



**TEKNOLOJİK BAĞIMLILIK VE BÜYÜME İLİŞKİSİ:  
MEKÂNSAL DIŞSALLIKLARIN AMPİRİK ANALİZİ**

**Ahmet KONCAK**

**Haziran 2016  
DENİZLİ**



**TEKNOLOJİK BAĞIMLILIK VE BÜYÜME İLİŞKİSİ:  
MEKÂNSAL DIŞSALLIKLARIN AMPİRİK ANALİZİ**

**TC  
Pamukkale Üniversitesi  
Sosyal Bilimler Enstitüsü  
Yüksek Lisans Tezi  
Ekonometri Anabilim Dalı**

---

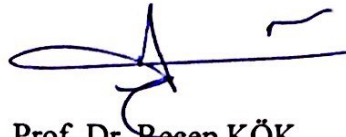
**Ahmet KONCAK**

**Danışman: Doç. Dr. Şaban NAZLIOĞLU**

**Haziran 2016  
DENİZLİ**

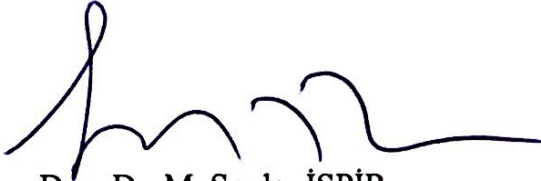
## YÜKSEK LİSANS TEZİ ONAY FORMU

Ekonometri Anabilim Dalı, Ekonometri Bilim Dalı öğrencisi Ahmet KONCAK tarafından Doç. Dr. Şaban NAZLIOĞLU yönetiminde hazırlanan “Teknolojik Bağımlılık ve Büyüme İlişkisi: Mekânsal Dışsallıkların Ampirik Analizi” başlıklı tez aşağıdaki jüri üyeleri tarafından 15.06.2016 tarihinde yapılan tez savunma sınavında başarılı bulunmuş ve Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.



Prof. Dr. Recep KÖK

**Jüri Başkanı**



Doç. Dr. M. Serdar İSPİR

**Jüri Üyesi**



Doç. Dr. Şaban NAZLIOĞLU

**Jüri Üyesi**

Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 13/07/2016 tarih ve 13/15... sayılı kararıyla onaylanmıştır.



Prof. Dr. Kenan ÇOYAN  
**Müdür**

Bu tezin tasarımı, hazırlanması, yürütülmesi, araştırmalarının yapılması ve bulgularının analizlerinde bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini; bu çalışmanın doğrudan birincil ürünü olmayan bulguların, verilerin ve materyallerin bilimsel etiğe uygun olarak kaynak gösterildiğini ve alıntı yapılan çalışmalara atıfta bulunulduğunu beyan ederim.



Ahmet KONCAK

## ÖNSÖZ

Bu çalışma lisans hayatımdan bu yana hayalini kurduğum akademik hayatın ilk ve en özel ürünü olarak ortaya çıktı.

Bu yüzden lisans hayatımdan bu yana beni yalnız bırakmayan ve çalışma disiplinleriyle her daim örnek aldığım hocalarım Doç. Dr. Serdar İspir ve Doç. Dr. Şaban Nazlıoğlu'na teşekkürlerimi sunuyorum. Ayrıca lisans hayatıma ilk başladığım gün akademisyen olma hedefini aşıl原因an tüm bölüm hocalarıma, çalışma boyunca hiçbir zaman desteğini esirgemeyen Arş. Gör. Çağın Karul'a, Öğr. Gör. Erdal Berk'e, Betül Mandı'ya ve bu süreçte destek olan arkadaşlarıma sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Ve son olarak hayatım boyunca desteğini her zaman arkamda hissettiğim aileme özellikle motivasyonumu her kaybettiğimde yerine getiren Sude ve Derin'e binlerce kez teşekkürler...

## ÖZET

### TEKNOLOJİK BAĞIMLILIK VE BÜYÜME İLİŞKİSİ: MEKÂNSAL DIŞSALLIKLARIN AMPİRİK ANALİZİ

KONCAK, Ahmet  
Yüksek Lisans Tezi  
Ekonometri ABD  
Ekonometri Programı  
Tez Yöneticisi: Doç. Dr. Şaban NAZLIOĞLU

Haziran 2016, 89 Sayfa

Neoklasik Büyüme Kuramı, teknolojiyi büyümenin bir lokomotifini olarak görmesine rağmen teknolojik gelişmenin belirleyicilerini esas olarak açıklamakta yetersiz kalmıştır. Bu sebeple teknolojiyi bilinmeyen kabul edip dışsal olarak ele almıştır. Tüm bu eksikliklerine rağmen Neoklasik Büyüme Kuramı uzun dönemli büyümeyi açıklayabilmiştir.

Genel olarak teknoloji üretim verimliliğinde artış olarak tanımlanmaktadır ve teknolojik bilgi ülkeler ya da bölgeler arası yayılabilir. Bu yayılma sürecinde teknolojik bilgi lider ülke ya da ülkelerden, başka bir deyişle yeni teknolojileri keşfeden ülke ya da ülkelerden, diğerlerine yayılabilir. Ancak bu aşamada teknolojik bilginin ve yayılma süreçlerinin doğrudan gözlenebilmesi oldukça zordur.

Bunun için mekânsal ekonometride kullanılan ağırlık matrisinden faydalanılmıştır. Bu bağlamda model mekânsal panel ekonometri yöntemleri kullanılarak tahmin edildikten sonra niteliksel ve niceliksel yönlerden test edilmiştir. Sonuç olarak modele dahil edilen mekânsal etkiler ile katsayılar beklentilere uygun ve anlamlı bulunmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** Uluslararası Teknoloji Yayılmaları, Ekonomik Büyüme, Mekânsal Ekonometri, Mekânsal Panel Veri Modelleri

## ABSTRACT

### THE RELATIONSHIP BETWEEN TECHNOLOGICAL DEPENDENCE AND GROWTH: AN EMPIRICAL ANALYSIS OF SPATIAL EXTERNALITIES

KONCAK, Ahmet

Master Thesis

Econometrics Department

Econometrics Programme

Adviser of Thesis: Assoc. Prof. Dr Şaban NAZLIOĞLU

June 2016, 89 Pages

**In Neo-Classical Growth Theory technology was regarded as an engine of growth but it was insufficient to explain the determinants of technological development and thus it was assumed that technological progress occurred in an exogenous manner. Despite this, Neo-Classical Growth Theory can explain much of the real world and it proves the theory strongly with mathematical aspects.**

**Generally technological production is defined as an increase in productivity and technological knowledge. It can spread between countries or regions. In this spreading process, technological knowledge can spread from leader country or countries to another country or countries. But in this phase, it is hard to observe technological knowledge and their spread process directly.**

**For that in our study we will benefit from the weight matrix used in spatial econometrics. In the empirical part of this study the model which may explain the technological spillover effects between countries is firstly estimated by using spatial panel econometrics methods and later it will be tested qualitative and quantitative. After all spatial effects and all coefficients are found statistically and economically significant.**

**Keywords:** International Technology Spillovers, Economic Growth, Spatial Econometrics, Spatial Panel Models

## İÇİNDEKİLER

### Sayfa

ÖNSÖZ.....	i
ÖZET.....	ii
ABSTRACT.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
TABLolar DİZİNİ.....	vii
SİMGE VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	viii
GİRİŞ.....	1

## BİRİNCİ BÖLÜM

### TEORİK ÇERÇEVE: İKTİSADİ BÜYÜME MODELLERİ

1.1. İktisadi Büyüme Modellerinin Tarihi Seyri.....	4
1.2. Solow-Swan Büyüme Modeli.....	8
1.3. Genişletilmiş Solow Büyüme Modeli.....	12

## İKİNCİ BÖLÜM

### METODOLOJİK ÇERÇEVE: MEKÂNSAL EKONOMETRİK MODELLER

2.1. Mekânsal Ekonometri Literatürünün Kronolojik Seyri.....	15
2.2. Mekânsal Kesit Modelleri.....	17
2.2.1. Mekânsal Etkilerin Varlığının Tespiti.....	19
2.2.2. Mekânsal Kesit Modellerinin Tahmini.....	24
2.2.2.1. Mekânsal Gecikme Modelinin (SAR) Tahmini.....	24
2.2.2.2. Mekânsal Hata Modelinin (SEM) Tahmini.....	29
2.2.2.3. SARAR(1,1) Modelinin Tahmini.....	34
2.3. Panel Veri ve Mekânsal Panel Veri Modelleri.....	39
2.3.1. Mekânsal Panel Veri Modelleri.....	40
2.3.1.1. Maksimum Olabilirlik Yöntemi İle Tahmin.....	40
2.3.1.2. Araç Değişkenler ve Genelleştirilmiş Momentler Yöntemi İle Tahmin.....	48
2.3.2. Tanımlayıcı Testler.....	53
2.3.2.1. Mekânsal Bağımlılık İçin LM ve dirençli LM Testleri.....	53



