B_I^2 / 2\alpha_I,$$

$$I'_{II} = \int_{-a}^a e_{yII}(x) e_{yII}(x)^* dx = 2 \int_0^a e_{yII}(x) e_{yII}(x)^* dx = 2 \int_0^a |e_{yII}(x)|^2 dx,$$

$$I'_{III} = \int_0^a e_{yIII}(x) e_{yIII}(x)^* dx = B_{III}^2 / 2\alpha_{III},$$

$$\bar{r} = \frac{I'_I + I'_{III}}{I'_{II}} = \frac{\int_{-\infty}^{-a} |e_{yI}(x)|^2 dx + \int_0^{\infty} |e_{yIII}(x)|^2 dx}{\int_{-a}^a |e_{yII}(x)|^2 dx} = \frac{\frac{B_I^2}{2\alpha_I} + \frac{B_{III}^2}{2\alpha_{III}}}{\int_{-a}^a |e_{yII}(x)|^2 dx}$$

$$E_{yII} = B \sin \alpha_{II} x = B \sin \frac{n\pi x}{2a}, \quad n=0, 2, 4, \dots$$

$$I_{II} = \int_{-a}^a |E_{yII}(x)|^2 dx = \int_{-a}^a |B \sin \alpha_{II} x|^2 dx = \int_{-a}^a B^2 \sin^2 \alpha_{II} x dx = \frac{B^2}{2} \int_{-a}^a [1 - \cos(2\alpha_{II} x)] dx$$

$$= B^2 \int_0^a [1 - \cos(2\alpha_{II} x)] dx = B^2 \left[ x - \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin(2\alpha_{II} x) \right]$$

$$= B^2 \left[ x - \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin(2\alpha_{II} x) \right] \Big|_0^a = B^2 \left[ a - \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin 2\alpha_{II} a \right]$$

$$= B^2 \left[ \frac{2\alpha_{II} a - \sin 2\alpha_{II} a}{2\alpha_{II}} \right] = B^2 \left[ \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\alpha_{II}} \right]$$

$$B = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\zeta - \sin 2\zeta}} \rightarrow B^2 = \frac{2\alpha_{II}}{2\zeta - \sin 2\zeta}$$

$$I'_{II} = B^2 \left[ \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\alpha_{II}} \right] = 1$$

$$r = \frac{I'_I + I'_{III}}{I'_{III}} = \frac{\frac{B_I^2}{2\alpha_I} + \frac{B_{III}^2}{2\alpha_{III}}}{\frac{a}{\int_{-a}^a |E_{yII}(x)|^2 dx}} = \frac{B_I^2}{2\alpha_I} + \frac{B_{III}^2}{2\alpha_{III}}$$

$A_I = A \cos(\alpha_{II} a + \theta) = A \cos(\zeta + \theta)$     $A_{III} = A \cos(\alpha_{II} a - \theta) = A \cos(\zeta - \theta)$    *olduğu gelecek bölümde gösterilecektir. Tek fonksiyonlu aktif bölge alanı ( $\theta = 90^\circ$  için bunlar*

$$B_I = B_{III} = A \sin \zeta$$

*olur.*

$$\bar{r} = \frac{\frac{B_I^2}{2\alpha_I} + \frac{B_{III}^2}{2\alpha_{III}}}{\frac{a}{\int_{-a}^a |E_{yII}(x)|^2 dx}} = \frac{B_I^2}{2\alpha_I} + \frac{B_{III}^2}{2\alpha_{III}} = \frac{B^2 \sin^2 \zeta}{2\alpha_I} + \frac{B^2 \sin^2 \zeta}{2\alpha_{III}} = B^2 \sin^2 \zeta \left( \frac{1}{2\alpha_I} + \frac{1}{2\alpha_{III}} \right)$$

$$\bar{r} = \frac{2\alpha_{II}}{2\zeta - \sin 2\zeta} \sin^2 \zeta \left( \frac{1}{2\alpha_I} + \frac{1}{2\alpha_{III}} \right) = \frac{2\zeta}{2\zeta - \sin 2\zeta} \sin^2 \zeta \left( \frac{1}{2\eta_I} + \frac{1}{2\eta_{III}} \right),$$

$$\eta = V \cos \zeta \rightarrow \sin^2 \zeta = L, \quad \eta^2 = V^2 L \rightarrow \eta = V \sin \zeta \rightarrow \sin^2 \zeta = L$$

$$r = \frac{2\alpha_{II}}{2\zeta - \sin 2\zeta} \sin^2 \zeta \left( \frac{1}{2\alpha_I} + \frac{1}{2\alpha_{III}} \right) = \frac{2\alpha_{II} \zeta}{2\zeta - \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\eta_I} + \frac{1}{2\eta_{III}} \right)$$

$$\bar{r} = \frac{2L\zeta}{2\zeta - \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\eta_I} + \frac{1}{2\eta_{III}} \right) = \frac{I'_I}{I'_{II}} = I'_I$$

Sonuçlar:

$$\frac{I_{\ell}}{I_{II}} = \bar{R} = I_{\ell} = \frac{2\zeta L}{2\zeta + \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_{III}} \right)$$

$$\frac{I'_{\ell}}{I'_{II}} = \bar{r} = I'_{\ell} = \frac{2\zeta L}{2\zeta - \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_{III}} \right)$$

$$2) \text{ Dalga kılavuzu simetrik olursa } \frac{I_{\ell}}{I_{II}} = \bar{R} = I_{\ell} \text{ ve } \frac{I'_{\ell}}{I'_{II}} = \bar{r} = I'_{\ell}$$

büyüklikleri aşağıdaki şekilleri alır:

Simetrik bir dalga kılavuzunda I ve III bölgelerinin kırılma indisleri eşit oldukları için  $\eta_i = \eta_{III} = \eta$  olur. O zaman

$$\bar{R} = \frac{2\zeta L}{2\zeta + \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_{III}} \right) = \frac{2\zeta L}{\eta(2\zeta + \sin 2\zeta)} = \frac{L}{\eta \left( 1 + \frac{\sin 2\zeta}{2\zeta} \right)} = \frac{1-\alpha}{\eta \left( 1 + \frac{\sin \zeta \sin \zeta}{\zeta} \right)} \text{ ve}$$

$$= \frac{1-\alpha}{\eta \left( 1 + \frac{\sin \zeta \sin \zeta}{\zeta} \right)} = \frac{1-\alpha}{\eta \left( 1 + \frac{\eta \zeta}{\zeta V^2} \right)} = \frac{1-\alpha}{\eta + \frac{\eta^2}{V^2}} = \frac{1-\alpha}{\eta + \alpha}$$

$$\bar{r} = \frac{2\zeta L}{2\zeta - \sin 2\zeta} \left( \frac{1}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_{III}} \right) = \frac{2\zeta L}{\eta(2\zeta - \sin 2\zeta)} = \frac{L}{\eta \left( 1 - \frac{\sin 2\zeta}{2\zeta} \right)} = \frac{L}{\eta - \frac{\eta 2 \cos \zeta \sin \zeta}{2\zeta}}$$

$$= \frac{L}{\eta - \frac{\eta^2 \zeta}{\zeta V^2}} = \frac{L}{\eta - \frac{\eta^2}{V^2}} = \frac{L}{\eta - \alpha} = \frac{1-\alpha}{\eta - \alpha}$$

olurlar. Sonuç olarak

$$\bar{R} = \frac{1-\alpha}{\eta + \alpha}$$

$$\bar{r} = \frac{1-\alpha}{\eta - \alpha}$$

bulunur.

## BÖLÜM IX

### TM MODU VE ASİMETRİK KUANTUM ÇUKURU

#### 9.1. Giriş

Bu bölümde basamak kırılma indisli yarıiletken kuantum çukurlarında TE ve TM modları, bu modlardaki güç akışları ile asimetrik kuantum çukurunun özellikleri ele alınacaktır.

Basamak kırılma indisli yarıiletken kuantum çukurlarında kırılma indisi profili, homojen bir dielektrik ortamı sunan en basit lazer tasarımı imkânını verir. İlk zamanlarda çok kullanılan bu basit tasarım daha kompleks tasarımların yolunu açar. Bu analiz, “özdeş” basamak -kırılma indisli lazer olarak anılır, ve aktif bölgede herhangi bir kırılma indisi profiline sâhip kollektif mod özelliklerine kapı aralar.

I, II ve III bölgeleri ve bu bölgelerde,  $n_I$ ,  $n_{II}$  ve  $n_{III}$ , kırılma indislerine sâhip standart bir asimetrik kuantum çukurunun geometrisi Şekil 1’de görülmektedir. Bu, bir çok yarıiletken lazerlerin temsili asimetrik dalga kılavuzunu gösterir. Dalga kılavuzlarının spesifik özelliklerinin çoğu, böyle daha basit modellerin analiziyle elde edilebilmektedir.

Kırılma indisleri arasında genel olarak büyüklük bakımından  $n_{II} > n_I > n_{III}$  eşitsizliği geçerlidir.  $n_{III} = n_I = n_{I,III}$  olursa, basamak kırılma indisli simetrik kuantum çukuru elde edilir<sup>1</sup>. Bu farklı indisler, alüminyumun x ile gösterilen miktarının galyum arsenik malzemesinde galyum atomuyla yer değiştirmesiyle elde edilir. Bu metotla p-tipi ve n-tipi alüminyumun-galyum-arsenik,  $Al_xGa_{1-x}As$ , malzemesi elde edilebilir<sup>2</sup>. Bu sûretle, aktif bölgenin kırılma indisi, I ve III bölgelerinden meydana gelen gömlek bölgesinin kırılma indislerinden daha büyük yapılabilir. Böylece, tam yansımayla, ışığın aktif bölgede hapsedilmiş olarak yayılması sağlanır.

I, II ve III, bölgelerinin için harmonik formdaki elektrik alanı, bir boyutlu

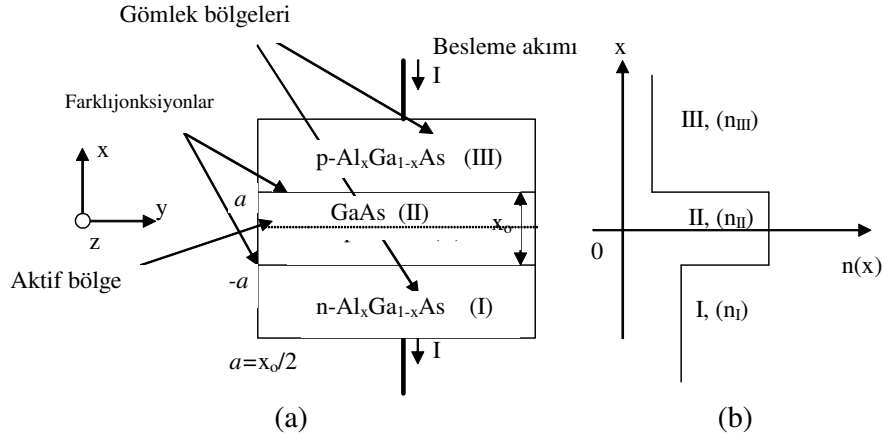
$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + n_i^2 k_o^2 - \beta_z^2 \right] E_{yi}(x) = 0, \quad (i=I,II,III) \quad (1)$$

Hemholtz denklemini sağlar.

Burada  $E_{yi}(x)$   $i=I,II,III$ , i. bölgedeki elektrik alanını;  $n_i$  kırılma indisini,  $k_o = \omega/c$  boşluktaki dalga numarasını ve  $\omega$  açısal frekansı;  $\beta_z$  z-doğrultusundaki faz hızını göstermektedir.

<sup>1</sup> Syms, R. and Cozens, J., 1992, *Optical Guided Waves and Devices*, (New York: McGraw-Hill Book Company).

<sup>2</sup> Verdeyen, J.T., 1989, *Laser Electronics*, (London: Prentice Hall International Limited).



Şekil 1 Asimetrik kuantum çukurunun (a) Geometrisi, (b) Kırılma indisi profili

Genel olarak optik elektromanyetik alana âit TM modu,  $H_z=0$  olarak elde edilir<sup>3,4</sup>. Modlar, her üç bölgede dalga denklemini sağlarlar. Böylece, Şekil 1'deki I, II ve III bölgelerindeki çözümlerin özellikleri bulunur.

## 9.2. Aktif ve Gömlek Bölgelerinde TM Moduna âit Elektrik ve Manyetik Alan Bileşenleri

TM Modunda manyetik alan bileşenleri<sup>5</sup> için

$$H_{y_I} = H_I \exp[\alpha_I(x + a)] F(z, \omega, t) \quad (2)$$

$$H_{y_{II}} = A \cos(\alpha_{II}x - \theta) F(z, \omega, t) \quad (3)$$

$$H_{y_{III}} = H_{III} \exp[-\alpha_{III}(x - a)] F(z, \omega, t) \quad (4)$$

$$F(z, \omega, t) = \exp[j(\omega(-\beta_z z))], \quad (5)$$

olarak hesaplanabilir. Burada  $H_I$ ,  $H_{III}$  ve  $A$  alanların genlikleridirler. Alanların Şekil 1'deki geometriye göre  $x = \pm a$  sınırlarında sürekli olmaları için  $\zeta = \alpha_{II}a$  -ki bu  $a$  uzunluğundaki optik faz değişimidir- $H_I$  ve  $H_{III}$  genlikleri,  $\alpha_{II}$ ,  $\theta$  ve  $a$ 'nın belirlenmiş değerleri için

$$H_I = A \cos(\alpha_{II}a + \theta) = A \cos(\zeta + \theta) \quad (6)$$

ve

$$H_{III} = A \cos(\alpha_{II}a - \theta) \quad (7)$$

<sup>3</sup> Syms, R. and Cozens, J., 1992, *Optical Guided Waves and Devices*, (New York: McGraw-Hill Book Company).

<sup>4</sup> Verdeyen, J.T., 1989, *Laser Electronics*, (London: Prentice Hall International Limited).

<sup>5</sup> Temiz, M., 2002, Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices, *Laser Physics*, Vol.12, No.7, pp.989-1006.

ya da

$$H_{\text{iii}} = A \cos(\zeta - \theta) . \quad (8)$$

olarak bulunur.

$H_{\text{yiii}} = A \cos(\alpha_{\text{ii}}x - \theta)$   $F(z, \omega, t)$  aktif bölgedeki manyetik alandır. Burada  $\pm z$  doğrultusunda zamana bağlı olarak yayılmayı temsil eder.  $F(z, \omega, t) = e^{j(\omega t \pm \beta_z z)}$  olarak bilinir.  $e^{j(\omega t - \beta_z z)}$  alınırsa yayılma  $+z$  doğrultusunda,  $e^{j(\omega t + \beta_z z)}$  ise yayılma  $-z$  doğrultusundadır. Alan

$$H_{\text{yiii}} = A \cos(\alpha_{\text{ii}}x - \theta) \quad (9)$$

olarak alınırsa büyüklük fazor biçimli olur.

Aktif bölgedeki manyetik alanı

$$H_{\text{yiii}} = A \cos(\alpha_{\text{ii}}x - \theta) \quad (10)$$

fazör olarak ele aldığımızda eğer,  $m$  mod numarası olmak üzere,

$$\theta = m\pi/2, m=0, 2, 4, 6, \dots, m=2i, i=0, 1, 2, 3, \dots, \quad (11)$$

olarak alınırsa, o zaman (10), çift fonksiyonlu elektrik alanı manyetik alan elde edilir ve meselâ genliğinin pozitif olması için

$$\begin{aligned} H_{\text{yiii}} &= A \cos(\alpha_{\text{ii}}x - m\frac{\pi}{2}) = A \cos(\alpha_{\text{ii}}x) \cos(m\frac{\pi}{2}) + A \sin(\alpha_{\text{ii}}x) \sin(m\frac{\pi}{2}) \\ &= A \cos(\alpha_{\text{ii}}x) \cos(i\pi) + A \sin(\alpha_{\text{ii}}x) \sin(i\pi) = A (-1)^i \cos(\alpha_{\text{ii}}x) \cos(i\pi) = A \cos(\alpha_{\text{ii}}x) \end{aligned} \quad (12)$$

ya da

$$H_{\text{yiii}} = A \cos(\alpha_{\text{ii}}x) \quad (13)$$

bulunur.

Burada çift fonksiyonu göstermek için “*even*” kelimesinin ilk harfi, ( $^e$ ), kullanılmak üzere,

$$\begin{aligned} H_{\text{iii}}^e &= A^e \cos(\zeta - m\pi/2) = A^e \cos \zeta \cos(m\pi/2) + A^e \sin \zeta \sin(m\pi/2) \\ &= A^e \cos \zeta \cos(i\pi) + A^e \sin \zeta \sin(i\pi) = A^e \cos \zeta \cos(i\pi) = A^e (-1)^i \cos \zeta \cos(i\pi) = A^e \cos \zeta \end{aligned} \quad (14)$$

ya da daha genel olarak

$$H_{\text{iii}}^e = A^e \cos \zeta \cos(m\pi/2) = (-1)^i A^e \cos \zeta = H_{\text{i}}^e = H_{\text{i,iii}}^e \quad (15)$$

olur.

$$m=1, 3, 5, \dots, \text{ or } m=(2i+1), i=0, 1, 2, 3, \dots, \quad (16)$$

olarak tek fonksiyonlu manyetik alan

$$\begin{aligned}
H_{y_i} &= A \cos(\alpha_{ii}x - m\frac{\pi}{2}) = A \cos(\alpha_{ii}x)\cos(m\frac{\pi}{2}) + A \sin(\alpha_{ii}x)\sin(m\frac{\pi}{2}) \\
&= A \cos(\alpha_{ii}x)\cos[(2i+1)\frac{\pi}{2}] + A \sin(\alpha_{ii}x)\sin[(2i+1)\frac{\pi}{2}] \\
&= A \cos(\alpha_{ii}x)\cos[(2i+1)\frac{\pi}{2}] + A \sin(\alpha_{ii}x)\sin[(2i+1)\frac{\pi}{2}] \\
&= A \sin(\alpha_{ii}x)\sin[(2i+1)\frac{\pi}{2}] = A \sin(\alpha_{ii}x)
\end{aligned} \tag{17}$$

bulunur. Bu alanın katsayısı, tek fonksiyonu göstermek için “*odd*” kelimesinin ilk harfi, ( $^{\circ}$ ), kullanılmak üzere,

$$\begin{aligned}
H^{\circ}_{m_i} &= A^{\circ} \cos(\zeta - m\pi/2) = A^{\circ} \cos[\zeta + (2i+1)\pi/2] \\
&= A^{\circ} \cos \zeta \cos[(2i+1)\pi/2] + A^{\circ} \sin \zeta \sin[(2i+1)\pi/2] = A^{\circ} \sin \zeta \sin[(2i+1)\pi/2]
\end{aligned}$$

veyâ sonuçta katsayının pozitif olması için

$$\begin{aligned}
H^{\circ}_{i_i} &= A^{\circ} \cos(\zeta + m\pi/2) = A^{\circ} \cos[\zeta + (2i+1)\pi/2] \\
&= A^{\circ} \cos \zeta \cos[(2i+1)\pi/2] - A^{\circ} \sin \zeta \sin[(2i+1)\pi/2] \\
&= -A^{\circ} \sin \zeta \sin[(2i+1)\pi/2]
\end{aligned} \tag{18}$$

veyâ ve katsayının pozitif olması için

$$H^{\circ}_{i_i} = -A^{\circ} \sin \zeta \sin[(2i+1)\pi/2] = A^{\circ} (-1)^i \sin \zeta \sin[(2i+1)\pi/2] = A^{\circ} \sin \zeta \tag{19}$$

ya da

$$\begin{aligned}
H^{\circ}_{m_i} &= A^{\circ} (-1)^i \sin \zeta \sin[(2i+1)\pi/2] = A^{\circ} \sin \zeta \\
H^{\circ}_{m_i} &= A^{\circ} \sin \zeta \sin[(2i+1)\pi/2] = E^{\circ}_{i_i} = E^{\circ}_{i,m}
\end{aligned} \tag{20}$$

olarak elde edilir. (3), (7), (9) ve (13) denklemlerindeki  $A$  katsayısı ve (14)-(18) ifâdelerindeki  $A^{\circ}$  ve  $A^{\circ}$  sâbitleri, sırasıyla,

$$\begin{aligned}
A &= \sqrt{\frac{2\alpha_{ii}}{2\alpha_{ii}a + \sin(2\alpha_{ii}a)\cos 2\theta}} = \sqrt{\frac{2\alpha_{ii}}{2\zeta + \sin(2\zeta)\cos 2\theta}} \\
A^{\circ} &= \sqrt{\frac{2\alpha_{ii}}{2\zeta + \sin 2\zeta}}, \quad A^{\circ} = \sqrt{\frac{2\alpha_{ii}}{2\zeta - \sin 2\zeta}}
\end{aligned} \tag{21}$$

olarak verilirler. Bu sûretle, basamak kırılma indisli bir yarıiletken simetrik kuantum çukurunda I, II, ve III bölgelerinde optik manyetik alanlar elde edilirler. I ve III



bölgelerindeki manyetik alanlar, (2) ve (4)'de görüldüğü gibi,  $\theta=2i\pi/2$  ya da  $\theta=(2i+1)\pi/2$ ,  $i=0, 1, 2, 3$ , için,  $x$  doğrultusunda üstel olarak, aktif bölgedeki manyetik alan, (3)'de görüldüğü gibi, sinizoidal olarak değişmektedir.

Çift fonksiyonlu manyetik alanında alınan  $H_z=0$  TM mod tanımına göre,  $\mathbf{E}$  elektrik ve  $\mathbf{H}$  manyetik vektörlerinin rotasyon ilişkisinden, ilgilenilen elektrik alanı bileşenleri<sup>6,7</sup>

$$E_{zI}(x) = (H_I \alpha_I / j \omega \epsilon_0 n_I^2) \exp[\alpha_I(x+a)] \quad (22)$$

$$E_{zII}(x) = -(A \alpha_{II} / j \omega \epsilon_0 n_{II}^2) \sin(\alpha_{II}x - \theta) \quad (23)$$

$$E_{zIII}(x) = -(H_{III} \alpha_{III} / j \omega \epsilon_0 n_{III}^2) \exp[-\alpha_{III}(x-a)] \quad (24)$$

ve

$$E_{xI}(x) = (\beta_z H_I / \omega \epsilon_0 n_I^2) \exp[\alpha_I(x+a)] \quad (25)$$

$$E_{xII}(x) = (A \beta_z / \omega \epsilon_0 n_{II}^2) \cos(\alpha_{II}x - \theta) \quad (26)$$

$$E_{xIII}(x) = (\beta_z H_{III} / \omega \epsilon_0 n_{III}^2) \exp[-\alpha_{III}(x-a)] \quad (27)$$

olarak elde edilir. Burada  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  serbest uzayın, sırasıyla dielektrik sâbiti ve manyetik geçirgenlik sâbitidir,  $\epsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$  ilişkisini taşırlar.

Şekil 1'de sınırlarda  $x = \pm a$  için (22)-(24) denklemlerinin sürekliliği kullanılarak asimetric kuantum çukurunda elektrik alanına âit TM modu için dispersiyon denklemleri

$$\tan[\alpha_{II}a - \theta] = (n_{II}/n_{III})^2 (\alpha_{III}/\alpha_{II}) = (\alpha_{III}/n_{III}^2) / (\alpha_{II}/n_{II}^2) \quad (28)$$

$$\tan[\alpha_{II}a + \theta] = (n_{II}/n_I)^2 (\alpha_I/\alpha_{II}) = (\alpha_I/n_I^2) / (\alpha_{II}/n_{II}^2) \quad (29)$$

ve  $\theta$  açısına ilişkin eşitlik

$$\tan 2\theta = (\alpha_{II}/n_{II}^2) [\alpha_I/n_I^2 - \alpha_{III}/n_{III}^2] / [\alpha_{II}/n_{II}^2 + (\alpha_I/n_I^2)(\alpha_{III}/n_{III}^2)] \quad (30)$$

olarak bulunur<sup>8,9</sup>. (30)'da (10) şartındaki  $\theta=0$  kullanılırsa, simetric kuantum çukuru için  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$  ve dolayısıyla  $\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$  olarak çift fonksiyonlu manyetik alanına

<sup>6</sup>. Temiz, M., 2002, *Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices*, Laser Physics, Vol.12, No.7, pp.989-1006.

<sup>7</sup> Temiz, M., 2001, The Effects of Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes, Laser Physics, Volume 11, No. 3, pp.297-305.

<sup>8</sup>. Temiz, M., 2002, *Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices*, Laser Physics, Vol.12, No.7, pp.989-1006.

<sup>9</sup> Temiz, M., 2001, The Effects of Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes, Laser Physics, Volume 11, No. 3, pp.297-305.

âit ifade elde edilir. Bu durumda  $\zeta = \alpha_{ii} a$  ve  $\eta = \alpha_{ii} a$  parametreleri kullanılarak (28) ve (29) dispersiyon denklemleri çift fonksiyonlu manyetik alanı için

$$\tan\zeta = (n_{ii}/n_{i,iii})^2 (\eta/\zeta) = (\eta/n_{i,iii}^2) / (\zeta/n_{ii}^2) \quad (31)$$

ve (14) şartının kullanılmasıyla tek fonksiyonlu manyetik alanı için

$$\cot\zeta = -(n_{ii}/n_{i,iii})^2 (\eta/\zeta) = -(\eta/n_{i,iii}^2) / (\zeta/n_{ii}^2) \quad (32)$$

olur. İleride açıklanacağı gibi (28) ve (32) denklemleri için enerji öz değerlerin parametrik koordinatları elips verir.

Simetrik dalga kılavuzunda

$$\tan(\zeta - \theta) = \eta/\zeta \quad (33)$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alanları için TE modunda ( $E_z = 0$ ), dispersiyon eşitliklerinin, sırasıyla,

$$\tan\zeta = \eta/\zeta, \quad \cot\zeta = -\eta/\zeta \quad (34)$$

ile verildiği bilinmektedir. Bu durumda enerji öz değerlerin parametrik koordinatları bir dâire verir.

### 9.3. TM Modunda Güç Akışı

Aktif bölgede ve gömlek bölgelerindeki güç akışı bir güç yoğunluğu olan Poynting vektörü ile gösterilir. Poynting vektörü<sup>10</sup>,  $\mathbf{E}$  elektrik ve  $\mathbf{H}$  manyetik alan fazörleri cinsinden

$$\mathbf{S} = 1/2[\mathbf{E}\Delta\mathbf{H}^*] \quad (35)$$

ile verilir. Fazör kullanıldığı için (35)'in zamana bağlı olmadığı açıktır. (1/2) faktörü, büyüklüklerin tepe değer cinsinden verildiğini gösterir. (\*) sembolü, kompleks büyüklüklerin kompleks eşleniğini (konjugesini) gösterir. Bunun yüzey üzerinden entegrali

$$S = 1/2 \iint_A \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} \quad (36)$$

<sup>10</sup> Syms, R. and Cozens, J., 1992, *Optical Guided Waves and Devices*, (New York: McGraw-Hill Book Company).

olur. Bu sùretle (36)'ya göre, asimetrik bir kuantum çukurunda aktif bölgede ve gömlek bölgelerinde zaman üzerinden ortalanmış birim yüzey başına üç boyutlu güç akışı elde edilebilir. TM modunda xy düzlemine dik olan z doğrultusundaki Poynting vektörü,

$$\mathbf{S}^{\text{TM}}_{xyi} = 1/2[\mathbf{E}_{xi}\mathbf{a}_x \wedge \mathbf{H}_{yi}^* \mathbf{a}_y] = \frac{1}{2} \mathbf{E}_{xi} \mathbf{H}_{yi}^* \mathbf{a}_z, \quad i=I, II, III. \quad (37)$$

olarak bulunur. (3), (26) ,(35) ve (36), denklemleri göz önünde bulundurularak aktif bölgede TM modunda z doğrultusundaki güç yoğunluğu

$$\mathbf{S}^{\text{TM}}_{xyII} = \frac{1}{2} \mathbf{E}_{xII} \mathbf{H}_{yII}^* \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{A e^2 \beta_z^e}{\omega \epsilon_0 n_{II}^2} \cos^2(\alpha_{II} x - \theta) \mathbf{a}_z \quad (38)$$

olur.  $x=a$  alınır, (38)'den yük taşıyıcısının enerji öz değeri cinsinden güç aktif bölgedeki güç akışı

$$\mathbf{S}^{\text{TM}}_{xyII} = \frac{1}{2} \frac{A e^2 \beta_z^e}{\omega \epsilon_0 n_{II}^2} \cos^2(\zeta - \theta) \mathbf{a}_z, \quad (39)$$

olarak elde edilir ki bu reel bir güç yoğunluğudur. (37)-(39)'daki  $\mathbf{a}_z$ , z doğrultusundaki birim vektördür.

#### 9.4. Asimetrik ve Simetrik Dalga Kılavuzunda Kuantum Enerji Öz Değer Noktaları

Denklem (33) ve (78)'den simetrik bir kuantum çukuru için

$$1/\cos^2(\zeta_c - \theta) = (\zeta_c^2 + \eta_c^2)/\zeta_c^2 = V_c^2/\zeta_c^2, \quad (40)$$

ve  $\sin^2 v + \cos^2 v = 1$  özdeşliği yardımıyla

$$\eta_c = V_c \sin(\zeta_c - \theta) \quad (41)$$

bulunur.

$$\zeta_c = V_c \sin(\zeta_c - \theta), \quad \eta_c = V_c \cos(\zeta_c - \theta) \quad (42)$$

parametresini verir. Bu denklemler TE modunda hem çift fonksiyonlu ve hem de tek fonksiyonlu alanı temsil ederler. (85)-(87)

$$\zeta_c^2 + \eta_c^2 = V_c^2. \quad (43)$$

sonucunu doğurur. Yukarıda bahsedildiği gibi, simetrik bir kuantum çukurunda taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin bu  $\zeta_c$  ve  $\eta_c$  parametrik koordinatları  $V_c$  yarı çaplı bir dâire belirtir.  $V_c = V_{I,III}$  normalize frekansı, TE modunda  $V_c = a k_0 N A_{I,III} = V_{I,III}$  ile verilebilir.

Asimetrik bir kuantum çukurunda taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin  $\zeta$  ve  $\eta$  parametrik koordinatları, (28) dispersiyon eşitliğinden hareket ederek, alt indis e TM modunda elektronun enerji öz değerlerinin parametrik koordinatlarını temsil etmek üzere, yaklaşık olarak

$$\begin{aligned}\zeta_e &= V_e \sqrt{1 + \left[ (n_{II}^4 - n_{III}^4) / n_{III}^4 \right] (1 + a_p)} \cos(\zeta_e - \theta) \\ &\cong V_e \sqrt{1 + 4\alpha_e \Delta (n_{II} / n_{III})^2 (1 + a_p)} \cos(\zeta_e - \theta)\end{aligned}\quad (44)$$

ve

$$\eta_e \cong V_e \sqrt{\sin^2(\zeta_e - \theta) - 4\alpha_e \Delta (n_{II} / n_{III})^2 (1 + a_p)} \cos^2(\zeta_e - \theta) \quad (45)$$

şeklinde elde edilirler. Bu son iki eşitlik taşıyıcıların enerji öz değerlerinin  $\zeta_e$  ve  $\eta_e$  parametrik koordinatlarının bir elips gösterdiğini söyler.

Eğer  $a_p$ 'ye bağlı kalmaksızın (yânî asimetrik bir dalga kılavuzunda)  $n_{II} / n_{III}$  oranının  $n_{II} / n_{III} = 0$  olarak alınması hâlinde (44) ve (45) denklemlerinin  $V_e$  yarıçaplı (42) denklemlerini verdiği görülür. Bu demektir ki TE ve TM mod farkı  $n_{II} / n_{III}$  oranına bağlıdır. (42) denklemlerinin asimetrik bir kuantum çukurunda taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin  $\zeta_e$  ve  $\eta_e$  parametrik koordinatları tarafından belirtilen bir dâire olduğu açıktır.

(44) ve (45) denklemlerinde asimetrik kuantum çukurundaki taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin  $\zeta_e$  ve  $\eta_e$  parametrik koordinatları

$$\frac{\zeta_e^2}{R_1^2} + \frac{\eta_e^2}{R_2^2} = 1 \quad (46)$$

elipsini verir. Burada  $\alpha_e$ , asimetrik kuantum çukurunda çift fonksiyonlu alan için TM modunda belirlenmiş normalize propagasyon sâbitini gösterir.

$$\cos^2(\zeta_e - \theta) = 1 - \alpha_e, \quad (47)$$

$$\sin^2(\zeta_e - \theta) = \alpha_e \quad (48)$$

eşitliklerinin<sup>11</sup> kullanılmalarıyla

$$R_1^2 = A^2 V_e^2 (1 - B^2), \quad R_2^2 = V_e^2 (1 - B^2) \quad (49)$$

$$A^2 = 1 + 4\alpha_e \Delta (n_{II} / n_{III})^2 (1 + a_p), \quad B^2 = 4\alpha_e \Delta (n_{II} / n_{III})^2 (1 + a_p) (1 - \alpha_e) \quad (50)$$

sonuçları bulunur ki burada

$$\zeta_e = R_1 \cos(\zeta_e - \theta) \quad (51)$$

$$\eta_e = R_2 \sin(\zeta_e - \theta) \quad (52)$$

<sup>11</sup> Temiz, M., 2001, The Effects of Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes, Laser Physics, Volume 11, No. 3, pp.297-305.

olarak bellidir. Eğer simetrik kuantum çukurunda TM modunda (46)-(50) denklemlerinde taşıyıcıların enerji öz değerlerinin parametrik koordinatları

$$\zeta_{eo} = V_e \sqrt{1 + 4\alpha_e \Delta(n_{II}/n_{I,III})^2} \cos(\zeta_{eo} - \theta) \quad (53)$$

ve

$$\eta_{eo} = V_e \sqrt{\sin^2(\zeta_{eo} - \theta) - 4\alpha_e \Delta(n_{II}/n_{I,III})^2 \cos^2(\zeta_{eo} - \theta)} \quad (54)$$

ile ifade edilirse, o zaman  $a_p = 0$ 'dan dolayı  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$  olacağı açıktır. Bu takdirde (53) ve (54) denklemleri  $R_{1o}$  ve  $R_{2o}$  iki ayrı yarı çap olmak üzere, TM odunda simetrik kuantum çukurundaki  $\alpha_e$  normalize propagasyon sâbiti cinsinden

$$\frac{\zeta_{eo}^2}{R_{1o}^2} + \frac{\eta_{eo}^2}{R_{2o}^2} = 1 \quad (55)$$

elipsi bulunur ki burada

$$\zeta_{eo} = R_{1o} \cos(\zeta_{eo} - \theta) \quad (56)$$

$$\zeta_{eo} = R_{2o} \sin(\zeta_{eo} - \theta) \quad (57)$$

$$R_{1o}^2 = A_o^2 V_e^2 (1 - B_o^2), \quad R_{2o}^2 = V_e^2 (1 - B_o^2) \quad (58)$$

$$A_o^2 = 1 + 4\alpha_e \Delta(n_{II}/n_{I,III})^2, \quad B_o^2 = 4\alpha_e \Delta(n_{II}/n_{I,III})^2 (1 - \alpha_e) \quad (59)$$

denklemleri söz konusu olur.  $n_{II}/n_{I,III}$  oranının  $n_{II}/n_{I,III} \cong 0$  olarak alınması hâlinde (46)-(55) denklemlerinin de asimetrik kuantum çukurunda TE modunda (43)'deki  $V_e = V_e(R_e)$  ve  $\zeta_e$  and  $\eta_e$  parametrelerini vereceği açıktır. Bu durumda

$$\zeta_{eo} = R_e \cos(\zeta_{eo} - \theta) = V_e \cos(\zeta_{eo} - \theta)$$

$$\zeta_{eo} = R_e \sin(\zeta_{eo} - \theta) = V_e \sin(\zeta_{eo} - \theta) \quad (60)$$

parametrik koordinatları elde edilir, ki bunlar bir dâire denklemdirler.  $n_{II}/n_{I,III} \cong 0$  alınmasının anlamı, TM odunda bir yaklaşıklık yapılarak parametrik değişkenlerin elips olan geometrik yerlerinin yaklaşık olarak dâire olarak ele alınması demektir.

### Sorular:

1)  $1/\cos^2(\zeta_e - \theta) = (\zeta_e^2 + \eta_e^2)/\zeta_e^2 = V_e^2/\zeta_e^2$  formülünü çıkarınız.

2) Asimetrik bir dalga kılavuzunda

$$\begin{aligned} \zeta_e &= V_e \sqrt{1 + [(n_{II}^4 - n_{III}^4)/n_{III}^4] I + a_p} \cos(\zeta_e - \theta) \\ &\cong V_e \sqrt{1 + 4\alpha_e \Delta(n_{II}/n_{III})^2 (I + a_p)} \cos(\zeta_e - \theta) \end{aligned}$$

ve

$$\eta_e \cong V_e \sqrt{\sin^2(\zeta_e - \theta) - 4\alpha_e \Delta(n_n/n_m)^2 (I + a_p) \cos^2(\zeta_e - \theta)}$$

parametrik koordinatlarını çıkarınız.

3)

$$\zeta = V_+ \sqrt{I + 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{III}^2} \right]^2 (I + a_p) \cos(\zeta_+ - \theta)}$$

$$\eta_+ = V_+ \sqrt{\sin^2(\zeta_+ - \theta) - 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{III}^2} \right]^2 (I + a_p) \cos^2(\zeta_+ - \theta)}$$

parametrik koordinatlarının bir elips meydana getirdiğini gösteriniz.

**Cevaplar:**

1)  $1/\cos^2(\zeta - \theta) = (\zeta_c^2 + \eta_c^2)/\zeta_c^2 = V_c^2/\zeta_c^2$  formülünü çıkarmak için

$$\tan(\zeta - \theta) = \eta/\zeta, \quad V_c = \sqrt{\zeta_c^2 + \eta_c^2}$$

formüllerinden hareket edilir.

$$\tan(\zeta - \theta) = \eta/\zeta \rightarrow 1 + \tan^2(\zeta - \theta) = 1 + \eta^2/\zeta^2 \rightarrow \frac{1}{\cos^2(\zeta - \theta)} = 1 + \eta^2/\zeta^2$$

$$\frac{1}{\cos^2(\zeta - \theta)} = \frac{\zeta^2 + \eta^2}{\zeta^2} = \frac{V_c^2}{\zeta^2} = \frac{V_c^2}{\zeta^2} = \frac{\zeta_c^2 + \eta_c^2}{\zeta^2}$$

2) Asimetrik bir dalga kılavuzunda TM modunda elektronun enerji öz değerlerinin

$$\zeta_e = V_e \sqrt{I + [(n_n^4 - n_m^4)/n_m^4] (I + a_p) \cos(\zeta_e - \theta)}$$

$$\cong V_e \sqrt{I + 4\alpha_e \Delta (n_n/n_m)^2 (I + a_p) \cos(\zeta_e - \theta)}$$

ve

$$\eta_e \cong V_e \sqrt{\sin^2(\zeta_e - \theta) - 4\alpha_e \Delta (n_n/n_m)^2 (I + a_p) \cos^2(\zeta_e - \theta)}$$

parametrik koordinatları çıkarmak için TM modundaki

$$\tan[\alpha_n a - \theta] = (n_n/n_m)^2 (\alpha_m/\alpha_n) = (\alpha_m/n_m^2)/(\alpha_n/n_n^2) \rightarrow \tan[\zeta - \theta]$$

$$= (n_n/n_m)^2 (\eta/\zeta) = (\eta/n_m^2)/(\zeta/n_n^2)$$

ya da

$$\tan(\zeta - \theta) = \frac{\frac{\eta}{n_1^2}}{\frac{\zeta}{n_2^2}}$$

ve I. bölge için

$$\begin{aligned} \tan[\alpha_{II} a + \theta] &= (n_{II}/n_I)^2 (\alpha_I/\alpha_{II}) = (\alpha_I/n_I^2) / (\alpha_{II}/n_{II}^2) \rightarrow \tan[\zeta + \theta] \\ &= (n_{II}/n_I)^2 (\eta/\zeta) = (\eta/n_I^2) / (\zeta/n_{II}^2) \end{aligned}$$

veyâ

$$\tan(\zeta + \theta) = \frac{\frac{\eta}{n_1^2}}{\frac{\zeta}{n_2^2}}$$

denklemlerinin birinden hareket edilebilir. Burada , alt indis + asimetric bir dalga kılavuzunda TM modunda elektronun enerji öz değerlerinin parametrik koordinatlarını temsil etmek üzere,

$$\tan(\zeta - \theta) = \frac{\frac{\eta}{n_1^2}}{\frac{\zeta}{n_2^2}}$$

denklemden hareket edelim:

$$\tan(\zeta + \theta) = \frac{\frac{\eta}{n_1^2}}{\frac{\zeta}{n_2^2}} \rightarrow \frac{1}{\cos^2(\zeta + \theta)} = \frac{(\frac{\eta}{n_1^2})^2}{(\frac{\zeta}{n_2^2})^2} + 1 \rightarrow \frac{1}{\cos^2(\zeta + \theta)} = \frac{(\frac{\zeta}{n_2^2})^2 + (\frac{\eta}{n_1^2})^2}{(\frac{\zeta}{n_2^2})^2}$$

$$\frac{1}{\cos^2(\zeta + \theta)} = \frac{(\frac{\zeta}{n_2^2})^2 + (\frac{\eta}{n_1^2})^2}{(\frac{\zeta}{n_2^2})^2} \rightarrow (\frac{\zeta}{n_2^2})^2 = [(\frac{\zeta}{n_2^2})^2 + (\frac{\eta}{n_1^2})^2] \cos^2(\zeta + \theta)$$

$$x = (\frac{\eta}{n_1^2}), y = \frac{\zeta}{n_2^2}, V^2 = x^2 + y^2 = (\frac{\zeta}{n_2^2})^2 + (\frac{\eta}{n_1^2})^2$$

$$(\frac{\zeta}{n_2^2})^2 = (\frac{\zeta}{n_2^2})^2 + (\frac{\eta}{n_1^2})^2 \cos^2(\zeta + \theta) \rightarrow \zeta^2 = \zeta^2 = [\zeta^2 + (\frac{n_2^2}{n_1^2} \eta)^2] \cos^2(\zeta + \theta)$$

$$\zeta^2 = [\zeta^2 + (\frac{n_u^2}{n_l} \eta)^2] \cos^2(\zeta + \theta) = [(1 - \alpha)V^2 + (\frac{n_u^2}{n_l})^2 \alpha V^2] \cos^2(\zeta + \theta)$$

$$\zeta^2 = V^2 [(1 - \alpha) + (\frac{n_u^2}{n_l})^2 \alpha] \cos^2(\zeta + \theta)$$

$$\zeta = V \sqrt{[(1 - \alpha) + (\frac{n_u^2}{n_l})^2 \alpha] \cos^2(\zeta + \theta)} = V \sqrt{[(1 - \alpha) + (\frac{n_u^4}{n_l^4}) \alpha] \cos^2(\zeta + \theta)}$$

$$\zeta = V \sqrt{1 - \alpha + \frac{n_u^4}{n_l^4} \alpha} \cos(\zeta + \theta)$$

$$x^2 = V^2 - y^2 = [(\frac{\zeta}{n_u})^2 + (\frac{\eta}{n_l})^2] - (\frac{\zeta}{n_u})^2 = [(\frac{\zeta}{n_u})^2 + (\frac{\eta}{n_l})^2] - [(\frac{\zeta}{n_u})^2 + (\frac{\eta}{n_{lm}})^2] \cos^2(\zeta + \theta)$$

$$x^2 = [(\frac{\zeta}{n_u})^2 + (\frac{\eta}{n_l})^2] [1 - \cos^2(\zeta + \theta)] \rightarrow \frac{\eta^2}{n_l^4} = [(\frac{\zeta}{n_u})^2 + (\frac{\eta}{n_l})^2] [1 - \cos^2(\zeta + \theta)]$$

$$\eta^2 = [\frac{n_l^4}{n_u^4} \zeta^2 + \eta^2] [1 - \cos^2(\zeta + \theta)] = [\frac{n_l^4}{n_u^4} V^2 (1 - \alpha) + \alpha V^2] \sin^2(\zeta + \theta)$$

$$\eta^2 = V^2 [\frac{n_l^4}{n_u^4} (1 - \alpha) + \alpha] \sin^2(\zeta + \theta)$$

$$\zeta = V \sqrt{1 - \alpha + \frac{n_u^4}{n_l^4} \alpha} \cos(\zeta + \theta)$$

$$\eta = V \sqrt{\alpha + \frac{n_l^4}{n_u^4} (1 - \alpha)} \sin(\zeta + \theta)$$

*Simetrik dalga kılavuzu için:*

$$\tan(\zeta - \theta) = \frac{\frac{\eta_+}{n_{lm}^2}}{\frac{\zeta_+}{n_u^2}} \rightarrow \frac{1}{\cos^2(\zeta - \theta)} = \frac{(\frac{\eta_+}{n_{lm}^2})^2}{(\frac{\zeta_+}{n_u^2})^2} + 1 \rightarrow \frac{1}{\cos^2(\zeta_+ - \theta)} = \frac{(\frac{\zeta_+}{n_u^2})^2 + (\frac{\eta_+}{n_{lm}^2})^2}{(\frac{\zeta_+}{n_u^2})^2}$$

$$\frac{1}{\cos^2(\zeta_+ - \theta)} = \frac{(\frac{\zeta_+}{n_u^2})^2 + (\frac{\eta_+}{n_{lm}^2})^2}{(\frac{\zeta_+}{n_u^2})^2} \rightarrow (\frac{\zeta_+}{n_u^2})^2 = (\frac{\zeta_+}{n_u^2})^2 + (\frac{\eta_+}{n_{lm}^2})^2 \cos^2(\zeta_+ - \theta)$$

$$(\frac{\zeta_+}{n_u^2})^2 = (\frac{\zeta_+}{n_u^2})^2 + (\frac{\eta_+}{n_{lm}^2})^2 \cos^2(\zeta_+ - \theta) \rightarrow \zeta_+^2 = \zeta^2 = [\zeta_+^2 + (\frac{n_u^2}{n_{lm}^2} \eta_+)^2] \cos^2(\zeta_+ - \theta)$$

$$\zeta_+^2 = \zeta^2 = [\zeta_+^2 + (\frac{n_u^2}{n_{lm}^2} \eta_+)^2] \cos^2(\zeta_+ - \theta)$$



$$\zeta^2 = [\zeta_+^2 + (\frac{n_u^2}{n_{l,III}} \eta_+)^2] \cos^2(\zeta_+ - \theta) \rightarrow \zeta^2 = [\zeta_+^2 + (\frac{n_u^2}{n_{l,III}} \alpha_+ V_+^2)] \cos^2(\zeta_+ - \theta)$$

$$\zeta^2 = [LV_+^2 + (\frac{n_u^2}{n_{l,III}} \alpha_+ V_+)^2] \cos^2(\zeta_+ - \theta) \rightarrow \zeta^2 = [(1 - \alpha_+) V_+^2 + (\frac{n_u^2}{n_{l,III}} \alpha_+ V_+)^2] \cos^2(\zeta_+ - \theta)$$

$$\zeta^2 = V_+^2 [(1 - \alpha_+) + (\frac{n_u^2}{n_{l,III}})^2 \alpha_+] \cos^2(\zeta_+ - \theta) \rightarrow \zeta = V_+ \sqrt{[(1 - \alpha_+) + (\frac{n_u^2}{n_{l,III}})^2 \alpha_+] \cos^2(\zeta_+ - \theta)}$$

$$\zeta = V_+ \sqrt{[1 + \alpha_+ (\frac{n_u^2}{n_{l,III}})^2 - 1] \cos^2(\zeta_+ - \theta)}$$

$$\zeta = V_+ \sqrt{[1 + \alpha_+ (\frac{n_u^2}{n_{l,III}})^2 - 1] \cos^2(\zeta_+ - \theta)} \rightarrow (\frac{n_u^2}{n_{l,III}})^2 - 1 = (\frac{n_u^2}{n_{l,III}} - 1) (\frac{n_u^2}{n_{l,III}} + 1), \quad n_u = n_{l,III}$$

$$(\frac{n_u^2}{n_{l,III}})^2 - 1 = (\frac{n_u^2}{n_{l,III}} - 1) (\frac{n_u^2}{n_{l,III}} + 1) = (\frac{n_u^2}{n_{l,III}} - 1) (\frac{n_u^2 + n_{l,III}^2}{n_{l,III}}) = 2 \frac{n_u^2}{n_{l,III}} (\frac{n_u^2}{n_{l,III}} - 1)$$

$$a_p = \frac{n_i^2 - n_{l,III}^2}{n_{l,I}^2 - n_i^2} = \frac{\frac{n_i^2}{n_{l,III}^2} - 1}{\frac{n_u^2}{n_{l,III}^2} - \frac{n_i^2}{n_{l,III}^2}} \rightarrow \frac{n_u^2}{n_{l,III}^2} - \frac{n_i^2}{n_{l,III}^2} = \frac{\frac{n_i^2}{n_{l,III}^2} - 1}{a_p} = \frac{\frac{n_i^2 - n_{l,III}^2}{n_{l,III}^2}}{a_p} = \frac{n_i^2 - n_{l,III}^2}{a_p n_{l,III}^2}$$

$$\frac{n_u^2}{n_{l,III}^2} = \frac{n_i^2}{n_{l,III}^2} + \frac{n_i^2 - n_{l,III}^2}{a_p n_{l,III}^2} \rightarrow \frac{n_u^2}{n_{l,III}^2} - 1 = \frac{n_i^2 - n_{l,III}^2}{a_p n_{l,III}^2} + \frac{n_i^2}{n_{l,III}^2} - 1 \rightarrow \frac{n_u^2}{n_{l,III}^2} - 1 = \frac{n_i^2 - n_{l,III}^2}{a_p n_{l,III}^2} + \frac{n_i^2 - n_{l,III}^2}{n_{l,III}^2}$$

$$\frac{n_u^2}{n_{l,III}^2} - 1 = \frac{n_i^2 - n_{l,III}^2}{a_p n_{l,III}^2} + \frac{n_i^2 - n_{l,III}^2}{n_{l,III}^2} = \frac{n_i^2 - n_{l,III}^2}{n_{l,III}^2} (1 + \frac{1}{a_p})$$

$$\frac{n_u^2}{n_{l,III}^2} - 1 = \frac{n_i^2 - n_{l,III}^2}{n_{l,III}^2} (1 + \frac{1}{a_p})$$

$$a_p = \frac{n_i^2 - n_{l,III}^2}{n_{l,I}^2 - n_i^2} \rightarrow n_i^2 - n_{l,III}^2 = a_p (n_{l,I}^2 - n_i^2), \Delta = \frac{n_u^2 - n_i^2}{2n_{l,I}^2} \rightarrow n_u^2 - n_i^2 = 2n_{l,I}^2 \Delta$$

$$n_i^2 - n_{l,III}^2 = 2a_p n_{l,I}^2 \Delta \rightarrow \frac{n_u^2}{n_{l,III}^2} - 1 = \frac{n_i^2 - n_{l,III}^2}{n_{l,III}^2} (1 + \frac{1}{a_p}) = \frac{2a_p n_{l,I}^2 \Delta}{n_{l,III}^2} (1 + \frac{1}{a_p}) = 2\Delta \frac{n_{l,I}^2}{n_{l,III}^2} (1 + a_p)$$

$$\frac{n_u^2}{n_{l,III}^2} - 1 = 2\Delta \frac{n_{l,I}^2}{n_{l,III}^2} (1 + a_p)$$

$$\zeta = V_+ \sqrt{[1 + \alpha_+ (\frac{n_u^2}{n_{l,III}})^2 - 1] \cos^2(\zeta_+ - \theta)} \rightarrow \zeta = V_+ \sqrt{[1 + \alpha_+ (\frac{n_u^2}{n_{l,III}} - 1) (\frac{n_u^2}{n_{l,III}} + 1)] \cos^2(\zeta_+ - \theta)}$$

$$\zeta = V_+ \sqrt{I + \alpha_+ \left( \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right) - 1} \left( \frac{n_{II}^2 + n_{I,III}^2}{n_{I,III}^2} \right) \cos(\zeta_+ - \theta) \rightarrow \zeta = V_+ \sqrt{I + \alpha_+ \left( \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right) - 1} \frac{2n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \cos(\zeta_+ - \theta)$$

$$\zeta = V_+ \sqrt{I + 2\alpha_+ \Delta \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} (1 + a_p) \frac{2n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \cos(\zeta_+ - \theta)} = V_+ \sqrt{I + 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p) \cos(\zeta_+ - \theta)}$$

$$\zeta = V_+ \sqrt{I + 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p) \cos(\zeta_+ - \theta)}$$

$$\sin^2(\zeta_+ - \theta) = \frac{V_+^2 D^2 - \zeta^2}{V_+^2 D^2} = \frac{V_+^2 [I + 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p)] - \zeta_+^2}{V_+^2 [I + 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p)]} = \frac{V_+^2 - \zeta_+^2 + V_+^2 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p)}{V_+^2 [I + 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p)]}$$

$$\sin^2(\zeta_+ - \theta) = \frac{V_+^2 - \zeta_+^2 + V_+^2 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p)}{V_+^2 [I + 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p)]} = \frac{\eta_+^2 + V_+^2 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p)}{V_+^2 [I + 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p)]}$$

$$\eta_+^2 + V_+^2 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p) = \sin^2(\zeta_+ - \theta) V_+^2 [I + 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p)]$$

$$\eta_+^2 + V_+^2 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p) = \sin^2(\zeta_+ - \theta) V_+^2 + \sin^2(\zeta_+ - \theta) V_+^2 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p)$$

$$\eta_+^2 = \sin^2(\zeta_+ - \theta) V_+^2 + \sin^2(\zeta_+ - \theta) V_+^2 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p) - V_+^2 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p)$$

$$\eta_+^2 = V_+^2 [\sin^2(\zeta_+ - \theta) + \sin^2(\zeta_+ - \theta) 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p) - 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p)]$$

$$\eta_+^2 = V_+^2 \{ \sin^2(\zeta_+ - \theta) - 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p) [1 - \sin^2(\zeta_+ - \theta)] \}$$

$$\eta_+^2 = V_+^2 \{ \sin^2(\zeta_+ - \theta) - 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p) \cos^2(\zeta_+ - \theta) \}$$

$$\eta_+ = V_+ \sqrt{\sin^2(\zeta_+ - \theta) - 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (1 + a_p) \cos^2(\zeta_+ - \theta)}$$

Böylece TM modunda bir asimetric kuantum çukurunda elektronun enerji öz değerlerinin parametrik koordinatları

$$\zeta = V_+ \sqrt{I + 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2} (I + a_p) \cos(\zeta_+ - \theta)$$

$$\eta_+ = V_+ \sqrt{\sin^2(\zeta_+ - \theta) - 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2} (I + a_p) \cos^2(\zeta_+ - \theta)$$

olarak bulunur. Denklemlerdeki pozitif alt indisi, TM modundaki asimetriyi temsil etmek üzere kullanılmıştır.  $a_p=0$  alınrsa  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$ ,  $\Delta = \Delta_{I,III}$ ,  $\zeta_+ = \zeta$ ,  $\eta_+ = \eta$ ,  $V_+ = V = V_{I,III}$  ve  $\alpha_+ = \alpha$  olur. Böylece simetrik dalga kılavuzunda (simetrik kuantum çukurunda) TM modunda bir elektronun enerji öz değerlerinin parametrik koordinatları

$$\zeta = V \sqrt{I + 4\alpha \Delta_{I,III} \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2} \cos(\zeta_+ - \theta)$$

$$\eta = V \sqrt{\sin^2(\zeta_+ - \theta) - 4\alpha_+ \Delta_{I,III} \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2} \cos^2(\zeta_+ - \theta)$$

olarak bulunur.

3)

$$\zeta = V_+ \sqrt{I + 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2} (I + a_p) \cos(\zeta_+ - \theta)$$

$$\eta_+ = V_+ \sqrt{\sin^2(\zeta_+ - \theta) - 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2} (I + a_p) \cos^2(\zeta_+ - \theta)$$

parametrik koordinatlarının bir elips meydana getirdiğini gösterelim:

$$\zeta = V_+ \sqrt{I + 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2} (I + a_p) \cos(\zeta_+ - \theta), \quad A^2 = I + 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \right]^2 (I + a_p)$$

$$\zeta^2 = V_+^2 A^2 \cos^2(\zeta_+ - \theta)$$

$$\eta_+ = V_+ \sqrt{\sin^2(\zeta_+ - \theta) - 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{11}^2}{n_{111}^2} \right]^2} (I + a_p) \cos^2(\zeta_+ - \theta) \rightarrow \eta_+ = V_+ \sqrt{\sin^2(\zeta_+ - \theta) - 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{11}^2}{n_{111}^2} \right]^2} (I + a_p) L$$

$$\eta_+ = V_+ \sqrt{\sin^2(\zeta_+ - \theta) - 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{11}^2}{n_{111}^2} \right]^2} (I + a_p) L, \quad B^2 = 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{11}^2}{n_{111}^2} \right]^2 (I + a_p) L$$

$$\eta_+^2 = V_+^2 \sin^2(\zeta_+ - \theta) - B^2$$

$$\zeta_+^2 = V_+^2 A^2 \cos^2(\zeta_+ - \theta)$$

$$\eta_+^2 = V_+^2 \sin^2(\zeta_+ - \theta) - B^2$$

$$\eta_+^2 = V_+^2 \sin^2(\zeta_+ - \theta) - B^2 \rightarrow \frac{\eta_+^2}{V_+^2} = \sin^2(\zeta_+ - \theta) - \frac{B^2}{V_+^2}$$

$$\frac{\eta_+^2}{V_+^2} + \frac{B^2}{V_+^2} = \sin^2(\zeta_+ - \theta)$$

$$\frac{\zeta_+^2}{A^2 V_+^2} = \cos^2(\zeta_+ - \theta)$$

$$\frac{\eta_+^2}{V_+^2} + \frac{B^2}{V_+^2} + \frac{\zeta_+^2}{A^2 V_+^2} = I \rightarrow \frac{\eta_+^2}{V_+^2} + \frac{\zeta_+^2}{A^2 V_+^2} = I - \frac{B^2}{V_+^2}$$

$$\frac{\eta_+^2}{V_+^2} + \frac{\zeta_+^2}{A^2 V_+^2} = I - \frac{B^2}{V_+^2} \rightarrow \eta_+^2 + \frac{\zeta_+^2}{A^2} = (I - \frac{B^2}{V_+^2}) V_+^2 = V_+^2 - B^2$$

$$\eta_+^2 + \frac{\zeta_+^2}{A^2} = V_+^2 - B^2 \rightarrow \frac{\eta_+^2}{V_+^2 - B^2} + \frac{\zeta_+^2}{(V_+^2 - B^2) A^2} = I, \quad \frac{\zeta_+^2}{R_1^2} + \frac{\eta_+^2}{R_2^2} = I$$

$$R_1^2 = V_+^2 - B^2$$

$$R_2^2 = (V_+^2 - B^2) A^2$$

$$R_1^2 = V_+^2 - B^2$$

$$R_2^2 = (V_+^2 - B^2) A^2$$

$R_1$  ve  $R_2$ , belirlenmiş bir dalga kılavuzunda elipsin eksen uzunluklarını verir. TE modu ile TM modu arasında  $\frac{n_{11}^2}{n_{111}^2}$ 'den ileri gelen ufak bir fark vardır. Bu fark sıfır alınırsa

$$A^2 = I + 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{11}^2}{n_{111}^2} \right]^2 (I + a_p)$$

$$B^2 = 4\alpha_+ \Delta \left[ \frac{n_{11}^2}{n_{111}^2} \right]^2 (I + a_p) L$$

sâbitleri

$$A^2 = I$$

$$B^2 = 0$$

olur.

$$\frac{\eta_+^2}{V_+^2 - B^2} + \frac{\zeta_+^2}{(V_+^2 - B^2 A^2)} = 1$$

elipsi

$$\frac{\eta_+^2}{V_+^2 - B^2} + \frac{\zeta_+^2}{(V_+^2 - B^2 A^2)} = 1 \rightarrow \frac{\eta_+^2}{V_+^2} + \frac{\zeta_+^2}{V_+^2} = 1$$

olur ki, bu bir dâire denklemdir. TE modunda parametrik denklemlerin bir dâire denklemini olduğu düşünülürse,  $\frac{n_{II}}{n_{III}}$  oranından ileri gelen etkinin hesâba katılmaması hâlinde TM modunun parametrelerinin geometrik yeri olarak yaklaşık TE modunun geometrik yeri alınabilir. Elipsin yarıçapları olarak

$$R_1^2 = \frac{(AV_+)^2}{1 - B^2}, \quad R_2^2 = \frac{V_+^2}{1 - B^2}$$

olarak da alınabilir.

### 9.5. Asimetrik bir kuantum çukurunda Normalize Propagasyon Sâbiti

Asimetrik bir kuantum çukurunda normalize propagasyon sâbiti<sup>12</sup>,

$$\alpha_e = \frac{\beta_z^2 - k_1^2}{k_{II}^2 - k_1^2} = \frac{\beta_z^2 - n_1^2}{n_{II}^2 - n_1^2} = \frac{n_{ef}^2 - n_1^2}{n_{II}^2 - n_1^2} = \frac{\eta_e^2}{V_e^2} = \frac{2(\eta_{II}^2 + \eta_{III}^2)}{V^2(1 + \sqrt{1 + a_p})^2} \quad (61)$$

ile tanımlanabilir. Burada  $\eta_e$ , asimetrik kuantum çukurunda taşıyıcılara âit elips üzerindeki enerji öz değer noktasının ordinatını gösterir.  $V_e$ , bu noktaya karşı düşen normalize frekanstır.

Eğer  $\eta_e = ak_0 NA_e \sqrt{\alpha_e} = V_e \sqrt{\alpha_e}$  'deki ordinat  $\eta_e = V_e \sqrt{\alpha_e}$  (61)'da kullanılırsa, doğrudan doğruya  $\alpha_e$  elde edilir. Bunun mânâsı şudur: Normalize propagasyon sâbitini elde etmek için  $\eta_e$  ve  $V_e$  parametreleri öyle değişmektedirler ki, belli bir kuantum çukur için, normalize propagasyon sâbitini vermek üzere,  $\eta_e / V_e$  oranı sâbit kalır. (61)'daki  $n_{ef} = \beta_z / k_0$  oranı *Etkin Kırılma İndisi (Efektif İndis)* adını alır. Eğer,  $n_1 = n_{III} = n_{I,III}$  ise  $a_p = 0$  olur. Dolayısıyla, (61),

<sup>12</sup> Iga, K., 1994, *Fundamentals of Laser Optics*, (New York: Plenum Press).

$$\alpha_e = \frac{n_{ef}^2 - n_{l,m}^2}{n_{ii}^2 - n_{l,m}^2} = \frac{\eta_c^2}{V_c^2} = \frac{\eta_{l,m}^2}{V_{l,m}^2} = \alpha_{l,m} = \alpha, \quad (62)$$

olur ki burada  $\alpha$  simetrik kuantum çukurunda normalize propagasyon sâbitidir. (51), (52) denklemleri ve  $V_e$  normalize frekansı  $V_e = \sqrt{\zeta_e^2 + \eta_e^2} = \sqrt{\alpha_e(R_2^2 - R_1^2) + R_1^2}$  olarak elde edilir. (86)'dan, TE modunda

$$\eta_c = V_c \sin(\zeta_c - \theta) \rightarrow \sin(\zeta_c - \theta) = \eta_c / V_c \quad (63)$$

bulunur. Eğer (43) şematik olarak Şekil 2'de çizilirse, o zaman buradan  $\sin^2 \gamma = \eta_c^2 / V_c^2$  elde edilir ki,  $\eta_c$  ve  $V_c$  parametreleri, sırasıyla, bir taşıyıcıya âit enerji öz değeri için dâire üzerindeki ordinatı ve bu ordinata karşı düşen normalize frekansı gösterir. Bu sûretle,  $\alpha_e$  normalize propagasyon sâbiti, normalize frekansı için

$$\alpha_e = \sin^2(\zeta_c - \theta) = \sin^2 \gamma = \eta_c^2 / V_c^2 \quad (64)$$

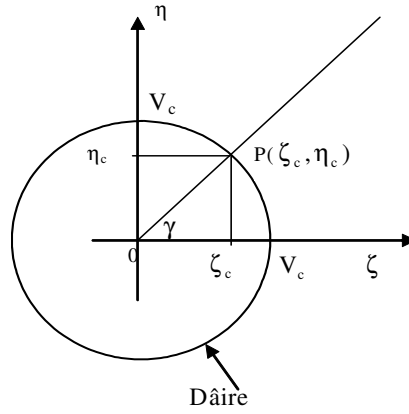
ile verilir. Eğer,  $\eta_{l,m} = V_{l,m} \sqrt{\alpha}$  ya da  $\eta_{l,m} = ak_o NA_{l,m} \sqrt{\alpha} = V_{l,m} \sqrt{\alpha} = \eta_c$  'deki  $\eta_c = V_c \sqrt{\alpha}$  ordinat alınrsa, o zaman (64) elde edilir. Ayrıca, (62)'de görüldüğü gibi, (64)'den  $\alpha_e = \alpha$  olduğu görülür.  $\alpha$ , TE modundaki dâirede normalize propasyon sâbitini gösterir. Buradan şu husûsun ifâdesi ortaya çıkar: Normalize propasyon sâbiti  $\alpha$ ,  $\gamma$  açısından bağımsızdır ve bir kere  $V_{l,m} = V_c = k_o a NA_{l,m}$  'deki  $V_c$  normalize frekansına ve  $\eta_{l,m} = ak_o NA_{l,m} \sqrt{\alpha} = V_{l,m} \sqrt{\alpha} = \eta_c$  'deki  $\eta_c$  ordinatına göre belirlendikten sonra sâbit kalır.

Şekil 2'deki dâire, âdî dalgayı temsil eder ve OP,  $k_c$  dalga vektörü olarak düşünülebilir. Böyle bir ortamda  $\frac{k}{k_o}$  normalize dalga vektörüne göre bulunan

$$\frac{k_o^2}{k_c^2} = \frac{1}{n_c^2} \quad (65)$$

formülü âdî dalgaya âit efektif indis yüzeyini ifâde eder ve bu yüzey  $\gamma$  açısından bağımsızdır<sup>13</sup>.

<sup>13</sup> Verdeyen, J.T., 1989, *Laser Electronics*, (London: Prentice Hall International Limited).



Şekil 2 (60) ile verilen âdi dalgaya âit efektif kırılma insisi yüzeyi

Elipsin parametrik denklemleri Şekil 3'den

$$\zeta_c = R_1 \cos \gamma = R_1 \cos(\zeta_c - \theta) \quad (66)$$

$$\eta_c = R_2 \sin \gamma = R_2 \sin(\zeta_c - \theta) \quad (67)$$

olarak bulunabilir [(51) ve (52) ile karşılaştır]. Bunlar, (46) denklemini sağlarlar. Bu elips, asimetric kuantum çukuruna âit indis yüzeyi tarafından meydana getirilir. Şekil 3, Şekil 2'yi de içerir ve bu da kuantum çukuruna âit indis yüzeyini temsil eder.  $OP \zeta_c$  ve  $OE \zeta_c$  açıları benzer açılardır. Bu sebepten dolayı, asimetric kuantum çukuru için, normalize propagasyon sâbitleri  $\alpha_c$  ve  $\alpha_c$  birbirlerine eşittirler [62] ile karşılaştır]. Nitekim,

$$\alpha_c = \sin^2(\zeta_c - \theta) = \sin^2 \gamma = \eta_c^2 / V_c^2 \quad (68)$$

elde edilir ya da (67) ve (68)'den

$$\alpha_c = \eta_c^2 / R_2^2 \quad (69)$$

bulunur.

Dalga numarası  $k_0$  ve  $a$  uzunluğu belli değerler olarak çalışma noktası için seçilseler bile, elips üzerindeki noktalarda  $\eta_c$  ve  $V_c$  parametreleri birbirlerine göre öyle değişirler ki, normalize propagasyon sâbiti  $\alpha_c$  dâima sâbit kalır. Fakat elipsin çaplarını değiştirmek için, kırılma indislerinin değiştirilmesi gerekir.

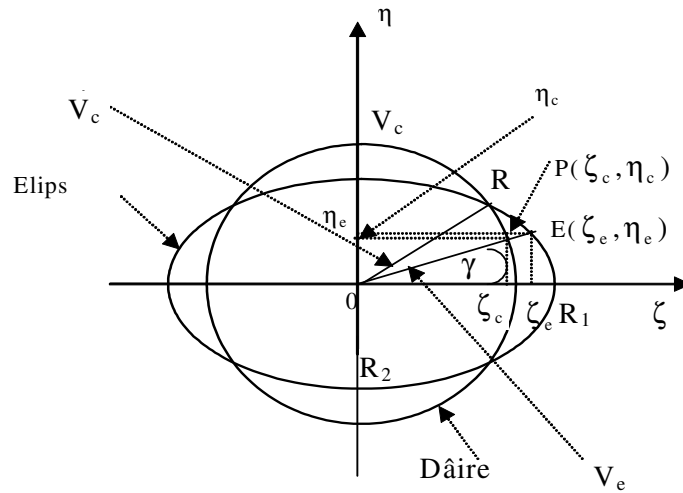
Sonuç olarak, etkin indis Şekil 3'teki elipsin biçimine şiddetle bağlıdır. Ve bu indis yüzeyi üstün dalgaya karşı gelir,

$$\left[ \frac{k_o}{k_e} \right]^2 = \frac{1}{n_{ef}^2} = \frac{\cos^2 \gamma}{n_1^2} + \frac{c \sin^2 \gamma}{n_2^2} \quad (70)$$

ile verilir ki bu bir elips denklemdir.

Âdî bir dalganın (TE modunda) faz sâbiti ve üstün bir dalanın (TM modunda) faz sâbiti  $\gamma \neq 0$  için birbirlerine eşit değildirlir. Bu husus, nonlineer optikte önemli bir rol oynar. Dikkat edilirse, (70)'de  $\gamma = 0$  ve  $\gamma = 90^\circ$  için efektif indisler, sırasıyla,  $n_1$  ve  $n_2$  indislerine eşit olur. Yânî, TM modunda indis yüzeyi elipsin şekline bağlı olur.

Simetrik kuantum çukurunda ( $a_p = 0$ ) ve TE modunda ( $n_{II}/n_{I,III} = 0$ ), (44) ve (45) ya da (51) (52)'ye bakarak (46), Şekil 2 gibi bir dâire verir.



Şekil 3 Sırasıyla âdî ve üstün dalgalara âit dâire ve elips üzerindeki indis yüzeyleri

Sonuçta, kırılma indisleri belirlendikten sonra indis yüzeyi gerek dâire ve gerekse elips olsun, NPS dâima sâbit kalır. TE modunda bu yüzey bir dâire ve TE modunda bir elipstir. Elips durumunda NPS dâima sâbit olsa bile, elipsin çapları açığa göre değişir. Dalga kılavuzuna âit her hangi bir malzeme için normalize propagasyon sâbiti, modun tipine, kılavuzun bölgelerindeki indislere, kullanılan malzemenin yapısal parametrelerine,  $V_o$  çukur derinliğine ve  $a$  uzunluğuna bağlıdır. Nitekim, bu bağımlılıkların bâzıları

$$\alpha = \frac{e_v}{V_o} = \frac{v^2 e_1}{V_o}, \quad v = 1, 2, 3, \dots, \quad e_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2} \quad (71)$$



$$e_v = v^2 \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}, \quad v=1, 2, 3, \dots, \quad (72)$$

ifâdelerinde görülmektedir<sup>14</sup>.

$$\alpha = \frac{E_n}{V_o} = \frac{n^2 E_1}{V_o}, \quad n=1, 2, 3, \dots, \quad E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2} \quad (73)$$

$$E_n = n^2 \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}, \quad n=1, 2, 3, \dots, \quad (74)$$

Burada  $V_o$ ,  $2a$ ,  $m^*$ , alt indisler  $v$  and  $\hbar$ , sırasıyla, çukur potansiyelini, çukur genişliğini, taşıyıcının efektif kütesini, kuantum çukurundaki kuantum enerji seviyelerini ve Planck sâbitin göstermektedir.

Görülüyor ki,  $k_o$ ,  $n_I$ ,  $n_{II}$  ve  $n_{III}$  değerlerine bağlı olan normalize propagasyon sâbiti, bu değerler değişmediği müddetçe değişmez. Bunun için, simetrik bir dalga kılavuzunda bir taşıyıcıya âit enerji öz değerinin parametrik koordinatları TE modunda bir dâire ve asimetric bir dalga kılavuzunda TM modunda bir elips tanımlar.

**Sorular:**

$$1) V_e = \sqrt{\zeta_e^2 + \eta_e^2} = \sqrt{\alpha_e (R_2^2 - R_1^2) + R_1^2} \text{ ifâdesini çıkarınız.}$$

**Cevaplar:**

$$1) V_e = \sqrt{\zeta_e^2 + \eta_e^2} = \sqrt{\alpha_e (R_2^2 - R_1^2) + R_1^2} \text{ ifâdesini çıkarmak için}$$

$$V_e = \sqrt{\zeta_e^2 + \eta_e^2}, \quad \zeta_e = R_1 \cos(\zeta_e - \theta), \quad \eta_e = R_2 \sin(\zeta_e - \theta) \text{ formüllerinden faydalanılır.}$$

$$\begin{aligned} V_e &= \sqrt{\zeta_e^2 + \eta_e^2} = \sqrt{R_1^2 \cos^2(\zeta_e - \theta) + R_2^2 \sin^2(\zeta_e - \theta)} = \sqrt{R_1^2 L + R_2^2 \alpha_e} \\ &= \sqrt{R_1^2 (1 - \alpha_e) + R_2^2 \alpha_e} = \sqrt{R_1^2 - R_1^2 \alpha_e + R_2^2 \alpha_e} = \sqrt{\alpha_e (R_2^2 - R_1^2) + R_1^2} \end{aligned}$$

## 9.6. Asimetrik bir Kuantum Çukurunda Koordinat Transformasyonu

(61) ve (62)'ye müracaatla simetrik kuantum çukurunda taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin  $\zeta_c$  ve  $\eta_c$  koordinat parametreleri, asimetric kuantum çukurundaki taşıyıcılara âit enerji öz değerlerinin  $\zeta_e$  ve  $\eta_e$  koordinat parametreleri ve  $V_c$  cinsinden

$$\eta_c = \frac{2V_c}{V} \frac{\eta_e}{(1 + \sqrt{1 + a_p})} \quad (75)$$

<sup>14</sup> Schiff, L. I., 1982., *Quantum Mechanics*, (Tokyo: McGraw-hill Book Comp).

$$\zeta_c = \frac{2V_c}{V} \frac{\zeta_e}{1 + \sqrt{1 + a_p}} \quad (76)$$

olarak elde edilir. Eğer,  $a_p = 0$  alınırsa, o zaman (47) ve (52) denklemleri yardımıyla  $V = V_c$  olmak üzere,  $\zeta_c = \zeta_e$  ve  $\eta_c = \eta_e$  bulunur. Bu sùretle, (75) ve (76)'dan  $\zeta_e$  ve  $\eta_e$  parametreleri,  $\zeta_c$  ve  $\eta_c$  parametreleri cinsinden

$$\zeta_e = \frac{V}{2V_c} (1 + \sqrt{1 + a_p}) \zeta_c \quad (77)$$

$$\eta_e = \frac{V}{2V_c} (1 + \sqrt{1 + a_p}) \eta_c \quad (78)$$

şeklinde elde edilir ki, bunlar

$$\zeta_c \eta_c = \eta_c \zeta_e \quad (79)$$

eşitliğini verir.  $a_p=0$  için (75)-(781) eşitliklerinde  $n_I = n_{III} = n_{I,III}$  and  $\zeta_e = \zeta_c$  ve  $\eta_e = \eta_c$  sonuçlarının bulunacağına dikkat ediniz. (75)-(781) eşitlikleri asimetrik ve simetrik iki dalga kılavuzunda taşıyıcıların enerji öz değerlerinin parametreleri (ya da TE ve TM modları) arasındaki dönüşümü verir. (77) ve (78)'in (78) yardımıyla  $V_c = \sqrt{\zeta_e^2 + \eta_e^2}$ 'yi verdiğine dikkat ediniz.

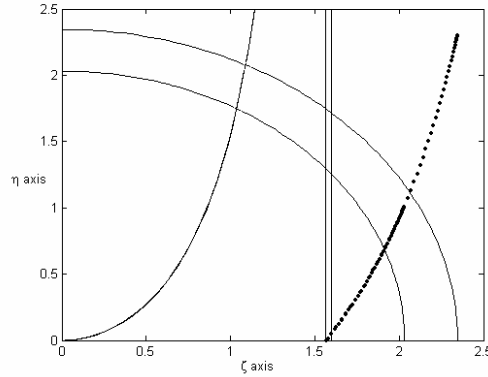
Dalga boyu  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ ,  $k_o = 2\pi/\lambda$ ,  $a=5 \mu\text{m}$  ve  $n_I = 3.350$ ,  $n_{II} = 3.351$  and  $n_{III} = 3.349$  için koordinat parametreleri

$$R_1=2.031945280958725, R_2=2.031945280928726$$

yarı çapları bir elipsi ve  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ ,  $a=5 \mu\text{m}$ ,  $n_{II} = 3.351$  ve  $n_I = n_{III} = n_{I,III} = 3.349$  için

$$R_c=(R_c=V_c)=2.34622994664245$$

yarı çapları bir dâireyi vermektedir (Şekil 4).



Şekil 4  $n_I = 3.350$ ,  $n_{II} = 3.351$  and  $n_{III} = 3.349$  için  $R_1=2.031945280958725$ ,  $R_2=2.031945280928726$  yarıçaplarına sâhip (55)'deki elips ve  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ ,  $a=5 \mu\text{m}$ ,  $n_{II} = 3.351$  ve  $n_I = n_{III} = n_{I,III} = 3.349$  için  $R_c=(R_c=V_c)=2.34622994664245$  yarıçaplı dâirenin  $\zeta>0$ ,  $\eta>0$  bölgesindeki görünüşü (Kesikli eğri,  $\zeta>1.57$  için çizilecek olan tek fonksiyonlu alan için çizilecek eğriyi temsil etmektedir.)

**Sorular:**

$$1) \quad \eta_c = \frac{2V_c}{V} \frac{\eta_e}{1 + \sqrt{1 + a_p}}, \quad \zeta_c = \frac{2V_c}{V} \frac{\zeta_e}{1 + \sqrt{1 + a_p}}$$

formüllerini çıkarınız.

2)

$$\zeta_e = \frac{V}{2V_c} (1 + \sqrt{1 + a_p}) \zeta_c, \quad \eta_e = \frac{V}{2V_c} (1 + \sqrt{1 + a_p}) \eta_c$$

formüllerini çıkarınız.

3)  $\zeta_c \eta_e = \eta_c \zeta_e$  olduğunu gösteriniz.

4) Asimetrik dalga kılavuzunda normalize propagasyon sâbitinin ifâdesini bulunuz.

**Cevaplar:**

$$1) \quad \eta_c = \frac{2V_c}{V} \frac{\eta_e}{1 + \sqrt{1 + a_p}}, \quad \zeta_c = \frac{2V_c}{V} \frac{\zeta_e}{1 + \sqrt{1 + a_p}}$$

formüllerini çıkarmak için

$$\alpha_e = \frac{\eta_c^2}{V_c^2} = \frac{\eta_e^2}{V_e^2}$$

tanımından faydalanılır.

$$\alpha_e = \frac{\eta_c^2}{V_c^2} = \frac{\eta_e^2}{V_e^2} = \frac{\eta_e^2}{\frac{1}{4} V^2 (1 + \sqrt{1 + a_p})^2}, \quad \eta_c^2 = \frac{4\eta_e^2 V_c^2}{V(1 + \sqrt{1 + a_p})} = \frac{V_c^2}{V^2} \frac{4\eta_e^2}{(1 + \sqrt{1 + a_p})^2}$$

$$\eta_c = \frac{V_c}{V} \frac{2\eta_e}{1 + \sqrt{1 + a_p}}$$

$$\zeta_c^2 = V_c^2 - \eta_c^2 = V_c^2 - \frac{V_c^2}{V^2} \frac{4\eta_e^2}{(1 + \sqrt{1 + a_p})^2} = V_c^2 \left[ 1 - \frac{1}{V^2} \frac{4\eta_e^2}{(1 + \sqrt{1 + a_p})^2} \right]$$

$$= V_c^2 \left[ \frac{V^2 (1 + \sqrt{1 + a_p})^2 - 4\eta_e^2}{V^2 (1 + \sqrt{1 + a_p})^2} \right] = \frac{V_c^2}{V^2} \left[ \frac{V^2 (1 + \sqrt{1 + a_p})^2 - 4\eta_e^2}{(1 + \sqrt{1 + a_p})^2} \right]$$

$$\zeta_c^2 = \frac{V_c^2}{V^2} \left[ \frac{V^2 (1 + \sqrt{1 + a_p})^2 - 4\eta_e^2}{(1 + \sqrt{1 + a_p})^2} \right]$$

$$\zeta_c^2 = \frac{V_c^2}{V^2} \frac{V^2 (1 + \sqrt{1 + a_p})^2 - 4\eta_e^2}{(1 + \sqrt{1 + a_p})^2} \rightarrow \zeta_c = \frac{V_c}{V} \frac{\sqrt{V^2 (1 + \sqrt{1 + a_p})^2 - 4\eta_e^2}}{1 + \sqrt{1 + a_p}}$$

$$\zeta_c = \frac{V_c}{V} \frac{\sqrt{4V_c^2 - 4\eta_e^2}}{1 + \sqrt{1 + a_p}} = \frac{V_c}{V} \frac{2\zeta_e}{1 + \sqrt{1 + a_p}} \rightarrow \zeta_c = \frac{V_c}{V} \frac{2\zeta_e}{1 + \sqrt{1 + a_p}}$$

$$\eta_c = \frac{V_c}{V} \frac{2\eta_e}{1+\sqrt{I+a_p}}, \quad \zeta_c = \frac{V_c}{V} \frac{2\zeta_e}{1+\sqrt{I+a_p}}.$$

Eşit kırılma indislerinde,  $n_i = n_{ii} = n_{iiii}$ ,  $a_p=0$  ve  $V=V_c$  ve  $\zeta_e = \zeta_c$  ve  $\eta_e = \eta_c$  olur.

$$\zeta_c = \frac{V_c}{V} \frac{2\zeta_e}{1+\sqrt{I+a_p}} \rightarrow \zeta_c = \frac{2\zeta_e}{1+\sqrt{I+0}} = \zeta_e \rightarrow \zeta_c = \zeta_e$$

$$\eta_c = \frac{V_c}{V} \frac{2\eta_e}{1+\sqrt{I+a_p}} \rightarrow \eta_c = \frac{2\eta_e}{1+\sqrt{I+0}} = \eta_e \rightarrow \eta_c = \eta_e$$

2)

$$\zeta_e = \frac{V}{2V_c} (1+\sqrt{I+a_p})\zeta_c, \quad \eta_e = \frac{V}{2V_c} (1+\sqrt{I+a_p})\eta_c$$

formüllerini çıkarmak için

$$\eta_c = \frac{V_c}{V} \frac{2\eta_e}{1+\sqrt{I+a_p}}, \quad \zeta_c = \frac{V_c}{V} \frac{2\zeta_e}{1+\sqrt{I+a_p}}$$

formüllerinden faydalanılır:

$$\zeta_c = \frac{V_c}{V} \frac{2\zeta_e}{1+\sqrt{I+a_p}} \rightarrow \zeta_e = \frac{V}{2V_c} (1+\sqrt{I+a_p})\zeta_c$$

$$\eta_c = \frac{V_c}{V} \frac{\eta_e}{1+\sqrt{I+a_p}} \rightarrow \eta_e = \frac{V}{2V_c} (1+\sqrt{I+a_p})\eta_c$$

$$\zeta_e = \frac{V}{2V_c} (1+\sqrt{I+a_p})\zeta_c$$

$$\eta_e = \frac{V}{2V_c} (1+\sqrt{I+a_p})\eta_c$$

3)  $\zeta_c \eta_e = \eta_c \zeta_e$

$$\frac{V_c}{V} \frac{2\zeta_e}{1+\sqrt{I+a_p}} \frac{V}{2V_c} (1+\sqrt{I+a_p})\eta_c = \frac{V_c}{V} \frac{2\eta_e}{1+\sqrt{I+a_p}} \frac{V}{2V_c} (1+\sqrt{I+a_p})\zeta_c$$

4) Asimetrik dalga kılavuzunda normalize propagasyon sâbitinin ifâdesini bulmak için

$$\eta_e = \frac{V}{2V_c} (1+\sqrt{I+a_p})\eta_c, \quad v_e = (1/2)V[1+\sqrt{I+a_p}], \quad V_e = k_o a n_{ii} \sqrt{2\Delta_e}$$

ya da

$$V = k_o a NA, \quad NA_e = (1/2)NA[1+\sqrt{I+a_p}], \quad NA = (n_{ii}^2 - n_i^2)^{1/2}$$

formüllerinden yararlanılabilir.

$$\alpha_e = \frac{\eta_e^2}{V_c^2} \rightarrow \eta_e^2 = \frac{V^2}{4V_c^2} (I + \sqrt{I + a_p})^2 \eta_c^2, V_c^2 = \frac{1}{4} V^2 (I + \sqrt{I + a_p})^2$$

$$\alpha_e = \frac{\eta_e^2}{V_c^2} = \frac{\frac{V^2}{4V_c^2} (I + \sqrt{I + a_p})^2 \eta_c^2}{\frac{1}{4} V^2 (I + \sqrt{I + a_p})^2} = \frac{\frac{1}{V_c^2} \eta_c^2}{1} = \frac{\eta_c^2}{V_c^2}$$

$$\alpha_e = \frac{\eta_e^2}{V_c^2} = \frac{\eta_c^2}{V_c^2} = \alpha$$

### 9.7. Güç İlişkileri

TE modunda z-doğrultusundaki güç şiddeti<sup>15</sup>

$$\mathbf{S}_{\text{yxII}}^{\text{TE}} = \frac{1}{2} \frac{A^2 \beta_z}{\omega \mu_0} \cos^2(\alpha_{\text{II}} x - \theta) \mathbf{a}_z \quad (80)$$

ile verilir. TM moduna âit (39)'daki güç şiddeti (80)'e oranlanırsa,

$$\mathbf{S}_{\text{yxII}}^{\text{TM}} / \mathbf{S}_{\text{yxII}}^{\text{TE}} = 141978.24 / n_{\text{II}}^2$$

elde edilir ki bu,

$$\mathbf{S}_{\text{yxII}}^{\text{TM}} = (141978.24 / n_{\text{II}}^2) \mathbf{S}_{\text{yxII}}^{\text{TE}} \quad (81)$$

$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}, \quad \epsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \text{ F/m in MKS unit system}).$$

sonucunu verir. Belli bir çalışma noktasında aktif güç için

$$\cos^2(\zeta_e - \theta) = 1 - \alpha_e$$

eşitliği (39) ve (80)'de kullanılabilir. Dolayısıyla, aktif güce çalışma noktasının etkisi daha çok  $\zeta$  parametresi ile aksetmektedir.

TE modundaki dâire ile TM modundaki elips arasındaki farkın büyük olması arasındaki hâlinde, bunların öz değer denklemleriyle olan kesim noktalarından oluşan çalışma noktalarına âit  $\zeta$  absisi ihmal edilemeyecek derecede olabileceği için, bunun TE ve TM modlarındaki güçlere yansması da ihmal edilemeyecekti. Ancak, görülmüştür ki bu iki mod arasında çok fark yoktur ve TM modu yaklaşık olarak TE modu gibidir. Aradaki farkın  $(n_{\text{II}} / n_{\text{III}})^2$ 'den ileri geldiği artık açık olarak görülmektedir.

<sup>15</sup> **Temiz, M.**, The Review of Electromagnetic Fields and Powers in terms of Normalised Propagation Constant on the Optical Mode Inside Waveguide on the Heterojunction Constructions, **Laser Physics, Volume 13, No. 9, 2003, p.1123-1137.**

Sonuç olarak, teknoloji dâimâ bir gelişim içindedir. Öyle ki, TE ve TM modları arasındaki bugün belki ihmal edilebilen bu küçük fark, gelecekte önemli olabilir. Çalışma noktasındaki  $\lambda$  dalga boyu ve kırılma indisleri, asimmetrik ve simetrik kuantum çukuruna âit olan malzeme bölgelerinde teknolojik proses metotlarıyla belirlendiğinde yukarıda sözü edilen parametreler gerçekte tek olarak kolayca bulunabilir. Asimmetrik ya da simetrik moddaki bir çalışmada kullanılan TE veyâ TM modunun sonuçları, transformasyonla bulunan sonuçların karşılaştırılmasıyla kontrol edilebilir.

## BÖLÜM X

### SİMETRİK YARIİLETKEN BASAMAK KIRILMA İNDİSLİ TEKLİ DALGA KILAVUZUNDA KAYIP VE YANSIMA

#### 10.1. Giriş

Aktif bölgedeki çift fonksiyonlu elektrik alanı  $E_{yII} = A \cos \alpha_{II} x = A \cos \frac{n\pi x}{2a}$ ,  $n=1, 3, 5, \dots$  ve tek fonksiyonlu elektrik alanı  $e_{yII} = B \sin \alpha_{II} x = B \sin \frac{n\pi x}{2a}$ ,  $n=2, 4, 6, \dots$  olsun.

Şekil 1’de geometrisi ve Şekil 2’de güç akışı görülen bir yarıiletken basamak kırılma indisli tekli dalga kılavuzunda simetrik durumda aktif bölgeye ilişkin çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit güç ve güç olasılıkları (olasılık (ihtimal)leri), sırasıyla,  $Z_{II}$ ,  $\Gamma_{II}$  bölgenin empedansı olmak üzere,

$$P^e_{II} = \frac{2}{Z_{II}} \int_0^a |E_{yII}(x)|^2 dx = \frac{A \cos^2 \zeta}{Z_{II}^e \alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta + \alpha}{L} \right) = \frac{A^2 \epsilon_{I,III}}{Z_{II}^e \alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta + \alpha}{L} \right) = \frac{\Gamma^e_{II}}{Z_{II}^e} \left( \frac{\eta + \alpha}{L} \right) = 1/Z_{II}^e \quad (1)$$

$$\Gamma^e_{II} = 2 \int_0^a |E_{yII}(x)|^2 dx = \frac{A_e \cos^2 \zeta}{\alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta + \alpha}{L} \right) = \frac{A^2 \epsilon_{I,III}}{\alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta + \alpha}{L} \right) = \Gamma^e_{II} \left( \frac{\eta + \alpha}{L} \right) = 1 \quad (2)$$

$$P^o_{II} = \frac{2}{Z_{II}^o} \int_0^a |e_{yII}(x)|^2 dx = \frac{B^2 \sin^2 \zeta}{Z_{II}^o \alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta - \alpha}{1 - \alpha} \right) = \frac{B^2 \epsilon_{I,III}}{Z_{II}^o \alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta - \alpha}{1 - \alpha} \right) = \frac{\Gamma^o_{II}}{Z_{II}^o} \left( \frac{\eta - \alpha}{L} \right) = 1/Z_{II}^o \quad (3)$$

$$\Gamma^o_{II} = 2 \int_0^a |e_{yII}(x)|^2 dx = \frac{B^2 \sin^2 \zeta}{\alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta - \alpha}{\alpha} \right) = \frac{B^2 \epsilon_{I,III}}{\alpha_{I,III}} \left( \frac{\eta - \alpha}{1 - \alpha} \right) = \Gamma^o_{II} \left( \frac{\eta - \alpha}{L} \right) = 1 \quad , \quad (4)$$

kayıp güç ve güç olasılıklarının (ihtimallerinin), yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik dalga kılavuzunda güç kaybı ve güç ihtimâlinin,  $Z_i = Z_{III} = Z_{I,III}$  gömlek bölgesinin empedansı olmak üzere,

$$P^e_{I} = \frac{2}{Z_{I,III}} \int_0^a |E_{y,I,III}(x)|^2 dx = \Gamma^e_{I}/Z_{I,III} = \frac{1}{Z_{I,III}} \frac{L}{\eta + \alpha} \quad (5)$$

$$\Gamma^e_{I} = 2 \int_0^a |E_{y,I,III}(x)|^2 dx = \frac{A^2 \epsilon_{I,III}}{\alpha_{I,III}} = \frac{L}{\eta + \alpha} = \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha} \quad (6)$$

$$P^o_{I} = \frac{2}{Z_{I,III}^o} \int_0^a |e_{y,I,III}(x)|^2 dx = \Gamma^o_{I}/Z_{I,III}^o = \frac{1}{Z_{I,III}^o} \frac{L}{\eta - \alpha} = \frac{1}{Z_{I,III}^o} \frac{1 - \alpha}{\eta - \alpha} \quad (7)$$

$$\Gamma^o_{I} = 2 \int_0^a |e_{y,I,III}(x)|^2 dx = \frac{B^2 \epsilon_{I,III}}{\alpha_{I,III}} = \frac{1 - \alpha}{\eta - \alpha} \quad (8)$$

olduğu bilinmektedir. Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetric dalga kılavuzunda güç kaybı ve güç ihtimâlinin,  $Z_i$ , ve  $Z_{III}$  gömlek bölgelerinin empedansları olmak üzere,

BÖLÜM X

*SİMETRİK YARIİLETKEN BASAMAK KIRILMA İNDİSLİ TEKLİ DALGA  
KILAVUZUNDA KAYIP VE YANSIMA*

$$P_{\ell} = P_I + P_{III} = \frac{1}{2} \left( \frac{A_I^2}{Z_I \alpha_I} + \frac{A_{III}^2}{Z_{III} \alpha_{III}} \right) \quad (9)$$

$$I_{\ell} = I_I + I_{III} = \frac{1}{2} \left( \frac{A_I^2}{\alpha_I} + \frac{A_{III}^2}{\alpha_{III}} \right) \quad (10)$$

ortalama değerleri olarak verildiği ve  $n_{III} = n_I = n_{I,III}$  olması hâlinde  $\alpha_{III} = \alpha_I = \alpha_{I,III}$  ve  $A_{III} = A_I = A_{I,III}$  elde edilerek bunların yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik dalga kılavuzunda güç kaybı ve güç ihtimâlini verdiği de hatırlanmalıdır.

Burada  $A_I = A \cos(\alpha_{II} x_o / 2 + \theta) = A \cos(\alpha_{II} a + \theta)$  ,  $A_{III} = A \cos(\alpha_{II} x_o / 2 - \theta) = A \cos(\alpha_{II} a - \theta)$  olup çift fonksiyonlu alanda en düşük moda,  $\theta = 0$  olduğu için,  $A_{III} = A_I = A_{I,III} = A \cos(\alpha_{II} a) = A \cos \zeta$  , tek fonksiyonlu alanda  $\theta = \pi/2$  alınır. O zaman  $B_{III} = B_I = B_{I,III} = B \cos(\alpha_{II} a + \pi/2) = B \sin(\alpha_{II} a) = B \sin \zeta$  olur.

Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik dalga kılavuzunda giriş güç ihtimâli kaybı ve güç kaybı da,  $Z_{II}$  ,, II. bölgesinin empedansı olmak üzere,

$$\Gamma_i^e = \Gamma_{\ell}^e + \Gamma_{II}^e = \frac{\alpha + \eta + L}{\alpha + \eta} = I_{II} + \frac{L}{\alpha + \eta} = \frac{1 + \eta}{\alpha + \eta} \quad (11)$$

$$P_i^e = \frac{1}{Z_{II}^e} (\Gamma_{\ell}^e + \Gamma_{II}^e) = \frac{1}{Z_{II}^e} \frac{\alpha + \eta + L}{\alpha + \eta} = \frac{1}{Z_{II}^e} \left( I_{II} + \frac{L}{\alpha + \eta} \right) = \frac{1 + \eta}{Z_{II}^e (\alpha + \eta)} \quad (12)$$

ve

$$\Gamma_i^o = \Gamma_{\ell}^o + \Gamma_{II}^o = I_{\ell}^o \frac{\eta + 1 - 2\alpha}{1 - \alpha} = \frac{\eta + 1 - 2\alpha}{\eta - \alpha}, \quad (13)$$

$$\Gamma_{\ell}^o = \frac{1 - \alpha}{\eta - \alpha}, \quad (14)$$

$$P_i^o = \frac{1}{Z_{II}^o} (\Gamma_{\ell}^o + \Gamma_{II}^o) = \frac{1}{Z_{II}^o} \left( I_{\ell}^o \frac{\eta + 1 - 2\alpha}{1 - \alpha} \right) = \frac{1}{Z_{II}^o} \frac{\eta + 1 - 2\alpha}{\eta - \alpha} \quad (15)$$

ile verilmektedir.

### Sorular:

1) Çift ve tek fonksiyonlu bir alanda aktif bölgedeki empedans değerlerini giriş gücü cinsinden ve giriş ihtimâliyeti cinsinden bulunuz.

### Cevaplar:

$$1) \quad P_i^e = \frac{1 + \eta}{Z_{II}^e (\alpha + \eta)} \rightarrow Z_{II}^e = \frac{1 + \eta}{P_i^e (\alpha + \eta)}$$

$$P_i^o = \frac{1}{Z_{II}^o} \frac{\eta + 1 - 2\alpha}{\eta - \alpha} \rightarrow Z_{II}^o = \frac{1}{P_i^o} \frac{\eta + 1 - 2\alpha}{\eta - \alpha}$$



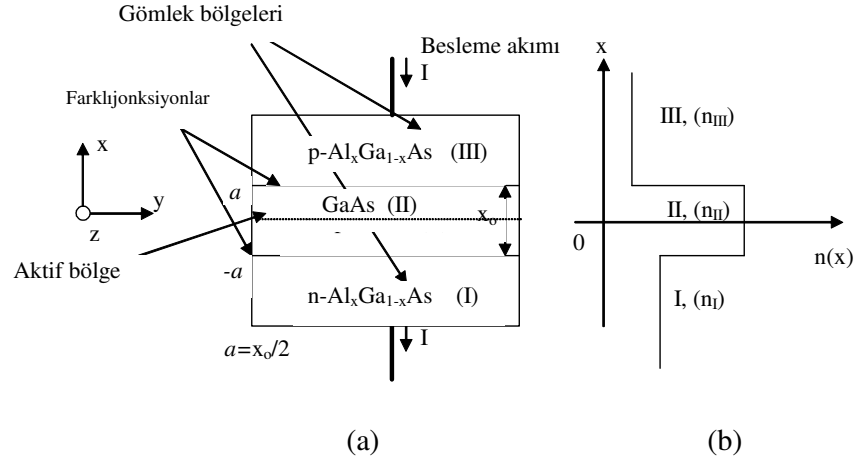
Giriş gücü ortamının emedansı  $Z_i$  ise  $I_i$  giriş ihtimâliyeti  $I_i=P_iZ_i$  olur. O zaman

$$Z_{II} = \frac{I}{P_i} \frac{\eta+1-2\alpha}{\eta-\alpha} \rightarrow Z_{II}^e = \frac{Z_i^e}{I_i^e} \frac{\eta+1-2\alpha}{\eta-\alpha}, \quad Z_{II}^o = \frac{Z_i^o}{I_i^o} \frac{\eta+1-2\alpha}{\eta-\alpha}$$

$$Z_{II}^e = \frac{I+\eta}{P_i^e(\alpha+\eta)} = \frac{Z_i^e(I+\eta)}{I_i^e(\alpha+\eta)}$$

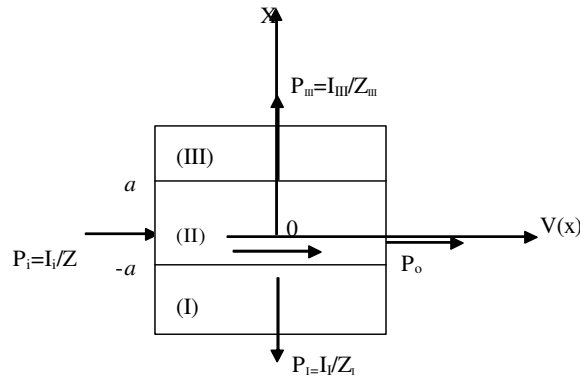
bulunur.

Bu sonuçlar, empedansın değerlerinin alanlara ilişkin hareketli parçacıkların hızlarına göre değiştiğini gösterir. Çünkü, yüklü parçacıkların enerji öz değerlerinin parametrik koordinatları  $\zeta$  ve  $\eta$ , kırılma indisinin fonksiyonudurlar. Halbuki, kırılma indisleri de parçacıkların hızlarını belirler. Dolayısıyla, parametrik koordinatlarla hız arasındaki ilişki, aynı zamanda, empedansa da yansır. Demek ki, empedans kırılma indisiyle doğrudan doğruya ve hızla dolaylı olarak değişir.



Şekil 1 Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzunun (a) Geometrisi, (b)

Kırılma indisi profili



Şekil 2 Bir asimetrik dalga kılavuzunda  $\alpha$  modelinde çift fonksiyonlu elektrik alanına âit farklı güçler

## 10.2. Kayıp Sâbiti, Poynting Vektörü ve Empedans

Aktif bölge içine, şekilde görüldüğü gibi, sol taraftan giren Poynting gücünün vektör ve şiddeti, sırasıyla,  $\mathbf{S}$  ve  $S$  ile gösterilsin. Şekil 3’de görüldüğü gibi,  $\mathbf{a}_u$  ve  $\mathbf{a}_d$  vektörleri,  $\mathbf{k}_u$  ve  $\mathbf{k}_d$  vektörleri doğrultularındaki birim vektörleri göstermek üzere, simetrik bir dalga kılavuzunda TE modunda, kılavuz içindeki aktif bölgede  $\mathbf{k}_u = \mathbf{k}_d = k_u \mathbf{a}_u$  dalga vektörü doğrultusundaki Poynting gücü,  $\mathbf{S}_{a_u}$  ile temsil edilebilir. Buna göre, Poynting gücünün düşey bileşeni

$$S_{x,III}^{TE} = \mathbf{S}_{a_u} \cdot \mathbf{a}_x, \quad (16)$$

$x$  doğrultusunda gömlek bölgelerinden birine geçen metrekare başına kayıp gücü şiddetidir.  $\mathbf{k}_d = k_d \mathbf{a}_d$  vektörü doğrultusunda yayılan Poynting gücünün  $\mathbf{S}_{a_d}$  olduğu da açıktır. Görüldüğü gibi, tam yansıma durumunda bunun şiddeti  $S$ ’dir. Simetrik bir dalga kılavuzunda iki gömlek bölgesine geçen kayıp gücünün toplamı, Poynting gücünün düşey bileşeninin 2 katı olarak alınabilir:

$$2S_{x,III}^{TE} = 2\mathbf{S}_{a_u} \cdot \mathbf{a}_x \quad (17)$$

Aktif bölgede, tam yansıma durumunda,  $z$  doğrultusunda  $\mathbf{k}_u$  dalga vektörüne ilişkin güç

$$S_z = \mathbf{S}_{a_u} \cdot \mathbf{a}_z = \mathbf{S}_{a_d} \cdot \mathbf{a}_z \quad (18)$$

olur. Burada aktif bölgedeki gücün tamâmı tam yansıma durumunda aktif bölgenin alt ve üst sınırlarından tamâmen geri yansıdığı için, bunların büyüklüklerinin,  $|\mathbf{S}_{a_u}| = |\mathbf{S}_{a_d}| = S$  olacak şekilde, aynı olduğu bilinmektedir. Dolayısıyla, aktif bölgede  $z$  doğrultusunda akan toplam gücün büyüklüğü, Poynting gücünün yatay bileşeni olup

$$S_{z,II}^{TE} = \mathbf{S}_{a_u} \cdot \mathbf{a}_z \quad (19)$$

olur. Şekil 3’ten den görüldüğü gibi,

$$\mathbf{a}_u \cdot \mathbf{a}_x = \mathbf{a}_d \cdot \mathbf{a}_x = \cos \theta_2 = \frac{\alpha_{II}}{k_u} = \frac{\alpha_{II}}{n_{II} k_o}, \quad \mathbf{a}_u \cdot \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_d \cdot \mathbf{a}_z = \sin \theta_2 = \frac{\beta_z}{k_u} = \frac{\beta_z}{n_{II} k_o} \quad (20)$$

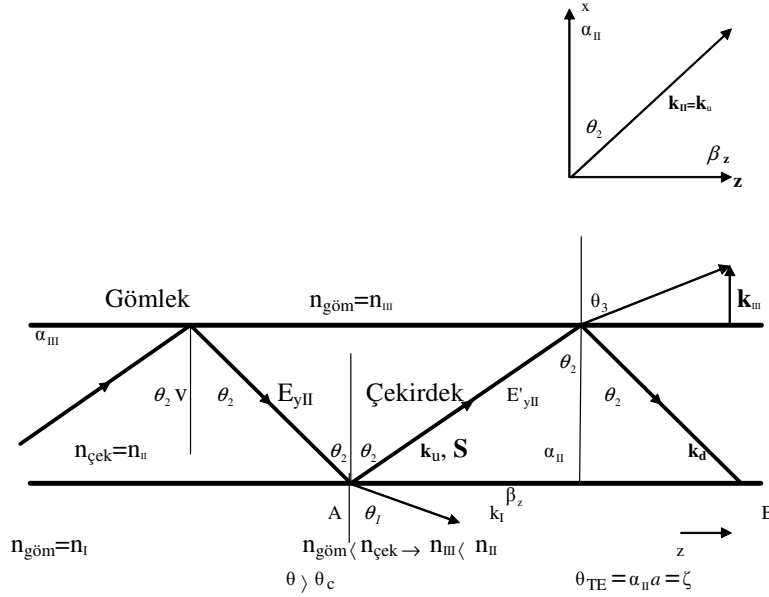
olup bunlar (16)-(19)’ denklemlerinde kullanılırsa, tek bir gömlek bölgesine ve gömlek bölgelerinin tamâmına geçen Poynting gücü, sırasıyla,

$$S_{x,III}^{TE} = 2\mathbf{S}_{a_u} \cdot \mathbf{a}_x = 2S \cos \theta_2 = S \frac{\alpha_{II}}{n_{II} k_o}, \quad S_G = 2S_{z,II}^{TE} = 2\mathbf{S}_{a_u} \cdot \mathbf{a}_z = 2S \sin \theta_2 = 2S \frac{\beta_z}{n_{II} k_o} \quad (21)$$

ve  $z$  doğrultusunda yayılan Poynting gücü

$$S_{z,II}^{TE} = S \sin \theta_2 = S \frac{\beta_z}{n_{II} k_o}, \quad \text{W/m}^2 \quad (22)$$

olarak bulunur.



Şekil 3 Güçlerin yayılımı

(21) ifâdesi,

$$\mathbf{S}_{yzII}^{TE} = \frac{1}{2} E_{yII} H_{zII}^* \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} \frac{|E_{yII}|^2}{Z_{TE}^{yzII}} \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_0} \cos(\alpha_{II} x - \theta) \sin(\alpha_{II} x - \theta) \mathbf{a}_x \quad (23)$$

vektörünün

$$\mathbf{S}_{yzII}^{TE} = \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_0} \cos(\alpha_{II} x - \theta) \sin(\alpha_{II} x - \theta) \quad (24)$$

değerine eşittir 13. Bölüm). Yâni,

$$2S \frac{\alpha_{II}}{n_{II} k_0} = \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_0} \cos(\alpha_{II} x - \theta) \sin(\alpha_{II} x - \theta) \quad (25)$$

olur. Buradan  $\mathbf{a}_u$  ve  $\mathbf{a}_d$  birim vektörleri doğrultusundaki Poynting vektörünün değeri bulunabilir:

$$S = \frac{k_{II}}{4} j \frac{A^2}{\omega \mu_0} \cos(\alpha_{II} x - \theta) \sin(\alpha_{II} x - \theta) = j \frac{k_0 n_{II}}{4} \frac{A^2}{\omega \mu_0} \cos(\alpha_{II} x - \theta) \sin(\alpha_{II} x - \theta) \quad (26)$$

$$\mathbf{S} = \frac{k_{II}}{4} j \frac{A^2}{\omega \mu_0} \cos(\alpha_{II} x - \theta) \sin(\alpha_{II} x - \theta) \mathbf{a}_u = j \frac{k_0 n_{II}}{4} \frac{A^2}{\omega \mu_0} \cos(\alpha_{II} x - \theta) \sin(\alpha_{II} x - \theta) \mathbf{a}_u \quad (27)$$

$$\mathbf{S} = \frac{k_{\parallel}}{4} j \frac{A^2}{\omega \mu_0} \cos(\alpha_{\parallel} x - \theta) \sin(\alpha_{\parallel} x - \theta) \mathbf{a}_d = j \frac{k_0 n_{\parallel}}{4} \frac{A^2}{\omega \mu_0} \cos(\alpha_{\parallel} x - \theta) \sin(\alpha_{\parallel} x - \theta) \mathbf{a}_d$$

(22) ifâdesi,

$$\mathbf{S}_{\text{yxl}}^{\text{TE}} = -\frac{1}{2} \mathbf{E}_{\text{yxl}} \mathbf{H}_{\text{yxl}}^* \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{\text{yxl}}|^2}{Z_{\text{TE}^* \text{yxl}}} \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{A^2 \beta_z}{\omega \mu_0} \cos^2(\alpha_{\parallel} x - \theta) \mathbf{a}_z \quad (28)$$

vektörünün değerine eşittir 13. Bölüm). Yâni,

$$S \frac{\beta_z}{n_{\parallel} k_0} = \frac{1}{2} \frac{A^2 \beta_z}{\omega \mu_0} \cos^2(\alpha_{\parallel} x - \theta) \quad (29)$$

olur. Buradan  $\mathbf{a}_u$  ve  $\mathbf{a}_d$  birim vektörleri doğrultusundaki Poynting vektörünün değerinin diğer ifâdeleri bulunabilir:

$$S = \frac{k_{\parallel}}{2} \frac{A^2}{\omega \mu_0} \cos^2(\alpha_{\parallel} x - \theta) = \frac{k_0 n_{\parallel}}{2} \frac{A^2}{\omega \mu_0} \cos^2(\alpha_{\parallel} x - \theta) \quad (30)$$

$$\mathbf{S} = \frac{k_{\parallel}}{2} \frac{A^2}{\omega \mu_0} \cos^2(\alpha_{\parallel} x - \theta) \mathbf{a}_u = \frac{k_0 n_{\parallel}}{2} \frac{A^2}{\omega \mu_0} \cos^2(\alpha_{\parallel} x - \theta) \mathbf{a}_u \quad (31)$$

$$\mathbf{S} = \frac{k_{\parallel}}{2} \frac{A^2}{\omega \mu_0} \cos^2(\alpha_{\parallel} x - \theta) \mathbf{a}_d = \frac{k_0 n_{\parallel}}{2} \frac{A^2}{\omega \mu_0} \cos^2(\alpha_{\parallel} x - \theta) \mathbf{a}_d \quad (32)$$

(22) denklemi, aktif bölgede  $z$  doğrultusunda  $m^2$  başına yayılan toplam Poynting güç yoğunluğunun değerini gösterir.  $Z$  doğrultusunda yayılan gücü  $P_{\text{zll}}^{\text{TE}}$  ile göstermek üzere, genişliği  $y=1$  ve kalınlığı  $2a$  olan  $A = yx|_{y=1, x=2a} = 2a \text{ m}^2$  yüzeyinden geçen yatay güç ise,

$$P_{\text{zll}}^{\text{TE}} = A 2S \frac{\beta_z}{n_{\parallel} k_0} = 4a \frac{k_0 n_{\parallel}}{2} \frac{A^2}{\omega \mu_0} \cos^2(\alpha_{\parallel} x - \theta) \frac{\beta_z}{n_{\parallel} k_0}, \text{ W} \quad (33)$$

olur ki, bu aktif bölgede  $z$  doğrultusunda  $A = yx|_{y=1, x=2a} = 2a \text{ m}^2$ 'den geçen toplam gücün değerini verir. Sonuç olarak, aktif bölgeye giren Poynting gücünün vektör ve şiddeti, sırasıyla,  $\mathbf{S}$  ve  $S$  ile olarak alınırsa, o zaman  $z$  doğrultusunda  $A = 2a \text{ m}^2$ 'de yayılan toplam gücün değeri  $P_{\text{zll}}^{\text{TE}} = 4a S \beta_z / n_{\parallel} k_0$  olur.

### 10.3. Yansım

Bir yüzeyden dik olarak yansıyan  $P_r$  gücünün yüzeye gelen  $P_i$  gücüne oranına güç yansıma sâbiti denir. Yâni,

$$\frac{P_r}{P_i} = \frac{\frac{E_r^2}{Z}}{\frac{E_i^2}{Z}} = \frac{E_r^2}{E_i^2} = \left(\frac{E_r}{E_i}\right)^2 = r_{TE}^2 \quad (34)$$

olur. Bunun büyüklüğü tam yansımada  $\left|r_{TE}\right|^2=1$ 'dir. Arayüzeyle bir açı ile gelen TE modundaki bir elektromanetik alanda elektrik alanına ilişkin yansıma sâbitinin, Şekil 3'ün II. ve I. bölgeleri dikate alındığında

$$r_{TE} = \frac{E'_{yII}}{E_{yII}} = \frac{\sqrt{\epsilon_{r2}}\cos\theta_2 - \sqrt{\epsilon_{r1}}\cos\theta_1}{\sqrt{\epsilon_{r2}}\cos\theta_2 + \sqrt{\epsilon_{r1}}\cos\theta_1} = \frac{n_2\cos\theta_2 - n_1\cos\theta_1}{n_1\cos\theta_1 + n_2\cos\theta_2} = \frac{k_{Ix} - k_{Ix}}{k_{Ix} + k_{Ix}} \quad (35)$$

olduğu bilinmektedir. Burada  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  ve  $\theta_3$  açıları ile kırılma indisleri Şekil 3'te görülmektedir. Bu yansıma sâbitinin karesi güç yansıma sâbitini verir.

#### Sorular:

$$1) r_{TE} = \frac{E'_{yII}}{E_{yII}} = \frac{\sqrt{\epsilon_{rII}}\cos\theta_2 - \sqrt{\epsilon_{rI}}\cos\theta_1}{\sqrt{\epsilon_{rII}}\cos\theta_2 + \sqrt{\epsilon_{rI}}\cos\theta_1} = \frac{n_{II}\cos\theta_2 - n_I\cos\theta_1}{n_I\cos\theta_1 + n_{II}\cos\theta_2} \text{ formülünü çıkarınız.}$$

#### Cevaplar:

1) Aşağıdaki şekilde TE (Transverse Elelektrik) polarizasyonunda A noktasına ilişkin olarak elektrik alanın teğet bileşenleri  $x=0$  için

$$E_{yIII} + E'_{yIII} = E'_{yII} \quad H_{zIII} + H'_{zIII} = H'_{zII} \quad (1)$$

yazılabilir .

$$E_{yII} = Ae^{-jk_{II} \cdot r}, \quad E'_{yII} = A'e^{-jk'_{II} \cdot r}, \quad E_{yI} = A_1e^{-jk_I \cdot r} \quad (2)$$

$$\mathbf{k}_{II} = k_{Ix}\mathbf{a}_x + k_{Iz}\mathbf{a}_z = k_{II}d \quad (3)$$

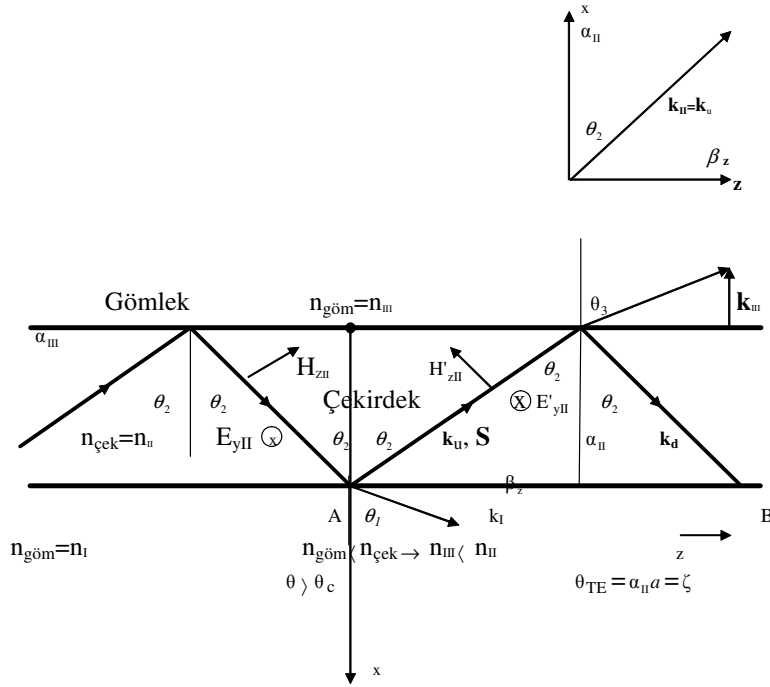
$$k_{Ix} = k_{II}\cos\theta_2, \quad k_{Iz} = k_{II}\sin\theta_2 \quad (4)$$

$$\mathbf{k}'_{II} = -k_{Ix}\mathbf{a}_x + k_{Iz}\mathbf{a}_z = k_{II}u \quad (5)$$

$$\mathbf{k}_I = k_{Ix}\mathbf{a}_x + k_{Iz}\mathbf{a}_z \quad (6)$$

$$k_{Ix} = k_I\cos\theta_1, \quad k_{Iz} = k_I\sin\theta_1 \quad (7)$$

Arayüzey üzerindeki bütün noktalarda (1) dalga denklemleri sınır şartlarını sağlar. Arayüzey boyun  $a$  birim uzunluk başına düşen faz sâbiti aynıdır. Dolayısıyla,  $k_{Iz} = k'_{Iz} = k_{Iz}$  yazılabilir.  $k_{Iz} = k_{II}\cos\theta_2 = k_{Iz} = k_I\cos\theta_1$  olduğu için  $\theta_1 = \theta_2$ 'dir.  $k_{Iz} = k_{II}\cos\theta_2 = k_{Iz} = k_I\cos\theta_1$  sonucu  $n_{II}\sin\theta_2 = n_I\sin\theta_1$  Snell eşitliğini verir.



$$E_{yIII} + E'_{yIII} = E'_{yII} \quad (8)$$

$$H_{zIII} + H'_{zIII} = H'_{zII} \rightarrow H_{zII} \cos \theta_2 - H'_{zII} \cos \theta_2 = H'_{zI} \sin \theta_1 \quad (9)$$

$$\frac{E_{yII}}{H_{zII}} = Z_{II} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_o \mu_{rII}}{\epsilon_o \epsilon_{rII}}} = Z_o \sqrt{\frac{\mu_{rII}}{\epsilon_{rII}}} \cong Z_o \sqrt{\frac{1}{\epsilon_{rII}}} = \frac{Z_o}{n_{II}} \quad Z_o = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}} \quad (10)$$

$$\frac{E_{yII}}{H_{zII}} = \frac{E'_{yII}}{E'_{zII}} = \frac{Z_o}{n_{II}} \rightarrow H_{zII} = \frac{n_{II} E_{yII}}{Z_o} \quad (11)$$

$$\frac{E_{yI}}{E_{zI}} = \frac{Z_o}{n_I}, \quad H_{zI} = \frac{n_I E_{yI}}{Z_o} \quad (12)$$

$$H_{zII} \cos \theta_2 - H'_{zII} \cos \theta_2 = H'_{zI} \sin \theta_1 \rightarrow \frac{n_{II} E_{yII}}{Z_o} \cos \theta_2 - \frac{n_{II} E'_{yII}}{Z_o} \cos \theta_2 = \frac{n_I E_{yI}}{Z_o} \cos \theta_1$$

ya da

$$n_{II} E_{yII} \cos \theta_2 - n_{II} E'_{yII} \cos \theta_2 = n_I E_{yI} \cos \theta_1, \quad E_{yII} + E'_{yII} = E'_{yI} \quad (\text{teğet})$$

$$n_{II} E_{yII} \cos \theta_2 - n_{II} E'_{yII} \cos \theta_2 = n_I (E_{yII} + E'_{yII}) \cos \theta_1$$

$$r_{TEI} = \frac{n_{II} \cos \theta_2 - n_I \cos \theta_1}{n_{II} \cos \theta_2 + n_I \cos \theta_1}$$

$$k_{IIx} = k_{II} \cos \theta_2, \quad k_{Ix} = k_I \cos \theta_1$$

$$r_{TEI} = \frac{E'_{yII}}{E_{yII}} = \frac{n_{II} \cos \theta_2 - n_I \cos \theta_1}{n_{II} \cos \theta_2 + n_I \cos \theta_1} = \frac{k_{IIx} - k_{Ix}}{k_{IIx} + k_{Ix}} \quad (13)$$

bulunur. Bu yansım I-II arayüzeyinden II. bölgeye doğrudur. Geçiş sâbiti  $t_{TE} = 1 + r_{TEI}$  olup

$$t_{TEI} = 1 + r_{TEI} = \frac{E'_{yI}}{E_{yII}} = 1 + \frac{n_{II} \cos \theta_2 - n_I \cos \theta_1}{n_{II} \cos \theta_2 + n_I \cos \theta_1} = 1 + \frac{k_{IIx} - k_{Ix}}{k_{IIx} + k_{Ix}} = \frac{2n_{II} \cos \theta_2}{n_{II} \cos \theta_2 + n_I \cos \theta_1} = \frac{2k_{IIx}}{k_{IIx} + k_{Ix}}$$

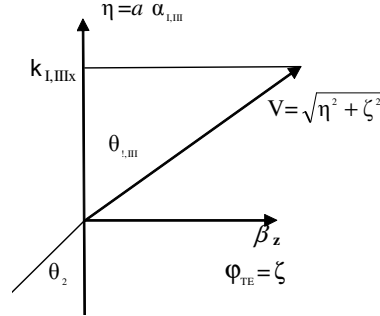
bulunur. III-II arayüzeyinden II. bölgeye doğru olan yansıma için

$$k_{IIIx} = k_{III} \cos \theta_3, \quad r_{TEIII} = \frac{n_{II} \cos \theta_2 - n_{III} \cos \theta_3}{n_{II} \cos \theta_2 + n_{III} \cos \theta_3} = \frac{k_{IIx} - k_{IIIx}}{k_{IIx} + k_{IIIx}} \quad (14)$$

ve

$$t_{TEIII} = 1 + r_{TEIII} = \frac{E'_{yI}}{E_{yII}} = 1 + \frac{n_{II} \cos \theta_2 - n_{III} \cos \theta_3}{n_{II} \cos \theta_2 + n_{III} \cos \theta_3} = 1 + \frac{k_{IIx} - k_{IIIx}}{k_{IIx} + k_{IIIx}} = \frac{2n_{II} \cos \theta_2}{n_{II} \cos \theta_2 + n_{III} \cos \theta_3} = \frac{2k_{IIx}}{k_{IIx} + k_{IIIx}}$$

yazılabilir.



Şekil 4  $k_{I,IIIx} = k_{I,III} \cos \theta_{I,III}$  büyüklüğü

### Sorular:

1) Çift ve tek fonksiyonlu alanlarda Poynting vektörünün değerini bulunuz.

2)  $n_{II}=3.351$ ,  $n_{I,III}=3.350$ ,  $a=50 \times 10^{-10}$  A°,  $\lambda = 1.55 \times 10^{-6}$  m<sup>-1</sup>  $l_g = 0.05$  m için  $V=0.00165915890946$ ,  $\alpha = 2.752800000000000 \times 10^{-5}$ ,  $L=0.99997247200000$ ,  $\zeta = 0.00165913607264$ ,  $\eta = 8.705131045570183 \times 10^{-6}$ ,  $\bar{R} = 2.759829038076617 \times 10^4$ ,  $\Gamma_{II} = 3.623281563416194 \times 10^{-5}$ ,  $\bar{K}_{I,III} = 0.99996376718437$  olduğuna göre,  $R_1=0.25$ ,  $R_2=0.15$  ve  $l_g=0.05$  m için

a)  $A$ ,  $\Delta$ ,  $\alpha_{II}$ ,  $\beta_z$  ve  $\omega$  değerlerini hesaplayınız.

b) Z eksenini doğrultusunda yayılan gücü bulunuz.

c)  $Z_{yxl}^{TE} = Z_{yxII}^{TE} = Z_{yxIII}^{TE} = \omega \mu_o / \beta_z$  empedans değerlerini hesaplayınız.

d)  $Z_{yzI}^{TE} = E_{yI}/H_{zI} = -j\omega\mu/\alpha_I$ ,  $Z_{yzIII}^{TE} = E_{yIII}/H_{zIII} = j\omega\mu/\alpha_{III}$  empedans değerlerini hesaplayınız.

**Cevaplar:**

1) Çift ve tek fonksiyonlu alanlarda Poynting vektörünün değerini bulalım:

$$t_{TE}^e = \frac{P_{TE}^e}{2} = S \frac{\alpha_{II}}{k_{II}} = \frac{1}{2} \frac{Z_i^e}{Z_{i,III}^e} \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} \rightarrow S = \frac{k_{II}}{2\alpha_{II}} \frac{Z_i^e}{Z_{i,III}^e} \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} = \frac{Z_i^e}{Z_{i,III}^e} \frac{n_{II}k_o}{2\alpha_{II}} \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha}$$

$$S^e = \frac{Z_i^e}{Z_{i,III}^e} \frac{n_{II}k_o}{2\alpha_{II}} \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha}$$

$$t_{TE}^o = \frac{P_{TE}^o}{2} = S \frac{\alpha_{II}}{k_{II}} = \frac{1}{2} \frac{Z_i^o}{Z_{i,III}^o} \frac{1-\alpha}{\eta-2\alpha+1} \rightarrow S^o = \frac{k_{II}}{2\alpha_{II}} \frac{Z_i^o}{Z_{i,III}^o} \frac{1-\alpha}{\eta-2\alpha+1} = \frac{Z_i^o}{Z_{i,III}^o} \frac{n_{II}k_o}{2\alpha_{II}} \frac{1-\alpha}{\eta-2\alpha+1}$$

$$S^o = \frac{Z_i^o}{Z_{i,III}^o} \frac{n_{II}k_o}{2\alpha_{II}} \frac{1-\alpha}{\eta-2\alpha+1}$$

2)  $n_{II}=3.351$ ,  $n_{I,III}=3.350$ ,  $a=50 \times 10^{-10}$  A°,  $\lambda = 1.55 \times 10^{-6}$  m<sup>-1</sup>  $l_g = 0.05$  m için  
 $V=0.00165915890946$ ,  $\alpha = 2.7528000000000000 \times 10^{-5}$ ,  $L=0.99997247200000$ ,  
 $\zeta = 0.00165913607264$ ,  $\eta = 8.705131045570183 \times 10^{-6}$ ,  $\bar{R} = 2.759829038076617 \times 10^4$ ,  
 $\Gamma_{II} = 3.623281563416194 \times 10^{-5}$ ,  $\bar{K}_{I,III} = 0.99996376718437$  olduğuna göre,  $R_1=0.25$ ,  
 $Re_2=0.15$  ve  $l_g=0.05$  m için

a)

$$A = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\zeta + \sin 2\zeta}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.00165913607264}{50 \times 10^{-10} (2 \times 0.00165913607264 + \sin(2 \times 0.00165913607264))}}$$

$$= 1.000000917577782 \times 10^8 \text{ 1}/\sqrt{\text{m}}$$

$$\Delta = (n_{II}^2 - n_{I,III}^2)/n_{II}^2 = (3.351^2 - 3.350^2)/3.351^2 = 5.967477116136424 \times 10^{-4}$$

$$\alpha_{II} = \zeta/a = 0.00165913607264/50 \times 10^{-10} = 3.318272145280000 \times 10^5 \text{ m}^{-1}$$

$$\beta_z = k_o n_{II} \sqrt{1 - 2\Delta(1-\alpha)} = \frac{2 \times 3.14}{1.55 \times 10^{-10}} 3.351 \sqrt{1 - 2 \times 5.967477116136424 \times 10^{-4} \times (1 - 2.7528000000000000 \times 10^{-5})}$$

$$= 1.357573294431524 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$v_p = c/n_{ef} = c/n_{II} \sqrt{1 - 2\Delta(1-\alpha)} = 8.947207614728917 \times 10^7 \text{ m/s}$$

$$v_p = \frac{c}{n_{ef}} = \frac{\omega}{\beta_z} \rightarrow \omega = v_p \beta_z = 8.947207614728917 \times 10^7 + 007 \times 1.357573294431524 \times 10^7$$

$$\omega = 1.214649011749035 \times 10^{15} \text{ r}$$

b) Z eksenini doğrultusunda yayılan gücün değeri:



$$S = \frac{k_{II}}{2} \frac{A^2}{\omega \mu_o} \cos^2(\alpha_{II} x - \theta) \mathbf{a}_u = \frac{k_o n_{II}}{2} \frac{A^2}{\omega \mu_o} \cos^2(\alpha_{II} x - \theta) \mathbf{a}_u$$

$$|S| = S = \frac{k_o n_{II}}{2} \frac{A^2}{\omega \mu_o} = \frac{2 \times 3.14 \times 3.351 \times (1.000000917577782 \times 10^8)^2}{2 \times 1.55 \times 10^{-6} \times 4 \times 3.14 \times 1.214649011749035 \times 10^{15}}$$

$$= 4.449720516891611 \times 10^{13} \text{ W/m}^2$$

$$P_{TE_{zII}} = 2aS \frac{\beta_z}{n_{II} k_o}$$

$$= 2 \times 50 \times 10^{-10} \times 4.449720516891611 \times 10^{13} \times \frac{1.357573294431524 \times 10^7 \times 1.55 \times 10^{-6}}{3.351 \times 6.28}$$

$$= 0.44635351324218 \times 10^4 \text{ W}$$

c)  $Z_{yxl}^{TE} = Z_{yxII}^{TE} = Z_{yxIII}^{TE} = \omega \mu_o / \beta_z$  empedans değerleri:

$$Z_{yxl}^{TE} = Z_{yxII}^{TE} = Z_{yxIII}^{TE} = (1.214649011749035 \times 10^{15} \times 4 \times 3.14 \times 10^{-7}) / 1.357573294431524 \times 10^7$$

$$= 112.3769276409952 \Omega$$

d)  $Z_{yzI}^{TE} = E_{yI} / H_{zI} = -j\omega \mu / \alpha_I$ ,  $Z_{yzIII}^{TE} = E_{yIII} / H_{zIII} = j\omega \mu / \alpha_{III}$  empedans değerleri:

$$\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III} = \eta / a = (8.705131045570183 \times 10^{-6}) / (50 \times 10^{-10}) = 1.741026209114037 \times 10^3 \text{ m}^{-1}$$

$$Z_{yzI}^{TE} = -j\omega \mu / \alpha_I = -j8.762643266198306 \times 10^5 \Omega$$

$$Z_{yzIII}^{TE} = E_{yIII} / H_{zIII} = j\omega \mu / \alpha_{III} = j8.762643266198306 \times 10^5 \Omega$$

#### 10.4. Aktif Bölgede Tam Yansımaya

Aktif bölgede tam yansımaya meydana geldiğinde gömlek bölgelerine güç geçmez. Bu durumda  $k_{I,III} \rightarrow jk_{I,III} = \alpha_{I,III} \rightarrow k_{I,III} = -j\alpha_{I,III}$  gibi bir imajiner ortaya çıkar. O zaman alan yansımaya sâbiti,

$$r_{TE} = r_{TEt} = \frac{\alpha_{II} + j\alpha_{I,III}}{\alpha_{II} - j\alpha_{I,III}} \quad (36)$$

ya da

$$r_{TEt} = \frac{\alpha_{II} + j\alpha_{I,III}}{\alpha_{II} - j\alpha_{I,III}} = e^{j2\varphi_{TE}}, \quad \varphi_{TE} = \arctan \frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}} = \arctan \frac{\eta}{\zeta} \rightarrow \tan \varphi_{TE} = \frac{\eta}{\zeta}$$

ya da

$$r_{TEt} = \frac{a\alpha_{II} + ja\alpha_{I,III}}{a\alpha_{II} - ja\alpha_{I,III}} = \frac{k_{IIx} + jk_{I,IIIx}}{k_{IIx} - jk_{I,IIIx}} e^{j2\varphi_{TE}}, \quad \varphi_{TE} = \arctan \frac{k_{I,IIIx}}{k_{IIx}} = \arctan \frac{\eta}{\zeta} \rightarrow \tan \varphi_{TE} = \frac{\eta}{\zeta} \quad (37)$$

veyâ asimetrik kılavuz hâlinde

$$\begin{aligned} r_{\text{TEt}} &= \frac{\alpha\alpha_{\text{II}} + j\alpha\alpha_{\text{I}}}{\alpha\alpha_{\text{II}} - j\alpha\alpha_{\text{I}}} = \frac{k_{\text{IIx}} + jk_{\text{Ix}}}{k_{\text{IIx}} - jk_{\text{Ix}}} e^{j2\varphi_{\text{TE}}}, \quad \varphi_{\text{TEt}} = \arctan \frac{k_{\text{XI}}}{k_{\text{IIx}}} = \arctan \frac{\eta}{\zeta} \rightarrow \tan \varphi_{\text{TE}} = \frac{\eta}{\zeta} \\ r_{\text{TEt}} &= \frac{\alpha\alpha_{\text{II}} + j\alpha\alpha_{\text{III}}}{\alpha\alpha_{\text{II}} - j\alpha\alpha_{\text{III}}} = \frac{k_{\text{IIx}} + jk_{\text{IIIx}}}{k_{\text{IIx}} - jk_{\text{IIIx}}} e^{j2\varphi_{\text{TE}}}, \quad \varphi_{\text{TEt}} = \arctan \frac{k_{\text{XIII}}}{k_{\text{IIIx}}} = \arctan \frac{\eta}{\zeta} \rightarrow \tan \varphi_{\text{TE}} = \frac{\eta}{\zeta} \end{aligned} \quad (38)$$

olur.

TE modundaki yansıma sâbitinin fazı  $\phi_{\text{TE}}$  açısı

$$\phi_{\text{TE}} = \arctan \frac{\alpha_{\text{LIII}}}{\alpha_{\text{II}}} = \arctan \frac{\eta}{\zeta} \rightarrow \tan \phi_{\text{TE}} = \frac{\alpha_{\text{LIII}}}{\alpha_{\text{II}}} = \frac{\eta}{\zeta} \quad (39)$$

ile verilir.  $\tan \zeta = \frac{\alpha_{\text{LIII}}}{\alpha_{\text{II}}} = \frac{\eta}{\zeta}$  olduğu bilindiğine göre, buradan

$$\phi_{\text{TE}} = \zeta \quad (40)$$

olur.

Dolayısıyla, (37)'deki tam yansıma sâbiti ve transmision sâbiti, sırasıyla,

$$r_{\text{TEt}} = \frac{\alpha_{\text{II}} + j\alpha_{\text{LIII}}}{\alpha_{\text{II}} - j\alpha_{\text{LIII}}} = \frac{\zeta + j\eta}{\zeta - j\eta} = e^{j2\varphi_{\text{TE}}} = e^{j2\zeta} \quad (41)$$

ya da

$$r_{\text{TEt}} = \frac{\zeta + j\eta}{\zeta - j\eta} = e^{j2\varphi_{\text{TE}}} = e^{j2\zeta} \quad (42)$$

ve

$$t_{\text{TEt}} = 1 + \frac{\zeta + j\eta}{\zeta - j\eta} = 1 + e^{j2\varphi_{\text{TE}}} = 1 + e^{j2\zeta} \quad (43)$$

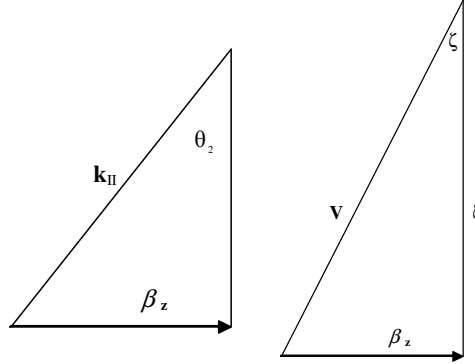
ya da

olur.  $\tan \phi_{\text{TE}} = \frac{\alpha_{\text{LIII}}}{\alpha_{\text{II}}} = \frac{\eta}{\zeta}$  ve  $\phi_{\text{TE}} = \zeta$  sebebiyle absis çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\begin{aligned} \tan^2 \varphi_{\text{TE}} + 1 &= \tan^2 \zeta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \zeta} = \frac{\eta^2}{\zeta^2} + 1 = \frac{\eta^2 + \zeta^2}{\zeta^2} = \frac{V^2}{\zeta^2} \rightarrow \zeta = V \cos \zeta \\ \frac{1}{\cos^2 \zeta} &= \frac{\eta^2}{\zeta^2} + 1 = \frac{\eta^2 + \zeta^2}{\zeta^2} = \frac{\zeta^2}{\zeta^2} \rightarrow \cos \zeta = \frac{\zeta}{V} \\ \cos \zeta &= \frac{\zeta}{V} \end{aligned}$$

$$\zeta = V \cos \zeta \quad (44)$$

elde edilir. Aynı sonuç  $\tan \zeta = \frac{\eta}{\zeta}$  öz değer denkleminde de elde edilir (Şekil 5).



Şekil 5  $\theta_2$ ,  $\phi_{TE} = \zeta$  açıları ve  $\cos \zeta = \frac{\zeta}{V}$

Çift fonksiyonlu elektrik alanı için ordinat ise

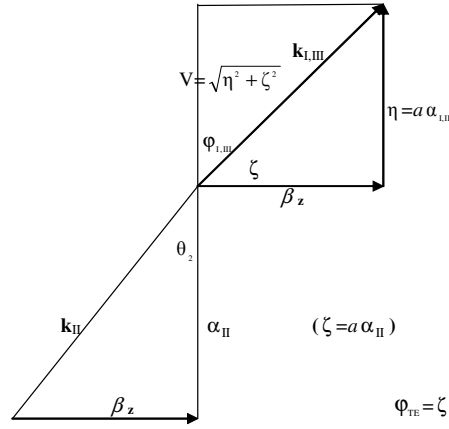
$$\begin{aligned} \frac{1}{\tan \phi_{TE}} &= \frac{\alpha_{II}}{\alpha_{I,III}} = \cot \zeta \rightarrow \cot^2 \zeta = \frac{\alpha_{II}^2}{\alpha_{I,III}^2} \rightarrow \cot^2 \zeta + 1 \\ &= \frac{1}{\sin^2 \zeta} = \frac{\alpha_{II}^2}{\alpha_{I,III}^2} + 1 = \frac{\alpha_{II}^2 + \alpha_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}^2} \\ \cdot \frac{1}{\sin^2 \zeta} &= \frac{\alpha_{II}^2 + \alpha_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}^2} = \frac{V^2}{\eta^2} \rightarrow \frac{1}{\sin \zeta} = \frac{V}{\eta} \rightarrow \eta = V \sin \zeta = V \sin \zeta \\ \eta &= V \sin \zeta = V \sqrt{1 - \cos^2 \zeta} \\ \sin \zeta &= \frac{\eta}{V} \end{aligned}$$

$$\eta = V \sin \zeta \quad (45)$$

olarak bulunur (Şekil 6). Aynı sonuç ya da  $\cot \zeta = -\frac{\eta}{\zeta}$  öz değer denkleminde de bulunur.

$$\sin \zeta = \frac{\eta}{\sqrt{\zeta^2 + \eta^2}} \rightarrow \eta = V \sin \zeta \quad (46)$$

bulunur.

Şekil 6  $\phi_{TE} = \zeta$  ve  $\theta_2$  açıları

Şekil 5 ve Şekil 6 dikkate alınarak

$$\cos\theta_2 = \frac{\alpha_{II}}{k_{II}} = \frac{\zeta}{ak_{II}} \rightarrow \zeta = ak_{II}\cos\theta_2 = V\cos\zeta \rightarrow \frac{\cos\zeta}{\cos\theta_2} = \frac{ak_{II}}{V} = \frac{an_{II}k_0}{ak_0NA} = \frac{n_{II}}{NA} \quad (47)$$

olduğu için

$$\zeta = an_{II}k_0\cos\theta_2 \quad (48)$$

$$\zeta = aNAk_0\cos\zeta \quad (49)$$

elde edilir.  $k_{II}$  dalga vektörünün (ya da onun doğrultusunda giden Poynting vektörünün) aktif bölgenin çeperine varış açısı ( $k_{II}$  dalga vektörünün ya da Poynting vektörünün) çeperin normali ile yaptığı  $\theta_2$  açısı

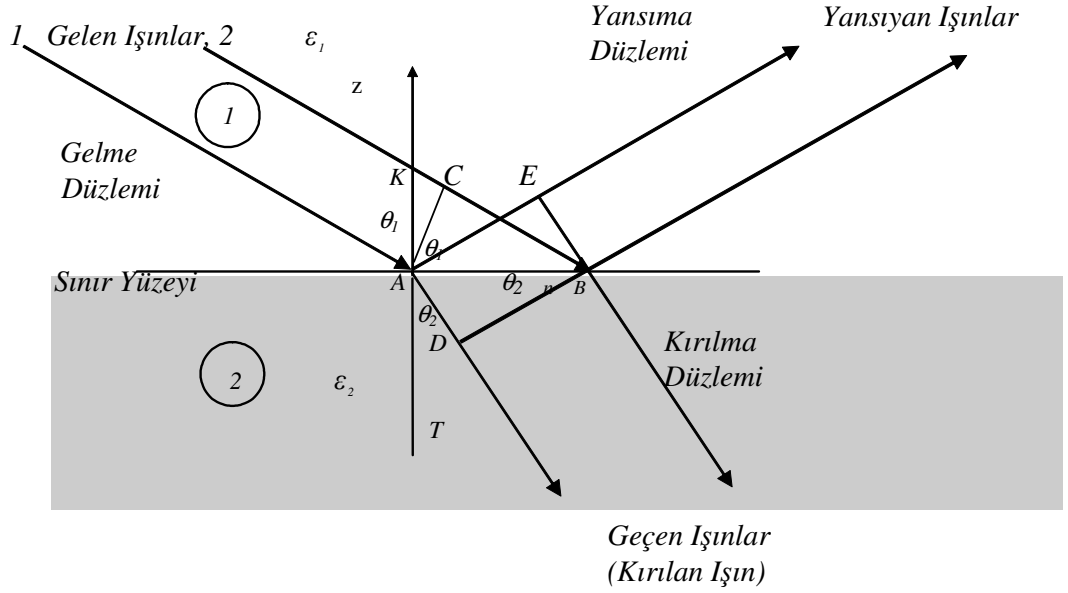
$$\zeta = an_{II}k_0\cos\theta_2, \zeta = aNAk_0\cos\zeta \rightarrow an_{II}k_0\cos\theta_2 = aNAk_0\cos\zeta, \theta_2 = \cos^{-1} \frac{\zeta}{an_{II}k_0}$$

$$\rightarrow \cos\theta_2 = \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_{II}^2}\cos\zeta} \quad (50)$$

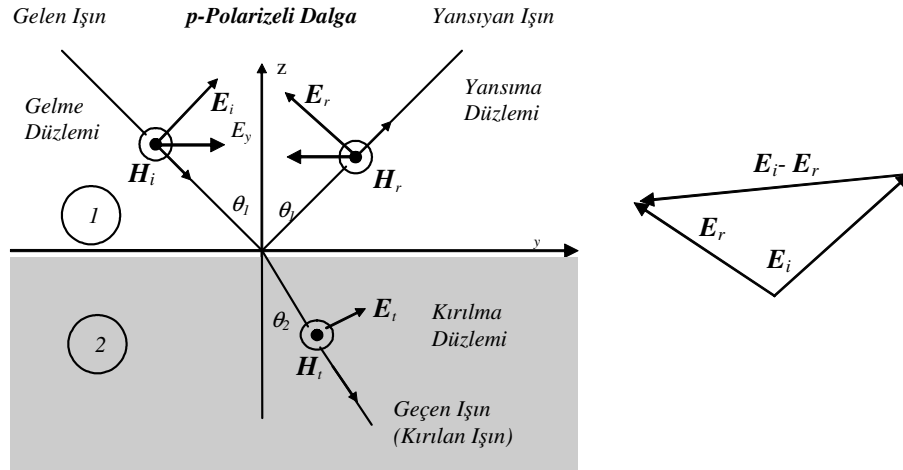
ile bulunabilir.

### Sorular:

1) Aşağıdaki şekilde sınır yüzeyine bir açı ile gelen TE modundaki (paralel-yatay polarizasyon) bir dalğanın tam yansımaya uğraması yok iken yansımaya ve geçiş sâbitlerini hesaplayınız. Elektrik ve manyetik alanların arayüzeye dik gelmeleri hâlinde bu sâbitlerin ifâdelerini empedans cinsinden yazınız.



2) Aşağıdaki şekilde sınır yüzeyine bir açı ile gelen TM modundaki (düşey polarizasyondaki) bir dalganın tam yansıması yok iken yansıma ve geçme sâbitlerini hesaplayınız.



3)  $r_{TE} = \frac{\alpha_{II} - k_{I,IIIx}}{\alpha_{II} + k_{I,IIIx}}$  formülünü çıkarınız.

4) Tam yansıması yok iken simetrik bir dalga kılavuzunda aktif bölgede TM moduna âit yansıma sâbitini bulunuz.

5) Tam yansımada yatay polarizasyonda geçme (transmisyon) sâbitini bulunuz.

6) Tam yansımada simetrik bir dalga kılavuzunda aktif bölgede TM moduna âit transmisyon sâbitini bulunuz.

7) Brewster açısını bulunuz.

8) Tam yansımının diğer özel bir hâlinde Snell Kânunu'nun ifâdesini yazınız ve irdeleyiniz..

9) Tam yansımada gömlek bölgesindeki akım ifâdesi nasıl olur?

10) Tam yansımada elektrik ve manyetik alanlarına âit yansımaya sâbitlerinin alacakları yeni şekli bulunuz.

11) Tam yansımada aktif bölgede meydana gelen elektrik ve manyetik alanlarına âit yansımaya sâbitlerini üstel olarak ifâde ediniz.

12)  $\varphi_{TE}$  ve  $\varphi_{TM}$  yansımaya sâbitlerini  $\theta_n$  alacağı değerlere göre inceleyiniz.

$$r_{TE} = r_{TEi} = \frac{\alpha_n + j\alpha_{lm}}{\alpha_n - j\alpha_{lm}}, \quad r_{TM} = \frac{\alpha_n n_{lm}^2 + j\alpha_{lm} n_n^2}{\alpha_n n_{lm}^2 - j n_n^2 \alpha_{lm}}$$

$$\varphi_i = \tan^{-1} \frac{\alpha_{lm}}{\alpha_n} = \varphi_{TE}, \quad \varphi_{TM} = \tan^{-1} \frac{\alpha_{lm} n_n^2}{\alpha_n n_{lm}^2}$$

13) Tam yansımada hapsedilmenin mümkün olduğu durumda yansımaya sâbitlerini  $\eta$  ve  $\zeta$  parametreleri cinsinden bulunuz.

14) Tam yansımada  $\phi$  ve  $\zeta$  arasındaki ilişki nedir?

15) Enine rezonans şartından faydalanarak öz değer denklemlerini bulunuz.

16) Enine rezonans şartından faydalanarak öz değer denklemlerini çıkarınız.

17)  $\left| \frac{\Phi_{lm}}{\alpha_n} \right| = \left| \frac{-j\alpha_{lm}}{\alpha_n} \right| = \frac{\alpha_{lm}}{\alpha_n} = \frac{\eta}{\zeta}$  alarak  $\varphi_{TE} = \zeta$  olduğunu gösteriniz.

18) Simetrik bir dalga kılavuzunda aktif bölgede yukarı yönlü ( $\mathbf{k}_u = k_u \mathbf{a}_u$ ) ve aşağı yönlü ( $\mathbf{k}_d = k_d \mathbf{a}_d$ ) dalga vektörlerini  $\alpha_n$  ve  $\beta_z$  cinsinden belirleyiniz.

19a) Yukarı yönlü  $\mathbf{k}_u = k_u \mathbf{a}_u$  ve aşağı yönlü  $\mathbf{k}_d = k_d \mathbf{a}_d$  dalga vektörleri ile temsil edilen ışınların bir anlık durumlarına ilişkin elektrik ve manyetik alan vektörlerini çiziniz.

b) Elektrik alanın formülünü yazınız.

20) Alanın faz ve grup hızlarını yazınız, faz sâbitini inceleyiniz.

21) Yansımaya sâbiti

$$r = j e^{-2ja\alpha_{lm}} \frac{(\alpha_n^2 - \alpha_{lm}^2) \sin 2\alpha_n a}{2\alpha_n \alpha_{lm} \cos 2\alpha_n a - j(\alpha_n^2 + \alpha_{lm}^2) \sin 2\alpha_n a}$$

olarak verildiğine göre<sup>1</sup>,  $r=0$  olduğunda enerjinin

$$E = V_o - \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$$

olduğunu gösteriniz.

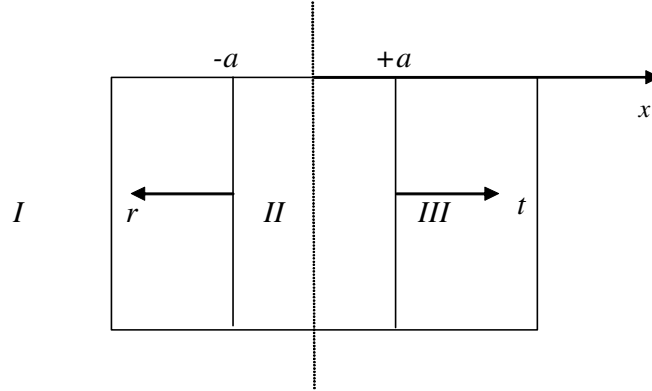
22) Y-doğrultusunda polarizeli elektrik alanından faydalanarak mod tanımlarını vermek için inceleyiniz.

23) Rezonans şartı nedir?

24) Fabry-Perot İnterferometresi nedir?

25) Rezonans şartında geçiş sâbitinin ifâdesini bulunuz.

<sup>1</sup> Gasiorowicz, S., *Quantum Physics*, p. 79, John Wiley, Ne York, 1974.



25) Referans 1'de geçiş sâbiti

$$t = e^{-2j\alpha_{I,III}} \frac{2\alpha_{II}\alpha_{I,III}}{2\alpha_{II}\alpha_{I,III}\cos 2\alpha_{II}a - j(\alpha_{II}^2 + \alpha_{I,III}^2)\sin 2\alpha_{II}a}$$

$$= e^{-2j\eta} \frac{2\zeta_{II}\eta_{I,III}}{2\zeta_{II}\eta_{I,III}\cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2)\sin 2\zeta}$$

olarak verilmektedir. Bunun rezonans şartındaki ifâdesi nasıl olur?

26) Aktif bölgedeki dalganın

$$E_y = E(x)e^{-jz\beta_z}$$

şeklinde olduğunu gösteriniz.

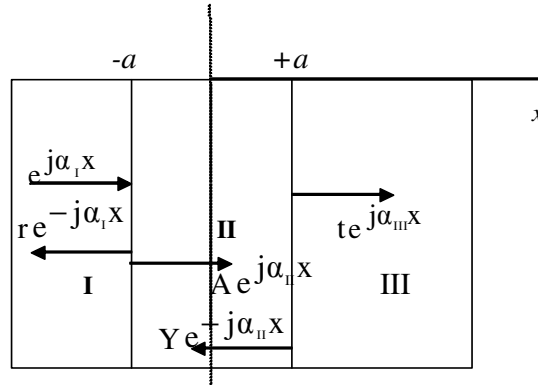
27) Aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi gömlek bölgelerinden I. bölgeye gelen  $e^{j\alpha_1 x}$  alanı ve yansıyan alan  $E_r = r e^{-j\alpha_1 x}$ , III. bölgede  $E_{yIII} = t e^{j\alpha_{III} x}$  alanı ve aktif bölgede

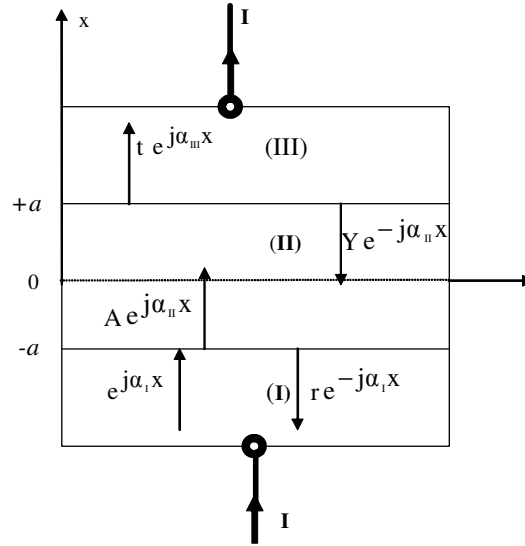
$$E_{yII} = A e^{j\alpha_{II} x} + B e^{-j\alpha_{II} x}$$

alanı veriliyor.  $E_{yII}$  alanının

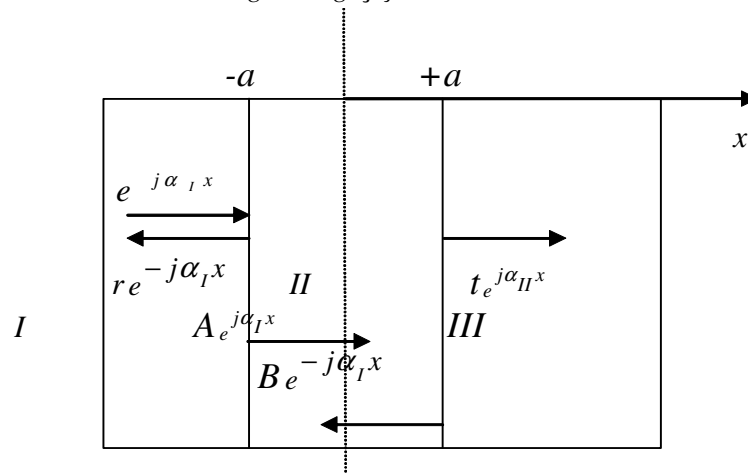
$$E_{yII} = K \cos 2ax$$

olduğunu gösteriniz.





28)  $e^{j\alpha_1 x}$ ,  $E_r = r e^{-j\alpha_1 x}$ ,  $E_{yIII} = t e^{j\alpha_1 x}$  ve  $E_{yII} = A e^{j\alpha_1 x} + B e^{-j\alpha_1 x}$  alanlarını kullanarak I. bölgedeki yansımâ sabitini ve III. bölgedeki geçiş sabitini bulunuz.



29) Aktif bölgedeki güç akısını  $A$  ve  $B$  sabitleri, I. bölgedeki güç akısını yansımâ sabiti ve III. bölgedeki güç akısını geçiş sabiti cinsinden bulunuz.

30)  $\alpha_1 = \alpha_{II} = \alpha_{I,III}$  için  $1 + r = t$  olduğunu gösteriniz.

31)  $\varphi_{TE}$ , TE modunda yansımâ sabitinin açısı olduğuna göre çift fonksiyonlu elektrik alanında  $\varphi_{TE} = \zeta = \cos^{-1} \frac{\zeta}{V}$  olduğu bilindiğine göre  $\alpha_n$ 'yi bulunuz.

### Cevaplar:

1) Şekil'de 1. ortamda gelen 2. ışın CB mesâfesini alırken, A noktasında kırılan 1. ışının bir kısmı AE mesâfesini, 2. ortamda AD mesâfesini kat eder. Eğer dalganın 1.



ortamdaki faz hızı  $v_1$ , 2. ortamdaki  $v_2$  ise, o zaman bu alınan yolların oranı, hızların oranı ile aynı demektir:

$$\frac{CB}{AD} = \frac{v_1}{v_2}$$

ACB dik üçgeninde  $CB=AB\sin\theta_1$  ve ADB dik üçgeninde  $AD=AB\sin\theta_2$  olduğunu görmek kolaydır. CB ve AD eşitlikleri yukarıdaki eşitlikte kullanılırsa,

$$\frac{CB}{AD} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

elde edilir. Diğer taraftan

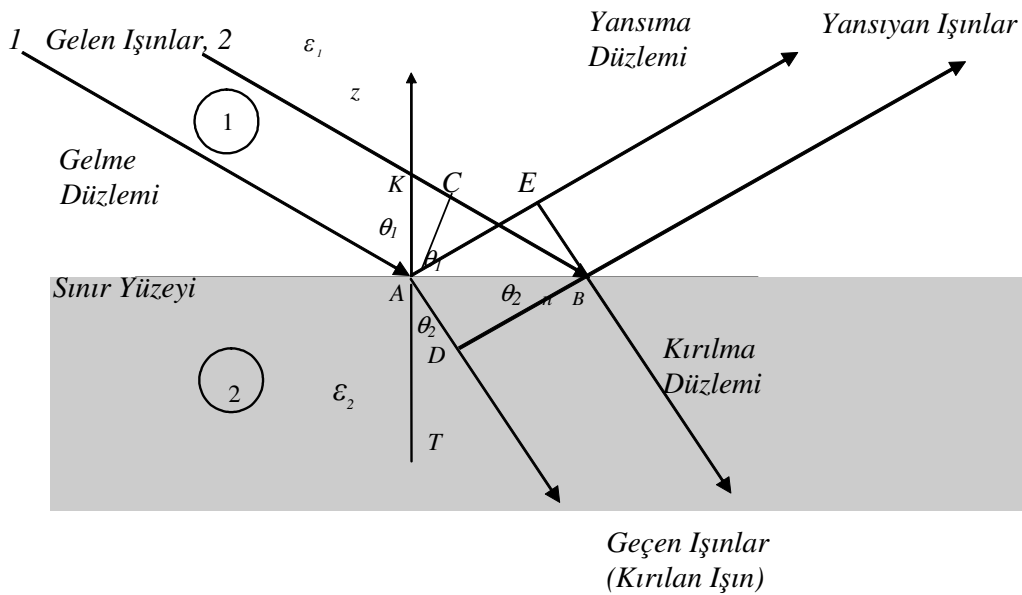
$$v_1 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_1\mu_1}} \quad v_2 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_2\mu_2}}$$

olduğu hatırlanır ve ifâdede yerlerine yazılır ve optik malzemelerin çoğunda  $\mu_1 = \mu_2$  olduğu göz önüne alınırsa,

$$\frac{CB}{AD} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\frac{CB}{AD} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$

bulunur ki, bu eşitliğe Snell Kânunu denir.



Ayrıca, ABE açısı ile KAE açısı kenarları birbirlerine dik oldukları için, birbirine eşittir. Aynı sebepten dolayı CAE açısı ile CBE açısı birbirlerine eşit olur. Dolayısıyla, CB ve AB kenarları birbirine eşit olduğu için, ACB ve AEB üçgenleri birbirlerine eşittir. Bu yüzden, eşit olurlar ve  $ABE = \theta_1$  ve dolayısıyla kenarları dik olan açılardan eşitliğinden  $KAE = \theta_1$  elde edilir ki buradan şu sonuç çıkar: Yansıyan ışının yansımaya düzleminin normali ile yaptığı açı, gelen ışının yansımaya düzleminin normali ile yaptığı açıya eşittir. Bu eşit açılar aynı düzlem içindedir.

Bir düzlem elektromanyetik dalgada metre kare başına nakledilen gücün Poyntig vektörü ile hesap edildiği bilindiğine göre,  $\mathbf{P} = \mathbf{E} \wedge \mathbf{H}$  yazılabilir. Düzlem dalgada elektrik alan vektörü dâima manyetik alan vektörüne dik kaldığı için,  $P = |E||H| \sin 90^\circ$ ,  $E_i H_i = E_i^2 / Z_1$  elde edilir.

Buna göre AB yüzeyine çarpan gelen dalganın taşıdığı güç  $\cos \theta_1$  ile orantıdır. Yâni, AB yüzeyine gelen güç  $(E^2/Z) \cos \theta_1$  olur. Bu gücün bir kısmı geri yansır bir kısmı 2. bölgeye geçer. Enerji korunumundan dolayı

$$(E_i^2/Z_1) \cos \theta_1 = (E_r^2/Z_1) \cos \theta_1 + (E_t^2/Z_2) \cos \theta_2$$

eşitliği yazılabilir. Bu eşitliğin her iki tarafı  $Z_1$  ile çarpılırsa elde edilen

$$E_i^2 \cos \theta_1 = E_r^2 \cos \theta_1 + (Z_1 E_t^2 / Z_2) \cos \theta_2$$

ifâdesinin her iki tarafı  $E_i^2 \cos \theta_1$  ile bölünürse

$$1 = \frac{E_r^2}{E_i^2} + \frac{Z_1 E_t^2 \cos \theta_2}{Z_2 E_i^2 \cos \theta_1}$$

veyâ

$$\frac{E_r^2}{E_i^2} = 1 - \frac{Z_1 E_t^2 \cos \theta_2}{Z_2 E_i^2 \cos \theta_1} = 1 - \frac{\sqrt{\epsilon_2} E_t^2 \cos \theta_2}{\sqrt{\epsilon_1} E_i^2 \cos \theta_1}$$

sonuna varılır. Bunun kare kökünün yansımaya sâbitini verdiğini hatırlamalıdır.

Yalutkan bir arayüzeye bir açı ile gelen elektromanyetik alanda dik polarizasyonlu (ufkî polarizasyonlu)-te modlu) dalgaya âit yansımaya sâbitini bulmaya çalışalım:

Yalutkan bir ara yüzeye bir açı ile gelen (eğik olarak gelen) TE modunda elektrik alan vektörünün gelme düzlemine dik ve ara yüzeye paralel olduğu bilinmektedir. Şekilde görüldüğü gibi,  $E_i$ ,  $E_r$  ve  $E_t$  alanları tahtadan (sayfa düzleminden) bize doğru gelecek şekilde polarizelidir. Bu durumda elektrik alanının bu bileşenleri, görüldüğü gibi, ara yüzeye teğet bileşenlerdir. Elektrik alanının teğet bileşenleri, ara yüzeyde sürekli olduğu için,

$$E_t = E_i + E_r$$

eşitliği yazılabilir. Bunun her iki tarafı  $E_i$  ile bölünürse,

$$1 = \frac{E_i}{E_i} + \frac{E_r}{E_i}$$

ya da

$$\frac{E_t}{E_i} = 1 + \frac{E_r}{E_i}$$

veyâ

$$\frac{E_r^2}{E_i^2} = 1 - \frac{Z_1 E_i^2 \cos \theta_2}{Z_2 E_i^2 \cos \theta_1} = 1 - \frac{\sqrt{\varepsilon_2} E_i^2 \cos \theta_2}{\sqrt{\varepsilon_1} E_i^2 \cos \theta_1}$$

$$\frac{E_t}{E_i} = 1 + \frac{E_r}{E_i}$$

$$\frac{E_r^2}{E_i^2} = 1 - \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \left(1 + \frac{E_r}{E_i}\right)^2 \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1}$$

bulunarak ara işlemler yazılırsa,

$$1 - \frac{E_r^2}{E_i^2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \left(1 + \frac{E_r}{E_i}\right)^2 \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1}$$

$$\left(1 - \frac{E_r}{E_i}\right) \left(1 + \frac{E_r}{E_i}\right) = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \left(1 + \frac{E_r}{E_i}\right)^2 \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1}$$

$$\left(1 - \frac{E_r}{E_i}\right) = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \left(1 + \frac{E_r}{E_i}\right) \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1}$$

$$r_{TE} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta_1 - \sqrt{\varepsilon_2} \cos \theta_2}{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta_1 + \sqrt{\varepsilon_2} \cos \theta_2} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}$$

bulunur. Transmisyon (Geçiş) Sâbit'i ise

$$t_{TE} = 1 + r_{TE} = \frac{E_t}{E_i} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}$$

olur. TE modundaki bu sâbitler paralel (yatay) polarizasyona âit yansıma ve geçiş sâbitleridir.

Yansıma ve geçiş sâbitlerinin empedans cinsinden ifâdeleri ise

$$r_{TE} = E_r/E_i = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} - \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}}}{\sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} + \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}}}, \quad r_{TE} = \frac{2Z_{III}}{Z_{II} + Z_{III}} = \frac{2\sqrt{\frac{\mu_{III}}{\epsilon_{III}}}}{\sqrt{\frac{\mu_{III}}{\epsilon_{III}}} + \sqrt{\frac{\mu_{III}}{\epsilon_{III}}}}$$

olarak verilir<sup>2</sup>.

2) Yalıtkan bir arayüzeye bir açı ile gelen elektromanyetik alanda TM modlu düzlem elektromanyetik dalgaya âit yansımaya ve geçme sâbitlerini bulmaya çalışalım:

Paralel polarizasyon (Düşey Polarizasyon) da denilen bu TM modunda manyetik alan, yansıtıcı yüzeye paralel ve gelme düzlemine diktir. Bu modda manyetik alanının rolü, TE-modlu durumundaki elektrik alanının rolü gibidir.

Aşağıdaki Şekil'de görüldüğü gibi, 1. ortamda elektrik alanları birbirlerinin etkilerini azaltacak yönde olduğu için bunların farkı vektör olarak  $E_{ir} = E_i - E_r$  ile gösterilirse, ara yüzeyde 1. ve 2. ortamlardaki teğet bileşenlerin eşitliğinden dolayı,

$$E_{ir} \cos \theta_1 = (E_i - E_r) \cos \theta_1 = E_i \cos \theta_2$$

yazılabilir. Bu eşitliğin her iki tarafı  $E_i$  ile bölünür vekaresi alınır:

$$\frac{E_t}{E_i} = \left(1 - \frac{E_r}{E_i}\right) \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2}$$

$$\frac{E_t^2}{E_i^2} = \left(1 - \frac{E_r}{E_i}\right)^2 \frac{\sqrt{\epsilon_1} \cos^2 \theta_1}{\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_2}$$

Burada

$$\frac{E_r^2}{E_i^2} = 1 - \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \left(1 - \frac{E_r}{E_i}\right)^2 \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2}$$

kullanılırsa, bulunan

$$1 - \frac{E_r^2}{E_i^2} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \left(1 - \frac{E_r}{E_i}\right)^2 \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2}$$

ifâdesinden

$$1 + \frac{E_r}{E_i} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \left(1 - \frac{E_r}{E_i}\right) \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2}$$

veyâ

$$r_{TM} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_1 - \sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_2}{\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_1 + \sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_2} = \frac{\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_1 - \sqrt{\epsilon_1} (1 - \sin^2 \theta_2)}{\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_1 + \sqrt{\epsilon_1} (1 - \sin^2 \theta_2)} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$

<sup>2</sup> Temiz, M., Elektromanyetik alanlar (basıma hazır.)

ya da

$$r_{TM} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_1 - \sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_2}{\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_1 + \sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_2} = \frac{\frac{\cos \theta_1}{n_1} - \frac{\cos \theta_2}{n_2}}{\frac{\cos \theta_1}{n_1} + \frac{\cos \theta_2}{n_2}}$$

elde edilir. Snell Kânunu'ndan  $\sin^2 \theta_2 = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \theta_1$  olduğu dikkate alınırsa,

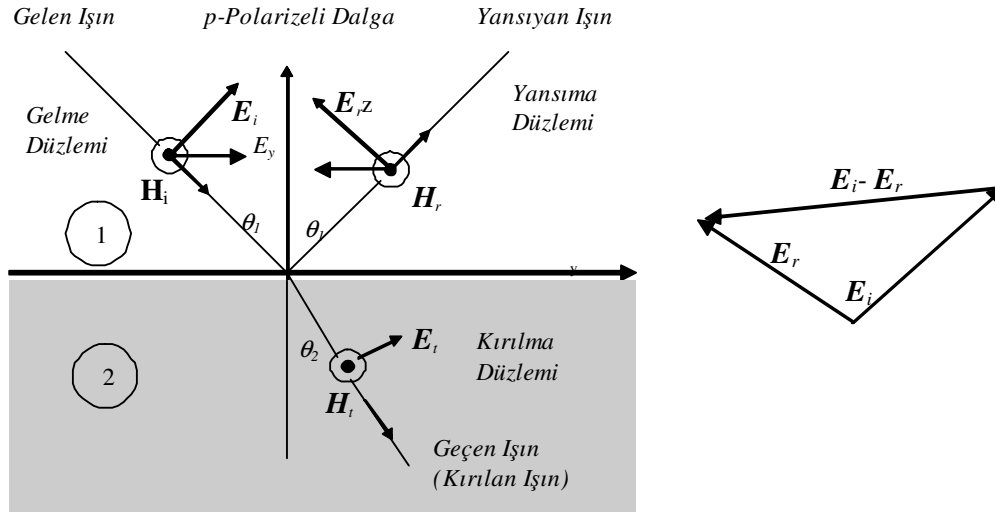
$$r_{TM} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_1 - \sqrt{\epsilon_1(1 - \sin^2 \theta_2)}}{\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_1 + \sqrt{\epsilon_1(1 - \sin^2 \theta_2)}} = \frac{(\epsilon_2/\epsilon_1) \cos \theta_1 - \sqrt{(\epsilon_2/\epsilon_1) - \sin^2 \theta_1}}{(\epsilon_2/\epsilon_1) \cos \theta_1 + \sqrt{(\epsilon_2/\epsilon_1) - \sin^2 \theta_1}}$$

olur ki bu ifade, bir dielektrik ara yüzeye eğik olarak gelen TM modundaki bir elektromanyetik alanda elektrik alanına âit yansımâ sâbiti verir.