2.3.2.2. Uyum İyiliği Ölçüleri: .....	56
---------------------------------------	----

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### AMPİRİK ANALİZ

3.1. Ampirik Literatür .....	58
3.2. Örneklem Veri Seti ve Mekânsal Ağırlık Matrisi.....	60
3.3. Analiz Sonuçları.....	65
SONUÇ .....	70
KAYNAKLAR.....	72
EKLER .....	77
ÖZGEÇMİŞ.....	89

## ŞEKİLLER DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
Şekil 1. Solow Modelinin W2014 Ağırlık Matrisi İle SAR Modeli Tahmini Durumunda LM Testlerinin İstikrarı.....	81
Şekil 2. MRW Modelinin W2014 Ağırlık Matrisi İle SAR Modeli Tahmini Durumunda LM Testlerinin İstikrarı.....	81
Şekil 3. Solow Modelinin W2014 Ağırlık Matrisi İle SEM Modeli Tahmini Durumunda LM Testlerinin İstikrarı.....	82
Şekil 4. MRW Modelinin W2014 Ağırlık Matrisi İle SEM Modeli Tahmini Durumunda LM Testlerinin İstikrarı.....	82
Şekil 5. Solow Modelinin WORT Ağırlık Matrisi İle SAR Modeli Tahmini Durumunda LM Testlerinin İstikrarı.....	83
Şekil 6. MRW Modelinin WORT Ağırlık Matrisi İle SAR Modeli Tahmini Durumunda LM Testlerinin İstikrarı.....	83
Şekil 7. Solow Modelinin WORT Ağırlık Matrisi İle SEM Modeli Tahmini Durumunda LM Testlerinin İstikrarı.....	84
Şekil 8. MRW Modelinin WORT Ağırlık Matrisi İle SEM Modeli Tahmini Durumunda LM Testlerinin İstikrarı.....	84
Şekil 9. Solow Modelinin W2014 Ağırlık Matrisi İle SAR Modeli Tahmini Durumunda Katsayılarının İstikrarı.....	85
Şekil 10. MRW Modelinin W2014 Ağırlık Matrisi İle SAR Modeli Tahmini Durumunda Katsayılarının İstikrarı.....	85
Şekil 11. Solow Modelinin W2014 Ağırlık Matrisi İle SEM Modeli Tahmini Durumunda Katsayılarının İstikrarı.....	86
Şekil 12. MRW Modelinin W2014 Ağırlık Matrisi İle SEM Modeli Tahmini Durumunda Katsayılarının İstikrarı.....	86
Şekil 13. Solow Modelinin WORT Ağırlık Matrisi İle SAR Modeli Tahmini Durumunda Katsayılarının İstikrarı.....	87
Şekil 14. MRW Modelinin WORT Ağırlık Matrisi İle SAR Modeli Tahmini Durumunda Katsayılarının İstikrarı.....	87
Şekil 15. MRW Modelinin WORT Ağırlık Matrisi İle SAR Modeli Tahmini Durumunda Katsayılarının İstikrarı.....	88
Şekil 16. MRW Modelinin WORT Ağırlık Matrisi İle SEM Modeli Tahmini Durumunda Katsayılarının İstikrarı.....	88

## TABLolar DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
Tablo 1. Mekânsal Modeller.....	19
Tablo 2. Çalışmadaki Ülkeler.....	61
Tablo 3. Tanımlayıcı İstatistikler.....	61
Tablo 4. Değişkenler Arası Korelasyon.....	62
Tablo 5. Temel Solow Ve MRW Modeline İlişkin Tahmin Sonuçları.....	65
Tablo 6. LM Testlerinin Sonuçları.....	66
Tablo 7. W2014 Ve WORT Ağırlık Matrisiyle Tahmin Edilen Mekânsal Genişletilmiş Solow Modelinin Tahmin Sonuçları.....	67
Tablo 8. W2014 Ve WOR Ağırlık Matrisiyle Tahmin Edilen Mekânsal Genişletilmiş MRW Modelinin Tahmin Sonuçları.....	69
Tablo 9. Mekânsal Solow Modeli İçin Model Denemeleri.....	77
Tablo 10. Mekânsal MRW Modeli İçin Model Denemeleri.....	78
Tablo 11. 2014 Yılı İthalat Rakamlarına Göre Oluşturulan Satır Standartlaştırması Uygulanmış Ağırlık Matrisi.....	79
Tablo 12. 1990-2014 Yılları Arası Ortalama İthalat Rakamlarına Göre Oluşturulan Satır Standartlaştırması Uygulanmış Ağırlık Matrisi.	80

## SİMGE VE KISALTMALAR DİZİNİ

**2AEKK:** İki Aşamalı En Küçük Kareler Yöntemi

**EKK:** En Küçük Kareler Yöntemi

**GLS:** Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Yöntemi

**GMM:** Genelleştirilmiş Momentler Yöntemi

**IV:** Araç Değişkenler Yöntemi

**LM:** Lagrange Çarpanı

**ML:** Maksimum Olabilirlik Yöntemi

**MRW:** Mankiw-Romer-Weil Modeli

**SAR:** Mekânsal Gecikme Modeli

**SEM:** Mekânsal Hata Modeli

**W2014:** 2014 yılına ait karşılıklı ithalat rakamlarına göre oluşturulan ağırlık matrisi

**WORT:** 1990-2014 yılları arası ortalama karşılıklı ithalat rakamlarına göre oluşturulan ağırlık matrisi

## GİRİŞ

“Bazı ülkeler gittikçe zenginleşirken bazıları niye hala fakir kalıyor?” sorusu ekonomik büyüme literatürünün temel sorularından birisi olmuştur. Ekonomik büyümenin oldukça karmaşık bir yapıya sahip olmasından dolayı ise iktisat dünyası bu konuyu daha somut hale getirerek açıklayabilmek için çeşitli modellere başvurmuştur. Böylece ekonomik büyümeyi açıklamaya çalışan farklı büyüme modelleri ortaya çıkmıştır. Genel olarak ekonomik büyüme modelleri neoklasik büyüme modelleri ve içsel büyüme modelleri olmak üzere iki başlık altında toplanabilir.

Teknolojinin veri alınarak dışsal kabul edildiği, üretim fonksiyonunun ölçeğe göre sabit getirili olduğu ve üretim faktörlerinin azalan marjinal ürünlerinin olması gibi üç temel varsayım üzerine kurulan Neoklasik büyüme modelleri, kısa dönemde ekonomik büyümenin fiziki sermaye birikimi ile sağlandığını varsaymış ve uzun dönemde ise ekonomik büyümenin temel belirleyicisi olarak teknolojiyi görmüştür. Neoklasik büyüme modelleri arasında yer alan Solow büyüme modeli ise teknolojiyi dışsal olarak varsaymasına rağmen uzun dönemli büyümeyi açıklayabildiği için literatüre uzun süre hakim olmuştur. Solow modeline bir katkı modele “beşeri sermaye birim oranı” değişkeninin eklenmesiyle Mankiw vd. (1992) tarafından yapılmıştır. Onların ardından ise ekonometrik yöntemlerdeki gelişmelere bağlı olarak hem Solow hem Mankiw-Romer-Weil (MRW) modelleri yatay kesit regresyon modelleri, zaman serisi modelleri, panel veri modelleri ve son olarak mekânsal kesit regresyon modelleri gibi farklı yöntemlerle incelenmiştir.

Solow ve MRW modellerinin tahmini için kullanılan yatay kesit mekânsal regresyon modelleri ülkeler ya da bölgesel arasındaki etkileşimin modele dahil edilebilmesini izin vermektedir. Bahsedilen etkileşimi ise mekânsal ağırlık matrisi yoluyla modellenebilmektedir. Bu ağırlık matrisi coğrafi komşuluk ve uzaklığa göre oluşturulabileceği gibi ülke ya da bölgeler arasındaki ekonomik uzaklıklara bağlı olarak da oluşturulabilmektedir. Ağırlık matrisinin bağımsız değişken, bağımlı değişkenler ve hata terimi ile çarpılmasıyla ise mekânsal ilişki farklı şekillerde modellenebilmektedir. İlişkinin hangi şekilde modelleneceğine ilişkin ise bir takım testler yapılmakta ve bu testler doğrultusunda karar verilmektedir. Tahmin aşamasında ise ağırlık matrisi ile çarpılarak modele eklenen bu yeni değişkenler çeşitli sorunlara yol açacağından dolayı modeller en küçük kareler (EKK) tahmincisi dışında maksimum olabilirlik (ML), iki



aşamalı EKK (2AEKK), genelleştirilmiş momentler yöntemi (GMM), araç değişkenler (IV) gibi tahminciler ile tahmin edilmektedir.

Mekânsal kesit regresyon modelleri öncesinde kullanılan panel veri modelleri ise; gözlem sayısının yatay kesit ve zaman serisi modellerine göre daha fazla olmasından dolayı daha fazla bilgi içermektedir. Bunun dışında panel veri kullanmak serbestlik derecesini artıracak ve tahminleri daha etkin olacaktır. Tüm bu avantajları göz önüne alındığında panel veri modelleri ile mekânsal regresyon modellerini bir arada kullanmak her zaman daha avantajlı olacaktır.