Geçiş sâbiti ise,

$$t_{TM} = \frac{n_1}{n_2} (1 + r_{TM}) = \frac{E_t}{E_i} = \frac{n_1}{n_2} \left( 1 + \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2} \right) = \frac{n_1}{n_2} \frac{2n_2 \cos \theta_1}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$

$$= \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$



3) Aktif bölgede tam yansımâsı yok iken  $r_{TE} = \frac{\alpha_n - k_{lmk}}{\alpha_n + k_{lmk}}$  formülünü çıkarmak için

$$r_{TE} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{\sqrt{\epsilon_1} \cos\theta_1 - \sqrt{\epsilon_2} \cos\theta_2}{\sqrt{\epsilon_1} \cos\theta_1 + \sqrt{\epsilon_2} \cos\theta_2} = \frac{n_1 \cos\theta_1 - n_2 \cos\theta_2}{n_1 \cos\theta_1 + n_2 \cos\theta_2}$$

ifâdesinden faydalanılır. Bu formül konumuz olan dalga kılavuzuna aşağıdaki şekilde uydurulursa, simetrik bir dalga kılavuzunda

$$r_{TE} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{n_{II} k_o \cos\theta_2 - n_{I,III} k_o \cos\theta_{III}}{n_{II} k_o \cos\theta_2 + n_{I,III} k_o \cos\theta_{III}}$$

bulunur. Burada  $\alpha_{II} = n_{II} k_o \cos\theta_2$ ,  $k_{I,III} = n_{I,III} k_o \cos\theta_{III} = k_{I,III} \cos\theta_{III}$  olduğundan

$$r_{TE} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{n_{II} k_o \cos\theta_2 - n_{I,III} k_o \cos\theta_{III}}{n_{II} k_o \cos\theta_2 + n_{I,III} k_o \cos\theta_{III}} = \frac{\alpha_{II} - k_{I,III}}{\alpha_{II} + k_{I,III}}$$

olur. Burada  $k_{I,III} = n_{I,III} k_o \cos\theta_{III}$  tam yansıma yok iken III bölgedeki dalga numarasının düşey bileşenidir.

4) Tam yansıması yok iken simetrik bir dalga kılavuzunda aktif bölgede TM moduna âit yansıma sâbitini bulmak için

$$r_{TM} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{\sqrt{\epsilon_2} \cos\theta_1 - \sqrt{\epsilon_1} \cos\theta_2}{\sqrt{\epsilon_2} \cos\theta_1 + \sqrt{\epsilon_1} \cos\theta_2} = \frac{n_2 \cos\theta_1 - n_1 \cos\theta_2}{n_2 \cos\theta_1 + n_1 \cos\theta_2} = \frac{\frac{\cos\theta_1}{n_1} - \frac{\cos\theta_2}{n_2}}{\frac{\cos\theta_1}{n_1} + \frac{\cos\theta_2}{n_2}}$$

formülüünden faydalanılır. Bu formül konumuz olan dalga kılavuzuna tam yansıması yok iken aşağıdaki şekilde uydurulursa,  $\alpha_{II} = n_{II} k_o \cos\theta_2$ ,  $k_{I,III} = n_{I,III} k_o \cos\theta_{III}$  ifâdeleri kullanılarak

$$r_{TM} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{\frac{\cos\theta_2}{n_{II}} - \frac{\cos\theta_{III}}{n_{I,III}}}{\frac{\cos\theta_2}{n_{II}} + \frac{\cos\theta_{III}}{n_{I,III}}} = \frac{\frac{\alpha_{II}}{k_o n_{II}^2} - \frac{k_{I,III}}{k_o n_{I,III}^2}}{\frac{\alpha_{II}}{k_o n_{II}^2} + \frac{k_{I,III}}{k_o n_{I,III}^2}} = \frac{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} - \frac{k_{I,III}}{n_{I,III}^2}}{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} + \frac{k_{I,III}}{n_{I,III}^2}}$$

bulunur. Aktif bölgede tam yansıma olduğunda  $k_{I,III} = -j\alpha_{I,III}$  olur ve



$$t_{TM} = 1 + e^{j2\arctan \frac{n_{II}^2 \eta}{n_{III}^2 \zeta}} = 1 + e^{j2\zeta} = 1 + e^{j2\zeta}$$

7) TM odunda yansımının sıfır olduğu açığa Brewester açısı denir. TE modunda meydana gelen elektrik dipolü kendi radyasyonunu yansıyan dalgadan üretmektedir. Elektrik dipol antenin radyasyonu kendi eksenine diktir. Bu yüzden, TE modunda yansıyan dalganın üretilmesinde bir problem meydana gelmez. Halbuki, TM modu ve özel bir geliş açısı için yansıyan dalga dipolün uçlarını yoketmeye çalışır (Şekil 7). Böylece, yansıyan dalga ile kırılan dalga arasındaki açı tam  $90^\circ$  olduğunda,  $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ , yansıyan dalga ortadan kalkar. Bu sûretle optik güç tamamen kırılan dalgaya yönelir.

Brewester açısında yansıyan ışıdaki p-polarizeli bileşen tamamen ortadan kalkar. Dipol radyasyonu tamamen ikinci ortama transfer edilir. Başka bir ifâdeyle, bir dielektrik ara yüzeye eğik olarak gelen TM modundaki bir elektromanyetik alanda elektrik alanına âit yansıma sâbiti, ancak özel bir açıda sıfır olur, yansıyan dalga ortadan kalkar. Bu özel açıda (108) yansıma sâbiti sıfır olur ki, bu özel açının bulunmasını kolaylaştırır.

$$r = \frac{E_r}{E_i} = \frac{\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_1 - \sqrt{\epsilon_1(1 - \sin^2 \theta_2)}}{\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_1 + \sqrt{\epsilon_1(1 - \sin^2 \theta_2)}} = \frac{(\epsilon_2/\epsilon_1) \cos \theta_1 - \sqrt{(\epsilon_2/\epsilon_1) - \sin^2 \theta_1}}{(\epsilon_2/\epsilon_1) \cos \theta_1 + \sqrt{(\epsilon_2/\epsilon_1) - \sin^2 \theta_1}} = 0$$

veyâ  $E_r = 0$  için

$$(\epsilon_2/\epsilon_1) \cos \theta_1 - \sqrt{(\epsilon_2/\epsilon_1) - \sin^2 \theta_1} = 0$$

olmalıdır. Bu şartı sağlayan açı

$$\cos^2 \theta_1 = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} = \cos^2 \theta_B$$

ya da

$$\tan \theta_1 = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} = \tan \theta_B$$

bulunur ki, burada  $\theta_B$  açısına Brewester Açısı denir. Bu formül konumuz olan dalga kılavuzuna aşağıdaki şekilde uydurulursa

$$\tan \theta_{II} = \sqrt{\frac{\epsilon_{III}}{\epsilon_{II}}} = \tan \theta_B \rightarrow \tan^2 \theta_B + 1 = \frac{n_{III}^2}{n_{II}^2} + 1 \rightarrow \frac{1}{\cos^2 \theta_B} = \frac{n_{III}^2 + n_{II}^2}{n_{II}^2} \rightarrow \cos \theta_B = \frac{n_{II}}{\sqrt{n_{III}^2 + n_{II}^2}}$$

$$\cos \theta_B = \frac{n_{II}}{\sqrt{n_{III}^2 + n_{II}^2}}$$

8) Tam yansımının diğer özel bir hâlinde Snell Kânunu'nun ifâdesini yazmak için  $n_2 \cos \theta_2 = n_1 \cos \theta_1$ , Snell Kânunu'ndan hareket edilir. Burada  $\theta_1, \theta_2 \rightarrow (\theta_1 + 90^\circ), (\theta_2 + 90^\circ)$  ya da  $\theta_1, \theta_2 \rightarrow (\theta_1 - 90^\circ), (\theta_2 - 90^\circ)$  yazılabilir.



$$n_2 \cos \theta_2 = n_1 \cos \theta_1 \rightarrow n_2 \cos(\theta_2 + 90^\circ) = n_1 \cos(\theta_1 + 90^\circ)$$

$$n_2 \cos(\theta_2 - 90^\circ) = n_1 \cos(\theta_1 - 90^\circ) \rightarrow n_2(\cos \theta_2 \cos 90^\circ + \sin \theta_2 \sin 90^\circ) = n_1(\cos \theta_1 \cos 90^\circ + \sin \theta_1 \sin 90^\circ)$$

$$n_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_1$$

almırsa,

$$n_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_1 \rightarrow \sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 \rightarrow \cos \theta_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2} = \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \theta_1}$$

$$\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2} = \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \theta_1}$$

bulunur. Bu formül konumuz olan dalga kılavuzuna aşağıdaki şekilde uydurulursa

$$\cos \theta_{II} = \cos \theta_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_m} = \sqrt{1 - \frac{n_{II}^2}{n_m^2} \sin^2 \theta_m}$$

olur.  $\theta_2 = 90^\circ$  ise,  $1 - \frac{n_{II}^2}{n_m^2} \sin^2 \theta_m \rightarrow \sin \theta_m = \frac{n_m}{n_{II}}$

$$\sin \theta_m = \frac{n_m}{n_{II}}$$

$\sin \theta_m = \frac{n_m}{n_{II}}$  'yi veren açıda

$$\alpha_{III} = n_{III} k_o \cos \theta_{III} = k_{III} \cos \theta_{III} = 0$$

ya da

$$\eta_{III} = \alpha \alpha_{III} = \alpha n_{III} k_o \cos \theta_{III} = \alpha k_{III} \cos \theta_{III} = 0$$

olur. Ayrıca,  $\sin \theta_m = \frac{n_m}{n_{II}} \rightarrow \sin \theta_m > \frac{n_m}{n_{II}}$

durumunda  $\alpha_{III} = k_{III} \cos \theta_{III}$  ( $\eta_{III} = \alpha k_{III} \cos \theta_{III}$ ) büyüklüğü imajiner olur.  $\theta_m = \theta_c = \sin^{-1} \frac{n_m}{n_{II}}$

açısına kritik açı denir.  $\theta_m > \theta_c = \sin^{-1} \frac{n_m}{n_{II}}$  durumunda tam yansıma gelir. Bu durumda güç,

gömlek bölgelerine geçmez, yansıma sâbitlerinin genlikleri 1 olur ( $r_{TE} r_{TE}^* = 1$ ,  $r_{TM} r_{TM}^* = 1$ ).

Benzer düşünceler,  $\sin \theta_1 = \frac{n_I}{n_{II}}$  'yi veren açıda

$$\alpha_I = n_I k_o \cos \theta_{II} = k_I \cos \theta_I = 0$$

ya da

$$\eta_I = \alpha \alpha_I = \alpha n_I k_o \cos \theta_I = \alpha k_I \cos \theta_I = 0$$

olduğu düşünülerek I-II arayüzünde de geçerlidir. Yâni,  $\sin\theta_1 = \frac{n_1}{n_2} \rightarrow \sin\theta_1 > \frac{n_1}{n_2}$

durumunda  $\alpha_1 = k_1 \cos\theta_1$  ( $\eta_1 = ak_1 \cos\theta_1$ ) büyüklüğü imajiner olur.  $\theta_m = \theta_c = \sin^{-1} \frac{n_m}{n_1}$

açısına kritik açı denir.  $\theta_m > \theta_c = \sin^{-1} \frac{n_1}{n_2}$  durumunda tam yansımaya gelir.

9) Tam yansımaya hâlinde gömlek bölgesindeki akım ifâdesini araştıralım. Tam yansımaya hâlinde meselâ III. bölgedeki elektrik alanını genliğini 1 kabul ederek

$$E_{y,III} = e^{-j\mathbf{k}_{III} \cdot \mathbf{r}}$$

ya da simetrik bir dalga kılavuzunda

$$E_{y,III} = e^{-j\mathbf{k}_{III} \cdot \mathbf{r}}$$

olarak yazabiliriz. Burada

$$\mathbf{k}_{III} \cdot \mathbf{r} = (\varphi_{III} \mathbf{a}_x + \beta_z \mathbf{a}_z) \cdot (x \mathbf{a}_x + z \mathbf{a}_z) = x \varphi_{III} + z \beta_z$$

olup elektrik alanı

$$E_{y,III} = e^{-j\mathbf{k}_{III} \cdot \mathbf{r}} = e^{-j\varphi_{III} x} e^{-j\beta_z z}$$

olur. Kritik açı aşıldığında  $\varphi_m \rightarrow \alpha_{III} = j\varphi_{III} \rightarrow \varphi_{III} = -j\alpha_{III}$  olur ve bu elektrik alanına taşınır,

$$E_{y,III} = e^{-j\varphi_{III} x} e^{-j\beta_z z} = e^{-\alpha_{III} x} e^{-j\beta_z z}$$

gibi  $x$  doğrultusunda gittikçe zayıflayan bir dalga bulunur. Benzer bir dalga da asimetric bir dalga kılavuzunda I. bölgede

$$E_{y,I} = e^{-\alpha_1 x} e^{-j\beta_z z}$$

olarak elde edilebilir. Bu da  $x$  doğrultusunda gittikçe zayıflamaktadır.  $\alpha_{III} = jk_{III} = jk_0 \cos\theta_m$  durumunda

$$\theta_m > \theta_c = \sin^{-1} \frac{n_m}{n_1}, \quad \theta_1 > \theta_c = \sin^{-1} \frac{n_1}{n_2}$$

gerçekleşir:

$$\alpha_m = jk_{III} = jn_{III} k_0 \cos\theta_m = jk_{III} \cos\theta_m$$

$$\cos\theta_2 = \sqrt{1 - \sin^2\theta_2} = \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2\theta_1}$$

$$\cos\theta_m = \cos\theta_2 = \sqrt{1 - \frac{n_{II}^2}{n_{III}^2} \sin^2\theta_{II}}$$

$$\cos\theta_2 = \cos\theta_{II} = \sqrt{1 - \frac{n_{II}^2}{n_{III}^2} \sin^2\theta_{II}} \rightarrow \cos\theta_{II} = \sqrt{1 - \frac{n_{II}^2}{n_{III}^2} \sin^2\theta_{II}} \rightarrow \cos\theta_{II} = (-j) \sqrt{\frac{n_{II}^2}{n_{III}^2} \sin^2\theta_{II} - 1}$$

$$\alpha_{III} = jn_{III}k_o \cos\theta_{III} \rightarrow \alpha_{III} = jn_{III}k_o (-j) \sqrt{\frac{n_{II}^2}{n_{III}^2} \sin^2\theta_{II} - 1} = n_{III}k_o \sqrt{\frac{n_{II}^2}{n_{III}^2} \sin^2\theta_{II} - 1}$$

$$\beta_z = n_{II}k_o \sin\theta_2 = n_{II}k_o \sin\theta_{II}$$

$$\alpha_{III} = n_{III}k_o \sqrt{\frac{n_{II}^2}{n_{III}^2} \sin^2\theta_{II} - 1} = \sqrt{k_o^2 n_{II}^2 \sin^2\theta_{II} - k_o^2 n_{III}^2} = \sqrt{\beta_z^2 - k_o^2 n_{III}^2} = \sqrt{\beta_z^2 - k_{III}^2}$$

Benzer yol izlenerek I-II arayüzeyi için de

$$\alpha_I = n_I k_o \sqrt{\frac{n_{II}^2}{n_I^2} \sin^2\theta_I - 1} = \sqrt{k_o^2 n_{II}^2 \sin^2\theta_I - k_o^2 n_I^2} = \sqrt{\beta_z^2 - k_o^2 n_I^2} = \sqrt{\beta_z^2 - k_I^2}$$

bulunur.

Kırılma indisleri öyle seçilir ki  $\alpha_{III} = \sqrt{\beta_z^2 - k_o^2 n_{III}^2}$   $\alpha_I = \sqrt{\beta_z^2 - k_o^2 n_I^2}$  elde edilir.

Sonuç olarak asimetrik bir dalga kılavuzunda  $\alpha_I$  ve  $\alpha_{III}$  açılarının her ikisi de, dalganın aktif bölgede hapsedilebilmesi için, reel olmalıdır. Bunun için  $\beta_z (= n_{II}k_o \sin\theta_2 = n_{II}k_o \sin\theta_{II}$  ya da), fazının değerleri  $n_{III}k_o \langle \beta_z \rangle n_{II}k_o \rightarrow k_{III} \langle \beta_z \rangle k_{II}$  aralığında alınrsa istenen hapsedilme elde edilir.  $v = \frac{\omega}{\beta_z}$  ve  $k_o = \frac{\omega}{c}$  olduğu düşünülürse,

$n_{III} \frac{\omega}{c} \langle \frac{\omega}{v} \rangle n_{II} \frac{\omega}{c} \rightarrow n_{III} \frac{1}{c} \langle \frac{1}{v} \rangle n_{II} \frac{1}{c} \rightarrow \frac{c}{n_{III}} \langle v \rangle \frac{c}{n_{II}}$  bulunur ki, bu hapsedilmiş bir moda âit faz hızının müsaade edilen aralığını verir.

10) Aktif bölgede meydana gelen tam yansımada elektrik ve manyetik alanlarına âit yansımada sâbitlerinin modüllerinin 1 olduğunu göstermek için yansımının olmadığı olduğu durumdaki

$$r_{TE} = \frac{\alpha_{II} - k_{I,IIIx}}{\alpha_{II} + k_{I,IIIx}}, r_{TM} = \frac{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} - \frac{k_{I,IIIx}}{n_{I,III}^2}}{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} + \frac{k_{I,IIIx}}{n_{I,III}^2}}$$

sâbitlerinden hareket edilebilir. Tam yansımada  $k_{I,IIIx} = -j\alpha_{I,III}$  alınır.

$$r_{TE} = \frac{\alpha_{II} - \Phi_{I,III}}{\alpha_{II} + \Phi_{I,III}} = \frac{\alpha_{II} + j\alpha_{I,III}}{\alpha_{II} - j\alpha_{I,III}} = \frac{\zeta + j\eta}{\zeta - j\eta}, r_{TE^*} = \frac{\alpha_{II} - j\alpha_{I,III}}{\alpha_{II} + j\alpha_{I,III}} = \frac{\zeta - j\eta}{\zeta + j\zeta}$$

$$r_{TM} = \frac{\frac{\alpha_{II} - \frac{\Phi_{I,III}}{2}}{n_{II}} - \frac{\alpha_{I,III}}{n_{I,III}}}{\frac{\alpha_{II} + \frac{\Phi_{I,III}}{2}}{n_{II}} + \frac{\alpha_{I,III}}{n_{I,III}}} = \frac{\frac{\alpha_{II}}{2} - j \frac{\alpha_{I,III}}{2}}{\frac{\alpha_{II}}{2} + j \frac{\alpha_{I,III}}{2}}, \quad r_{TM}^* = \frac{\frac{\alpha_{II}}{2} - j \frac{\alpha_{I,III}}{2}}{\frac{\alpha_{II}}{2} + j \frac{\alpha_{I,III}}{2}}$$

olduğuna göre

$$r_{TE} r_{TE}^* = \frac{\alpha_{II} - j\alpha_{I,III}}{\alpha_{II} + j\alpha_{I,III}} \frac{\alpha_{II} + j\alpha_{I,III}}{\alpha_{II} - j\alpha_{I,III}} = 1$$

$$r_{TM} r_{TM}^* = \frac{\frac{\alpha_{II}}{2} + j \frac{\alpha_{I,III}}{2}}{\frac{\alpha_{II}}{2} - j \frac{\alpha_{I,III}}{2}} \frac{\frac{\alpha_{II}}{2} - j \frac{\alpha_{I,III}}{2}}{\frac{\alpha_{II}}{2} + j \frac{\alpha_{I,III}}{2}} = 1$$

olur. Yâni, bu yansıma şartı altında dalga aktif bölgede tamâmen hapsedilir.

11) Aktif bölgede meydana gelen tam yansıma durumunda elektrik ve manyetik alanlarına âit yansıma sâbitlerini üstel olarak ifâde etmek için meselâ yansıma yokken bulunan elektrik alanına âit

$$r_{TE} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{\alpha_{II} - k_{I,IIIx}}{\alpha_{II} + k_{I,IIIx}}$$

yansıma sâbitinden hareket edilebilir: Tam yansıma durumunda  $\Phi_{I,III}$  açısı imajiner olur ve  $k_{I,IIIx} = -j\alpha_{I,III}$  olarak alınabilir.

$$r_{TE} = \frac{\alpha_{II} - k_{I,IIIx}}{\alpha_{II} + k_{I,IIIx}} = \frac{\alpha_{II} + j\alpha_{I,III}}{\alpha_{II} - j\alpha_{I,III}} = \frac{e^{j\varphi_1}}{e^{j\varphi_2}} = e^{j\varphi_1 - j\varphi_2} = e^{j2\varphi_{TE}},$$

$$\varphi_1 = \tan^{-1} \frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}} = \varphi_{TE}, \quad \varphi_2 = \tan^{-1} \frac{-\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}} = -\tan^{-1} \frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}} = -\varphi_1$$

$$r_{TE} = e^{j2\varphi_{TE}}$$

Benzer şekilde tam yansıma yokken

$$r_{TM} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{\frac{\cos\theta_2}{n_{II}} - \frac{\cos\theta_{III}}{n_{I,III}}}{\frac{\cos\theta_2}{n_{II}} + \frac{\cos\theta_{III}}{n_{I,III}}} = \frac{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} - \frac{k_{I,IIIx}}{n_{I,III}}}{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} + \frac{k_{I,IIIx}}{n_{I,III}}}$$

olan manyetik alana âit yansıma sâbiti tam yansıma durumunda

$$r_{TM} = \frac{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} - \frac{k_{I,III}}{n_{I,III}^2}}{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} + \frac{k_{I,III}}{n_{I,III}^2}} = \frac{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} + j\frac{\alpha_{I,III}}{n_{I,III}^2}}{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} - j\frac{\alpha_{I,III}}{n_{I,III}^2}} = \frac{\alpha_{II}n_{I,III}^2 + j\alpha_{I,III}n_{II}^2}{\alpha_{II}n_{I,III}^2 - jn_{II}^2\alpha_{I,III}}$$

$$\varphi_{TM} = \tan^{-1} \frac{\alpha_{I,III}n_{II}^2}{\alpha_{II}n_{I,III}} \rightarrow r_{TM} = \frac{|A|}{|A|} e^{j2\varphi_{TM}} = e^{j2\varphi_{TM}}$$

TM modundaki öz değer denkleminin  $\tan\zeta = \frac{\frac{\eta}{n_{I,III}^2}}{\frac{\zeta}{n_{II}^2}} = \tan\zeta = \frac{n_{II}^2\eta}{n_{I,III}^2\zeta}$  olduğu bilinmektedir.

$\varphi_{TM} = \tan^{-1} \frac{n_{II}^2\alpha_{I,III}}{n_{I,III}\alpha_{II}} = \tan^{-1} \frac{n_{II}^2\eta}{n_{I,III}\zeta} \rightarrow \tan\varphi_{TM} = \frac{n_{II}^2\eta}{n_{I,III}\zeta}$  olduğuna göre buradan  $\varphi_{TM} = \zeta$  olur.

Dolayısıyla

$$r_{TM} = e^{j2\varphi_{TM}} = e^{j2\zeta}$$

bulunur.

12)

$$r_{TE} = \frac{\alpha_{II} + j\alpha_{I,III}}{\alpha_{II} - j\alpha_{I,III}} = e^{j2\varphi_{TE}}, \quad r_{TE} = e^{j2\varphi_{TE}}$$

$$r_{TM} = \frac{\alpha_{II}n_{I,III}^2 + j\alpha_{I,III}n_{II}^2}{\alpha_{II}n_{I,III}^2 - jn_{II}^2\alpha_{I,III}}, \varphi_{TM} = \tan^{-1} \frac{\alpha_{I,III}n_{II}^2}{\alpha_{II}n_{I,III}} = e^{j2\varphi_{TM}} \quad \varphi_{TM} = \tan^{-1} \frac{n_{II}^2\alpha_{I,III}}{n_{I,III}\alpha_{II}},$$

$$r_{TM} = e^{j2\varphi_{TM}}$$

olduğuna göre  $\varphi_{TE}$  ve  $\varphi_{TM}$  açılarını hesaplamak için  $\varphi_{TE} = \tan^{-1} \frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}}$ ,

$$\varphi_{TM} = \tan^{-1} \frac{n_{II}^2\alpha_{I,III}}{n_{I,III}\alpha_{II}}, \alpha_{I,III} = \sqrt{k_o^2 n_{II}^2 \sin^2\theta_{II} - k_o^2 n_{I,III}^2}$$

ifâdelerinden faydalanılır.

$$\varphi_{TE} = \tan^{-1} \frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{k_o^2 n_{II}^2 \sin^2\theta_{II} - k_o^2 n_{I,III}^2}}{\alpha_{II}} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{k_o^2 n_{II}^2 \sin^2\theta_{II} - k_o^2 n_{I,III}^2}}{k_o n_{II} \cos\theta_{II}}$$

$$= \tan^{-1} \frac{\sqrt{n_{II}^2 \sin^2\theta_{II} - n_{I,III}^2}}{n_{II} \cos\theta_{II}}$$

$$\varphi_{TM} = \tan^{-1} \frac{n_{II}^2\alpha_{I,III}}{n_{I,III}\alpha_{II}} = \tan^{-1} \left( \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}} \frac{\sqrt{k_o^2 n_{II}^2 \sin^2\theta_{II} - k_o^2 n_{I,III}^2}}{k_o n_{II} \cos\theta_{II}} \right)$$

$$\varphi_{TM} = \tan^{-1} \left( \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \frac{\sqrt{n_{II}^2 \sin^2 \theta_{II} - n_{I,III}^2}}{n_{II} \cos \theta_{II}} \right)$$

$$\theta_2 = \theta_{II} = \theta_c = \sin^{-1} \frac{n_{III}}{n_{II}} \text{ için:}$$

$$\varphi_{TE} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{n_{II}^2 \sin^2 \theta_c - n_{I,III}^2}}{n_{II} \cos \theta_c} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{n_{II}^2 \frac{n_{III}^2}{n_{II}^2} - n_{I,III}^2}}{n_{II} \cos \theta_c} = 0$$

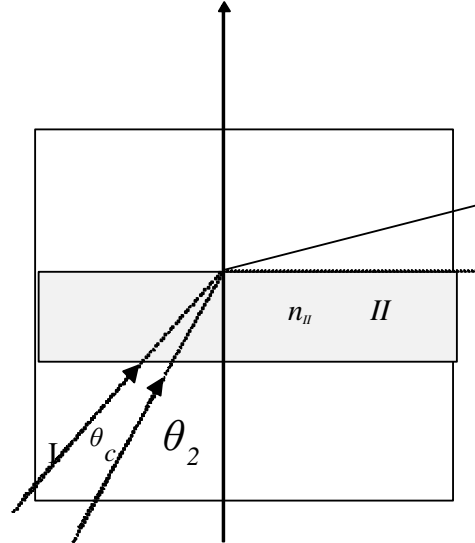
$$\varphi_{TM} = \tan^{-1} \left( \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \frac{\sqrt{k_o^2 n_{II}^2 \sin^2 \theta_{II} - k_o^2 n_{I,III}^2}}{k_o n_{II} \cos \theta_{II}} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \frac{\sqrt{n_{II}^2 \frac{n_{III}^2}{n_{II}^2} - n_{I,III}^2}}{n_{II} \cos \theta_c} \right) = 0$$

$$\theta_2 = \theta_{II} = \theta_c = 90^\circ \text{ için:}$$

$$\theta_{II} = 90^\circ \text{ için } \varphi_{TE} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{n_{II}^2 - n_{I,III}^2}}{0} = \infty \rightarrow \theta_c = \sin^{-1} \frac{n_{III}}{n_{II}} \rightarrow \frac{n_{III}}{n_{II}} = \sin \theta_c \quad \varphi_{TE} = 90^\circ$$

$$\varphi_{TM} = \tan^{-1} \left( \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \frac{\sqrt{n_{II}^2 - n_{I,III}^2}}{0} \right) = \infty \rightarrow \varphi_{TM} = 90^\circ$$

Görüldüğü gibi,  $\theta_{II} = \theta_c$  'den  $90^\circ$ 'ye kadar değişirken  $\varphi_{TE}$  ve  $\varphi_{TM}$  yansımaya sâbitleri de  $0^\circ$ 'den  $90^\circ$ 'ye kadar değişir.



13) Tam yansımaya yok iken

$$r_{TE} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{n_{II}k_o \cos\theta_2 - n_{III}k_o \cos\theta_{III}}{n_{II}k_o \cos\theta_2 + n_{III}k_o \cos\theta_{III}} = \frac{\alpha_{II} - k_{I,IIIx}}{\alpha_{II} + k_{I,IIIx}}$$

$$r_{TM} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{\frac{\cos\theta_2}{n_{II}} - \frac{\cos\theta_{III}}{n_{III}}}{\frac{\cos\theta_2}{n_{II}} + \frac{\cos\theta_{III}}{n_{III}}} = \frac{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} - \frac{k_{I,IIIx}}{n_{I,III}^2}}{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} + \frac{k_{I,IIIx}}{n_{I,III}^2}}$$

olan yansıma sâbitleri tam yansımada hapsedilmenin mümkün olduğu durumda  $k_{I,IIIx} = -j\alpha_{I,III}$  alınır:

$$r_{TE} = \frac{\alpha_{II} - k_{I,IIIx}}{\alpha_{II} + k_{I,IIIx}} = \frac{\alpha_{II} + j\alpha_{I,III}}{\alpha_{II} - j\alpha_{I,III}} = \frac{\zeta + j\eta}{\zeta - j\eta} = e^{2j\arctan\frac{\eta}{\zeta}} = e^{2j\varphi_{TE}}, \quad \varphi_{TE} = \arctan\frac{\eta}{\zeta} \rightarrow \zeta$$

ve

$$r_{TM} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} - \frac{k_{I,IIIx}}{n_{I,III}^2}}{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} + \frac{k_{I,IIIx}}{n_{I,III}^2}} = \frac{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} + j\frac{\alpha_{I,III}}{n_{I,III}^2}}{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} - j\frac{\alpha_{I,III}}{n_{I,III}^2}} = \frac{\frac{\zeta}{n_{II}^2} + j\frac{\eta}{n_{I,III}^2}}{\frac{\zeta}{n_{II}^2} - j\frac{\eta}{n_{I,III}^2}}$$

$$= \frac{\alpha_{II}n_{I,III}^2 + j\alpha_{I,III}n_{II}^2}{\alpha_{II}n_{I,III}^2 - j\alpha_{I,III}n_{II}^2} = \frac{\zeta n_{I,III}^2 + j\eta n_{II}^2}{\zeta n_{I,III}^2 - j\eta n_{II}^2} = e^{2j\varphi_{TM}}, \quad \varphi_{TM} = \arctan\frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \frac{\eta}{\zeta}$$

bulunur.

14) Tam yansımada  $\varphi_{TE}$  ve  $\zeta$  arasındaki ilişkiyi araştıralım:

$$r_{TE} = \frac{\alpha_{II} - k_{I,IIIx}}{\alpha_{II} + k_{I,IIIx}} \rightarrow \frac{\alpha_{II} + j\alpha_{I,III}}{\alpha_{II} - j\alpha_{I,III}} \rightarrow \text{olur. O zaman yansıma sâbiti}$$

$$r_{TE} = \frac{\alpha_{II} + j\alpha_{I,III}}{\alpha_{II} - j\alpha_{I,III}} = \frac{e^{j\arctan\frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}}}}{e^{-j\arctan\frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}}}} = e^{j2\arctan\frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}}} = e^{j2\arctan\frac{\eta}{\zeta}} = e^{j2\varphi_{TE}}$$

olur.

Burada  $\varphi_{TE} = \tan^{-1} \frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}} = \tan^{-1} \frac{\eta}{\zeta}$  bulunur. Halbuki öz değer denkleminin

$\zeta = \tan^{-1} \frac{\eta}{\zeta} \rightarrow$  olduğu dikkate alınırsa  $\phi = \zeta$  bulunur.

Benzer şekilde hareket edilerek

$$r_{TM} = \frac{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} - \frac{\Phi_{I,III}}{n_{I,III}^2}}{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} + \frac{\Phi_{I,III}}{n_{I,III}^2}} = \frac{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} + j \frac{\alpha_{I,III}}{n_{I,III}^2}}{\frac{\alpha_{II}}{n_{II}^2} - j \frac{\Phi_{I,III}}{n_{I,III}^2}} = \frac{\alpha_{II} n_{I,III}^2 + j \alpha_{I,III} n_{II}^2}{\alpha_{II} n_{I,III}^2 - j n_{II}^2 \alpha_{I,III}}$$

$$r_{TM} = \frac{\alpha_{II} n_{I,III}^2 + j \alpha_{I,III} n_{II}^2}{\alpha_{II} n_{I,III}^2 - j n_{II}^2 \alpha_{I,III}}, \varphi_{TM} = \tan^{-1} \frac{\alpha_{I,III} n_{II}^2}{\alpha_{II} n_{I,III}^2} \rightarrow r_{TM} = \frac{|B|}{|B|} e^{j2\varphi_{TM}} = e^{j2\varphi_{TM}}$$

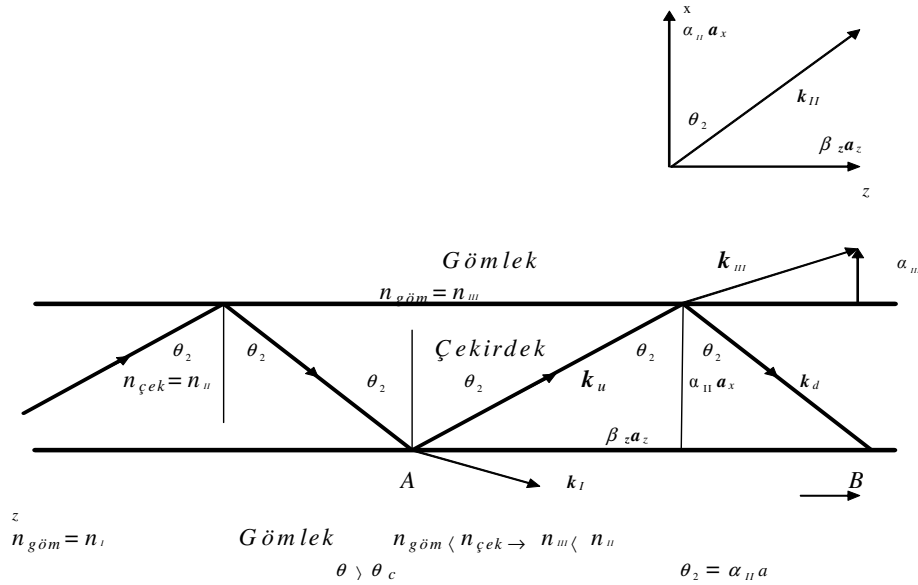
$$r_{TM} = \frac{\alpha_{II} n_{I,III}^2 + j \alpha_{I,III} n_{II}^2}{\alpha_{II} n_{I,III}^2 - j n_{II}^2 \alpha_{I,III}},$$

$$\varphi_{TM} = \tan^{-1} \frac{n_{II}^2 \alpha_{I,III}}{n_{I,III}^2 \alpha_{II}} = \tan^{-1} \frac{n_{II}^2 \eta}{n_{I,III}^2 \zeta} \rightarrow \frac{n_{II}^2 \eta}{n_{I,III}^2 \zeta} = \tan \varphi_{TM}$$

$$r_{TM} = \frac{|B|}{|B|} e^{j2\varphi_{TM}} = e^{j2\varphi_{TM}} \rightarrow r_{TM} = e^{j2 \arctan \frac{n_{II}^2 \eta}{n_{I,III}^2 \zeta}} = e^{j2\varphi_{TM}}$$

bulunur.  $\frac{n_{II}^2 \eta}{n_{I,III}^2 \zeta} = \tan \varphi_{TM} \rightarrow \varphi_{TM} = \tan^{-1} \frac{n_{II}^2 \eta}{n_{I,III}^2 \zeta}$  olduğu ve öz değer denkleminin de

$\frac{\eta}{\zeta} = \frac{n_{I,III}^2}{n_{II}^2} \tan \zeta \rightarrow \frac{n_{II}^2 \eta}{n_{I,III}^2 \zeta} = \tan \zeta \rightarrow \zeta = \tan^{-1} \frac{n_{II}^2 \eta}{n_{I,III}^2 \zeta}$  olması dolayısıyla yine  $\varphi_{TM} = \zeta$  olduğu görülür. Daha önce TE modu için  $\varphi_{TE} = \zeta$  bulunmuştur. Sonuç olarak  $\varphi_{TE}/\varphi_{TM} = \varphi$  alınırsa  $\varphi = \zeta$  ilişkisi ortaya çıkar.





15) Enine rezonans şartından faydalanarak şekildeki A ve B noktalarında alanın yukarı yönlü genliğinin aşağı yönlü genliğine eşit olduğunu göstermek için, alanın genliği A noktasında meselâ  $E_u$  ve B noktasında  $E_d$  ise, burada  $E_u=E_d$  olduğunu göstermeye çalışalım.

Elektrik alanı  $E_{yII} = Ee^{-j\alpha_{II}x} e^{-j\beta_z z}$  A noktasına geldiğinde  $x=-2a$  ve faz 180 derece değiştiğinden,  $\beta_z z = 2\phi_{TE} = 2\phi_{TM} = 2\phi$  olur. O zaman A noktasındaki elektrik alanı  $E_{yIIA} = E_u e^{j\alpha_{II} 2a} e^{-j2\phi}$  olarak ortaya çıkar. Bu alan B noktasına geldiğinde  $E_d$  genliğine ve  $e^{j\alpha_{II} 2a} e^{-j2\phi}$  fazına sâhip olur. Yâni, B noktasındaki alan  $E_{yIIB} = E_d e^{j\alpha_{II} 2a} e^{-j2\phi} e^{j\alpha_{II} 2a} e^{-j2\phi} = E_d e^{j\alpha_{II} 4a} e^{-j4\phi}$  olur.

Enine rezonans şartı  $4\phi - 4\alpha_{II} a = 2m\pi$ ,  $m=0,1,2,3,\dots$  olarak verilir ( $m$ 'ye mod numarası denir). O zaman B noktasındaki  $E_{yIIB} = E_u e^{j2m\pi} = E_u$  olur. Diğer taraftan  $E_{yIIB} = E_d e^{-j\alpha_{II} 2a} e^{-j2\phi} e^{j\alpha_{II} 2a} e^{-j2\phi} = E_d e^{j(\alpha_{II} 4a - 4\phi)} = E_d e^{j2m\pi} = E_d$  olur ki böylece alan zayıflamadan z doğrultusunda ilerler.

Bu sonuç simetrik dalga kılavuzu içindir. Konudan hareket ederek asimetrik dalga kılavuzu için de faz açıları ve normalize frekans hesaplanabilir. Asimetrik dalga kılavuzu için enine rezonans şartı, meselâ,  $m=0$  için  $2\phi_{TEI} + 2\phi_{TEIII} - 4\alpha_{II} a = 0$  ya da  $\phi_{TEI} + \phi_{TEIII} - 2\alpha_{II} a = 0$  olur. Burada  $\phi_{TEI}$ , I-II ara yüzeyine ve  $\phi_{TEIII}$  ilişkin faz açılarıdır. Faz sâbiti  $\beta_z = n_{II} k_o \sin\theta_2 = n_{II} k_o \sin\theta_{II}$  efektif kırılma indisinin  $n_{ef} = \beta_z / k_o = n_{II} \sin\theta_2$  olduğu bilinmektedir. Asimetrik dalga kılavuzu için normalize yayılım sâbiti

$$\alpha = \frac{n_{ef}^2 - n_I^2}{n_{II}^2 - n_I^2}$$

olarak alınabilir. Buradan

$$\alpha(n_{II}^2 - n_I^2) + n_I^2 = n_{ef}^2 = n_{II}^2 \sin^2\theta_2$$

ya da

$$\sin^2\theta_2 = \frac{\alpha(n_{II}^2 - n_I^2) + n_I^2}{n_{II}^2}, \quad \cos^2\theta_2 = 1 - \frac{\alpha(n_{II}^2 - n_I^2) + n_I^2}{n_{II}^2} = \frac{(n_{II}^2 - n_I^2)(1 - \alpha)}{n_{II}^2}$$

olur. Buradan

$$V = ak_0 \sqrt{n_{II}^2 - n_I^2}, \quad n_{II}^2 - n_I^2 = V^2 / a^2 k_0^2$$

$$\cos^2\theta_2 = \frac{(n_{II}^2 - n_I^2)(1 - \alpha)}{n_{II}^2} = \frac{V^2 / a^2 k_0^2 (1 - \alpha)}{n_{II}^2} = \frac{V^2 (1 - \alpha)}{n_{II}^2 a^2 k_0^2}$$

veyâ

$$n_{II}^2 a^2 k_0^2 \cos^2 \theta_2 = V^2 (1 - \alpha) \rightarrow k_{II}^2 a^2 \cos^2 \theta_2 = V^2 (1 - \alpha)$$

bulunur. Simetrik dalga kılavuzu için

$$\begin{aligned} \varphi_{TE} &= \tan^{-1} \frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{k_o^2 n_{II}^2 \sin^2 \theta_{II} - k_o^2 n_{I,III}^2}}{\alpha_{II}} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{k_o^2 n_{II}^2 \sin^2 \theta_{II} - k_o^2 n_{I,III}^2}}{k_o n_{II} \cos \theta_{II}} \\ &= \tan^{-1} \frac{\sqrt{n_{II}^2 \sin^2 \theta_{II} - n_{I,III}^2}}{n_{II} \cos \theta_{II}} \\ \varphi_{TM} &= \tan^{-1} \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}} = \tan^{-1} \left( \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \frac{\sqrt{k_o^2 n_{II}^2 \sin^2 \theta_{II} - k_o^2 n_{I,III}^2}}{k_o n_{II} \cos \theta_{II}} \right) \\ \varphi_{TM} &= \tan^{-1} \left( \frac{n_{II}^2}{n_{I,III}^2} \frac{\sqrt{n_{II}^2 \sin^2 \theta_{II} - n_{I,III}^2}}{n_{II} \cos \theta_{II}} \right) \end{aligned}$$

olduğu bilinmektedir. Asimetrik dalga kılavuzu için I-II ve II-III arayüzü için

$$\begin{aligned} \varphi_{TE} &= \tan^{-1} \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{n_{II}^2 \sin^2 \theta_2 - n_I^2}}{n_{II} \cos \theta_2}, \\ \varphi_{TM} &= \tan^{-1} \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \tan^{-1} \left( \frac{n_{II}^2}{n_I^2} \frac{\sqrt{n_{II}^2 \sin^2 \theta_2 - n_I^2}}{n_{II} \cos \theta_2} \right) \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} \varphi_{TE} &= \tan^{-1} \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{n_{II}^2 \sin^2 \theta_2 - n_{III}^2}}{n_{II} \cos \theta_2}, \\ \varphi_{TM} &= \tan^{-1} \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = \tan^{-1} \left( \frac{n_{II}^2}{n_{III}^2} \frac{\sqrt{n_{II}^2 \sin^2 \theta_2 - n_{III}^2}}{n_{II} \cos \theta_2} \right) \end{aligned}$$

olur. İşlemi TE modunda I-II ara yüzü için yapalım:

$$\tan \varphi_{TEI} = \frac{\sqrt{n_{II}^2 \sin^2 \theta_2 - n_I^2}}{n_{II} \cos \theta_2}, \quad \tan^2 \varphi_{TEI} = \frac{n_{II}^2 \sin^2 \theta_2 - n_I^2}{n_{II}^2 \cos^2 \theta_2},$$

$$n_{II}^2 a^2 k_0^2 \cos^2 \theta_2 = V^2 (1 - \alpha) \rightarrow k_{II}^2 a^2 \cos^2 \theta_2 = V^2 (1 - \alpha)$$

$$\cos^2 \theta_2 = \frac{V^2 (1 - \alpha)}{n_{II}^2 a^2 k_0^2} \rightarrow n_{II}^2 \cos^2 \theta_2 = \frac{V^2 (1 - \alpha)}{a^2 k_0^2}$$

$$\tan^2 \varphi_{TEI} = \frac{n_{II}^2 \sin^2 \theta_2 - n_I^2}{n_{II}^2 \cos^2 \theta_2} = \frac{n_{II}^2 \sin^2 \theta_2 - n_I^2}{\frac{V^2 (1 - \alpha)}{a^2 k_0^2}} = \frac{a^2 k_0^2 [n_{II}^2 \sin^2 \theta_2 - n_I^2]}{V^2 (1 - \alpha)} = \frac{a^2 k_0^2 [n_{ef}^2 - n_I^2]}{V^2 (1 - \alpha)}$$

$$n_{ef}^2 - n_I^2 = \alpha (n_{II}^2 - n_I^2), \quad n_{II}^2 - n_I^2 = V^2 / a^2 k_0^2$$

$$\tan^2 \phi_{TEI} = \frac{a^2 k_0^2 [n_{ef}^2 - n_I^2]}{V^2(1-\alpha)} = \frac{a^2 k_0^2 [\alpha(n_{II}^2 - n_I^2)]}{V^2(1-\alpha)} = \frac{a^2 k_0^2 [\alpha V^2/a^2 k_0^2]}{V^2(1-\alpha)} = \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

$$\tan^2 \phi_{TEIII} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \text{ olurdu. Normalize yayılım sâbitinin } \alpha = \frac{n_{ef}^2 - n_I^2}{n_{II}^2 - n_I^2} \text{ ile tanımlanmış}$$

olduğu durumuma devam edelim ve bu durumdaki  $\tan^2 \phi_{TEIII}$  'ü araştıralım:

$$\tan \phi_{TEIII} = \frac{\sqrt{n_{II}^2 \sin^2 \theta_2 - n_{III}^2}}{n_{II} \cos \theta_2}, \quad \tan^2 \phi_{TEIII} = \frac{n_{II}^2 \sin^2 \theta_2 - n_{III}^2}{n_{II}^2 \cos^2 \theta_2},$$

$$n_{II}^2 \cos^2 \theta_2 = \frac{V^2(1-\alpha)}{a^2 k_0^2}$$

$$\tan^2 \phi_{TEIII} = \frac{n_{II}^2 \sin^2 \theta_2 - n_{III}^2}{n_{II}^2 \cos^2 \theta_2} = \frac{n_{II}^2 \sin^2 \theta_2 - n_{III}^2}{\frac{V^2(1-\alpha)}{a^2 k_0^2}} = \frac{a^2 k_0^2 [n_{II}^2 \sin^2 \theta_2 - n_{III}^2]}{V^2(1-\alpha)} = \frac{a^2 k_0^2 [n_{ef}^2 - n_{III}^2]}{V^2(1-\alpha)}$$

$$\alpha(n_{II}^2 - n_I^2) + n_I^2 = n_{ef}^2 = n_{II}^2 \sin^2 \theta_2$$

$$\tan^2 \phi_{TEIII} = \frac{a^2 k_0^2 [n_{ef}^2 - n_{III}^2]}{V^2(1-\alpha)} = \frac{a^2 k_0^2 [\alpha(n_{II}^2 - n_I^2) + n_I^2 - n_{III}^2]}{V^2(1-\alpha)}$$

$$a_p = \frac{n_I^2 - n_{III}^2}{n_{II}^2 - n_I^2} \rightarrow a_p(n_{II}^2 - n_I^2) = n_I^2 - n_{III}^2$$

$$\tan^2 \phi_{TEIII} = \frac{a^2 k_0^2 [\alpha(n_{II}^2 - n_I^2) + n_I^2 - n_{III}^2]}{V^2(1-\alpha)} = \frac{a^2 k_0^2 [\alpha(n_{II}^2 - n_I^2) + a_p(n_{II}^2 - n_I^2)]}{V^2(1-\alpha)}$$

$$= \frac{a^2 k_0^2 [(n_{II}^2 - n_I^2)(\alpha + a_p)]}{V^2(1-\alpha)}$$

$$n_{II}^2 - n_I^2 = V^2/a^2 k_0^2$$

$$\tan^2 \phi_{TEIII} = \frac{a^2 k_0^2 [(n_{II}^2 - n_I^2)(\alpha + a_p)]}{V^2(1-\alpha)} = \frac{a^2 k_0^2 [(V^2/a^2 k_0^2)(\alpha + a_p)]}{V^2(1-\alpha)} = \frac{\alpha + a_p}{1-\alpha}$$

bulunur. Sonuç olarak  $\alpha = \frac{n_{ef}^2 - n_I^2}{n_{II}^2 - n_I^2}$  ve  $a_p = \frac{n_I^2 - n_{III}^2}{n_{II}^2 - n_I^2}$  tanımları altında asimetrik dalga

kılavuzunda

$$\tan \phi_{TEI} = \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}}, \quad \tan \phi_{TEIII} = \sqrt{\frac{\alpha + a_p}{1-\alpha}}$$

sonuçları bulunur. Bunlar  $\phi_{TEI} + \phi_{TEIII} - 2\alpha_{II}a = m\pi$ ,  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$  ifâdesinde kullanılır.  $m=0$  için

$$\arctan\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + \arctan\sqrt{\frac{\alpha+a}{1-\alpha}} - 2a\alpha_{II} = 0, \quad \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + \sqrt{\frac{\alpha+a_p}{1-\alpha}} - 2ak_{II}\cos\theta_2 = 0$$

$$\cos\theta_2 = \frac{V\sqrt{(1-\alpha)}}{ak_{II}},$$

$$\arctan\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + \arctan\sqrt{\frac{\alpha+a}{1-\alpha}} - 2V\sqrt{(1-\alpha)} = 0$$

$$V = \frac{1}{\sqrt{(1-\alpha)}} \left( \arctan\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + \arctan\sqrt{\frac{\alpha+a_p}{1-\alpha}} \right)$$

Enine rezonans şartı,  $4\phi - 4\alpha_{II}a = 2m\pi$ ,  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$   $m=0$  için  
 $2\phi_{TEI} + 2\phi_{TEIII} - 4\alpha_{II}a = 0 \rightarrow 4\phi_{TE} - 4\alpha_{II}a = 0$ , ( $\phi_{TEI} = \phi_{TEIII} = \phi_{TE}$ ) ya da  $\phi_{TE} - \alpha_{II}a = 0$   
olur. Burada

$$\phi_{TE} = \arctan\frac{\sqrt{n_{II}^2 \sin^2\theta_2 - n_{I,III}^2}}{n_{II}\cos\theta_2}$$

olup

$$\phi_{TEI} = \arctan\sqrt{\frac{a^2k_0^2 [n_{ef}^2 - n_{I,III}^2]}{V^2(1-\alpha)}} = \arctan\sqrt{\frac{a^2k_0^2 [\alpha(n_{II}^2 - n_I^2)]}{V^2(1-\alpha)}}$$

$$= \arctan\sqrt{\frac{a^2k_0^2 [\alpha V^2 / a^2 k_0^2]}{V^2(1-\alpha)}} = \arctan\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$\cos\theta_2 = \frac{V\sqrt{(1-\alpha)}}{ak_{II}}, \quad \alpha_{II} = k_{II}\cos\theta_2, \quad \phi_{TE} - \alpha_{II}a = 0$$

$$\arctan\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - ak_{II}\cos\theta_2 = \arctan\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - V\sqrt{(1-\alpha)} = 0$$

ya da

$$\arctan\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = V\sqrt{(1-\alpha)} \rightarrow V = \frac{1}{\sqrt{(1-\alpha)}} \arctan\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

bulunur.  $2\phi_{TEI} + 2\phi_{TEIII} - 4\alpha_{II}a = 2m\pi$ ,  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$  ve  $4\phi_{TE} - 4\alpha_{II}a = 2m\pi$ ,  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$   
ifâdelerinden hareketle  $\phi_{TEI} + \phi_{TEIII} - 2\alpha_{II}a = m\pi$ ,  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$  olduğu için normalize  
frekans asimetric dalga kılavuzunda

$$V = \frac{1}{\sqrt{(1-\alpha)}} \left( m\pi + \arctan\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + \arctan\sqrt{\frac{\alpha+a_p}{1-\alpha}} \right)$$

ve  $\varphi_{TE} - \alpha_{II}a = \frac{m\pi}{2}$ ,  $m=0,1,2,3,\dots$  olduğu için simetrik dalga kılavuzunda

$$V = \frac{1}{\sqrt{(1-\alpha)}} \left( \frac{m\pi}{2} + \arctan \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \right)$$

olur.

16) Enine rezonans şartından faydalanarak öz değer denklemlerini bulmak için  $4\varphi - 4\alpha_{II}a = 2m\pi$ ,  $m=0,1,2,3,\dots$  ifâdesinden  $\varphi$  çekilir:

TE modu için:

$$4\varphi - 4\alpha_{II}a = 2m\pi, \quad m=0,1,2,3,\dots \rightarrow \varphi = \frac{2m\pi + 4\alpha_{II}a}{4} = \varphi_{TE} = \varphi_{TM}$$

$$\varphi_{TE} = \frac{2m\pi + 4\alpha_{II}a}{4} = \frac{m\pi}{2} + \alpha_{II}a = \frac{m\pi}{2} + \frac{2\zeta}{2} \text{ olsun.}$$

$$\varphi_{TE} = \tan^{-1} \frac{\Phi_{l,m}}{\alpha_{II}} = \tan^{-1} \frac{-j\alpha_{l,m}}{\alpha_{II}} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{k_o^2 n_{II}^2 \sin^2 \theta_{II} - k_o^2 n_{l,m}^2}}{k_o n_{II} \cos \theta_{II}} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{n_{II}^2 \sin^2 \theta_{II} - n_{l,m}^2}}{n_{II} \cos \theta_{II}}$$

$$\varphi_{TE} = \frac{m\pi}{2} + \alpha_{II}a = \frac{m\pi}{2} + \frac{2\zeta}{2} \rightarrow \tan \varphi_{TE} = \tan \left( \frac{m\pi}{2} + \alpha_{II}a \right) = \tan \left( \frac{m\pi}{2} + \frac{2\zeta}{2} \right)$$

$$\tan \varphi_{TE} = \tan \left( \zeta + \frac{m\pi}{2} \right)$$

$$\varphi_{TE} = \tan^{-1} \frac{\Phi_{l,m}}{\alpha_{II}} = \tan^{-1} \frac{-j\alpha_{l,m}}{\alpha_{II}} \rightarrow \tan \varphi_{TE} = \frac{\Phi_{l,m}}{\alpha_{II}} = \frac{-j\alpha_{l,m}}{\alpha_{II}}$$

$$\tan \varphi_{TE} = \tan \left( \frac{m\pi}{2} + \frac{2\zeta}{2} \right) = \frac{\Phi_{l,m}}{\alpha_{II}} = \frac{-j\alpha_{l,m}}{\alpha_{II}}$$

$$\tan \left( \zeta + \frac{m\pi}{2} \right) = \frac{\Phi_{l,m}}{\alpha_{II}} = \frac{-j\alpha_{l,m}}{\alpha_{II}}$$

Burada

$$\frac{\Phi_{l,m}}{\alpha_{II}} = \frac{-j\alpha_{l,m}}{\alpha_{II}} \rightarrow \left| \frac{\Phi_{l,m}}{\alpha_{II}} \right| = \left| \frac{-j\alpha_{l,m}}{\alpha_{II}} \right| = \frac{\alpha_{l,m}}{\alpha_{II}}$$

alınırsa

$$\tan \left( \zeta + \frac{m\pi}{2} \right) = \frac{\alpha_{l,m}}{\alpha_{II}} = \frac{\eta}{\zeta} \rightarrow \tan \left( \zeta + \frac{m\pi}{2} \right) = \tan(\zeta + \theta) = \frac{\eta}{\zeta}$$

$$\tan \left( \zeta + \frac{m\pi}{2} \right) = \tan(\zeta + \theta) = \frac{\eta}{\zeta}, \quad \theta = \frac{m\pi}{2}$$

$$\tan(\zeta + \theta) = \frac{\eta}{\zeta}$$

$$\theta = 0 \rightarrow \tan \zeta = \frac{\eta}{\zeta}, \quad m=0,2,4, \dots$$

$$\theta = 90^\circ \rightarrow -\cot\zeta = \frac{\eta}{\zeta}, \quad m = 1, 3, 5, .$$

TM modu için:

$$\begin{aligned} \varphi_{TM} &= \tan^{-1} \frac{\Phi_{l,III} n_{II}^2}{\alpha_{II} n_{l,III}^2} = \tan^{-1} \frac{n_{II}^2}{n_{l,III}^2} \frac{\Phi_{l,III}}{\alpha_{II}} = \tan^{-1} \left( \frac{n_{II}^2}{n_{l,III}^2} \frac{\sqrt{k_o^2 n_{II}^2 \sin^2 \theta_{II} - k_o^2 n_{l,III}^2}}{k_o n_{II} \cos \theta_{II}} \right) \\ \varphi_{TM} &= \tan^{-1} \frac{\Phi_{l,III} n_{II}^2}{\alpha_{II} n_{l,III}^2} = \tan^{-1} \frac{n_{II}^2}{n_{l,III}^2} \frac{\Phi_{l,III}}{\alpha_{II}} \rightarrow \tan^{-1} \varphi_{TM} = \frac{\Phi_{l,III} n_{II}^2}{\alpha_{II} n_{l,III}^2} = \frac{n_{II}^2}{n_{l,III}^2} \frac{\Phi_{l,III}}{\alpha_{II}} \\ \tan \varphi_{TM} &= \tan \left( \frac{m\pi}{2} + \frac{2\zeta}{2} \right) = \frac{n_{II}^2}{n_{l,III}^2} \frac{\Phi_{l,III}}{\alpha_{II}} = \frac{-jn_{II}^2}{n_{l,III}^2} \frac{\alpha_{l,III}}{\alpha_{II}} \rightarrow \frac{n_{II}^2}{n_{l,III}^2} \left| \frac{\Phi_{l,III}}{\alpha_{II}} \right| = \frac{-jn_{II}^2}{n_{l,III}^2} \left| \frac{-j\alpha_{l,III}}{\alpha_{II}} \right| = \frac{\alpha_{l,III}}{\alpha_{II}} \\ \tan \left( \zeta + \frac{m\pi}{2} \right) &= \tan(\zeta + \theta) = \frac{n_{II}^2}{n_{l,III}^2} \frac{\alpha_{l,III}}{\alpha_{II}} = \frac{n_{II}^2}{n_{l,III}^2} \frac{\eta}{\zeta} \\ \tan(\zeta + \theta) &= \frac{n_{II}^2}{n_{l,III}^2} \frac{\eta}{\zeta} \end{aligned}$$

$$\theta = 0 \rightarrow \tan \zeta = \frac{n_{II}^2}{n_{l,III}^2} \frac{\eta}{\zeta}, \quad m = 0, 2, 4, .$$

$$\theta = 90^\circ \rightarrow \tan \zeta = \frac{n_{II}^2}{n_{l,III}^2} \frac{\eta}{\zeta}, \quad m = 1, 3, 5, .$$

bulunur.

$$17) \left| \frac{k_{l,IIIx}}{\alpha_{II}} \right| = \left| \frac{-j\alpha_{l,III}}{\alpha_{II}} \right| = \frac{\alpha_{l,III}}{\alpha_{II}} = \frac{\eta}{\zeta} \text{ alarak } \varphi_{TE} = \zeta \text{ olduğunu göstermek için yansıma}$$

sâbitlerinden hareket edilir:

$$r_{TE} = e^{j2\arctan \frac{\varphi_{l,III}}{\alpha_{II}}} = e^{j2\arctan \frac{-j\alpha_{l,III}}{\alpha_{II}}} = e^{j2\arctan \frac{-j\eta}{\zeta}} = e^{j2\varphi_{TE}}$$

olur. Burada

$$\varphi_{TE} = \arctan \frac{k_{l,IIIx}}{\alpha_{II}} = \arctan \frac{-j\alpha_{l,III}}{\alpha_{II}} \rightarrow \varphi_{TE} = \arctan \left| \frac{k_{l,IIIx}}{\alpha_{II}} \right| = \arctan \left| \frac{-j\alpha_{l,III}}{\alpha_{II}} \right|$$

$$\varphi_{TE} = \arctan \left| \frac{k_{l,IIIx}}{\alpha_{II}} \right| = \arctan \left| \frac{-j\alpha_{l,III}}{\alpha_{II}} \right| \rightarrow \varphi_{TE} = \arctan \frac{\eta}{\zeta} \Rightarrow \frac{\eta}{\zeta} = \tan \varphi$$

bulunur. Halbuki öz değer denkleminin  $\tan \zeta = \frac{\eta}{\zeta}$  olduğu dikkate alınırsa  $\tan \varphi_{TE} = \tan \zeta$  ya

da sonuç olarak  $\varphi_{TE} = \zeta$  bulunur.

$$r_{TM} = e^{j2\arctan \frac{n_{II}^2}{n_{l,III}^2} \frac{\alpha_{l,III}}{\alpha_{II}}} = e^{j2\arctan \frac{n_{II}^2}{n_{l,III}^2} \frac{\eta}{\zeta}} = e^{j2\varphi_{TM}}$$

ya da

$$\varphi_{TM} = \arctan \frac{n_{II}^2 \alpha_{I,III}}{n_{I,III}^2 \alpha_{II}} = \arctan \frac{n_{II}^2 \eta}{n_{I,III}^2 \zeta} \rightarrow \frac{n_{II}^2 \eta}{n_{I,III}^2 \zeta} = \tan \phi_{TM} \text{ bulunur. Halbuki öz}$$

değer denkleminin  $\tan \zeta = \frac{n_{II}^2 \eta}{n_{I,III}^2 \zeta}$  olduğu dikkate alınırsa,  $\tan \phi_{TM} = \tan \zeta$  ya da sonuç

olarak  $\phi_{TM} = \zeta$  bulunur. O zaman bu yeni değerler işlenirse aşağıdaki kılavuz geometrisi elde edilir.

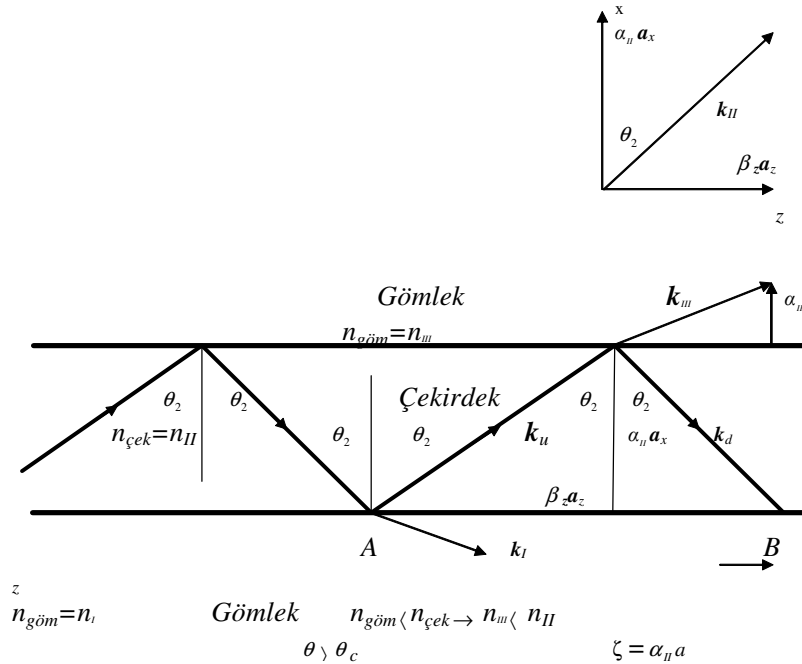
18) Geometrik optikte  $\mathbf{k}_u = k_u \mathbf{a}_u$  yukarı yönlü ve  $\mathbf{k}_d = k_d \mathbf{a}_d$  aşağı yönlü dalgayı gösteren bir ışındır. Şekildeki dik üçgene bakarak yukarı yönlü ışın

$$\mathbf{k}_u = \alpha_n \mathbf{a}_x + \beta_z \mathbf{a}_z$$

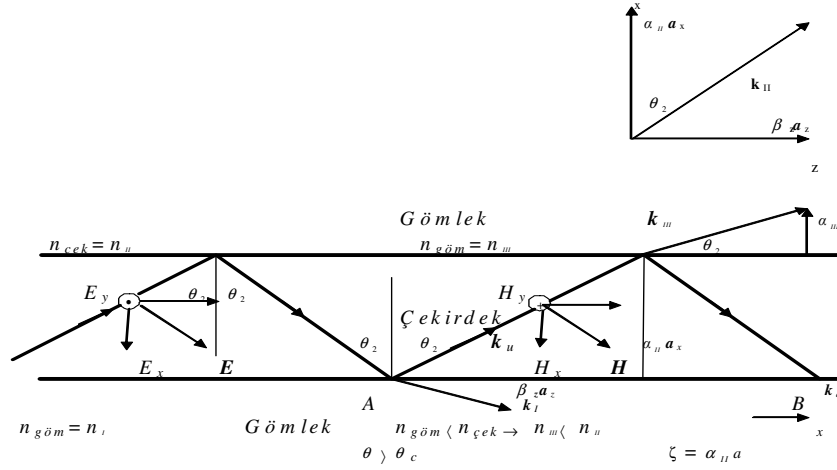
ve aşağı yönlü ışın

$$\mathbf{k}_d = -\alpha_n \mathbf{a}_x + \beta_z \mathbf{a}_z$$

olarak yazılabilir.



19a) Yukarı yönlü  $\mathbf{k}_u = k_u \mathbf{a}_u$  ve aşağı yönlü  $\mathbf{k}_d = k_d \mathbf{a}_d$  vektörleri ile temsil edilen ışınlarına âit bir anlık durumlarına ilişkin elektrik ve manyetik alan vektörleri şekilde görülmektedir.



Elektrik alanı bir an için  $y$  doğrultusunda sayfa düzleminde bize doğru ve manyetik alan bizden sayfa düzlemine doğru gelmektedir.

19b) Elektrik alanın genliği  $E_o$  ise,  $E_u$  elektrik alan vektörü

$$E_u = E_o e^{-jk_u \cdot r}$$

olur. Burada  $k_u = \alpha_u a_x + \beta_z a_z$  olup

$$k_u \cdot r = (\alpha_u a_x + \beta_z a_z) \cdot (x a_x + y a_y) = x \alpha_u + y \beta_z$$

ifâdesi formülde kullanılırsa

$$E_u = E_o e^{-jk_u \cdot r} = E_o e^{-j(x \alpha_u + y \beta_z)}$$

bulunur.

Benzer şekilde genliği  $E_o$  ise,  $E_d$  elektrik alan vektörü

$$E_d = E_o e^{-jk_d \cdot r}$$

olur. Burada  $k_d = -\alpha_u a_x + \beta_z a_z$  olup

$$k_d \cdot r = (-\alpha_u a_x + \beta_z a_z) \cdot (x a_x + y a_y) = -x \alpha_u + y \beta_z$$

ifâdesi formülde kullanılırsa,

$$E_d = E_o e^{-jk_d \cdot r} = E_o e^{-j(-x \alpha_u + y \beta_z)} = E_o e^{-j(-x \alpha_u + y \beta_z)}$$

olarak bulunur. Burada

$$|k_u| = |k_d| = n_u k_o, \quad \beta_z = n_u k_o \sin \theta_2, \quad k_o = \frac{2\pi}{\lambda}$$

20) Alanın faz ve grup hızları:



$$\text{Faz hızı: } v = \frac{\omega}{\beta_z} = \frac{\omega}{n_n k_o \sin \theta_2} = \frac{\omega}{n_n \frac{\omega}{c} \sin \theta_2} = \frac{c}{n_n \sin \theta_2}$$

$$\text{Grup hızı: } v_g = \frac{d\omega}{d\beta_z}$$

Verilen bir frekansta farklı modlar, farklı  $\beta_z = n_n k_o \sin \theta_2$  değerlerine sâhip olur. Sonuç olarak farklı grup hızları ortaya çıkar.

Gömlek bölgelerinde gerek  $k_i$  ve gerekse  $k_{III}$  vektörlerinin z bileşenleri  $\beta_z = n_i k_o \sin \theta_i$  ve  $\beta_z = n_{III} k_o \sin \theta_{III}$  faz hızları sırasıyla II-I ve II-III ara yüzeylerinde aktif bölgedeki  $\beta_z = n_n k_o \sin \theta_2$  değerine eşittirler. Bu yüzden her üç bölgedeki faz sâbitleri eşit olarak alınmaktadır.  $\theta_i = \theta_1$ ,  $\theta_2 = \theta_n$  ve  $\theta_3 = \theta_{III}$  olarak

$$\begin{aligned} \beta_z &= n_{III} k_o \sin \theta_{III} = n_n k_o \sin \theta_n = n_i k_o \sin \theta_i \\ n_i k_o \sin \theta_i &= n_n k_o \sin \theta_n \\ n_n k_o \sin \theta_n &= n_{III} k_o \sin \theta_{III} \\ n_{III} k_o \sin \theta_{III} &= n_i k_o \sin \theta_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \theta_{III} &= \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_{III}}{k_{III}}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_{III}}{ak_{III}}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_{III}}{ak_o n_{III}}\right)^2} \\ \sin \theta_n &= \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_n}{k_n}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\zeta}{ak_n}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\zeta}{ak_o n_n}\right)^2} \\ \sin \theta_i &= \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_i}{k_i}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_i}{ak_i}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_i}{ak_o n_i}\right)^2} \end{aligned}$$

(SİMETRİK)

$$\begin{aligned} \sin \theta_{i,III} &= \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_{i,III}}{k_{i,III}}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_{i,III}}{ak_{i,III}}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_{i,III}}{ak_o n_{i,III}}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{ak_o n_{i,III}}\right)^2} \\ \sin \theta_n &= \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_n}{k_n}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\zeta}{ak_n}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\zeta}{ak_o n_n}\right)^2} \end{aligned}$$

olur. Simetrik dalga kılavuzunda  $n_i = n_{III} = n_{i,III}$  olduğu için  $\theta_i = \theta_{III} = \theta_{i,III}$  olduğundan son denklem ortadan kalkar. Geriye kalan

$$\begin{aligned} n_i k_o \sin \theta_i &= n_n k_o \sin \theta_n \\ n_n k_o \sin \theta_n &= n_{III} k_o \sin \theta_{III} \end{aligned}$$

denklemleri birbirlerine oranlanırsa,

$$\frac{\sin\theta_{I,III}}{\sin\theta_{II}} = \frac{n_{II}}{n_{I,III}}$$

$$\frac{\sin\theta_{II}}{\sin\theta_{I,III}} = \frac{n_{I,III}}{n_{II}}$$

denklemleri aslında birbirine eşit olup bir tânedir: 
$$\frac{\sin\theta_{I,III}}{\sin\theta_{II}} = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{ak_0 n_{I,III}}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\zeta}{ak_0 n_{II}}\right)^2}} = \frac{n_{II}}{n_{I,III}}$$

denkleminde  $n_{I,III}$  çekilirse,

$$\frac{\sin\theta_{I,III}}{\sin\theta_{II}} = \frac{n_{II}}{n_{I,III}} \rightarrow n_{I,III} = n_{II} \frac{\sin\theta_{II}}{\sin\theta_{I,III}} = n_{II} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{\zeta}{ak_0 n_{II}}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{ak_0 n_{I,III}}\right)^2}}$$

ya da

$$n_{I,III} = n_{II} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{\zeta}{ak_0 n_{II}}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{ak_0 n_{I,III}}\right)^2}}$$

$$\frac{n_{I,III}}{n_{II}} = \frac{\sin\theta_{II}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{ak_0 n_{I,III}}\right)^2}} \rightarrow \sin\theta_{II} = \frac{n_{I,III}}{n_{II}} \sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{ak_0 n_{I,III}}\right)^2}$$

$$\beta_z = k_{II} \sin\theta_{II} = k_{II} \frac{n_{I,III}}{n_{II}} \sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{ak_0 n_{I,III}}\right)^2} = k_0 n_{I,III} \sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{ak_0 n_{I,III}}\right)^2}$$

$$n_{ef} = \frac{\beta_z}{k_0} = n_{I,III} \sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{ak_0 n_{I,III}}\right)^2}$$

(Asimetrik/simetrik normalize yayılma sâbiti yaklaşık)

$$\alpha = \frac{(\beta_z - k_0 n_I)}{k_0 n_{II} \Delta}$$

$$\alpha = \frac{(\beta_z - k_0 n_{I,III})}{k_0 n_{II} \Delta}$$

bulunur.  $n_{II} = 3.351$ ,  $\theta_{II} = 55^\circ$  ve  $\theta_{I,III} = 60^\circ$  alınırsa  $n_{I,III} = 3.0943$  ve  $\theta_{II} = 58^\circ$  alınırsa  $n_{I,III} = 3.2492$  elde edilir.

21) Yansıma sâbiti

$$r = je^{-2ja\alpha_{ilm}} \frac{(\alpha_u^2 - \alpha_{ilm}^2) \sin 2\alpha_u a}{2\alpha_u \alpha_{ilm} \cos 2\alpha_u a - j(\alpha_u^2 + \alpha_{ilm}^2) \sin 2\alpha_u a}$$

olarak verildiğine göre<sup>3</sup>,  $r=0$  olduğunda enerjinin

$$E = V_o - \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$$

olduğunu gösterelim:

$0=0$  olması için  $\sin 2\alpha_u a = 0$  alınır. Dolayısıyla,

$$\sin 2\alpha_u a = 0 \rightarrow 2\alpha_u a = 2a \frac{2m^*}{\hbar} \sqrt{V_o - E} = n\pi \rightarrow 4a \frac{2m^*}{\hbar^2} (V_o - E) = n^2 \pi^2 \rightarrow V_o - E = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$$

22) Y-doğrultusunda polarizeli elektrik alanından faydalanarak mod tanımlarını vermek için alan fazörünü yazalım.

Z-ekseni ile  $\pi/2 - \theta$  açısı yaparak z doğrultusunda yayılan ve y-doğrultusunda polarizeli alan fazörü yukarı yönlü  $\mathbf{k}_u = k_u \mathbf{a}_u$  ve aşağı yönlü  $\mathbf{k}_d = k_d \mathbf{a}_d$  dalga vektörleri doğrultusunda,

$$E_y = E_u e^{-jk(z \sin \theta_2 + x \cos \theta_2)}$$

ve

$$E_y = E_d e^{-jk(z \sin \theta_2 - x \cos \theta_2)}$$

olarak verilebilir<sup>4</sup>. Burada  $k=k_u=k_o n_{II}$ 'dir.  $E_u$  ve  $E_d$  bilinmeyen genlik sâbitleridir. Bu elektrik alanlarının toplamı aktif bölgenin alt ve üst sınırlarında sıfır olurlar. Yâni,  $x=0$  ve  $x=2a$ 'da  $E_y=0$ 'dır.

$$\begin{aligned} E_y &= E_u e^{-jk(z \sin \theta_2 + x \cos \theta_2)} + E_d e^{-jk(z \sin \theta_2 - x \cos \theta_2)} = \\ E_y &= E_u e^{-jkz \sin \theta_2} e^{-jx \cos \theta_2} + E_d e^{-jkz \sin \theta_2} e^{jx \cos \theta_2} \\ &= e^{-jkz \sin \theta_2} (E_u e^{-jx \cos \theta_2} + E_d e^{jx \cos \theta_2}) \end{aligned}$$

Bu toplam alan  $x=0$ 'da  $E_y=0$  olması için  $E_u = -E_d = E$  bulunur. O zaman

$$E_y = E_u = E e^{-jk(z \sin \theta_2 + x \cos \theta_2)}, E_y = E_d = -E e^{-jk(z \sin \theta_2 - x \cos \theta_2)}$$

olur. Çözümüne ilişkin denklem alanın düşey bileşeni olan imajiner bileşenidir.

<sup>3</sup> Gasiorowicz, S., *Quantum Physics*, p. 79, John Wiley, Ne York, 1974.

<sup>4</sup> Syms, R. And Cozens, J., *Optical Guided Waves and Devices*, McGraw-Hill Book Company, 1992, p. 120.

$$E_y = E_u = Ee^{-jk(z\sin\theta_2 + x\cos\theta_2)} = Ee^{-jkz\sin\theta_2} e^{jkx\cos\theta_2}$$

$$= Ee^{-jkz\sin\theta_2} [\cos(kx\cos\theta_2) + j\sin(kx\cos\theta_2)]$$

alanının imajiner bileşeni düşey bileşeni alınır ve

$$E_y = Ee^{-jkz\sin\theta_2} \sin(kx\cos\theta_2) = E(x)e^{-jkz\sin\theta_2}, E(x) = E\sin(kx\cos\theta_2)$$

$$E_y = E(x)e^{-jkz\sin\theta_2} = E(x)e^{-jz\beta_z}, \quad \beta_z = k\sin\theta_2$$

$$E_y = E(x)e^{-jz\beta_z}, \quad \beta_z = k\sin\theta_2$$

bulunur. Bu sinüzoidal genlik zarfına sâhip olan bir elektrik alan dalgasıdır. Bu dalgaya hapsedilmiş alan modu denir ve bunun enerjisi alt ve üst ara yüzeyler içinde kalır.  $\beta_z = k\sin\theta_2$  'ye göre  $\theta_2$  ışın açısı küçüldükçe küçülen bir faz sâbiti elde edilir.  $\theta_2$  ışın açısının tam değeri dolayısıyla  $\beta_z$  faz sâbitinin tam değeri ikinci sınır şartından bulunur. Yâni,

$$E_y = Ee^{-jkz\sin\theta_2} \sin(kx\cos\theta_2) \Big|_{x=2a} = 0 \rightarrow \sin(kx\cos\theta_2) = 0$$

Burada  $E(x) = E\sin(kx\cos\theta_2)$  alanına enine elektrik dağılımı dendiğini de zikreledim.

Öz değer denklemi de ikinci sınır şartına dayanır. Burada  $x=2a$  sınır şartına uygulanırsa,

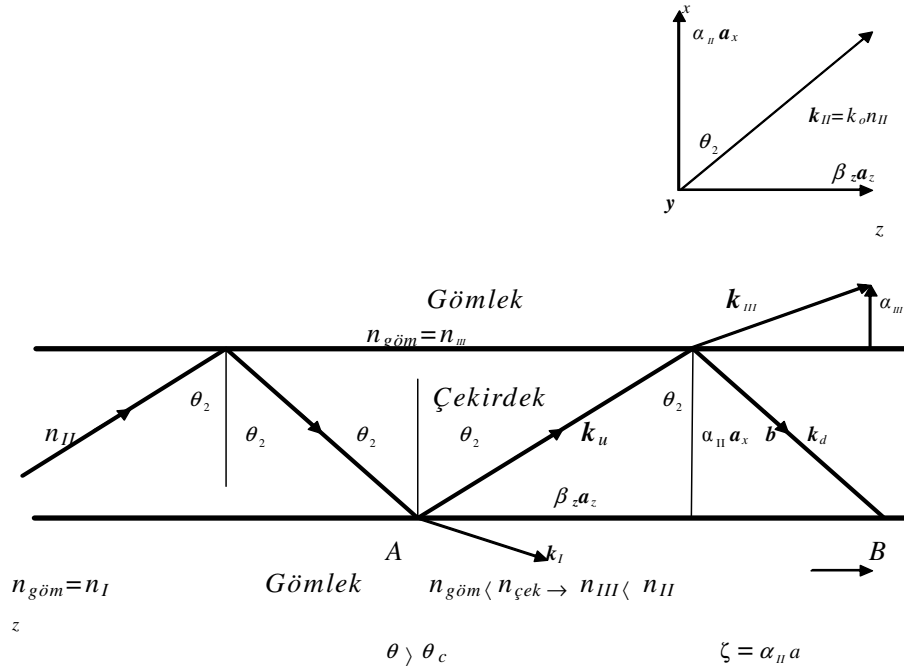
$$E_y = Ee^{-jkz\sin\theta_2} \sin(kx\cos\theta_2) \Big|_{x=2a} = 0$$

ya da

$\sin(kx\cos\theta_2) \Big|_{x=2a} = \sin(2kacos\theta_2) = 0 \rightarrow 2kacos\theta_2 = 2\pi n, n=0, 1, 2, 3, \dots$  eşitliği elde edilir.

$$2kacos\theta_2 = 2\pi n, n=0, 1, 2, 3, \dots$$

Bu eşitlik dalga kılavuzunun öz değer denklemidir ki bu, alt ve üst sınırlar arasında  $2\pi$  'nin  $n$  katına eşit olduğunu gösterir.



Şimdi aşağıdaki irdeleme yapılabilir:

$$k a \cos \theta_2 = \pi n \rightarrow \cos \theta_2 = \frac{\pi n}{k a}$$

a)  $\theta_2 = 0^\circ$  olsun.  $\frac{\pi n}{k a} = 1 \rightarrow k a = \pi n$  olur.  $k = k_u = k_o n_{II}$ 'dir. Aktif bölgenin genişliği bu durumda  $2a = \frac{2\pi n}{k_o n_{II}}$  olarak hesaplanabilir ve alan dalgasına âit dalga vektörü alt ve üst ara yüzeye dik olur ve dalga kendi üzerinden yansır. Z doğrultusunda bir dalga yayılımı olmaz.

b)  $\frac{\pi n}{k a} > 1 \rightarrow \frac{\pi n}{k_o n_{II}} > a$  ise, hiçbir çözüm ve dalga yayılımı yoktur.

c)  $\frac{\pi n}{k a} < 1$  ise, çözüm ve dalga yayılımı vardır. Çözüm ve dalga yayılımının olması için  $\frac{\pi n}{k_o n_{II}} > a$  olmalıdır.

d)  $n=1$  olsun. Bu en düşük mertebeli çift fonksiyonlu alanı verir. Bu durumda

$$\frac{\pi}{k_o n_{II}} \rangle a, k_o = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \frac{\lambda}{2n_{II}} \rangle a \rightarrow \frac{\lambda}{2} \rangle an_{II}$$

$$\frac{\lambda}{2} \rangle an_{II}$$

bulunur. Bu, en düşük mertebeli çift fonksiyonlu bir modun meydana gelebilmesi için  $an_{II}$  çarpımının yarım dalga boyundan küçük olması gerektiğini verir.

e)  $n=2$  olsun. Bu en düşük mertebeli tek fonksiyonlu alanı verir. Bu durumda

$$\frac{2\pi}{k_o n_{II}} \rangle a, k_o = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \frac{\lambda}{n_{II}} \rangle a \rightarrow \lambda \rangle an_{II}$$

$$\lambda \rangle an_{II}$$

bulunur. Burada görülmektedir ki verilen bir dalga boyunda mod sayısını kırılma indisi ve aktif bölge genişliği tayin etmektedir.

23) Yansıma sâbiti

$$r = je^{-2ja\alpha_{I,III}} \frac{(\alpha_{II}^2 - \alpha_{I,III}^2) \sin 2\alpha_{II} a}{2\alpha_{II} \alpha_{I,III} \cos 2\alpha_{II} a - j(\alpha_{II}^2 + \alpha_{I,III}^2) \sin 2\alpha_{II} a}$$

olarak verildiğine göre,  $r=0$  olması için

$$\alpha_{II}^2 - \alpha_{I,III}^2 \neq 0$$

olmak zorunda olduğundan

$$\sin 2\alpha_{II} a = 0 \rightarrow 2\alpha_{II} a = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots, 0$$

olmalıdır. Bu bir rezonans şartıdır. Burada

$$\alpha_{II} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m^*(E - V_o)}$$

alınırsa,

$$E = V_o - \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$$

bulunur.

24) Rezonans Şartı: Yansıma yok iken

$$2\alpha_{II} a = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

elde edilir. Buna Rezonans Şartı denir. Bu ifâdeden hareket ederek dalga boyu hesaplanırsa,

$$2\alpha_n a = 2\zeta = n\pi \rightarrow \lambda = \frac{2a\pi}{\alpha_n} = \frac{4a}{n} = \frac{2a\pi}{\zeta}$$

bulunur ki bu eşitlik Fabry-Perot İnterferometresini tasvir eder.

25) rezonans şartında  $\sin 2\alpha_n a = 0$  olduğu için bu

$$t = e^{-2ja\alpha_{i,m}} \frac{2\alpha_n \alpha_{i,m}}{2\alpha_n \alpha_{i,m} \cos 2\alpha_n a - j(\alpha_n^2 + \alpha_{i,m}^2) \sin 2\alpha_n a}$$

geçiş sâbitine taşınırsa,

$$\begin{aligned} t &= e^{-2ja\alpha_{i,m}} \frac{2\alpha_n \alpha_{i,m}}{2\alpha_n \alpha_{i,m} \cos 2\alpha_n a} = e^{-2ja\alpha_{i,m}} \frac{1}{\cos n\pi} \\ &= (-1)^n e^{-2ja\alpha_{i,m}} = (-1)^n e^{-2j\eta} \end{aligned}$$

elde edilir. Demek ki rezonans hâlinde

$$t = (-1)^n e^{-2ja\alpha_{i,m}} = (-1)^n e^{-2j\eta} = (-1)^n (\cos 2\eta - j \sin 2\eta) \text{ elde edilir.}$$

26) Aktif bölgedeki dalganın

$$E_y = E(x) e^{-jz\beta_z}$$

şeklinde olduğunu göstermek için  $E_+ = -E_-$  eşitliği  $E_y$ 'de kullanılırsa,

$$E_y = E_+ e^{-jk[z \sin \theta_2 + x \cos \theta_2]} + E_- e^{-jk[z \sin \theta_2 - x \cos \theta_2]}$$

veyâ

$$\begin{aligned} E_y &= E_+ e^{-jk[z \sin \theta_2 + x \cos \theta_2]} + E_- e^{-jk[z \sin \theta_2 - x \cos \theta_2]} = E_+ e^{-jk[z \sin \theta_2 + x \cos \theta_2]} \\ &+ E_+ e^{-jk[z \sin \theta_2 - x \cos \theta_2]} \end{aligned}$$

ya da

$$\begin{aligned} E_y &= E_+ e^{-jkz \sin \theta_2} [e^{-jkx \cos \theta_2} + e^{jkx \cos \theta_2}] = -2j E_+ e^{-jkz \sin \theta_2} \sin[jkx \cos \theta_2] \\ &= E e^{-jkz \sin \theta_2} \sin[jkx \cos \theta_2] \end{aligned}$$

Burada

$$E = -2j E_+, \quad E(x) = E \sin[jkx \cos \theta_2], \quad \beta_z = k \sin \theta_2$$

alınırsa

$$E_y = E(x) E e^{-jz\beta_z}$$

bulunur<sup>5</sup>.

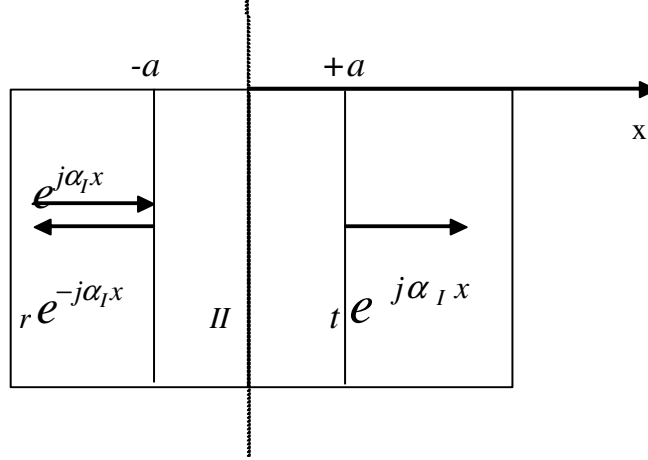
<sup>5</sup> Syms, R. And Cozens, J., Optical Guided Waves and Devices, McGraw-Hill Book Company, 1992, p. 102.

27) Aşağıdaki şekilde görülen alanının

$$E_{yII} = A e^{j\alpha_n x} + B e^{-j\alpha_n x}$$

$$E_{yII} = A \cos 2\alpha x$$

şeklinde olduğunu göstermek için sınır şartları kullanılarak A ve B sâbitleri bulunur.



$$\begin{aligned} E_{yII}(-a) &= 0, & A e^{-j\alpha_n a} + B e^{j\alpha_n a} &= 0, & A &= -B e^{j2\alpha_n a} \\ E_{yII}(a) &= 0, & A e^{j\alpha_n a} + B e^{-j\alpha_n a} &= 0, & B &= -A e^{j2\alpha_n a} \end{aligned}$$

Bu sonuçlar taraf tarafa toplanırsa

$$\begin{aligned} A + B &= -(A + B) e^{j2\alpha_n a} \rightarrow e^{j2\alpha_n a} = -1 \rightarrow A = B \\ E_{yII} &= A e^{j\alpha_n x} + A e^{-j\alpha_n x} \end{aligned}$$

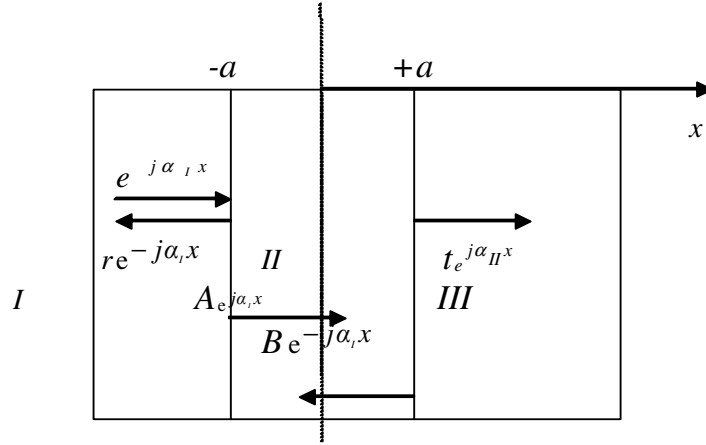
ya da reel kısımlar alınırsa  $E_{yII} = 2A \cos 2\alpha x$  bulunur. Ya da  $K=2A$  alınırsa

$$E_{yII} = K \cos 2\alpha x$$

elde edilir.

28)  $e^{j\alpha_1 x}$ ,  $E_r = r e^{j\alpha_1 x}$ ,  $E_{yIII} = t e^{j\alpha_1 x}$  ve  $E_{yII} = A e^{j\alpha_n x} + B e^{-j\alpha_n x}$  alanlarını kullanarak I. bölgedeki yansıma sâbitini ve III. bölgedeki geçiş sâbitini bulunuz.





Şekilde görüldüğü gibi,

- I. bölgede  $e^{j\alpha_1 x} + r e^{-j\alpha_1 x}$   
 II. bölgede  $A e^{j\alpha_2 x} + B e^{-j\alpha_2 x}$   
 III. bölgede  $t e^{j\alpha_3 x}$

alanlar bulunmaktadır. II. bölgedeki  $A e^{j\alpha_2 x}$  alanı  $+x$  yönünde ve  $B e^{-j\alpha_2 x}$  alanı  $-x$  yönündedir.

$$\begin{aligned} \text{I-II ara yüzeyinde } & e^{j\alpha_1 x} + r e^{-j\alpha_1 x} \text{ ve } A e^{j\alpha_2 x} + B e^{-j\alpha_2 x} \\ \text{II-III ara yüzeyinde } & A e^{j\alpha_2 x} + B e^{-j\alpha_2 x} \text{ ve } t e^{j\alpha_3 x} \end{aligned}$$

alanlarının ve türevlerinin eşitlikleri sağlanırsa, sınırlarda alanların süreklilikleri elde edilir.

$$\begin{aligned} e^{j\alpha_1 x} + r e^{-j\alpha_1 x} &= A e^{j\alpha_2 x} + B e^{-j\alpha_2 x} \\ j\alpha_1 e^{j\alpha_1 x} - r j\alpha_1 e^{-j\alpha_1 x} &= A j\alpha_2 e^{j\alpha_2 x} - B j\alpha_2 e^{-j\alpha_2 x} \\ A e^{j\alpha_2 x} + B e^{-j\alpha_2 x} &= t e^{j\alpha_3 x} \\ A j\alpha_2 e^{j\alpha_2 x} - B j\alpha_2 e^{-j\alpha_2 x} &= t j\alpha_3 e^{j\alpha_3 x} \end{aligned}$$

Burada 4 denklemde  $A$ ,  $B$ ,  $r$ , ve  $t$  olmak üzere 4 âdet bilinmeyenleri verir. Bunların çözülmesiyle

$$\begin{aligned} t &= e^{-2ja\alpha_{1,m}} \frac{2\alpha_2 \alpha_{1,m}}{2\alpha_2 \alpha_{1,m} \cos 2\alpha_2 a - j(\alpha_2^2 + \alpha_{1,m}^2) \sin 2\alpha_2 a} \\ r &= j e^{-2ja\alpha_{1,m}} \frac{(\alpha_2^2 - \alpha_{1,m}^2) \sin 2\alpha_2 a}{2\alpha_2 \alpha_{1,m} \cos 2\alpha_2 a - j(\alpha_2^2 + \alpha_{1,m}^2) \sin 2\alpha_2 a} \end{aligned}$$

bulunur.

29) Aktif bölgedeki güç akısını  $A$  ve  $B$  sâbitleri, I. bölgedeki güç akısını yansıma sâbiti ve III. bölgedeki güç akısını geçiş sâbiti cinsinden bulmak için:

I. bölgedeki alan  $E_{yI}(x) = e^{j\alpha_1 x} + r e^{-j\alpha_1 x}$  olarak bellidir. Böyle bir fonksiyonun akıttığı akı

$$\phi = \frac{\hbar}{2jm^*} [E_y^* \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_y^*}{\partial x} E_y]$$

ile verilir<sup>6</sup>. Böyle bir durumda I. bölgede  $E_{yI}$  tarafından  $x$  doğrultusunda meydana getirilen akı

$$\phi_I = \frac{\hbar}{2jm^*} [E_{yI}^* \frac{\partial E_{yI}}{\partial x} - \frac{\partial E_{yI}^*}{\partial x} E_{yI}]$$

ya da

$$\begin{aligned} \phi_I &= \frac{\hbar}{2jm^*} (e^{-j\alpha_1 x} + r^* e^{j\alpha_1 x}) [j\alpha_1 e^{j\alpha_1 x} - j\alpha_1 r e^{-j\alpha_1 x}] - (r + r^*) e^{-j2\alpha_1 x} \\ &= \frac{\hbar}{2jm^*} (e^{-j\alpha_1 x} j\alpha_1 e^{j\alpha_1 x} - e^{-j\alpha_1 x} j\alpha_1 r e^{-j\alpha_1 x} + r^* e^{j\alpha_1 x} j\alpha_1 e^{j\alpha_1 x} - r^* e^{j\alpha_1 x} j\alpha_1 r e^{-j\alpha_1 x}) - (r + r^*) e^{-j2\alpha_1 x} \\ &= \frac{\hbar}{2jm^*} (j\alpha_1 - j\alpha_1 r e^{-j2\alpha_1 x} + r^* e^{j2\alpha_1 x} j\alpha_1 - r^* j\alpha_1 r) - (r + r^*) e^{-j2\alpha_1 x} \\ &= \frac{j\alpha_1 \hbar}{2jm^*} (1 - r e^{-j2\alpha_1 x} + r^* e^{j2\alpha_1 x} - r^* r) = \frac{\alpha_1 \hbar}{2m^*} [(1 - r^2) + (r e^{-j2\alpha_1 x} + r^* e^{j2\alpha_1 x}) - (r + r^*) e^{-j2\alpha_1 x}] \end{aligned}$$

Bunun reel kısmını alalım:

$$\begin{aligned} \phi_I &= \frac{\alpha_1 \hbar}{2m^*} [(1 - |r|^2) + (r \cos 2\alpha_1 x + r^* \cos 2\alpha_1 x) - j r \sin 2\alpha_1 x - j r^* \sin 2\alpha_1 x - (r + r^*) e^{-j2\alpha_1 x}] \\ &= \frac{\alpha_1 \hbar}{2m^*} [(1 - |r|^2) + (r \cos 2\alpha_1 x + r^* \cos 2\alpha_1 x) - j r \sin 2\alpha_1 x - j r^* \sin 2\alpha_1 x - (r + r^*) e^{-j2\alpha_1 x}] \\ &= \frac{\alpha_1 \hbar}{2m^*} [(1 - |r|^2) + (r + r^*) \cos 2\alpha_1 x - (r + r^*) j r \sin 2\alpha_1 x - (r + r^*) e^{-j2\alpha_1 x}] \\ &= \frac{\alpha_1 \hbar}{2m^*} [(1 - |r|^2) + (r + r^*) (\cos 2\alpha_1 x - j r \sin 2\alpha_1 x) - (r + r^*) e^{-j2\alpha_1 x}] \\ &= \frac{\alpha_1 \hbar}{2m^*} [(1 - |r|^2) + (r + r^*) e^{-j2\alpha_1 x} - (r + r^*) e^{-j2\alpha_1 x}] = \frac{\alpha_1 \hbar}{2m^*} (1 - |r|^2) \\ \phi_I &= \frac{\alpha_1 \hbar}{2m^*} (1 - |r|^2) \end{aligned}$$

Bu elektrik alanın modülünün karesini verir:

$$\phi_I = \frac{\alpha_1 \hbar}{2m^*} (1 - |r|^2) = |E_I|^2$$

<sup>6</sup> Gasiorowicz, S., *Quantum Physics*, p. 47, John Wiley, Ne York, 1974.

Benzer şekilde II. bölge III. bölgedeki güç akıları da yazılabilir:

$$\text{II. bölgedeki güç akısı: } \varphi_{II} = \frac{\alpha_{II} \hbar}{2m^*} (|A|^2 - |B|^2) = |E_{II}|^2$$

$$\text{III. bölgedeki güç akısı: } \varphi_{III} = \frac{\alpha_{III} \hbar}{2m^*} |t|^2 = |E_{III}|^2$$

$A=B$  olması hâlinde II. bölgede güç akışının olmayacağına dikkat ediniz. Şu sonuçları yazabiliriz:

1.  $e^{j\alpha_I x}$  alanı, çukur potansiyeli olmayan I. bölgede  $\frac{d^2 E_I}{dx^2} + \frac{2m^*}{\hbar^2} = 0$  denkleminin bir çözümüdür. Denklemin  $e^{-j\alpha_I x}$  şeklinde bir çözümü daha vardır. Ancak konstrüksiyon olarak yüklü parçacıkları (elektronları  $+x$  doğrultusunda göndermek sûretiyle) burada ele alınan  $e^{j\alpha_I x}$  çözümüdür,  $+x$  yönünde bir  $\frac{\alpha_I \hbar}{2m^*}$  güç akışını meydana getirir. II. bölgede bir çukur potansiyelinin olması dolayısıyla, bu güç akışının bir kısmı ara yüzeyde geri yansyarak  $-x$  yönünde  $r e^{-j\alpha_I x}$  başka bir alan ve bu alana âit  $\frac{\alpha_I \hbar}{2m^*} |r|^2$  bir güç akışı meydana getirir.

2. III. bölgede de durum benzerdir. Çukur potansiyeli olmayan III. bölgede  $\frac{d^2 E_{III}}{dx^2} + \frac{2m^*}{\hbar^2} = 0$  diferansiyel denklemi geçerlidir. Bunun da  $e^{j\alpha_{III} x}$ ,  $e^{-j\alpha_{III} x}$  şeklinde iki çözümü bulunur. Yine yüklü parçacıklar  $+x$  yönünde yönlendirildikleri için, burada  $e^{j\alpha_{III} x}$  alanı üçüncü alanını verir ve  $\frac{\alpha_{III} \hbar}{2m^*}$  güç akışını meydana getirir. Bu alan  $\frac{\alpha_{III} \hbar}{2m^*} |t|^2$  'ye eşittir.

3. Böylece I, II ve III bölgelerinde elektronların soldan sağa doğru hareketleriyle

$$\begin{aligned} E_{yI}(x) &= e^{j\alpha_I x} + r e^{-j\alpha_I x} \\ E_{yII}(x) &= A e^{j\alpha_{II} x} + B e^{-j\alpha_{II} x} \\ E_{yIII}(x) &= t e^{j\alpha_{III} x} \end{aligned}$$

alanları ortaya çıkar. Böyle bir durumda aşağıdaki şekilde bir güç akışı korunumu vardır:

$$\frac{\alpha_I \hbar}{2m^*} (1 - |r|^2) = \frac{\alpha_{II} \hbar}{2m^*} (|A|^2 - |B|^2) = \frac{\alpha_{III} \hbar}{2m^*} |t|^2$$

$$4. \quad \frac{\alpha_I \hbar}{2m^*} (1 - |r|^2) = \frac{\alpha_{III} \hbar}{2m^*} |t|^2 \rightarrow \frac{\alpha_I \hbar}{2m^*} = \left( \frac{\alpha_I \hbar}{2m^*} |r|^2 + \frac{\alpha_{III} \hbar}{2m^*} |t|^2 \right)$$

olması, soldan sağa doğru gönderilen yüklü parçacıkların meydana getirdiği  $e^{j\alpha_1 x}$  alanı yansıyan ve geçen güç akışlarını karşıladığını gösterir. II. bölgedeki alan âdete bağımsız olarak değişir.

30)  $\alpha_1 = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$  için  $1+r=t$  olduğunu göstermek için

$\frac{\alpha_1 \hbar}{2m^*} (1-|r|^2) = \frac{\alpha_{III} \hbar}{2m^*} |t|^2$  eşitliğinden hareket edilir. Bu eşitlik  $\alpha_1 = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$  için  $(1-|r|^2) = |t|^2$  olur. Burada  $-|r|^2$  ve  $|t|^2$ , sırasıyla, sol ve sağ tarafa doğru yönlü kayıp gücü ve geçiş gücü sâbitidirler.  $|\sqrt{-|r|^2}| = |\pm jr| = r$  ve  $|\sqrt{|t|^2}| = t$  'dir.  $|\sqrt{-|r|^2}| = |\pm jr| = t$  olduğundan, dalga fonksiyonunun sürekliliği  $1+r=t$  ifâdesini sağlar. Yansıma ve geçiş sabitleri sırasıyla aktif bölgenin iki yanında olmasına rağmen  $1+r=t$  ve  $(1-|r|^2) = |t|^2$  eşitliklerini sağlaması, aktif bölgedeki alan değişimlerinin, çukur özelliklerinden dolayı, bağımsız olduğunu gösterir.

31)  $\cos\theta_{TE} = \cos\zeta = \frac{V}{\zeta}$  olduğu bilindiğine göre  $\alpha_n$  'yi bulabiliriz:

$$\cos\theta_{TE} = \cos\zeta = \frac{V}{\zeta} \rightarrow \zeta = a\alpha_n = \arccos \frac{V}{a\alpha_n} \rightarrow y_1 = a\alpha_n, y_2 = \arccos \frac{V}{a\alpha_n}$$

$$y_1 = a\alpha_n, y_2 = \arccos \frac{V}{a\alpha_n} \rightarrow (\alpha_n)_1 = \frac{y_1}{a}, \frac{V}{a\alpha_n} = \cos y_2 \rightarrow (\alpha_n)_2 = \frac{V}{a \cos y_2}$$

Burada  $a$  ve  $V$  verildiğine göre  $(\alpha_n)_1$  ve  $(\alpha_n)_2$   $y_1$  ve  $y_2$ 'ye göre çizilir. Bu iki eğrinin kesim noktası  $\alpha_n$  'yi verir.

## 10.5. Yarıiletken Basamak Kırılma İndisli Tekli Dalga Kılavuzunda Kayıp Sâbiti

Giriş, çıkış ve kayıp olasılık (ihtimal)leri arasındaki genel ilişkinin

$$I_i = I_{II} + I_\ell = 1 + I_\ell \quad (51)$$

ve güçler arasındaki genel ilişkinin

$$P_1 = P_{II} + P_\ell \quad (52)$$

olduğu bilinmektedir. Güç kaybı

$$P_\ell = P_i - P_{II} \quad (53)$$

kayıp ihtimâliyeti

$$I_\ell = I_i - I_{II} \quad (54)$$

bulunur. Diğer taraftan

$$\frac{I_\ell}{I_{II}} = \bar{R} = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} \rightarrow I_\ell = I_{II} \bar{R} = I_{II} \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} \quad (55)$$

ve

$$\frac{I_{\ell}^{\circ}}{I_{\parallel}^{\circ}} = \bar{r} = \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha} \rightarrow I_{\ell}^{\circ} = I_{\parallel}^{\circ} \bar{r} = I_{\parallel}^{\circ} \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha} = \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha} \quad (56)$$

olduğundan,

$$I_{\ell} = I_{\parallel} e^{-2\gamma} \quad (57)$$

olarak verilmektedir<sup>7</sup> ki,  $2\gamma$ 'ya *Güç Kayıp Sâbiti* ve  $e^{-2\gamma}$ 'ya ise *Güç Kayıp Faktörü* denir. Buradan

$$I_{\ell} = I_{\parallel} e^{-2\gamma} = e^{-2\gamma} \quad (58)$$

alınabilir. Dolayısıyla

$$e^{-2\gamma} = \bar{R} = I_{\parallel} \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} \quad (59)$$

olur. (54) ve (58)'dan

$$I_{\ell} = I_{\parallel} - I_{\parallel} e^{-2\gamma} = I_{\parallel} (1 - e^{-2\gamma}) \quad (60)$$

bulunur. Buradan

$$I_{\ell} = I_{\parallel} - I_{\ell} = I_{\parallel} - (I_{\parallel} - I_{\parallel} e^{-2\gamma}) = I_{\parallel} e^{-2\gamma}, \quad (I_{\ell} = I_{\parallel} e^{-2\gamma}) \quad (61)$$

olur ki bu (58)'yi verir. Burada

$$I_{\ell} = I_{\parallel} e^{-2\gamma} \quad (62)$$

olduğu hatırlanmalıdır. Çift fonksiyonlu alan için

$$I_{\ell}^{\circ} = e^{-2\gamma^{\circ}}, \quad P_{\ell}^{\circ} = Z_{\parallel}^{\circ} e^{-2\gamma^{\circ}} \quad (63)$$

ve tek fonksiyonlu alan için

$$I_{\ell}^{\circ} = e^{-2\gamma^{\circ}}, \quad P_{\ell}^{\circ} = Z_{\parallel}^{\circ} e^{-2\gamma^{\circ}} \quad (64)$$

elde edilir. Çift fonksiyonlu alan için

$$\frac{I_{\ell}^{\circ}}{I_{\parallel}^{\circ}} = I_{\ell}^{\circ} = \bar{R} = e^{-2\gamma^{\circ}} = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} \quad (65)$$

ve tek fonksiyonlu alan için

$$\frac{I_{\ell}^{\circ}}{I_{\parallel}^{\circ}} = I_{\ell}^{\circ} = \bar{r} = e^{-2\gamma^{\circ}} = \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha} \quad (66)$$

sonuçlarını verir. Sonuç olarak kayıp faktörü çift fonksiyonlu alan için  $t=2\gamma$  olarak

$$e^{-2\gamma^{\circ}} = \bar{R} = \frac{\alpha + \eta}{1 + \eta} \quad (67)$$

<sup>7</sup> Ruck, J.A., 1994, *Fundamentals of Optical Fibers*, p.37, (New York: John Wiley and Sons, Inc.).

ya da kayıp sâbiti

$$2\gamma^e = \ln \frac{\Gamma_{ii}^e}{\Gamma_{ie}^e} = \ln \frac{1}{\Gamma_{ie}^e} = \ln \frac{1}{\bar{R}} = \ln \frac{1+\eta}{\alpha+\eta} \quad (68)$$

ve kayıp faktörü tek fonksiyonlu alan için

$$e^{-2\gamma^e} = \bar{r} = \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha} \quad (69)$$

ya da kayıp sâbiti

$$2\gamma^o = \ln \frac{\Gamma_{ii}^o}{\Gamma_{ie}^o} = \ln \frac{1}{\Gamma_{ie}^o} = \ln \frac{\eta-\alpha}{1-\alpha} = \ln \frac{1}{\bar{r}} \quad (70)$$

bulunur.

Güç oranları için mümerik bir örnek vermek gerekirse,  $n_I=n_{I,III}=3.350$ ,  $n_{II}=3.351$ ,  $\lambda=1.55 \mu\text{m}$  ve  $a=5 \text{ A}^{\circ}$ ; ile belirlenen simetrik basamak kırılma indisli bir dalga kılavuzunda taşıyıcıları temsil eden çift fonksiyonlu bir elektrik alanı için, normalize frekans (V), normalize propagasyon sâbiti ( $\alpha$ ), taşıyıcılara âit enerji öz değerinin parametreleri ( $\zeta, \eta$ ), güç oranları (R, K), hapsedicilik faktörü ( $\Gamma_{II}$ ), giriş ihtimâliyeti ( $\Gamma_{i,}$ ), kayıp ihtimâliyeti ( $\Gamma_{i,}$ ) aktif bölge ihtimâliyeti ( $\Gamma_{ii}^e$ ), sırasıyla,  $V=1.65916 \times 10^{-004}$  ve  $\alpha=2.7528100000000000 \times 10^{-8}$ ,  $\zeta=1.659159977163239 \times 10^{-004}$ ,  $\eta=2.752810952799835 \times 10^{-005}$ ,  $\bar{R}=1.816325499058119 \times 10^7$ ,  $\bar{K}=0.99999994494379$ ,  $\Gamma_{II}=5.505620801240503 \times 10^{-8}$ ,  $\Gamma_{i,}=1.816325599058119 \times 10^7$ ,  $\Gamma_{e,}=1.816325499058119 \times 10^7$  ve  $\Gamma_{ii}^e=1$  olarak bulunur. Normalize frekans (V),  $V(1.57$  olduğu için, taşıyıcıları temsil eden tek fonksiyonlu bir elektrik alanı için çözüm yoktur. Gerekirse, güç oranları arasında bulunan  $K=1/[1+(1/\bar{R})]$ ,  $\Gamma_{II}=\bar{K}/\bar{R}=1-K$  gibi ilişkiler de bu sonuç kullanılarak kontrol edilebilir. Meselâ,  $\Gamma_{II}=5.505620801240503 \times 10^{-8}=1-0.99999994494379=5.505621003543126 \times 10^{-8}$  olduğu hemen görülebilir.

### Sorular:

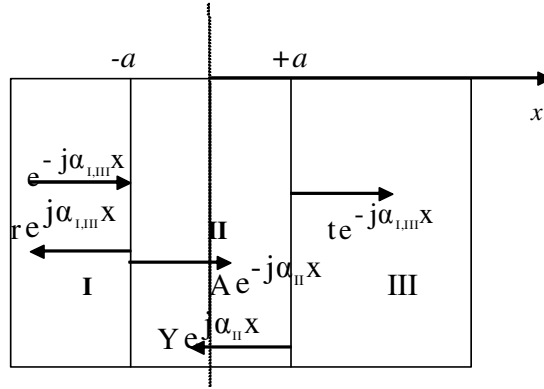
- 1)  $Z_{II}$  empedans değerini hesaplayınız.
- 2) TE ve TM modunda S Poynting vektörünü bulunuz.
- 3) Poynting vektörünün yatay bilenini bulunuz.
- 4) Poynting vektörünün düşey bilenini bulunuz.
- 5) Aktif bölgede z doğrultusunda akan aktif gücü bulunuz.
- 6) TE ve TM modunda S Poynting vektörünün şiddetini bulunuz.
- 7) Aktif bölgede z doğrultusunda akan reaktif gücü bulunuz.

$$8) r = je^{-2ja\alpha_{i,III}} \frac{(\alpha_{ii}^2 - \alpha_{i,III}^2) \sin 2\alpha_{ii} a}{2\alpha_{ii} \alpha_{i,III} \cos 2\alpha_{ii} a - j(\alpha_{ii}^2 + \alpha_{i,III}^2) \sin 2\alpha_{ii} a}$$

$$t = e^{-2ja\alpha_{i,III}} \frac{2\alpha_{ii} \alpha_{i,III}}{2\alpha_{ii} \alpha_{i,III} \cos 2\alpha_{ii} a - j(\alpha_{ii}^2 + \alpha_{i,III}^2) \sin 2\alpha_{ii} a}$$

sâbitlerinin mutlak değerlerini bulunuz.

9)



$$1) A e^{-j\zeta} + Y e^{j\zeta} - r e^{j\eta} = e^{-j\eta}$$

$$2) A \alpha_n e^{-j\zeta} - Y \alpha_n e^{j\zeta} + r \alpha_1 e^{j\eta} = \alpha_1 e^{-j\eta}$$

$$3) A e^{j\zeta} + Y e^{-j\zeta} - t e^{j\eta} = 0$$

$$4) A \alpha_n e^{j\zeta} - Y \alpha_n e^{-j\zeta} - t \alpha_1 e^{j\eta} = 0$$

olduğuna göre, buradan  $2Y \alpha_n e^{-j\zeta} - t(\alpha_n e^{j\eta} - \alpha_1 e^{j\eta}) = 0$  denklemi elde edilir.  $Y$ 'yi bulunuz.

10)  $A e^{j\zeta} + Y e^{-j\zeta} - t e^{j\eta} = 0$  olduğuna göre  $A$ 'yı bulunuz.

**Cevaplar:**

1)  $Z_{ii}$  empedans değerini hesaplamak için

$$P_i = P_{ii} + P_{ie} = 1 + e^{-2\gamma}$$

ve

$$P_i = \frac{1}{Z_{ii}} (I_{ie} + I_{ii}) = \frac{1}{Z_{ii}} \frac{\alpha + \eta + L}{\alpha + \eta} = \frac{1}{Z_{ii}} \left( I_{ii} + \frac{L}{\alpha + \eta} \right) = \frac{1 + \eta}{Z_{ii}(\alpha + \eta)}$$

ya da

$$P_i^o = \frac{1}{Z_{ii}} (I_{ie}^o + I_{ii}^o) = \frac{1}{Z_{ii}} (I_{ie}^o \frac{\eta + 1 - 2\alpha}{1 - \alpha}) = \frac{1}{Z_{ii}} \frac{\eta + 1 - 2\alpha}{\eta - \alpha}$$

formüllerinden faydalanılır.

$$P_i = P_{ii} + P_{ie} = 1 + e^{-2\gamma} = \begin{pmatrix} P_i^e \\ P_i^o \end{pmatrix}$$

$$1 + e^{-2\gamma} = P_i = \frac{1 + \eta}{Z_{ii}(\alpha + \eta)} \rightarrow 1 + e^{-2\gamma} = \frac{1 + \eta}{Z_{ii}(\alpha + \eta)} \rightarrow Z_{ii} = \frac{1 + \eta}{(\alpha + \eta)(1 + e^{-2\gamma})}$$

$$Z_{ii}^e = \frac{1 + \eta}{(\alpha + \eta)(1 + e^{-2\gamma})}$$

$$1 + e^{-2\gamma} = P_i^o = \frac{1}{Z_{ii}} \frac{\eta + 1 - 2\alpha}{\eta - \alpha} \rightarrow 1 + e^{-2\gamma} = \frac{1}{Z_{ii}} \frac{\eta + 1 - 2\alpha}{\eta - \alpha} \rightarrow Z_{ii} = \frac{1 + \eta - 2\alpha}{(\eta - \alpha)(1 + e^{-2\gamma})}$$

$$Z_{II}^o = \frac{1 + \eta - 2\alpha}{(\eta - \alpha)(1 + e^{-2\gamma})}$$

2) TE ve TM modunda S Poynting vektörünü bulmak için

$$r_{TE} = e^{2j\arctan\frac{\eta}{\zeta}} = e^{2j\varphi_{TE}}, \quad \varphi_{TE} = \arctan\frac{\eta}{\zeta}$$

$$S = \frac{n_{II}k_0}{\alpha_{II}}(1 - r_{TE}^2)$$

formüllerinden faydalanılır.

$$S = \frac{n_{II}k_0}{\alpha_{II}}(1 - |r_{TE}|^2) = \frac{n_{II}k_0}{\alpha_{II}}(1 - e^{j4\arctan\frac{\eta}{\zeta}})$$

Burada  $\alpha_{II}$  değeri  $\alpha$  ve katman dirençleri cinsinden  $\alpha_{II} = k_0 n_{II} \sqrt{2\Delta(1 - \alpha)}$  bulunabilir. O zaman

$$S = \frac{n_{II}k_0}{\alpha_{II}}(1 - |r_{TE}|^2) = \frac{1}{\sqrt{2\Delta(1 - \alpha)}}(1 - e^{j4\arctan\frac{\eta}{\zeta}})$$

olur.

$$TM \text{ modu: } r_{TM} = e^{2j\varphi_{TM}}, \quad \varphi_{TM} = \arctan\frac{n_{II}^2 \eta}{n_{III}^2 \zeta}$$

$$r_{TE} = e^{2j\arctan\frac{\eta}{\zeta}} = e^{2j\varphi_{TE}}, \quad \varphi_{TE} = \arctan\frac{\eta}{\zeta}$$

$$r_{TM} = e^{2j\arctan\frac{\eta}{\zeta}} = e^{2j\varphi_{TM}}, \quad \varphi_{TM} = \arctan\frac{n_{II}^2 \eta}{n_{III}^2 \zeta}$$

$$S = \frac{n_{II}k_0}{\alpha_{II}}(1 - r_{TM}^2)$$

$$S = \frac{n_{II}k_0}{\alpha_{II}}(1 - |r_{TM}|^2) = \frac{n_{II}k_0}{\alpha_{II}}(1 - e^{j4\arctan\frac{n_{II}^2 \eta}{n_{III}^2 \zeta}})$$

$$S = \frac{n_{II}k_0}{\alpha_{II}}(1 - |r_{TE}|^2) = \frac{1}{\sqrt{2\Delta(1 - \alpha)}}(1 - e^{j4\arctan\frac{n_{II}^2 \eta}{n_{III}^2 \zeta}})$$

Diğer taraftan  $\tan\phi_{TM} = \tan\zeta$ ,  $\tan\phi_{TE} = \tan\zeta$ ,  $\phi_{TE}/\phi_{TM} = \phi = \zeta$  olduğu için  $r_{TE} = r_{TM} = e^{2j\zeta}$  olup her iki mod için Poynting vektörünün S şiddeti



$$S = \frac{I}{\sqrt{2\Delta(1-\alpha)}} (1 - e^{4j\zeta})$$

olarak bulunur

3) Poynting vektörünün yatay bileşiminin şiddeti, her iki modda faz sâbiti

$$\beta_z = ko\sqrt{n_{II}^2 - NA^2(1-\alpha)} \cong kn_{II}\sqrt{1-2\Delta(1-\alpha)}$$

olmak üzere,

$$S_{xII}^{TE} = 2S \sin \theta_{II} = 2S \frac{\beta_z}{n_{II} k_o} = 2 \frac{I}{\sqrt{2\Delta(1-\alpha)}} (1 - e^{4j\zeta}) \sqrt{1-2\Delta(1-\alpha)}$$

ya da

$$\begin{aligned} S_{xII}^{TE} &= 2 \frac{\sqrt{1-2\Delta(1-\alpha)}}{\sqrt{2\Delta(1-\alpha)}} (1 - e^{4j\zeta}) = 2 \sqrt{\frac{1-2\Delta(1-\alpha)}{2\Delta(1-\alpha)}} (1 - e^{4j\zeta}) \\ &= 2 \sqrt{\frac{I}{2\Delta(1-\alpha)} - I(1 - e^{4j\zeta})} \\ S_{xII}^{TE} &= 2 \sqrt{\frac{I}{2\Delta(1-\alpha)} - I(1 - e^{4j\zeta})} \end{aligned}$$

olur.

4) Poynting vektörünün düşey bileşiminin şiddeti

$$2S_{xIII}^{TE} = 2S a_{II} a_x = S \cos \theta_{II} = \frac{2}{n_{II} k_o} (1 - e^{4j\zeta})$$

5) Aktif bölgede z doğrultusunda akan aktif güç, S Poynting vektörünün reel bileşenidir.

$$P_{zII}^{TE} = \text{Re} A S a_z = \text{Re} 2a S a_z a_z = 4S a = \text{Re} 2a S \sin \theta_{II} = \text{Re} \frac{2a}{\sqrt{2\Delta(1-\alpha)}} (1 - e^{4j\zeta}) \frac{\beta_z}{n_{II} k_o}$$

$$P_{zII}^{TE} = \text{Re} \frac{2a \sqrt{1-2\Delta(1-\alpha)}}{\sqrt{2\Delta(1-\alpha)}} (1 - e^{4j\zeta}) = 2a \sqrt{\frac{I}{2\Delta(1-\alpha)} - I} \text{Re}(1 - e^{4j\zeta})$$

$$P_{zII}^{TE} = 2a \sqrt{\frac{I}{2\Delta(1-\alpha)} - I} (1 - \cos 4\zeta)$$

6) TE ve TM modunda S Poynting vektörünün şiddetini bulmak için

$$r_{TE} = e^{2j \arctan \frac{\eta}{\zeta}} = e^{2j\varphi_{TE}}, \quad \varphi_{TE} = \arctan \frac{\eta}{\zeta}$$

$$S = \frac{n_{II} k_o}{\alpha_{II}} (1 - |r_{TE}|^2)$$

formüllerinden faydalanılır. Burada  $|r_{TE}|^2$ 'nin değeri 1'dir. Bundan dolayı

$$S = \frac{n_{II} k_o}{\alpha_{II}} (1 - |r_{TE}|^2) = \frac{n_{II} k_o}{\alpha_{II}} = \frac{1}{\sqrt{2\Delta(1-\alpha)}}$$

olur.

7) Aktif bölgede  $z$  doğrultusunda akan reaktif güç,  $S$  Poynting vektörünün imajiner bileşenidir.

$$P^{TE}_{zII} = \text{Im} A S a_z = \text{Im} 2a S a_z \cdot a_z = 2S a = \text{Im} 2a S \sin \theta_{II} = \frac{2a}{\sqrt{2\Delta(1-\alpha)}} \text{Im}(1 - e^{4j\zeta}) \frac{\beta_z}{n_{II} k_o}$$

$$P^{TE}_{zII} = \frac{2a\sqrt{1-2\Delta(1-\alpha)}}{\sqrt{2\Delta(1-\alpha)}} \text{Im}(1 - e^{4j\zeta}) = 4a \sqrt{\frac{1}{2\Delta(1-\alpha)} - 1} \text{Im}(1 - e^{4j\zeta})$$

$$P^{TE}_{zII} = 4a \sqrt{\frac{1}{2\Delta(1-\alpha)} - 1} \sin 4\zeta$$

8)

$$r = j e^{-2j\alpha_{I,III}} \frac{(\alpha_{II}^2 - \alpha_{I,III}^2) \sin 2\alpha_{II} a}{2\alpha_{II} \alpha_{I,III} \cos 2\alpha_{II} a - j(\alpha_{II}^2 + \alpha_{I,III}^2) \sin 2\alpha_{II} a} = j e^{-2j\eta} \frac{(\zeta^2 - \eta^2) \sin 2\zeta}{2\zeta \eta \cos 2\zeta - jV^2 \sin 2\alpha_{II} a}$$

$$= j e^{-2j\eta} \frac{(\zeta^2 - \eta^2) 2 \sin \zeta \cos \zeta}{2\zeta \eta \cos 2\zeta - jV^2 \sin 2\alpha_{II} a} = j e^{-2j\eta} \frac{(\zeta^2 - \eta^2) 2 \frac{1}{V^2} \zeta \eta}{2\zeta \eta \cos 2\zeta - jV^2 \sin 2\alpha_{II} a}$$

$$= j e^{-2j\eta} \frac{(\zeta^2 - \eta^2) 2 \frac{1}{V^2} \zeta \eta}{2\zeta \eta \cos 2\zeta - jV^2 \sin 2\alpha_{II} a} = j \frac{1}{V^2} e^{-2j\eta} \frac{\zeta^2 - \eta^2}{\cos 2\zeta - j}$$

$$r = j \frac{1}{V^2} e^{-2j\eta} \frac{\zeta^2 - \eta^2}{\cos 2\zeta - j} = j \frac{1}{\zeta^2 + \eta^2} e^{-2j\eta} \frac{\zeta^2 - \eta^2}{\cos 2\zeta - j} = j \frac{1}{1 + \tan^2 \zeta} e^{-2j\eta} \frac{1 - \tan^2 \zeta}{\cos 2\zeta - j}$$

$$= j \frac{1}{1 + \frac{\sin^2 \zeta}{\cos^2 \zeta}} e^{-2j\eta} \frac{1 - \frac{\sin^2 \zeta}{\cos^2 \zeta}}{\cos 2\zeta - j} = j \frac{1}{\cos^2 \zeta + \sin^2 \zeta} e^{-2j\eta} \frac{\cos^2 \zeta - \sin^2 \zeta}{\cos 2\zeta - j}$$

$$r = j \frac{1}{\cos^2 \zeta + \sin^2 \zeta} e^{-2j\eta} \frac{\cos^2 \zeta - \sin^2 \zeta}{\cos 2\zeta - j} = j e^{-2j\eta} \frac{\cos^2 \zeta - \sin^2 \zeta}{\cos 2\zeta - j} = j e^{-2j\eta} \frac{1 - 2\sin^2 \zeta}{\cos 2\zeta - j}$$

$$r = j e^{-2j\eta} \frac{2\cos^2 \zeta - 1}{\cos 2\zeta - j}, 2\cos^2 \zeta = 1 + \cos 2\zeta, \quad r = j e^{-2j\eta} \frac{2\cos^2 \zeta - 1}{\cos 2\zeta - j} = j e^{-2j\eta} \frac{\cos 2\zeta}{\cos 2\zeta - j}$$

$$t = e^{-2j\alpha\alpha_{1,m}} \frac{2\alpha_n\alpha_{1,m}}{2\alpha_n\alpha_{1,m}\cos 2\alpha_n a - j(\alpha_n^2 + \alpha_{1,m}^2)\sin 2\alpha_n a} = e^{-2j\eta} \frac{2\zeta\eta}{2\zeta\eta\cos 2\zeta - jV^2\sin 2\alpha_n a}$$

$$= e^{-2j\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j\frac{V^2}{2\zeta\eta}\sin 2\alpha_n a} = e^{-2j\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j}$$

sâbitlerinin mutlak değerlerini bulalım:

$$|r| = \left| j e^{-2j\alpha\alpha_{1,m}} \frac{(\alpha_n^2 - \alpha_{1,m}^2)\sin 2\alpha_n a}{2\alpha_n\alpha_{1,m}\cos 2\alpha_n a - j(\alpha_n^2 + \alpha_{1,m}^2)\sin 2\alpha_n a} \right| = \left| j \frac{1}{V^2} e^{-2j\eta} \frac{\zeta^2 - \eta^2}{\cos 2\zeta - j} \right|$$

$$= \frac{1}{V^2} \frac{\zeta^2 - \eta^2}{\sqrt{\cos^2 2\zeta + 1}} = \frac{1}{\zeta^2 + \eta^2} \frac{\zeta^2 - \eta^2}{\sqrt{\cos^2 2\zeta + 1}} = \frac{1}{1 + \frac{\eta^2}{\zeta^2}} \frac{1 - \frac{\eta^2}{\zeta^2}}{\sqrt{\cos^2 2\zeta + 1}} = \frac{1}{1 + \tan^2 \zeta} \frac{1 - \tan^2 \zeta}{\sqrt{\cos^2 2\zeta + 1}}$$

$$= \frac{1 - \tan^2 \zeta}{1 + \tan^2 \zeta} \frac{1}{\sqrt{\cos^2 2\zeta + 1}}$$

$$|t| = \left| e^{-2j\alpha\alpha_{1,m}} \frac{2\alpha_n\alpha_{1,m}}{2\alpha_n\alpha_{1,m}\cos 2\alpha_n a - j(\alpha_n^2 + \alpha_{1,m}^2)\sin 2\alpha_n a} \right| = \left| e^{-2j\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j} \right|$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\cos^2 2\zeta + 1}}$$

9). Y'yi bulmak için denklemde

$$t = e^{-2j\eta} \frac{2\zeta\eta}{2\zeta\eta\cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2)\sin 2\zeta} = e^{-2j\eta} \frac{2}{2\eta\cos 2\zeta - j\frac{V^2}{\zeta\eta}2\sin\zeta\cos\zeta}$$

$$= e^{-2j\eta} \frac{2}{2\cos 2\zeta - j\frac{V^2}{\zeta\eta}2\frac{\zeta\eta}{V^2}} = e^{-2j\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j}$$

kullanılır.

$$2Y\alpha_n e^{-j\zeta} - t(\alpha_n e^{j\eta} - \alpha_1 e^{j\eta}) = 0$$

$$2Y\zeta e^{-j\zeta} = t e^{j\eta} (\zeta - \eta) \rightarrow 2Y\zeta = t e^{j(\eta+\zeta)} (\zeta - \eta) \rightarrow 2Y\zeta = e^{-2j\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j} e^{j(\eta+\zeta)} (\zeta - \eta)$$

$$Y\zeta = \frac{1}{2} e^{-2j\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j} e^{j(\eta+\zeta)} (\zeta - \eta) \rightarrow Y = \frac{1}{2} e^{-2j\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j} e^{j(\eta+\zeta)} (1 - \tan\zeta)$$

$$Y = \frac{1}{2} e^{-2j\eta} \frac{(1 - \tan\zeta)}{\cos 2\zeta - j} e^{j(\eta+\zeta)} = \frac{1}{2} e^{-j(\eta-\zeta)} \frac{(1 - \tan\zeta)}{\cos 2\zeta - j}$$

10)  $Ae^{j\zeta} + Ye^{-j\zeta} - te^{j\eta} = 0$  denkleminde  $A$ 'yı bulmak için burada

$$Y = \frac{1}{2} e^{-j(\eta-\zeta)} \frac{(1-\tan\zeta)}{\cos 2\zeta - j}$$

$$t = e^{-2j\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j}$$

kullanılır.

$$Ae^{j\zeta} = te^{j\eta} - Ye^{-j\zeta} \rightarrow A = te^{j(\eta-\zeta)} - Ye^{-j2\zeta} \rightarrow A = e^{-2j\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j} e^{j(\eta-\zeta)} - Ye^{-j2\zeta}$$

$$A = e^{-2j\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j} e^{j(\eta-\zeta)} - \frac{1}{2} e^{-2j\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j} (1-\tan\zeta) e^{j(\eta+\zeta)} e^{-j2\zeta}$$

$$A = e^{-2j\eta} \frac{1}{\eta \cos 2\zeta - j} e^{j(\eta-\zeta)} - \frac{1}{2} e^{-2j\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j} (1-\tan\zeta) e^{j(\eta-\zeta)}$$

$$= e^{-2j\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j} e^{j(\eta-\zeta)} \left(1 - \frac{1}{2}(1-\tan\zeta)\right)$$

$$= e^{-2j\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j} e^{j(\eta-\zeta)} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\tan\zeta\right) = \frac{1}{2} e^{-2j\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j} e^{j(\eta-\zeta)} (1+\tan\zeta)$$

$$= \frac{1}{2} e^{-2j\eta} \frac{1+\tan\zeta}{\cos 2\zeta - j} e^{j(\eta-\zeta)}$$

# ÖLÜM XI

## NORMALİZE PROPAGASYON SÂBİTİ VE HAPSEDİCİLİK FAKTÖRÜ

### 11.1. Giriş

Bu bölümde yarıiletken malzemelerin önemi, basamak kırılma indisli asimetrik yarıiletken dalga kılavuzlarındaki alanların değişimleri tekrar vurgulandıktan sonra dalgalar geometrik optik açısından ele alınmış, güç oranlarının değişimleri, normalize propagasyon sâbiti ve hapsedicilik faktörü incelenmiştir. Burada her ne kadar basamak kırılma indisli asimetrik yarıiletken dalga kılavuzları söz konusu olsa bile, söz konusu bu çalışmalar daha geniş anlamda yarıiletken lazerler ve/veyâ planar dalga kılavuzları ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurları için de geçerlidir.

Burada yarıiletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzları, dikdörtgen kesitli kuantum çukurları gibi yarıiletken cihazların aktif bölgelerinden kaçan kaçak elektron ve delik gibi taşıyıcılara ilişkin hapsedicilik faktörünün önemi ve çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit normalize propagasyon sâbitleri cinsinden hapsedicilik faktörlerinin ifâdeleri incelenmiş ve bunlara ilâveten yarıiletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzları ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarında taşıyıcıları kontrol etmek için hapsedicilik faktörünün rolünü anlatmaya yardımcı olan bâzı parametreler tanımlanmış ve incelenmiştir. Bunun için yarıiletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzları ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarındaki sınır şartlarına göre, çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit Maxwell denklemleri çözülmüş, aktif bölgelerin normalize propagasyon sâbitleri ve gömlek bölgeleri, daha sonra da bunlar arasındaki ilişkiler, kullanılan yarıiletken malzemenin parametreleri ele alınmıştır. Böylece, normalize propagasyon sâbiti, kullanılan yarıiletken malzemenin parametreleri ve normalize frekans cinsinden elde edilmiştir. Daha sonra yarıiletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzları ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarına âit çift ve tek fonksiyonlu alanlarda hapsedicilik faktörleri, normalize frekans ve/veyâ normalize propagasyon sâbiti cinsinden bulunmuş, yeni tanımlanmış yardımcı parametlerle tartışılmıştır.

### 11.2. Yarıiletken Lazerler ve/veyâ Planar Dalga Kılavuzlarının ve Dikdörtgen Kesitli Kuantum Çukurlarında Kullanılan Parametrelerin Önemi

Yarıiletken lazerler ve/veyâ planar dalga kılavuzları, ya da basamak kırılma indisli asimetrik/simetrik yarıiletken dalga kılavuzları ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurları tasarımı için gerek çift fonksiyonlu, gerekse tek fonksiyonlu alanlar için hapsedicilik faktörünün önemi büyüktür. Enformasyonla doğrudan doğruya modüle edilebilme özelliğine sâhip diyot lazerler<sup>1</sup> gibi yarıiletken dalga kılavuzlarının haberleşmedeki önemi bilinmektedir<sup>2</sup>. Yarıiletken diyotlardaki taşıyıcılara âit enerji davranışı, bant aralığı

<sup>1</sup> Holonyak, N. and Bevacqua, S. F., 1962, *Coherent visible light emission from GaAsP junctions*, Appl. Phys. Lett, **1**, p 82-84.

<sup>2</sup> Clarricoats, P. J. B., 1980, *Progress in optical communications* (ed) IEEE reprint series 3 (Peter Peregrinus, UK.).

mühendisliğinde (band gap engineering) yeni cihaz tasarımları için bilinmelidir<sup>3,4</sup>. Dünyâda kuantum çukurlu lazerlerin fabrikasyonu için bir çok çalışmalar yapılmakta ve eşik akımını küçültme gayretleri bitmemektedir.

Elektron ve deliklerin zorlanmış birleşimleri için sonunda foton enerjisini elde etmek için yarıiletken lazerler, p-n jonksiyonu kullanırlar. Lazerin çalışması için iletim ve valans bantlarındaki elektron ve delik konsantrasyonu  $10^{18} \text{ cm}^{-3}$  civârında olur. Tekli farklı yapı (a single heterostructure) malzeme içinde meydana getirilmiş geleneksel p-n jonksiyonunda bu yoğunluğun elde edilmesine ana engel teşkil edecek bir durum vardır ki, bu durum taşıyıcıları jonksiyondan hızlı bir şekilde diffüze ederek kaçığa sebep olur. Bu diffüzyonu karşılamak için, diyotun daha büyük bir akımla beslenmesi gerekir. Bundan dolayı, diffüzyon kaçığını küçültmek için çift farklı jonksiyonlu yapılar kullanılır. Lazer davranışının anlaşılması açısından bir anlamlı parametre hapsedicilik faktörüdür. Bu büyüklük, lazerin aktif bölgesi içindeki taşıyıcı etkilerini karakterize eder. Bu bakımdan, aktif bölgedeki taşıyıcıların kontrolü büyük bir önem arz etmektedir.

Teknolojik avantajını bildiğimiz metodu şimdiden değiştiren bir indirek yarıiletken silisyum, yoğun bir şekilde cihaz boyut küçülmesinin değişik geleneksel prosesi içinde bulunan bir diğer direk yarıiletken galyum arsenik söz konusu bölge kapsamı içinde bulunmakta, moleküler ışın epitaksi (*Molecular Beam Epitaxy-MBE*) tekniği kullanılarak yapılan tabaka büyümesiyle, bilhassâ son yıllarda kullanılan metal-organik-kimyasal çöktürme (*Metal-Organic-Chemical-Vapor Deposition-MOVD*) vasıtasıyla, çok ince yarıiletken film katmanların elde edilmesi mümkün olmaktadır. Angiström boyutundak doping ve çöktürmenin üstün bir kontrolüyle yeni fizik ve yeni cihaz îmâlâtı mümkün olabilmektedir. Bu iki farklı yarıiletken malzemeye dayalı tekli farklı jonksiyonlar ve çoklu farklı jonksiyonlar şimdi dünyâda bir çok laboratuvarda rutin olarak yapılmaktadır.

İlk yarıiletken lazerler, galyum arsenik (GaAs) veyâ galyum fosfor arsenik ( $\text{GaP}_x\text{As}_{1-x}$ ) kristalinden<sup>5</sup> meydana getirilmiş p-n jonksiyonu ile yapılmıştır. Burada x, galyum arsenik malzemesinde arsenik ile yer değiştiren fosfor oranını göstermektedir. Böyle homojonksiyon lazerler, oda sıcaklığında devamlı olarak çalışamazlar. Bu onların ana noksanıdır. Sürücü (besleme) akımını küçültmek için taşıyıcı ve optik alanın her ikisinin birden hapsedilmesi gerekir. Bu, farklı yapıları jonksiyonların kullanılmasıyla başarılr. Nitekim, bir müddet sonra tekli-farklı yapıları lazer yapılmıştır<sup>6</sup>. Daha sonra çift-farklı jonksiyonlu lazerler ve kuantum çukurlu lazerlere geçilmiştir<sup>7</sup>.

<sup>3</sup> Namura, Y., Shinozaki, K., Asakawa, K. and et al. 1986, GaAs/AlGaAs distributed feedback structure with multiquantum well for surface-emitting laser, J. Appl. Phys. Volume 60 p 874.

<sup>4</sup> Sasai, Y., Hase, N., Ogura, M. and et al., 1986, Fabrication and lasing characteristics of 1.3  $\mu\text{m}$  InGaAs P multiquantum-well lasers J. Appl. Phys. **59** p 28.

<sup>5</sup> Holonyak, N. and Bevacqua, S. F., 1962, *Coherent visible light emission from GaAsP junctions*, Appl. Phys. Lett, **1**, p 82-84.

<sup>6</sup> Hayashi, I., and Panish, M. B., 1970, GaAs  $\text{Ga}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$  heterojunctions injection lasers which exhibit low threshold room temperature operation J. Appl. Phys. **41**, p150-163.

<sup>7</sup> Alferov, Z. H. I., Andreev, V. M., Garbuzov, D. Z., and et al. 1971, Investigation of the influence of the AlAs-GaAs heterostructure parameters on the laser threshold current and the realisation of the continuous emission at room temperature Sov. Phys. Semicond **4** p1573-1576.

Eşik akımı bu yüzden çift-farklı jonksiyonlu lazerlerde daha düşüktür. Şekil 1'de çift-farklı jonksiyonlu lazere âit katmanlar ve elektronik enerji-bant diyagramı şematik olarak verilmiştir. Burada farklı iki galyum arsenik (GaAs) ve alüminyum (Al) galyumla galyum arsenik, ( $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ), malzemeleri arasında bulunan iki jonksiyon vardır. Burada  $x$ , galyum arsenikte, (GaAs), galyumla (Ga) yer değiştiren alüminyum oranıdır. Galyum arsenik ve alüminyum (AlAs) yarıiletkenleri hemen hemen aynı kafes sâbitine sâhiptirler. Alüminyum oranı artarken bant genişliği artar, kırılma indisi azalır. GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  malzeme sistemi, üç farklı atomu içeren bilinen en iyi haldir. Bu metalürjik özellikler, jonksiyon yapımının başarılması için kritiktir. Böyle farklı jonksiyonlu yapılar, taşıyıcıların dar bant-aralıklı aktif bölgede hapsedilmelerinde etkin olmaktadır. N-tipi  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  malzemesinden aktif bölgeye enjekte edilen elektronlar, dar (düşük) bant-aralıklı p-tipi galyum arsenik, (GaAs), malzemesi içinde birleştirilirler. Yâni, böylece çok iyi tanımlanmış bir dielektrik dilim dalga kılavuzu elde edilir. Yarıiletken lazerler ve/veyâ optik dalga kılavuzlarında taşıyıcı ve fotonların bir araya geldikleri söz konusu olan aktif bölge bu dar dilim kılavuzdur<sup>8</sup>.

GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  malzemeli değişik katmanların elde edilmesiyle özellikle içinde iletim ve valans bantlarının bulunduğu kuantum çukuru şeklinde yapılar elde edilmektedir. Böyle bir yapı içinde elektron ve delikler büyüme doğrultusunda (katmana dik doğrultuda) sıkı bir şekilde hapsedilirler. Bunların katmana dik doğrultuda hareket etme serbestliği vardır. Sonuç olarak, yarıiletken cihazlar için kullanılan malzemenin yapısı önemlidir ve elektrik alan modlarına etki eder.

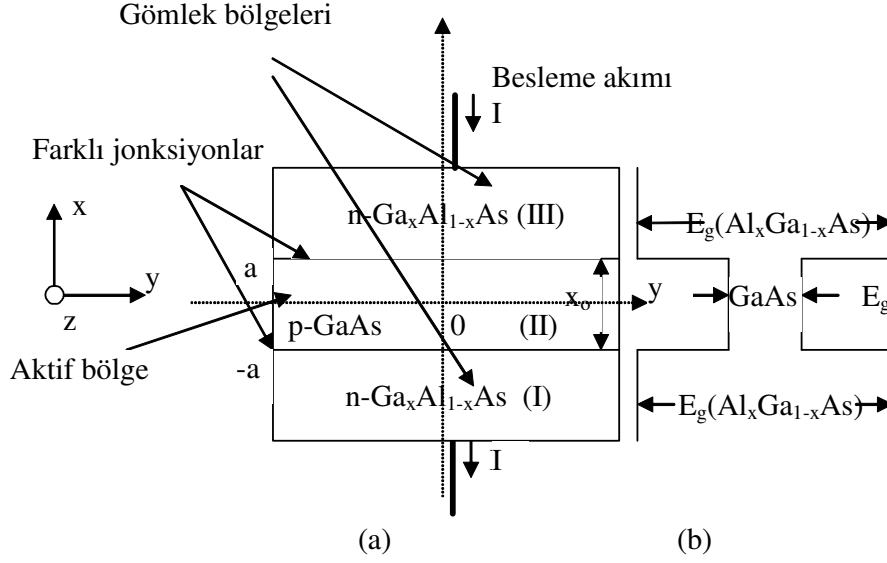
Dielektrik dilimle kılavuzlanan dalganın davranışı, aktif bölgeyi örten geniş bantlı yarıiletken gömlek bölgesi içinde anlamlı bir şekilde sönümlü alanların meydana gelmesine sebep olur. Bu sönümlü alanlar cihaz içinden akan gücün korunumu açısından önemlidir. Optik alan ve taşıyıcıların fonksiyonlarının belirlenmesi açısından bir çok yapılar geliştirilmiştir. Tabakaların malzeme kompozisyonu öyle seçilir ki, Şekil 1'de görüldüğü gibi, optik alan  $2a$  kalınlıklı merkezî bölgenin bir başından bir başına yayıldığında, elektron ve delikler sâdece bu  $2a$  kalınlıklı ve büyük kırılma indisi aktif bölge içinde bir araya gelsinler. Eğer  $2a$  kalınlığı küçülürse, bir kuantum çukurunda görüldüğü gibi, eşik akımı daha da küçülür. Aynı hacim içine mümkün olduğu kadar birbirine yakın olarak hapsedilebilen optik alan ve yüklü taşıyıcıların hapsedilmeleri ve taşıyıcıların yatay olarak ve aynı zamanda düşey olarak hapsedilme zorunluluğu yüksek bir verim sağlar.

Hapsedicilik faktörü, diyot lazerleri gibi, lazerlerin modellenmesinde önemli özel bir parametredir. Onun önemi, optik güç seviyelerinin geniş bir sahâsı içinde değişmeden kalan hapsedicilik faktörünün değeri açısından ileri gelmektedir. Hapsedicilik faktörünün kullanılmasına ilişkin faydalı frekans bölgesi içinde onun değeri hemen hemen sâbittir. Bu büyüklük yarıiletken lazerler ve/veyâ optik dalga kılavuzları ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarının tasarımında kullanılan malzemeye çok bağlıdır ve ayrıca lazerler ve/veyâ

<sup>8</sup> Verdeyen, J.T., 1989, *Laser Electronics*, Prentice Hall, London.

basamak kırılma indisli optik dalga kılavuzları ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurları gibi yarıiletken cihazlarda kazanca etki eder<sup>9</sup>.

İlk olarak hapsedicilik faktörü için faydalı bir yaklaşım Botez tarafından elde edilmiştir<sup>10</sup>. Simetrik bir dalga kılavuzunun temel modu için uzak alan emisyon deseni Botez ve Herskowitz tarafından verilmiştir<sup>11</sup>.



Şekil 1 Çift farklı jonksiyonlu bir lazer için elektronik enerji-bant diyagramı,  
(a) Aktif bölge ve gömlek bölgeleri (b) Enerji-bant diyagramı

### 11.3. Yarıiletken Lazerler ve/veyâ Planar Dalga Kılavuzlarının ve Dikdörtgen Kesitli Kuantum Çukurlarında İlişkin Alanların Önemi

Yukarıda da bahsedildiği gibi, basamak kırılma indisli yarıiletken lazerler ve/veyâ optik dalga kılavuzları ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarının temel yapı bölgeleri de aktif bölge ve gömlek bölgelerinden meydana gelmektedir. Her ne kadar daha önceki bölümlerde anlatılmış olsa bile, bu yarıiletken cihazlar için de alan denklemleri ile ilgili bilgilerin yeniden kısaca gözden geçirilmesinde fayda olacaktır.

Z doğrultusunda yayılan aktif bölge ve gömlek bölgelerinde enine elektrik alan dalgalarının y doğrultusundaki değişimleri ihmal edilirse<sup>12</sup>, dalgaların x doğrultusundaki değişimleri

<sup>9</sup> Botez, D., 1978, *IEEE J. Quantum Electron*, QE-14 p 230-232.

<sup>10</sup> Botez, D. and Herskowitz, J. G., 1980, *Proc. IEEE* **68** p 689-880.

<sup>11</sup> Buck, J.A., 1994, *Fundamentals of Optical Fibers*, (New York : John Wiley and Sons Inc.).

<sup>12</sup> Verdeyen, J.T., 1989, *Laser Electronics*, Prentice Hall, London.



$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + n_1^2(x,y)k_0^2 - \beta_z^2 \right] E_{y_1}(x) = 0 \rightarrow \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_{y_1}(x) = [\beta_z^2 - n_1^2(x,y)k_0^2] E_{y_1}(x) \quad (1)$$

denklemini sağladığı ve

$$\alpha_1^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_1}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_1^2, \quad \alpha_{II}^2 = \left(\frac{\omega n_{II}}{c}\right)^2 - \beta_z^2 = k_{II}^2 - \beta_z^2, \quad \alpha_{III}^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_{III}}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_{III}^2, \quad (2)$$

$$k_1 = \frac{\omega n_1}{c} = k_0 n_1, \quad k_{II} = \frac{\omega n_{II}}{c} = k_0 n_{II}, \quad k_{III} = \frac{\omega n_{III}}{c} = k_0 n_{III}$$

$$k = \frac{\omega n}{c}, \quad k_0 = |\mathbf{k}_0| = \omega/c = 2\pi/\lambda_0$$

$$\alpha_{III}^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_{III}}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_{III}^2.$$

tanımları ve ayrıca Şekil 1'de  $|x| \rightarrow \infty$  için gömlek bölgelerindeki alanların söndüğü ve aktif bölgedeki alanın hapsedildiği, asimetrik bir dalga kılavuzdaki  $n_1$  ya da  $n_{III}$  kırılma indislerinin simetrik bir dalga kılavuzda  $n_{I,III}$  indisine eşit alındığı, elde edilen böyle bir simetrik dalga kılavuzunda  $k_1$  ya da  $k_{III}$  dalga numaralarının  $k_{I,III}$  ile temsil edildiği,  $\alpha_1$  or  $\alpha_{III}$  propagasyon sâbitinin  $\alpha_{I,III}$  olduğu, aktif bölgede  $\beta_z \langle k_{II}$  ve gömlek bölgelerinde  $k_{I,III} \langle \beta_z$  olduğu ve böylece  $k_{I,III} \langle \beta_z \langle k_{II}$  or  $k_0 n_{I,III} \langle \beta_z \langle k_0 n_{II} \rightarrow n_{I,III} \langle n_{eq} \langle n_{II}$  sonucuna varıldığı, bunun da  $c/n_{I,III} \langle v_p \rangle c/n_{II}$  olduğu, burada  $n_{eq} = \beta_z/k_0$  büyüklüğüne normalize indis ve ya da eşdeğer indis ve  $\alpha_{II}$ 'ye mekan frekansı (spatial frequency) da dendiği,  $n_{I,III} \langle n_{eq} \langle n_{II}$  şartının (2) denklemlerinin sağ taraflarını reel yaptığı, frekans artarken  $k_0$  dalga numarasının büyüdüğü, dolayısıyla  $k_{II}$  ve  $k_{I,III}$  dalga numaralarının da büyüdüğü bilinmektedir.

Diğer taraftan  $E_{I,III} = E_I$  veyâ  $E_{III}$  alınarak simetrik dalga kılavuzunda dalga denkleminin

$$\frac{d^2}{dx^2} E_{y_{I,III}}(x) = \alpha_{I,III}^2 E_{y_I}(x), \quad \frac{d^2}{dx^2} E_{y_{II}}(x) = -\alpha_{II}^2 E_{y_{II}}(x) \quad (3)$$

olarak daha da basitleştirildiği, bu şartlar altında gömlek ve aktif bölgelerdeki elektrik alan ifâdelerinin,  $a_I$ ,  $a_{II}$ ,  $a_{III}$  ve  $b_{II}$  genlikleri göstermek üzere,

$$E_{y_I} = a_I \exp[\alpha_I(x+a)], \quad (4)$$

$$E_{y_{II}} = a_{II} \cos \alpha_{II} x + b_{II} \sin \alpha_{II} x = A \cos(\alpha_{II} x - \theta), \quad (5)$$

$$E_{y_{III}} = a_{III} \exp[-\alpha_{III}(x-a)] \quad (6)$$

$$A = \sqrt{a_{II}^2 + b_{II}^2}, \quad \theta = \arctan b_{II}/a_{II}, \quad a = x_0/2 \quad (7)$$

ÖLÜM XI

NORMALİZE PROPAGASYON SÂBİTİ  
VE  
HAPSEDİCİLİK FAKTÖRÜ

olduğu  $b_{II}=0$  için, çift fonksiyonlu alanın,  $a_{II}=0$  için tek fonksiyonlu alanın elde edildiği bu alanların Şekil 1'deki kılavuz geometrisinin sınır şartları uygulandığında

$$E_{yI} = A \cos(\alpha_{II} a + \theta) \exp[\alpha_I(x + a)], \quad A_I = A \cos(\alpha_{II} a + \theta)$$

ya da

$$E_{yI} = A_I \exp[\alpha_I(x + a)], \quad (8)$$

ve

$$E_{yII} = A \cos(\alpha_{II} x - \theta) \quad (9)$$

ve

$$E_{yIII} = A \cos(\alpha_{II} a - \theta) \exp[-\alpha_{III}(x - a)], \quad A_{III} = A \cos(\alpha_{II} a - \theta)$$

Veyâ

$$E_{yIII} = A_{III} \exp[-\alpha_{III}(x - a)], \quad (10)$$

olduğu  $A_I$  ve  $A_{III}$  sâbitlerinin verilen  $\alpha_{II}$  ve  $2a$  aktif bölge genişliği için belirlenmiş olduğu, bundan başka  $A$  sâbitinin ise, aktif bölgedeki alanın

$$\int_{-a}^a E_{yII} E_{yII}^* dx = \int_0^{2a} E_{yII} E_{yII}^* dx = 1 \quad (11)$$

ile normalize edilmesi sonunda

$$A = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\alpha_{II}a + \sin(2\alpha_{II}a)\cos 2\theta}} \quad (12)$$

$$\theta = (1/2) \arctan[\alpha_{II}(\alpha_I - \alpha_{III}) / [\alpha_{II}^2 + \alpha_I \alpha_{III}]] \quad (13)$$

olarak bulunduğu  $\theta=0$  ve  $\theta=90^\circ$  ve sonuç olarak çift ve tek fonksiyonlu çözümlerde bunun, sırasıyla,

$$A = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\alpha_{II}a + \sin(2\alpha_{II}a)}} = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\zeta + \sin\zeta}}, \quad B = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\alpha_{II}a - \sin(2\alpha_{II}a)}} = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\zeta - \sin\zeta}}, \quad (14)$$

olarak elde edildiği ve sonunda belirlenmiş  $\alpha_{II}$  ve  $2a$  genişliği için  $A_I$ ,  $B_I$ ,  $A_{III}$  and  $B_{III}$  birer sâbiti göstermek üzere, yariletken lazerler ve/veyâ optik dalga kılavuzlarında çift ve tek fonksiyonlu alanların

$$E_{yI} = A_I \exp[\alpha_I(x + a)], \quad A_I = A \cos(\alpha_{II} a) = A \cos\zeta \quad (15)$$

ÖLÜM XI

NORMALİZE PROPAGASYON SÂBİTİ  
VE  
HAPSEDİCİLİK FAKTÖRÜ

$$E_{y_{II}} = A \cos(\alpha_{II} x) \quad (16)$$

$$E_{y_{III}} = A_{III} \exp[-\alpha_{III}(x-a)], \quad A_{III} = A \cos(\alpha_{II} a) = A \cos \zeta \quad (17)$$

ve

$$e_{y_I} = B_I \exp[\alpha_I(x+a)], \quad B_I = B \sin(\alpha_{II} a) = B \sin \zeta \quad (18)$$

$$e_{y_{II}} = A \sin(\alpha_{II} x) \quad (19)$$

$$e_{y_{III}} = B_{III} \exp[-\alpha_{III}(x-a)], \quad B_{III} = B \sin(\alpha_{II} a) = B \sin \zeta \quad (20)$$

biçiminde elde edileceği, **E** elektrik alan vektörünün, **H** manyetik alan vektörünün rotasyonel ilişkisinden doğan manyetik alan bileşenlerinin<sup>13</sup> de

$$H_{z_I} = A(\alpha_I / j\omega\mu_o) \cos(\alpha_{II} a + \theta) \exp[\alpha_I(x+a)], \quad H_{z_{II}} = -A(\alpha_{II} / j\omega\mu_o) \sin(\alpha_{II} x - \theta),$$

$$H_{z_{III}} = -A(\alpha_{III} / j\omega\mu_o) \cos(\alpha_{II} a - \theta) \exp[-\alpha_{III}(x-a)]$$

olarak bulunabileceği, bu alanların da Şekil 1'deki kılavuz geometrisinin sınır şartları uygulandığında

$$\alpha_I / \alpha_{II} = \eta_I / \zeta_{II} = \tan(\alpha_{II} a + \theta) = \tan(\zeta + \theta),$$

$$\alpha_{III} / \alpha_{II} = \eta_{III} / \zeta_{II} = \tan(\alpha_{II} a - \theta) = \tan(\zeta - \theta) \quad (21)$$

öz değer denklemini verdiği, burada  $\theta$ 'nın  $m\pi/2$  olduğu,  $m$ 'in mod numarasını gösterdiği bunun çift fonksiyonlu alanlarda  $m=1, 3, 5, \dots$  olarak ve tek fonksiyonlu alanlarda  $m=0, 2, 4, \dots$  olarak alındığı bilinmektedir.

#### 11.4. Yarıiletken Basamak Kırılma İndisli Optik Dalga Kılavuzları, Lazer ve/veyâ Dikdörtgen Kesitli Kuantum Çukurlarında Aktif Bölgede Alan Dalgasının Işın Tasviri

Kılavuz içinde bir ışık oluşturan  $E_{y_{II}}$  sinüzoidal elektrik alanı, aktif bölgede bir yayılım modu oluşturur. Gömlek bölgelerindeki  $E_{y_{III}}$  alanı ise, bir sonümlü alandır. Işık aktif bölge boyunca tam yansıma altında yayılırken, Şekil 2(a)-1'de görüldüğü gibi, alt ve üst ara yüzeylerinden yansır. Bu yansıma,  $\theta_c$  kritik açıyı göstermek üzere,  $\theta_i > \theta_c$  ise olur. Yayılımı sağlamak için verilen dalga boyu, aktif bölge kalınlığı ve seçilen kırılma indisleri için  $\theta_{II}$  açısının sâdece muayyen bir değeri sağlanır.  $\theta_c$  kritik açısının  $\theta_c = \arcsin(n_{III}/n_{II})$  ile verildiği bilinmektedir. Şu da açık olarak bilinmektedir ki, eğer  $n_{II} > n_{III}$  ise bu şart sağlanır.

<sup>13</sup> Temiz, M., 2001, The effects Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes, (Journal of ) Laser Physics, Vol.11, No:3, pp.297-305.

Şekil 2(a)-1’de görülen  $k_u$  ve  $k_d$ , sırasıyla yukarı yönlü ve aşağı yönlü dalga numaralarını gösterir.

Şekil 2(a)-3, aktif bölgedeki kırılma indisi profilini gösterir. Meselâ, profil üzerindeki üç nokta Şekil 2(a)-2’de görüldüğü gibi, aktif bölgedeki üç noktaya karşı düşen (tekâbülden) dalga vektörlerini tanımlarlar. Böylece, bir dalga vektörü, aktif bölgedeki bir noktaya karşı düşer. Dikkat edilmelidir ki, aktif bölgede  $j$ . noktadaki kırılma indisi, sırasıyla verilen  $\alpha_j = k_j \cos \theta_j$ ,  $\beta_{zj} = k_j \sin \theta_j$ ,  $j=1,2,3,\dots$ -ki burada  $k_j = k_0 n_j$ ’dir-formüllerine göre, bir  $\alpha_j$  mekan frekansı ve  $\beta_j$  faz sâbiti tanımlar.  $j$ , aktif bölgede propil üzerinde kırılma indisindeki noktalara karşı düşen noktaları gösterir.

Optik alan frekansı  $f$  sâbitse, aktif bölgede  $j$ . nokta için kırılma indisi  $n_j$  olarak verilir. O zaman  $j$ . noktanın kırılma indisinin değeri,  $k_0 = 2\pi f/c$  boşluğun dalga sayısı olmak üzere,  $k_j = k_0 n_j$  olarak bir dalga sayısı tanımlar. Böylece Şekil 2(a) dikkate alınarak,  $\alpha_j^2 = k_j^2 - \beta_j^2$ ,  $j=1,2,3,\dots$ , formülünün aktif bölgedeki her bir nokta için (2)’deki  $\alpha_{ii}^2 = k_{ii}^2 - \beta_{zii}^2$  denklemi ile uyumlu olduğu görülür. Burada  $j$  ve  $n_j$  sırasıyla aktif bölgedeki noktaları ve bu noktalardaki kırılma indislerini gösterir.

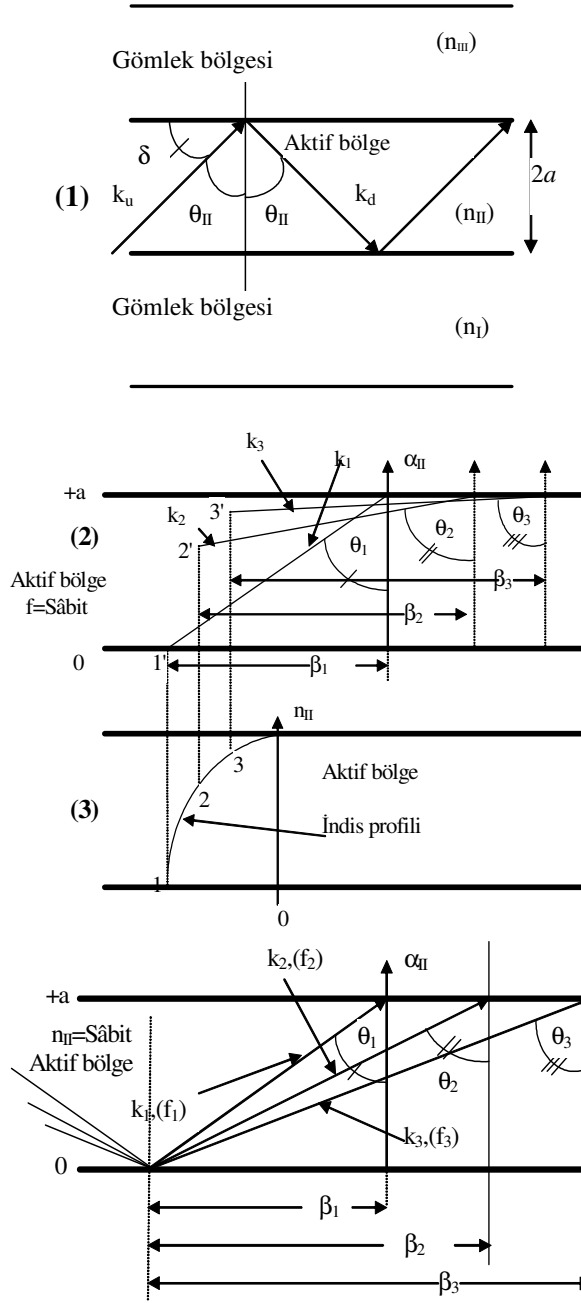
Eğer aktif bölgede  $n_{ii}$  kırılma indisi sâbit ise ve  $f_i$  frekansı değişirse, o zaman her bir frekans  $k_i = k_0 n_{ii}$  formülüne göre-ki burada  $k_0 = 2\pi f_i/c$ ’dir-bir dalga sayısı tanımlar. Böylece Şekil 2(b) dikkate alınarak,  $\alpha_i^2 = k_i^2 - \beta_i^2$ ,  $i=1,2,3,\dots$ , formülünün de aktif bölgedeki her bir nokta için (2)’deki  $\alpha_{ii}^2 = k_{ii}^2 - \beta_{zii}^2$  denklemi ile yine bir uyum sağladığı görülür.

Eğer aktif bölgede  $n_{ii}$  kırılma indisi sâbit ve  $f_i$  frekansı değişirse, o zaman  $f_i$  ile temsil edilen frekansların her birine karşı  $k_i = k_0 n_{ii}$ -burada  $k_0 = 2\pi f_i/c$ ’dir-olarak bir dalga sayısı tanımlanır. Bu sûretle, Şekil 2(b)’yi göz önünde bulundurarak,  $\alpha_i^2 = k_i^2 - \beta_i^2$ ,  $i=1,2,3,\dots$ , ifâdesinin de aktif bölgedeki her bir nokta için (2)’deki ilgili denklemle uyduğu görülür. Burada  $f_i$  ve  $k_0$ , sırasıyla, aktif bölgede her  $i$ . noktaya karşı düşen frekans ve serbest uzay dalga numarasını gösterir.

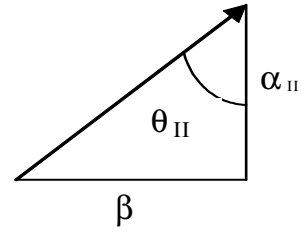
Her  $f_i$  frekansı, bir  $k_0$ , serbest uzay dalga sayısı tanımlar. Bu sûretle, aktif bölgedeki her nokta için  $k_{iii} = n_{iii} k_0$  şeklinde bir dalga sayısı meydana gelir. Böylece frekans,  $\alpha_{iii} = k_{iii} \cos \theta_i$ ,  $\beta_j = k_{iii} \sin \theta_i$ , eşitliklerine göre, aktif bölgede  $\beta_{ii}$  faz sâbiti ve  $\alpha_{ii}$  mekan frekansına etki eder. Sonuç olarak, aktif bölgede sâbit bir frekans için indis profili üzerinde bir noktadan bir noktaya kırılma indisinin değişimi veyâ sâbit bir kırılma indisi için frekansın değişimi sebebiyle, dalga vektörleri de bir noktadan bir noktaya değişir. Her iki halde de aktif bölgedeki her bir nokta için (2) şartı sağlanır. Frekanstaki bir artma  $k_0$ ,  $k_{ii}$ ,  $k_{iii}$  dalga vektörlerini,  $m$  mod numarasını,  $V$  normalize frekansını ve  $\theta_{ii}$  ışın açısını artırır. Dikkat edilmelidir ki,  $\alpha_{ii}$  artarken  $\beta_z$ ,  $\alpha_{ii}^2 = k_{ii}^2 - \beta_{zii}^2$ ’ye göre azalır.

Şekil 2(a)-1’de  $\delta = \arcsin n \lambda_0 / 2a = \arcsin \lambda_0 / \lambda_{oc}$ ,  $n=1,2,3,\dots$ , açısı-ki burada  $\lambda_0$  ve  $\lambda_{oc}$ , ışının, sırasıyla, kılavuz dışındaki dalga boyu ve kılavuz içinde kesim dalga boyudur-dış ortamdan dalga kılavuzu içine gelen ışının giriş açısıdır<sup>14</sup>.

<sup>14</sup> Kraus, J.D., and Carver, K.R., 1973, *Electromagnetic*, (2.nd ed.) , (McGraw-Hill. Inc., USA.).



Şekil 2(b) Sâbit indis ve değişen frekanslar için ışın geometrisi ve trigonometrik ilişkiler.



$$\alpha_1 = k_1 \cos \theta_1, \quad \beta_1 = k_1 \sin \theta_1$$

$$\alpha_2 = k_2 \cos \theta_2, \quad \beta_2 = k_2 \sin \theta_2$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\alpha_j = k_j \cos \theta_j, \quad \beta_j = k_j \sin \theta_j$$

$$\alpha_j^2 = k_j^2 - \beta_j^2, \quad k_j = k_0 n_j$$

$$j = 1, 2, 3, \dots$$

Şekil 2(a) Değişen indis ve sâbit frekanslar için ışın geometrisi ve trigonometrik ilişkiler

$$\alpha_1 = k_1 \cos \theta_1, \quad \beta_1 = k_1 \sin \theta_1$$

$$\alpha_2 = k_2 \cos \theta_2, \quad \beta_2 = k_2 \sin \theta_2$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\alpha_i = k_i \cos \theta_i, \quad \beta_i = k_i \sin \theta_i$$

$$\alpha_i^2 = k_i^2 - \beta_i^2,$$

$$k_i = k_0 n_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

### Sorular:

1) Şekil 1'de yarıiletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzlarının tabakaları görülmektedir. Tabakalarda yayılan elektrik dalgasının sağladıkları Schrödinger dalga denklemini ve bu elektrik alan ifâdelerini yazınız.