Mekânsal panel veri regresyon modelleri ülke ya da bölgeler arasındaki etkileşimi modelleyebilmesinin dışında, panel veri ile çalışmanın avantajlarını da içermektedir. Ancak tüm bu avantajlarına rağmen Solow ve MRW modelleri literatürde yalnızca mekânsal kesit regresyon modelleri ile tahmin edilmiştir.

Literatürdeki bir diğer boşluk ise ağırlık matrislerinin oluşturulmasıyla ilgilidir. Her ne kadar iktisadi çalışmalarda ağırlık matrislerinin ekonomik uzaklıklara göre oluşturulması söylene de Solow ve MRW modellerinin yatay kesit regresyon modelleriyle tahmininde kullanılan ağırlık matrisleri coğrafi uzaklığa ya da komşuluğa göre oluşturulmuştur. Literatürdeki bu iki boşluktan yola çıkılarak bu çalışmada Solow ve MRW modellerinin mekânsal panel veri regresyon modelleriyle tahmini için ekonomik uzaklığın bir ölçüsü olarak kabul edilebilecek ülkelerin karşılıklı ithalatlarına dayanan iki farklı ağırlık matrisi kullanılacaktır. Kullanılan ithalata dayalı ağırlık matrisleri ile teknolojik bağımlılık dış ticaret ile açıklanacaktır. Ancak bahsedilen bu ilişkinin doğrudan Solow ve MRW modelleri ile modellenmesi mümkün değildir. Çünkü bu modeller ekonominin kapalı olduğu varsayımından hareket etmektedirler. Bu nedenle girdilerin bir kısmının ithal, çıktılarının ise bir kısmının ihraç edildiği tek sektörlü bir modelden yola çıkılarak bu varsayım esnetilecektir. Ardından ise Solow modeli üzerinden ağırlık matrisi aracılığıyla teknolojik yayılmanın gözlenebilmesine imkân verilecektir.

Çalışma üç bölümden oluşmaktadır:

İlk bölümde öncelikle büyüme teorilerinin tarihsel gelişiminden bahsedilmiştir. Ardından ise çalışmanın teorik alt yapısını oluşturan Solow ve MRW büyüme modelleri incelenmiştir.

İkinci bölümde ise mekânsal ekonometriye ilişkin mekânsal bağımlılık, değişkenlik komşuluk ve ağırlık matrisi gibi temel kavramlardan bahsedilmiştir. Ardından mekânsal panel veri ekonometrisinin temelini oluşturan temel mekânsal kesit modellerinden mekânsal gecikme modeli, mekânsal hata modeli ve SARAR(1,1) modeli tanıtılmıştır. Sonrasında bu modellere ilişkin tanımlayıcı testlerden söz edilmiştir. Yine bu bölümde yatay kesit verisi için geliştirilen mekânsal gecikme, mekânsal hata ve SARAR(1,1) modelleri panel veri için genişletilmiştir. Modeller panel veri için genişletilmeden önce panel veri ekonometrisine ilişkin temel model ve tahmin yöntemleri tanıtılmıştır hemen ardından ise mekânsal panel veri modelleri, tahmin süreçleri ve spesifikasyon testleri gösterilmiştir.

Üçüncü bölümde ise Solow ve MRW modellerinin mekânsal olarak tahmin edildiği çalışmalar incelenmiştir. İncelenen çalışmalara ilişkin örneklem, dönem, ağırlık matrisinin yapısı hakkında bilgi verilmiştir. Ardından çalışma kapsamındaki 22 OECD ülkesi için mekânsal panel veri modelleri ile 1990-2014 dönemi tahmin edilmiştir. Mekânsal modelin tahmini için büyük öneme sahip olan mekânsal ağırlık matrisi oluşturulurken daha önce yapılan çalışmalardan farklı olarak coğrafi uzaklıklara dayalı olarak değil ekonomik uzaklığa dayalı olarak oluşturulmuştur. Bunun için 1990-2014 yılları arasındaki karşılıklı ortalama ithalata dayanan ağırlık matrisi (WORT) ve 2014 yılı karşılıklı ithalata dayanan ağırlık matrisi (W2014) olmak üzere iki farklı ağırlık matrisi oluşturulmuştur. Sonrasında tanımlayıcı testler ile karar verilen uygun modeller ML ve 2AEKK ile tahmin edilmiştir.

## BİRİNCİ BÖLÜM

### TEORİK ÇERÇEVE: İKTİSADİ BÜYÜME MODELLERİ

Bu bölümde uygulamada kullanılacak olan “Solow” ve Mankiw-Romer-Weil tarafından geliştirilen “Genişletilmiş Solow” büyüme modellerinin ekonomik büyüme teorileri içerisindeki yerinin belirlenebilmesi adına öncelikle büyüme modellerinin tarihsel gelişiminden söz edilecektir. Ardından ise Solow ve Genişletilmiş Solow modellerine ilişkin temel kavramlar ile varsayımlar üzerinde durulacaktır. İlerleyen bölümlerde ise mekânsal ekonometriye ilişkin kavramlardan bahsedildikten sonra buradaki temel modeller mekânsal olarak genişletilebilecektir.

#### 1.1. İktisadi Büyüme Modellerinin Tarihi Seyri

İktisat bilimi ekonomik büyüme konusuna Adam Smith’in 18. yüzyılda basılan “Ulusların Zenginliği” eserinden bu yana odaklanmaktadır. Bilimsel olarak ekonomik büyüme ise 1950’li yılların başlarından itibaren her zaman olduğundan daha fazla popüler hale gelmiştir. Bunun nedeni olarak Soğuk Savaş döneminde Sovyetler Birliği ve ABD arasındaki ekonomik rekabet öne sürülebilir. Diğer bir neden ise ekonomik olarak az gelişmiş ülkeler hakkındaki artan endişelerdir.

Ekonomik büyüme süreci zaman boyunca çok farklı faktörlere bağlı olarak geliştiğinden dolayı sürecin anlaşılabilirliği açısından basitleştirmelere gerek duyulmaktadır. Bu basitleştirmeler ise modellemeler yardımıyla yapılmaktadır.

20. yüzyılın ikinci yarısından itibaren büyüme modelleri; Post-Keynesyen Harrod- Domar modeli, Solow- Swan neoklasik modeli, içsel büyüme modelleri ve modern ekonomi politikaları modelleri olmak üzere dört başlık altında toplanabilir (Snowdon, 2006).

Büyüme modellerinin çoğunda sermayenin aşınma payı ve nüfus büyümesi dışsal varsayılmaktadır. Yine bu modeller tasarruf oranının içsel ve dışsal varsayılmasına göre iki gruba ayrılabilir. Tasarruf oranının dışsal varsayıldığı ekonomik büyüme modellerine AK tipi üretim fonksiyonunun kullanıldığı Harrod-Domar büyüme modeli ve Solow ile Uzawa’nın neoklasik modelleri örnek verilebilir. İkinci grup olan tasarruf oranının içsel varsayıldığı büyüme modellerine ise Ramsey’in neoklasik büyüme modeli ile Kaldor ve Pasinetti’nin Keynes temelli büyüme modeli örnek verilebilir. Bu sınıflandırmaların

dışında büyüme modelleri sermaye oranının sabit olup olmamasına ve zaman boyutuna göre sınıflandırılabilir.

Adam Smith, David Ricardo ve Thomas Malthus gibi klasik iktisatçılar ile onlardan sonra gelen Frank Ramsey, Allyn Young, Frank Knight ve Joseph Schumpeter gibi iktisatçılar modern büyüme teorilerine önemli temel katkılarda bulunmuşlardır (Barro ve Sala-i-Martin, 1995: 9).

Ramsey'in 1928 yılında yayınlanan makalesi modern büyüme teorilerinin başlangıcı olarak kabul edilebilir. Ramsey'den sonra Harrod (1939) ve Domar (1946) ekonomik büyümeyi Keynesyen yaklaşımla analiz etmeye çalışmışlardır. Sonrasında ise önemli katkılar Solow (1956) ve Swan (1956) tarafından yapılmıştır. Solow (1956) çalışmasında Harrod-Domar modelinden yola çıkarak emeği üretimin bir faktörü olarak modele dahil etmiştir.

Ardından neoklasik büyüme modelleri ile büyümenin asıl kaynağının teknoloji olduğu anlaşılmıştır. Ancak teknoloji ile büyüme arasındaki bu ilişki dışsal olarak modellenenilmiş, içsel olarak modellenenilmesi başarısız olmuştur. Neoklasik modelin bu ilişkiyi modelleyememesinin nedeni ise azalan getiri kanunu ihmal etmek istememesi olmuştur. İhmal etmek istememesinin nedeni ise kanunun sağlanmaması durumunda teknolojik gelişme ve sonrasında büyümenin duracak olması olmuştur. Tüm bu kısıtlamalar içinde Solow modeli uzun dönemli büyümeyi açıklamayı başarabilmiş ve uzun süre büyüme literatürüne hakim olmuştur.

Japon iktisatçı Uzawa (1963) ise ilk sektörün modeldeki tüketim mallarını ikinci sektörün ise sermaye mallarını ürettiği iki sektörle modelini tanıtmıştır. Geliştirilen bu modelde tüketim malı üreten sektördeki sermaye-emek oranı sermaye malı üreten sektördekinden yüksek olduğu sürece istikrar sağlanmaktadır.

Bir diğer neoklasik büyüme modeli ise Frank Ramsey (1928)'in optimal tasarruf oranının belirlenmesine dayanan, Cass (1965) ve Koopmans (1965) tarafından geliştirilen bu yüzden genellikle Ramsey-Cass-Koopmans modeli olarak da isimlendirilen modeldir. Ramsey modeli tasarruf oranlarını içsel ve tüketici kararlarına bağlı olarak ele almıştır. Cass (1965) ve Koopmans (1965)'in geliştirdiği modelde ise buna ek olarak hanehalkı, hem üretici hem de tüketici konumunda modele dahil edilmiştir.

Cass ve Koopmans'ın modeline benzer Diamond (1965) tarafından geliştirilen neoklasik modelde ise ekonomiye sürekli giriş yapan hanehalkları mevcuttur. Bu modelde hanehalklarının hayatı iki döneme ayrılmıştır. İlk dönemde hanehalkları maaş almakta ve bunu tüketimleri ile tasarrufları için kullanmaktadırlar. İkinci dönemde ise hanehalklarına herhangi bir maaş ödemesi yapılmamakta ve cari tüketimlerini birinci dönemde biriktirdikleri tasarruflar ile finanse etmektedirler. Böylece ekonomi uzun dönemde dengeye ulaşabilmektedir.

Neoklasik büyüme modelleri ekonominin uzun dönemde dengeye ulaşacağıın yanı sıra fakir ülkelerin zengin ülkelere kıyasla daha hızlı kalkınacağını iddia eden yakınsama hipotezinin geçerliliğini kabul etmektedir. Ancak neoklasik modellerin azalan verimler kanunu varsayımıyla uzun dönemli büyümeyi tam olarak açıklayamaması, yoksul ülkelerin zengin ülkeleri yakalayacağı yakınsama hipotezinin gerçek dünya verileri ile uyuşmaması ve 1970'lerden itibaren başlayan ekonomik durgunluk nedeniyle bu kuram popülerliğini yitirmiş ve yeni arayışlara gidilmiştir. Ardından Romer (1986) ve Lucas (1988)'ın çalışmalarıyla birlikte içsel büyüme dönemi başlamıştır.

Romer (1986) ve Lucas (1988) sadece dışsal teknolojik gelişmeye dayalı neoklasik büyüme kuramından farklı olarak uzun dönemli ekonomik büyümeyi sağlayan temel etmenleri belirlemeye çalışmışlardır. İçsel büyüme teorileri kişi başı çıktıdaki büyümeyi sağlayan eğitim, araştırma- geliştirme faaliyetleri ve beşeri sermaye gibi temel içsel faktörlerin belirlenebilmesini sağlamıştır. İçsel büyüme modellerinin cevaplamaya çalıştığı ilk soru: "Neden ülkeler bireysel olarak yüz yıl öncesine göre daha yüksek miktarlarda mal üretmektedir?" olmuştur. Romer (1990)'e göre bunun nedeni emeğin artan getirisidir. İkinci olarak içsel büyüme modelleri ekonomik büyüme sürecinde insanın rolünü açıklamaya ve üçüncü olarak ise ülke ekonomileri arasındaki büyük farklılaşmanın nedenlerini göstermeye çalışmışlardır. Tüm bunların dışında içsel büyüme teorilerinin katkısı: ekonomik büyüme için analitik bir çerçeve sunması, büyüme ve kalkınmanın birlikte analiz edilebilmesini sağlaması olmuştur.

Yine Romer (1986)'e göre içsel büyüme modelleri büyümenin temel gücü olarak bilgi birikimini ve beşeri sermayeyi görmüştür. Bu sayede neoklasik büyüme modellerinden farklı olarak emeğin etkinliğini ve bilginin yayılmasını; daha açık ve yorumlanabilir bir şekilde modellemeyi başaramışlardır.



İçsel büyüme teorilerini popüler hale getiren asıl çalışma Paul Romer 'in 1986 yılındaki çalışması olmuştur. Üretim fonksiyonundaki tüm üretim faktörlerinin artan ve sermayenin sabit getiriye sahip olduğu varsayımını yaparak içsel büyümenin temellerini atmıştır. Romer'in modelinde bilgi, üretim fonksiyonunda bir girdi olarak ele alınmıştır ve uzun dönemli ekonomik büyümenin belirleyicisi olan yeni bilginin teknolojik araştırmalara olan yatırım ile ortaya çıkacağı belirtilmiştir (Dulupçu, 1997: 70).

Romer geliştirdiği bilgi üretimi ve taşmalar modelinde Arrow'un "yaparak öğrenme" modelinden yararlanmıştır. Arrow (1962)'ye göre yaparak öğrenme firma nasıl daha etkin üretebileceğini öğrendikçe kendi fiziksel sermayesini artırabilmektedir ve bu yolla kazanılan verimlilik artışının pozitif etkisi "yaparak öğrenme" olarak adlandırılmaktadır. Arrow (1962), Sheshinski (1967) ve Romer (1986) verimlilik artışıyla ilgili iki ortak varsayımda bulunmaktadır. Bunlardan ilki yaparak öğrenme firmanın yatırımlarıyla ilişkidir ve sermaye stokunda artışlar doğrudan bilgi stoku artışı olarak değerlendirilmektedir. Diğer varsayım ise firmanın keşfettiği bir bilginin diğer tüm firmaların sıfır maliyet ile erişebileceği kamusal bir mal sayılmasıdır. Bunun nedeni rekabetçi olmayan bilginin bir kez keşfedildikten sonra anında ekonominin tamamına yayılabilmesidir (Barro ve Sala-i-Martin, 1995: 146-147). Rekabetçi olmama özelliği de beraberinde ölçüğe göre artan getirinin varlığına işaret etmektedir (Jones, 1998: 73). Buna göre bir firmanın yeni bir bilgi üretmesi taşmalar kanalıyla piyasada bulunan diğer tüm firmalar için pozitif dışsallıklar yaratacaktır ve üretim olanakları artacaktır.

Romer 1986 yılındaki çalışmasında teknolojiyi içsel bir şekilde modeline dahil ederek neoklasik büyüme kuramının eksikliğini gidermeyi başarmıştır. Bunu ise sermayenin azalan getiriri kanunu ihlal ederek yapmıştır. Ayrıca neoklasik üretim fonksiyonuna sermaye dışsallıklarını da dahil etmiştir. Romer'in modelinde AK tipi üretim fonksiyonuna göre büyüyen ekonominin belirli koşulları yerine getirmesi gerekmektedir. İlk olarak dışsallıkların büyüklükleri anlamlı olmalıdır. Aksi halde ekonomi Cobb-Douglas üretim fonksiyonuna göre büyümeye devam edecektir. İkinci olarak ise yine Romer'in modeli var olan ölçek etkilerini ön görmektedir.

Lucas (1988) ise Romer'in modelindeki ölçek etkilerini kişi başı sermaye cinsinden tanımlamayı başarmıştır. Bu sebeple Lucas modelinde Romer'in aksine emek artışının sifıra eşit olduğu varsayımı yapmaya gerek duymamıştır. Lucas geliştirmiş olduğu iki sektörlü modelde ölçüğe göre artan getiri varsayımını ve Arrow'un yaparak

öğrenme yapısını dikkate almıştır. Bu modelde ayrıca dışsallıkların kaynağı beşeri sermaye birikimine dayandırılmıştır. Bu çerçevede Lucas'ın modeli ülkeler arasındaki ekonomik gelişmişlik farklılıklarını açıklayabilmeyi başarmıştır.

Daha sonra geliştirilen içsel büyüme modellerinde ekonomik büyüme Ar-Ge sektörünün teknik süreçte içselleştirilerek modellenmesine dayanmaktadır. İçsel teknolojik süreç kendisini iki yolla göstermektedir: üretim sürecinde kullanılan malların artışı ve var olan malların kalitesindeki artış. Romer (1990) teknik süreci ekonomik büyümenin bir belirleyicisi olmasından dolayı ara mal arzındaki artışlar ile ilişkilendirmiştir. Ekonomik büyümenin beşeri sermaye düzeyine bağlı olduğu bu modelde zengin beşeri sermayeye sahip ülkeler daha hızlı gelişmektedirler. Aghion ve Howitt tarafından geliştirilen diğer bir içsel büyüme modelinde ise teknik süreç piyasada var olan mallardaki iyileştirmeler ile ilişkilendirilmektedir. Yine bu modele göre de daha fazla eğitilmiş beşeri sermayeye sahip olan ülkeler daha hızlı büyüyeceklerdir (Aghion ve Howitt: 1992).