- 2) Yarıiletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzları için seçilen malzemenin dalga yayılımı üzerindeki etkisi nedir?
- 3) Kuantum çukurlarının avantajları nedir?
- 4) Hapsediciliğin önemini açıklayınız.
- 5) Aktif bölgenin genişliği küçülürse ne olur?
- 6) Çukur potansiyeli yok iken ve çukur potansiyelinin mevcûdiyeti hâlinde enerji öz değerlerini yazınız.
- 7) Aktif bölgede hapsedilmiş ve kuantize olmuş taşıyıcıların aktif bölgedeki alan değişimleri ve durum yoğunluklarının değişimi nasıldır?
- 8) Ayrılmış optik hapsedici farklı yapıları katman-separate (optical) confinement-heterostructure (SCH) layers-nedir?
- 9) Hapsedicilik faktörünün geometrik anlamını açıklayınız.
- 10) Normalize propagasyon sâbitinin, ( $\alpha$ ), normalize frekansın, ( $V$ ), büyük ve küçük değerine ilişkin değişimleri çiziniz.
- 11) Aktif bölgeden gömlek bölgesine geçen gücün, aktif bölge gücüne oranını bulunuz ve  $\alpha$ 'ya göre değişimini çiziniz.
- 12) Aktif bölgeden gömlek bölgesine geçen gücün, giriş gücüne oranını bulunuz ve  $\alpha$ 'ya göre değişimini

**Cevaplar:**

- 1) X doğrultusunda yayılan dalga denklemlerine âit Schrödinger dalga denklemi

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dx^2} + V_o \right] E_y(x) = E_n E_y(x) \rightarrow \frac{d^2 E_y(x)}{dx^2} = -\frac{2m^*}{\hbar^2} [V_o - E_n] E_y(x)$$

$\hbar = h/2\pi$

olup bunun bölgeler için daha da basitleştirilmiş şekli

$$\frac{d^2 E_{y_{I,III}}(x)}{dx^2} = \alpha_{I,III}^2 E_{y_{I,III}}(x), \quad \frac{d^2 E_{y_{II}}(x)}{dx^2} = -\alpha_{II}^2 E_{y_{II}}(x), \quad (22)$$

olarak verilir Bu son denklemlerin (3)'deki denklemler ile karşılaştırılmasından  $i=II$  için aktif bölgede ve  $i=I,III$  için gömlek bölgelerindeki  $E_{y_i}(x)$  enine elektrik alanlarının yayılım sâbitlerinin sırasıyla

$$\alpha_{II}^2 = 2m^*/\hbar^2 [V_o - E_n] = [n_{II}^2(x, y)k_o^2 - \beta_z^2] \quad (23)$$

ve  $V_o=0$  için

$$\alpha_{I,III}^2 = 2m^*E_n/\hbar^2 = [\beta_z^2 - n_{I,III}^2(x, y)k_o^2]$$

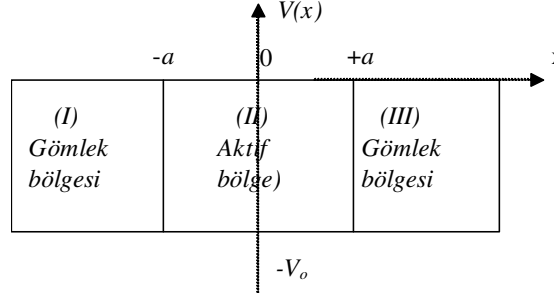
olduğu görülür. Gerekli elektrik alan denklemleri aktif bölgede  $V_o \neq 0$  için

$$E_{y_{II}}(x) = a_{II} \cos \alpha_{II} x + b_{II} \sin \alpha_{II} x, \quad \lambda = 2\pi/\alpha_{II} = h/\sqrt{2m^* (V_o - |E_n|)} \quad (25)$$

olarak ve (10), (20) ve (24) denklemleri de dikkate alınarak, gömlek bölgelerinde  $V_o=0$  için

$$E_{y_{I,III}}(x) = A_{I,III} e^{-\alpha_{I,III} x} \quad (26)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $A_{i,iii}=A_i$  ya da  $A_{iii}$  olduğu hatırlanmalıdır.



Şekil 3 Yariletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzlarının tabakaları: (a) Aktif bölge, (b) Gömlek bölgeleri

2) Yariletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzları için seçilen malzemenin dalga yayılımı üzerindeki etkisini görebilmek için bir propagasyon sâbiti olan  $\alpha_n$  mekan frekansının,  $V_0$  çukur potansiyelinin meydana getirilmesi dolayısıyla, malzemenin kırılma indisine ve yüklü taşıyıcıların efektif kütlelerine ve aynı zamanda  $\alpha_{i,iii}$  propagasyon sâbitin de enerji öz değerine ve de yine yüklü taşıyıcıların efektif kütlelerine bağlı olduklarını görmek gerekir. Bunların anlamı şudur: Yariletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzları için seçilen malzeme, elektrik alan dalgalarının üzerinde oldukça etkili olur.

Sonuç olarak, bölgelerin propagasyon sâbitleri, seçilen malzemenin elektron ve kırılma indisi gibi yapısal özelliklerinin bir fonksiyonudurlar.

3) Kuantum çukurlarının avantajlarını anlamak için kuantum çukurları bulunan bir malzeme ile çukursuz malzemenin karşılaştırılması gerekir.

Kuantum çukurlarında inversiyona ulaşmak için daha az enerjili durumlai gerekir. Bu sûretle, gerekli eşik akımı azaltılmış olur. Fakat eğer tek bir enerji seviyesi doldurulursa, kendiliğinden emisyonun spectral genişliği ve dolayısıyla kazanç, çukursuz malzemeye göre, çok daha küçük kalır. Dolayısıyla, yüksek performanslara çıkmak için çoklu kuantum çukurları kullanılır.

4) Aktif bölgede elde edilen iyi bir hapsedicilik, popülasyon inversiyonun kolay olmasını sağlar.

5) Aktif bölgenin genişliği küçülürse, kuantum boyut eskisi doğar. Geleneksel cihaz boyutları elektronun dalga boyundan çok büyüktür. Bu durum, elektron enerji ve dalga boyları tarafından meydana getirilen sürekli bir bant için gerekli ayrık enerji seviyelerini verir.

Geleneksel farklı yapıların bant diyagramında elektron ve delikler, aktif bölge bant aralığı ve gömlek bölgesi bant aralıkları arasındaki enerji seviyelerinde bulunurlar. Aktif bölge genişliği bir kere 20 nm'ye kadar küçülürse ve özellikle daha küçük boyutlarda ya da çift farklı yapı bir aktif bölge kalınlığı Broglie dalga boyuna kadar küçülürse, kuantum boyut etkisi meydana gelir<sup>15,16</sup>. Bu durumda müsaade edilen enerji seviyeleri iletim ve

<sup>15</sup> Batey, J. Wright, S. L., 1986, Energy band alignment in GaAs: (Al,Ga)As hetrostructure: The dependence on alloy composition, J. Appl. Phys., Volume 59, Number 1, p 200.

valans bantları arasında kuantize olur. Bu etki iletim ve valans bant uçları tarafından meydana getirilen sonlu potansiyel çukuruna hapsedilmiş taşıyıcıların özelliklerinden doğar.

6) Çukur potansiyeli yok iken ve çukur potansiyelinin mevcûdiyeti hâlinde enerji öz değerlerini yazmak için önce çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarını yazalım.

Çukur potansiyeli yok iken ( $V_o=0$ ), çift ve tek fonksiyonlu elektrik alan ifâdeleri rijit iki duvar arasındaki dalgalar gibidirler:

$$\begin{aligned} E_{y_n}(x) &= a_n \cos(n\pi x/2a), (n \text{ tek}) \\ E'_{y_n}(x) &= a_n \sin(n\pi x/2a), (n \text{ çift}). \end{aligned} \quad (27)$$

Bu alanlara âit enerji öz değeri çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanları için

$$E_n = n^2 \pi^2 \hbar^2 / 8m^* a^2 \quad (28)$$

olarak verilir<sup>17</sup>. Çukur potansiyelinin mevcûdiyeti hâlinde ( $V_o \neq 0$ ) (23), (25) ve (27)'den mekan frekansı ve enerji öz değeri

$$\begin{aligned} \alpha_n &= [2m^* / \hbar^2 (V_o - E_n)]^{1/2} = n\pi/2a \\ E_n &= V_o - n^2 \pi^2 \hbar^2 / 8m^* a^2 \end{aligned} \quad (29)$$

olarak bulunur. Görüldüğü gibi enerji öz değeri çukur potansiyelinin bir fonksiyonudur.

7) Aktif bölgede hapsedilmiş ve kuantize olmuş taşıyıcıların aktif bölgedeki alan değişimleri ve durum yoğunluklarının değişimi aşağıdaki şekillerde görülmektedirler:

Kuantum çukuru içindeki taşıyıcıların hareket doğrultuları, Şekil 4'te görüldüğü gibi, çukura dik olan enerji seviyelerinde kuantize olmuştur. Öyle ki bunlar, Şekil 5'te görüldüğü gibi, yeni alt enerji bantlarına sâhip merdiven basamakları şeklindedirler. Bant aralığı mühendisliğinde  $2a$  boyutunun seçimiyle taşıyıcıların durum tasarımı yapılabilir. Enerji,  $E_i = \hbar^2 \pi^2 / (8m^* a^2)$  formülüne göre çukur genişliğine bağlıdır. Kalınlık azaldıkça enerji büyümektedir.  $E_i = \hbar^2 \pi^2 / (8m^* a^2)$  enerjisinin  $E_c$  uç enerjisinden büyük olduğu da şekilden görülmektedir. Enerji ve hapsedilmiş taşıyıcılara karşı düşen enerji seviyeleri,  $V_o$  çukur potansiyeline, çukur için seçilen malzemeye de bağlıdır<sup>18,19</sup>.

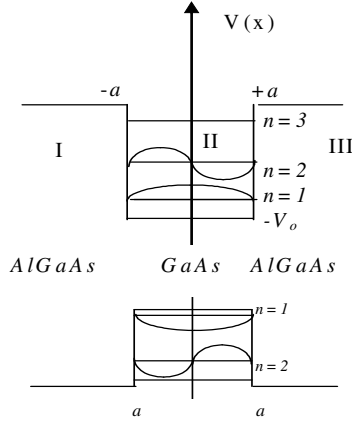
<sup>16</sup> Molenkamp, L. W. and et al., 1988, *J. Appl. Phys. Rev.*, B, p 4314.

<sup>17</sup> Schiff, L. I., 1982, *Quantum Mechanics*, McGraw-hill Book Comp., Tokyo.

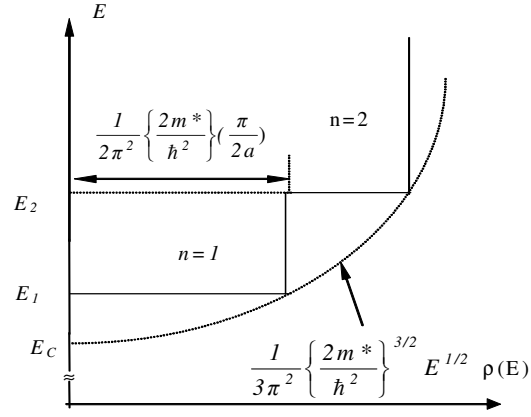
<sup>18</sup> Batey, J. Wright, S. L., 1986, Energy band alignment in GaAs: (Al,Ga)As hetrostructure: The dependence onl alloy composition, *J. Appl. Phys.*, Volume 59, Number 1, p 200.

<sup>19</sup> Molenkamp, L. W. and et al., 1988, *J. Appl. Phys. Rev.*, B, p 4314.





Şekil 4 AlGaAs /GaAs/AlGaAs kuantum çukurunda enerji-bant diyagramı ve elektron ve deliklere âit çift fonksiyonlu ( $n=1$ ) ve tek fonksiyonlu ( $n=2$ ) alanların değişimleri.



Şekil 5  $d_{qw}=2a$  kalınlıklı bir kuantum çukurunda taşıyıcıların durum yoğunluğu

8) 'Ayrılmış optik hapsedici farklı yapı katman' hapsedicilik faktörünü büyütmek için kullanılan bir konstrüksiyondur.

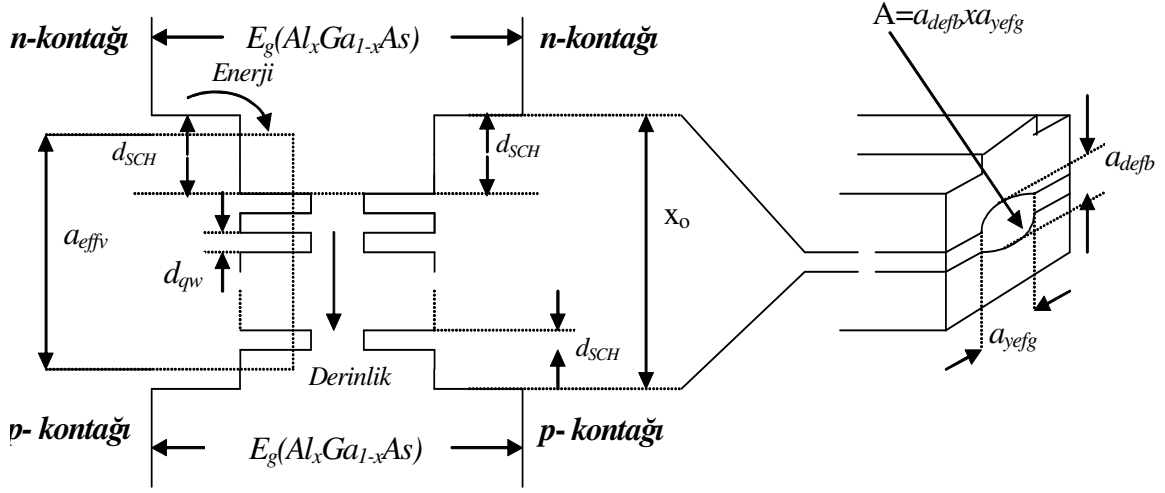
Bu yapı, elektronların aktif bölgeden kaçmalarını önlemek ve böylece hapsedicilik faktörünü büyütmek için kullanılır ve ışığın kılavuzlanmasına yardım eder. Böylece, taşıyıcıların aktif bölgede kalmaları daha fazla sağlanmış olur<sup>20</sup>.

Şekil 6'da kuantum çukurları ve aktif bölgedeki  $d_{SCH}$  uzunluğu görülmektedir. Noktalı çizgiler aynı doğrultuda gereği kadar kuantum çukurunun alınacağını gösterir. Bununla beraber, teori ve deney sonuçlarından görülmüştür ki, tekli-kuantum çukurlu bir lazer, çok düşük eşik akımları ve eşik akım yoğunluklarına hâkim olabilmektedir.

Şekil 6'da görüldüğü gibi, aktif bölgedeki kuantum çukurları ve malzeme mühendisliği kazanç saturasyonunu ciddi şekilde etkiler.  $d_{SCH}$  uzunlukları, taşıyıcılarının kuantum çukurları içine hızla girebilmelerini sağlamak için küçük tutulmalıdır. Taşıyıcıları kontaklardan kuantum çukurlarına taşımak için gerekli zaman, taşıyıcının difüzyon zamânı ile ayrı hapsedici bölgeler arasındaki zamân ve kuantum çukurunun karakteristik yakalama zamanının toplamıdır<sup>21</sup>.

<sup>20</sup> Tsai, C., Tsai, C. Y., Lo, Y. H., and et al., 1995, *Nonlinear Gain coefficients in Semiconductor Quantum-Well Lasers: Effects of Carrier Diffusion, Capture, and Escape*, IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, Vol. 1, No. 2, June.

<sup>21</sup> Tsai, C., Tsai, C. Y., Lo, Y. H., and et al., 1995, *Nonlinear Gain coefficients in Semiconductor Quantum-Well Lasers: Effects of Carrier Diffusion, Capture, and Escape*, IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, Vol. 1, No. 2, June.

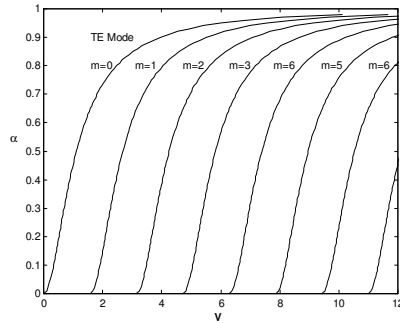


Şekil.6 Bir kuantum çukurunda aktif bölgede taşıyıcıların enerji-derinlik bant diyagramı

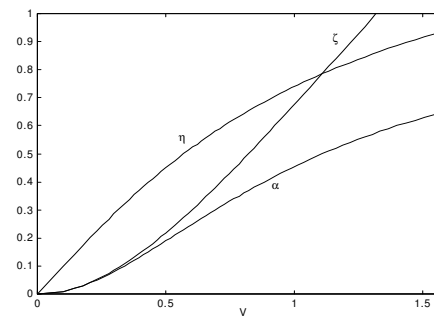
9) Hapsedicilik faktörünün geometrik anlamını açıklamaya çalışalım:

Optik alan tarafından işgal edilen Şekil 6'daki A alanı,  $A=a_{defb}a_{yefg}$  olacak şekilde, dikey efektif boyu ( $a_{defb}$ ) ile yatay efektif genişlik ( $a_{yefg}$ ) büyüklüğünün çarpımından oluşur. Hapsedicilik faktörü ise,  $\Gamma=a_{defb}/a_{yefg}$  şeklinde, dikey efektif boyunun, ( $a_{defb}$ ), yatay efektif genişliğine, ( $a_{yefg}$ ) oranı olarak tanımlanır<sup>22</sup>. Eğer  $m_{qw}$  ve  $\Gamma_{qw}$  sırasıyla, kuantum çukurlarının sayısı ve çukur başına hapsedicilik faktörü ise, aktif bölgenin efektif toplam kalınlığı  $a_{effv}=m_{qw}d_{qw}$  ve kuantum çukuruna âit modun hapsedicilik faktörü  $\Gamma=m_{qw}\Gamma_{qw}$  olur.

10) Normalize progasyon sâbitinin, ( $\alpha$ ), normalize frekansın, ( $V$ ), büyük ve küçük değerine ilişkin değişimleri Şeki 7'de görülmektedir.



(a)  $TE_m$  moduna âit  $\alpha-V$  diagramı



(b)  $V < 1.57$  değerleri için  $\alpha$ ,  $\zeta$  ve  $\eta$  parametrelerinin değişimi

Şekil 7 Tek ve çok modlu alanlarda normalize progasyon sâbitinin değişimleri

<sup>22</sup> Carroll, J., Whiteaway, J., and Plumb, D., 1998, *Distributed feedback semiconductor lasers*, The Institution of Electrical and Engineers SPIE Optical Engineering Press, (London), p 12.

11) Aktif bölgeden gömlek bölgesine geçen gücün, aktif bölge gücüne oranını bulmak için önce

$$P = \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} [E_x H_y^* - E_y H_x^*] dx \quad (37)$$

güç ifâdesinden başlamakta fayda vardır.

Aktif bölgedeki güç  $P_{II}$  ve gömlek bölgelerine geçen güçlerin toplamı  $P_{I+III}$  ile gösterilirse, bunlar sırasıyla,

$$P_{II} = \int_{-a}^a [E_{xII}(x)H_{yII}(x)^* - E_{yII}(x)H_{xII}(x)^*] dx$$

$$P_{I+III} = \int_{-\infty}^{-a} [E_{xI}(x)H_{yI}(x)^* - E_{yI}(x)H_{xI}(x)^*] dx + \int_a^{\infty} [E_{xIII}(x)H_{yIII}(x)^* - E_{yIII}(x)H_{xIII}(x)^*] dx$$

olarak verilir. Böylece, aktif bölgeden gömlek bölgesine geçen gücün, aktif bölge gücüne oranı

$$\frac{P_{I+III}}{P_{II}} = R = \frac{\int_{-\infty}^{-a} [E_{xI}(x)H_{yI}(x)^* - E_{yI}(x)H_{xI}(x)^*] dx + \int_a^{\infty} [E_{xIII}(x)H_{yIII}(x)^* - E_{yIII}(x)H_{xIII}(x)^*] dx}{\int_{-a}^a [E_{xII}(x)H_{yII}(x)^* - E_{yII}(x)H_{xII}(x)^*] dx}$$

olarak elde edilir.  $Z = -E_y/H_x \rightarrow H_{xI} = H_{xII} = \frac{\omega \mu b}{Z}$  empedans ilişkisinden<sup>23</sup> faydalanarak

$$R = \frac{\frac{1}{Z^e_{I}} \int_{-\infty}^{-a} [E_{yI}(x)E_{yI}(x)^*] dx + \frac{1}{Z^e_{III}} \int_a^{\infty} [E_{yIII}(x)E_{yIII}(x)^*] dx}{\frac{1}{Z^e_{II}} \int_{-a}^a [E_{yII}(x)E_{yII}(x)^*] dx}$$

$$= \frac{\frac{1}{Z^e_{I}} \int_{-\infty}^{-a} |E_{yI}(x)|^2 dx + \frac{1}{Z^e_{III}} \int_a^{\infty} |E_{yIII}(x)|^2 dx}{\frac{1}{Z^e_{II}} \int_{-a}^a |E_{yII}(x)|^2 dx}$$

şekline indirgenir. Simetrik bir dalga kılavuzu için  $Z^e_{I} = Z^e_{III} = Z^e_{I,III}$  olduğundan ve  $E_x = 0$  ile sırf TE modu için ifâde, simetrik dalga kılavuzları için  $E_{yI} = E_{yIII}$  olarak alınabileceğinden,

$$\frac{P_e}{P_{II}} = R = \frac{\frac{2}{Z^e_{I,III}} \int_{-\infty}^{-a} |E_{y_{I,III}}(x)|^2 dx}{\frac{1}{Z^e_{II}} \int_{-a}^a |E_{y_{II}}(x)|^2 dx} = \frac{Z^e_{II}}{Z^e_{I,III}} \frac{2 \int_{-\infty}^{-a} |E_{y_{I,III}}(x)|^2 dx}{\int_{-a}^a |E_{y_{II}}(x)|^2 dx} = \frac{Z^e_{II}}{Z^e_{I,III}} \frac{I_e}{I_{II}}$$

<sup>23</sup> Bhattacharya, B., 1997, *Semiconductor Optoelectronic Devices*, Prentice Hall, (New Jersey).

$$\begin{aligned} &= \frac{Z_{II}^e}{Z_{I,III}^e} \frac{\cos^2(\alpha_{II}x)}{\alpha_{I,III} [a + \sin(2\alpha_{II}x)/2\alpha_{II}]} = \frac{Z_{II}^e}{Z_{I,III}^e} \frac{2\zeta \cos^2 \zeta}{\eta(2\zeta + \sin 2\zeta)} = \frac{Z_{II}^e}{Z_{I,III}^e} \frac{I_{\ell}}{I_{II}} \\ \bar{R} &= \frac{I_{\ell}}{I_{II}} = \frac{2\zeta \cos^2 \zeta}{\eta(2\zeta + \sin 2\zeta)} = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} = \frac{1-\alpha}{2\sqrt{\alpha+\alpha}} \end{aligned}$$

ya da çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\frac{P_{\ell}^{\circ}}{P_{II}^{\circ}} = r = \frac{\frac{1}{Z_{I,-\infty}^{\circ}} \int_{-a}^a [E_{yI}^{\circ}(x)E_{yI}^{\circ}(x)^*] dx + \frac{1}{Z_{III}^{\circ}} \int_a^{\infty} [E_{yIII}^{\circ}(x)E_{yIII}^{\circ}(x)^*] dx}{\frac{1}{Z_{II}^{\circ}} \int_{-a}^a [E_{yII}^{\circ}(x)E_{yII}^{\circ}(x)^*] dx}$$

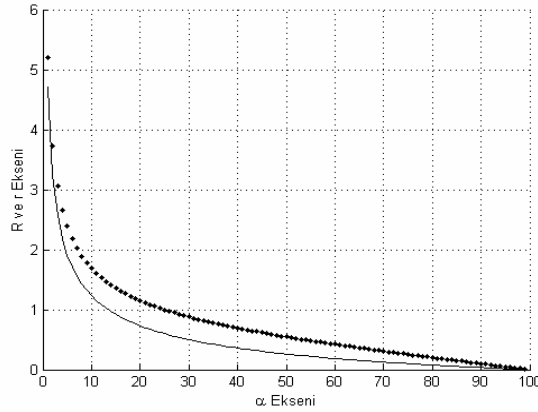
ile tanımlanırsa simetrik bir dalga kılavuzu için  $Z_{I}^{\circ}=Z_{III}^{\circ}=Z_{I,III}^{\circ}$  olduğundan

$$\frac{P_{\ell}^{\circ}}{P_{II}^{\circ}} = r = \frac{Z_{II}^{\circ}}{Z_{I,III}^{\circ}} \frac{\cos^2(\alpha_{II}x)}{\alpha_{I,III} [a - \sin(2\alpha_{II}x)/2\alpha_{II}]} = \frac{Z_{II}^{\circ}}{Z_{I,III}^{\circ}} \frac{2\zeta \cos^2 \zeta}{\eta(2\zeta - \sin 2\zeta)} = \frac{Z_{II}^{\circ}}{Z_{I,III}^{\circ}} \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha}$$

olur. Tek fonksiyonlu elektrik alanları için  $r$  oranı ise,

$$\frac{P'_{\ell}}{P'_{II}} = \frac{I'_{\ell}}{I'_{II}} = \bar{r} = \frac{\cos^2(\alpha_{II}x)}{\alpha_{I,III} [a - \sin(2\alpha_{II}x)/2\alpha_{II}]} = \frac{2\zeta \cos^2 \zeta}{\eta(2\zeta - \sin 2\zeta)} = \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha}$$

olarak hesaplanır. Noktalı eğri tek fonksiyonlu elektrik alanını işâret etmek üzere, çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit bu güç oranlarının  $V=2$  için  $\alpha$ 'ya göre değişimleri Şekil 8'de görülmektedir ( $Z_{II}^e = Z_{I,III}^e = \text{ohm alınmıştır}$ ).



Şekil 8  $R = \bar{R}$  ve  $r = \bar{r}$  oranlarının  $V=2$  için oranının  $\alpha$ 'ya göre değişimleri

12) Aktif bölgeden gömlek bölgesine geçen gücün, giriş gücüne oranının ve  $\alpha$ 'ya göre değişiminin bulunması:

Giriş gücü  $P_i$  ve gömlek bölgelerine geçen güçlerin toplamı  $P_{I+III}$  ile gösterilirse, bunlar sırasıyla

$$P_i = I + P_{II} = P_{II} + P_{I+III} = \int_{-a}^a [E_{yII}(x)H_{yII}(x)^* - E_{yII}(x)H_{yII}(x)]dx$$

$$+ \int_{-a}^a [E_{yI}(x)H_{yI}(x)^* - E_{yI}(x)H_{yI}(x)]dx + \int_a^\infty [E_{yIII}(x)H_{yIII}(x)^* - E_{yIII}(x)H_{yIII}(x)]dx$$

$$P_{I+III} = \int_{-a}^a [E_{yI}(x)H_{yI}(x)^* - E_{yI}(x)H_{yI}(x)]dx + \int_a^\infty [E_{yIII}(x)H_{yIII}(x)^* - E_{yIII}(x)H_{yIII}(x)]dx$$

olarak verilir. Böylece, çift fonksiyonlu bir alan için aktif bölgeden gömlek bölgesine geçen gücün, giriş gücüne oranı

$$\frac{P_{I+III}}{P_i} = K = \frac{\frac{1}{Z_i} \int_{-a}^a [E_{yI}(x)E_{yI}(x)^*]dx + \frac{1}{Z_m} \int_a^\infty [E_{yIII}(x)E_{yIII}(x)^*]dx}{\frac{1}{Z_i} \int_{-a}^a [E_{yI}(x)E_{yI}(x)^*]dx + \frac{1}{Z_i} \int_{-a}^a [E_{yI}(x)E_{yI}(x)^*]dx + \frac{1}{Z_m} \int_a^\infty [E_{yIII}(x)E_{yIII}(x)^*]dx}$$

ve dalga kılavuzunun simetrik olması hâlinde ( $Z_i = Z_m = Z_{I,III}$ ), reel fonksiyon için

kompleks notasyon(\*) da ihmal edilerek  $K = \frac{Z_i}{Z_{I,III}} \frac{I_i}{I_i} = \frac{Z_i}{Z_{I,III}} \bar{K}$  gereğince

$$\frac{I_i}{I_i} = \bar{K} = \frac{\int_a^\infty E_{yIII}(x)E_{yIII}(x)dx}{\int_0^a E_{yII}(x)E_{yII}(x)dx + \int_a^\infty E_{yIII}(x)E_{yIII}(x)dx}$$

$$= \frac{A_{I,III}^2 \int_a^\infty e^{-2\alpha_{I,III}x} dx}{\int_0^a A^2 \cos^2(\alpha_{II}x)dx + A_{I,III}^2 \int_a^\infty e^{-2\alpha_{I,III}x} dx}$$

$$= \frac{2\alpha_{II} \cos^2(\alpha_{II}a)}{2\alpha_{II} \alpha_{I,III} + \alpha_{I,III} \sin(2\alpha_{II}a) + 2\alpha_{II} \alpha_{I,III} \cos^2(\alpha_{II}a)}$$

$$= \frac{2\zeta \cos^2 \zeta}{2\zeta \eta + \eta \sin 2\zeta + 2\zeta \cos^2 \zeta} = \frac{1-\alpha}{\eta+1} = \frac{1}{1+1/R} = \frac{1-\alpha}{\eta+1} = \frac{1}{1+1/R}$$

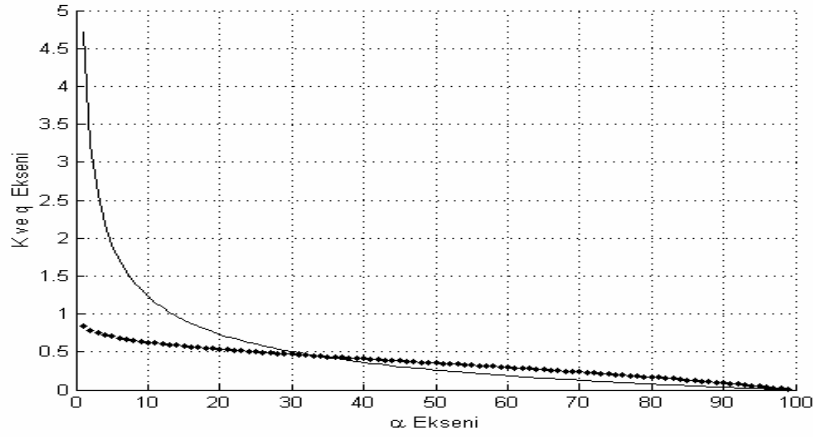
olarak bulunur.

Tek fonksiyonlu elektrik alanları için  $q$  oranı simetrik dalga kılavuzunda ise

$$\frac{P'_t}{P'_i} = \frac{I'_t}{I'_i} = \bar{q} = \frac{2 \int_0^{\infty} e_{ym}(x) e_{ym}^*(x) dx}{2 \int_0^a e_{ym}(x) e_{ym}^*(x) dx + 2 \int_a^{\infty} e_{ym}(x) e_{ym}^*(x) dx}$$

$$\frac{2\zeta \cos^2 \zeta}{2\zeta \eta - \eta \sin 2\zeta + 2\zeta \cos^2 \zeta} = \frac{1-\alpha}{\eta-2\alpha+1} = \frac{1-\alpha}{V\sqrt{\alpha}-2\alpha+1} = \frac{1}{1+1/\bar{r}}$$

olur. Noktalı eğri tek fonksiyonlu elektrik alanını işâret etmek üzere, çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit bu güç oranlarının  $V=2$  için  $\alpha$ 'ya göre değişimleri Şekil 9'da görülmektedir.



Şekil 9  $K = \bar{K}$  ve  $q = \bar{q}$  oranlarının  $V=2$  için oranının  $\alpha$ 'ya göre değişimleri ( $\frac{Z'_i}{Z'_{III}} = 1$  alınmıştır)

### 11.5. Yarıiletken Basamak Kırılma İndisli Optik Dalga Kılavuzları, Lazer ve/veyâ Dikdörtgen Kesitli Kuantum Çukurlarında Hapsedicilik Faktörü

Hapsedicilik faktörü önemli bir büyüklüktür. Cihazın aktif bölgesinin genişliği arttıkça, hapsedicilik faktörü küçülür ve difraksiyon kaybı artar, malzemenin sâhip olmak zorunda olduğu kazanç artar. İyi bir kırılma indisi tasarımı ile hapsedicilik faktörü, optik güç seviyeleri sahâsı içinde aynı kalmak zorunda kalır. Böylece, diyot lazerleri gibi, yarıiletken cihaz modellemesinde hapsedicilik faktörü, özel bir parametreyi meydana getirir ve bu hesaplandığı alan modu civârındaki faydalı frekan bölgesi üzerinde sâbit kalır<sup>24</sup>.

<sup>24</sup> Carroll, J., Whiteaway, J., and Plumb, D., 1998, *Distributed feedback semiconductor lasers*, The Institution of Electrical and Engineers SPIE Optical Engineering Press, (London), p 12.

Bütün bu açıklamaların ışığı altında, meselâ çift fonksiyonlu alanlar için R ve K oranlarının hesaplanmalarındaki benzer yollar izlenerek bir takım işlemler sonunda hapsedicilik faktörü de V,  $\alpha$ ,  $\zeta$  parametreleri cinsinden hesaplanabilir<sup>25</sup>.

Hapsedicilik faktörü, simetrik bir dalga kılavuzunda çift fonksiyonlu elektrik alanları için

$$\frac{I_{ii}}{I_i} = \frac{I_{ii}}{I_{ii} + I_{i+iii}} = \Gamma_{ii} = \Gamma = \frac{2 \int_0^a E_{y,ii}(x) E_{y,ii}^*(x) dx}{2 \int_0^a E_{y,ii}(x) E_{y,ii}^*(x) dx + 2 \int_a^\infty E_{y,i+iii}(x) E_{y,i+iii}^*(x) dx} =$$

$$\frac{1 + \sin 2\zeta/2\zeta}{1 + \sin 2\zeta/2\zeta + \cos^2 \zeta/\eta} = \frac{1}{1+\bar{R}} = 1 - \bar{K} = \frac{\bar{K}}{\bar{R}} = \frac{\alpha + \eta}{1 + \eta} = \frac{\alpha + V\sqrt{\alpha}}{1 + V\sqrt{\alpha}} \quad (44)$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alanları için

$$\frac{I'_{ii}}{I'_i} = I \frac{I'_{ii}}{P'_{ii} + I'_{i+iii}} = \Lambda_{ii} = \frac{2 \int_0^a e_{y,ii}(x) e_{y,ii}^*(x) dx}{2 \int_0^a e_{y,ii}(x) e_{y,ii}^*(x) dx + 2 \int_a^\infty e_{y,i+iii}(x) e_{y,i+iii}^*(x) dx}$$

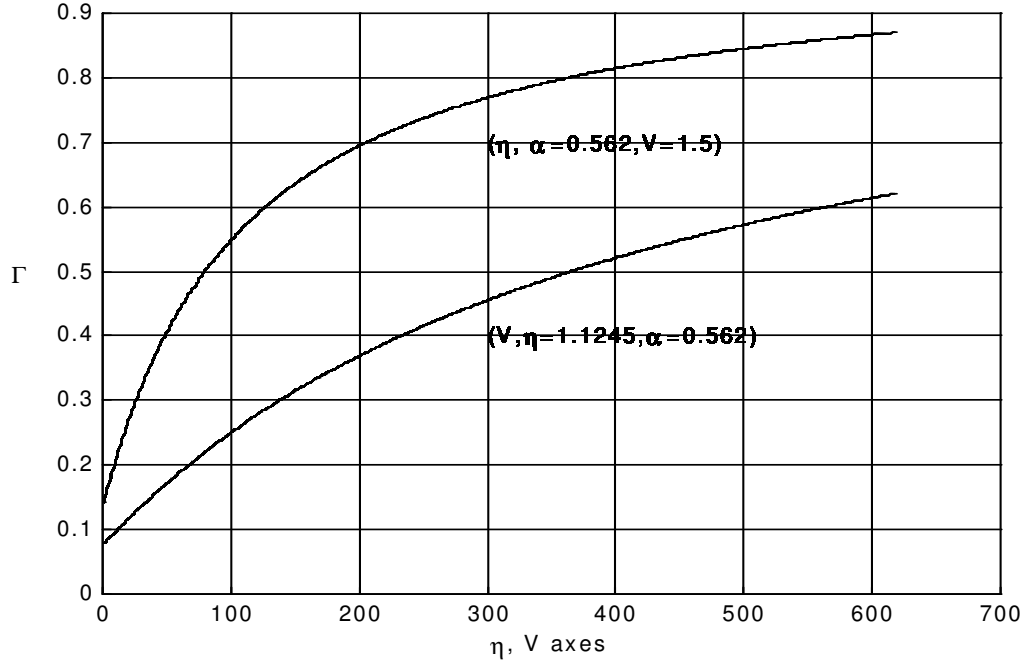
$$= \frac{1 - \sin 2\zeta/2\zeta}{1 - \sin 2\zeta/2\zeta + \cos^2 \zeta/\eta} = \frac{1}{1+\bar{r}} = 1 - \bar{q} = \frac{\bar{q}}{\bar{r}} = \frac{\eta - \alpha}{\eta + 1 - 2\alpha} \quad (45)$$

olduğu bilinmektedir.

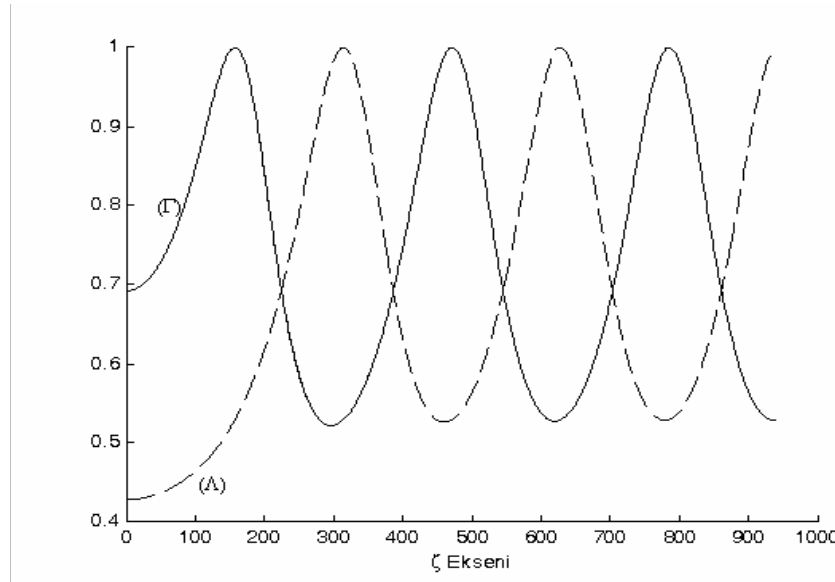
Görüldüğü gibi, hapsedicilik faktörü, yarıiletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzlarının özelliklerini temsil eden  $\alpha$  normalize propagasyon sâbiti ve V normalize frekansın ya da  $\zeta$ 'nin fonksiyonu cinsinden hesaplanabilmektedir.

Çift fonksiyonlu elektrik alanına âit hapsedicilik faktörünün  $\eta$  ve V parametrelerine göre değişimi Şekil 10'da,  $\eta=1.1245$  için çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına âit hapsedicilik faktörlerinin  $\zeta$  değişkenine göre değişimleri ise Şekil 11'de görülmektedir. Çift fonksiyonlu elektrik alanına âit hapsedicilik faktörünün  $\eta$  ve V parametrelerine göre lineer olmadan artacak şekilde değiştiğine ve bir müddet sonra birer doymaya doğru gittiğine dikkat edilmelidir.

<sup>25</sup> Iga, K., 1994, *Fundamentals of Laser Optics* p 115, (York: Plenum Press).



Şekil 10 Hapsedicilik faktörünün between  $0.1\pi$  ve  $2\pi$  aralığında 7000 nokta için  $\eta$  ( $\alpha=0.562, V=1.5$ ), ve  $V$  ( $\eta=1.1245, \alpha=0.562$ ) parametrelerine göre değişimi



Şekil 11 Çift ve tek fonksiyonlu elektrik alanlarına ait hapsedicilik faktörlerinin  $\zeta$  değişkenine göre değişimleri

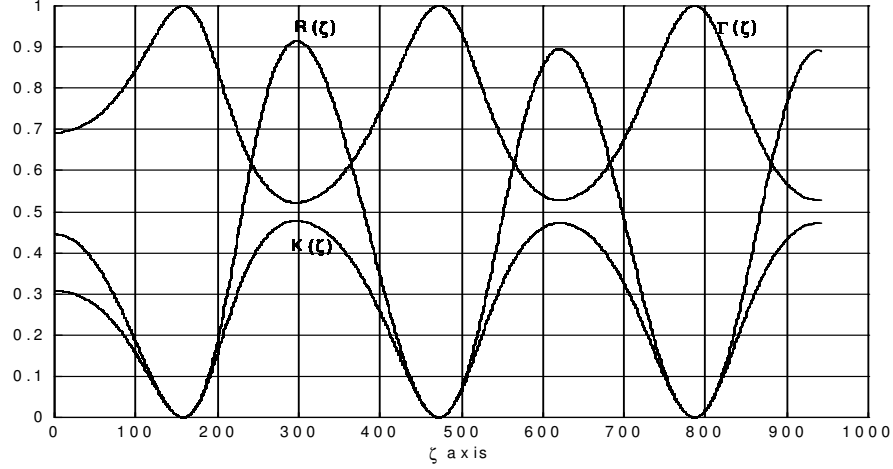
Diğer taraftan çift fonksiyonlu alanlara ait  $\Gamma$  hapsedicilik faktörünün  $0-3\pi$  aralığındaki 1000 nokta için doğrudan doğruya  $\zeta$ 'ya göre değişimi ile  $\bar{K}(\zeta)$ ,  $\bar{R}(\zeta)$

ÖLÜM XI

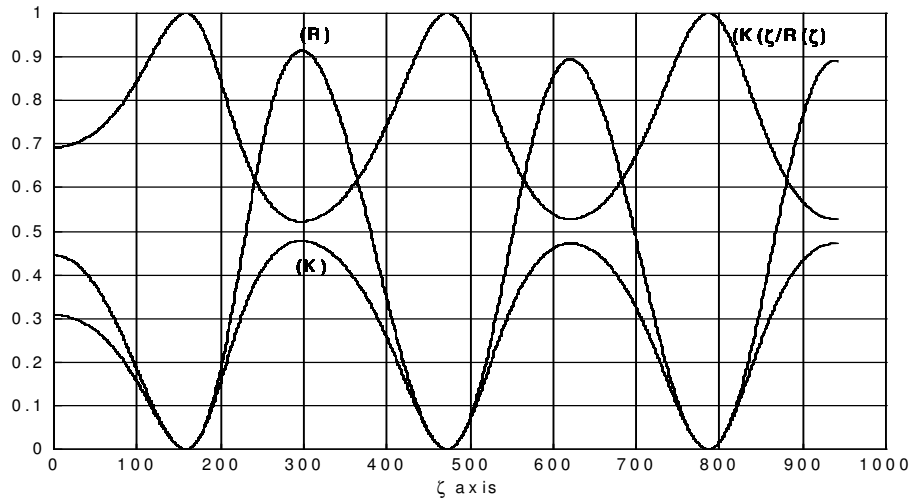
NORMALİZE PROPAGASYON SÂBİTİ  
VE  
HAPSEDİCİLİK FAKTÖRÜ



oranlarının  $\zeta$ 'ya göre değişimleri Şekil 12'de görülmektedir. Burada  $\Gamma = \bar{K}(\zeta)/\bar{R}(\zeta)$  oranı dikkate alındığında,  $\bar{K}(\zeta)$  büyüdükçe hapsedicilik faktörünün küçüldüğüne dikkat ediniz!.. Şekil 13 ise,  $\eta=1.1245$  için çift fonksiyonlu alanlara âit  $\Gamma$  hapsedicilikfaktörünün doğrudan doğruya  $\bar{K}(\zeta)/\bar{R}(\zeta)$  oranı olarak değişimini vermektedir. Burada çift fonksiyonlu alanlara âit  $\Gamma$  hapsedicilikfaktörünün doğrudan doğruya  $\zeta$ 'ya göre değişimi ile, doğrudan doğruya  $\bar{K}(\zeta)/\bar{R}(\zeta)$  oranı olarak değişiminin tamâmen aynı olduğu vurgulanmaktadır.



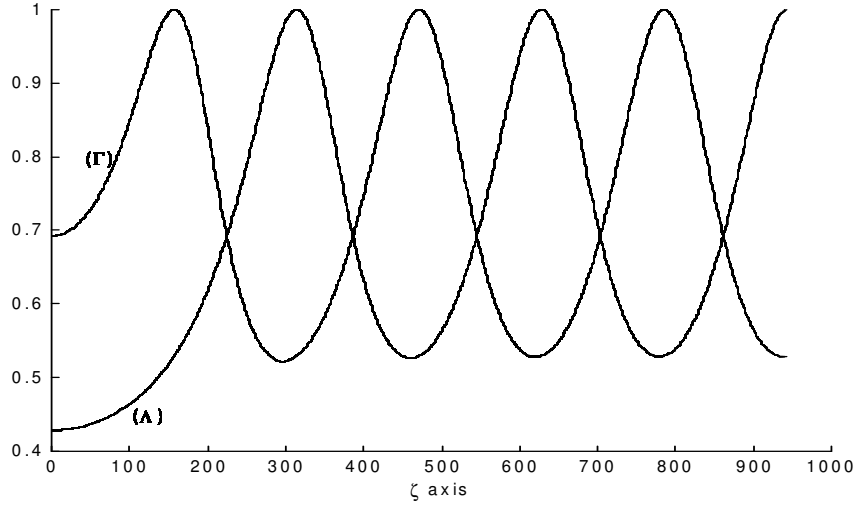
Şekil 12 Çift fonksiyonlu alanlara âit  $\Gamma$  hapsedicilik faktörünün doğrudan doğruya  $\zeta$ 'ya göre değişimi ile  $K=\bar{K}(\zeta)$ ,  $R=\bar{R}(\zeta)$  oranlarının  $\zeta$ 'ya göre değişimleri  $0-3\pi$  aralığındaki 1000 için değişimleri [ $K=\bar{K}(\zeta)$ ,  $R=\bar{R}(\zeta)$  alınmıştır]



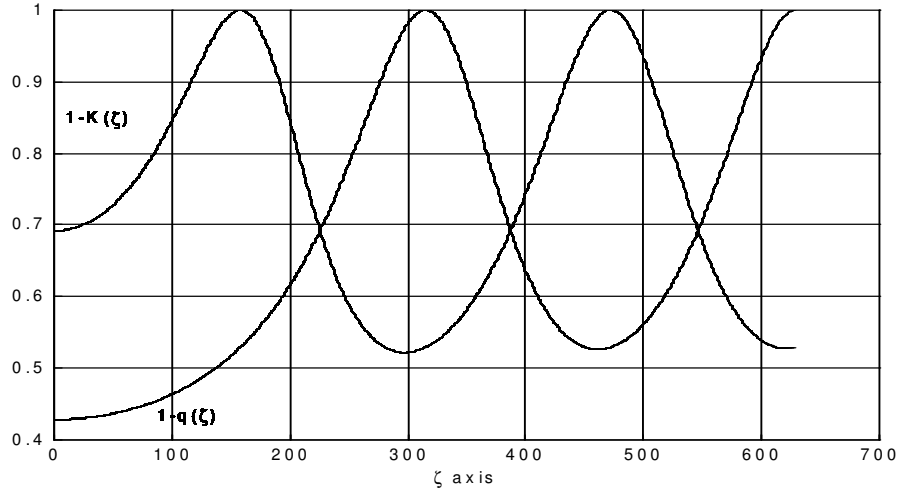
Şekil 13  $0-3\pi$  aralığındaki 1000 nokta için çift fonksiyonlu alanlara âit  $K(\zeta)$ ,  $R(\zeta)$  oranlarının  $\zeta$ 'ya göre değişimi ile  $\Gamma$  hapsedicilik faktörünün doğrudan doğruya  $\Gamma=K(\zeta)/R(\zeta)$  oranı olarak değişimi [ $K=\bar{K}(\zeta)$ ,  $R=\bar{R}(\zeta)$  alınmıştır]

Şekil 12 ve Şekil 13'deki farklı değişkenlere karşı çizilen aynı eğriler,  $\bar{K} = K$ ,  $\bar{R} = R$  and  $\Gamma$  büyüklüklerinin tek tek hesaplanmalarında hiçbir hatânın olmadığını gösterir. Eğrilerin farklı yollardan çizimlerinin sonunda bulunan bu aynılıkları, başlangıçta fizik temelinde tanımlanan büyüklüklerin ve aralarındaki ilişkilerin uyumlarını da yansıtmaktadırlar.

Şekil 14'te çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit  $\Gamma$  ve  $\Lambda$  hapsedicilikfaktörlerinin doğrudan doğruya  $\zeta$ 'ya göre değişimi ile Şekil 15'te bunların doğrudan doğruya  $\Gamma = 1 - \bar{K}(\zeta)$  ve  $\Lambda = 1 - \bar{q}(\zeta)$  değişimleri bir arada görülmektedir. Şekil 14 ve Şekil 15'teki eğrilerin aynı olduğuna dikkat ediniz.



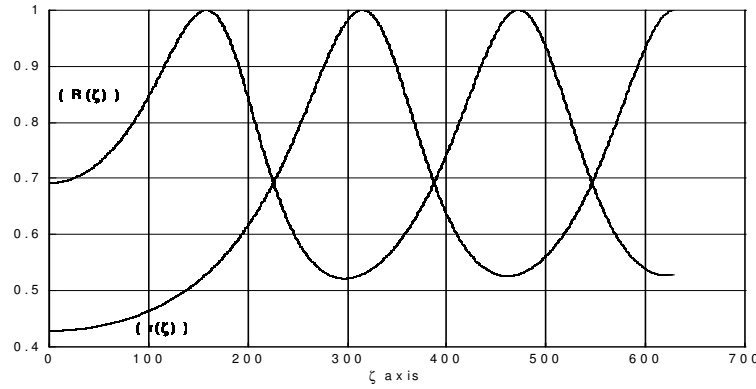
Şekil 14  $0.001\pi$  ve  $2\pi$  aralığında 1000 nokta için  $\Gamma$  ve  $\Lambda$  hapsedicilikfaktörlerinin doğrudan doğruya  $\zeta$ 'ya göre  $\eta=1.1245$  için değişimleri



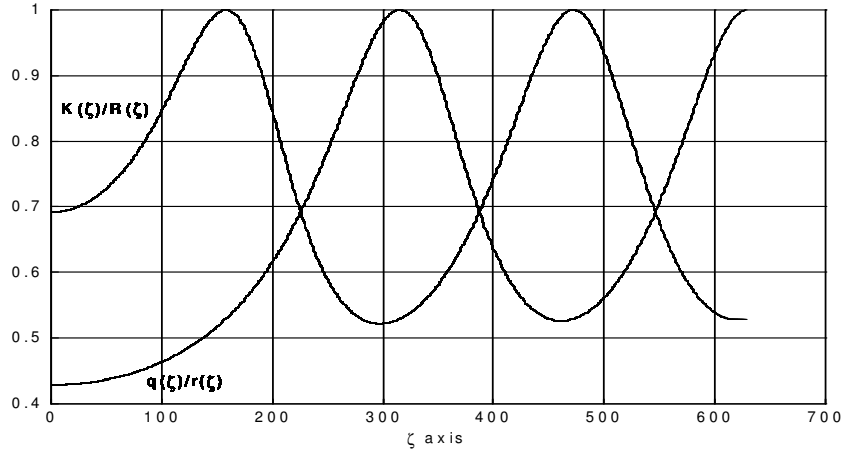
Şekil 15  $0.001\pi$  ve  $2\pi$  aralığında 700 nokta için  $\Gamma$  ve  $\Lambda$  hapsedicilikfaktörlerinin doğrudan doğruya  $\Gamma = 1 - \bar{K}(\zeta)$  ve  $\Lambda = 1 - \bar{q}(\zeta)$  değişimleri

Görüldüğü gibi, çift ve tek fonksiyonlu alanlara için (44) ve (45) ile verilen hapsedicilik ifâdeleri  $\bar{R}$ ,  $\bar{K}$ ,  $\bar{r}$  ve  $\bar{q}$  cinsinden bulunmuş ve çizimleri Şekil 14 ve Şekil 15'te verilmiştir. Eğrilerin farklı yollardan çizimlerinin sonunda bulunan bu aynılıkları, başlangıçta fizik temelinde tanımlanan büyüklüklerin ve aralarındaki ilişkilerin uyumları, ayrıca Şekil 14 ve Şekil 15'te de gözlenmektedir. Bu uyumluluklar, tasarım ve hesaplama düşüncelerinin doğruluklarının bir yansımasıdır.

Aynı düşünceler çerçevesinde  $K = \bar{K}(\zeta)$ ,  $R = \bar{R}(\zeta)$  alındığı da hatırlatılarak, Şekil 16, çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörlerinin sırasıyla  $1/[1 + \bar{R}(\zeta)]$  ve  $1/[1 + \bar{r}(\zeta)]$  ifâdelerinden dolayı  $\bar{R}(\zeta)$  ve  $\bar{r}(\zeta)$ 'nin fonksiyonları olarak ve Şekil 17, sırasıyla  $K(\zeta)/\bar{R}(\zeta)$  ve  $\bar{q}(\zeta)/\bar{r}(\zeta)$  ifâdelerinin fonksiyonları olarak  $0.001\pi$  ve  $2\pi$  aralığında 700 nokta için çizilmiş eğrileri göstermektedir.



Şekil 16 Çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörlerinin sırasıyla  $1/[1 + \bar{R}(\zeta)]$  ve  $1/[1 + \bar{r}(\zeta)]$  ifâdelerinden dolayı  $\bar{R}(\zeta)$  ve  $\bar{r}(\zeta)$ 'nin fonksiyonları olarak  $0.001\pi$  ve  $2\pi$  aralığında 700 nokta için çizilmiş eğrileri [ $K = \bar{K}(\zeta)$ ,  $R = \bar{R}(\zeta)$ ,  $r = \bar{r}$  alınmıştır]



Şekil 17 Çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörlerinin sırasıyla  $\bar{K}(\zeta)/\bar{R}(\zeta)$  ve  $\bar{q}(\zeta)/\bar{r}(\zeta)$  ifâdelerinin fonksiyonları olarak  $0.001\pi$  ve  $2\pi$  aralığında 700 nokta için çizilmiş eğrileri [ $K = \bar{K}(\zeta)$ ,  $R = \bar{R}(\zeta)$ ,  $r = \bar{r}$  ve  $q = \bar{q}$  alınmıştır]

Dikkat ediniz ki,  $\eta$  parametresi burada çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörlerinin  $\zeta=0$  için başlangıç değerlerine etki etmektedir. Başlangıç dışında çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörleri, ters fazda aynı biçimde değişmektedirler.

Işınlar tarafından meydana getirilen  $I_i$  giriş ihtimâliyeti simetrik dalga kılavuzu için

$$I_i = 2 \int_0^a |E_{y_{ii}}(x)|^2 dx + 2 \int_a^\infty |E_{y_{im}}(x)|^2 dx = I_{ii} + 2 \int_a^\infty |E_{y_{im}}(x)|^2 dx = 2 \int_0^\infty |E_y(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^\infty |E_y(x)|^2 dx \quad (46)$$

ve  $I_{ii}$  aktif bölge ihtimâliyeti

$$I_{ii} = 2 \int_0^a |E_{y_{ii}}(x)|^2 dx = \int_{-a}^a |E_{y_{ii}}(x)|^2 dx \quad (47)$$

olur. Böylece, çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörlerinin (44) ve (45)'e göre

$$\Gamma_{ii} = \frac{I_{ii}}{I_i} = \frac{\int_{-a}^a |E_{y_{ii}}(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^\infty |E_y(x)|^2 dx}, \quad \Lambda_{ii} = \frac{\Gamma'_{ii}}{\Gamma'_i} = \frac{\int_{-a}^a |e_{y_{ii}}(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^\infty |e_y(x)|^2 dx} \quad (48)$$

ve benzer şekilde, I ve III bölgelerine âit hapsedicilik faktörleri

$$\Gamma_i = \frac{I_i}{I_i} = \frac{\int_{-\infty}^{-a} |E_{y_i}(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^\infty |E_y(x)|^2 dx}, \quad \Gamma_{iii} = \frac{\Gamma'_{iii}}{\Gamma'_i} = \frac{\int_a^\infty |E_{y_{im}}(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^\infty |E_y(x)|^2 dx} \quad (49)$$

$$\Lambda_i = \frac{\Gamma'_i}{\Gamma'_i} = \frac{\int_{-\infty}^{-a} |e_{y_i}(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^\infty |e_y(x)|^2 dx}, \quad \Lambda_{iii} = \frac{\Gamma'_{iii}}{\Gamma'_i} = \frac{\int_a^\infty |E_{y_{im}}(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^\infty |E_y(x)|^2 dx}$$

ya da bunlar arasındaki ilişki (46), (47) ve (48)'den

$$\begin{aligned} \Gamma_{ii} + \Gamma_{i+iii} &= 1 & \Gamma_{i+iii} &= \Gamma_i + \Gamma_{iii} \\ \Lambda_{ii} + \Lambda_{i+iii} &= 1 & \Lambda_{i+iii} &= \Lambda_i + \Lambda_{iii} \end{aligned} \quad (50)$$

olarak bulunur.

$\Gamma_{ii}$  or  $\Lambda_{ii}$ , sırasıyla çift veyâ tek fonksiyonlu alanlara âit aktif bölgedeki hapsedicilik faktörünü gösterir.  $\Gamma_{i+iii}$  ya da  $\Lambda_{i+iii}$  ise I veyâ III bölgelerindeki hapsedicilik faktörünü

temsil eder. Halbuki,  $\Gamma_{I+III}$  or  $\Lambda_{I+III}$  ile gömlek bölgelerindeki hapsedicilik faktörlerinin toplamını gösterir.

Çift veyâ tek fonksiyonlu alanlara âit aktif bölgedeki hapsedicilik faktörü simetrik dalga kılavuzu için

$$\Gamma_{II} = \frac{I_{II}}{I_I} = \frac{\alpha + \eta}{1 + \eta}, \quad \Lambda_{II} = \frac{I'_{II}}{I'_I} = \frac{\eta - \alpha}{\eta + 1 - 2\alpha} \quad (51)$$

ve (41), (42), (49) ve (43), (49)'den

$$\bar{K} = \frac{I_{I+III}}{I_I} = \frac{2I_{II}}{I_I} = \frac{2I_{III}}{I_I} = \frac{2I_{I+III}}{I_I} = \frac{1 - \alpha}{\eta + 1} \rightarrow \Gamma_{I+III} = \frac{1 - \alpha}{2(\eta + 1)} \quad (52)$$

$$\bar{q} = \frac{I'_{I+III}}{I'_I} = \frac{2I'_{II}}{I'_I} = \frac{2I'_{III}}{I'_I} = \frac{2I'_{I+III}}{I'_I} = \frac{1 - \alpha'}{\eta - 2\alpha' + 1} \quad \Lambda_{I+III} = \frac{1 - \alpha'}{2(\eta - 2\alpha' + 1)} \quad (53)$$

ya da (51), (52), (53)'ten

$$\Gamma_{II} + \Gamma_{I+III} = \frac{\alpha + \eta}{1 + \eta} + 2\left[\frac{1}{2} \left(\frac{1 - \alpha}{\eta + 1}\right)\right] = 1, \quad \Lambda_{II} + \Lambda_{I+III} = \frac{\eta - \alpha'}{\eta + 1 - 2\alpha'} + 2\left[\frac{1}{2} \left(\frac{1 - \alpha'}{\eta - 2\alpha' + 1}\right)\right] = 1 \quad (54)$$

elde edilir ki bunlar (50) ile uyum içindedirler.

Sonuç olarak V (ya da V') normalize frekansın yardımıyla belirlenen çift (veyâ tek) fonksiyonlu alana âit normalize propagasyon sâbiti,  $\alpha$  (ya da  $\alpha'$ )  $\bar{R}$  (ya da  $\bar{r}$ ) oranını,  $\bar{K}$  (ya da  $\bar{q}$ ) oranını ve  $\Gamma$  (ya da  $\Lambda$ ) hapsedicilik faktörünü doğrudan doğruya teorik olarak verir. Bu, yarıiletken basamak kırılma indisli yarıiletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzları ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarında bant aralığı mühendisliğinde alternatif yeni yaklaşımlar sunar.

Normalize frekans V maksimum değerinde iken hapsedicilik faktörü de maksimum değeri olan 1'ye yaklaşır. Böylece, alan dalgası aktif bölgede iyi bir şekilde hapsedilmiş olur. Hapsedicilik faktörünün azalmasıyla dalganın gömlek bölgelerine kaçıışı artar.

### Sorular:

1) Çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörlerini normalize propagasyon sâbitinin fonksiyonu olarak çiziniz ve karşılaştırınız.

2) Çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörlerini  $V=V'=1$  için  $\bar{K}(\alpha)/\bar{R}(\alpha)$  ve oranlarının fonksiyonu olarak çiziniz.

3) Çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörlerini  $V=V'=1$  için  $\Gamma_{II}=1-\bar{K}(\alpha)$  and  $\Lambda_{II}=1-\bar{q}(\alpha=\alpha')$  formüllerine göre çiziniz.

4) Çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörlerini  $V=V'=1$  için  $\Gamma_{II}=1/[1+\bar{R}(\alpha)]$  ve  $\Lambda_{II}=1/[1+\bar{r}(\alpha=\alpha')]$  formüllerine göre çiziniz.

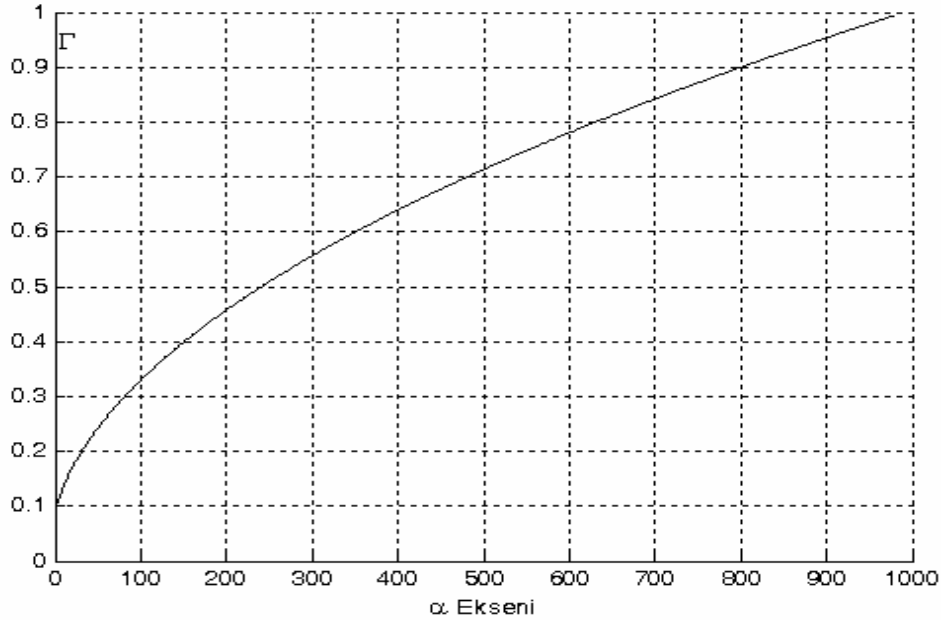
ÖLÜM XI

NORMALİZE PROPAGASYON SÂBİTİ  
VE  
HAPSEDİCİLİK FAKTÖRÜ

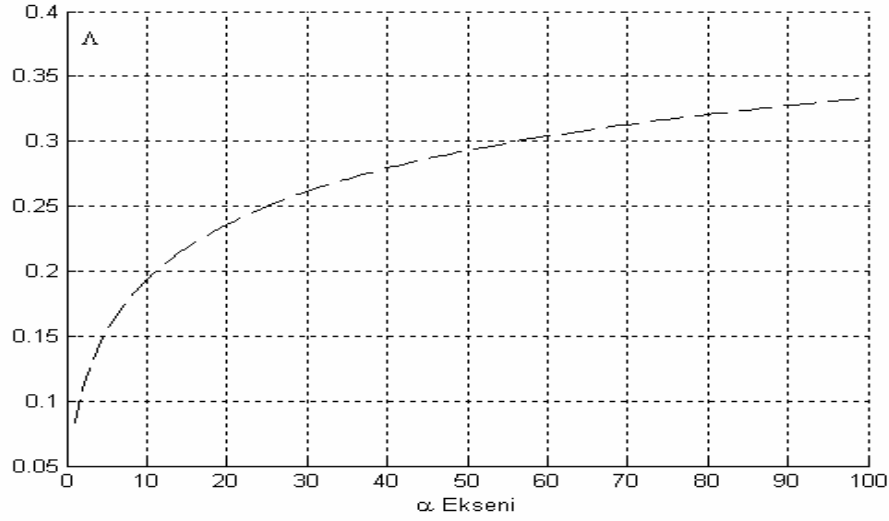
- 5) Normalize frekansı belirleyen parametreler nelerdir?
- 6) Normalize propagasyon sâbiti  $\alpha$  (ya da  $\alpha'$ ) normalize frekans cinsinden nasıl bulunur?
- 7) Güç ihtimâliyetleri ve hapsedicilik faktörleri nasıl hesaplanır? Bunların özelliklerini anlatınız. Ne işe yararlar?
- 8)  $R$  (veyâ  $r$ ) güç oranının anlamı nedir?
- 9)  $K$  (veyâ  $q$ ) güç oranının anlamı nedir?
- 10)  $\alpha_{,m}=0$  olması hâlinde ) güç oranlarına âit parametrenin güç oranlarına etkisi ne olur?
- 11)  $\alpha_n=0$  olması hâlinde bunun ihtimâliyet oranlarına etkisi ne olur?
- 12) Normalize yayılım sâbiti  $\alpha$  nelere bağlıdır? Sınırları nedir?
- 13) Frekansın artmasının normalize frekansa etkisi nasıl olur?
- 14) Yayılım sâbiti  $\alpha_{,m}$  artarsa ne olur?
- 15)  $\zeta=0$  sonuçları nedir?

**Cevaplar:**

1) Çift fonksiyonlu alana âit  $\Gamma_n$  hapsedicilik faktörü Şekil 18 ve tek fonksiyonlu alana âit  $\Lambda=\Lambda_n$  hapsedicilik faktörü Şekil 19'da normalize propagasyon sâbitinin fonksiyonu olarak çizilmiştir.

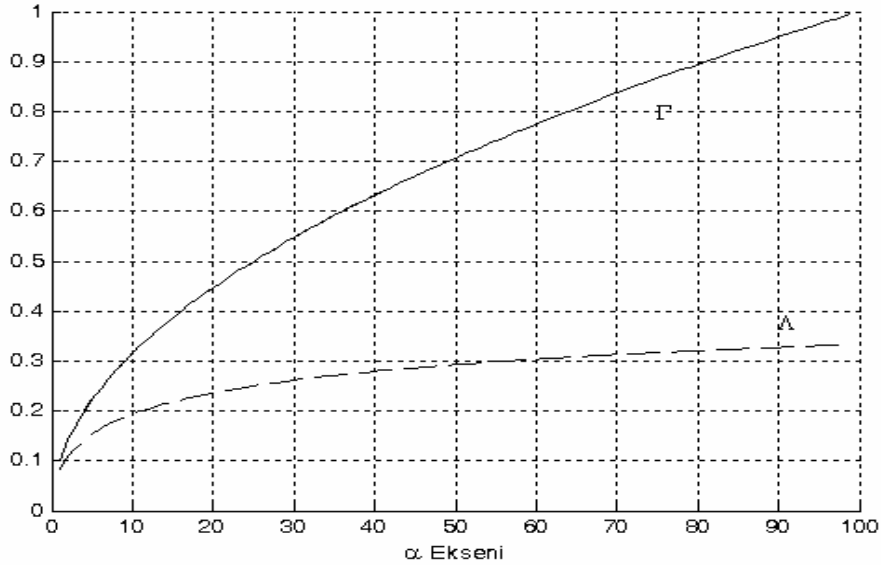


Şekil 18 Çift fonksiyonlu alana âit  $\Gamma_n$  hapsedicilik faktörünün  $V=1$  için 0.01 and 0.99 aralığında  $\alpha$  normalize propagasyon sâbitinin 0.01 and 0.99 aralığındaki 1000 değeri için değişimi



Şekil 19 Tek fonksiyonlu alana âit  $\Delta = \Delta_n$  hapsedicilik faktörünün  $V' = 1$  için 0.01 and 0.99 aralığında  $\alpha$  normalize propagasyon sâbitinin 100 değeri için değişimi

Şekil 20'de çift ve tek fonksiyonlu hapsedicilik faktörlerinin  $V = V' = 1$  için 0.01 and 0.99 aralığında  $\alpha$  normalize propagasyon sâbitinin 100 değeri için birlikte değişimleri bulunmaktadır.



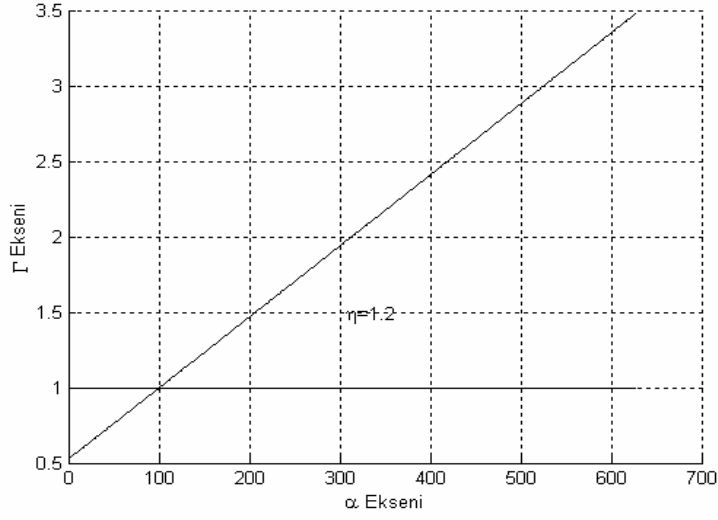
Şekil 20 Çift ve tek fonksiyonlu hapsedicilik faktörlerinin  $V = V' = 1$  için 0.01 and 0.99 aralığında  $\alpha$  normalize propagasyon sâbitinin 100 değeri için bir arda değişimleri

ÖLÜM XI

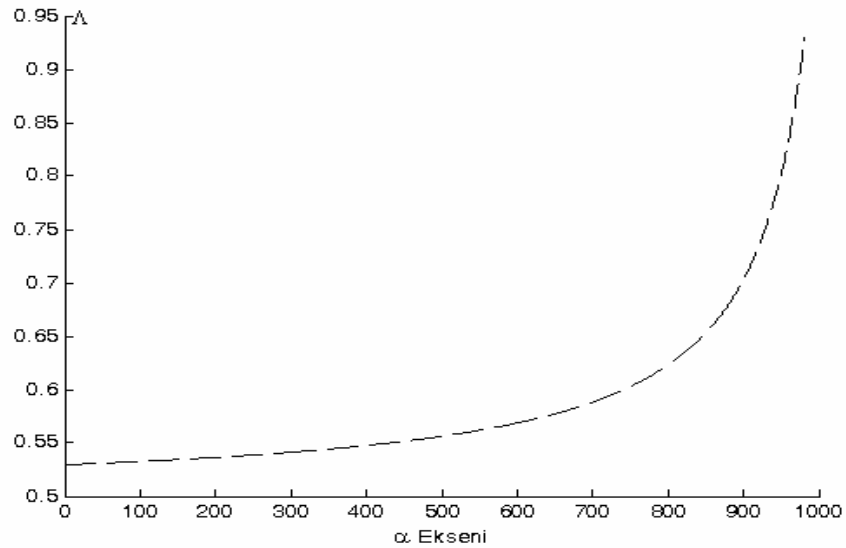
NORMALİZE PROPAGASYON SÂBİTİ  
VE  
HAPSEDİCİLİK FAKTÖRÜ

Çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörlerini  $V=V'=1$  için  $\Gamma_{II}=1-\bar{K}(\alpha)$  and  $\Lambda_{II}=1-\bar{q}(\alpha=\alpha')$  formüllerine göre çizimleri:

Çift fonksiyonlu alana âit  $\Gamma_{II}$  hapsedicilik faktörünün normalize propagasyon sâbitinin fonksiyonu olarak değişimi Şekil 21'de ve tek fonksiyonlu alana âit  $\Lambda_{II}$  hapsedicilik faktörünün normalize propagasyon sâbitinin fonksiyonu olarak değişimi Şekil 22'de  $\eta=1.2$  için çizilmiştir.



Şekil 21 Çift fonksiyonlu alana âit  $\Gamma_{II}$  hapsedicilik faktörünün  $\eta=1.2$  için normalize propagasyon sâbitinin 0.01 and 0.99 aralığındaki 1000 değeri için değişimi



Şekil 22 Tek fonksiyonlu alana âit  $\Lambda_{II}$  hapsedicilik faktörü  $\eta=1.2$  için normalize propagasyon sâbitinin 0.01 and 0.99 aralığındaki 1000 değeri için değişimi

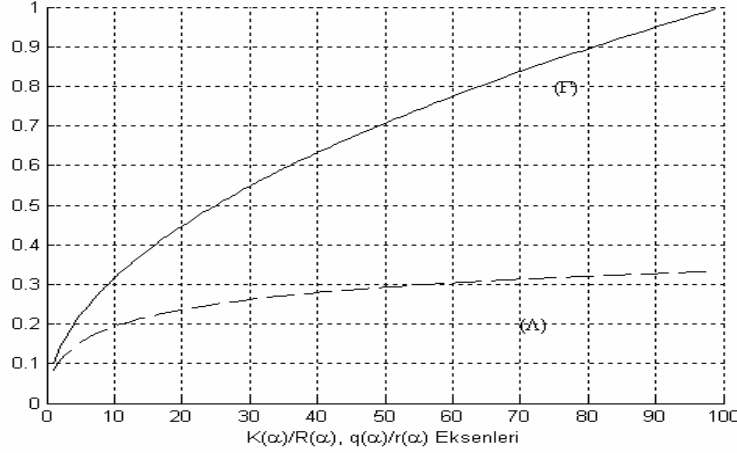
ÖLÜM XI

NORMALİZE PROPAGASYON SÂBİTİ  
VE  
HAPSEDİCİLİK FAKTÖRÜ



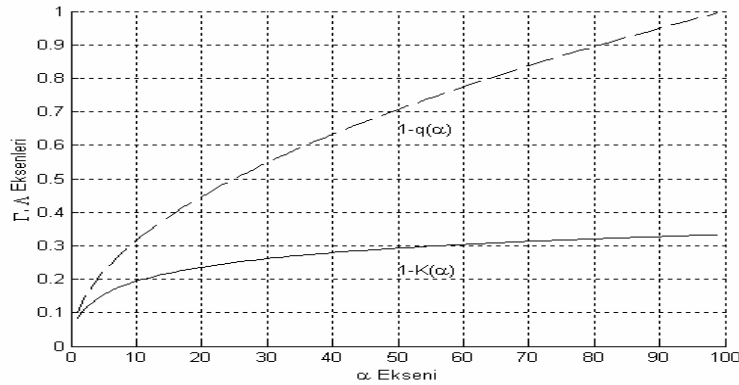
Şekil 21'den görüldüğü gibi, tek fonksiyonlu alana âit  $\Gamma_{II}$  hapsedicilik faktörünün  $\eta=1.1245$  için normalize propagasyon sâbitinin fonksiyonu olarak değişimi lineerdir. Buna karşılık Şekil 22'de tek fonksiyonlu alana âit  $\Lambda_{II}$  hapsedicilik faktörü  $\eta=1.1245$  için normalize propagasyon sâbitinin fonksiyonu olarak değişimi lineer değildir.

2) Çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörlerini  $V=V'=1$  için  $\bar{K}(\alpha)/\bar{R}(\alpha)$  ve  $\bar{q}(\alpha')/\bar{r}(\alpha')$  oranlarının fonksiyonu olarak çizilirse, Şekil 23 elde edilir.



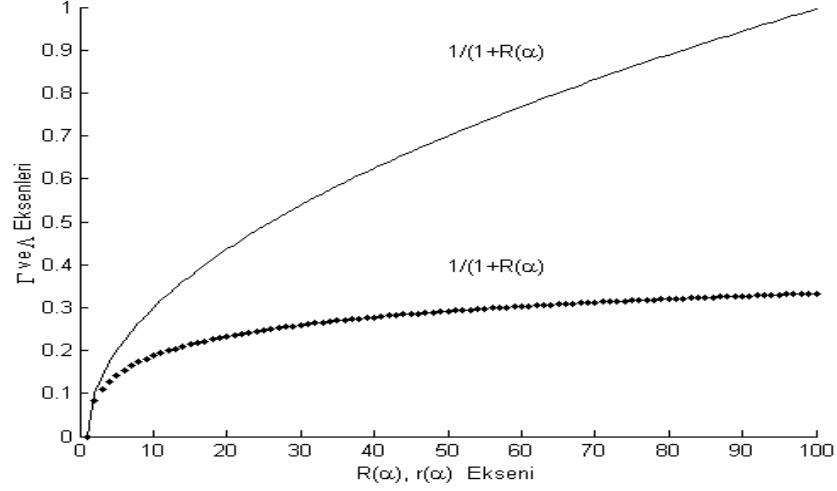
Şekil 23 Çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörlerini  $\bar{K}(\alpha)/\bar{R}(\alpha)$  ve  $\bar{q}(\alpha')/\bar{r}(\alpha')$  oranlarına göre değişimleri [ $F=\Gamma_{II}$ ]

3) Çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörlerini  $V=V'=1$  için  $\Gamma_{II}=1-\bar{K}(\alpha)$  ve  $\Lambda_{II}=1-\bar{q}(\alpha')$  formüllerine göre değişimleri çizilirse, Şekil 24 elde edilir.



Şekil 24 Çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörlerini  $V=V'=1$  için  $\Gamma_{II}=1-\bar{K}(\alpha)$  ve  $\Lambda_{II}=1-\bar{q}(\alpha')$  formüllerine göre değişimleri [ $K=\bar{K}$  ve  $q=\bar{q}$ ]

4) Çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörlerini  $V=V'=1$  için  $\Gamma_{ii}=1/[1+\bar{R}(\alpha)]$  ve  $\Lambda_{ii}=1/[1+\bar{r}(\alpha=\alpha')]$  formüllerine göre çiziniz.



Şekil 25 Çift ve tek fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörlerini  $V=V'=1$  için  $\Gamma_{ii}=1/[1+\bar{R}(\alpha)]$  ve  $\Lambda_{ii}=1/[1+\bar{r}(\alpha=\alpha')]$  formüllerine göre değişimleri [ $R=\bar{R}$  ve  $r=\bar{r}$ ]

Şekil 20'de çizilen çift ve tek fonksiyonlu hapsedicilik faktörlerinin  $V=V'=1$  için  $\alpha$  normalize propagasyon sâbitine göre değişiminin, Şekil 23'de  $K(\alpha)/R(\alpha)$ ,  $q(\alpha=\alpha)/r(\alpha=\alpha')$  formüllerine göre, Şekil 24'de  $\Gamma=1-\bar{K}(\alpha)$  and  $\Lambda=1-\bar{q}(\alpha=\alpha')$  formüllerine göre ve Şekil 25'de  $\Gamma_{ii}=1/[1+\bar{R}(\alpha)]$  ve  $\Lambda_{ii}=1/[1+\bar{r}(\alpha=\alpha')]$  formüllerine göre çizilen eğrilerin değişimlerinin aynı olduklarına dikkat ediniz. Meydana getirilen teorik modelde literatürde ilk defâ bulunan bu yeni formüllerin uyumluluğu fizik açısından uyumluluğun bir sonucudur.

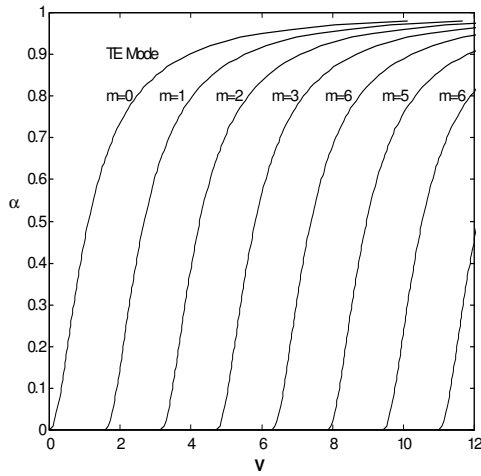
#### 5) Normalize frekansı belirleyen parametreler

$$V = \{\omega a/c\} \sqrt{n_{ii}^2 - n_{i,iii}^2} = 2\pi a/\lambda_0 NA = ak_0 NA = ak_0 n_{ii} \sqrt{2\Delta}$$

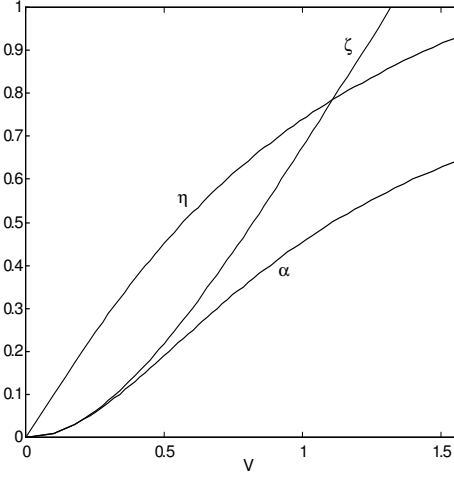
formülünden görülebilir. Buna göre basamak kırılma indisli simetrik yariletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzları ve basamak kırılma indisli kuantum çukuru için normalize frekans, seçilen  $\lambda$  dalga boyuna,  $n_{ii}$ ,  $n_{i,iii}$  kırılma indislerine (asimetrik yariletken lazer ve/veyâ planar dalga kılavuzları ve basamak kırılma indisli kuantum çukurunda  $n_i$  and  $n_{i,iii}$  kırılma indislerine) ve aktif bölgenin  $a$  genişliğine bağlıdır.

6) Normalize propagasyon sâbitinin [ $\alpha$  (ya da  $\alpha'$ )] normalize frekans cinsinden bulunması:

Normalize propagasyon sâbiti  $\alpha$  (ya da  $\alpha'$ ) parametresini normalize frekans cinsinden bulmak için tek ve çok modlu alanlar için  $v = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \left[ \tan^{-1} \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + m \frac{\pi}{2} \right]$  formülüne göre aşağıda Şekil 26'da verilen eğrilerden faydalandığı gibi ayrıca Şekil 27'de verilen eğrilerinden de faydalanılır.