Büyüme modellerinde son dalga olarak kabul edilen modern ekonomi politikaları modelleri, büyümenin belirleyicilerini detaylı bir biçimde araştırmak için kullanılmaktadır. Bu modeller yönetimin kalitesi, etnik ayrımcılık, demokrasi, güven, yozlaşma gibi faktörlerin büyüme üzerine etkisini incelemektedir. Literatürdeki büyümenin belirleyicileri detaylı bir şekilde belirlenmesiyle ilgili tartışmalar coğrafi kısıtlar (Bloom ve Sachs, 1998; Sachs, 2005) doğal kaynaklar (Sala-i-Martin ve Subramanian, 2008) ve uluslararası ekonomik etkileşim ile büyüme (Sachs ve Warner, 1995; Bhagwati, 2004) üzerine yoğunlaşmıştır (Snowdon, 2006: 84).

## **1.2. Solow-Swan Büyüme Modeli**

Solow (1956) ve Swan (1956) Harrod- Domar modelinin uzun dönemli büyümeyi açıklayamamasındaki eksiklikten yola çıkarak benzer modeller geliştirmişlerdir. Geliştirilen bu model literatürde Solow modeli ya da Solow- Swan modeli olarak adlandırılmaktadır. Modelde tasarruf oranı, nüfus büyüme oranı ve teknolojik gelişim veri olarak alınmaktadır. Yine modelde sermaye ve emek olmak üzere iki adet girdi bulunmaktadır. Solow büyüme modeli aşağıdaki varsayımlara dayanmaktadır (Jones, 1998: 18-19):

- Firmaların ve tüketicilerin tam rekabet piyasasında fiyat alıcı oldukları sabit bir teknoloji ile üretilen tek bir homojen maldan oluşan piyasa vardır,
- Hükümet ve uluslararası ticaret yoktur,
- Taşıma maliyetleri sıfırdır,
- Bölgesel üretim fonksiyonlarının özdeşdir,
- Ekonomi tam istihdam düzeyindedir,
- Teknoloji dışsaldır,
- Emek arzı sabit hızla büyümektedir,
- Tüm analizler sürekli zaman altında yapmaktadır.

Yukarıda da belirtildiği gibi Solow büyüme modeli ekonominin dışa kapalı olduğunu varsaymaktadır. Bu varsayım altında hanehalkları yabancı mal satın alamaz ve kendi mallarını yurtdışına satamazlar. Ayrıca kapalı bir ekonomide toplam çıktı gelire ve toplam yatırımlar ise toplam tasarruflara eşittir. Ancak ilerleyen bölümlerde bahsedileceği üzere çalışmada bu varsayım teknolojik bağımlılığın dış ticaret üzerinden açıklanabilmesi için esnetilecektir.

$Y_t$ ,  $K_t$ ,  $L_t$  ve  $A_t$  sırasıyla; toplam çıktı, sermaye, emek ve teknolojiyi (bilgi ya da emeğin etkinliği) göstermektedir. Üretim girdileri zaman içinde değişen değerler alabilmektedir.  $t$  alt indisi ise sürekli zamanı göstermekte olup üretim fonksiyonuna doğrudan dahil edilmemiştir. Üretim fonksiyonuna  $A_t$  genellikle  $A_t L_t$  şeklinde çarpım durumunda dahil edilmektedir. Solow- Swan büyüme modelinde üretim fonksiyonu (1.1)'deki gibi tanımlanmaktadır:

$$Y_t = F(K_t, A_t L_t) \quad (1.1)$$

Solow (1957) çalışmasında  $A_t$  'yi teknolojik değişme olarak isimlendirmiştir.  $A_t$  zaman boyunca ortaya çıkan değişikliklerin kümülatif etkisini ölçmektedir ve Harrod-Nötr olarak ele alınmıştır. Yine Solow büyüme modelinde üretim fonksiyonuna ilişkin bazı varsayımlar yapılmaktadır. Bu varsayımlar aşağıdaki gibi sıralanabilir (Barro ve Sala-i-Martin, 1995: 16):

-Üretim fonksiyonundaki üretim faktörlerinde (sermaye ve etkin emek) ölçüğe göre sabit getiri vardır. Bu varsayım seçilecek olan üretim fonksiyonunun birinci dereceden türdeş<sup>1</sup> olmasını gerektirmektedir.

$$F(cK, cAL) = cF(K, AL) \quad c \geq 0 \text{ olmak üzere,}$$

-Üretim faktörleri pozitifdir ( $K > 0$  ve  $L > 0$ ) ve marjinal ürünleri aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$\frac{\partial F}{\partial K} > 0 \quad \frac{\partial F}{\partial L} > 0$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0 \quad \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$$

-Inada (1963) koşulları sağlanmaktadır:

$$\lim_{K \rightarrow 0} (F_K) = \lim_{L \rightarrow 0} (F_L) = \infty$$

$$\lim_{K \rightarrow \infty} (F_K) = \lim_{L \rightarrow \infty} (F_L) = 0$$

Yukarıda bahsedilen tüm özellikleri sağlayan, en yaygın kullanılan üretim fonksiyonu Cobb ve Douglas'ın geliştirdiği Cobb- Douglas üretim fonksiyonudur. Bu çerçevede Cobb- Douglas üretim fonksiyonu ile Solow modeline ait üretim fonksiyonu (1.2)'deki gibi yazılabilir:

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (1.2)$$

(1.2)'deki Cobb- Douglas tipindeki üretim fonksiyonunun her iki tarafı  $A_t L_t$  'ye bölüldüğünde (1.3)'teki yoğun forma geçilecektir.

$$y_t = k_t^\alpha \quad (1.3)$$

Modelde emeğin ve teknolojinin sırasıyla sabit  $n$  ve  $g$  hızında dışsal olarak büyüdüğü varsayılmaktadır:

$$L_t = L_0 e^{nt} \quad (1.4)$$

$$A_t = A_0 e^{gt} \quad (1.5)$$

---

<sup>1</sup> Türdeşlik, bir fonksiyonun tüm bağımsız değişkenlerinin  $j$  gibi bir sabitle çarpıldığında fonksiyonun değerinin  $j^r$  kadar artmasıdır.

Bu tanımlamalara göre yukarıda Hicks nötr olarak ele alınan  $A_t L_t$  yani etkin emeğin büyümesi  $n + g$  olmaktadır. Model çıktının  $s$  gibi sabit bir oranının yatırıma ve  $(1 - s)$  kadarının ise tüketime ayrıldığını varsaymaktadır.  $\delta$  aşınma payını ( $0 < \delta < 1$ ) ve  $\dot{K}_t$  ise  $K$ 'nin zamana göre türevini göstermek üzere büyümenin temel belirleyicisi olan sermaye birikim denklemi gibi yazılacaktır:

$$\dot{K}_t = sY_t - \delta K_t \quad (1.6)$$

Sermaye birikim denkleminin de her iki tarafı  $A_t L_t$ 'ye bölünerek yoğun forma geçilmesinden ve  $y_t$ 'nin (1.3)'te tanımlanan değerinin yerine konulmasından sonra sermaye birikim denklemi (1.8)'deki son şeklini alacaktır.

$$\dot{k}_t = sy_t - (n + g + \delta)k_t \quad (1.7)$$

$$\dot{k}_t = sk_t^\alpha - (n + g + \delta)k_t \quad (1.8)$$

$k^*$ ,  $k$ 'nin durağan durumdaki değerini göstermek üzere durağan durumda  $\dot{k}_t = 0$  olacağından denge değerini bulmak için (1.8) numaralı denklemde yerine konulduğunda  $k^*$  (1.9)'daki gibi bulunacaktır:

$$k^* = \left( \frac{s}{n + g + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (1.9)$$

Durağan durum etkin emek başına çıktıyı bulmak için ise  $k^*$  üretim fonksiyonun yoğun formu olan (1.3)'te yerine konulduğunda  $y^*$ , (1.10)'daki gibi elde edilecektir.

$$y^* = \left( \frac{s}{n + g + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (1.10)$$

Durağan durum etkin emek başına çıktıyı gösteren (1.10)'da her iki tarafın logaritması alındığında durağan durum kişi başı çıktı (1.11)'teki gibi bulunacaktır:

$$\ln \left( \frac{Y_t}{L_t} \right) = \ln(A_0) + gt + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(s) - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(n + g + \delta) \quad (1.11)$$



Solow- Swan büyüme modelinde durağan durumda kişi başı geliri; dışsal olarak ele alınan tasarruf ve nüfus artış hızı belirlemektedir. Dışsal olarak ele alınmasının sebebi ülkelerin farklı tasarruf ve büyüme oranlarına dolayısıyla farklı durağan durum düzeylerine ulaşacak olmasıdır. Solow- Swan modeline göre yüksek tasarruf oranına sahip ülkeler daha zengin, yüksek nüfus artış oranına sahip ülkeler ise daha fakirdir. Yine Solow-Swan modeli tasarruf ve nüfus artış oranının kişi başı denge gelir düzeyini nasıl etkilediğine dair test edilebilir öngörüler vermektedir (Mankiw vd., 1992: 410).

(1.11)'teki modelin en küçük kareler (EKK) ile tahmin edilebilmesi için Mankiw vd. (1992)  $\ln(A_t) = \alpha + \varepsilon$  varsayımı yaparak modeli (1.12)'teki gibi yeniden düzenlemiştir. Burada  $\alpha$  bir sabiti;  $\varepsilon$  ise ülkeye özgü şoku temsil etmektedir.

$$\ln\left(\frac{Y_t}{L_t}\right) = \alpha + gt + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(s) - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(n + g + \delta) + \varepsilon \quad (1.12)$$

Mankiw vd. (1992)'ne göre (1.12) numaralı denklem hem değişkenlerin işaretlerini hem de değişkenlerin etkilerinin büyüklüğünü öngörebilmektedir. Modele ekonometrik açıdan bakıldığında her iki tarafın logaritmik olmasından dolayı katsayılar esneklik olarak yorumlanabilmektedir. Literatüre  $\alpha$  'nın yaklaşık olarak 1/3, kişi başı gelirin tasarruf oranına göre esnekliği yaklaşık olarak 0.5,  $(n + g + \delta)$  'nın esnekliğinin ise yaklaşık olarak -0.5 olması beklenmektedir (Mankiw vd.,1992: 410).

Tüm eksikliklerine rağmen Solow büyüme modeli uzun dönemli büyümeyi açıklayabilmesi ve ekonomik büyümenin karmaşık yapısını basit bir şekilde modelleyebilmesinden dolayı literatüre uzun süre hakim olmayı başarmıştır. Bu çalışmada ise Solow modeline dahil edilmeyen ülkeler arası etkileşim modele dahil edilecektir.

### 1.3. Genişletilmiş Solow Büyüme Modeli

İktisatçılar uzun süre beşeri sermayenin büyüme sürecindeki önemini vurgulamışlardır ancak beşeri sermayenin dışlanmasıyla ilgili sorunların farkına uygulamalar sonucunda ortaya çıkan yanlış sonuçlarla varmışlardır. Modele eklenen beşeri sermaye değişkeni hem teorik modeli hem de uygulamada ekonomik büyüme sürecinin analizini değiştirmiştir. “Genişletilmiş Solow Modeli” ya da “Mankiw-Romer-

Weil Modeli<sup>2</sup> olarak adlandırılan beşeri sermayenin eklendiği yeni model için üretim fonksiyonu şu şekilde tanımlanmıştır:

$$Y_t = K_t^\alpha H_t^\beta (A_t L_t)^{1-\alpha-\beta} \quad (1.13)$$

Solow modelinden farklı olarak burada eklenen  $H$  değişkeni beşeri sermaye stokunu temsil etmektedir. Yine Solow modelinde çıktının sadece  $s$  kadarlık bir kısmı fiziki sermaye birikim oranı için kullanılırken MRW modelinde birikimler fiziki ve beşeri sermaye birikim oranları olmak üzere iki kısımdan oluşacaktır.  $s_k$  fiziki sermaye birikim oranını (rate of physical-capital accumulation) ve  $s_h$  beşeri birikim oranını (rate of human-capital accumulation) göstermek üzere sermaye birikim denklemleri (1.14) ve (1.15)'teki gibi tanımlanabilir (Mankiw vd., 1992: 419-420):

$$\dot{k}_t = s_k y_t - (n + g + \delta)k_t \quad (1.14)$$

$$\dot{h}_t = s_h y_t - (n + g + \delta)h_t \quad (1.15)$$

Denklemlerde yer alan  $y$  ve  $k$  yine Solow modelinde tanımlandığı gibidir.  $h$  ise  $H/AL$  olarak tanımlanmaktadır. MRW modeli beşeri sermaye, fiziki sermaye ve tüketim için aynı üretim fonksiyonun geçerli olduğunu varsaymaktadır. Bu sayede bir birim tüketim maliyetsiz olarak bir birim fiziki ya da bir birim beşeri sermaye ile değiştirilebilmektedir.

Ayrıca model Lucas (1988)'in modelinden farklı olarak beşeri sermayenin fiziki sermaye ile aynı oranda yıprandığını varsaymaktadır. Yine modelin bir varsayımı olarak  $\alpha + \beta < 1$  varsayımı yapılmaktadır. Bu varsayım hem fiziki hem de beşeri sermaye için azalan getiri olduğunu göstermektedir. Aksi durumda, örneğin  $\alpha + \beta = 1$  yani sabit getirinin olduğu durumda modelin durağan durumu olmayacaktır (Mankiw vd., 1992: 416).

Durağan durumda  $k$  ve  $h$ 'nin değerleri sırasıyla (1.16) ve (1.17)'deki gibi bulunacaktır:

$$k^* = \left( \frac{s_k^{1-\beta} s_h^\beta}{n + g + \delta} \right)^{1-(1-\alpha-\beta)} \quad (1.16)$$

---

<sup>2</sup> Kısaca MRW modeli.

$$h^* = \left( \frac{s_k^\alpha s_h^{1-\alpha}}{n+g+\delta} \right)^{1-(1-\alpha-\beta)} \quad (1.17)$$

$k^*$  ve  $h^*$  üretim fonksiyonunda yerine konulup her iki tarafın logaritması alınırsa kişi başı çıktı, Solow modeline benzer bir şekilde aşağıdaki gibi elde edilmiş olacaktır:

$$\ln\left(\frac{Y_t}{L_t}\right) = \ln(A_0) + gt - \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + \delta) + \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_k) + \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_h) \quad (1.18)$$

(1.18) numaralı eşitlikte elde edilen model aynı eşitlik (1.12)'te olduğu gibi EKK ile tahmin edilebilmesi için  $\ln(A_t) = \alpha + \varepsilon$  varsayımı yapıldığında model (1.19)'deki hale dönüşecektir. Bu modelle bağımlı ve bağımsız değişkenler logaritmik biçimde olduğundan dolayı parametreler esneklik olarak yorumlanabilecektir.

$$\ln\left(\frac{Y_t}{L_t}\right) = \alpha + gt - \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + \delta) + \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_k) + \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_h) + \varepsilon \quad (1.19)$$

Hem (1.12) hem de (1.18)'deki modelin kişi başı gelir düzeyini açıklarken ülkeler arasındaki etkileşimi göz ardı etmektedir. Göz ardı edilen bu ilişki ise tahmin edilen katsayıları sapmalı hale getirecektir. Bu ilişkinin modellenebilmesi ise bir sonraki bölümde anlatılacak olan mekânsal ekonometri yardımıyla mümkün olacaktır. Mekânsal etkilerin dahil edilmediği (1.12) ve (1.18)'deki modeller mekânsal olarak genişletilerek bu modeller ikinci bölümde anlatılacak yöntemlerle yeniden tahmin edilecektir.

## İKİNCİ BÖLÜM

### METODOLOJİK ÇERÇEVE: MEKÂNSAL EKONOMETRİK MODELLER

Bu bölümde öncelikle klasik doğrusal regresyon modelinden yola çıkılarak mekânsal panel veri modellerinin temelini oluşturan mekânsal kesit regresyon modellerinden bahsedilecek daha sonra ise mekânsal etkilerin varlığının nasıl tespit edileceğinden söz edilecektir. Son olarak mekânsal kesit modellerinden mekânsal korelasyonun bağımlı değişken ile ilgili olduğu mekânsal gecikme modeli (SAR), mekânsal korelasyonun hata terimini etkilediği mekânsal hata modeli (SEM) ve her iki etkinin birlikte görüldüğü SARAR(1,1) modellerinin tahmin süreçlerinden bahsedilecektir.

#### 2.1. Mekânsal Ekonometri Literatürünün Kronolojik Seyri

İlk olarak 1970'lerin başında Jean Paelinck tarafından ortaya atılan “mekânsal ekonometri” kavramı, yatay kesit ve panel veri regresyon modellerindeki mekânsal bağımlılıkla ilgilenen ekonometrinin bir alt bilim dalı olarak ortaya çıkmıştır. Geçtiğimiz otuz yıl boyunca mekânsal ekonometri çok farklı uygulama alanlarında kendisine yer bulmuştur (Anselin, 2010). Bu alanların bazıları: uluslararası iktisat, endüstriyel iktisat, makro, maliye, kamu yönetimi ve çevre bilimidir.

Mekânsal verilerin istatistiksel ve ekonometrik analizi ise 1940'ların sonlarına doğru bu alanda çalışmalar yapan Moran, Geary ve Whittle'a dayanmaktadır. Onların ardından 1972'de Cliff ve Ord mekânsal verilerin istatistiksel analizi ile mekânsal otokorelasyon kavramına değinmiş, mekânsal modelleme konusunda belli başlı konuları da gözden geçirmişlerdir (Florax ve Van Der Vlist, 2003: 225).

Mekânsal ekonometrinin bu şekilde ayrı bir alt bilim dalına ayrılmasının nedeni ise verilerdeki bu mekânsal etkilerin geleneksel ekonometrik tekniklerle elde edilen sonuçları hatalı hale getirmesi ve bu yüzden zamanla model tahmini, hipotez testi, öngörü gibi konularda kendine özgü yeni tekniklere ihtiyaç duymasındır. Bahsedilen mekânsal etkiler klasik ekonometri ile mekânsal ekonometri arasındaki en temel farktır.