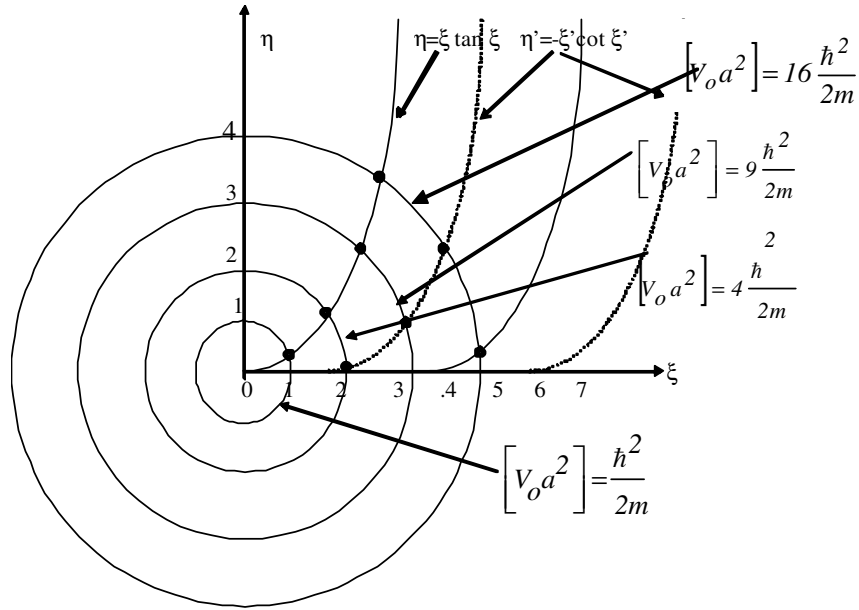


$TE_m$  moduna âit  $\alpha-V$  diagramı



$V < 1.57$  değerleri için  $\alpha$ ,  
 $\zeta$  ve  $\eta$  parametrelerinin değişimi

Şekil 26  $\alpha-V$  diagramları



Şekil 27 Kılavuz özdeğer denklemlerine ilişkin Eğriler

Kılavuzun aktif bölge genişliği belli ise

$$\alpha_I^2 = \beta^2 - \left(\frac{\omega n_I}{c}\right)^2 = \beta^2 - k_I^2, k_I = \frac{\omega n_I}{c} = k_o n_I, \alpha_{II}^2 = \left(\frac{\omega n_{II}}{c}\right)^2 - \beta^2 = k_{II}^2 - \beta^2$$

$$k_{II} = \frac{\omega n_{II}}{c} = k_o n_{II}, \alpha_{III}^2 = \beta^2 - \left(\frac{\omega n_{III}}{c}\right)^2 = \beta^2 - k_{III}^2, k_{III} = \frac{\omega n_{III}}{c} = k_o n_{III}$$

$$k = \frac{\omega n}{c}, k_o = |\mathbf{k}_o| = \omega/c = 2\pi/\lambda_o$$

ve simetrik dalga kılavuzundaki

$$\alpha_{I,III} = k_o NA_{I,III} \sqrt{\alpha}, \alpha_{II} = k_o NA_{II} \sqrt{1-\alpha},$$

$$\eta_{I,III} = ak_o NA_{I,III} \sqrt{\alpha} = V_{I,III} \sqrt{\alpha} = \eta_c,$$

$$\zeta_{I,III} = ak_o NA_{I,III} \sqrt{1-\alpha} = V_{I,III} \sqrt{1-\alpha} = \zeta_c,$$

formüllerine göre propagasyon sâbitleri biliniyorsa

$$\zeta = \alpha_{II} a, \eta_I = \alpha_I a \text{ ya da } \eta_{III} = \alpha_{III} a \text{ veyâ } \eta_{I,III} = \alpha_{I,III} a$$

paramereleri yardımıyla çizilen Şekil 27'deki V dâireleri ile tanjant eğrilerinin kesim noktaları istenen çözümleri verir. Böylece seçilen kırılma indisleri V,  $\alpha$ ,  $\zeta$  ve  $\eta$  parametreleri belirlenmiş olur.

7) Güç oranlarını ve hapsedicilik faktörlerini hesaplamak için 6. sorunun cavâbında bulunan ve istenen dalga kılavuzunu belirleyen V,  $\alpha$ ,  $\zeta$  ve  $\eta$  parametreleri bilindiğine göre,

$$\bar{R} = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha}, \quad \bar{K} = \frac{1-\alpha}{\eta+1}, \quad \Gamma_{II} = \frac{\alpha+\eta}{1+\eta}, \quad \bar{r} = \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha}, \quad \bar{q} = \frac{1-\alpha}{1+\eta-2\alpha}$$

$$A_{II} = \frac{\eta-\alpha}{\eta+1-2\alpha}$$

formülleri kullanılır. Bu parametreler yarıiletken lazer ve/veyâ planar simetrik dalga kılavuzları ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarının tasarımında faydalıdır.  $\bar{R}$ ,  $\bar{r}$ ,  $\bar{K}$  ve  $\bar{q}$  ne kadar küçük olursa  $\Gamma_{II}$  ve  $A_{II}$  hapsedicilik faktörleri o derece büyük olur.

8) R (veyâ r) güç oranının anlamı:

R (veyâ r) aktif bölgeden gömlek bölgelerine geçen gücün aktif bölge gücüne oranıdır. Aktif bölge gücü 1 olarak normalize edildiği için  $\bar{R}$  (veyâ  $\bar{r}$ ) doğrudan doğruya kayıp ihtimâline eşittir.

9) K (veyâ q) güç oranının anlamı:

K (veyâ q) aktif bölgeden gömlek bölgelerine geçen gücün giriş gücüne oranıdır.

10)  $\alpha_{\text{im}}=0 \rightarrow \zeta=V, \rightarrow \eta=0 \rightarrow \alpha=0$  olması hâlinde güç oranlarına âit parametrenin güç oranlarına etkisini bulmak için

$$\bar{R} = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha}, \quad \bar{K} = \frac{1-\alpha}{\eta+1}, \quad \Gamma_{\text{II}} = \frac{\alpha+\eta}{1+\eta}, \quad \bar{r} = \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha}, \quad \bar{q} = \frac{1-\alpha}{1+\eta-2\alpha},$$

$$A_{\text{II}} = \frac{\eta-\alpha}{\eta+1-2\alpha}$$

oranlarına göz atalım:

$$R = \infty, K = 1, \Gamma_{\text{II}} = 0 \quad r = \infty, \bar{q} = 1, A_{\text{II}} = 0$$

Bunun fizik olarak açıklaması şudur:  $R$  (veyâ  $r$ ) parametresinin sonsuz olması demek, gelen bütün gücün gömlek bölgesine geçmesi, bunun anlamı ise aktif bölgenin meydana gelmemesi demektir. Bu da hapsedicilik faktörünün sıfır olmasından da anlaşılmaktadır.

Böyle bir durumda  $\zeta=V, \beta_z^2=k_{\text{im}}^2$  ve  $\alpha_{\text{II}} = \sqrt{k_{\text{II}}^2 - \beta_z^2} = \sqrt{k_{\text{II}}^2 - k_{\text{im}}^2} = k_0 NA$  olur.

Sonuç olarak yatay eksen üzerinde ( $\eta=0$ - $\zeta$  eksenini üzeri) hapsedicilik yoktur.

11)  $\alpha_{\text{II}}=0$  olması hâlindebunun ihtimâliyet oranlarına etkisi:

$\alpha_{\text{II}}=0 \rightarrow \zeta=\alpha_{\text{II}}a=0 \rightarrow \eta=V \rightarrow \alpha=1$  olması hâlinde güç oranlarına âit

$$\bar{R} = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha}, \quad \bar{K} = \frac{1-\alpha}{\eta+1}, \quad \Gamma_{\text{II}} = \frac{\alpha+\eta}{1+\eta}, \quad \bar{r} = \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha}, \quad \bar{q} = \frac{1-\alpha}{1+\eta-2\alpha},$$

$$A_{\text{II}} = \frac{\eta-\alpha}{\eta+1-2\alpha}$$

oranlarına bir göz atalım.  $\alpha_{\text{II}}=1$  için

$$\bar{R} = 0, \quad \bar{K} = 0, \quad \Gamma_{\text{II}} = 1, \quad \bar{r} = 0, \bar{q} = 0, \quad A_{\text{II}} = 1$$

Bunun fizik olarak açıklaması şudur: Tek ve çift fonksiyonlu alanlara âit hapsedicilik faktörlerinin 1 ve gemlemek bölgelerine geçen güç oranlarının 0 olması taşıyıcıların aktif bölgede tamâmen hapsedildiklerini ve kaybın olmadığını gösterir ( $\eta$ =ekseni üzeri).

Böyle bir durumda  $\alpha_{\text{II}}=1 \rightarrow \zeta=0 \rightarrow \eta=V, \alpha_{\text{II}} = \sqrt{k_{\text{II}}^2 - \beta_z^2} \rightarrow 1 = \sqrt{k_{\text{II}}^2 - \beta_z^2}$   
 $\rightarrow k_{\text{II}}^2 = \beta_z^2 + 1, \beta_z^2 = k_{\text{II}}^2 - 1$  ve  $\alpha_{\text{im}} = \sqrt{\beta_z^2 - (\beta_z^2 + 1)} = \pm j$

olur ki bu, gömlek bölgelerinde yayılım sâbitlerinin imajiner olduğunu gösterir. Sonuç olarak taşıyıcıların hapsedilmeleri için gömlek bölgelerindeki yayılım sâbitlerinin imajiner olması gerekir.

12) Normalize yayılım sâbiti  $\alpha$ , taşıyıcı kütleline (dolayısıyla bağlı enerjiye), kırılma indisine, alanın  $\alpha$ ,  $\alpha_{II}$  ve  $\alpha_{III}$  yayılım sâbitlerine (dolayısıyla çukur potansiyeline) bağlıdır. Normalize yayılım sâbiti  $\alpha$ ,  $0 < \alpha < 1$  aralığında değişir.

13) İki frekans arasındaki eşitsizlik  $f_1 < f_2$  ise, normalize frekans arasındaki eşitsizlik  $V_1 < V_2$  olur. Normalize frekans, frekansla lineer artar.

14) Yayılım sâbiti  $\alpha_{III}$  artarsa, aktif bölgeden gömlek bölgelerine doğru gidildikçe alan modlarının üstel olarak zayıflaması artar. Aynı zamanda hapsedicilik de artar.

15)  $\zeta = 0$  olarak alınır, bu durum düşey eksen  $\eta$  üzerini gösterir. Bu durumda tek mod yoktur.  $\zeta = \alpha_{II} a = 0 \rightarrow \alpha_{II} = 0 \rightarrow \eta = V \rightarrow \alpha = 1$  olduğundan

$$\bar{R} = 0, \quad \bar{K} = 0, \quad \Gamma_{II} = 1, \quad \bar{r} = 0, \quad \bar{q} = 0, \quad A_{II} = 1$$

bulunur. Buna göre düşey eksen  $\eta$  üzerinde hapsedicilik %100'dür. Yâni,  $\eta \neq 0$  ve  $\zeta = 0$  olduğunda,  $\alpha_{II} = 0$  olması yayılımın olmaması demektir. Şekil 6(a)-1 şekline gittiğimizde bu durum,  $\alpha_{II} = 0 = k_{II} \cos \theta_{II}$  olması sebebiyle,  $\theta_{II} = 90^\circ$  sonucunu verir. Yâni, düşey eksen  $\eta$  üzerinde  $\theta_{II} = 90^\circ$ 'dir. Böyle bir durumda dış ortamdan kılavuz içine giren demetin giriş açısı sıfır olur. Bu bir duran dalga modunu gösterir. Bu modda her ne kadar %100 hapsedicilik olsa bile, kılavuz içinde bir dalga gücü yayılımı olmaz.

Yüksek bir hapsedicilikle bir dalga gücü yayılımı elde etmek için  $\theta_{II}$  açısının  $90^\circ$ 'den biraz küçük olması gerekir.  $\theta_{II}$  açısı küçüldükçe, Şekil 6(a)-1'den görüldüğü gibi,  $\beta_z = k_{II} \sin \theta_{II}$  ifâdesine göre,  $\beta_z$  faz sâbiti ve mod numarası da küçülür, fakat  $\alpha_{II}$  büyür. Böylece  $\theta_{II} < 90^\circ$  için birden küçük bir hapsedicilik elde edilir.

$\zeta = 0$  ve  $\alpha_{II} = 0$  durumunda ayrıca  $V = (2\pi/\lambda)aNA = \eta$  ve  $\beta_z = k_{II} \sin \theta_{II}$  olur. Yâni,  $\alpha_{III} = (2\pi/\lambda)NA$ 'dır.

$$e_{yI} = A_I \exp[\alpha_I(x+a)], \quad A_I = A \cos(\alpha_{II} a) = A \cos \zeta$$

$$E_{yII} = A \cos(\alpha_{II} x)$$

$$E_{yIII} = A_{III} \exp[-\alpha_{III}(x-a)], \quad A_{III} = A \cos \zeta$$

ifâdelerine göre, alan ve alan genlikleri düşey eksen  $\eta$  üzerinde sırasıyla  $E_{yII} = A = \text{sâbit}$  ve  $A_I = A_{III} = A = \text{sâbit}$  olur.

## BÖLÜM XII

### AKTİF VE REAKTİF GÜÇLER

#### 12.1. Giriş

Yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerlere ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarına, Şekil 1'de görüldüğü gibi, bir dielektrik dalga kılavuzu olarak bakılabilir. Kırılma indisi  $n_{II}$  olan II. bölge aktif bölgeyi kırılma indisleri  $n_I$  ve  $n_{III}$  olan, sırasıyla I ve III bölgeleri gömlek bölgelerini meydana getirirler.  $n_{II} > n_I > n_{III}$  ve  $n_{II} > n_I$  alınrsa, asimetrik dalga kılavuzunun ve  $n_{III} = n_I = n_{I,III}$  alınrsa, simetrik dalga kılavuzunun elde edileceği bilinmektedir<sup>1</sup>.

Yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerlerin ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarının işlem fonksiyonları, yapıldığı malzemeden kuvvetle etkilenir. Gömlek bölgelerinin kırılma indisleri, ortada bulunan aktif bölgenin kırılma indisinden küçüktür<sup>2</sup>. Optik dalga (ışık) tam yansıma ile aktif bölgede hapsedilir. Işığın aktif bölgede hapsedilmesi için dalga kılavuzunun kontrol edilmesiyle, elektron ve delikler, büyük bir kuvvetle tekrar tekrar birleşirler<sup>3</sup>. Aktif bölgede, böylece, optik elektromanyetik alanla yük taşıyıcıları arasında enerji geçişi (alış-verişi) meydana gelir. Bu sûretle, aktif bölge optik güçlerde değişimleri içeren elektronik etkileşim için bir kararlı platform meydana getirir<sup>4</sup>.

Bir çift-farklı jonksiyonlu lazer ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurları geometrisi, GaAs (Galyum Arsenik) ve p-tipi ya da n-tipi  $Al_xGa_{1-x}As$  (Alüminyum Galyum Arsenik) gibi farklı iki malzeme arasındaki iki jonksiyondan meydana gelir. Burada x, galyumla (Ga) yer değiştiren alüminyum (Al) oranıdır. Galyum arsenik (GaAs) ve alüminyum arsenik (AlAs) yarıiletkenleri hemen hemen özdeş kafes sâbitlerine sâhiptir<sup>5</sup>.

Bir çok yarıiletken lazerlerin ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarının asimetrik bir dilim dalga kılavuzu modeli olan Şekil 1'i göz önünde bulundurarak<sup>6</sup> I, II ve III bölgelerindeki  $e(x, y, z) = E_i(x, y) \exp[j(\omega t - \beta_z z)]$  elektrik alanının-ki burada i, I, II ya da III bölgelerini göstermektedir<sup>7</sup>-dalga denkleminin<sup>8</sup> karteziyen koordinat sisteminde

<sup>1</sup> Syms, R. and Cozens, J., 1992, *Optical Guided Waves and Devices*, (New York: McGraw-Hill Book Company).

<sup>2</sup> Verdeyen, J.T., 1989, *Laser Electronics*, (London: Prentice Hall International Limited).

<sup>3</sup> Carroll, J. Whiteaway, J. And Plumb, D., 1998, *Distributed feedback semiconductor lasers*, (London: U.K.).

<sup>4</sup> Carroll, J. Whiteaway, J. And Plumb, D., 1998, *Distributed feedback semiconductor lasers*, (London: U.K.).

<sup>5</sup> Verdeyen, J.T., 1989, *Laser Electronics*, (London: Prentice Hall International Limited).

<sup>6</sup> Verdeyen, J.T., 1989, *Laser Electronics*, (London: Prentice Hall International Limited).

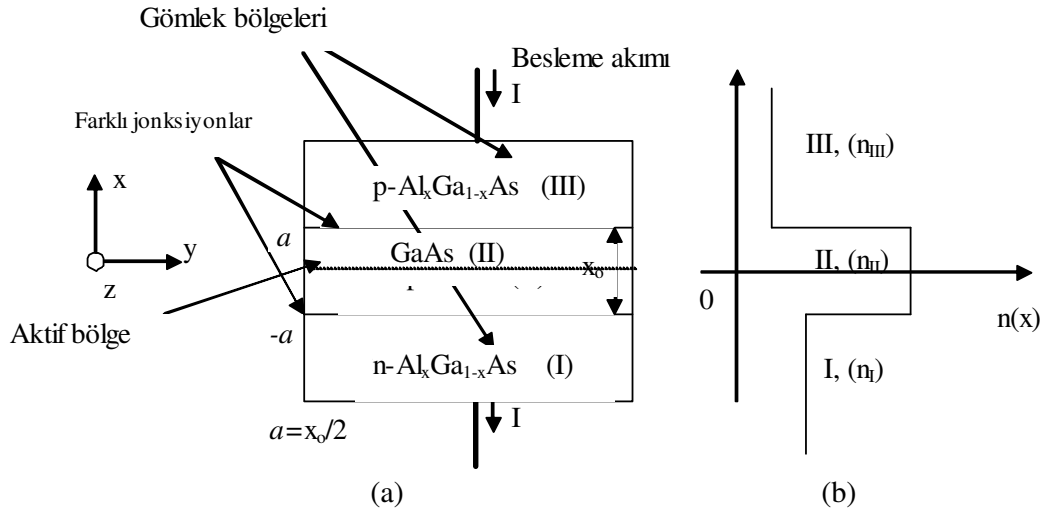
<sup>7</sup> Verdeyen, J.T., 1989, *Laser Electronics*, (London: Prentice Hall International Limited).

$$\left[ \nabla^2 + n^2 k_0^2 \right] \mathbf{e}(x, y, z) = 0 \quad (1)$$

Helmholtz denklemi ile verildiği bilinmektedir. Yâni, elektrik alanının zamana bağlılığı  $e^{j\omega t}$  ile verilir ve harmoniktir. Harmonik formda (1) denklemi

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + n_i^2(x, y) k_0^2 - \beta_z^2 \right] E_i(x, y) = 0 \quad (2)$$

olur ki, bu üç bölgenin her birine âit olan alan ifâdesini sağlayan bir diferansiyel denklemdir<sup>9</sup>. (2)'de  $E_i(x, y)$ ,  $n_i(x, y)$ ,  $k_0$  ve  $\beta_z$  sırasıyla i. bölgedeki modun enine elektrik alanı fazörü, onların kırılma indisleri, elektrik alanın serbest uzay dalga numarası ve z doğrultusundaki faz sâbitidir. (2)'de görüldüğü gibi, kırılma indisi x ve y'nin sürekli fonksiyonudur. Fakat Şekil 1'de, yarıiletken asimetrik planar çift farklı yapılı lazerlerde ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarında bir  $n(x)$  süreksiz kırılma indisi kullanan basamak-kırılma indisi değişimi görülmektedir<sup>10</sup>.



Şekil 1 (a) Bir çok yarıiletken lazerlerin asimetrik bir dilim dalga kılavuzu modeli  
(b) Asimetrik bir dilim dalga kılavuzunun kırılma indisi profili

Genel olarak  $H_z=0$  ve  $E_z=0$  [1,2] olmak üzere<sup>11,12</sup> iki âdet mod vardır. Aktif bölgede ve gömlek bölgelerindeki elektromanyetik alana âit olan bu modların her biri skaler dalga denklemini sağlar ve böylece elde edilen genel sonuçlar, I, II, III

<sup>8</sup> Syms, R. and Cozens, J., 1992, *Optical Guided Waves and Devices*, (New York: McGraw-Hill Book Company).

<sup>9</sup> Verdeyen, J.T., 1989, *Laser Electronics*, (London: Prentice Hall International Limited).

<sup>10</sup> Verdeyen, J.T., 1989, *Laser Electronics*, (London: Prentice Hall International Limited).



bölgelerine âit çözümlerin kontrol edilen Şekil 1'deki karakteristikleri ve sınır şartlarıyla bulunur.

Daha sonra ifâde edileceği gibi, taşıyıcıların efektif kütleleri, kırılma indisleri ve bölgelerin yayılım sâbitleri gibi, kullanılan malzemenin yapısal parametrelerinin özelliklerini taşıyan normalize yayılım sâbiti  $\alpha$ , ayrıca aktif bölgedeki enerji durumları tarafından da belirlenir. Normalize yayılım sâbiti  $\alpha$ , bu sebeplerden dolayı önemli bir parametredir. Normalize frekans  $V$  ile Şekil 3'de görüldüğü gibi, yüklü taşıyıcıların enerji öz değerlerinin  $\zeta$ ,  $\eta$  parametrik koordinatları yayılım sâbiti  $\alpha$  cinsinden elde edilebilir. Dolayısıyla yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerlerin ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarının normalize frekansı  $V$  ve yüklü taşıyıcıların enerji öz değerlerinin  $\zeta$ ,  $\eta$  parametrik koordinatları da önemli parametreler arasındadırlar<sup>13</sup>.

Bu bölümde özellikle ele alınan üç bölgede dispersiyon denklemlerinin ifâdeleri, elektromanyetik alanlar, faz hızları, grup hızları ve güç akışları yayılım sâbiti  $\alpha$  ve/veyâ normalize frekansı  $V$ ,  $n_{ef}$  efektif kırılma indisi ve yüklü taşıyıcıların enerji öz değerlerinin  $\zeta$ ,  $\eta$  parametrik koordinatları cinsinden elde edilecektir.

## 12.2. TE Modunda Aktif Bölge ve Gömlek Bölgelerindeki Elektrik Alan ifâdeleri

Yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerlerin ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarının aktif ve gömlek bölgelerinde  $z$  eksenini doğrultusunda yayılan ve yayılım doğrultusuna dik olan enine elektrik alan dalgalarını ele alalım.  $Y$  doğrultusundaki değişimler ihmal edilir ve sâdece  $x$  doğrultusundaki değişimler dikkate alınır, (2) denklemi,

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + n_i^2 k_o^2 - \beta_z^2 \right] E_{yi}(x) = 0$$

ya da

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_{yi}(x) = [\beta_z^2 - n_i^2 k_o^2] E_{yi}(x) \quad (3)$$

<sup>11</sup> Syms, R. and Cozens, J., 1992, *Optical Guided Waves and Devices*, (New York: McGraw-Hill Book Company).

<sup>12</sup> Verdeyen, J.T., 1989, *Laser Electronics*, (London: Prentice Hall International Limited).

<sup>13</sup> **Temiz, M.**, Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices **Laser Physics, Volume 12, No. 7, 2002, pp.989-1006.**

olur. Burada  $[\beta_z^2 - n_1^2 k_o^2]$  büyüklüğü, enerji öz değer fonksiyonlarının enerji öz değerini gösterir<sup>14,15</sup> ki, bunlar enine fonksiyonları  $E_{yi}(x)$ ,  $i=I, II, III$  ile tanımlanan elektrik alan fonksiyonlarıdır. Bu alanların yayılım sâbitlerinin

$$\alpha_i^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_i}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_i^2, \quad (4)$$

$$\alpha_{ii}^2 = \left(\frac{\omega n_{ii}}{c}\right)^2 - \beta_z^2 = k_{ii}^2 - \beta_z^2, \quad \alpha_{iii}^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_{iii}}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_{iii}^2, \quad (5)$$

$$k_i = \frac{\omega n_i}{c} = k_o n_i, \quad k_{ii} = \frac{\omega n_{ii}}{c} = k_o n_{ii}, \quad k_{iii} = \frac{\omega n_{iii}}{c} = k_o n_{iii}, \quad k_o = \omega/c \quad (6)$$

ile verildikleri bilinmektedir. Burada  $n_I$ ,  $n_{II}$  ve  $n_{III}$ , I, II ve III bölgelerinin kırılma indislerini gösterir. Bir yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerlerin aktif ve gömlek bölgelerindeki her bir elektromanyetik alan hakkında önemli bir noktayı ifâde eden bu tanımlanmış büyüklükler hapsedilmiş alan dağılımlarını sağlar. Aktif bölgede alanın, Şekil 1’de görüldüğü gibi, yoğun olması ve  $|x| \rightarrow \infty$  için zayıflaması istenir<sup>16</sup>. Daha önce de görüldüğü gibi,  $n_{i,iii} \langle n_{ef} \langle n_{ii}$  şartının sağlanması için (4) ve (5) denklemlerinin sağ taraflarının reel olması gerekir. Burada  $n_{ef}$ ’ye efektif kırılma indisi denir ve  $n_{ef} = \beta_z / k_o$  olarak verilir ki bu, özdeş kırılma indisidir. Diğer taraftan  $n_{i,iii}$  kırılma indisinin simetrik yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerlerdeki  $n_i$  ya da  $n_{iii}$  kırılma indisi yerine geçtiği bilinmektedir. Bu şartlar altında üç bölgedeki elektrik alan ifâdelerinin

$$E_{yi}(x, z, t) = [A_{ii} \cos \alpha_{ii} x + B_{ii} \sin \alpha_{ii} x] F(z, \omega, t) \\ = A \cos(\alpha_{ii} x - \theta) F(z, \omega, t) \quad (7)$$

$$A = \sqrt{A_{ii}^2 + B_{ii}^2}, \quad \theta = \arctan B_{ii}/A_{ii}, \quad a = x_o/2 \quad (8)$$

$$E_{yI}(x, z, t) = E_I \exp[\alpha_I(x + a)] F(z, \omega, t) \quad (9)$$

$$E_{yIII}(x, z, t) = E_{III} \exp[-\alpha_{III}(x - a)] F(z, \omega, t) \quad (10)$$

$$F(z, \omega, t) = \exp[j(\omega t - \beta_z z)] \quad (11)$$

şeklinde olacağı açıktır. Burada  $E_I$ ,  $E_{III}$ ,  $A_{II}$  ve  $B_{II}$  katsayılarının birer sâbiti gösterdiği ve çift fonksiyonlu elektrik alanı için  $B_{II}=0$  ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için  $A_{II}=0$  olarak alınacağı da bilinmektedir<sup>17</sup>.

<sup>14</sup> Verdeyen, J.T., 1989, *Laser Electronics*, (London: Prentice Hall International Limited).

<sup>15</sup> Schiff, L. I., 1982, *Quantum Mechanics*, (Tokyo: McGraw-hill Book Comp).

<sup>16</sup> Verdeyen, J.T., 1989, *Laser Electronics*, (London: Prentice Hall International Limited).

<sup>17</sup> Temiz, M., 2001, The Effects of Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes, *Laser Physics*, Volume 11, No. 3, pp.297-305.

Alanların Şekil 1'deki modelin  $x = \pm a$  sınırlarında sürekli olması için yâni alanların sınır şartlarını sağlaması için, aktif bölgeye âit  $2a$  genişliğine bağlı bölgenin karşılıklı kenarları arasındaki optik faz değişimi  $\zeta = \alpha_{\text{II}} a$  tanımlanarak  $\alpha_{\text{II}}$ ,  $\theta$  ve  $a$  büyüklüklerine bağlı olan  $E_{\text{I}}$  ve  $E_{\text{II}}$  kat sayıları  $A$  sâbiti cinsinden

$$E_{\text{I}} = A \cos(\alpha_{\text{II}} a + \theta) = A \cos(\zeta + \theta) \quad (12)$$

ve

$$E_{\text{III}} = A \cos(\alpha_{\text{II}} a - \theta) = A \cos(\zeta - \theta) \quad (13)$$

olarak bulunur<sup>18</sup>.

Aktif bölge ve gömlek bölgelerindeki elektromanyetik alanlarının (7), (9) ve (10)'daki sırasıyla  $E_{\text{yII}}$ ,  $E_{\text{yI}}$ , ve  $E_{\text{yIII}}$ 'den hareket ederek bunların çift ve tek fonksiyonlu ifâdeleri bulunabilir. Nitekim, elektrik alanın aktif bölgedeki  $E_{\text{yII}}$  bileşeninin

$$\begin{aligned} E_{\text{yII}}(x, z, t) &= A^{\circ} \cos(\alpha_{\text{II}} x - m\pi/2) F(z, \omega, t) \\ &= A^{\circ} \cos(\alpha_{\text{II}} x) \cos(m\pi/2) F(z, \omega, t) \end{aligned} \quad (14)$$

ya da

$$\begin{aligned} E_{\text{yII}}(x, z, t) &= A^{\circ} \cos(\alpha_{\text{II}} x - i\pi) F(z, \omega, t) \\ &= A^{\circ} \cos(\alpha_{\text{II}} x) \cos(i\pi) F(z, \omega, t) \end{aligned} \quad (15)$$

olacağı kolayca görülebilir. Burada  $m$  mod numarası olmak üzere  $\theta = m\pi/2$ ,  $m=0, 2, 4, 6, \dots$ , ya da  $m=2i$ ,  $i=0, 1, 2, 3, 4, \dots$ , ile verilir. I. gömlek bölgesinde çift fonksiyonlu  $E_{\text{yI}}$  sönümlü alanı

$$E_{\text{yI}}^{\circ}(x, z, t) = E_{\text{I}}^{\circ} \exp[\alpha_{\text{I}}(x + a)] F(z, \omega, t). \quad (16)$$

olduğu bilinmektedir. (12) çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\begin{aligned} E_{\text{I}}^{\circ} &= A^{\circ} \cos(\zeta + m\pi/2) = A^{\circ} \cos(\zeta + i\pi) \\ &= A^{\circ} \cos\zeta \cos(m\pi/2) = A^{\circ} \cos\zeta \cos(i\pi) \end{aligned} \quad (17)$$

olur. III. gömlek bölgesinde çift fonksiyonlu  $E_{\text{yIII}}$  sönümlü alanı ise

$$E_{\text{yIII}}^{\circ}(x, z, t) = E_{\text{III}}^{\circ} \exp[-\alpha_{\text{III}}(x - a)] F(z, \omega, t). \quad (18)$$

<sup>18</sup> Temiz, M., 2001, The Effects of Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes, Laser Physics, Volume 11, No. 3, pp.297-305.

ile verilir. (13) ifâdesi, çift fonksiyonlu alan olarak

$$\begin{aligned} E^{\circ}_{m} &= A^{\circ} \cos(\zeta - m\pi/2) = A^{\circ} \cos(\zeta - i\pi) \\ &= A^{\circ} \cos \zeta \cos(m\pi/2) = A^{\circ} \cos \zeta \cos(i\pi) = E^{\circ}_{1} \end{aligned} \quad (19)$$

olur ki, burada  $A^{\circ}$ ,  $E^{\circ}_{1}$  ve  $E^{\circ}_{m}$  bu alan için  $a$  ve  $\alpha_{ii}$  mekan frekansının belirlenmiş değerlerine âit sâbitleri verir.  $\theta = m\pi/2$ ,  $m=1, 3, 5, \dots$ , ya da  $m=(2i+1)$ ,  $i=0, 1, 2, 3, \dots$ , alarak aktif bölgedeki tek fonksiyonlu elektrik alan ifâdeleri

$$\begin{aligned} E^{\circ}_{yII}(x, z, t) &= A^{\circ} \cos(\alpha_{ii}x - m\pi/2)F(z, \omega, t) \\ &= A^{\circ} \sin(\alpha_{ii}x) \sin(m\pi/2)F(z, \omega, t) \end{aligned} \quad (20)$$

veyâ

$$\begin{aligned} E^{\circ}_{yII}(x, z, t) &= A^{\circ} \cos[\alpha_{ii}x - (2i+1)\pi/2]F(z, \omega, t) \\ &= A^{\circ} \sin(\alpha_{ii}x) \sin[(2i+1)\pi/2]F(z, \omega, t) \end{aligned} \quad (21)$$

olarak elde edilir. I bölgesinde tek fonksiyonlu  $E^{\circ}_{yI}$  alanı

$$E^{\circ}_{yI}(x, z, t) = E^{\circ}_{1} \exp[\alpha_{1}(x+a)] F(z, \omega, t). \quad (22)$$

olur. (12) ifâdesi, tek fonksiyonlu alanlar için  $E^{\circ}_{1}$  sâbitini

$$\begin{aligned} E^{\circ}_{1} &= A^{\circ} \cos(\zeta + m\pi/2) = A^{\circ} \cos[\zeta + (2i+1)\pi/2] \\ &= A^{\circ} \sin \zeta \sin[(2i+1)\pi/2] \\ m &= 1, 3, 5, \dots, \text{ ya da } m=(2i+1), \quad i=0, 1, 2, 3, \dots, \end{aligned} \quad (23)$$

olarak verir. III bölgesinde tek fonksiyonlu alanlar  $E^{\circ}_{yIII}$  alanı

$$E^{\circ}_{yIII}(x, z, t) = E^{\circ}_{m} \exp[-\alpha_{m}(x-a)] F(z, \omega, t) \quad (24)$$

olarak bulunur. (13) ifâdesinden tek fonksiyonlu alanlar için  $E^{\circ}_{m}$  sâbiti

$$\begin{aligned} E^{\circ}_{m} &= A^{\circ} \cos(\zeta - m\pi/2) = A^{\circ} \cos[\zeta - (2i+1)\pi/2] \\ &= A^{\circ} \sin \zeta \sin[(2i+1)\pi/2] = E^{\circ}_{1} = E^{\circ}_{1,III}. \end{aligned} \quad (25)$$

şeklinde bulunur.

Yukarıdaki (7), (12) ve (13) eşitliklerde bulunan  $A$  sâbiti, aktif bölgedeki gücü 1 yapacak (normalize edecek) şekilde bulunur. Yâni

$$\int_{-a}^a E_{yII} E_{yII}^* dx = \int_0^{2a} E_{yII} E_{yII}^* dx = 1 \quad (26)$$

olur. Bu aynı zamanda bir ihtimâliyettir. Öyle ki, bu ihtimâliyet taşıyıcıların aktif bölgede bulunmalarının %100 olduğunu gösterir. Böylece, A sâbiti<sup>19,20</sup>

$$A = \sqrt{\frac{2\alpha_{ii}}{2\alpha_{ii}a + \sin(2\alpha_{ii}a)\cos 2\theta}}, (\theta = m\pi/2 = i\pi \text{ için}) \rightarrow A^e = \sqrt{\frac{2\alpha_{ii}}{2\alpha_{ii}a + \sin(2\alpha_{ii}a)}} = \sqrt{\frac{2\alpha_{ii}}{2\zeta + \sin 2\zeta}}$$

$$(m = 0, 2, 4, \dots, i = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

$$A^o = \sqrt{\frac{2\alpha_{ii}}{2\alpha_{ii}a + \cos[(2i+1)\pi]\sin(2\alpha_{ii}a)}} = \sqrt{\frac{2\alpha_{ii}}{2\zeta \cos[(2i+1)\pi]\sin 2\zeta}} = \sqrt{\frac{2\alpha_{ii}}{2\zeta - \sin 2\zeta}}, \quad (27)$$

$$[\theta = (2i+1)\pi/2, (\theta = m\pi/2, m = 1, 3, 5, \dots, m = (2i+1), i = 0, 1, 2, 3, \dots, \text{ için})]$$

olarak bulunur. Bu sûretle, (16), (18), (22) ve (24) formüllerinde görüldüğü gibi, gömlek bölgelerinde x değişkenine göre üstel olarak zayıflayan bir genliğe sâhip olan sönümlü ve (14) ya da (15)'de ve (20) ya da (21)'de görüldüğü gibi, aktif bölgede z doğrultusunda  $\theta = 2i\pi/2$  ya da  $\theta = (2i+1)\pi/2$ ,  $i=0, 1, 2, 3, \dots$ , için sinizoidal olarak yayılan alanlar elde edilir. Bu elektrik alanlarının değişimleri *Temiz* tarafından 20. referansta çizilmiştir.

Manyetik alan bileşenleri,  $F(z, \omega, t)$  gözardı edilerek, **E** elektrik ve **H** manyetik alanlarının rotasyon ilişkilerinden tam olarak elde edilebilir:

$$H_{xi}(x) = -(E_i \beta_z / \omega \mu_o) \exp[\alpha_i(x+a)] \quad (28)$$

$$H_{xii}(x) = -(A \beta_z / \omega \mu_o) \cos(\alpha_{ii}x - \theta) \quad (29)$$

$$H_{xiii}(x) = -(E_{iii} \beta_z / \omega \mu_o) \exp[-\alpha_{iii}(x-a)] \quad (30)$$

ve

$$H_{zi}(x) = -E_i (\alpha_i / j \omega \mu_o) \exp[\alpha_i(x+a)] \quad (31)$$

$$H_{zii}(x) = A (\alpha_{ii} / j \omega \mu_o) \sin(\alpha_{ii}x - \theta) \quad (32)$$

$$H_{ziii}(x) = E_{iii} (\alpha_{iii} / j \omega \mu_o) \exp[-\alpha_{iii}(x-a)] \quad (33)$$

Yukarıdaki ifâdeler, bileşenleri  $E_i$  ve  $H_i$ ,  $i=x,y,z$ , olan, sırasıyla **E**, elektrik alan vektörünü ve **H**, manyetik alan vektörünü göstermek üzere, manyetik alan vektörünün  $TE$ ,  $E(0, E_y, 0)$ ,  $H(H_x, 0, H_z)$ , modundaki manyetik alan bileşenlerini vermektedir.  $TE$  modundan hareket edilerek bulunan (31)-(33) manyetik alan bileşenleri de Şekil 1'deki  $x = \pm a$  sınır şartlarını sağlayarak süreklilik kazanmalıdırlar. Yarıiletken planar çift farklı yapılı asimetrik lazerlerde elde edilen süreklilik sonunda bulunan bu

<sup>19</sup> **Temiz, M.**, Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices **Laser Physics, Volume 12, No. 7, 2002, pp.989-1006.**

<sup>20</sup> Temiz, M., 2001, The Effects of Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes, **Laser Physics, Volume 11, No. 3, pp.297-305.**

$$\tan(\zeta - \theta) = \alpha_{III}/\alpha_{II} = \eta_{III}/\zeta_{II}, \quad \tan(\zeta + \theta) = \alpha_I/\alpha_{II} = \eta_I/\zeta_{II} \quad (34)$$

dispersiyon ilişkisine *Enerji Öz Değer Denklemi* denir<sup>21</sup>. Bu denklem  $\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{II}$  olmak üzere çift fonksiyonlu alanlarda yarıiletken planar çift farklı yapıli simetrik lazerler için

$$\tan\zeta = \alpha_I/\alpha_{II} = \alpha_{III}/\alpha_{II} = \alpha_{I,III}/\alpha_{II} = \eta_{I,III}/\zeta_{II} \quad (35)$$

olur ki bu  $\theta = m\pi/2$ ,  $m=0, 2, 4, 6, \dots$ , hâline karşı düşer. Enerji öz değer denklemi tek fonksiyonlu alanlarda

$$\cot\zeta = -\alpha_I/\alpha_{II} = -\alpha_{III}/\alpha_{II} = -\alpha_{I,III}/\alpha_{II} = -\eta_{I,III}/\zeta_{II} \quad (36)$$

olarak bulunur. Bu ise  $\theta = m\pi/2$ ,  $m=1, 3, 5$ , hâline karşı düşer [Referans 20'deki Şekil 2(b) ve (c)'ye bakınız].  $\eta = \alpha_{I,III} a$  parametresi yardımıyla (35) ve (36), sırasıyla  $\tan\zeta = \eta/\zeta$  ve  $-\cot\zeta = \eta/\zeta$  olur.

### Sorular:

1) Bir düzlem elektromanyetik dalganın TE modunda I, II ve III bölgelerindeki  $E_{yI}$ ,  $E_{yII}$  ve  $E_{yIII}$  elektrik alan bileşenleri verildiğine göre, bu düzlem elektromanyetik dalganın  $H_{xI}$ ,  $H_{xII}$  ve  $H_{xIII}$  manyetik alan bileşenlerini bulunuz. Düzlem elektromanyetik dalganın elektrik ve manyetik alan vektörlerini (fazörlerini) çiziniz. Bu alanların birbirlerine göre durumları nasıldır?

### Cevaplar:

1) TE modunda (Yayılim doğrultusu  $z$  ise  $E_z=0$ ),  $y$  doğrultusundaki değişimleri ihmal edilen ve sâdece  $x$  doğrultusundaki değişimleri dikkate alınan düzlem elektromanyetik dalganın  $E_{yI}$ ,  $E_{yII}$  ve  $E_{yIII}$  elektrik bileşenleri

$$E_{yII}(x, z, t) = A \cos(\alpha_{II} x - \theta)$$

$$E_{yI}(x, z, t) = E_I \exp[\alpha_I(x + a)]$$

$$E_{yIII}(x, z, t) = E_{III} \exp[-\alpha_{III}(x - a)]$$

olarak verildiğine göre, bu düzlem elektromanyetik dalganın manyetik alan bileşenleri istenmektedir.

*Elektrik alanı verilirse, manyetik alan*

<sup>21</sup> Temiz, M., 2001, The Effects of Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes, Laser Physics, Volume 11, No. 3, pp.297-305.

$$\nabla \wedge \mathbf{E}(x,y,z,t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(x,y,z,t)}{\partial t}$$

Maxwell denkleminde bulunur. Alanlar, sinüzoidal (harmonic) alındığı için bu Maxwell denkleminin harmonic biçimi

$$\nabla \wedge \mathbf{E}(x,y,z) = -j\omega\mu\mathbf{H}(x,y,z)$$

şekindedir. Optik malzemelerin çoğunda  $\mu = \mu_0$  alınır. Dolayısıyla optik malzemelerde bu Maxwell denkleminin harmonic biçimi

$$\nabla \wedge \mathbf{E}(x,y,z) = -j\omega\mu_0\mathbf{H}(x,y,z)$$

olur. I, II ve III bölgelerinin her biri için verilen elektrik alanı Maxwell denkleminde

$$\nabla \wedge \mathbf{E}(x,y,z) = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E_y & 0 \end{vmatrix} = -\mathbf{a}_x \frac{\partial E_y}{\partial z} + \mathbf{a}_z \frac{\partial E_y}{\partial x}$$

açınımına sâhiptir. Diğer taraftan, Maxwell denkleminin sağ tarafı

$$-j\omega\mu\mathbf{H}(x,y,z) = -j\omega\mu(H_x\mathbf{a}_x + H_y\mathbf{a}_y + H_z\mathbf{a}_z)$$

olduğu için

$$-\mathbf{a}_x \frac{\partial E_y}{\partial z} + \mathbf{a}_z \frac{\partial E_y}{\partial x} = -j\omega\mu(H_x\mathbf{a}_x + H_y\mathbf{a}_y + H_z\mathbf{a}_z)$$

bulunur. Buradan

$$H_x = \frac{1}{j\mu_0\omega} \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad H_z = -\frac{1}{j\mu_0\omega} \frac{\partial E_y}{\partial x}$$

ve

elde edilir. Demek oluyor ki TE modundaki elektromanyetik alan dalgasının sâdece bir bileşeni varsa, manyetik alanın iki bileşeni ortaya çıkmaktadır. Elektrik alanının  $E_y(x)$  bileşeni verildiğine göre, elektromanyetik alan dalgasının manyetik alanının  $y$  bileşeninin olmaması, aslında, TE  $[\mathbf{E}(0, E_y, 0), \mathbf{H}(H_x, 0, H_z)]$  modu tanımı da görülmektedir.

I, II ve III bölgelerinde verilen  $E_{yI}$ ,  $E_{yII}$  ve  $E_{yIII}$  alan ifâdeleri bu son iki denklemde kullanılarak ve zaman parametresi de dikkate alınarak

$$H_{xI}(x) = -(E_I\beta_z/\omega\mu_0) \exp[\alpha_I(x+a)] \exp[j(\omega t - \beta_z z)]$$

$$H_{xII}(x) = -(A\beta_z/\omega\mu_0) \cos(\alpha_{II}x - \theta) \exp[j(\omega t - \beta_z z)]$$

$$H_{xIII}(x) = -(E_{III}\beta_z/\omega\mu_0) \exp[-\alpha_{III}(x-a)] \exp[j(\omega t - \beta_z z)]$$

ve

$$H_{zI}(x) = -E_I(\alpha_I/j\omega\mu_0) \exp[\alpha_I(x+a)] \exp[j(\omega t - \beta_z z)]$$

$$H_{z_{II}}(x) = A(\alpha_m / j\omega\mu_0) \sin(\alpha_m x - \theta) \exp[j(\omega t - \beta_z z)]$$

$$H_{z_{III}}(x) = E_m(\alpha_m / j\omega\mu_0) \exp[-\alpha_m(x-a)] \exp[j(\omega t - \beta_z z)]$$

şeklinde TE modundaki manyetik alan bileşenlerine varılır. Görüldüğü gibi, TE modundaki bir elektromanyetik dalganın elektrik alan bileşeninin sâdece y bileşeni verilirse, buna karşılık manyetik alan bileşenlerinde y bileşeni yerine x bileşeni ortaya çıkar. Ayrıca, bir de z bileşeni meydana gelir.

Sonuç olarak TE modunda elektromanyetik alan dalgasının elektrik vektörü  $\mathbf{E}(0, E_y, 0)$  ise, manyetik vektör  $\mathbf{H}(H_x, 0, H_z)$  olur.

$$-\mathbf{a}_x \frac{\partial E_y}{\partial z} + \mathbf{a}_z \frac{\partial E_y}{\partial x} = -j\omega\mu(H_x \mathbf{a}_x + H_y \mathbf{a}_y + H_z \mathbf{a}_z)$$

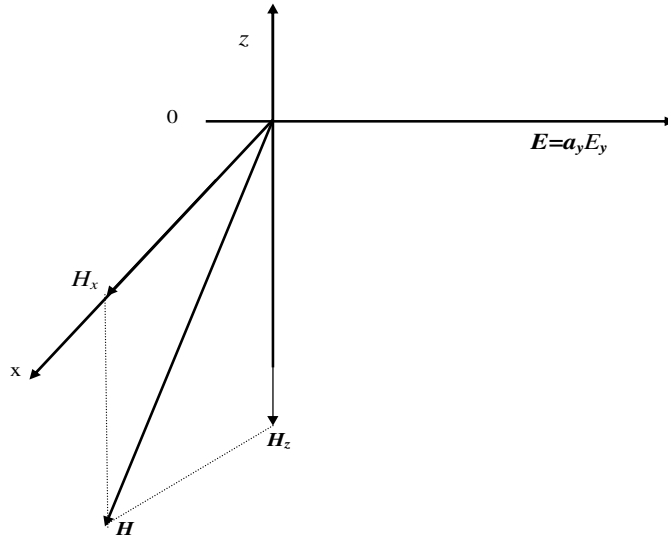
ya da

$$-\mathbf{a}_x \frac{\partial E_y}{\partial z} + \mathbf{a}_z \frac{\partial E_y}{\partial x} = -j\omega\mu(H_x \mathbf{a}_x + H_z \mathbf{a}_z) = -j\omega\mu \mathbf{H}$$

dikkate alınırsa,  $\mathbf{E} = E_y \mathbf{a}_y$  vektörünün

$$\mathbf{H} = \frac{1}{j\mu_0 \omega} \frac{\partial E_y}{\partial z} \mathbf{a}_x - \frac{1}{j\mu_0 \omega} \frac{\partial E_y}{\partial x} \mathbf{a}_z$$

manyetik alan vektörüne ve onun her bir bileşenine dik olduğu görülür.  $E_y$  ve  $H_x$ , elektromanyetik alan dalgasının enine bileşenlerini,  $H_z$  boyuna bileşenini meydana getirir. Çünkü, elektromanyetik alan  $\exp[(\omega t - \beta_z z)]$  'den dolayı z doğrultusunda yayılmaktadır.





Düzlem elektromanyetik dalganın vektor diyagramından görüldüğü gibi, elektrik ve manyetik alan vektörleri dâima birbirlerine dik kalırlar.

### 12.3. TE Modunda Kesim Şartı ve Aktif Bölgedeki Yayılım

Kesim şartı,  $\tan\zeta = \eta/\zeta$  ve  $-\cot\zeta = \eta/\zeta$  ifâdelerini sıfır yapan durum olarak tanımlanabilir. Dolayısıyla, bu şartı sağlayan absis değişkeni  $\zeta_{co}$  olarak gösterilirse bu (35)'den  $\zeta_{co} = j\pi$  ve (36)'dan  $\zeta_{co} = j\pi/2$  bulunur. Burada çift fonksiyonlu alanlar için  $j=0, 2, 4, \dots$ , ve tek fonksiyonlu alanlar için  $j=1, 3, 5, \dots$ , alınır. Bu sonuçlardan

$$\alpha_{n_{co}} = k_o \sqrt{n_{II}^2 - n_{I,III}^2} = k_o NA . \quad (37)$$

elde edilir. Burada NA'ya nümerik açıklık dendiği bilinmektedir. Dolayısıyla,

$$V = \alpha_{n_{co}} a = k_o NAa \quad (38)$$

olur ki 'V'ye sık sık "V Değeri" ya da "V Sayısı" dendiği de bilinmektedir<sup>22</sup>.

Mekan frekansı

$$\alpha_{II} = \sqrt{2m^*(V_0 - E_v)}/\hbar \quad (40)$$

ve iletim bandındaki elektronun ve valans bandındaki deliğin enerji öz değeri ise

$$E_v = v^2 \pi^2 \hbar^2 / 8m^* a^2, \quad v=0, 1, 2, \dots, \hbar = 1.05459 \times 10^{-34} \text{Js} \quad (41)$$

olur. Burada  $V_0$  ve  $m^*$  sembolleri, sırasıyla, duvar potansiyeli ve iletim veyâ valans bandındaki taşıyıcının efektif kütesidir<sup>23</sup>. Ayrıca, taşıyıcıların  $\zeta$  ve  $\eta$  parametrik koordinatları

$$\eta = \alpha_{I,III} a = a \sqrt{2m^* E_v} / \hbar, \quad \zeta = \alpha_{II} a = a \sqrt{2m^*(V_0 - E_v)} / \hbar \quad (42)$$

olarak da tanımlanmaktadır. Buradan normalize frekansın

$$V = \sqrt{\zeta^2 + \eta^2} = a \sqrt{2m^* V_0} / \hbar \quad (43)$$

olarak elde edildiğini biliyoruz. Ayrıca normalize frekans

<sup>22</sup> Schiff, L. I., 1982. *Quantum Mechanics*, (Tokyo: McGraw-hill Book Comp).

<sup>23</sup> Temiz, M., 2001, The Effects of Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes, *Laser Physics*, Volume 11, No. 3, pp.297-305.

$$V = \{\omega a/c\} \sqrt{n_{II}^2 - n_{I,III}^2} = 2\pi a/\lambda NA = ak_0 NA = ak_0 n_{II} \sqrt{2\Delta} \quad (44)$$

$$NA = n_{II} \sqrt{2\Delta} = \sin\theta_{max} \quad (45)$$

olarak da hesaplanabilir. Formüllerdeki  $\Delta$  'ya *Normalize Kırılma İndisi Yüzde Farkı* ya da *Normalize İndis Yüzde Farkı* denir. Bu kırılma indisinin yüzde değişimini verir.  $2\theta_{max}$ , Şekil 4'te görüldüğü gibi, optikte dalganın *Kabul Açısı* olur. Bu açı, ışık ışımının alınabildiği maksimum açı olarak tanımlanır. Yarıiletken planar çift farklı yapılı basamak kırılma indisli dalga kılavuzlarında (lazerlerinde) ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarında  $\theta_c$  tam yansımaya âit kritik açığı göstermek üzere,  $2\Delta \equiv \sin\theta_c = n_{I,III}/n_{II}$  olup<sup>24</sup>,  $\Delta$  normalize kırılma indis farkı

$$\Delta = \left[ n_{II}^2 - n_{I,III}^2 \right] / 2n_{II}^2 \equiv (n_{II} - n_{I,III})/n_{II} \quad (46)$$

ile verilir. (43)'ün, Şekil 3'de görüldüğü gibi,  $V$  yarıçaplı bir dâireyi gösterdiği, normalize yayılım sâbitinin

$$\alpha = \eta^2/V^2 \quad (47)$$

ile tanımlandığı<sup>25, 26</sup> ve bunun (42)'deki ordinatın ve (43) ifâdesinin (47)'de kullanılmasıyla, kuantum çukurunda

$$\alpha = \frac{e_v}{V_0} = \frac{v^2 e_1}{V_0}, \quad e_1 = \pi^2 \hbar^2 / 8m^* a^2, \quad v = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (48)$$

olarak elde edildiği bilinmektedir. (48)'deki  $e_v$  enerji öz değerine özellikle *Bağlı Enerji* ve  $e_1$  enerjisine ise *En Düşük Enerji Seviyesi* denir.<sup>27</sup>  $\alpha_{II} = v\pi/2a$ ,  $v = 1, 3, 5, \dots$ , alarak (15)'deki çift fonksiyonlu alanlar için ve  $v = 0, 2, 4, \dots$ , alarak (21)'deki tek fonksiyonlu alanlar için, sırasıyla,

$$E_{y_{II}}(x, z, t) = A^e \cos\left(\frac{v\pi}{2a}x - i\pi\right)F(z, \omega, t) = A^e \cos\left(\frac{v\pi}{2a}x\right)\cos(i\pi)F(z, \omega, t) \\ m=0, 2, 4, 6, \dots, m=2i, i=0, 1, 2, 3, 4, \dots, v=1, 3, 5, \dots \quad (49)$$

ve

<sup>24</sup> Iga, K., 1994, *Fundamentals of Laser Optics*, (New York: Plenum Press).

<sup>25</sup> Temiz, M., Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices **Laser Physics, Volume 12, No. 7, 2002, pp.989-1006.**

<sup>26</sup> Iga, K., 1994, *Fundamentals of Laser Optics*, (New York: Plenum Press).

<sup>27</sup> Schiff, L. I., 1982. *Quantum Mechanics*, (Tokyo: McGraw-hill Book Comp).

$$\begin{aligned}
E_{y_{II}}^{\circ}(x, z, t) &= A^{\circ} \cos \left[ \frac{v\pi}{2a} x - (2i+1)\pi/2 \right] F(z, \omega, t) \\
&= A^{\circ} \sin \left( \frac{v\pi}{2a} x \right) \sin \left[ (2i+1)\pi/2 \right] F(z, \omega, t) \\
m &= 1, 3, 5, \dots, \quad m = (2i+1), \quad i = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, \quad v = 0, 2, 4, \dots
\end{aligned} \tag{50}$$

buluruz.

Eğer bâzı işlemler yapılırsa, aşağıdaki sonuçlar elde edilir<sup>28,29</sup>:

$$\begin{aligned}
1 - \alpha &= (V^2 - \eta^2) / V^2 = \zeta^2 / V^2, & \alpha &= \eta^2 / V^2 \\
\zeta &= V\sqrt{1 - \alpha}, \quad \eta = V\sqrt{\alpha}. \\
\tan(\zeta - \theta) &= \alpha_{III} / \alpha_{II} = \eta_{III} / \eta_{II}
\end{aligned} \tag{51}$$

özdeğer denklemi

$$\zeta = V \cos(\zeta - \theta), \quad \eta = V \sin(\zeta - \theta) \tag{52}$$

$$\sin^2(\zeta - \theta) = \alpha, \quad \cos^2(\zeta - \theta) = 1 - \alpha \tag{53}$$

ifâdelerini verir. Burada  $\theta = 0$  alınır,

$$\tan(\zeta - \theta) = \tan(\zeta - m\pi/2) = \eta/\zeta, \quad m = 0, 2, 4, \dots, \tag{54}$$

$$\tan \zeta = \eta/\zeta \tag{55}$$

bulunur. O zaman (52) denklemleri

$$\zeta = V \cos \zeta, \quad \eta = V \sin \zeta, \tag{56}$$

$$\sin^2 \zeta = \alpha, \quad \cos^2 \zeta = 1 - \alpha \tag{57}$$

olur. Bu denklemler, çift fonksiyonlu alanlar içindir. (36) denkleminde elde edilen

$$\cot \zeta = -\eta/\zeta \tag{58}$$

öz değer denklemi  $m=1$  içindir ve bu sûretle tek fonksiyonlu alanlar

$$\zeta = V \sin \zeta, \quad \eta = V \cos \zeta \tag{59}$$

$$\sin^2 \zeta = 1 - \alpha, \quad \cos^2 \zeta = \alpha. \tag{60}$$

bulunur. Çift fonksiyonlu alanlar için olan (53) ve (57) denklemleri gösteriyor ki, normalize yayılım sâbiti  $\alpha$  dâimâ pozitifdir ve 1'den küçüktür. Böylece, (51)'deki denklemlere göre  $\zeta, \eta > 0$  olduğu görülür ve  $\theta = m\pi/2$ 'deki  $m$ 'den bağımsızdır. Yâni,

<sup>28</sup> Temiz, M., Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices *Laser Physics*, Volume 12, No. 7, 2002, pp.989-1006.

<sup>29</sup> Temiz, M., 2001, *The Effects of Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes*, Laser Physics, Volume 11, No. 3, pp.297-305.

$\alpha$ , 0 ile 1 arasındadır ve  $\zeta$  ve  $\eta$  pozitif değerlerdir. Burada görülmektedir ki, çift fonksiyonlu alanlar için  $\zeta$  ( $\eta = 0$ ),  $\zeta = 2k\pi$ ,  $k=0, 1, 2, 3, \dots$ , ekseninde ve tek fonksiyonlu alanlar için  $\zeta = 2k\pi + \pi/2$  absisi  $\alpha = 0$  sonucunu verir ki, bu kesim şartıdır. Fakat çift fonksiyonlu alanlar için  $\zeta = 2k\pi + \pi/2$  ve absisi tek fonksiyonlu alanlar için  $\zeta = 2k\pi$  absisi  $\alpha = 1$  sonucunu verir.  $\alpha$ 'ya âit 0 ve 1 değerleri normalize yayılım sâbitin uç değerleridir.

Kesim şartı  $\alpha = 0$ 'dan dolayı  $\alpha_{\text{I,II,III}} = k_0 NA = V/a = V/a) \cos \zeta_{\text{co}}$  sebebiyle kesim şartı,  $\zeta_{\text{co}} = \zeta = a \alpha_{\text{I,II,III}} \cos \zeta_{\text{co}} = V \cos \zeta$ ,  $V = a \alpha_{\text{I,II,III}}$ , absisini verir. Böylece, çift fonksiyonlu alanlar için

$$\eta_{\text{co}} = \sqrt{V^2 - a^2 \alpha_{\text{I,II,III}}^2 \cos^2 \zeta_{\text{co}}} = \sqrt{V^2 - V^2 \cos^2 \zeta_{\text{co}}} = V \sin \zeta_{\text{co}} = a \alpha_{\text{I,II,III}} \sin \zeta_{\text{co}}$$

bulunur ki buradan

$$\eta_{\text{co}} = \eta = V \sin \zeta_{\text{co}} = a \alpha_{\text{I,II,III}} \sin \zeta_{\text{co}} = a \alpha_{\text{I,II,III}} \cos \zeta_{\text{co}}, \quad V = a \alpha_{\text{I,II,III}},$$

dolayısıyla kesim durumunda  $\alpha_{\text{I,II,III}} = \alpha_{\text{I,II,III}}$  olur.

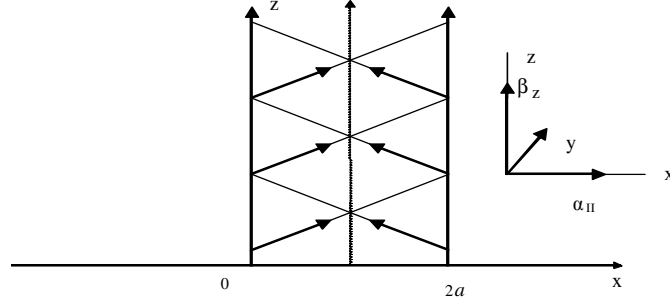
Eğer  $\zeta = 2k\pi$ ,  $k=0, 1, 2, 3, \dots$ , alınırsa, o zaman çift fonksiyonlu alanlarda  $\eta_{\text{co}} = a \alpha_{\text{I,II,III}} \sin \zeta = 0$  elde edilir. Çift fonksiyonlu alanlarda  $V = a \alpha_{\text{I,II,III}} = a \alpha_{\text{I,II,III}}$ 'den dolayı (47) denklemi  $\alpha = 0$  sonucunu verir. Eğer  $\zeta_{\text{co}} = 2k\pi + \pi/2$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , alınırsa, o zaman  $\eta_{\text{co}} = a \alpha_{\text{I,II,III}} \cos \zeta = 0$  olur. Böylece, tek fonksiyonlu alanlar için (47),  $\alpha = 0$  sonucunu verir. Yâni,  $\alpha = 0$  kesim şartıdır.

Taşıyıcıların efektif kütlesi ve kırılma indisi gibi kullanılan malzemenin parametreleri cinsinden hesaplanabilen normalize propagasyon sâbiti, dalga kılavuzunun I, II ve III bölgelerinin  $\alpha_I$ ,  $\alpha_{II}$  ve  $\alpha_{III}$  yayılım sâbitlerinin fonksiyonu olduğu gibi, ayrıca doğrudan doğruya taşıyıcıların enerji öz değerlerinin, çukur potansiyellerinin ve aktif bölgenin bâzı parametrelerinin de bir fonksiyonudur. Normalize propagasyon sâbitinin önemi bunlar yüzündendir<sup>30</sup>.

Şekil 3'te görüldüğü gibi, normalize yayılım sâbiti  $\alpha$ , normalize frekans  $V$  ve taşıyıcıların enerji öz değerleri,  $\zeta$ ,  $\eta$  parametreleri de yarı iletken planar çift farklı yapıli basamak kırılma indisli lazerler için de önemlidir. Kılavuz içinde dalganın iki yayılım doğrultusu vardır. Bunlardan biri,  $\beta_z$  faz sâbitine sâhip olan dalganın yayıldığı  $z$  doğrultusu ve diğeri  $\alpha_{II}$ 'ya sâhip olan dalganın  $x=0, 2a$  aralığında, Şekil 2'de görüldüğü gibi, zikzaklı olarak yayıldığı  $x$  doğrultusudur. Dalga numarası korunumu

<sup>30</sup> Temiz, M., *Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices Laser Physics, Volume 12, No. 7, 2002, pp.989-1006.*

$\alpha_{II}^2 = k_{II}^2 - \beta_z^2$  eşitliğini verir ki, burada  $\alpha_{II}$ , kısa tur şartı  $\alpha_{II} = v\pi/2a$  tarafından belirlenir<sup>31</sup>. Burada çift fonksiyonlu alanlar için  $v=1, 3, 5, \dots$ , tek fonksiyonlu alanlar için  $v=0, 2, 4, \dots$ , alınır.



Şekil 2 Aktif bölgede z doğrultusunda yayılırken x doğrultusunda zikzak yapan dalganın karşıdan görünüşü

#### 12.4. Aktif ve Gömlek Bölgelerinde TM Modunun İncelenmesi

TE modu için (4)-(6) denklemleri ile tanımlanan alan ifâdelerinden faydalalanarak TM Moduna âit dalga denklemleri de kolayca yazılabilir. Bu denklemler de aynen (7), (9) ve (10) denklemleri biçimindedirler. Yâni, (7), (9) ve (10) denklemlerinde elektrik alanı yerine manyetik alan yazılırsa ( $E_y \rightarrow H_y$  alınır) TM Moduna âit dalga denklemleri elde edilebilir. Her denklemde  $F(z, \omega, t)$  çarpanı bir kenara bırakılarak sırf fazör büyüklükler için elde edilen denklemler,

$$H_{yI} = E_I \exp [\alpha_I (x + a)] \quad (61)$$

$$H_{yII} = A \cos (\alpha_{II} x - \theta) \quad (62)$$

$$H_{yIII} = E_{III} \exp [-\alpha_{III} (x - a)]. \quad (63)$$

olarak ortaya çıkarlar. Burada  $E_I$ ,  $E_{II}$  ve  $E_{III}$  bu sefer manyetik alanın kat sayıları olur. TM modu  $E (E_x, 0, E_z)$ ,  $H (0, H_y, 0)$  tanımında  $\mathbf{E}$  elektrik alan vektörü ve  $\mathbf{H}$  manyetik alan vektörüdür. Buna göre (61)-(63) denklemlerini kullanarak rotasyon ilişkisinden elektrik alan bileşenleri de

$$E_{zI} (x) = (E_I \alpha_I / j \omega \epsilon_0 n_1^2) \exp [\alpha_I (x + a)] \quad (64)$$

$$E_{zII} (x) = -(A \alpha_{II} / j \omega \epsilon_0 n_{II}^2) \sin (\alpha_{II} x - \theta) \quad (65)$$

$$E_{zIII} (x) = -(E_{III} \alpha_{III} / j \omega \epsilon_0 n_1^2) \exp [-\alpha_{III} (x - a)] \quad (66)$$

ve

$$E_{xI} (x) = (\beta_z E_I / \omega \epsilon_0 n_1^2) \exp [\alpha_I (x + a)] \quad (67)$$

<sup>31</sup> Schiff, L. I., 1982. *Quantum Mechanics*, (Tokyo: McGraw-hill Book Comp).

$$E_{x_{II}} = (A\beta_z / \omega \epsilon_0 n_{II}^2) \cos(\alpha_{II} x - \theta) F(z, \omega, t) \quad (68)$$

$$E_{x_{III}} = (\beta_z E_{III} / \omega \epsilon_0 n_{III}^2) \exp[-\alpha_{III} (x - a)] \quad (69)$$

olarak kolayca bulunur.

### Sorular:

1) Bir düzlem elektromanyetik dalganın TM modunda I, II ve III bölgelerindeki  $H_{yI}$ ,  $H_{yII}$  ve  $H_{yIII}$  manyetik alan bileşenleri verildiğine göre, bu düzlem elektromanyetik dalganın  $E_{xI}$ ,  $E_{xII}$  ve  $E_{xIII}$  elektrik alan bileşenlerini bulunuz. Düzlem elektromanyetik dalganın elektrik ve manyetik alan vektörlerini (fazörlerini) çiziniz. Bu alanların birbirlerine göre durumları nasıldır?

### Cevaplar:

1) TM modunda (Yayılm doğrultusu  $z$  ise  $H_z=0$ ),  $y$  doğrultusundaki değişimleri ihmal edilen ve sâdece  $x$  doğrultusundaki değişimleri dikkate alınan verilen düzlem elektromanyetik dalganın I, II ve III bölgelerindeki  $H_{yI}$ ,  $H_{yII}$  ve  $H_{yIII}$  manyetik alan bileşenleri

$$H_{yI} = E_I \exp[\alpha_I (x + a)]$$

$$H_{yII} = A \cos(\alpha_{II} x - \theta)$$

$$H_{yIII} = E_{III} \exp[-\alpha_{III} (x - a)]$$

olarak verildiğine göre, bu düzlem elektromanyetik dalganın elektrik alan bileşenleri istenmektedir.

Manyetik alanı verilirse, elektrik alan

$$\nabla \wedge \mathbf{H}(x, y, z, t) = \frac{\partial \mathbf{D}(x, y, z, t)}{\partial t}$$

Maxwell denkleminde bulunur. Alanlar, sinüzoidal (harmonik) alındığı için bu Maxwell denkleminin harmonik biçimi

$$\nabla \wedge \mathbf{H}(x, y, z) = j\omega \epsilon \mathbf{E}(x, y, z)$$

şekindedir. Optik malzemelerin çoğunda  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 = n^2 \epsilon_0$  alınır. Dolayısıyla optik malzemelerde bu Maxwell denkleminin harmonik biçimi

$$j\omega n^2 \epsilon_0 \mathbf{E}(x, y, z) = j\omega n^2 \epsilon_0 (E_x \mathbf{a}_x + E_y \mathbf{a}_y + E_z \mathbf{a}_z)$$

olur. I, II ve III bölgelerinin her biri için verilen manyetik alanı Maxwell denkleminde

$$\nabla \wedge \mathbf{H}(x,y,z) = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & H_y & 0 \end{vmatrix} = -\mathbf{a}_x \frac{\partial H_y}{\partial z} + \mathbf{a}_z \frac{\partial H_y}{\partial x}$$

açınımına sâhiptir. Diğer taraftan, Maxwell denkleminin sağ tarafı

$$j\omega n^2 \varepsilon_0 E(x, y, z) = j\omega n^2 \varepsilon_0 (E_x \mathbf{a}_x + E_y \mathbf{a}_y + E_z \mathbf{a}_z)$$

olduğu için

$$-\mathbf{a}_x \frac{\partial H_y}{\partial z} + \mathbf{a}_z \frac{\partial H_y}{\partial x} = j\omega n^2 \varepsilon_0 (E_x \mathbf{a}_x + E_y \mathbf{a}_y + E_z \mathbf{a}_z)$$

olur. Buradan

$$E_x = -\frac{1}{jn^2 \varepsilon_0 \omega} \frac{\partial H_y}{\partial z}$$

ve

$$E_z = \frac{1}{jn^2 \varepsilon_0 \omega} \frac{\partial H_y}{\partial x}$$

elde edilir. Demek oluyor ki TM modundaki elektromanyetik alan dalgasının sâdece bir bileşeni varsa, elektrik alanın iki bileşeni ortaya çıkmaktadır. Manyetik alanının  $H_y(x)$  bileşeni verildiğine göre, elektromanyetik alan dalgasının elektrik alanının  $y$  bileşeninin olmaması, aslında, TM  $[\mathbf{H}(0, H_y, 0), \mathbf{E}(E_x, 0, E_z)]$  modu tanımında da görülmektedir.

I, II ve III bölgelerinde verilen  $H_{yI}$ ,  $H_{yII}$  ve  $H_{yIII}$  alan ifâdeleri bu son iki denklemde kullanılarak ve zaman parametresi de dikkate alınarak

$$E_{zI}(x) = (E_I \alpha_I / j\omega \varepsilon_0 n_I^2) \exp[\alpha_I(x+a)] \exp[j(\omega t - \beta_z z)]$$

$$E_{zII}(x) = -(A \alpha_{II} / j\omega \varepsilon_0 n_{II}^2) \sin(\alpha_{II} x - \theta) \exp[j(\omega t - \beta_z z)]$$

$$E_{zIII}(x) = -(E_{III} \alpha_{III} / j\omega \varepsilon_0 n_I^2) \exp[-\alpha_{III}(x-a)] \exp[j(\omega t - \beta_z z)]$$

ve

$$E_{xI}(x) = (\beta_z E_I / \omega \varepsilon_0 n_I^2) \exp[\alpha_I(x+a)] \exp[j(\omega t - \beta_z z)]$$

$$E_{xII} = (A \beta_z / \omega \varepsilon_0 n_{II}^2) \cos(\alpha_{II} x - \theta) F(z, \omega, t) \exp[j(\omega t - \beta_z z)]$$

$$E_{xIII} = (\beta_z E_{III} / \omega \varepsilon_0 n_{III}^2) \exp[-\alpha_{III}(x-a)] \exp[j(\omega t - \beta_z z)]$$

şeklinde TM modundaki elektrik alan bileşenlerine varılır. Görüldüğü gibi, TM modundaki bir elektromanyetik dalgaının manyetik alan bileşeninin sâdece  $y$  bileşeni verilirse, buna karşılık elektrik alan bileşenlerinde  $y$  bileşeni yerine  $x$  bileşeni ortaya çıkar. Ayrıca, bir de  $z$  bileşeni meydana gelir.

Sonuç olarak TM modunda elektromanyetik alan dalgasının manyetik alan vektörü  $\mathbf{H}(0, H_y, 0)$  ise, elektrik alan vektörü  $\mathbf{E}(E_x, 0, E_z)$  olur.

$$-\mathbf{a}_x \frac{\partial H_y}{\partial z} + \mathbf{a}_z \frac{\partial H_y}{\partial x} = j\omega n^2 \epsilon_o (E_x \mathbf{a}_x + E_y \mathbf{a}_y + E_z \mathbf{a}_z)$$

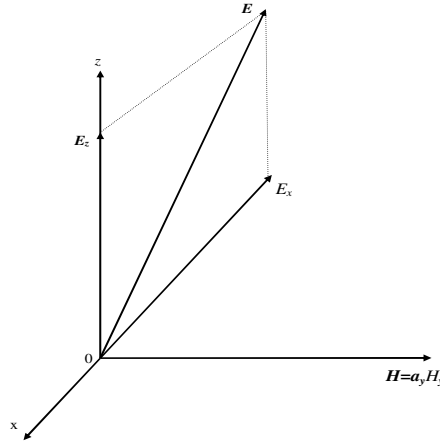
ya da

$$-\mathbf{a}_x \frac{\partial H_y}{\partial z} + \mathbf{a}_z \frac{\partial H_y}{\partial x} = j\omega n^2 \epsilon_o (E_x \mathbf{a}_x + E_z \mathbf{a}_z) = j\omega n^2 \epsilon_o \mathbf{E}$$

dikkate alınırsa,  $\mathbf{H} = H_y \mathbf{a}_y$  vektörünün

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{jn^2 \epsilon_o \omega} \frac{\partial H_y}{\partial z} \mathbf{a}_x + \frac{1}{jn^2 \epsilon_o \omega} \frac{\partial H_y}{\partial x} \mathbf{a}_z$$

elektrik alan vektörüne ve onun her bir bileşenine dik olduğu görülür.  $H_y$  ve  $E_x$  bileşenleri enine bileşenleri,  $E_z$  boyuna bileşeni meydana getirir. Çünkü, elektromanyetik alan  $\exp[(\omega t - \beta_z z)]$  'den dolayı  $z$  doğrultusunda yayılmaktadır.



Düzlem elektromanyetik dalganın vektor diyagramından görüldüğü gibi, elektrik ve manyetik alan vektörleri dâima birbirlerine dik kalırlar.

Yukarıdaki iki sorunun cevapları arasında şu ilişkiyi kurabiliriz:

TE modunda elektromanyetik alan dalgasının elektrik vektörü  $\mathbf{E}(0, E_y, 0)$  şeklinde verildiğine göre, manyetik alan vektörü  $\mathbf{H}(H_x, 0, H_z)$  olur. Yâni, elektromanyetik alan bileşenleri

$$TE[\mathbf{E}(0, E_y, 0), \mathbf{H}(H_x, 0, H_z)]$$

$$\mathbf{E} = E_y \mathbf{a}_y$$



$$H_x = \frac{1}{j\mu_0\omega} \frac{\partial E_y}{\partial z}$$

$$H_z = -\frac{1}{j\mu_0\omega} \frac{\partial E_y}{\partial x}$$

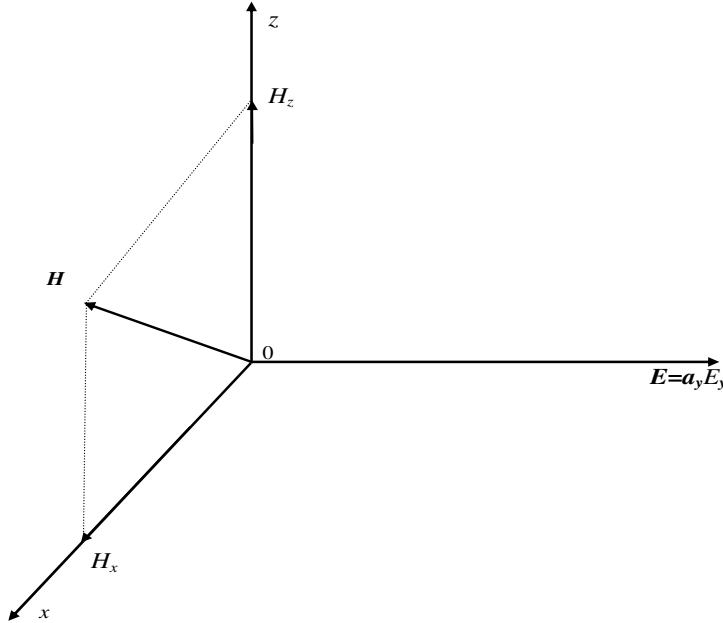
olarak ortaya çıkar. Buradan TM moduna geçilebilir. Bunun için  $E \leftrightarrow H$  yazmak ve  $\frac{1}{j\mu_0\omega} \rightarrow -\frac{1}{jn^2\epsilon_0\omega}$  koymak yeter:

$$TM[\mathbf{H}(0, H_y, 0), \mathbf{E}(E_x, 0, E_z)]$$

$$\mathbf{H} = H_y \mathbf{a}_y$$

$$E_x = -\frac{1}{jn^2\epsilon_0\omega} \frac{\partial H_y}{\partial z}$$

$$E_z = \frac{1}{jn^2\epsilon_0\omega} \frac{\partial H_y}{\partial x}$$



### 12.5. TM Modunda Süreklilik Denklemi

TM modundan hareket edilerek bulunan (64)-(66) elektrik alan bileşenleri de Şekil 1'deki  $x = \pm a$  sınır şartlarını sağlarken süreklilik kazanmalıdırlar. Yarıiletken planar çift farklı yapıyı asimetrik lazerlerde elde edilen süreklilik sonunda

$$\tan[\alpha_n a - \theta] = \tan[\zeta - \theta] = (n_n/n_m)^2 (\alpha_m/\alpha_n) = (\alpha_m/n_m^2)/(\alpha_n/n_n^2) = (\eta_m/n_m^2)/(\zeta_n/n_n^2) \quad (70)$$

$$\tan[\alpha_{II}a + \theta] = \tan[\zeta + \theta] = (n_{II}/n_I)^2 (\alpha_I/\alpha_{II}) = (\alpha_I/n_I^2)/(\alpha_{II}/n_{II}^2) = (\eta_I/n_I^2)/(\zeta_{II}/n_{II}^2) \quad (71)$$

dispersiyon ilişkileri (*Enerji Öz Değer Denklemleri* ve

$$\tan 2\theta = (\alpha_{II}/n_{II}^2)[\alpha_I/n_I^2 - \alpha_{III}/n_{III}^2]/[\alpha_{II}/n_{II}^2 + (\alpha_I/n_I^2)(\alpha_{III}/n_{III}^2)] \quad (72)$$

$$\tan(2\alpha_{II}a) = \tan 2\zeta = (\alpha_{II}/n_{II}^2)[\alpha_I/n_I^2 + \alpha_{III}/n_{III}^2]/[\alpha_{II}/n_{II}^2 - (\alpha_I/n_I^2)(\alpha_{III}/n_{III}^2)] \quad (73)$$

denklemleri bulunur<sup>32,33</sup>. Simetrik dalga kılavuzu için  $\alpha_I = \alpha_{II} = \alpha_{III}$  olmak üzere, çift fonksiyonlu alanlar için  $\theta = m\pi/2$ ,  $m=0, 2, 4, \dots$ , ya da  $m=2i$ ,  $i=0, 1, 2, 3, \dots$ , ve  $n_I = n_{II} = n_{III}$  alınır. Böylece (72)'de  $\alpha_I = \alpha_{II} = \alpha_{III}$  kullanılırsa, çift fonksiyonlu alanlar için,  $\zeta = \alpha_{II}a$  ve  $\eta = \alpha_{III}a$  olduğu da dikkate alınır, (70) ya da (71) ve (73) eşitlikleri sırasıyla

$$\tan \zeta = (n_{II}/n_{III})^2 (\eta/\zeta) = (\eta/n_{III}^2)/(\zeta/n_{II}^2) = \left(\frac{n_{II}}{n_{III}}\right)^2 \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (74)$$

ve

$$\tan 2\zeta = \frac{2}{n_{III}^2 \frac{\zeta}{\eta} - \frac{\eta}{\zeta} \left(\frac{n_{II}}{n_{III}}\right)^2} = \frac{2}{n_{III}^2 \sqrt{1-\alpha} - \left(\frac{n_{II}}{n_{III}}\right)^2 \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}}} \quad (75)$$

olur.

Tek fonksiyonlu alanlar için  $\theta = m\pi/2$   $m=1, 3, 5, \dots$ , ya da  $m=2i+1$ ,  $i=0, 1, 2, 3, \dots$ , alarak (36)'nın da göz önünde bulundurulmasıyla

$$\cot \zeta = -(\eta/n_{III}^2)/(\zeta/n_{II}^2) = -\left(\frac{n_{II}}{n_{III}}\right)^2 \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (76)$$

bulunur. (34) ve (70)-(73) denklemlerinin, (4)-(6) denklemlerindeki  $\alpha_{II}$ ,  $\alpha_{III}$  parametreleri sebebiyle,  $\beta_z$  faz sâbitinin bir fonksiyonu olduğu açık olarak görülmektedir. TE ve TM modlarına âit öz değer denklemleri,  $\beta_z$  sâbitlerinin belli değerleri belirlenir. Bunlar bir kere belirlenince, yarıiletken planar çift farklı yapılu basamak kırılma indisli lazerlerde istenen kılavuzlanmış modların ayrık setleri (cümleleri) elde edilir.  $\beta_z$  faz sâbitinin değerleri nümerik olarak hesaplanmalıdır.  $\beta_z$  faz sâbitinin değerleri bulununca enine alanların desenleri de bulunabilir.

<sup>32</sup> Verdeyen, J.T., 1989, *Laser Electronics*, (London: Prentice Hall International Limited).

<sup>33</sup> Temiz, M., *Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices Laser Physics, Volume 12, No. 7, 2002, pp.989-1006.*

### 12.6. TE Modunda Empedans İlişkileri

Şekil 2’de görüldüğü gibi, kılavuzun üç bölgesinde z eksenine doğrultusunda yayılan enine elektrik alan dalgalarının karakteristik empedansları

$$Z_{yxi}^{TE} = -E_{yi}/H_{xi} = \omega\mu_o/\beta_z$$

ya da

$$Z_{yxi}^{TE} = Z_{yxiI}^{TE} = Z_{yxiII}^{TE} = Z_{yxiIII}^{TE} = \omega\mu_o/\beta_z. \quad (77)$$

(i=I,II,III).

olarak bulunabilir. Eğer yayılım x eksenine doğrultusunda düşünülürse, bölgelerdeki her bir karakteristik empedans  $Z_{yz}^{TE} = E_y/H_z$  formunda olur ve

$$Z_{yziI}^{TE} = E_{yi}/H_{ziI} = -j\omega\mu_o/\alpha_i \quad (78)$$

$$Z_{yziII}^{TE} = E_{yi}/H_{ziII} = j\omega\mu_o/\alpha_{ii} \quad (79)$$

olarak ya da kısaca

$$Z_{yziIII}^{TE} = \mp j\omega\mu_o/\alpha_{i,III} \quad (80)$$

biçiminde bulunur. Burada (-) işareti I. bölgeyi (veyâ  $\alpha_i$ ’ri) gösterir. Aktif bölgede x doğrultusundaki empedans ise,

$$Z_{yziII}^{TE} = E_{yi}/H_{ziII} = (j\omega\mu_o/\alpha_{ii}) \cot(\alpha_{ii}x - \theta) \quad (81)$$

olur ki bu  $x = \mp a$  sınırlarında çift fonksiyonlu elektrik alanları ( $\theta=0$ ) için

$$Z_{yziII}^{TE} = \mp j\omega\mu_o/\alpha_{i,III} \quad (82)$$

ilişkisini verir. Yâni,  $Z_{yziII}^{TE}$  empedansı I. bölgede  $x=-a$  sınırında  $-j\omega\mu_o/\alpha_i$  olarak ve III.bölgede  $x=a$  sınırında  $j\omega\mu_o/\alpha_{ii}$  olarak bulunur. Bu şartlar altında

$$Z_{yziII}^{TE} = Z_{yziIII}^{TE} \quad (83)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlik yukarıdaki alanların sürekliliğini ifâde eder. Bundan başka, (80) ve (81) ifâdeleri, Şekil 2’deki  $x = \mp a$  sınırlarında (34)’deki öz değer deklemlerini verir. Yâni,

$$\left[ \frac{Z_{yziII}^{TE}}{Z_{yziI}^{TE}} \right]_{x=-a} = -\alpha_i/\alpha_{ii} \cot(\alpha_{ii}x - \theta) = -\eta_i/\zeta_{ii} \cot(\alpha_{ii}x - \theta) \quad (84)$$

$$\left[ \frac{Z_{yziII}^{TE}}{Z_{yziIII}^{TE}} \right]_{x=a} = \alpha_{ii}/\alpha_{ii} \cot(\alpha_{ii}x - \theta) = \eta_{ii}/\zeta_{ii} \cot(\alpha_{ii}x - \theta) \quad (85)$$

ya da

$$\left[ \frac{Z_{yzII}}{Z_{yzIII}} \right]_{x=\bar{\Gamma}a}^{\text{TE}} = \bar{\Gamma} \alpha_{I-III} / \alpha_{II} \cot(\alpha_{II} x - \theta) = \bar{\Gamma} \alpha_{I-III} / \alpha_{II} \cot(\zeta - \theta) = \bar{\Gamma} \eta_{I-III} / \zeta_{II} \cot(\zeta - \theta) \quad (86)$$

elde edilir. (86)'da I ve III alt indisleri (ya da  $\alpha_I$  ve  $\alpha_{III}$  yayılım sâbitleri) için sırasıyla (-) ve (+) işaretleri alınır. (83) ve (86)'dan  $x = \bar{\Gamma} a$  sınırlarında  $Z_{yzII} = Z_{yzIII}$  için (34)'teki öz değer denklemleri bulunur.