Mekânsal etkiler mekânsal değişkenlik ve mekânsal bağımlılık (mekânsal otokorelasyon) olmak üzere iki şekilde ortaya çıkmaktadır. Mekânsal değişkenlikten kasıt

yapısal olarak karşılaşılan bir istikrarsızlıktır. Bu durumda hata varyansları ve regresyon modelinin katsayıları sabit olamamaktadır. Diğer bir deyişle birimden birime farklılık göstermektedir. Cliff ve Ord (1981)'a göre hem mekânsal istatistik hem de mekânsal ekonometri literatürü daha çok “mekânsal otokorelasyon” üzerine yoğunlaşmıştır. Bunun nedeni “mekânsal değişkenliğin” klasik ekonometrideki değişkenliğin genişletilmiş hali olması ve standart ekonometrik yöntemler ile kısmen üstesinden gelinebilmesidir (Florax ve Van Der Vlist, 2003: 228).

Zaman serisindeki otokorelasyona benzeyen mekânsal bağımlılık ya da mekânsal otokorelasyon ise uzaydaki bir nokta ile başka bir nokta arasındaki fonksiyonel ilişki olarak tanımlanabilir. Bu durumda uzaydaki herhangi bir noktada ne oluyorsa bu diğer bir noktayı da etkileyecektir (Anselin, 1988: 13). Mekânsal otokorelasyon pozitif ve negatif otokorelasyon olarak ortaya çıkmaktadır. Pozitif otokorelasyon durumu, bir değişkenin değerinin yakınındaki değerlere benzer olmasıdır. Buna göre yüksek değerlerin yanında yüksek değerler ve düşük değerlerin yanında ise düşük değerler kümelenir. Negatif otokorelasyon durumunda ise bu durumun tam tersi söz konusudur ve bu durumda çok anlamlı yorumlamalar yapılamayacağı için pozitif otokorelasyon durumuyla ilgilenilmektedir (Anselin ve Bera, 1998: 241).

Mekânsal ekonometride “uzayın” rolünü ifade eden, değişkenlerin mekânsal yapılarına ilişkin varsayımları içeren mekânsal ağırlık matrisinin seçimi büyük bir öneme sahiptir. Mekânsal ağırlık matrisi oluşturulurken sosyal ya da mekânsal etkileşim teorisi gibi bir teoriye dayanmalıdır. Pratikte ise komşuluk gibi coğrafi ölçütlere ya da uzaklığa göre oluşturulabilmektedir. (Anselin vd. 2008: 625). Bunların dışında ekonomik ağırlıklar ile de ağırlık matrisi oluşturmak mümkündür<sup>3</sup>.

Mekânsal ağırlıklardan oluşan mekânsal ağırlık matrisi  $W$  ile gösterilmektedir.  $N$  gözlem sayısı olmak üzere;  $W$  matrisi  $N \times N$  boyutlu simetrik ve pozitif tanımlı bir matristir. Elemanları  $w_{ij}$ 'lerden oluşmakta ve  $i$  ile  $j$  bölgeleri arasındaki etkileşimi başka bir ifade ile komşuluğu göstermektedir.  $W$  matrisinin köşegen elemanları ise bir bölgenin kendisiyle olan komşuluğunu göstermektedir. Bir bölge kendisine komşu olamayacağından dolayı köşegen elemanları sıfır varsayılmaktadır ( $w_{ij} = 0, i = j$  olmak

---

<sup>3</sup> Bu konuda daha detaylı tartışma için: Anselin (1988), Anselin ve Bera (1998).



üzere).  $i \neq j$  için  $w_{ij} = 0$  ve  $w_{ij} = 1$  olması sırasıyla bölgeler arasında komşuluk olmadığını ve bölgeler arasında komşuluk olduğunu ifade etmektedir. Ağırlık matrisi  $W$  yorum ve işlem kolaylığı sağlaması için genellikle standartlaştırılarak kullanılmaktadır. Bu standartlaştırma satır (Satır toplamları 1'e eşit olacak şekilde) veya sütun (Sütun toplamları 1'e eşit olacak şekilde) standartlaştırılması olarak yapılabilmektedir. Standartlaştırılmış matristeki tüm elemanların toplamı ise  $N$  'i verecektir.

Uzaklığa göre oluşturulan mekânsal ağırlık matrisinde mekânsal etkileşimin artan uzaklıkla birlikte azaldığı varsayılmaktadır. Buna göre yakındaki bir bölgenin etkisi her zaman daha fazladır. Uzaklığa dayalı mekânsal ağırlık matrisinde uzaklıklar; güç fonksiyonu (power function), negatif üstel fonksiyona ve genel mekânsal ağırlıklara (Cliff-Ord Ağırlıkları) göre oluşturulabilir. Özellikle iktisadi çalışmalarda uzaklığa bağlı ağırlık matrisinin, ticaret akışları gibi iktisadi uzaklıklara dayanması önerilmektedir.

Mekânsal ekonometriye ilişkin bir diğer kavram; bağımlı değişken, bağımsız değişken ve hata terimi ile çarpılmasıyla mekânsal değişkenlerin oluşturulabilmesini sağlayan mekânsal gecikme işlemcisidir. Bu ise mekânsal otokorelasyonun farklı şekillerde modellenbilmesine imkân vermektedir. Ayrıca mekânsal ekonometride kullanılan gecikme işlemcisi komşu bölgelerdeki gözlemlerin ağırlıklandırılmış ortalamasını alarak çok yönlülük sorununun<sup>4</sup> çözülmesini sağlar (Anselin ve Bera, 1998: 245). Mekânsal gecikme birinci ya da daha yüksek mertebeden alınabilir. Örneğin bağımlı değişken  $Y$  için birinci mertebeden mekânsal gecikme  $LY$  şeklinde ifade edilmektedir. Bu ise  $WY$  olarak yani ağırlık matrisi ile bu değişkenin çarpımıyla hesaplanmaktadır. Genel olarak  $p$ . dereceden gecikme ise  $L^pY$  şeklinde gösterilir ve  $W^pY$  olarak hesaplanabilir.

## 2.2. Mekânsal Kesit Modelleri

Mekânsal modellemeye başlamadan önce ilk olarak mekânsal etkilerin var olup olmadığı araştırılmalıdır. Bunun için özel durumların dahil edilmediği yani mekânsal etkilerin bulunmadığı klasik doğrusal regresyon modelinden ya da tüm mekânsal etkileri içeren genel modelden yola çıkılabilir.

---

<sup>4</sup> Çok yönlülük sorununun nedeni mekânsal verilerin düzensiz –her birimin eşit sayıda komşusunun olmaması- ve çok yönlü olmasıdır.

İlk yaklaşımda mekânsal etkilerin bulunmadığı klasik doğrusal regresyon modeli üzerinden hareket edilir ve kıyas modeli olarak isimlendirilen bu modelin mekânsal etkileşim etkilerine göre genişletilip genişletilmeyeceğine karar verilir. Bu yaklaşım özelden genele ya da Hendry yaklaşımı olarak bilinmektedir (Elhorst, 2014: 7). Mekânsal etkilerin dâhil edilmediği doğrusal regresyon modeli (2.1)'deki gibi tanımlanmaktadır.

$$Y = \alpha \iota_N + X\beta + \varepsilon \quad (2.1)$$

(2.1) numaralı modelde  $N$  gözlem sayısını;  $Y$ ,  $N \times 1$  boyutlu bağımlı değişken vektörünü;  $\iota_N$ ,  $N \times K$  boyutlu birler vektörünü;  $\alpha$ ,  $N \times K$  boyutlu sabitler vektörünü;  $X$ ,  $N \times K$  boyutlu bağımsız değişkenler vektörünü;  $\beta$ ,  $N \times K$  boyutlu tahmin edilecek katsayılar vektörünü ve  $\varepsilon$ ,  $N \times K$  boyutlu hata terimleri vektörünü göstermektedir. Burada hata terimi  $\varepsilon$  'nun klasik regresyon varsayımlarını sağladığı varsayılmaktadır. Tanımlanan bu modelde mekânsal etkiler farklı şekillerde dahil edilerek anlamlılığına bakılır ve buna göre hangi mekânsal modelin uygun olacağına karar verilir.

Tüm mekânsal etkileri içeren genel modelden yola çıkılan ikinci yaklaşımda ise çeşitli kısıtlamalarla farklı mekânsal etkilerin bulunduğu mekânsal modeller elde edilir. Bu sürecin sonunda ise uygun mekânsal model bir takım testlerle tercih edilir.

Belirli bir bölgedeki gözlemin neden diğer bir bölge ya da bölgelerdeki gözlemlerle ilişkili olabileceğine dair üç farklı etkileşim etkisi türü vardır (Elhorst, 2014: 7):

**-İçsel etkileşim etkileri:** Belirli bir bölgenin bağımlı değişkeni diğer bölge ya da bölgelerin bağımlı değişkeniyle ilişkili olabilir. Örnek olarak bağımlı değişkenin değeri diğer bölgedeki ekonomik ajanlar tarafından belirlendiği durum verilebilir.

**-Dışsal etkileşim etkileri:** Belirli bir bölgedeki bağımlı değişken diğer bölgelerdeki açıklayıcı değişkene bağlı olabilir. Örneğin büyüme ve yakınsama literatüründe ekonomik büyüme değişkeni sadece başlangıç gelir düzeyi ekonominin sadece kendi tasarruf, nüfus büyümesi, teknolojik değişim ve aşınma (amortisman) oranlarına bağlı değil, komşu ekonomilerinde sözü edilen oranlarına bağlıdır.