Eğer  $x$  doğrultusundaki yayılımda rezonansa empedansa bağımlılık ihmal edilirse, o zaman bu empedans sıfır alınır.  $\zeta > 0$  için (86)

$$\left[ \frac{Z_{yzII}}{Z_{yzIII}} \right]_{x=a}^{\text{TE}} = \bar{\Gamma} \eta / \zeta \cot(\zeta - \theta) = 0 \quad (87)$$

olur.  $\eta \neq 0$  olması sebebiyle, (87)

$$\cot(\zeta a - \theta) = \cot(\zeta - \theta) = 0 \quad (88)$$

ya da

$$\alpha_{II} a = \zeta = n\pi/2 + \theta \quad (89)$$

ifâdesini verir ki, buradan çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\alpha_{II} = 2n\pi/2a, \quad n=1, 3, 5, \dots, \quad (90)$$

elde edilir. Bu  $\theta = 0$  'a karşı düşer. Tek fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\alpha_{II} = n\pi/2a, \quad n=0, 2, 4, \dots, \quad (91)$$

olur. Bu  $\theta = \pi/2$  'ye karşı düşer. Bulunan bu sonuçlar geçen kısımlarda bahsedildiği gibi, çift ve tek fonksiyonlu alanlarla uyum içindedir.

## 12.7. TM Modunda Empedans İlişkileri

TM modunda empedans ilişkilerine gelince,  $Z_{xy}^{\text{TM}} = E_x/H_y$  ve  $Z_{zy}^{\text{TM}} = -E_z/H_y$  tanımlarına göre (67)-(69)/(61)-(63) ve Eqs.(64)-(66)/(61)-(63) eşitliklerinden sırasıyla

$$\begin{aligned} Z_{xyI}^{\text{TM}} = E_{xI}/H_{yI} = \beta_z / \omega \epsilon_0 n_1^2, & \quad Z_{xyII}^{\text{TM}} = E_{xII}/H_{yII} = \beta_z / \omega \epsilon_0 n_{II}^2, \\ Z_{xyIII}^{\text{TM}} = E_{xIII}/H_{yIII} = \beta_z / \omega \epsilon_0 n_{III}^2 & \end{aligned} \quad (92)$$

veyâ  $i=I,II,III$  için kısaca

$$Z_{xyi}^{\text{TM}} = E_{xi}/H_{yi} = \beta_z / \omega \epsilon_0 n_i^2 \quad (93)$$

ve gömlek bölgeleri için

$$Z_{zyI}^{\text{TM}} = -E_{zI}/H_{yI} = -\alpha_I / j\omega \epsilon_0 n_1^2, \quad Z_{zyIII}^{\text{TM}} = -E_{zIII}/H_{yIII} = \alpha_{III} / j\omega \epsilon_0 n_{III}^2 \quad (94)$$

ya da

$$Z_{zyIII}^{TM} = \mp \frac{\alpha_{I-III}}{j\omega\epsilon_0 n_{I-III}^2} \quad (95)$$

elde edilir. Burada (-) ve (+) işaretler, sırasıyla I ve III bölgelerine (veyâ  $\alpha_I$  ve  $\alpha_{III}$  yayılım sâbitlerine) karşı düşer. II. bölge için TM modundaki empedans

$$Z_{yzII}^{TM} = -E_{zII}/H_{yII} = (\alpha_{II}/j\omega\epsilon_0 n_{II}^2) \tan(\alpha_{II}x - \theta). \quad (96)$$

olur. TM modunda  $x = \mp a$  sınırlarında çift fonksiyonlu alan için  $\theta=0$  ve tek fonksiyonlu alan için  $\theta=90^\circ$  alınır (95) ve (96) denklemleri

$$\left[ \frac{Z_{yzII}^{TM}}{Z_{yzIII}^{TM}} \right] = \mp \frac{\zeta}{\eta} \left[ \frac{n_{I-III}}{n_{II}} \right]^2 \tan(\zeta - \theta) \quad (97)$$

eşitliğini verir. (97)'de  $Z_{yzI-III}^{TM} = Z_{yzII}^{TM}$  kullanılırsa, o zaman (70) ve (71) denklemlerinin elde edileceğine dikkat edilmelidir.

### Sorular:

1) Dalga kılavuzunun I, II, ve III. bölgelerinin her birinde xy düzlemindeki  $Z_{xyi}^{TE} = -E_{yi}/H_{xi} = \omega\mu_o/\beta_z$  empedans ifâdesini çıkarınız.

2) Dalga kılavuzunun I, II, ve III. bölgelerinin her birinde yz düzlemindeki  $Z_{yzi}^{TE} = -E_{zi}/H_{yi}$  empedans ifâdelerini çıkarınız.

3)  $Z_{yzi}^{TE} \alpha_i = -Z_{yzII}^{TE} \alpha_{III} = -j\omega\mu_o$  olduğunu gösteriniz.

4)  $[Z_{yzII}/Z_{yzi}]^{TE}$  empedans oranını bulunuz.

5)  $[Z_{yzII}/Z_{yzIII}]^{TE}$  empedans oranını bulunuz.

6) Çift fonksiyonlu bir alanda

$$Z_{yzII}^{TE} = ZE_{yII}/H_{zII} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot(\alpha_{II}x - \theta)$$

empedansını  $x = \pm a$  için inceleyiniz (irdeleyiniz).

7) Tek fonksiyonlu bir alanda

$$Z_{yzII}^{TE} = E_{yII}/H_{zII} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot(\alpha_{II}x - \theta)$$

empedansını  $x = \pm a$  için inceleyiniz (irdeleyiniz).

8)  $Z_{xyi}^{TM} = E_{xi}/H_{yi}$ ,  $i=I, II, III$  empedanslarını bulunuz.

9)  $Z_{zxi}^{TM} = -E_{zi}/H_{yi}$ ,  $i=I, II, III$  empedanslarını bulunuz.

**Cevaplar:**

1)  $Z_{yxi}^{TE} = -E_{yi}/H_{xi}$  ifâdesindeki alt indis  $i=I, II, III$  olup dalga kılavuzunun bölgelerini temsil eder.  $i=I$ , birinci bölge olup bu bölgenin TE modunda  $xy$  düzlemindeki empedansı  $Z_{yxi}^{TE} = -E_{yi}/H_{xi}$  olur. Burada  $E_{yi}$  elektrik  $H_{xi}$  manyetik alanları

$$E_I = A \cos(\alpha_I a + \theta) = A \cos(\zeta + \theta)$$

olmak üzere

$$E_{yi}(x, z, t) = E_I \exp[\alpha_I(x + a)] F(z, \omega, t)$$

$$H_{xi}(x) = -(E_I \beta_z / \omega \mu_o) \exp[\alpha_I(x + a)] F(z, \omega, t)$$

$$Z_{yxi}^{TE} = -E_{yi}/H_{xi} = E_I \exp[\alpha_I(x + a)] F(z, \omega, t) / [(E_I \beta_z / \omega \mu_o) \exp[\alpha_I(x + a)] F(z, \omega, t)] \\ = \frac{\omega \mu_o}{\beta_z}$$

$$Z_{yxi}^{TE} = \frac{\omega \mu_o}{\beta_z}$$

bulunur. Benzer şekilde

$$E_{yII}(x, z, t) = A \cos(\alpha_{II} x - \theta) F(z, \omega, t)$$

$$H_{xII}(x) = -(A \beta_z / \omega \mu_o) \cos(\alpha_{II} x - \theta) F(z, \omega, t)$$

$$Z_{yII}^{TE} = -E_{yII}/H_{xII} = A \cos(\alpha_{II} x - \theta) F(z, \omega, t) / (A \beta_z / \omega \mu_o) \cos(\alpha_{II} x - \theta) F(z, \omega, t) = \frac{\omega \mu_o}{\beta_z}$$

$$Z_{yII}^{TE} = \frac{\omega \mu_o}{\beta_z}$$

$$E_{yIII}(x, z, t) = E_{III} \exp[-\alpha_{III}(x - a)] F(z, \omega, t)$$

$$H_{xIII}(x) = -(E_{III} \beta_z / \omega \mu_o) \exp[-\alpha_{III}(x - a)] F(z, \omega, t)$$

$$Z_{yIII}^{TE} = -E_{yIII}/H_{xIII} = E_{III} \exp[-\alpha_{III}(x - a)] F(z, \omega, t) / [(E_{III} \beta_z / \omega \mu_o) \exp[-\alpha_{III}(x - a)]$$

$$F(z, \omega, t)] = \frac{\omega \mu_o}{\beta_z}$$

$$Z_{yIII}^{TE} = \frac{\omega \mu_o}{\beta_z}$$

bulunur. Sonuç:

$$Z_{yxi}^{TE} = -E_{yi}/H_{xi} \Big|_{i=I, II, III} = Z_{yxi}^{TE} = Z_{yII}^{TE} = Z_{yIII}^{TE} = \frac{\omega \mu_o}{\beta_z}$$

2) Bir antisimerik dalga kılavuzunun I, II, ve III. bölgelerinin her birinde  $yz$  düzlemindeki empedanslar  $i=I, II, III$  için

$$Z_{yzi}^{TE} = E_{yi}/H_{zi}$$

$$Z_{yzII}^{TE} = E_{yII} / H_{zII}$$

$$Z_{yzIII}^{TE} = E_{yIII} / H_{zIII}$$

olarak verilir. Bunların tek tek hesaplanması gerekir:

$$Z_{yzI}^{TE} = -E_{yI} / H_{zI}$$

$$E_{yI}(x, z, t) = E_I \exp[\alpha_I(x+a)] F(z, \omega, t)$$

$$H_{zI}(x) = -E_I(\alpha_I / j\omega\mu_0) \exp[\alpha_I(x+a)] F(z, \omega, t)$$

$$Z_{yzI}^{TE} = E_{yI} / H_{zI} = -E_I \exp[\alpha_I(x+a)] F(z, \omega, t) / [E_I(\alpha_I / j\omega\mu_0) \exp[\alpha_I(x+a)] F(z, \omega, t)] = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_I}$$

$$Z_{yzI}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_I}$$

$$Z_{yzII}^{TE} = E_{yII} / H_{zII}$$

$$E_{yII}(x, z, t) = A \cos(\alpha_{II}x - \theta) F(z, \omega, t)$$

$$H_{zII}(x) = A(\alpha_{II} / j\omega\mu_0) \sin(\alpha_{II}x - \theta)$$

$$Z_{yzII}^{TE} = E_{yII} / H_{zII} = A \cos(\alpha_{II}x - \theta) F(z, \omega, t) / A(\alpha_{II} / j\omega\mu_0) \sin(\alpha_{II}x - \theta)$$

$$= \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{II}} \cot(\alpha_{II}x - \theta)$$

$$Z_{yzII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{II}} \cot(\alpha_{II}x - \theta)$$

$$Z_{yzIII}^{TE} = E_{yIII} / H_{zIII}$$

$$E_{yIII}(x, z, t) = E_{III} \exp[-\alpha_{III}(x-a)] F(z, \omega, t)$$

$$H_{zIII}(x) = E_{III}(\alpha_{III} / j\omega\mu_0) \exp[-\alpha_{III}(x-a)] F(z, \omega, t)$$

$$Z_{yzIII}^{TE} = E_{yIII} / H_{zIII} = E_{III} \exp[-\alpha_{III}(x-a)] F(z, \omega, t) /$$

$$[E_{III}(\alpha_{III} / j\omega\mu_0) \exp[-\alpha_{III}(x-a)] F(z, \omega, t)] = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{III}}$$

$$Z_{yzIII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{III}}$$

$$\text{Sonuç: } Z_{yzi}^{TE} = -E_{yi} / H_{zi} \Big|_{i=I,II,III}$$

$$Z_{yzI}^{TE} = E_{yI} / H_{zI} = -\frac{j\omega\mu_0}{\alpha_I}$$

$$Z_{yzII}^{TE} = E_{yII} / H_{zII} = \frac{j\omega\mu_0}{\alpha_{II}} \cot(\alpha_{II}x - \theta)$$

$$Z_{yzII}^{TE} = E_{yII} / H_{zII} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}}$$

3)  $Z_{yzI}^{TE} \alpha_I = -Z_{yzIII}^{TE} \alpha_{III} = -j\omega\mu_o$  olduğunu göstermek için

$$Z_{yzI}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I}$$

$$Z_{yzIII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}}$$

ifâdelerinden hareket edilir. Böylece

$$Z_{yzI}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I} \rightarrow Z_{yzI}^{TE} \alpha_I = -j\omega\mu_o$$

$$Z_{yzIII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}} \rightarrow Z_{yzIII}^{TE} \alpha_{III} = j\omega\mu_o \rightarrow -Z_{yzIII}^{TE} \alpha_{III} = -j\omega\mu_o$$

bulunur. Bu sonuçlardan

$$Z_{yzI}^{TE} \alpha_I = -Z_{yzIII}^{TE} \alpha_{III} = -j\omega\mu_o$$

görülmektedir.

4)  $[Z_{yzII} / Z_{yzI}]^{TE}$  empedans oranını bulmak için

$$Z_{yzII}^{TE} = E_{yII} / H_{zII} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot$$

$$(\alpha_{II}x - \theta)$$

$$Z_{yzI}^{TE} = E_{yI} / H_{zI} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I}$$

ifâdeleri oranlanır:

$$Z_{yzII}^{TE} = E_{yII} / H_{zII}, Z_{yzI}^{TE} = E_{yI} / H_{zI}$$

$$\frac{Z_{yzII}^{TE}}{Z_{yzI}^{TE}} = \left[ \frac{Z_{yzII}}{Z_{yzI}} \right]^{TE} = \left[ \frac{E_{yII} H_{zI}}{E_{yI} H_{zII}} \right]^{TE} = \frac{j\omega\mu_o \cot(\alpha_{II}x - \theta) / [-\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I}]}{\alpha_{II}} = -\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} \cot(\alpha_{II}x - \theta)$$

$$\frac{Z_{yzII}^{TE}}{Z_{yzI}^{TE}} = \left[ \frac{Z_{yzII}}{Z_{yzI}} \right]^{TE} = \left[ \frac{E_{yII} H_{zI}}{E_{yI} H_{zII}} \right]^{TE} = -\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} \cot(\alpha_{II}x - \theta)$$

5)  $[Z_{yzII} / Z_{yzIII}]^{TE}$  empedans oranını bulmak için

$$Z_{yzII}^{TE} = E_{yII} / H_{zII} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot(\alpha_{II}x - \theta)$$



$$Z_{yzIII}^{TE} = E_{yIII} / H_{xIII} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}}$$

ifâdeleri oranlanır:

$$\begin{aligned} Z_{yzII}^{TE} &= E_{yII} / H_{zII}, Z_{yzIII}^{TE} = E_{yIII} / H_{xIII} \\ \frac{Z_{yzII}^{TE}}{Z_{yzIII}^{TE}} &= \left[ \frac{Z_{yzII}}{Z_{yzIII}} \right]^{TE} = \left[ \frac{E_{yII} H_{xIII}}{E_{yIII} H_{zII}} \right]^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I} \cot(\alpha_{II}x - \theta) / \left[ \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}} \right] = \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} \cot(\alpha_{II}x - \theta) \\ \frac{Z_{yzII}^{TE}}{Z_{yzIII}^{TE}} &= \left[ \frac{Z_{yzII}}{Z_{yzIII}} \right]^{TE} = \left[ \frac{E_{yII} H_{xIII}}{E_{yIII} H_{zII}} \right]^{TE} = \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} \cot(\alpha_{II}x - \theta) \end{aligned}$$

6) Çift fonksiyonlu bir alanda  $Z_{yzII}^{TE} = E_{yII} / H_{zII}$

$$Z_{yzII}^{TE} = E_{yII} / H_{zII} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot(\alpha_{II}x - \theta)$$

empedansını  $x = \pm a$  için incelemek için önce  $\theta = 0$  alınarak empedans çift fonksiyonlu bir alana indirgenir.

$$Z_{yzII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot \alpha_{II}x$$

a)  $x=a$  olsun:

$$\begin{aligned} Z_{yzII}^{TE} &= \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot \alpha_{II}x = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot \alpha_{II}x \Big|_{x=a} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot \zeta \\ Z_{yzII}^{TE} &= \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot \alpha_{II}x = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot \zeta = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{1}{\tan \zeta}, \end{aligned}$$

Asimetrik dalga kılavuzu:  $\tan \zeta = \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}}, \tan \zeta = \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}}$

$\tan \zeta = \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}}$  için:

$$\tan \zeta = \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} \rightarrow \frac{1}{\tan \zeta} = \frac{\alpha_{II}}{\alpha_{III}} \rightarrow Z_{yzII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{1}{\tan \zeta} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{\alpha_{II}}{\alpha_{III}} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}}$$

$\tan \zeta = \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}}$  için:

$$\tan \zeta = \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} \rightarrow \frac{1}{\tan \zeta} = \frac{\alpha_{II}}{\alpha_I} \rightarrow Z_{yzII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{1}{\tan \zeta} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{1}{\tan \zeta} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{\alpha_{II}}{\alpha_I} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I}$$

**Simetrik dalga kılavuzu:**  $\tan\zeta = \frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}}$ , ( $\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$ )

$$Z_{yzII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{l}{\tan\zeta} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{\alpha_{II}}{\alpha_{I,III}} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}}$$

$$Z_{yzI}^{TE} \alpha_I = -Z_{yzIII}^{TE} \alpha_{III} = -j\omega\mu_o$$

ya da

$$Z_{yzI}^{TE} \alpha_{I,III} = -Z_{yzIII}^{TE} \alpha_{I,III} = -j\omega\mu_o \rightarrow Z_{yzI}^{TE} = -Z_{yzIII}^{TE} = \frac{-j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}}$$

$$Z_{yzI}^{TE} = -Z_{yzIII}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}} = \text{Sabit (Belli bir çalışma noktasında).}$$

$$Z_{yzI}^{TE} = \frac{-j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}} \rightarrow j\omega\mu_o = -Z_{yzI}^{TE} \alpha_{I,III}$$

$$Z_{yzII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}} = -\frac{l}{\alpha_{I,III}} Z_{yzI}^{TE} \alpha_{I,III} = -Z_{yzI}^{TE}$$

$$Z_{yzIII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}} \rightarrow j\omega\mu_o = \alpha_{I,III} Z_{yzIII}^{TE}$$

$$Z_{yzII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}} = \frac{l}{\alpha_{I,III}} \alpha_{I,III} Z_{yzIII}^{TE} = Z_{yzIII}^{TE}$$

$$Z_{yzII}^{TE} \Big|_{x=a} = -Z_{yzI}^{TE} \Big|_{x=a}$$

$$Z_{yzII}^{TE} \Big|_{x=a} = Z_{yzIII}^{TE} \Big|_{x=a} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}}$$

$$Z_{yzII}^{TE} \Big|_{x=a} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}}$$

$$Z_{yzI}^{TE} \Big|_{x=a} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}}$$

Görüldüğü gibi, II. bölgeden III. bölgeye yaklaşımda ( $x=a$  için) simetrik bir dalga kılavuzunda  $Z_{yzIII}^{TE}$  empedansı  $Z_{yzIII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}}$  olarak bulunmakta ve pozitif

olmaktadır. Diğer taraftan,  $Z_{yzI}^{TE} = -Z_{yzIII}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}}$  ifâdesi,  $Z_{yzI}^{TE}$  empedansının

$Z_{yzI}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}}$  olarak negatif olduğuna işaret etmektedir.

b)  $x=-a$  için:

$$\begin{aligned} Z_{yzII}^{TE} &= \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot \alpha_{II} x = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot \alpha_{II} x \Big|_{x=-a} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot(-\alpha_{II} a) \\ &= \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot(-\zeta) \\ Z_{yzII}^{TE} &= \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot(-\alpha_{II} a) = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot(-\zeta) = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{1}{\tan(-\zeta)} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{1}{-\tan\zeta} \\ &= -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{1}{\tan\zeta} \end{aligned}$$

Asimetrik dalga kılavuzu:  $\tan\zeta = \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}}, \tan\zeta = \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}}$

$\tan\zeta = \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}}$  için:

$$\tan\zeta = \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} \rightarrow \frac{1}{\tan\zeta} = -\frac{\alpha_{II}}{\alpha_{III}} \rightarrow Z_{yzII}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{1}{\tan\zeta} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{\alpha_{II}}{\alpha_{III}} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}}$$

$$\tan\zeta = \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}}$$

$$\tan\zeta = \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} \rightarrow \frac{1}{\tan\zeta} = -\frac{\alpha_{II}}{\alpha_I} \rightarrow Z_{yzII}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{1}{\tan\zeta} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{\alpha_{II}}{\alpha_I} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I}$$

$$Z_{yzII}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{1}{\tan\zeta} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{\alpha_{II}}{\alpha_I} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I}$$

Simetrik dalga kılavuzu:  $\tan\zeta = \frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}}, (\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III})$

$$Z_{yzII}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{1}{\tan\zeta} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{\alpha_{II}}{\alpha_{I,III}} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}}$$

$$Z_{yzI}^{TE} = -Z_{yzIII}^{TE} = -Z_{yzII}^{TE} = -j\omega\mu_o$$

ya da

Simetrik dalga kılavuzu:

$$Z_{yzI}^{TE} \alpha_{I,III} = -Z_{yzIII}^{TE} \alpha_{I,III} = -j\omega\mu_o \rightarrow Z_{yzI}^{TE} = -Z_{yzIII}^{TE} = \frac{-j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}}$$

$$Z_{yzI}^{TE} = -Z_{yzIII}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}} = \text{Sâbit (Belli bir çalışma noktasında).}$$

$$Z_{yzI}^{TE} = \frac{-j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}} \rightarrow j\omega\mu_o = -Z_{yzI}^{TE} \alpha_{I,III}$$

$$Z_{yzII}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}} = -\frac{1}{\alpha_{I,III}} Z_{yzI}^{TE} \alpha_{I,III} = Z_{yzI}^{TE}$$

$$Z_{yzIII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}} \rightarrow j\omega\mu_o = \alpha_{I,III} Z_{yzIII}^{TE}$$

$$Z_{yzII}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}} = -\frac{1}{\alpha_{I,III}} \alpha_{I,III} Z_{yzIII}^{TE} = -Z_{yzIII}^{TE}$$

$$Z_{yzII}^{TE} \Big|_{x=-a} = Z_{yzI}^{TE} \Big|_{x=-a}$$

$$Z_{yzII}^{TE} \Big|_{x=-a} = -Z_{yzIII}^{TE} \Big|_{x=-a} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}}$$

$$Z_{yzII}^{TE} \Big|_{x=-a} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}}$$

$$Z_{yzI}^{TE} \Big|_{x=-a} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}}$$

7) Tek fonksiyonlu bir alanda

$$Z_{yzII}^{TE} = E_{yII}/H_{zII} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \cot(\alpha_{II}x - \theta)$$

empedansını  $x = \pm a$  için incelemek için önce  $\theta = 90^\circ$  alınarak empedans tek fonksiyonlu bir alana indirgenir.

$$Z_{yzII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I} \cot(\alpha_{II}x - 90^\circ) = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I} \frac{1}{\tan(\alpha_{II}x - 90^\circ)}$$

$$\tan(\alpha_{II}x + 90^\circ) = \tan(\alpha_{II}x + 90^\circ) \Big|_{x=a} = \tan(\zeta + 90^\circ) = \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} \rightarrow \tan(\zeta - 90^\circ) = \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}}$$

$$\tan(\zeta + 90^\circ) = \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}}$$

$$\tan(\zeta - 90^\circ) = \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}}$$

$$\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \tan(\zeta + 90^\circ) = \frac{\tan\zeta + \tan 90^\circ}{1 - \tan\zeta \tan 90^\circ} = \frac{\sin\zeta \cos 90^\circ + \cos\zeta \sin 90^\circ}{\cos\zeta \cos 90^\circ - \sin\zeta \sin 90^\circ} = -\cot\zeta$$

$$\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = -\cot\zeta \rightarrow \frac{\alpha_{II}}{\alpha_I} = -\tan\zeta$$

$$\frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = \tan(\zeta - 90^\circ) = \frac{\tan\zeta - \tan 90^\circ}{1 + \tan\zeta \tan 90^\circ} = \frac{\sin\zeta \cos 90^\circ - \cos\zeta \sin 90^\circ}{\cos\zeta \cos 90^\circ + \sin\zeta \sin 90^\circ} = -\cot\zeta$$

$$\frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = -\cot\zeta \rightarrow \frac{\alpha_{II}}{\alpha_{III}} = -\tan\zeta$$

$$Z_{yzII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{1}{\tan(\alpha_{II}x - 90^\circ)} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \tan\zeta$$

$$Z_{yzII}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \tan\zeta$$

c)  $x=a$  olsun. Asimetrik dalga kılavuzu:

$$\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = -\cot\zeta \rightarrow \frac{\alpha_{II}}{\alpha_I} = -\tan\zeta, \quad \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = -\cot\zeta \rightarrow \frac{\alpha_{II}}{\alpha_{III}} = -\tan\zeta$$

$$Z_{yzII}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \tan\zeta = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \tan(+\zeta) = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \tan\zeta$$

$$\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = -\cot\zeta \rightarrow \frac{\alpha_{II}}{\alpha_I} = -\tan\zeta \rightarrow Z_{yzII}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \tan\zeta = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{\alpha_{II}}{\alpha_I} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I}$$

$$\frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = -\cot\zeta \rightarrow \frac{\alpha_{II}}{\alpha_{III}} = -\tan\zeta \rightarrow Z_{yzII}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \tan\zeta = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{\alpha_{II}}{\alpha_{III}} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}}$$

$$Z_{yzII}^{TE} \Big|_{x=a} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I}$$

$$Z_{yzII}^{TE} \Big|_{x=a} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}}$$

Çift fonksiyon hâlinde

$$Z_{yzII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I}, \quad Z_{yzII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}} \text{ idi.}$$

Simetrik dalga kılavuzu:  $\tan\zeta = \frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}}$ ,  $(\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III})$

$$Z_{yzII}^{TE} \Big|_{x=a} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}}$$

d)  $x=-a$  olsun. Asimetrik dalga kılavuzu:

$$\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = -\cot\zeta \Big|_{x=-a} \rightarrow \frac{\alpha_{II}}{\alpha_I} = -\tan(-\zeta) = \tan\zeta,$$

$$\frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = -\cot\zeta \Big|_{x=-a} \rightarrow \frac{\alpha_{II}}{\alpha_{III}} = -\tan(-\zeta) = \tan\zeta$$

$$Z_{yzII}^{TE} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \tan(-\zeta) = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \tan\zeta$$

$$\frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = -\cot\zeta \rightarrow \frac{\alpha_{II}}{\alpha_I} = -\tan\zeta \rightarrow Z_{yzII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \tan\zeta = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{\alpha_{II}}{\alpha_I} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I}$$

$$\frac{\alpha_{III}}{\alpha_{II}} = -\cot\zeta \rightarrow \frac{\alpha_{II}}{\alpha_{III}} = -\tan\zeta \rightarrow Z_{yzII}^{TE} = \frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \tan\zeta = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{II}} \frac{\alpha_{II}}{\alpha_{III}} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}}$$

$$Z_{yzII}^{TE} \Big|_{x=-a} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_I}, \quad Z_{yzII}^{TE} \Big|_{x=-a} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{III}}$$

(Çift fonksiyon hâlinde

$$Z_{yzII}^{TE} \Big|_{x=-a} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}}, \quad (Z_{yzI}^{TE} \Big|_{x=-a} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}} \quad \text{idi}).$$

Simetrik dalga kılavuzu:  $\tan\zeta = \frac{\alpha_{I,III}}{\alpha_{II}}$ , ( $\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$ )

$$Z_{yzII}^{TE} \Big|_{x=-a} = -\frac{j\omega\mu_o}{\alpha_{I,III}}$$

8)  $Z_{xyi}^{TM} = E_{xi}/H_{yi}$ ,  $i=I, II, III$  empedanslarını bulmak için  $Z_{xyI}^{TM} = E_{xI}/H_{yI}$ ,  
 $Z_{xyII}^{TM} = E_{xII}/H_{yII}$  ve  $Z_{xyIII}^{TM} = E_{xIII}/H_{yIII}$  tanımlarından hareket edilir.

$$Z_{xyI}^{TM} = E_{xI}/H_{yI}$$

$$E_{xI}(x) = (\beta_z E_1 / \omega \varepsilon_o n_1^2) \exp[q(x+a)] F(z, \omega, t)$$

$$H_{yI} = E_1 \exp[\alpha_I(x+a)] F(z, \omega, t)$$

$$Z_{xyI}^{TM} = E_{xI}/H_{yI} = (\beta_z E_1 / \omega \varepsilon_o n_1^2) \exp[\alpha_I(x+a)] F(z, \omega, t) / E_1 \exp[\alpha_I(x+a)] F(z, \omega, t)$$

$$Z_{xyI}^{TM} = E_{xI}/H_{yI} = \beta_z / \omega \varepsilon_o n_1^2$$

$$Z_{xyII}^{TM} = E_{xII}/H_{yII}$$

$$E_{xII} = (A\beta_z / \omega \varepsilon_o n_{II}^2) \cos(q_I x - \theta) F(z, \omega, t)$$

$$H_{yII} = A \cos(\alpha_{II} x - \theta) F(z, \omega, t)$$

$$Z_{xyII}^{TM} = E_{xII}/H_{yII} = (A\beta_z / \omega \varepsilon_o n_{II}^2) \cos(q_I x - \theta) F(z, \omega, t) / A \cos(\alpha_{II} x - \theta) F(z, \omega, t)$$

$$Z_{xyI}^{TM} = E_{xI} / H_{yI} = \beta_z / \omega \varepsilon_o n_I^2,$$

$$Z_{xyII}^{TM} = E_{xII} / H_{yII}$$

$$E_{xII} = (\beta_z E_{III} / \omega \varepsilon_o n_{III}^2) \exp[-\alpha_{III}(x-a)] F(z, \omega, t)$$

$$H_{yII} = E_m \exp[-\alpha_m(x-a)] F(z, \omega, t)$$

$$Z_{xyIII}^{TM} = E_{xIII} / H_{yIII} = (\beta_z E_{III} / \omega \varepsilon_o n_{III}^2) \exp[-\alpha_{III}(x-a)] F(z, \omega, t) /$$

$$E_m \exp[-\alpha_m(x-a)] F(z, \omega, t) = \beta_z / \omega \varepsilon_o n_{III}^2$$

$$Z_{xyI}^{TM} = E_{xI} / H_{yI} = \beta_z / \omega \varepsilon_o n_I^2,$$

$$Z_{xyII}^{TM} = E_{xII} / H_{yII} = \beta_z / \omega \varepsilon_o n_{II}^2,$$

$$Z_{xyIII}^{TM} = E_{xIII} / H_{yIII} = \beta_z / \omega \varepsilon_o n_{III}^2,$$

$$Z_{xyI}^{TM} n_I^2 = Z_{xyII}^{TM} n_{II}^2 = Z_{xyIII}^{TM} n_{III}^2 = \beta_z / \omega \varepsilon_o$$

9)  $Z_{zyi}^{TM} = -E_{zi} / H_{yi}$ ,  $i=I, II, III$  empedanslarını bulmak için ilgili alan ifâdeleri tanım formülünde kullanılır:

$$Z_{zyI}^{TM} = -E_{zI} / H_{yI}$$

$$E_{zI}(x) = (E_I \alpha_I / j \omega \varepsilon_o n_I^2) \exp[\alpha_I(x+a)] F(z, \omega, t)$$

$$H_{yI} = E_I \exp[\alpha_I(x+a)] F(z, \omega, t)$$

$$Z_{zyI}^{TM} = -E_{zI} / H_{yI} = -\frac{\alpha_I}{j \omega \varepsilon_o n_I^2}$$

$$Z_{zyII}^{TM} = -E_{zII} / H_{yII}$$

$$E_{zII}(x) = -(A \alpha_{II} / j \omega \varepsilon_o n_{II}^2) \sin(\alpha_{II} x - \theta) F(z, \omega, t)$$

$$H_{yII} = A \cos(\alpha_{II} x - \theta) F(z, \omega, t)$$

$$Z_{zyII}^{TM} = -E_{zII} / H_{yII} = (A \alpha_{II} / j \omega \varepsilon_o n_{II}^2) \sin(\alpha_{II} x - \theta) F(z, \omega, t) / A \cos(\alpha_{II} x - \theta) F(z, \omega, t)$$

$$= (\alpha_{II} / j \omega \varepsilon_o n_{II}^2) \tan(\alpha_{II} x - \theta)$$

$$Z_{zyII}^{TM} = -E_{zII} / H_{yII} = (\alpha_{II} / j \omega \varepsilon_o n_{II}^2) \tan(\alpha_{II} x - \theta)$$

$$Z_{zyIII}^{TM} = -E_{zIII} / H_{yIII}$$

$$E_{zIII}(x) = -(E_{III} \alpha_{III} / j \omega \varepsilon_o n_{III}^2) \exp[-\alpha_{III}(x-a)] F(z, \omega, t)$$

$$H_{yIII} = E_m \exp[-\alpha_m(x-a)] F(z, \omega, t)$$

$$Z_{zyIII}^{TM} = -E_{zIII}/H_{yIII} = (E_{III}\alpha_{III}/j\omega\epsilon_0 n_{III}^2) \exp[-\alpha_{III}(x-a)] / E_{III} \exp[-\alpha_{III}(x-a)]$$

$$F(z, \omega, t) / F(z, \omega, t)$$

$$= \alpha_{III}/j\omega\epsilon_0 n_{III}^2$$

$$Z_{zyIII}^{TM} = -E_{zIII}/H_{yIII} = \frac{\alpha_{III}}{j\omega\epsilon_0 n_{III}^2}$$

## 12.8. Kabul Açısı, Faz ve Grup Hızları

Yarıiletken planar çift farklı yapılı basamak kırılma indisli lazerlerde, ( $n_I=n_{II}=n_{I,III}$ ),  $\tan(\zeta - \theta) = \alpha_{II}/\alpha_{III}$  denkleminde

$$\cos(\zeta - \theta) = \alpha_{II}/\sqrt{\alpha_{II}^2 + \alpha_{I,III}^2} = \alpha_{II}/k_o \sqrt{n_{II}^2 - n_{I,III}^2} \quad (98)$$

ya da (4)-(6) ve (98) denklemlerinden

$$\cos(\zeta - \theta) = \alpha_{II}/k_o \sqrt{n_{II}^2 - n_{I,III}^2} = \frac{\alpha_{II}}{k_o NA} = \frac{a\alpha_{II}}{k_o a NA} = \frac{\zeta}{V}, \quad (99)$$

elde edilir. Bu denklemler (43) yardımıyla (52)'deki  $\zeta$  ve  $\eta$  parametrelerini verir.  $V = k_o a NA$  ifâdesinde,  $NA \neq 0$  ve  $k_o \neq 0$  olmaları sebebiyle,  $V \rightarrow 0$  limiti şu sonucu verir: Yarıiletken planar çift farklı yapılı basamak kırılma indisli lazerlerde aktif bölgenin her bir  $a$  genişliği sıfıra gitmek zorundadır. Böylece (99)'da  $\cos(\zeta - \theta) = \frac{\zeta}{V} \rightarrow \infty$  yaklaşımı elde edilir. Halbuki,  $\cos(\zeta - \theta)$ , 1 ile sınırlıdır. Bu, bir dalga kılavuzunun meydana gelebilmesi için,  $a$  aktif bölge genişliğinin sıfırdan farklı olmak zorunda olduğunu ve dolayısıyla  $V$  normalize frekansının büyümek zorunda olduğunu gösterir. Yâni, bir aktif bölgenin oluşması gerekir.  $V$  normalize frekansı,  $V = k_o a NA$  ifâdesine göre, artan frekansla artar, azalan frekansla azalır. Mod numarası  $m$ ,  $m=0, 1, 2, 3, \dots$  olan bir modun frekansı  $V=m\pi$ 'den bulunur. Eğer  $\theta$  açısı  $\theta = m\pi/2$  olarak alınırsa,  $m$  değerinin her biri,  $TE_m$  and  $TM_m$  modları olmak üzere, iki moda karşı düşer. Bu modlar, az farkla birbirlerinden ayrılırlar. (99)daki  $\cos(\zeta - m\pi/2) = \zeta/V$  eşitliği dalga kılavuzunun ana mod işlemini belirler. Çift fonksiyonlu alanlarda  $\zeta = V \cos(\zeta - m\pi/2)$  parametresinde  $m$ ,  $m=0, 2, 4, \dots$ , olarak ve tek fonksiyonlu alanlarda  $m=1, 3, 5, \dots$ , olarak alınır.  $\zeta = V\sqrt{1-\alpha}$ ,  $\eta = V\sqrt{\alpha}$  denklemlerine göre  $\zeta, \eta > 0$  olması için,  $m$  çift fonksiyonlu alanlar için  $m=2i$ ,  $i=0, 1, 2, \dots$ , ve tek fonksiyonlu alanlar için  $m = (2i+1)$  olmalıdır. Buna göre,  $\zeta > 0$  için çift fonksiyonlu alanlar için  $\zeta = V \cos(\zeta - i\pi)$ ,  $i=0, 2, 4, \dots$ , ve tek fonksiyonlu alanlar için  $\zeta = V \cos[\zeta - (2i+1)\pi/2]$  olur. Bu şekilde, diyelim ki, sayıları birer birer alarak  $(\zeta - i\pi) = 2k\pi$ ,  $k=1, 2, 3, \dots$ , olduğunda  $\zeta=1, 2, 3, \dots$ , için sırayla  $V=1, 2, 3, \dots$ , olarak



elde ettik... Bu durumda, meselâ,  $\zeta = V \cos(\zeta - \theta)$  denklemine göre  $\zeta = 1, 2, \dots$ , için  $V$  normalize frekansı, sırasıyla  $1, 2, \dots$ , olur ve  $\zeta = V \cos 2k\pi = V$ , ( $\zeta - i\pi) = 2k\pi$  elde edilir. Böylece çift fonksiyonlu alanlar için  $\zeta^e = (2k + i)\pi$  bulunur. Bunun anlamı şudur: Çift fonksiyonlu alanların  $\zeta$  absis noktaları  $2\pi$ 'nin katları olarak tekrarlanır.

Diğer taraftan  $\theta = (2i + 1)\pi/2$ ,  $i=0, 1, 2, \dots$ , açılarında  $\zeta - (2i + 1)\pi/2 = 2k\pi$ ,  $k=1, 2, 3, \dots$ , olduğunda, sırasıyla,  $\zeta = 2, 3, 4, \dots$ , için  $V=2, 3$ , bulunur ve dolayısıyla  $\zeta$  parametresi  $\zeta - (2i + 1)\pi/2 = 2k\pi$  olarak yâni tek fonksiyonlu alanlar için  $\zeta^o = 2k\pi + (2i + 1)\pi/2 = (4k + 2i + 1)\pi/2$  bulunur. Bu da şu anlama gelir: Tek fonksiyonlu alanların  $\zeta$  absis noktaları da  $2\pi$ 'nin katları olarak tekrarlanır.  $\zeta^o - \zeta^e = \pi/2$ ,  $\tan \zeta^o = \tan(\zeta^e + \pi/2) = -\cot \zeta^e$  olur<sup>34</sup>. Bu şunu gösterir: Şekil 3'de görüldüğü gibi, tek fonksiyonlu alanlara âit absis noktaları,  $\pi/2$  kadar kaymayla çift fonksiyonlu alanların absis noktaları gibidir.

Sonuç olarak, çift ve tek fonksiyonlu alanlar için, en düşük modlarda ( $i=0$ ), sırasıyla,  $V(\pi/2$  ve  $V)\pi/2$  olmalıdır. Bundan dolayı, yarıiletken planar çift farklı yapıli dalga kılavuzları (lazerler) için alanın çift ya da tek olma kararı kullanılan malzemenin kırılma indisi,  $V = ak_o (n_{II}^2 - n_{I,III}^2)^{1/2}$  ve  $\alpha_{II} = k_o N A \cos(\zeta - \theta) = (V/a) \cos(\zeta - \theta)$ , denklemlerine göre,  $\theta$ 'nın fonksiyonu olan yayılım sâbitine bağlıdır. Yâni,  $a$  aktif bölge genişliği,  $k_o$  serbest uzay dalga numarası ve kırılma indisi  $V$  normalize frekansını belirler ve  $V$  normalize frekansı ile birlikte  $\theta$  faz açısı,  $\alpha_{II}$  mekan frekansını sınırlar.

Yarıiletken planar çift farklı yapıli simetrik ( $\theta = 0$ ) lazerlerde (70)'den dolayısıyla (51)'den  $\zeta$  ve  $\eta$  parametreleri

$$\zeta = V \sqrt{1 + 2(n_{II}/n_{I,III})^2 \alpha \Delta} \cos(\zeta - \theta) \quad (100)$$

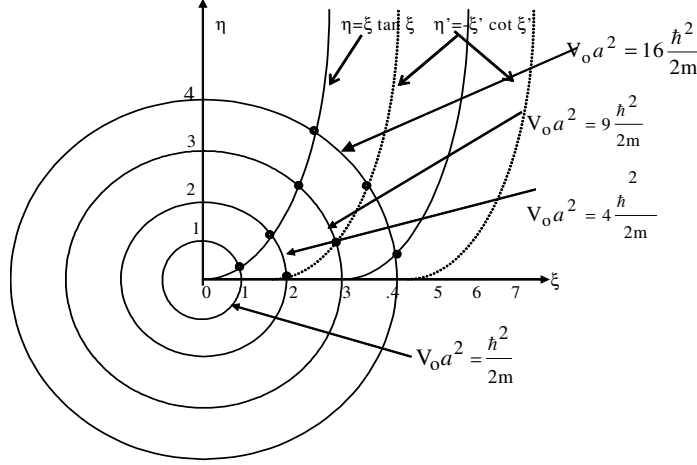
$$\eta = V \sqrt{\sin^2(\zeta - \theta) + 2(n_{II}/n_{I,III})^2 \alpha \Delta \cos^2(\zeta - \theta)}. \quad (101)$$

olarak bulunur. (100) ve (101) ifâdelerindeki parametreler, (52)'deki TE moduna âit  $\zeta$  ve  $\eta$  parametrelerinden çok az miktarda farklıdır. Bu denklemler, (100) ve (101) ifâdelerindeki parametrelerde  $n_{II}/n_{I,III} = 0$  alınır, (52)'deki  $\zeta$  ve  $\eta$  parametreler elde edilir. Bu fark (100) ve (101) ifâdelerinde parametrelerdeki  $\cos(\zeta - \theta)$ 'nin önünde bulunan  $2(n_{II}/n_{I,III})^2 \alpha \Delta$  faktörden ileri gelir. Meselâ,  $n_{II}=3.351$ ,  $n_{I,III}=3.350$  ve  $\alpha = 0.562$  için  $2(n_{II}/n_{I,III})^2 \alpha \Delta$  faktörü  $0.000336$  olur. Yâni,  $2(n_{II}/n_{I,III})^2 \alpha \Delta \ll 1$  sebebiyle, pratikte TM modunun<sup>35</sup>  $\zeta$  ve  $\eta$  parametreleri, sırasıyla, (52)'de TE modundaki  $\zeta$  ve  $\eta$  parametreleri yaklaşık olarak elde edilebilir. Dolayısıyla TM moduna âit eğriler, Şekil 3'deki TE modundaki çift fonksiyonlu alanlara âit tanjant ve tek fonksiyonlu

<sup>34</sup> Gasiorowicz, S., 1974, *Quantum Physics*, pp.82. (New York: John Wiley and Sons.).

<sup>35</sup> Kroemer, H., 1994, *Quantum Mechanics*, (New Jersey: Prentice Hall).

alanlara âit kotanjant eğrilerinin çok az bir kaymasına sâhip olur.  $(n_{II}/n_{I,III})^2$  faktöründen ileri gelen bu kayma pratikte ihmal edilir. (34), (70) ve (71) denklemleri, kılavuzun ana mod çalışmasını belirler.



Şekil 3 Yarıiletken planar çift farklı yapı dalgı kılavuzlarında (lazerler) TE modunda çift ve tek fonksiyonlu alanlar için çizilmiş eğrilerde taşıyıcıların enerji öz noktaları (Noktalı eğriler tek fonksiyonlu eğrilere âittir)

Burada  $\zeta = \alpha_{II} a$ , Şekil 2'deki aktif bölgenin iki tarafı arasındaki optik faz değişimidir. (44), (52) ve (53) ifâdelerinden

$$\alpha_{II} = k_0 NA \cos(\zeta - \theta) = k_0 n_{II} \sqrt{2\Delta(1 - \alpha)} \quad (102)$$

bulunur. Böylece, (5) ve (102), faz sâbitini

$$\beta_z = \sqrt{k_{II}^2 - \alpha_{II}^2} = k_0 \sqrt{n_{II}^2 - NA^2 \cos^2(\zeta - \theta)}$$

ya da

$$\beta_z = k_0 \sqrt{n_{II}^2 - NA^2 \cos^2(\zeta - \theta)} = k_0 \sqrt{n_{I,III}^2 - \alpha(n_{II}^2 - n_{I,III}^2)} \quad (103)$$

olarak verir. Diğer taraftan çift fonksiyonlu alan için faz açısı (45), (57) ve (103)'den

$$\beta_z^e = k_0 \sqrt{n_{II}^2 - NA^2 \cos^2 \zeta} = k_0 \sqrt{n_{II}^2 - NA^2(1 - \alpha)} = k_0 n_{II} \sqrt{1 - 2\Delta(1 - \alpha)} \quad (104)$$

ve faz açısı (45), (60) ve (103) tek fonksiyonlu alan için

$$\beta_z^o = k_0 \sqrt{n_{II}^2 - NA^2 \sin^2 \zeta} = k_0 \sqrt{n_{II}^2 - NA^2(1 - \alpha)} = k_0 n_{II} \sqrt{1 - 2\Delta(1 - \alpha)} \quad (105)$$

olarak bulunur. Burada TE ve TM modlarına âit faz sâbitlerinin birbirlerine eşit olduklarına dikkat ediniz ( $\beta_z^c = \beta_z^o$ ). Yarıiletken planar çift farklı yapılı simetrik dalga kılavuzları (lazerleri) için (4), (45) ve (98) denklemleri

$$\alpha_{i,iii} = k_o n_{ii} \sqrt{2\alpha\Delta} \quad (106)$$

sonucunu vermektedir. Şekil 4'ten demetin  $\theta_{ii}$  hesaplanabilen kabul açısının

$$\theta_{ii} = \sin^{-1} \beta_z / k = \sin^{-1} \beta_z / n_{ii} k_o = \sin^{-1} \sqrt{1 - 2\Delta(1 - \alpha)} \quad (107)$$

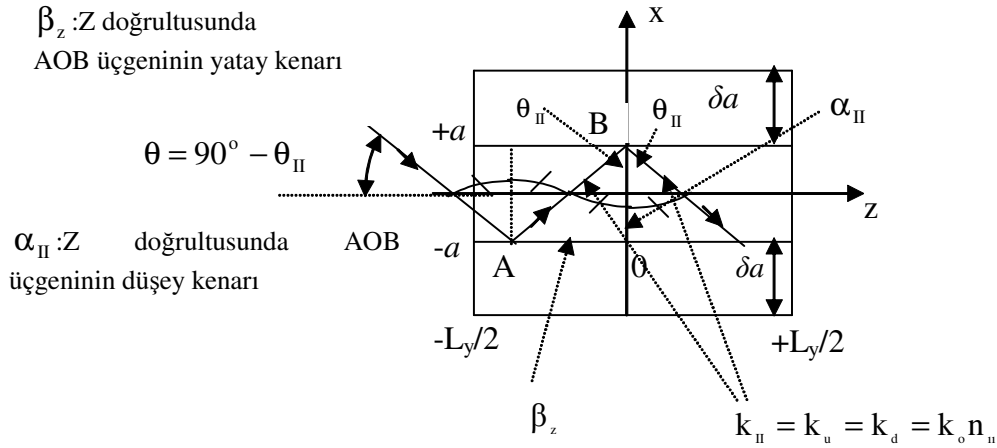
olduğu görülür. Aktif bölgeye bir nevî demet giriş açısı olan *Kabul Açısı*, kılavuzun ışık ışınlarını içinden alabildiği açı olarak tanımlanabilir. Eğer  $\theta_{ii}$  kabul açısı oldukça küçükse o zaman

$$\sin \theta_{ii} \cong \theta_{ii} = \sqrt{1 - 2\Delta(1 - \alpha)}, \quad (108)$$

yaklaşık ifâdesinden

$$\cos \theta_{ii} = \sqrt{2\Delta(1 - \alpha)} \quad (109)$$

sonucunu çıkarabiliriz. Burada yayılım sâbitlerinin ve aktif bölgeye ilişkin demet kabul açısının, yaklaşık olarak, kullanılan malzemelerin I, II ve III bölgelerindeki kırılma indisleri tarafından belirlendiği görülmektedir.



Şekil 4 Demetin kabul açısı

$\beta_z$  faz sâbiti, tek ve çift alan modlarının her birini belirlemek için gerekli olan bir büyüklüktür. Ortamın dielektrik sâbiti ve kılavuz içindeki alan biçimi genel olarak frekansın fonksiyonu olduğu için, dalganın bu büyüklüğü tabiatıyla frekansa bağlıdır. Düşünülen bu yayılım sâbitlerinin her biri birden fazla frekansın kompozisyonu olduklarında bu husus, önemli ipuçlarına sâhiptir.

Genel olarak, modülasyon hızı taşıyıcının hızından farklıdır. Taşıyıcı faz hızı,  $v_p = c/n_{ef} = \omega/\beta_z$  'dir. Burada,  $n_{ef}$ , efektif kırılma indisini gösterir. Dalganın, frekansları merkez frekansı etrafında kümelenmiş ve küçük bir bant genişliği üzerine dağılmış olan, grup hızı ise,  $v_g = c/n_g = d\omega/d\beta_z$  ile verilir. Bu hız,  $\beta_z$  faz sâbitine karşı  $\omega$  açısasal hızının eğimidir, frekans değişimine bağlıdır. Yâni, frekans spektrumunun farklı bileşenleri farklı grup hızlarında yayılır.

$\omega/\beta_z$  mod faz hızı ve  $d\omega/d\beta_z$  mod grup hızı burada  $\beta_z$  faz sâbitinden elde edilebilir. Verilen bir frekanstaki farklı modlar,  $\beta_z$  faz sâbitinin farklı değerlerine sâhiptirler. Sonuç olarak bunlar farklı grup hızlarına sâhip olabilirler. Grup hızı, dalga paket (meselâ enerji hızı) hızıdır ki, bu merkez taşıyıcı frekansı civârında kümelenir. Grup hızı iki durumda faz hızından farklıdır: (1) Dalga kılavuzu, frekansın bir fonksiyonu olarak yayılım frekansını değiştirir. (2) Malzemenin dielektrik sâbiti frekansla değişir. Öyle ki, malzeme içindeki yayılım sâbiti frekansla değişir. Böylece, faz hızı (103)'den

$$v_p = \frac{c}{n_{ef}} = \frac{\omega}{\beta_z} = (\omega/k_o) \sqrt{[n_{ii}^2 - NA^2 \cos^2(\zeta - \theta)]} = c \sqrt{[n_{ii}^2 - NA^2 \cos^2(\zeta - \theta)]} \quad (110)$$

ya da

$$v_p = c/n_{ef} = c/n_{ii} \sqrt{[1 - 2\Delta(1 - \alpha)]} \quad (111)$$

olarak bulunur. Bu sûretle, efektif kırılma indisi, normalize yayılım sâbitinin bir fonksiyonu olarak

$$n_{ef} = n_{ii} \sqrt{[1 - 2\Delta(1 - \alpha)]} = n_{ii} \sqrt{[1 - 2\Delta f(\alpha)]} \quad (112)$$

şeklinde elde edilir. Bu sonuç literatürde Paiano ve arkadaşları tarafından verilen sonuçla uyuşmaktadır<sup>36</sup>. Böylece, faz sâbiti  $\beta_z = \omega n_{ef} / c = 2\pi n_{ef} / \lambda$  olur.  $n_{ef}$  efektif kırılma indisi, bir malzemenin özdeş kırılma indisi olarak açıklanabilir. (110) ve (111)'den, faz hızı çift ve tek fonksiyonlu alanlar için, sırasıyla,

$$v_p^e = \frac{\omega}{\beta_z} = \omega/k_o \sqrt{[n_{ii}^2 - NA^2 \cos \zeta]} = c \sqrt{[n_{ii}^2 - NA^2(1 - \alpha)]} \quad (113)$$

ya da (57) göz önünde bulundurularak

$$v_p^e = c \sqrt{[n_{ii}^2 - NA^2(1 - \alpha)]} = c/n_{ii} \sqrt{[1 - 2\Delta(1 - \alpha)]} \quad (114)$$

ve (60) göz önünde bulundurularak

<sup>36</sup> Paiano, G. and Pellicoro, M., October 2001, *Propagation Constant of Weakly Guiding Optical Fibers: A new Eigenvalue Condition*, Journal of Lightwave Technology, Volume, 19, Number 10, p.1992.

$$v_p^o = c/\sqrt{[n_{II}^2 - NA^2 \sin^2 \zeta]} = c/\sqrt{[n_{II}^2 - NA^2(1-\alpha)]} = c/n_{II} \sqrt{[1 - 2\Delta(1-\alpha)]}. \quad (115)$$

şeklinde elde edilir. (114) ve (115)'ten görülmektedir ki, çift ve tek fonksiyonlu alanlar için faz hızlarının da birbirlerine eşit olduğu görülür ( $v_p^e = v_p^o$ ). Bu sonuç (104) ve (105)den bulunan  $\beta_z^e = \beta_z^o$  eşitliğinden de görülebilir.

Çift fonksiyonlu bir alanda eğer  $\zeta = \pi/2$  ise, o zaman  $\cos \zeta = 0$  olur. (110) denklemi  $v_{p,II} = c/n_{II}$  'yi verir ve de  $\eta = V \sin \zeta = V$  ve  $\alpha = 1$  olur. Bu durum, aktif bölgenin  $a$  optik genişliği çok büyük olarak seçilmesi ve bütün enerjinin aktif bölgede kalmasının sağlanmasıyla ortaya çıkar ve bir uç değerdir.

Eğer  $\zeta = 0$  alınırsa, o zaman  $\cos \zeta = 1$  olur ve (110) ifâdesi  $v_{p,I,III} = c/n_{I,III}$  'ü verir, dolayısıyla,  $\eta = V \sin \zeta = 0$  bulunur. ( $\zeta = 0$   $\eta = 0$ ),  $\zeta - \eta$  koordinat sisteminin merkezidir. Burada  $\alpha = 0$  olur. Bu şart kesim şartıdır. Bunun mânâsı şudur: Aktif bölgenin  $a$  optik genişliği o kadar küçüktür ki, aktif bölge yok demektir dolayısıyla bütün enerji etkin bir şekilde gömlek bölgelerine geçmiş olur. Yâni, kesim şartında bütün enerji hemen hemen gömlek bölgelerindedir. Bu durum da bir uç değerdir. Bu yüzden,  $v_{p,II}$  ve  $v_{p,I,III}$  hızları, alanın faz hızlarının iki uç ifâdesini verirler<sup>37</sup>.

Yarıiletken planar çift farklı yapıli simetrik bir dalga kılavuzunda (lazerde) grup hızı (enerji hızı)  $d\omega/d\beta$  olarak tanımlanır. Buna göre,

$$n_g = n_{ef} + \left[ \frac{c\beta_z}{n_{II}} - \frac{\omega k_o n_{I,III} (1-\alpha)}{\beta_z} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega}$$

olmak üzere

$$v_g = c/n_g = (d\beta_z/d\omega)^{-1} = \frac{1}{\frac{\beta_z}{\omega} + \left[ \frac{\beta_z}{n_{II}} - \frac{k_o^2 n_{I,III} (1-\alpha)}{\beta_z} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega}} \quad (116)$$

ya da

$$v_g = \frac{c}{\frac{\beta_z}{k_o} + \left[ \frac{c\beta_z}{n_{II}} - \frac{ck_o^2 n_{I,III} (1-\alpha)}{\beta_z} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega}} \quad (117)$$

veyâ  $\beta_z = 2\pi n_{ef} / \lambda$  ve (103) yardımıyla

$$n_g = n_{ef} - \lambda \left[ \frac{n_{ef}}{n_{II}} - \frac{n_{I,III} (1-\alpha)}{n_{ef}} \right] \frac{dn_{II}}{d\lambda}$$

ya da (112) yardımıyla

<sup>37</sup> Carroll, J. Whiteaway, J. And Plumb, D., Op.Cit.326.

$$n_s = n_{II} \sqrt{1-2\Delta(1-\alpha)} - \lambda \left[ \sqrt{1-2\Delta(1-\alpha)} + \frac{n_{I,III}(1-\alpha)}{n_{II} \sqrt{1-2\Delta(1-\alpha)}} \right] \frac{dn_{II}}{d\lambda} \quad (118)$$

bulunur. (118), yarıiletken planar çift farklı yapıli simetrik bir dalga kılavuzunun (lazerin) aktif bölgesindeki grup indisidir. Burada  $dn_{II}/d\lambda$ , aktif bölgedeki kırılma indisinin dalga boyuna göre değişimidir. Normal dispersiyonda  $\frac{dn_{II}}{d\lambda} > 0$  ve anormal dispersiyonda  $\frac{dn_{II}}{d\lambda} < 0$  olarak alınır<sup>38</sup>. (117) ifâdesi, tek ve çift farklı yapıli simetrik bir dalga kılavuzuna (lazere) âittir. Eğer  $dn_{II}/d\lambda = 0$  alınırsa, (117)'nin (110)'daki faz hızını verdiğine dikkat edilmelidir. Demek ki, kırılma indisi dalga boyuna göre değişmiyorsa, bu durumda faz ve grup hızı aynı olmaktadır. Başka bir ifâdeyle, grup hızı  $dn_{II}/d\lambda \neq 0$  hâlinde ortaya çıkmaktadır.

Sonuç olarak, bir yarıiletken planar çift farklı yapıli simetrik bir dalga kılavuzunda (lazerde) kabul açısı, faz ve grup hızları kullanılan malzemenin kırılma indisi tarafından belirlenmektedir.

### Sorular:

1)

$$n_s = n_{II} + \left[ \frac{c\beta_z}{n_{II}} - \frac{\omega k_o n_{I,III}(1-\alpha)}{\beta_z} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega}$$

formülünü çıkarınız.

2) Grup indisini dalga boyu cinsinden bulunuz.

### Cevaplar:

1)  $\beta_z = k_o n_{II} \sqrt{1-2\Delta(1-\alpha)}$  faz sâbitinde  $k_{II} = k_o n_{II}$  ve  $v = \sqrt{1-2\Delta(1-\alpha)}$  dönüşümleri kullanılırsa,  $\beta_z = k_{II} v$  olur. Burada

$$\Delta = \left[ n_{II}^2 - n_{I,III}^2 \right] / 2n_{II}^2 \cong (n_{II} - n_{I,III}) / n_{II} = 1 - n_{I,III} / n_{II}$$

ile bellidir. Bunun  $\omega$  açısal hızına göre türevi alınır:

$$\frac{d\beta_z}{d\omega} = z'v + zv', \quad v' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}, \quad u = 1 - 2\Delta(1-\alpha), \quad \Delta' = (n_{I,III}/n_{II}^2) \frac{dn_{II}}{d\omega}$$

$$u' = -2\Delta'(1-\alpha) = -2 \frac{n_{I,III}}{n_{II}^2} (1-\alpha) \frac{dn_{II}}{d\omega}$$

<sup>38</sup> Kraus, J.D. and Carver, K.R., 1973, *Electromagnetics*, (New York: McGraw-Hill Book Company).

$$v' = \frac{u'}{2\sqrt{u}} = \frac{-2 \frac{n_{lm}}{n_{II}} (1-\alpha) \frac{dn_{II}}{d\omega}}{2\sqrt{1-2\Delta(1-\alpha)}} = -\frac{\frac{n_{lm}}{n_{II}} (1-\alpha) \frac{dn_{II}}{d\omega}}{v} =$$

$$z = k_o n_{II} = \frac{\omega}{c} n_{II} \rightarrow z' = \frac{n_{II}}{c} + \frac{\omega}{c} \frac{dn_{II}}{d\omega}$$

$$\beta_z = zv \rightarrow \frac{d\beta_z}{d\omega} = z'v + zv' = \left( \frac{n_{II}}{c} + \frac{\omega}{c} \frac{dn_{II}}{d\omega} \right) v - k_o n_{II} \frac{\frac{n_{lm}}{n_{II}} (1-\alpha) \frac{dn_{II}}{d\omega}}{v}$$

$$\frac{d\beta_z}{d\omega} = \left( \frac{n_{II}}{c} + \frac{\omega}{c} \frac{dn_{II}}{d\omega} \right) v - k_o (1-\alpha) \frac{n_{lm}}{vn_{II}} \frac{dn_{II}}{d\omega}$$

$$\frac{d\beta_z}{d\omega} = \frac{n_{II}v}{c} + \left[ \frac{\omega v}{c} - k_o (1-\alpha) \frac{n_{lm}}{vn_{II}} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega}$$

$$\frac{d\omega}{d\beta_z} = \frac{1}{\frac{n_{II}v}{c} + \left[ \frac{\omega v}{c} - k_o (1-\alpha) \frac{n_{lm}}{vn_{II}} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega}} = \frac{1}{\frac{n_{II}k_o v}{ck_o} + \left[ \frac{\omega v}{c} - k_o^2 (1-\alpha) \frac{n_{lm}}{k_o n_{II} v} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega}}$$

$$v = \frac{\beta_z}{z} = \frac{\beta_z}{k_o n_{II}}, \quad k_o = \frac{\omega}{c}$$

$$\frac{d\omega}{d\beta_z} = \frac{1}{\frac{\beta_z}{\omega} + \left[ \frac{\omega}{c} \frac{\beta_z}{k_o n_{II}} - k_o^2 (1-\alpha) \frac{n_{lm}}{\beta_z} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega}} = \frac{1}{\frac{\beta_z}{ck_o} + \left[ \frac{\omega}{c} \frac{\beta_z}{k_o n_{II}} - \frac{\omega^2}{c^2} (1-\alpha) \frac{n_{lm}}{\beta_z} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega}}$$

$$\frac{d\omega}{d\beta_z} = \frac{1}{\frac{\beta_z}{ck_o} + \left[ \frac{\omega}{c} \frac{\beta_z}{k_o n_{II}} - \frac{\omega^2}{c^2} (1-\alpha) \frac{n_{lm}}{\beta_z} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega}} = \frac{c}{\frac{\beta_z}{k_o} + \left[ \frac{\omega \beta_z}{k_o n_{II}} - \frac{\omega^2}{c} (1-\alpha) \frac{n_{lm}}{\beta_z} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega}}$$

$$n_g = \frac{\beta_z}{k_o} + \left[ \frac{\omega \beta_z}{k_o n_{II}} - \frac{\omega^2}{c} (1-\alpha) \frac{n_{lm}}{\beta_z} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega} = \frac{\beta_z}{k_o} + \left[ \frac{c \beta_z}{n_{II}} - \omega k_o (1-\alpha) \frac{n_{lm}}{\beta_z} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega}$$

$$n_{ef} = \frac{\beta_z}{k_o}$$

$$n_g = \frac{\beta_z}{k_o} + \left[ \frac{c \beta_z}{n_{II}} - \omega k_o (1-\alpha) \frac{n_{lm}}{\beta_z} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega} = n_{ef} + \left[ \frac{c \beta_z}{n_{II}} - \omega k_o (1-\alpha) \frac{n_{lm}}{\beta_z} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega}$$

$$n_g = n_{ef} + \left[ \frac{c \beta_z}{n_{II}} - \omega k_o (1-\alpha) \frac{n_{lm}}{\beta_z} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega}$$

2) Grup indisini dalga boyu cinsinden bulmak için

$$n_g = n_{ef} + \left[ \frac{c \beta_z}{n_{II}} - \omega k_o (1-\alpha) \frac{n_{lm}}{\beta_z} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega}$$

formülünden faydalanılır.

$$n_g = n_{ef} + \left[ \frac{c \beta_z}{n_{II}} - \omega k_o (1-\alpha) \frac{n_{lm}}{\beta_z} \right] \frac{dn_{II}}{d\omega} = n_{ef} - \frac{\lambda^2}{2\pi c} \left[ \frac{c \beta_z}{n_{II}} - \omega k_o (1-\alpha) \frac{n_{lm}}{\beta_z} \right] \frac{dn_{II}}{d\lambda}$$

$$n_g = n_{ef} - \frac{\lambda}{\omega} \left[ \frac{c\beta_z}{n_n} - \omega k_o (1 - \alpha) \frac{n_m}{\beta_z} \right] \frac{dn_n}{d\lambda}$$

### 12.9. Aktif ve Gömlek Bölgelerindeki Güç İfadeleri

Bir yarıiletken planar çift farklı yapı simetrik bir dalga kılavuzunun (lazerin) aktif ve gömlek bölgelerinde, bir güç yoğunluğu demek olan, birim alan başına güç akışı, Poynting vektörü ile bulunabilir. Elektrik ve manyetik alanları birer kompleks büyüklük olarak verilirse, Poynting vektörünün zaman üzerinden ortalaması,  $\mathbf{E}$  Elektrik ve  $\mathbf{H}$  manyetik alan fazörlerini göstermek üzere,

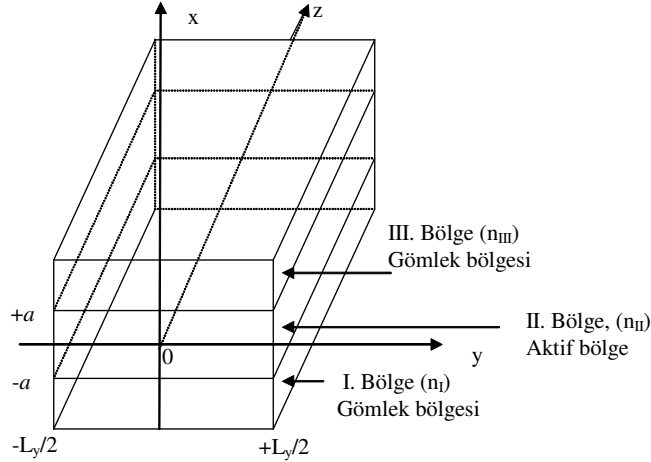
$$\mathbf{S} = 1/2[\mathbf{E}\mathbf{A}\mathbf{H}^*] \quad (119)$$

ile verilir<sup>39</sup>. Burada (\*) işareti eşleniği gösterir. Gücün zaman üzerinden ortalaması ise,

$$P = 1/2 \iint_S [\mathbf{E}\mathbf{A}\mathbf{H}^*] \cdot d\mathbf{A} \quad (120)$$

olup  $d\mathbf{A}$ , yüzey differansiyelidir.

Birim yüzey başına zaman üzerinden ortalanmış güç akışı, yarıiletken planar çift farklı yapı simetrik bir dalga kılavuzunun Şekil 1'deki kılavuz bölgelerinin belirlenmiş Şekil 5'deki geometrisinde görülen alanlar üzerinden alınan entegral ile ortaya çıkar.



Şekil 5 Bir yarıiletken planar çift farklı yapı simetrik bir dalga kılavuzunun (lazerin) geometrisi, aktif ve gömlek bölgeleri

<sup>39</sup> Kroemer, H., 1994, *Quantum Mechanics*, (New Jersey: Prentice Hall).



TE modunda, sırasıyla xy ve yz düzlemlerine dik olan z ve x doğrultularındaki Poynting vektörleri (77) yardımıyla

$$\mathbf{S}_{yxi}^{TE} = 1/2[\mathbf{E}_{yi} \mathbf{a}_y \wedge \mathbf{H}_{xi}^* \mathbf{a}_x] = -\frac{1}{2} \mathbf{E}_{yi} \mathbf{H}_{xi}^* \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{yi}|^2}{Z_{yxi}^{TE*}} \mathbf{a}_z \quad (121)$$

ve (78)-(82) denklemleri yardımıyla,

$$\mathbf{S}_{zyi}^{TE} = 1/2[\mathbf{E}_{yi} \mathbf{a}_y \wedge \mathbf{H}_{zi}^* \mathbf{a}_z] = \frac{1}{2} \mathbf{E}_{yi} \mathbf{H}_{zi}^* \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{yi}|^2}{Z_{zyi}^{TE*}} \mathbf{a}_x \quad (122)$$

ve TM modunda (92) ve (93) yardımıyla

$$\mathbf{S}_{xyi}^{TM} = 1/2[\mathbf{E}_{xi} \mathbf{a}_x \wedge \mathbf{H}_{yi}^* \mathbf{a}_y] = \frac{1}{2} \mathbf{E}_{xi} \mathbf{H}_{yi}^* \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{xi}|^2}{Z_{xyi}^{TM*}} \mathbf{a}_z \quad (123)$$

ve (94)-(96) yardımıyla

$$\mathbf{S}_{zyi}^{TM} = 1/2[\mathbf{E}_{zi} \mathbf{a}_z \wedge \mathbf{H}_{yi}^* \mathbf{a}_y] = -\frac{1}{2} \mathbf{E}_{zi} \mathbf{H}_{yi}^* \mathbf{a}_x = -\frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{zi}|^2}{Z_{zyi}^{TM*}} \mathbf{a}_x \quad (124)$$

$i=I, II, III$

elde edilir. Burada  $\mathbf{S}$  gibi koyu harfler vektör büyüklükleri ve  $\mathbf{a}_x$  ya da  $\mathbf{a}_z$  koyu küçük harfler, indislerdeki doğrultularda birim vektörleri gösterir.

TE modunda aktif ve gömlek bölgelerinde z doğrultusunda, (121) denklemi ve (7), (9) ve(10), (28)-(30) denklemleri ile (77) de göz önünde bulundurularak, güç yoğunlukları

$$\mathbf{S}_{yxi}^{TE} = -\frac{1}{2} \mathbf{E}_{yi} \mathbf{H}_{xi}^* \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{yi}|^2}{Z_{yxi}^{TE*}} \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{E_i^2 \beta_z}{\omega \mu_0} e^{2\alpha_i(x+a)} \mathbf{a}_z \quad (125)$$

$$\mathbf{S}_{xyi}^{TE} = -\frac{1}{2} \mathbf{E}_{yi} \mathbf{H}_{xi}^* \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{yi}|^2}{Z_{xyi}^{TE*}} \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{A^2 \beta_z}{\omega \mu_0} \cos^2(\alpha_i x - \theta) \mathbf{a}_z \quad (126)$$

$$\mathbf{S}_{zyi}^{TE} = -\frac{1}{2} \mathbf{E}_{yi} \mathbf{H}_{zi}^* \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{yi}|^2}{Z_{zyi}^{TE*}} \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} \frac{E_i^2 \beta_z}{\omega \mu_0} e^{-2\alpha_i(x-a)} \mathbf{a}_x \quad (127)$$

olarak elde edilir. Burada (125) ve (127)

$$\mathbf{S}_{yxi,III}^{TE} = \frac{1}{2} \frac{E_{i,III}^2 \beta_z}{\omega \mu_0} e^{\pm 2\alpha_{i,III}(x \pm a)} \mathbf{a}_z \quad (128)$$

şeklinde birleştirilebilir. (+) işaretler I bölgesine (ya da  $\alpha_1$ 'e) karşı düşer. X doğrultusunda (122) ve (7), (9), (10) ve (31)-(33) ya da (80) ve (81) denklemleri göz önünde tutularak TE modunda aktif ve gömlek bölgelerindeki güç yoğunlukları ise,

$$\mathbf{S}^{\text{TE}}_{\text{yzi}} = \frac{1}{2} \mathbf{E}_{\text{yi}} \mathbf{H}_{\text{zi}}^* \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{\text{yi}}|^2}{Z^{\text{TE}^*}_{\text{yzi}}} \mathbf{a}_x = -\frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_1}{\omega \mu_0} e^{2\alpha_1(x+a)} \mathbf{a}_x \quad (129)$$

$$\mathbf{S}^{\text{TE}}_{\text{yziI}} = \frac{1}{2} \mathbf{E}_{\text{yil}} \mathbf{H}_{\text{zli}}^* \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{\text{yil}}|^2}{Z^{\text{TE}^*}_{\text{yziI}}} \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{\text{II}}}{\omega \mu_0} \cos(\alpha_{\text{II}} x - \theta) \sin(\alpha_{\text{II}} x - \theta) \mathbf{a}_x \quad (130)$$

$$\mathbf{S}^{\text{TE}}_{\text{yziII}} = \frac{1}{2} \mathbf{E}_{\text{yiii}} \mathbf{H}_{\text{ziii}}^* \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{\text{yiii}}|^2}{Z^{\text{TE}^*}_{\text{yziII}}} \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} j \frac{E_{\text{III}}^2 \alpha_{\text{III}}}{\omega \mu_0} e^{-2\alpha_{\text{III}}(x-a)} \mathbf{a}_x \quad (131)$$

olarak bulunur. Burada (129) ve (131)

$$\mathbf{S}^{\text{TE}}_{\text{yzi,III}} = \mp \frac{1}{2} j \frac{E_{\text{III}}^2 \alpha_{\text{III}}}{\omega \mu_0} e^{\pm 2\alpha_{\text{III}}(x \pm a)} \mathbf{a}_x \quad (132)$$

şeklinde birleştirilebilir. (+) işaretler I bölgesine (ya da  $\alpha_1$ 'e) karşı düşer.

TM modunda aktif ve gömlek bölgelerindeki z doğrultusundaki güç yoğunlukları (123), (67)-(69), (61)-(63), ya da (93) ifâdeleri göz önünde bulundurularak

$$\mathbf{S}^{\text{TM}}_{\text{xyI}} = \frac{1}{2} \mathbf{E}_{\text{xI}} \mathbf{H}_{\text{yI}}^* \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{\text{xI}}|^2}{Z^{\text{TM}^*}_{\text{xyI}}} \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{E_1^2 \beta_z}{\omega \epsilon_0 n_1} e^{2\alpha_1(x+a)} \mathbf{a}_z \quad (133)$$

$$\mathbf{S}^{\text{TM}}_{\text{xyII}} = \frac{1}{2} \mathbf{E}_{\text{xII}} \mathbf{H}_{\text{yII}}^* \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{\text{xII}}|^2}{Z^{\text{TM}^*}_{\text{xyII}}} \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{A^2 \beta_z}{\omega \epsilon_0 n_{\text{II}}^2} \cos^2(\alpha_{\text{II}} x - \theta) \mathbf{a}_z \quad (134)$$

$$\mathbf{S}^{\text{TM}}_{\text{xyIII}} = \frac{1}{2} \mathbf{E}_{\text{xIII}} \mathbf{H}_{\text{yIII}}^* \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{\text{xIII}}|^2}{Z^{\text{TM}^*}_{\text{xyIII}}} \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{E_{\text{III}}^2 \beta_z}{\omega \epsilon_0 n_{\text{III}}^2} e^{-2\alpha_{\text{III}}(x-a)} \mathbf{a}_z \quad (135)$$

şeklinde elde edilir. Burada (133) ve (135) formülleri

$$\mathbf{S}^{\text{TM}}_{\text{xyI,III}} = \frac{1}{2} \frac{E_{\text{I,III}}^2 \beta_z}{\omega \epsilon_0 n_{\text{I,III}}^2} e^{\pm 2\alpha_{\text{I,III}}(x \pm a)} \mathbf{a}_z \quad (136)$$

olarak birleştirilebilir. (+) işaretler I bölgesine (ya da  $\alpha_1$ 'e) karşı düşer. (125)-(127) ve (133)-(135) eşitlikleri, sırasıyla, TE ve TM modlarında z doğrultusunda yayılan efektif güç yoğunluklarını verir. Bunun anlamı, z doğrultusunda reaktif güç yoğunluğunun olmadığıdır. Yâni, efektif güç akışı z doğrultusunda olur, x doğrultusunda olmaz.

TM modunda aktif ve gömlek bölgelerindeki x doğrultusundaki güç yoğunlukları ise, (124), (64)-(66), (61)-(63) ya da (94)-(96) denklemleri göz önünde bulundurularak

$$\mathbf{S}^{\text{TM}}_{zyl} = -\frac{1}{2} \mathbf{E}_{zl} \mathbf{H}_{yl}^* \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{zl}|^2}{Z^{\text{TM}*}_{zyl}} \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} j \frac{E_l^2 \alpha_l}{\omega \epsilon_0 n_l} e^{2\alpha_l(x+a)} \mathbf{a}_x \quad (137)$$

$$\mathbf{S}^{\text{TM}}_{zyl} = -\frac{1}{2} \mathbf{E}_{zll} \mathbf{H}_{yll}^* \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{zll}|^2}{Z^{\text{TM}*}_{zyl}} \mathbf{a}_x = -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{ll}}{\omega \epsilon_0 n_{ll}} \cos(\alpha_{ll}x - \theta) \sin(\alpha_{ll}x - \theta) \mathbf{a}_x \quad (138)$$

$$\mathbf{S}^{\text{TM}}_{zyl} = -\frac{1}{2} \mathbf{E}_{zlll} \mathbf{H}_{ylll}^* \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{zlll}|^2}{Z^{\text{TM}*}_{zyl}} \mathbf{a}_x = -\frac{1}{2} j \frac{E_{lll}^2 \alpha_{lll}}{\omega \epsilon_0 n_{lll}} e^{-2\alpha_{lll}(x-a)} \mathbf{a}_x \quad (139)$$

şeklinde bulunur. (129)-(131) ve (137)-(139), sırasıyla, TE ve TM modlarında x doğrultusunda reaktif güç yoğunluklarını verir. Bunun anlamı x doğrultusunda aktif güç yoğunluğunun olmadığıdır. Yâni, reaktif güç akışı x doğrultusunda olur, z doğrultusunda olmaz. Burada da (137) ve (139)

$$\mathbf{S}^{\text{TM}}_{zyl,III} = \pm \frac{1}{2} j \frac{E_{l,III}^2 \alpha_{l,III}}{\omega \epsilon_0 n_{l,III}} e^{\pm 2\alpha_{l,III}(x \pm a)} \mathbf{a}_x \quad (140)$$

biçiminde birleştirilebilir. (+) işaretler I bölgesine (ya da  $\alpha_l$ 'e) karşı düşer. (128)'deki  $\mathbf{S}^{\text{TE}}_{yxl,III}$ , (136)'daki  $\mathbf{S}^{\text{TM}}_{yxl,III}$ , (132)'deki  $\mathbf{S}^{\text{TE}}_{yxl,III}$  ve (140)'daki  $\mathbf{S}^{\text{TM}}_{zyl,III}$ , sırasıyla, I ve III bölgelerindeki güç yoğunluklarını gösterir. Z doğrultusundaki güç yoğunluklarının efektif güç ve x doğrultusundaki güç yoğunluklarının reaktif olduklarına dikkat ediniz.

### Sorular:

1) TE modundaki (129), (130) ve (130), (131) ifâdelerinden faydalanarak sırasıyla  $\mathbf{S}^{\text{TE}}_{yxl}(x=-a) = \mathbf{S}^{\text{TE}}_{yxl}(x=-a)$  ve  $\mathbf{S}^{\text{TE}}_{yxl}(x=a) = \mathbf{S}^{\text{TE}}_{yxl}(x=a)$  olduğunu gösteriniz.

2) TM modunda modundaki (137), (138) ve (138), (139) ifâdelerinden faydalanarak sırasıyla  $\mathbf{S}^{\text{TE}}_{yxl}(x=-a)n_l^2 = \mathbf{S}^{\text{TE}}_{yxl}(x=-a)n_l^2$  ve  $\mathbf{S}^{\text{TM}}_{zyl}(x=a)n_l^2 = \mathbf{S}^{\text{TM}}_{zyl}(x=a)n_l^2$  olduğunu gösteriniz.

3) Yukarı yönlü  $\mathbf{k}_u = k_o n_{ll}$  dalga vektörü ya da aşağı yönlü  $\mathbf{k}_d = k_o n_{ll}$  dalga vektörü boyunca yayılan S güç yoğunluğunu kaçak güç yoğunluğu, aktif bölge güç yoğunluğu cinsinen bulunuz.

4) Gömlek bölgelerinin kalınlığı nasıl bulunur?

5) TE modunda çift ve tek fonksiyonlu alanlar için II bölgesindeki  $\mathbf{S}^{\text{TE}}_{yxl}$  ve I (III) bölgesindeki  $\mathbf{S}^{\text{TE}}_{yxl,III}$  efektif güç ortalamalarını bulunuz.

6) TM modunda çift ve tek fonksiyonlu alanlar için II bölgesindeki  $\mathbf{S}^{\text{TM}}_{zyl}$  ve I (III) bölgesindeki  $\mathbf{S}^{\text{TM}}_{zyl,III}$  efektif güç ortalamalarını bulunuz.

7)

$$\frac{P_{yII}^{eTE}}{P_{yI}^{eTE}}, \frac{P_{yII}^{eTM}}{P_{yI}^{eTM}} \text{ ve } \frac{P_{yII}^{oTE}}{P_{yI}^{oTE}}, \frac{P_{yII}^{oTM}}{P_{yI}^{oTM}}$$

oranlarını bulunuz.

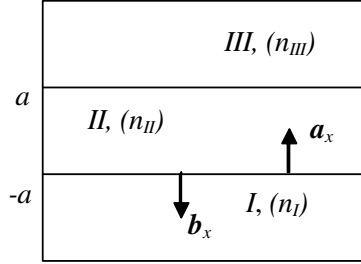
8) Alan değerlerinin mod tipinden bağımsız olarak normalize yayılım sâbitine bağlı olduklarını gösteriniz.

9) Güç kayıp faktörünü hesaplayınız.

**Cevaplar:**

1)

$S_{yI}^{TE}(x=-a) = S_{yI}^{TE}(x=-a)$  durumunu ele alalım:



$$S_{yI}^{TE} = -\frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_1}{\omega \mu_0} e^{2\alpha_1(x+a)} \mathbf{a}_x$$

$$S_{yII}^{TE} = \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_0} \cos(\alpha_{II} x - \theta) \sin(\alpha_{II} x - \theta) \mathbf{a}_x$$

ifâdelerinde  $x=-a$  alınrsa,

$$S_{yI}^{TE}(-a) = -\frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_1}{\omega \mu_0} \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_1}{\omega \mu_0} \mathbf{b}_x$$

$$S_{yII}^{TE}(-a) = \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_0} \cos(-\alpha_{II} a - \theta) \sin(-\alpha_{II} a - \theta) \mathbf{a}_x$$

$$= \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_0} \cos(-\zeta - \theta) \sin(-\zeta - \theta) \mathbf{a}_x$$

olur. Bu çift fonksiyonlu alanlar için ( $\theta = 0$ )

$$S_{yII}^{TE}(-a) = \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_0} \cos(-\zeta) \sin(-\zeta) \mathbf{a}_x = -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_0} \cos(\zeta) \sin(\zeta) \mathbf{a}_x$$

olur.

Burada  $E_1 = A \cos(\alpha_{II} a + \theta) = A \cos(\zeta + \theta)$  olup çift fonksiyonlu alanlar için  $\theta = 0$  alındığından  $E_1 = A \cos(-\alpha_{II} a) = A \cos(-\zeta) = A \cos \zeta$ .

Çift fonksiyon durumu:

$$E^e = E_i = A \cos(\alpha_{II} a) = A \cos \zeta$$

$$\mathbf{S}^{TE}_{yzt}(-a) = -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_o} \cos(\zeta) \sin(\zeta) \mathbf{a}_x$$

$$E_i^2 = A^2 \cos^2 \zeta \rightarrow \frac{E_i^2}{A^2 \cos \zeta} = \cos \zeta$$

$$\mathbf{S}^{TE}_{yzt}(-a) = -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_o} \cos \zeta \sin \zeta \mathbf{a}_x = -\frac{1}{2} j \frac{E_i^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_o} \tan \zeta \mathbf{a}_x$$

Burada  $\tan \zeta = \alpha_I / \alpha_{II}$  olduğu için

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^{TE}_{yzt}(-a) &= -\frac{1}{2} j \frac{E_i^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_o} \tan \zeta \mathbf{a}_x = -\frac{1}{2} j \frac{AE I^2}{\omega \mu_o} \tan \zeta \frac{\alpha_I}{\tan \zeta} \mathbf{a}_x \\ &= -\frac{1}{2} j \frac{E_i^2 \alpha_I}{\omega \mu_o} \mathbf{a}_x \end{aligned}$$

bulunur.

$$\mathbf{S}^{TE}_{yzt}(-a) = -\frac{1}{2} j \frac{E_i^2 \alpha_I}{\omega \mu_o} \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} j \frac{E_i^2 \alpha_I}{\omega \mu_o} \mathbf{b}_x$$

idi.

Sonuç:  $\mathbf{S}^{TE}_{yzt}(-a) = -\frac{1}{2} j \frac{E_i^2 \alpha_I}{\omega \mu_o} \mathbf{a}_x$

$$\mathbf{S}^{TE}_{yzt}(-a) = -\frac{1}{2} j \frac{E_i^2 \alpha_I}{\omega \mu_o} \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} j \frac{E_i^2 \alpha_I}{\omega \mu_o} \mathbf{b}_x$$

Bu sonuçlara göre, çift fonksiyonlu alanlar için I-II ara yüzeyinin I. bölge tarafında  $-x$  doğrultusunda imajiner güç akışı

$$\mathbf{S}^{TE}_{yzt}(-a) = \frac{1}{2} j \frac{E_i^2 \alpha_I}{\omega \mu_o} \mathbf{b}_x = \mathbf{S}^{TE}_{yzt} \mathbf{b}_x$$

olacak şekilde  $\mathbf{b}_x$  birim vektörü doğrultusunda ve  $+x$  doğrultusunda imajiner güç akışı II. bölge tarafında  $-x$  doğrultusunda imajiner güç akışı

$$\mathbf{S}^{TE}_{yzt}(-a) = -\frac{1}{2} j \frac{E_i^2 \alpha_I}{\omega \mu_o} \mathbf{a}_x = \mathbf{S}^{TE}_{yzt} \mathbf{b}_x$$

olur. Görüldüğü gibi  $\mathbf{S}^{TE}_{yzt}(x=-a) = \mathbf{S}^{TE}_{yzt}(x=-a)$  bulunur. Sonuç olarak II. bölgeden ayrılan bir imajiner güç I. bölgeye geçmektedir.

Tek fonksiyonlu alarlarda durum ( $\theta = \pi/2$ ):

$$\begin{aligned}
S^{TE}_{yzII}(-a) &= \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_o} \cos(-\zeta - \theta) \sin(-\zeta - \theta) \mathbf{a}_x = -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_o} \cos(\zeta + \theta) \sin(\zeta + \theta) \mathbf{a}_x \\
&= -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_o} [\cos(\zeta) \cos \pi/2 - \sin \zeta \sin \pi/2] [\sin \zeta \cos \pi/2 + \cos \zeta \sin \pi/2] \mathbf{a}_x \\
&= \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_o} [\sin \zeta] [\cos \zeta] \mathbf{a}_x
\end{aligned}$$

Tek fonksiyonlu alanlar için  $\theta = \pi/2$  alındığından

$$E_I = A \cos(-\alpha_{II} a + \pi/2) = A \cos(-\zeta + \pi/2)$$

ya da

$$E_I = E^o_I = A \cos(-\zeta) \cos \pi/2 - A \sin(-\zeta) \sin \pi/2 = +A \sin \zeta$$

olur.

$$E_I = E^o_I = A \sin \zeta \rightarrow E_I^2 = A^2 \sin^2 \zeta \rightarrow A^2 \sin \zeta = \frac{E_I^2}{\sin \zeta}$$

$$S^{TE}_{yzII}(-a) = \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_o} \sin \zeta \cos \zeta \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} j \frac{E_I^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_o} \cot \zeta \mathbf{a}_x$$

$$\cot \zeta = -\alpha_I / \alpha_{II} \rightarrow \alpha_{II} = -\frac{\alpha_I}{\cot \zeta},$$

$$S^{TE}_{yzII}(-a) = -\frac{1}{2} j \frac{E_I^2 \alpha_I}{\omega \mu_o} \mathbf{a}_x$$

$$S^{TE}_{yzI}(-a) = -\frac{1}{2} j \frac{E_I^2 \alpha_I}{\omega \mu_o} \mathbf{a}_x$$

Görüldüğü gibi, tek fonksiyonlu alanlar için de ikinci bölgeden I. bölgeye geçen imajiner gücün büyüklüğü aynıdır. Yâni,  $S^{TE}_{yzII}(x = -a) = S^{TE}_{yzI}(x = -a)$  olur.

$S^{TE}_{yzII}(x = a) = S^{TE}_{yzIII}(x = a)$  durumunu inceleyelim:

Bu durumda

$$E_{III} = A \cos(\alpha_{II} a - \theta) = A \cos(\zeta - \theta)$$

$$S^{TE}_{yzIII} = \frac{1}{2} j \frac{E_{III}^2 \alpha_{III}}{\omega \mu_o} e^{-2\alpha_{III}(x-a)} \mathbf{a}_x$$

$$S^{TE}_{yzII} = \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_o} \cos(\alpha_{II} x - \theta) \sin(\alpha_{II} x - \theta) \mathbf{a}_x$$

ifâdelerinde  $x=a$  alınrsa,

$$\begin{aligned} S_{yzII}^{TE}(a) &= \frac{1}{2} j \frac{E_{III}^2 \alpha_{III}}{\omega \mu_o} \mathbf{a}_x \\ S_{yzII}^{TE}(a) &= \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_o} \cos(\alpha_{II} a - \theta) \sin(\alpha_{II} a - \theta) \mathbf{a}_x \\ E_{III} &= A \cos(\alpha_{II} a - \theta) = A \cos(\zeta - \theta) \end{aligned}$$

bulunur.

Bu çift fonksiyonlu alanlar için ( $\theta = 0$ )

$$S_{yzII}^{TE} = \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_o} \cos(\alpha_{II} x - \theta) \sin(\alpha_{II} x - \theta) \mathbf{a}_x$$

alanlarında  $\theta = 0$  alınırsa,

$$S_{yzII}^{TE}(a) = \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_o} \cos \zeta \sin \zeta \mathbf{a}_x$$

$$E_{III} = A \cos(\alpha_{II} a) = A \cos \zeta$$

bulunur.

$$E_{III} = E^e_{III} = A \cos \zeta \rightarrow E^e_{III}{}^2 = A^2 \cos^2 \zeta \rightarrow A^2 \cos \zeta = \frac{E_{III}^2}{\cos \zeta}$$

$$S_{yzII}^{TE}(a) = \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_o} \cos \zeta \sin \zeta \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} j \frac{E_{III}^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_o} \tan \zeta \mathbf{a}_x$$

$$\tan \zeta = \alpha_{III} / \alpha_{II} \rightarrow \alpha_{II} = \frac{\alpha_{III}}{\tan \zeta}$$

$$S_{yzII}^{TE}(a) = \frac{1}{2} j \frac{E_{III}^2 \alpha_{II}}{\omega \mu_o} \tan \zeta \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} j \frac{E_{III}^2 \alpha_{III}}{\omega \mu_o} \mathbf{a}_x$$

Bu sonuç da yukarıda verilen  $S_{yzII}^{TE}(a) = \frac{1}{2} j \frac{E_{III}^2 \alpha_{III}}{\omega \mu_o} \mathbf{a}_x$  sonucunun aynıdır. Yâni, II.

bölgeden ayrılan imajiner güç aynen III. bölgeye geçmektedir ve dolayısıyla  $S_{yzII}^{TE}(x=a) = S_{yzIII}^{TE}(x=a)$  bulunur.

Sonuç olarak  $x=-a$  ve  $x=a$  sınırlarındaki

$$S_{yzI}^{TE}(-a) = -\frac{1}{2} j \frac{E_I^2 \alpha_I}{\omega \mu_o} \mathbf{a}_x$$

$$S_{yzI}^{TE}(-a) = -\frac{1}{2} j \frac{E_I^2 \alpha_I}{\omega \mu_o} \mathbf{a}_x$$

$$S_{yzII}^{TE}(a) = \frac{1}{2} j \frac{E_{III}^2 \alpha_{III}}{\omega \mu_o} \mathbf{a}_x$$

$$S_{yzIII}^{TE}(a) = \frac{1}{2} j \frac{E_{III}^2 \alpha_{III}}{\omega \mu_o} \mathbf{a}_x$$

imajiner güçlerinin büyüklükleri

$$S_{yzII}^{TE}(-a) = -\frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_1}{\omega \mu_0}, \quad S_{yzI}^{TE} \quad (-$$

$$a) = -\frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_1}{\omega \mu_0}$$

$$S_{yzII}^{TE} \quad (a) = \frac{1}{2} j \frac{E_{III}^2 \alpha_{III}}{\omega \mu_0},$$

$$S_{yzIII}^{TE}(a) = \frac{1}{2} j \frac{E_{III}^2 \alpha_{III}}{\omega \mu_0}$$

olur.

2)

$$S_{yzI}^{TM} = \frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_1}{\omega \epsilon_0 n_1^2} e^{2\alpha_1(x+a)} \mathbf{a}_x$$

$$S_{yzII}^{TM} = -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}^2}{\omega \epsilon_0 n_{II}^2} \cos(\alpha_{II} x - \theta) \sin(\alpha_{II} x - \theta) \mathbf{a}_x$$

ifâdelerinde  $x=-a$  alınrsa,

$$S_{yzI}^{TM}(-a) = \frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_1}{\omega \epsilon_0 n_1^2} \mathbf{a}_x$$

$$S_{yzII}^{TM}(-a) = -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}^2}{\omega \epsilon_0 n_{II}^2} \cos(\alpha_{II} x - \theta) \sin(\alpha_{II} x - \theta) \mathbf{a}_x$$

$$= -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}^2}{\omega \epsilon_0 n_{II}^2} \cos(-\alpha_{II} a - \theta) \sin(-\alpha_{II} a - \theta) \mathbf{a}_x$$

$$= -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}^2}{\omega \epsilon_0 n_{II}^2} \cos(-\zeta - \theta) \sin(-\zeta - \theta) \mathbf{a}_x$$

olur. Bu çift fonksiyonlu alanlar için ( $\theta=0$ )

$$S_{yzII}^{TM}(-a) = -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}^2}{\omega \epsilon_0 n_{II}^2} \cos(-\zeta - \theta) \sin(-\zeta - \theta) \mathbf{a}_x$$

$$= -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}^2}{\omega \epsilon_0 n_{II}^2} \cos(-\zeta) \sin(-\zeta) \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}^2}{\omega \epsilon_0 n_{II}^2} \cos(\zeta) \sin(\zeta) \mathbf{a}_x$$

olur.

Burada  $E_1 = A \cos(\alpha_{II} a + \theta) = A \cos(\zeta + \theta)$  olup çift fonksiyonlu alanlar için  $\theta=0$  alındığından  $E_1 = A \cos(-\alpha_{II} a) = A \cos(-\zeta) = A \cos \zeta$ .

Çift fonksiyon durumu:

$$E_1 = E_1 = A \cos(\alpha_{II} a) = A \cos \zeta$$

$$S_{yzII}^{TM}(-a) = \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}^2}{\omega \epsilon_0 n_{II}^2} \cos(\zeta) \sin(\zeta) \mathbf{a}_x$$



$$E_1^2 = A^2 \cos^2 \zeta \rightarrow \frac{E_1^2}{A^2 \cos^2 \zeta} = \cos^2 \zeta \rightarrow A^2 \cos^2 \zeta = \frac{E_1^2}{\cos^2 \zeta}$$

$$S_{\text{yıl}}^{TM}(-a) = \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}^2}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \cos(\zeta) \sin(\zeta) \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_{II}^2}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \tan \zeta \mathbf{a}_x$$

Burada  $\tan \zeta = \alpha_I / \alpha_{II}$  olduğu için

$$\begin{aligned} S_{\text{yıl}}^{TM}(-a) &= \frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_{II}^2}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \tan \zeta \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} j \frac{E_1^2}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \frac{\alpha_I}{\tan \zeta} \tan \zeta \mathbf{a}_x \\ &= \frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \mathbf{a}_x \end{aligned}$$

bulunur.

$$S_{\text{yıl}}^{TM}(-a) = \frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \mathbf{a}_x$$

$$S_{\text{yıl}}^{TE}(-a) = -\frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_I}{\omega \mu_o} \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_I}{\omega \mu_o} \mathbf{b}_x$$

idi.

Sonuç:

$$S_{\text{yıl}}^{TM}(-a) = \frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \mathbf{a}_x, \quad S_{\text{yıl}}^{TM}(-a) = \frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \mathbf{a}_x$$

$$S_{\text{yıl}}^{TM}(-a) n_{II}^2 = \frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o} \mathbf{a}_x, \quad S_{\text{yıl}}^{TM}(-a) n_I^2 = \frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o} \mathbf{a}_x.$$

Bu sonuçlara göre, çift fonksiyonlu alanlar için I-II ara yüzeyinin I. bölge tarafında  $-x$  doğrultusunda imajiner güç akışı

$$S_{\text{yıl}}^{TM}(-a) = \frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \mathbf{a}_x$$

ve II. bölgedeyine  $-x$  doğrultusunda imajiner güç akışı

$$S_{\text{yıl}}^{TM}(-a) = \frac{1}{2} j \frac{E_1^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \mathbf{a}_x$$

olur. Görüldüğü gibi  $S_{\text{yıl}}^{TE}(x = -a) n_{II}^2 = S_{\text{yıl}}^{TE}(x = -a) n_I^2$  bulunur. Sonuç olarak II. bölgeden ayrılan bir imajiner güç I. bölgeye geçmektedir.

Tek fonksiyonlu alanlarda durum ( $\theta = \pi/2$ ):

$$S_{\text{yıl}}^{TM}(-a) = -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}^2}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \cos(-\zeta - \theta) \sin(-\zeta - \theta) \mathbf{a}_x = \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}^2}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \cos(\zeta + \theta) \sin(\zeta + \theta) \mathbf{a}_x$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \cos(\zeta + \theta) \sin(\zeta + \theta) \mathbf{a}_x \\
&= \frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} [\cos(\zeta) \cos \pi/2 - \sin \zeta \sin \pi/2] [\sin \zeta \cos \pi/2 + \cos \zeta \sin \pi/2] \mathbf{a}_x \\
&= -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} [\sin \zeta] [\cos \zeta] \mathbf{a}_x
\end{aligned}$$

Tek fonksiyonlu alanlar için  $\theta = \pi/2$  alındığından

$$E_I = A \cos(-\alpha_{II} a + \pi/2) = A \cos(-\zeta + \pi/2)$$

ya da

$$E_I = E^o_I = A \cos(-\zeta) \cos \pi/2 - A \sin(-\zeta) \sin \pi/2 = +A \sin \zeta$$

olur.

$$E_I = E^o_I = A \sin \zeta \rightarrow E_I^2 = A^2 \sin^2 \zeta \rightarrow A^2 \sin \zeta = \frac{E_I^2}{\sin \zeta}$$

$$S^{TM}_{zII}(-a) = -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_{II}}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} [\sin \zeta] [\cos \zeta] \mathbf{a}_x = -\frac{1}{2} j \frac{E_I^2 \alpha_{II}}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \cot \zeta \mathbf{a}_x$$

$$\cot \zeta = -\alpha_I / \alpha_{II} \rightarrow \alpha_{II} = -\frac{\alpha_I}{\cot \zeta}, \quad S^{TM}_{zII}(-a) = \frac{1}{2} j \frac{E_I^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \mathbf{a}_x$$

$$S^{TM}_{zI}(-a) = \frac{1}{2} j \frac{E_I^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o n_I^2} \mathbf{a}_x$$

**Sonuç:**

Tek fonksiyonlu alanlar için de

$$S^{TM}_{zII}(-a) = \frac{1}{2} j \frac{E_I^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \mathbf{a}_x$$

$$S^{TM}_{zI}(-a) = \frac{1}{2} j \frac{E_I^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o n_I^2} \mathbf{a}_x$$

ya da

$$S^{TM}_{zII}(-a) n_{II}^2 = \frac{1}{2} j \frac{E_I^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o} \mathbf{a}_x$$

$$S^{TM}_{zI}(-a) n_I^2 = \frac{1}{2} j \frac{E_I^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o} \mathbf{a}_x$$

bulunur.

Görüldüğü gibi, tek fonksiyonlu alanlar için  $S^{TE}_{yII}(x = -a) n_{II}^2 = S^{TE}_{yI}(x = -a) n_I^2$  olur.  $S^{TE}_{yII}(x = a) n_{II}^2 = S^{TE}_{yIII}(x = a) n_I^2$  durumunu inceleyelim:

Bu durumda

$$E_m = A \cos(\alpha_m a - \theta) = A \cos(\zeta - \theta)$$

$$S_{yzm}^{TM} = -\frac{1}{2} j \frac{E_m^2 \alpha_m}{\omega \epsilon_0 n_m} e^{-2\alpha_m(x-a)} \mathbf{a}_x$$

$$S_{yzn}^{TM} = -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_n}{\omega \epsilon_0 n_n} \cos(\alpha_n x - \theta) \sin(\alpha_n x - \theta) \mathbf{a}_x$$

ifâdelerinde  $x=a$  alınırsa,

$$S_{yzm}^{TM}(a) = -\frac{1}{2} j \frac{E_m^2 \alpha_m}{\omega \epsilon_0 n_m} \mathbf{a}_x$$

$$S_{yzn}^{TM}(a) = -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_n}{\omega \epsilon_0 n_n} \cos(\alpha_n a - \theta) \sin(\alpha_n a - \theta) \mathbf{a}_x$$

$$E_m = A \cos(\alpha_m a - \theta) = A \cos(\zeta - \theta) \text{ ile verilir.}$$

bulunur.

Bu çift fonksiyonlu alanlar için ( $\theta=0$ )

$$S_{yzn}^{TM}(a) = -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_n}{\omega \epsilon_0 n_n} \cos(\alpha_n x - \theta) \sin(\alpha_n x - \theta) \mathbf{a}_x$$

alanında  $\theta=0$  alınırsa,

$$S_{yzn}^{TM}(a) = -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_n}{\omega \epsilon_0 n_n} \cos \zeta \sin \zeta \mathbf{a}_x$$

$$E_m = A \cos(\alpha_m a) = A \cos \zeta$$

bulunur.

$$E_m = E^e_m = A \cos \zeta \rightarrow E^e_m{}^2 = A^2 \cos^2 \zeta \rightarrow A^2 \cos \zeta = \frac{E_m^2}{\cos \zeta}$$

$$S_{yzn}^{TM}(a) = -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_n}{\omega \epsilon_0 n_n} \cos \zeta \sin \zeta \mathbf{a}_x = -\frac{1}{2} j \frac{A^2 \alpha_n}{\omega \epsilon_0 n_n} \tan \zeta \mathbf{a}_x$$

$$\tan \zeta = \alpha_m / \alpha_n \rightarrow \alpha_n = \frac{\alpha_m}{\tan \zeta}$$

$$S_{yzn}^{TM}(a) = -\frac{1}{2} j \frac{E_m^2 \alpha_n}{\omega \epsilon_0 n_n} \tan \zeta \mathbf{a}_x = -\frac{1}{2} j \frac{E_m^2 \alpha_m}{\omega \epsilon_0 n_n} \mathbf{a}_x$$

Bu sonuç da yukarıda verilen  $S_{yzm}^{TM}(a) = -\frac{1}{2} j \frac{E_m^2 \alpha_m}{\omega \epsilon_0 n_m} \mathbf{a}_x$  sonucunun aynıdır.

Netice:

$$S_{yzn}^{TM}(a) = -\frac{1}{2} j \frac{E_m^2 \alpha_m}{\omega \epsilon_0 n_m} \mathbf{a}_x$$

$$S_{yzm}^{TM}(a) = -\frac{1}{2} j \frac{E_m^2 \alpha_m}{\omega \epsilon_0 n_m} \mathbf{a}_x$$

Yânî, II. bölgeden ayrılan imajiner güç aynen III. bölgeye geçmektedir ve dolayısıyla  $S_{yzII}^{TE}(x=a)n_{II}^2 = S_{yzIII}^{TE}(x=a)n_I^2$  bulunur.

Sonuç olarak  $x=-a$  ve  $x=a$  sınırlarındaki

$$\begin{aligned} S_{yzII}^{TM}(-a) &= \frac{1}{2} j \frac{E_I^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \mathbf{a}_x \\ S_{yzI}^{TM}(-a) &= \frac{1}{2} j \frac{E_I^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o n_I^2} \mathbf{a}_x \\ S_{yzII}^{TM}(a) &= -\frac{1}{2} j \frac{E_{III}^2 \alpha_{III}}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \mathbf{a}_x \\ S_{yzIII}^{TM}(a) &= -\frac{1}{2} j \frac{E_{III}^2 \alpha_{III}}{\omega \epsilon_o n_{III}^2} \mathbf{a}_x \end{aligned}$$

imajiner güçlerinin büyüklükleri

$$\begin{aligned} S_{yzII}^{TM}(-a) &= \frac{1}{2} j \frac{E_I^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \\ S_{yzI}^{TM}(-a) &= \frac{1}{2} j \frac{E_I^2 \alpha_I}{\omega \epsilon_o n_I^2} \\ S_{yzII}^{TM}(a) &= -\frac{1}{2} j \frac{E_{III}^2 \alpha_{III}}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \\ S_{yzIII}^{TM}(a) &= -\frac{1}{2} j \frac{E_{III}^2 \alpha_{III}}{\omega \epsilon_o n_{III}^2} \end{aligned}$$

olur.

3) Yukarı yönlü  $\mathbf{k}_i = k_o n_{II}$  dalga vektörü ya da aşağı yönlü  $\mathbf{k}_r = k_o n_{II}$  dalga vektörü boyunca yayılan  $S$  güç yoğunluğunu kaçak güç yoğunluğu, aktif bölge güç yoğunluğu cinsinden bulmak için Şekil 4'ten

$$S = \frac{S_{i,III}}{\cos \theta_{II}} = \frac{S_{II}}{\sin \theta_{II}} = \frac{S_{i,III}}{\sqrt{2\Delta(1-\alpha)}} = \frac{S_{II}}{\sqrt{1-2\Delta(1-\alpha)}} \quad (141)$$

bulunur.

4) Gömlek bölgelerinin kalınlığını bulmak için Şekil 4'ten faydalanılır. Şekil 4'te görülen gömlek bölgesinin  $\delta a$  kalınlığı,  $x = \pm a$  noktasında genel olarak bu bölgedeki sönümlü dalganın genliğinin 0.01'i olacak şekilde ayarlanır<sup>40</sup>. Buna göre, gömlek bölgelerinin  $\delta a$  kalınlığı belirlenebilir. Yânî, 2  $\delta a$  gömlek bölgelerinin kalınlığı olmak üzere,  $x = a + \delta a$  alınrsa, simetrik bir dalga kılavuzu için (10)'dan,

$$E_{y,III} / E_{III} = 0.01 = \exp[-\alpha_{i,III} \delta a] \quad (142)$$

<sup>40</sup> Bhattacharya, P., 1998, *Semiconductor Optoelectronic Devices*, (New Jersey, Appendix 10), p.574.

bulunur. Meselâ,  $k_o=4.052 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$  ( $\lambda = 1.55 \text{ } \mu\text{m}$ ),  $n_{II}=3.351$ ,  $n_{III}=3.350$  ve  $\alpha=0.562$  için (102)-(106)'dan, sırasıyla,  $\alpha_{II}=0.21954455 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ ,  $\beta_z=13.576477 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ ,  $\alpha_{III}=0.248672 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$  elde edilir. Böylece bu değerlerden gerekli olanlar kullanılırsa, (142),  $\delta a$  için  $\delta a=37 \text{ } \mu\text{m}$  sonucunu verir.

Yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerlerde, aktif bölge dışında bulunan alanlar, buralarda bulunan güç iletimine etki ederler. Bu objelerin bulunduğu yerlerdeki modun gücü mümkün olduğu kadar küçültülürse, bu etkiler en aza indirilebilir. Bu da dış alanların  $x$  doğrultusunda üstel olarak zayıflamaları ile mümkün olur. Diğer taraftan, bu sönümlü alanların sonlu genlikleri vardır ve dolayısıyla, az da olsa, biraz güç taşırlar. Bununla beraber, II-III ve II-I arayüzlerine dik doğrultuda efektif gücün taşınmadığı ve sâdece bu ara yüzeylere paralel doğrultuda reaktif güçlerin taşındığı kolayca gösterilmiştir. Bu yüzden, güç korunumu bundan hiç etkilenmez.  $\exp(-j \beta_z z)$  faktöründen dolayı, sönümlü dalga sâdece  $z$  doğrultusunda yayılmakta ve III ve I bölgelerinde  $x$  doğrultusunda üstel olarak genlik zayıflamasına uğramaktadır.

5)  $P = 1/2 \int_S [\mathbf{E} \mathbf{A} \mathbf{H}^*] \cdot d\mathbf{A}$  formülüne göre efektif güç ortalaması yarıiletken

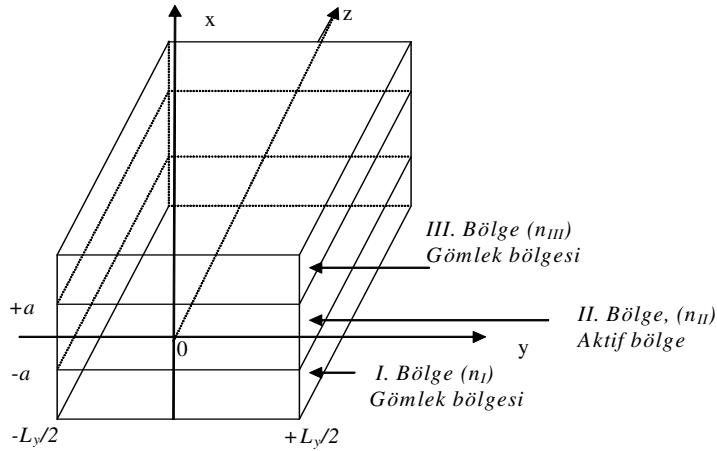
planar çift farklı yapılı lazerlerin aktif ve gömlek bölgeleri tarafından kılavuzlanan efektif güç ortalaması,  $\mathbf{S}$  güç şiddeti vektörünün

$$\mathbf{S}_{\text{ydl}}^{\text{TE}} = -\frac{1}{2} E_{\text{ydl}} H_{\text{ydl}}^* \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{|E_{\text{ydl}}|^2}{Z_{\text{TE}}^{\text{ydl}}} \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{A^2 \beta_z}{\omega \mu_o} \cos^2(\alpha_{II} x - \theta) \mathbf{a}_z$$

ve

$$\mathbf{S}_{\text{ydl,III}}^{\text{TE}} = \frac{1}{2} \frac{E_{\text{ydl,III}}^2 \beta_z}{\omega \mu_o} e^{\pm 2\alpha_{III}(x \pm a)} \mathbf{a}_z$$

bileşenlerinin alan üzerinden entegralleri alınarak bulunur.



$$P_{\text{yxl}}^{TE} = 1/2 \int_{x=-a}^a \int_{y=-L_y/2}^{y=L_y/2} \mathbf{S}_{\text{yxl}}^{TE} \cdot \mathbf{a}_z dx dy \quad (143)$$

$$= A^2 \beta_z L_y / \omega \mu_o (a + 1/2 \alpha_{II} [\sin(2\zeta - 2\theta) + \sin 2\theta])$$

$$P_{\text{yxl,III}}^{TE} = 1/2 \int_{x=-\infty}^{-a} \int_{y=-L_y/2}^{y=L_y/2} \mathbf{S}_{\text{yxl,III}}^{TE} \cdot \mathbf{a}_z dx dy \quad (144)$$

$$= 1/4 [E_{\text{III}}^e \beta_z L_y / \omega \mu_o \alpha_{\text{III}}]$$

$$P_{\text{yxl,III}}^{oTE} = 1/2 \int_{x=-\infty}^{-a} \int_{y=-L_y/2}^{y=L_y/2} \mathbf{S}_{\text{yxl,III}}^{oTE} \cdot \mathbf{a}_z dx dy \quad (145)$$

$$= 1/4 [E_{\text{III}}^o \beta_z L_y / \omega \mu_o \alpha_{\text{III}}]$$

bulunur.  $\theta = 0$  and  $\theta = 90^\circ$  için (143) ifâdesi çift ve tek fonksiyonlu alanlar için (26) yardımıyla, sırasıyla, aşağıdaki şekilleri alır:

$$P_{\text{yxl}}^{eTE} = A^2 \beta_z L_y / \omega \mu_o [a + \frac{1}{2\alpha_{II}} \sin(2\zeta)] = A^2 \beta_z L_y / \omega \mu_o [\frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\alpha_{II}}]$$

$$= \frac{\beta_z L_y}{\omega \mu_o}$$

$$P_{\text{yxl}}^{oTE} = A^2 \beta_z L_y / \omega \mu_o [\frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\alpha_{II}}] = \frac{\beta_z L_y}{\omega \mu_o}$$

6) *TM modunda çift ve tek fonksiyonlu alanlar için II bölgesindeki  $\mathbf{S}^{TM}_{\text{yxl}}$  ve I (III) bölgesindeki  $\mathbf{S}^{TM}_{\text{yxl,III}}$  efektif güç ortalamalarını bulmak için yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerlerin aktif ve gömlek bölgeleri tarafından kılavuzlanan efektif güç ortalaması bulunur. Bunun için  $P = 1/2 \iint_S [\mathbf{E} \mathbf{H}^*] \cdot d\mathbf{A}$  formülüne göre efektif güç ortalaması,  $\mathbf{S}$  güç şiddeti vektörünün*

$$\mathbf{S}_{\text{yxl}}^{TM} = \frac{1}{2} \mathbf{E}_{\text{yxl}} \mathbf{H}_{\text{yxl}}^* \cdot \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{E}_{\text{yxl}}|^2}{Z_{\text{TM}^*}^{\text{yxl}}} \cdot \mathbf{a}_z = \frac{1}{2} \frac{A^2 \beta_z}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \cos^2(\alpha_{II} x - \theta) \cdot \mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{S}_{\text{yxl,III}}^{TM} = \frac{1}{2} \frac{E_{\text{III}}^2 \beta_z}{\omega \epsilon_o n_{\text{III}}^2} e^{\pm 2\alpha_{\text{III}}(x \pm a)} \cdot \mathbf{a}_z$$

bileşenlerinin alan üzerinden entegralleri alınarak bulunur:

$$P_{\text{yxl,III}}^{TM} = 1/2 \int_{x=-\infty}^{-a} \int_{y=-L_y/2}^{y=L_y/2} \mathbf{S}_{\text{yxl,III}}^{TM} \cdot \mathbf{a}_z dx dy \quad (146)$$

$$= 1/4 [E_{\text{III}} \beta_z L_y / \omega \epsilon_o \alpha_{\text{III}}]$$

$$P_{xyII}^{TM} = 1/2 \int_{x=-a}^a \int_{y=-L_y/2}^{y=L_y/2} \mathbf{S}_{xyII}^{TM} \cdot \mathbf{a}_z dx dy \quad (147)$$

$$= A^2 \beta_z L_y / \omega \epsilon_o n_{II}^2 (a + 1/2 \alpha_{II} [\sin(2\zeta - 2\theta) + \sin 2\theta])$$

Burada (146) ve (147) ifâdeleri, çift ve tek fonksiyonlu alanlar için

$$P_{yxl, III}^{eTM} = 1/4 [E_{I,III}^e \beta_z L_y / \omega \mu_o \alpha_{I,III}] \quad (148)$$

$$P_{yxl, III}^{oTM} = 1/4 [E_{I,III}^o \beta_z L_y / \omega \mu_o \alpha_{I,III}] \quad (149)$$

ya da (26) yardımıyla

$$P_{xyII}^{eTM} = A^2 \beta_z L_y / \omega \epsilon_o n_{II}^2 \left[ \frac{2\zeta + \sin 2\zeta}{2\alpha_{II}} \right] = \frac{\beta_z L_y}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \quad (150)$$

$$P_{xyII}^{oTM} = A^2 \beta_z L_y / \omega \epsilon_o n_{II}^2 \left[ \frac{2\zeta - \sin 2\zeta}{2\alpha_{II}} \right] = \frac{\beta_z L_y}{\omega \epsilon_o n_{II}^2} \quad (151)$$

olur. (144), (145)'te ve (148), (151)'de  $E_{I,III}^e = E_{I,III}^o$ ,  $\beta_z^e = \beta_z^e = \beta_z^o = \beta_z^o$  alındığında

$$P_{yxl}^{eTE} = P_{yxl}^{oTE}$$

$$P_{xyII}^{eTM} = P_{xyII}^{oTM}$$

ve

$$P_{yxl}^{eTE} / P_{yxl}^{eTM} = P_{yxl}^{oTE} / P_{yxl}^{oTM} = \epsilon_o / \mu_o n_{II}^2$$

olduğuna dikkat ediniz.

Aktif bölge içeren yarıiletken için planar çift farklı yapılu lazerlerde gömlek bölgelerindeki sönümlü güç, tipik olarak, giriş-çıkış kuplajı olarak kullanılabilir.

7)

$$\frac{P_{yxl}^{eTE}}{P_{yxl}^{eTM}}, \quad \frac{P_{yxl}^{oTE}}{P_{yxl}^{oTM}} \text{ ve } \frac{P_{xyII}^{eTE}}{P_{xyII}^{eTM}}, \quad \frac{P_{xyII}^{oTE}}{P_{xyII}^{oTM}}$$

oranlarını bulmak için (144)-(147)/(148)-(151) eşitliklerinden faydalanılır:

$$\frac{P_{xyII}^{eTE}}{P_{xyII}^{eTM}} = 2(2\zeta + \sin 2\zeta) \sqrt{\frac{\alpha}{(1-\alpha)^3}} = 2[2V\sqrt{1-\alpha} + \sin(2V\sqrt{1-\alpha})] \sqrt{\frac{\alpha}{(1-\alpha)^3}} \quad (152)$$

$$\frac{P_{xyII}^{oTE}}{P_{xyII}^{oTM}} = 2(2\zeta - \sin 2\zeta) \sqrt{\frac{\alpha}{(1-\alpha)^3}} = 2[2V\sqrt{1-\alpha} - \sin(2V\sqrt{1-\alpha})] \sqrt{\frac{\alpha}{(1-\alpha)^3}} \quad (153)$$

$$\frac{P_{xyII}^{eTM}}{P_{xyII}^{oTM}} = 2 \left( \frac{n_{I,III}}{n_{II}} \right)^2 (2\zeta - \sin 2\zeta) \sqrt{\frac{\alpha}{(1-\alpha)^3}} = 2 \left( \frac{n_{I,III}}{n_{II}} \right)^2 [2V\sqrt{1-\alpha} - \sin(2V\sqrt{1-\alpha})] \sqrt{\frac{\alpha}{(1-\alpha)^3}} \quad (154)$$

Yukarıda verilen  $\alpha_{II}$ ,  $\alpha_{I,III}$ ,  $\beta_z$ ,  $k_o$ ,  $n_{II}$ ,  $n_{I,III}$  ve  $\alpha$ 'ya ilâve olarak  $a=100 \mu m$  ya da  $a=50 \mu m$  için (152) ve (154) ifâdeleri, sırasıyla, 226.5 veyâ 113.79 oranlarını verir.

Bu iki örnekten çıkan sonuç şudur: Aktif bölge genişliği  $a$  küçüldükçe kayıp gücü artmaktadır.

8) Alan değerlerinin mod tipinden bağımsız olarak normalize yayılım sâbitine bağlı olduğunu göstermek için çift fonksiyonlu alanlar için

$$\begin{aligned}\zeta &= V\cos(\zeta - \theta) = V\sqrt{1 - \alpha}, \\ \eta &= V\sin(\zeta - \theta) = V\sqrt{\alpha}\end{aligned}$$

parametrelerinden ve tek fonksiyonlu alanlar için

$$\begin{aligned}\zeta &= V\sin(\zeta - \theta) = V\sqrt{\alpha}, \\ \eta &= V\sin(\zeta - \theta) = V\sqrt{1 - \alpha}\end{aligned}$$

parametrelerinden faydalanılır.  $\theta = m\pi/2$  olup burada  $m$  mod sayısıdır. Görüldüğü gibi,  $\theta$  ne olursa olsun, bunun değişimi  $\alpha$ 'yı etkilememektedir. Yâni,  $\theta = m\pi/2$ , sıfır da olsa, sıfırdan farklı da olsa ifâdelerin sağ tarafları hep  $\alpha$ 'ya bağlı kalmaktadır. Demek ki  $\alpha$  mod numarasına bağlı değildir.

Nitekim, bu açıklamaların ışığı altında

$$\begin{aligned}E_{y_{II}}(x, z, t) &= A\cos(\alpha_{II}x - \theta) \\ H_{x_{II}}(x) &= -(A\beta_z/\omega\mu_o)\cos(\alpha_{II}x - \theta) \\ H_{z_{II}}(x) &= A(\alpha_{II}/j\omega\mu_o)\sin(\alpha_{II}x - \theta) \\ H_{y_{II}} &= A\cos(\alpha_{II}x - \theta) \\ E_{z_{II}}(x) &= -(A\alpha_{II}/j\omega\varepsilon_o n_{II}^2)\sin(\alpha_{II}x - \theta) \\ E_{x_{II}} &= (A\beta_z/\omega\varepsilon_o n_{II}^2)\cos(\alpha_{II}x - \theta)\end{aligned}$$

alan ifâdelerinin mod sayısından bağımsız oldukları gösterilebilir. Meselâ, faz açısı, frekansı, mekan frekansı ve normalize yayılım sâbiti, sırasıyla,  $x = a_e$ ,  $f_o$ ,  $\alpha_{II} = \alpha_e$  ve  $\alpha = \alpha_e$  olarak alınırsa, yukarıdaki alan ifâdeleri

$$\begin{aligned}E_{y_{II}}^e &= A^e\cos(\alpha_e a_e - \theta) = A^e\cos(\zeta_e - \theta) = A^e\sqrt{1 - \alpha_e} \\ H_{x_{II}}(x) &= -(A^e\beta_z^e/2j\pi f_o\mu_o)\sqrt{1 - \alpha_e} \\ H_{z_{II}}(x) &= A^e(\alpha_e/2j\pi f_o\mu_o)\sqrt{\alpha_e} \\ H_{y_{II}}^e(x) &= A^e\cos(\zeta_e - \theta) = A^e\sqrt{1 - \alpha_e} \\ E_{z_{II}}^e(x) &= -(A^e\alpha_e/j\omega\varepsilon_o n_{II}^2)\sin(\alpha_e a_e - \theta) \\ &= -(A^e\alpha_e/j\omega\varepsilon_o n_{II}^2)\sin(\zeta_e - \theta) \\ &= -(A^e\alpha_e/2j\pi f_o\varepsilon_o n_{II}^2)\sqrt{\alpha_e}\end{aligned}$$



$$E_{x11} = (A^e \beta_z^e / \omega \epsilon_0 n_{11}^2) \cos(\alpha_{11} a_e - \theta) = (A^e \beta_z^e / \omega \epsilon_0 n_{11}^2) \cos(\zeta - \theta) \\ = (A^e \beta_z^e / 2\pi f \epsilon_0 n_{11}^2) \sqrt{1 - \alpha_e}$$

olur. Görüldüğü gibi bütün alanlar normalize yayılım sâbitinin fonksiyonu olarak bulunur. Normalize yayılım sâbiti ise mod sayısından bağımsızdır, ya da her iki modu temsil etmektedir. Burada çift fonksiyonlu alanlarda  $A^e$  and  $\beta_z^e$  sâbitlerinin

$$A^e = \sqrt{\frac{2\alpha_{11}}{2\zeta_e + \sin 2\zeta_e}}, \quad \beta_z^e = k_0 n_{11} \sqrt{1 - 2\Delta(1 - \alpha_e)}$$

ve  $A^o$  and  $\beta_z^o$  sâbitlerinin

$$A^o = \sqrt{\frac{2\alpha_{11}}{2\zeta_o - \sin 2\zeta_o}}, \quad \beta_z^o = \beta_z^e.$$

oldukları da dikkate alınmalıdır.

9) Güç kayıp faktörünü bulmak için  $(2\gamma)^2$  'nin güç kayıp sâbiti olduğunu hatırlamalıdır. Diğer taraftan

$$P_o = P_{11} - P_\ell = P_{11}(1 - |r_{TE}|^2) = P_{11} - P_{11}|r_{TE}|^2 \rightarrow P_\ell = P_{11}|r_{TE}|^2 \quad (155)$$

olarak bilinmektedir. Şekilde görüldüğü gibi, kılavuzun birim uzunluk başına  $P_o$ , çıkış gücü,  $P_{11}$  giriş gücü büyüklüğü ve  $(2\gamma)^2$  güç kayıp sâbiti cinsinden hesaplanabilir. Optik kayıp, çıkış ve giriş güçleri<sup>41</sup>

$$P_\ell = P_{11} e^{-2\gamma} = e^{-2\gamma}, \quad P_o = P_{11} - P_\ell$$

olarak verilir. Burada  $P_{11}$  ve  $P_\ell$  sırasıyla aktif bölge gücü ve kayıp gücüdür. Bu sûretle

$$2\gamma = \frac{\alpha_{11}}{\beta_z^e} (1 - |r_{TE}|^2) \quad (156)$$

verilir. Burada yansıma sâbiti  $r_{TE}$ , aktif bölgede tam yansıma yok iken

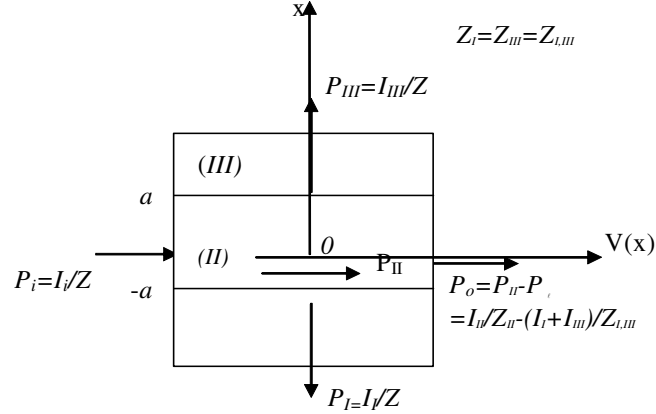
$$r_{TE} = \frac{\alpha_{11} - \Phi_{1,11}}{\alpha_{11} + \Phi_{1,11}} = \frac{a\alpha_{11} - a\Phi_{1,11}}{a\alpha_{11} + a\Phi_{1,11}}$$

ya da

$$r_{TE} = \frac{\alpha_{11} - \alpha_{1,11}}{\alpha_{11} + \alpha_{1,11}} = \frac{\zeta - \eta}{\zeta + \eta}$$

ile verilir.

<sup>41</sup> Kroemer, H., 1994, *Quantum Mechanics*, (New Jersey: Prentice Hall).



$$(2\gamma)^2 = 1 - |r_{TE}|^2 = 1 - \left[ \frac{\alpha_{ii} - \Phi_{i,iii}}{\alpha_{ii} + \Phi_{i,iii}} \right]^2 = \frac{(\alpha_{ii} + \Phi_{i,iii})^2 - (\alpha_{ii} - \Phi_{i,iii})^2}{(\alpha_{ii} + \Phi_{i,iii})^2} = \frac{4\alpha_{ii}\Phi_{i,iii}}{(\alpha_{ii} + \Phi_{i,iii})^2}$$

Aktif bölgede tam yansıma varken yansıma sâbiti  $r_{TE}$  imajiner olur:

$$r_{TE} = \frac{\alpha_{ii} - \Phi_{i,iii}}{\alpha_{ii} + \Phi_{i,iii}}, \quad \Phi_{i,iii} = -j\alpha_{i,iii}$$

ya da

$$r_{TE} = r_{TEi} = \frac{\alpha_{ii} + j\alpha_{i,iii}}{\alpha_{ii} - j\alpha_{i,iii}} = \frac{\zeta + j\eta}{\zeta - j\eta}$$

$$P_r = 2S_{x,iii}^{TE} (1 - |r_{TE}|^2) = 2S \frac{\alpha_{ii}}{k_{ii}} (1 - |r_{TE}|^2) = 2S \frac{\alpha_{ii}}{n_{ii}k_o} (1 - |r_{TE}|^2) = 2S \frac{\alpha_{ii}}{n_{ii}k_o} (2\gamma)^2$$

$$r_{TE} = r_{TEi} = \frac{1 + j \frac{\alpha_{i,iii}}{\alpha_{ii}}}{1 - j \frac{\alpha_{i,iii}}{\alpha_{ii}}} = \frac{1 + j \frac{\eta}{\zeta}}{1 - j \frac{\eta}{\zeta}}$$

$$\left| \frac{\Phi_{i,iii}}{\alpha_{ii}} \right| = \left| \frac{-j\alpha_{i,iii}}{\alpha_{ii}} \right| = \frac{\alpha_{i,iii}}{\alpha_{ii}} = \frac{\eta}{\zeta}, \quad \theta_2 = \theta_{ii} = \zeta$$

$$P_o = P_{ii} (1 - e^{-2\gamma}) \rightarrow P_o = (1 - e^{-2\gamma})$$

Burada  $P_{ii}$  and  $P_r$ , sırasıyla, aktif bölge gücü ve gömlek bölgelerine geçen kaçak gücü<sup>42</sup>, gösterir. Aktif bölgede tam yansıma yokken

<sup>42</sup> Paiano, G. and Pellicoro, M., October 2001, *Propagation Constant of Weakly Guiding Optical Fibers: A new Eigenvalue Condition*, Journal of Lightwave Technology, Volume, 19, Number 10, p.1992.

$$2\gamma = \frac{\alpha_n}{\beta_z a} (1 - |r_{TE}|^2) \quad (157)$$

$$r_{TE} = \frac{\alpha_n - \Phi_{i,m}}{\alpha_n + \Phi_{i,m}}, \quad \Phi_{i,m} = -j\alpha_{i,m}$$

ve

$$2\gamma = \frac{4\alpha_n^2 \Phi_{i,m}}{\beta_z a (\alpha_n + \Phi_{i,m})^2} = \frac{\zeta}{\beta_z a} \frac{4\zeta \Phi_{i,m}}{(\zeta + \Phi_{i,m})^2} = \frac{1}{\beta_z a^2} \frac{4\zeta^2 \Phi_{i,m}}{(\zeta + \Phi_{i,m})^2}$$

$$P_i = e^{-2\gamma} = e^{-\frac{4\alpha_n^2 \Phi_{i,m}}{\beta_z a (\alpha_n + \Phi_{i,m})^2}}$$

Aktif bölgede tam yansıma varken:

$$\Phi_{i,m} = -j\alpha_{i,m}$$

$$2\gamma = \frac{-j4\alpha_n^2 \alpha_{i,m}}{\beta_z a (\alpha_n - j\alpha_{i,m})^2} = -\frac{\zeta}{\beta_z a} \frac{j4\zeta \alpha_{i,m}}{(\zeta - j\alpha_{i,m})^2} = -\frac{1}{\beta_z a^2} \frac{j4\zeta^2 \alpha_{i,m}}{(\zeta - \alpha_{i,m})^2}$$

$$P_i = e^{-2\gamma} = e^{-\frac{4\alpha_n^2 \Phi_{i,m}}{\beta_z a (\alpha_n + \Phi_{i,m})^2}} = e^{j\frac{4\alpha_n^2 \alpha_{i,m}}{\beta_z a (\alpha_n + \alpha_{i,m})^2}} = e^{j\frac{4\zeta^2 \alpha_{i,m}}{\beta_z a^2 (\zeta + \alpha_{i,m})^2}}$$

Eğer  $\zeta = \eta$  ise o zaman (43)'den dolayı  $V^2 = 2\zeta^2 = 2\eta^2$  ya da  $\zeta = \eta = V/\sqrt{2}$  olur ki bu Şekil 3'de birinci kadranın açılı ortayını gösterir. Bu durumda  $r_{TE} = 0$  olur. Dolayısıyla, birinci kadranın açılı ortayı üzerinde (157)'den güç kayıp sâbiti

$$2\gamma = \frac{\alpha_n}{\beta_z a}$$

ya da

$$2\gamma = \frac{\alpha_n}{\beta_z a} = \frac{\zeta}{\beta_z a^2} = \frac{V}{\sqrt{2a^2 k_o n_n} \sqrt{1 - 2\Delta(1 - \alpha)}}$$

olur. Bu şart altında güç kayıp sâbiti  $2\gamma$  çok büyük ve de çıkış gücü

$$P_i = P_n e^{-2\gamma} = e^{-2\gamma}, \quad P_o = P_n - P_i, \quad P_o = P_n (1 - e^{-2\gamma}) = (1 - e^{-2\gamma})$$

formülleri dolayısıyla kayıp gücü sıfıra ve çıkış gücü 1'e yaklaşır.

Diğer taraftan aktif bölgeye şekilde görüldüğü gibi (4) ve (142)'ye göre  $P_i$  gücünün girmesi hâlinde

$$P_n = P_i - P_i = P_i(1 - K) = P_i \left(1 - \frac{1 - \alpha}{\eta + 1}\right) = P_i \frac{\eta + \alpha}{\eta + 1}$$

ya da

$$K = \frac{P_t}{P_i} = \frac{1-\alpha}{\eta+1} = 1 - e^{-2\gamma}$$

olduğundan

$$e^{-2\gamma} = \frac{\eta+\alpha}{\eta+1} \quad (158)$$

bulunur. Dolayısıyla

$$2\gamma = \ln \frac{\eta+1}{\eta+\alpha}$$

elde edilir.

$$P_u = P_i - P_u e^{-2\gamma} \rightarrow P_i = P_u (1 + e^{-2\gamma}) = (1 + e^{-2\gamma}) P_u$$

$$P_t = P_u e^{-2\gamma} = e^{-2\gamma} P_u, \quad P_o = P_u - P_t$$

Güç kayıp sâbiti  $2\gamma$  çok büyük olursa,  $e^{-2\gamma}$  kayıp faktörü sıfıra yaklaşır ve  $P_t \cong 0$ ,  $P_i \cong P_u \cong P_o$  elde edilir ki bu sonuçlar, fiziksel yorumlara uygundur<sup>43</sup>.

---

<sup>43</sup> **Temiz, M.**, *Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices* **Laser Physics, Volume 12, No. 7, 2002, pp.989-1006.**

## BÖLÜM XIII

### UYGULAMA

#### 13.1 Soru ve Cevaplar

##### Sorular:

1. Bir yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik lazerde  $n_{II}=3.355$ ,  $n_{I,III}=3.350$ ,  $a=15000 \times 10^{-10}$  m ve  $\lambda=1.55 \times 10^{-6}$  m olduğuna göre,

- Normalize frekansı (V), normalize yayılma sâbitini (NYS), yük taşıyıcılarının enerji öz değerlerinin normalize parametrik koordinatlarını,
- Gömlek bölgelerine geçen toplam alan ihtimâliyetinin (olasılığının) aktif bölgedeki ihtimâliyetine (olasılığına) oranını,
- Gömlek bölgelerine geçen alan ihtimâliyetinin (olasılığının) giriş ihtimâliyetine (olasılığına) oranını,
- Aktif bölgedeki alan ihtimâliyetinin (olasılığının) giriş ihtimâliyetine (olasılığına) oranını bulunuz.
- Bu olasılık oranları arasındaki ilişkileri yazınız.

##### Cevaplar:

- 1)  
a) Normalize frekansı, (V) :  $V=1.11332977107166$   
Normalize yayılma sâbiti, (NYS) :  $\alpha = 0.501032006842107$   
Normalize parametrik koordinatlar :  $\zeta = 0.786430170972308$   
 $\eta = 0.788055052226007$

b)  $\frac{I_{\ell}}{I_{II}} = \bar{R} = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} = 0.38707082632464$

c)  $\frac{I_{\ell}}{I_i} = \bar{K} = \frac{1-\alpha}{\eta+1} = 0.27905628103380$

d)  $\frac{I_{II}}{I_i} = \frac{I_{II}}{I_{II}+I_{\ell}} = \Gamma_{II} = \Gamma = \frac{\alpha + \eta}{1 + \eta} = 0.72094371896620$

e)  $\bar{K} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\bar{R}}}$ ,  $\Gamma_{II} = \frac{\bar{K}}{\bar{R}}$ ,  $\Gamma_{II} = \frac{1}{1 + \bar{R}}$ ,  $\bar{K} + \Gamma_{II} = 1$

clear all  
clc  
close all  
format long  
clg  
nII=3.355  
nIII=3.350  
nI=3.350

$$a=15000*1E-10$$

$$k_0=2*\pi/(1.55*1E-6)$$

$$V=1.11332977107166$$

$$Alfa=0.501032006842107$$

$$zeta=V*\sqrt{1-Alfa}$$

$$eta=V*\sqrt{Alfa}$$

$$R=(1-Alfa)/(Alfa+eta)$$

$$K=(1-Alfa)/(1+eta)$$

$$F=(Alfa +eta)/(1+eta)$$

**Sorular:**

2) Bir yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik lazerde absorpsiyon sâbiti/kazanç  $\frac{k_{1,3}}{g} = \frac{\eta + \alpha}{1 - \alpha} = \frac{1}{R}$  olduğuna göre,  $n_{II}=3.355$ ,  $n_{I,III}=3.350$ ,  $a=15000 \times 10^{-10}$  m ve  $\lambda=1.55 \times 10^{-6}$  m için absorpsiyon sâbiti/kazanç  $\alpha$  'ya göre değişimini çiziniz.

**Cevaplar:**

2)

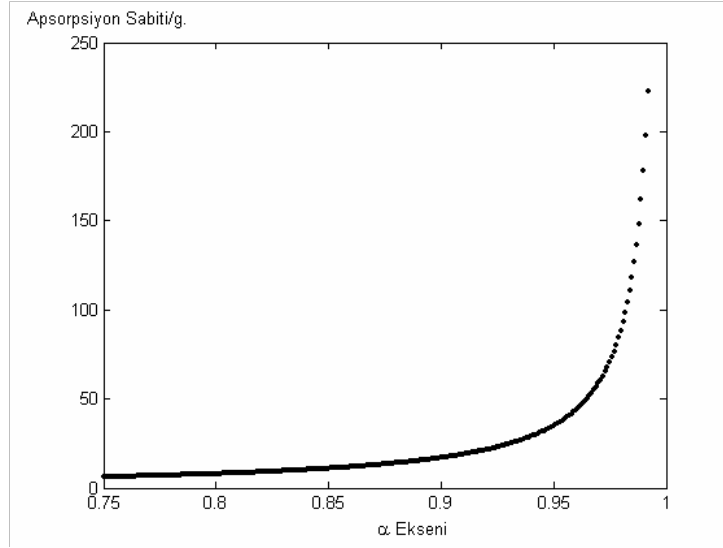
```
clear all
clc
close all
format long
clg
nII=3.355
nIII=3.350
nI=3.350
a=0.501032006842107
j=0;
for(a=0.001:.001:0.9999);
j=j+1;
k13=((0.788055052226007+a)/(1-a))

grid
plot(a,k13,'k.')
hold on

axis ([0.75 1 0 250])

end

gtext('\alpha Ekseni')
gtext ('Absorpsiyon Sabiti/g.')
```

**Sorular:**

3) Bir yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik lazerde normalize frekans

$$V = \frac{1}{1-\alpha} \left[ \arctan \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + m\pi \right], m=0, 1, 2, \dots$$

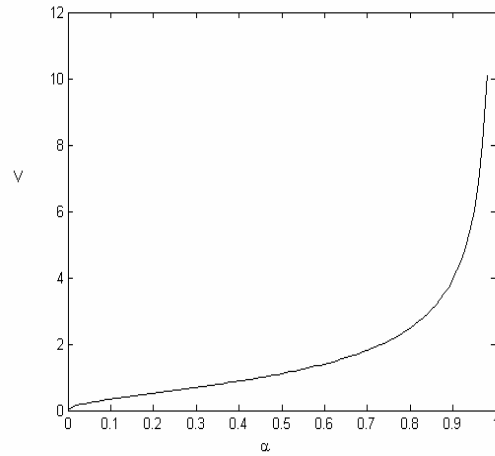
olduğuna göre,

- Normalize frekansın normalize yayılım sabitine göre değişimini
- Yük taşıyıcılarının enerji öz değerlerinin normalize parametrik koordinatlarının değişimlerini çiziniz.

**Cevaplar:**

3a)

```
clear all
close all
clc
a=0.00001:0.01:0.99;
V=1./sqrt(1-a).*atan(sqrt(a./(1-a)));
figure;plot(a,V,'k')
gtext('\alpha')
gtext('V')
```

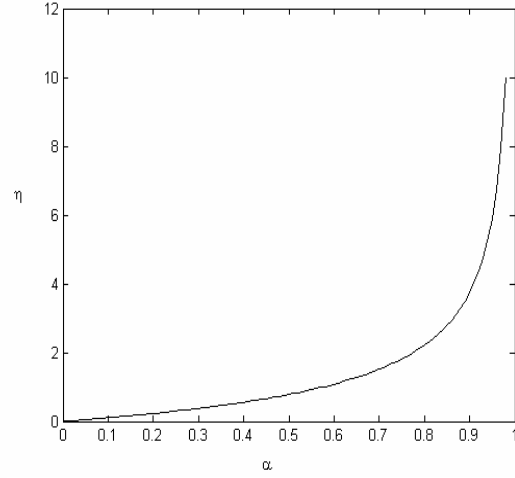
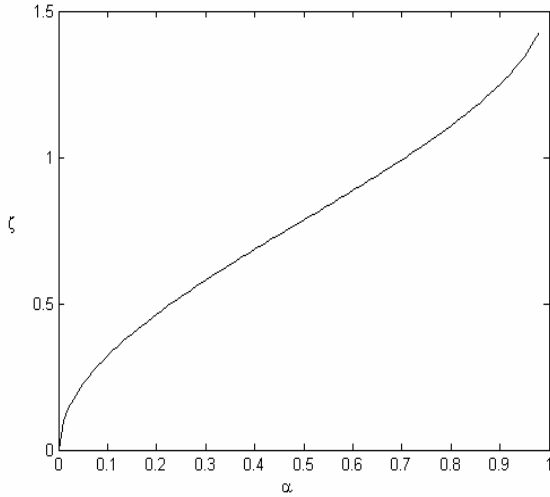


```

b)
clear all
close all
clc
a=0.00001:0.01:0.99;
r=1./sqrt(1-a).*atan(sqrt(a./(1-a)));
z=r.*sqrt(1-a);
figure;plot(a,z,'k')

gtext('\zeta')
gtext('\alpha')

```



```

clear all
close all
clc
a=0.00001:0.01:0.99;
r=1./sqrt(1-a).*atan(sqrt(a./(1-a)));
n=r.*sqrt(a);
figure;plot(a,n,'k')

gtext('\eta')
gtext('\alpha')

```

**Sorular:**

4) TE modunda  $m=0, 1, 2, 3, 4, \dots, 6$  için NYS-V eğrilerini çiziniz.

```

a=0.00001:0.01:0.99;
r=1./sqrt(1-a).*atan(sqrt(a./(1-a)));
u=((1./sqrt(1-a)).*atan(sqrt(a./(1-a)))+pi/2);
v=((1./sqrt(1-a)).*atan(sqrt(a./(1-a)))+2*pi/2);
q=((1./sqrt(1-a)).*atan(sqrt(a./(1-a)))+3*pi/2);
s=((1./sqrt(1-a)).*atan(sqrt(a./(1-a)))+4*pi/2);
y=((1./sqrt(1-a)).*atan(sqrt(a./(1-a)))+5*pi/2);
m=((1./sqrt(1-a)).*atan(sqrt(a./(1-a)))+6*pi/2);
n=((1./sqrt(1-a)).*atan(sqrt(a./(1-a)))+7*pi/2);
h=((1./sqrt(1-a)).*atan(sqrt(a./(1-a)))+8*pi/2);

plot(u,a,'k')
hold on

```



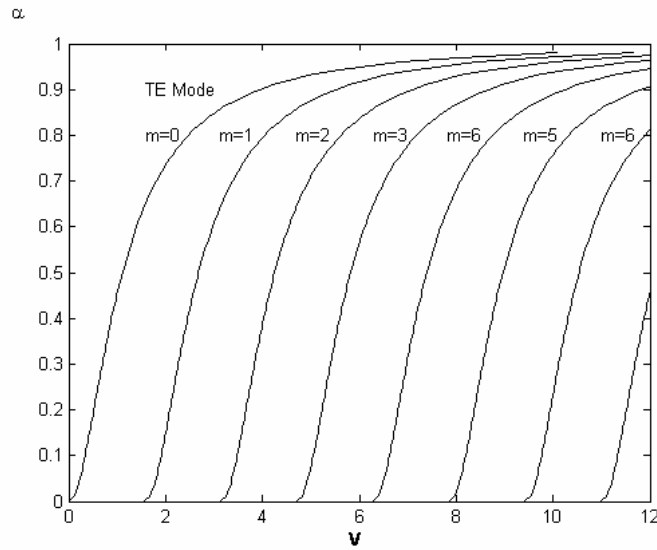
```

plot(r,a,'k')
plot(v,a,'k')
plot(q,a,'k')
plot(s,a,'k')
plot(y,a,'k')
plot(m,a,'k')
plot(n,a,'k')
plot(h,a,'k')

axis([0 12 0 1]);
xlabel ('\bf{V} ');
text ( 1.6, 0.9,'TE Mode');
gtext ('\alpha');

text ( 1.6, 0.8,'m=0');
text ( 3.1, 0.8,'m=1');
text ( 4.7, 0.8,'m=2');
text ( 6.3, 0.8,'m=3');
text ( 7.8, 0.8,'m=6');
text ( 9.4, 0.8,'m=5');
text ( 11, 0.8,'m=6');

```

**Sorular:**

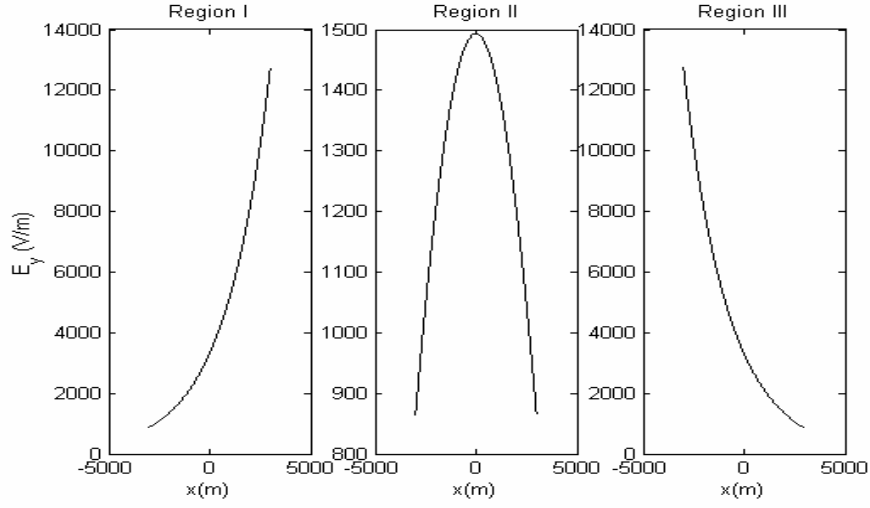
5) Bir yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik lazerde  $n_{II}=4.7$ ,  $n_{I,III}=4.5$ ,  $a=3000 \times 10^{-10}$  m ve  $\lambda=1.55 \times 10^{-6}$  m olduğuna göre,

- Normalize frekansı (V), normalize yayılma sâbitini, (NYS), yük taşıyıcılarının enerji öz değerlerinin normalize parametrik koordinatlarını,
- Kırılma indisinin yüzde değişimini, ( $\Delta$ ), bulunuz.
- Nümerik Açıklığı, (NA), bulunuz.
- Bölgelere ilişkin dalga numaralarını hesaplayınız.

- e) Bölgelere ilişkin yayılım sâbitlerini hesaplayınız.  
 f) Aktif bölgenin çift fonksiyonlu elektrik alanının A kat sayısını hesaplayınız.  
 g) I.ve III. bölgelerdeki alaların kat sayılarını hesaplayınız.  
 h) Efektif kırılma indisini hesaplayınız.  
 i) Aktif bölgedeki faz hızını bulunuz.  
 j) Aktif bölgedeki elektronların bulunuz.  
 j) Çukurda 1. kuantum enerji seviyesini hesaplayınız.  
 k) Bölgelere ilişkin elektrik alan değişimlerini  $x=-3000:1:3000 \text{ \AA}$  için çiziniz.

**Cevaplar:**

- 5)  
 a) Normalize frekansı, (V) :  $V=1.64959881671289$   
 Normalize yayılma sâbiti, (NYS) :  $\alpha = 0.665492693671852$   
 Normalize parametrik koordinatlar :  $\zeta = 0.954071978140178$   
 $\eta = 1.34570536025842$
- b)  $\Delta = 0.04164780443640$
- c)  $NA = 1.35646599662506$
- d)  $k_I = 1.824150573052138 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$   
 $k_{II} = 1.905223931854455 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ ,  
 $k_{III} = 1.824150573052138 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ .
- e)  $\alpha_I = 4.485684534194733 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ ,  
 $\alpha_{II} = 3.180239927133927 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ ,  
 $\alpha_{III} = 4.485684534194733 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ .
- f)  $A = 1.493437127025004 \times 10^3 \text{ V/m}$ .
- g)  $A_I = 8.637533560117267 \times 10^2 \text{ V/m}$ ,  
 $A_{III} = 8.637533560117267 \times 10^2 \text{ V/m}$ .
- h) 4.63405940362834
- i)  $v = 6.473805660866337 \times 10^7 \text{ m/s}$
- i)  $m = 1.028677705378987 \times 10^{-30} \text{ kg}$
- j)  $W = 1.482023940572598 \times 10^{-25} \text{ J} = 0.92510857713645 \text{ eV}$
- k) Bölgelere ilişkin elektrik alan değişimleri:



```
format long
clear all
clc
```

```
nI=4.5
nII=4.7
nIII=4.5
lambda=1.55E-6
c=3*1e8
ko=2*pi/lambda
a=3000*(1e-10)
V=1.64959881671289
alfa=0.665492693671852
zeta=0.954071978140178
eta=1.34570536025842
delta=(nII^2-nI^2)/(2*nII^2)
```

```
NA=sqrt(nII^2-nI^2)
k0=(2*pi)/lambda
kI=k0*nI
kII=k0*nII
kIII=k0*nIII
```

```
alfaI=eta/a
alfaII=zeta/a
alfaIII=eta/a
```

```
A=sqrt((2*alfaII)/(2*zeta+sin(2*zeta)))
B=sqrt((2*alfaII)/(2*zeta-sin(2*zeta)))
```

```

AI=A*cos(zeta)
AIII=A*cos(zeta)
h=1.05459*1e-34

mo=9.1095*1e-31
nef=nII*sqrt(1-2*delta*(1-alfa))
g=sqrt(1-1/nef)
fazhizi1=c/nef
m=mo/g
J=1.602*1e-19
eV=1e6
EEV1j=(h^2*pi^2)/(8*m*a^2)
EEVeV=(EEV1j/J)*eV

```

```

x=-3000:1:3000
EyI=(AI*exp(alfaI*(x*(1e-10)+a)));
EyII=(A*cos(alfaII*x*(1e-10)));
EyIII=(AIII*exp(-alfaIII*(x*(1e-10)-a)));
subplot(1,3,1); plot(x,EyI); title('Region I'); xlabel('x(m)'); ylabel('E_y (V/m)');
subplot(1,3,2); plot(x,EyII); title('Region II'); xlabel('x(m)'); ylabel('E_y_I_I (mV/m)');
subplot(1,3,3); plot(x,EyIII); title('Region III'); xlabel('x(m)'); ylabel('E_y_I_I_I (mV/m)');

```

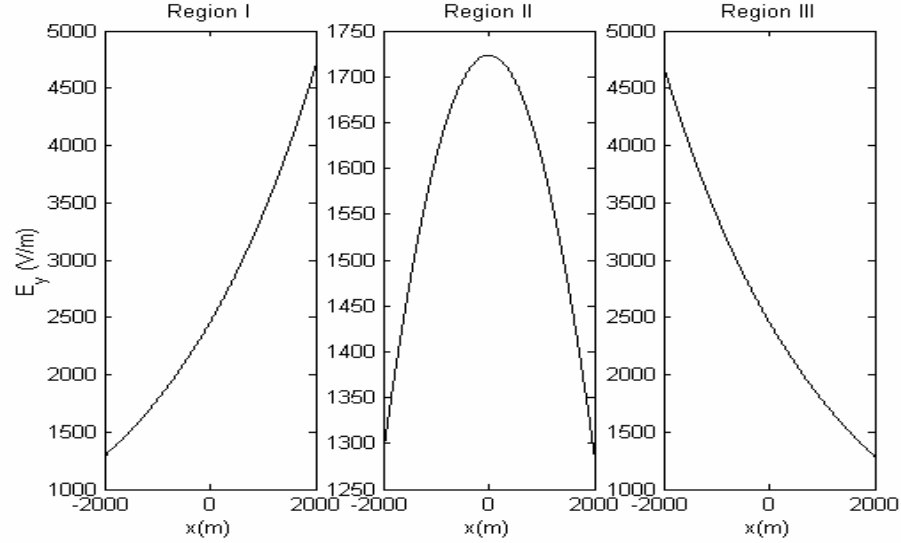
**Sorular:**

- 6)  $n_{II}=3.75$ ,  $n_{I,III}=3.5$ ,  $a=2000 \times 10^{-10}$  m ve  $\lambda = 1.55 \times 10^{-6}$  m olduğuna göre,
- Bölgelere ilişkin dalga numaralarını hesaplayınız.
  - Bölgelere ilişkin yayılım sabitlerini hesaplayınız.
  - Aktif bölgenin çift fonksiyonlu elektrik alanının A kat sayısını hesaplayınız.
  - I.ve III. bölgelerdeki alaların kat sayılarını hesaplayınız.
  - Bölgelere ilişkin elektrik alan değişimlerini  $x=-2000:1:2000$  A° için çiziniz.
  - Bölgelere ilişkin elektrik alan değişimlerini  $x=-2500:1:2500$  A° için çiziniz.

**Cevaplar:**

- 6)
- $k_I = 1.418783779040552e+007 \text{ m}^{-1}$ ,  
 $k_{II} = 1.499857137842869e+007 \text{ m}^{-1}$ ,  
 $k_{III} = 1.418783779040552e+007 \text{ m}^{-1}$ .
  - $\alpha_I = 3.232830827325025e+006 \text{ m}^{-1}$ ,  
 $\alpha_{II} = 3.634722419780965e+006 \text{ m}^{-1}$ ,  
 $\alpha_{III} = 3.232830827325025e+006 \text{ m}^{-1}$ .
  - $A = 1.723566483512117e+003 \text{ V/m}$ .

- d)  $A_I=1.287863615568182e+003$  V/m,  
 $A_{III}=1.287863615568182e+003$  V/m.
- e)



clear all  
 clc

nI=3.5  
 nII=3.7  
 nIII=3.5

lambda=1.55E-6  
 a=2000\*(1e-10)  
 V=0.972880305627808  
 alfa=0.441679380557343  
 zeta=0.726944483956193  
 eta=0.646566165465005  
 delta=(nII^2-nI^2)/(2\*nII^2)

NA=sqrt(nII^2-nI^2)  
 k0=(2\*pi)/lambda  
 kI=k0\*nI  
 kII=k0\*nII  
 kIII=k0\*nIII

alfaI=eta/a  
 alfaII=zeta/a  
 alfaIII=eta/a

A=sqrt((2\*alfaII)/(2\*zeta+sin(2\*zeta)))  
 B=sqrt((2\*alfaII)/(2\*zeta-sin(2\*zeta)))

AI=A\*cos(zeta)  
 AIII=A\*cos(zeta)

x=-2000:1:2000

$$E_{yI}=(A_I \cdot \exp(\alpha_{fI} \cdot (x \cdot (1e-10)+a)));$$

$$E_{yII}=(A \cdot \cos(\alpha_{fII} \cdot x \cdot (1e-10)));$$

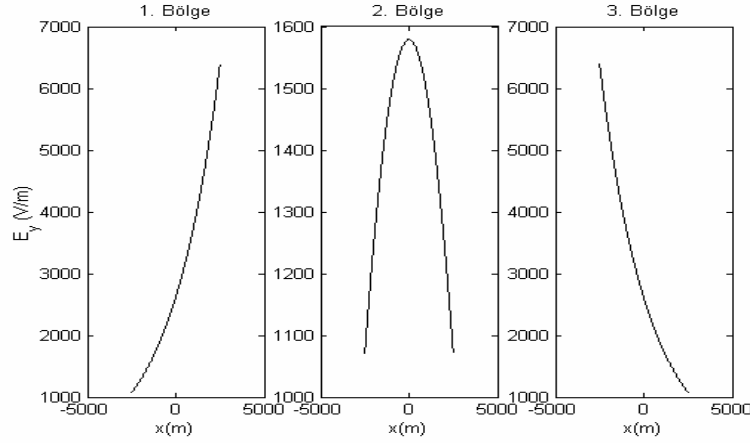
$$E_{yIII}=(A_{III} \cdot \exp(-\alpha_{fIII} \cdot (x \cdot (1e-10)-a)));$$

subplot(1,3,1); plot(x,EyI); title('Region I'); xlabel('x(m)'); ylabel('E\_y (V/m)');

subplot(1,3,2); plot(x,EyII); title('Region II'); xlabel('x(m)');

subplot(1,3,3); plot(x,EyIII); title('Region III'); xlabel('x(m)');

f)



### Sorular:

7)  $n_{II}=3.7$ ,  $n_{I,III}=3.5$ ,  $a=4000 \times 10^{-10}$  m ve  $\lambda = 1.55 \times 10^{-6}$  m olduğuna göre,

a) Normalize frekansı (V), normalize yayılma sâbitini, (NYS), yük taşıyıcılarının enerji öz değerlerinin normalize parametrik koordinatlarını,

b) Kırılma indisinin yüzde değişimini, ( $\Delta$ ), bulunuz.

c) Nümerik Açıklığı, (NA), bulunuz.

d) Bölgelere ilişkin dalga numaralarını hesaplayınız.

e) Bölgelere ilişkin yayılım sâbitlerini hesaplayınız.

f) Aktif bölgenin çift fonksiyonlu elektrik alanının A kat sayısını hesaplayınız.

g) I.ve III. bölgelerdeki alaların kat sayılarını hesaplayınız.

h) Aktif bölgeye ilişkin elektrik alan değişimini  $x=-2000:x=2000$  A° için çiziniz.

### Cevaplar:

7)

a) Normalize frekansı, (V)	: $V=1.94576061125562$
Normalize yayılma sâbiti, (NYS)	: $\alpha = 0.725532431786694$
Normalize parametrik koordinatlar	: $\zeta = 1.01937722143036$
	$\eta = 1.06891832728155$

b) 0.05259313367421

c) NA=1.2000000000000000

d)  $k_I = 1.418783779040552 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ ,  
 $k_{II} = 1.499857137842869 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ ,  
 $k_{III} = 1.418783779040552 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ .

e)  $\alpha_I = 2.672295818203874 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ ,  
 $\alpha_{II} = 2.672295818203874 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ ,  
 $\alpha_{III} = 2.672295818203874 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ .

f) A=1.350302770783457x10<sup>3</sup> V/m.

g)  $A_I = 7.074189284172510 \times 10^2 \text{ V/m}$ ,  
 $A_{III} = 7.074189284172510 \times 10^2 \text{ V/m}$ .

h)  
clear all  
clc

```

nI=3.5
nII=3.7
nIII=3.5
lambda1=1.55E-6
a=4000*(1e-10)
V=1.94576061125562
alfa=0.725532431786694
zeta=1.01937722143036
eta=1.06891832728155
delta=(nII^2-nI^2)/(2*nII^2)
NA=sqrt(nII^2-nI^2)
k0=(2*pi)/lambda1
kI=k0*nI
kII=k0*nII
kIII=k0*nIII
alfaI=eta/a
alfaII=zeta/a
alfaIII=eta/a

```

A=sqrt((2\*alfaII)/(2\*zeta+sin(2\*zeta)))

B=sqrt((2\*alfaII)/(2\*zeta-sin(2\*zeta)))

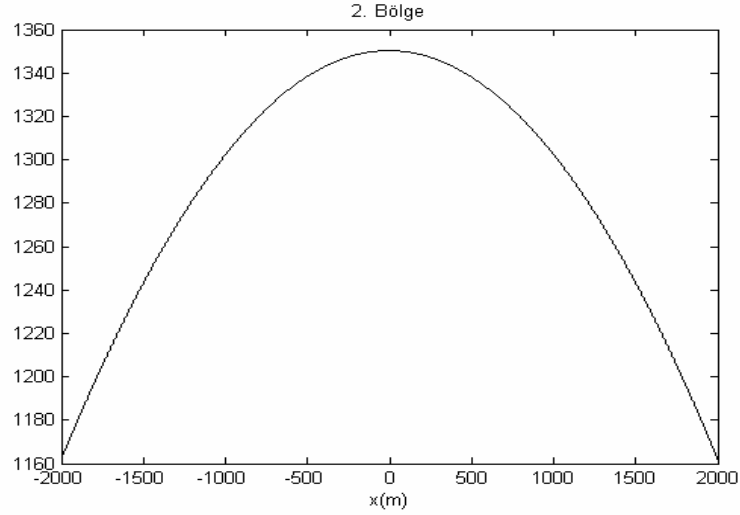
AI=A\*cos(zeta)

AIII=A\*cos(zeta)

```
x=-2000:1:2000
```

```
EyII=(A*cos(alfaII*x*(1e-10)));
```

```
plot(x,EyII,'g'); title('2. Bölge'); xlabel('x(m)'); ylabel('E_y_I_I (mV/m)');
```

**Sorular:**

8)  $n_{II}=3.7$ ,  $n_{I,III}=3.5$ ,  $a=4000 \times 10^{-10}$  m ve  $\lambda=1.55 \times 10^{-6}$  m için aktif bölgedeki  $E_{yII}=A \cos \alpha_{II} x$  ve  $H_{zII}=A(\alpha_{II} / \omega \mu_0) \sin \alpha_{II} x$  elektrik ve manyetik alanlarını çiziniz. Bu alanlar hakkında ne diyebilirsiniz?

**Cevaplar:**

```
8)
clear all
format long
clear all
clc
lambda=1.55*1e-9
k0=(2*pi)/lambda
h=1.05459*1e-34
c=300000000
nI=5.265
nII=5.269
nIII=5.265
kI=k0*nI
kII=k0*nII
kIII=k0*nIII

a=10*1e-10
V=0.832098660447801
```



```

alfa=0.374213472759047
zeta=0.658245543178866
eta=0.509019631845556
D=(nII^2-nI^2)/(2*nII^2)
nef=nII*sqrt(1-2*D*(1-alfa))

```

```

betaz=nef*k0
muo=4*pi*1e-7
v=c/nef
W=(2*pi*v)/lambda

```

```

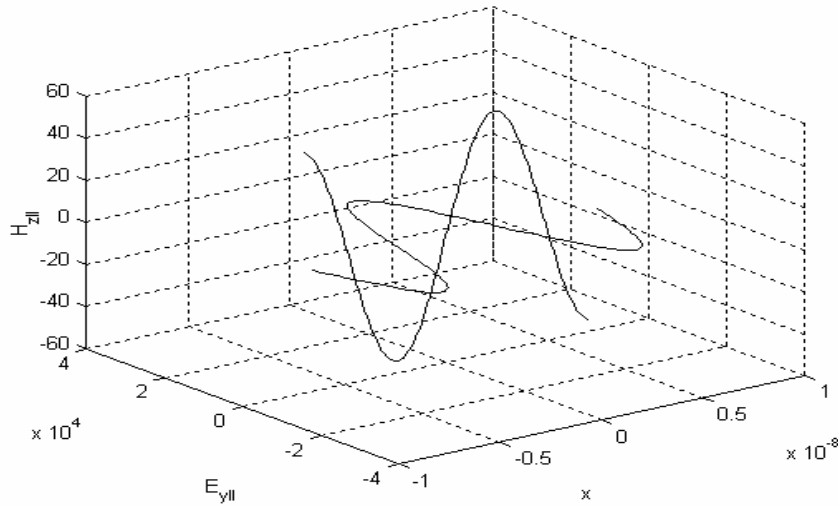
alfaI=sqrt(betaz^2-kI^2)
alfaII=sqrt(kII^2-betaz^2)
alfaIII=sqrt(betaz^2-kIII^2)

```

```

A=sqrt((2*alfaII)/(2*zeta+sin(2*zeta)))
AI=A*cos(zeta)
x=-7*a:10E-11:7*a;
Hz2=A*(alfaII/(W*muo))*sin(alfaII*(x));
Ey2=A*cos(alfaII*x);
plot3(x,Ey2,0*x,'r'); grid on;
hold on;
plot3(x,0*x,HZ2,'g'); grid on;
xlabel('x');
ylabel('E_y_I_I');
zlabel('H_z_I_I');
grid on

```



Görüldüğü gibi bu iki alan birbirine diktir.

**KILAVUZ (İNDEKS)****B**

Bessel Diferansiyel Denklemi 38  
 Bhor Yarıçapı, 241  
 Broglie Dalga Boyu 56, 199, 241

**D**

Direkt yarıiletken 48, 49, 96  
 Durum yoğunluğu 59, 60, 61, 90, 89, 90, 91,  
 152, 155, 156, 241, 476, 478, 479

**E**

Enine Rezonans Şartı 6, 190, 421, 439, 442

**İ**

İndirekt yarıiletken 49

**K**

Kesim dalga vektörü 11  
 Kesim frekansı 40, 204, 205, 228  
 Kuantum çukuru 60, 61, 62, 63, 64, 65, 68, 69,  
 70, 71, 73, 76, 169, 182, 185, 187, 198, 200, 235,  
 239, 240, 241, 242, 263, 264, 265, 269, 270, 292,  
 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 304, 306, 308,  
 309, 311, 312, 313, 321, 326, 329, 330, 332, 333,  
 343, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359,  
 360, 361, 362, 364, 372, 373, 379, 380, 381, 383,  
 384, 385, 386, 387, 388, 394, 396, 397, 398, 399,  
 400, 405, 474, 483, 484, 485, 501, 478, 479, 496,  
 513, 517

**M**

Mod Yoğunluğu 87, 88, 89, 91

**Ö**

Öz değer 42, 56, 57, 61, 64, 68, 69, 70, 79, 135,  
 162, 166, 169, 172, 174, 175, 177, 178, 184, 186,  
 191, 199, 201, 202, 205, 206, 207, 208, 216, 217,  
 219, 220, 221, 224, 245, 249, 255, 262, 263, 270,  
 271, 272, 273, 279, 292, 293, 299, 300, 302, 303,  
 328, 342, 343, 344, 345, 346, 352, 356, 358, 360,  
 361, 363, 370, 371, 372, 377, 378, 389, 390, 391,  
 392, 393, 394, 398, 400, 401, 404, 405, 408, 412,  
 422, 425, 440, 442, 443, 448, 449, 450, 455, 465,  
 478, 481, 482, 483, 508, 513, 516, 517, 518, 519,  
 525, 526, 527, 568, 570, 572, 577

**Ö**

Özdeğer Denklemleri 124, 139, 174, 502

**P**

Potansiyel çukuru 57, 60, 65, 158, 160, 161, 166,  
 483

**S**

Schrödinger Dalga Denklemi, 113, 114, 174,  
 238, 249, 299, 480, 481  
 Sınır şartları 2, 7, 21, 23, 24, 25, 27, 28, 29, 30,  
 31, 32, 34, 77, 123, 124, 127, 137, 164, 416, 459,  
 472, 477, 478, 508, 509, 512, 524

**U**

Uzam (mekan) frekansı 239  
 Snell kânu 5, 37, 416, 425, 428, 428, 432

**Y**

Yansıma 1, 4, 5, 37, 78, 156, 203, 260, 261, 328,  
 331, 333, 334, 356, 384, 408, 432, 433, 434, 435,  
 436, 437, 438, 439, 441, 442, 449, 453, 457, 459,  
 460, 463, 478, 494, 506, 517, 565, 566,