**-Hata terimindeki etkileşim etkileri:** Hata terimindeki etkileşim etkileri içsel ve dışsal etkileşim etkilerinde olduğu gibi herhangi bir varsayım gerektirmemektedir.

Modele dahil edilmeyen ancak mekânsal olarak ilişkili bir durumu temsil etmektedir. Buna örnek olarak gözlenemeyen şoklar verilebilir.

$$Y = \delta WY + \alpha \iota_N + X\beta + WX\theta + u \quad (2.2)$$

$$u = \lambda Wu + \varepsilon$$

Bahsedilen tüm etkileşim etkilerini içeren model ise (2.2) numaralı eşitlikteki gibidir. Bu model *genel yuvalanmış model* ya da *Manski modeli* olarak adlandırılmaktadır. Bu modelde  $\delta$  mekânsal gecikmeli bağımlı değişken için mekânsal otoregresif parametre (SAR parametresi) olarak,  $\lambda$  ise mekânsal gecikmeli hatalar için mekânsal otoregresif katsayı (SEM parametresi) olarak isimlendirilmektedir.  $WY$  bağımlı değişkendeki içsel etkileşim etkilerini,  $WX$  bağımsız değişkendeki dışsal etkileşim etkilerini ve  $Wu$  ise farklı birimler arasındaki hata terimleri arasındaki etkileşim etkilerini göstermektedir.

**Tablo 1: Mekânsal Regresyon Modelleri**

Kısıt	Model Adı	Model
$\theta = 0$	SARAR(1,1) Modeli	$Y = \delta WY + \alpha \iota_N + X\beta + \lambda Wu + \varepsilon$
$\lambda = 0$	Mekânsal Durbin Modeli	$Y = \delta WY + \alpha \iota_N + X\beta + WX\theta + \varepsilon$
$\delta = 0$	Mekânsal Durbin Hata Modeli	$Y = \alpha \iota_N + X\beta + WX\theta + \lambda Wu + \varepsilon$
$\theta = 0, \lambda = 0$	Mekânsal Gecikme Modeli (SAR)	$Y = \delta WY + \alpha \iota_N + X\beta + \varepsilon$
$\lambda = 0, \delta = 0$	Mekânsal Gecikmeli Bağımlı Değişkenler Modeli (SLX)	$Y = \alpha \iota_N + X\beta + WX\theta + \varepsilon$
$\theta = 0, \delta = 0$	Mekânsal Hata Modeli (SEM)	$Y = \alpha \iota_N + X\beta + \lambda Wu + \varepsilon$
$\theta = 0, \delta = 0, \lambda = 0$	Klasik Doğrusal Regresyon Modeli	$Y = \alpha \iota_N + X\beta + \varepsilon$

**Kaynak:** Halleck Vega ve Elhorst (2012)

### 2.2.1. Mekânsal Etkilerin Varlığının Tespiti

Mekânsal regresyon modellerini kullanmaya başlanmadan önce cevaplanması gereken ilk soru mekânsal etkilerin var olup olmadığıdır. Eğer mekânsal etkiler yok ise geleneksel ekonometrik yöntemlerle modelleme ve tahmin sürecine devam edilebilir. Ancak modelde mekânsal etkiler söz konusu ise EKK (En Küçük Kareler)'nin

uygulanması durumunda tahminciler etkin olmayacağından dolayı etkilerin modele dahil edilmesi gereklidir. Klasik doğrusal regresyon modeli hata terimleri üzerinden bu mekânsal bağımlılığın tespiti için yapılabilecek olan Moran-I, Geary katsayısı, Cliff ve Ord istatistiği ile Lagrange çarpanı (LM) testleri mevcuttur. Bu testlerden LM testleri mekânsal bağımlılığın varlığını tespit etmesi dışında mekânsal bağımlılığın yapısı hakkında da bilgi verdiği için dolayı daha çok tercih edilmektedir.

Mekânsal otokorelasyonun ölçülmesi ve tespiti için kullanılan Moran-I testi başlarda klasik doğrusal regresyon modelinin kalıntılarına uygulansa da ilerleyen dönemlerde farklı modellerden elde edilen kalıntılar için genişletilmiştir. Test istatistiği (2.3)'teki gibi hesaplanmaktadır:

$$I = \frac{N}{S} \left( \frac{\varepsilon' W \varepsilon}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \quad (2.3)$$

Burada  $\varepsilon$  mekânsal etkilerin dâhil edilmediği doğrusal regresyon modelinden elde edilen kalıntıları,  $N$  gözlem sayısını ve  $S$  ise standartlaştırma faktörünü göstermektedir. Standartlaştırma faktörü ağırlık matrisinin tüm elemanlarının toplamı olarak ifade edilmektedir. Eğer kullanılan matris satır ya da sütun standartlaştırılması uygulanmış bir ağırlık matrisi ise matris elemanları toplamı  $N$  'ye eşit olacağı için  $N/S$  oranı 1'e eşit olacak ve istatistik şu hale gelecektir:

$$I = \left( \frac{\varepsilon' W \varepsilon}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \quad (2.4)$$

Standartlaştırılmış ağırlık matrisi kullanıldığı durumda  $I$  istatistiği -1 ile 1 arasında yer almaktadır. Moran-I istatistiğine ilişkin hipotezler ise şu şekildedir<sup>5</sup>:

$$H_0 : \rho = 0 \text{ (Mekânsal otokorelasyon yoktur.)}, H_A : \rho \neq 0$$

Bu sınamayı tek yönlü olarak da gerçekleştirebiliriz:

$$H_0 : \rho = 0, \quad H_A : \rho > 0 \text{ (Pozitif mekânsal otokorelasyon vardır.)}$$

---

<sup>5</sup>  $\rho$  mekânsal otokorelasyon katsayısını göstermektedir.

$H_0 : \rho = 0, \quad H_A : \rho < 0$  (Negatif mekânsal otokorelasyon vardır.)

Negatif otokorelasyonun test edildiği durum gerçek dünyada çok karşılaşılan bir durum olmadığı için genellikle dikkate alınmamaktadır. Hipotezlerin testi için elde edilen  $I$  istatistiği standartlaştırılarak  $Z$  tablo değeriyle karşılaştırılır. Bu standartlaştırma işlemi için gerekli olan  $I$  'ya ilişkin beklenen değer ve varyans  $M = I - X(X'X)^{-1}X'$  olmak üzere şu şekildedir:

$$E(I) = \frac{tr(MW)}{(N - K)}$$

$$Var(I) = \frac{tr(MWMMW') + tr(MWMMW) + [tr(MW)]^2}{(N - K)(N - K + 2)} - [E(I)]^2$$

Standartlaştırılan Moran-I istatistiği ise (2.5)'teki gibi elde edilecektir:

$$Z(I) = \frac{I - E(I)}{\sqrt{Var(I)}} \stackrel{asym}{\square} N(0,1) \quad (2.5)$$

Elde edilen bu değer standart normal dağılım tablosu ile kıyaslanarak hipotez sonucuna karar verilebilir. Burada hesaplanan  $I$  istatistiği,  $W\varepsilon$  'un  $\varepsilon$  üzerine regresyonu ile de elde edilebilmektedir. Bu eğrinin eğiminin sıfıra eşit olduğunun sınanması ise mekânsal bağımlılığın olmadığına sınanması anlamına gelmektedir (LeSage, 2008: 37). Ayrıca Anselin (1993) mekânsal otokorelasyonun belirlenmesi için yardımcı bir araç olarak Moran-I grafiğini önermiştir. Bu grafik temel olarak bir saçılım grafiğidir (scatter graph) ve bir değişken ile onun gecikmesi arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Dikey ekseninde değişkenin mekânsal gecikmesi, yatay ekseninde ise değişkenin kendisi yer almaktadır. Çizdirilen saçılım grafiği ile mekânsal bağımlılığın pozitif yönlü mü yoksa negatif yönlü mü olduğunu ortaya koymaktadır.

Mekânsal regresyon modelleri maksimum olabilirlik tahmincisiyle tahmin edildiklerinde mekânsal otoregresif katsayılara ilişkin çıkarımlar Wald, asimptotik t testi (asimptotik varyans kovaryans matrisi dolayısıyla) ya da olabilirlik oran (LR) testleriyle yapılabilmektedir. Tüm yöntemlerde de hipotez testi için başka bir kısıtlı modelin tahmin edilmesini zorunlu kılmaktadır. Buna karşı Lagrange Çarpanı (LM) ya da Rao Skor (RS)

testinde yalnızca hipotez altındaki modelin tahmin edilmesi yeterli olmaktadır. Ayrıca LM ve RS testleri mekânsal hata (SEM) ve mekânsal gecikme (SAR) modelleri arasından hangisinin seçileceğine dair fikir verebilmektedir (Anselin, 2001: 323-324).

LM testleri ile uygun modele karar verme süreci şu şekildedir; mekânsal gecikme modeli için LM testi (LM-Lag) anlamlı ve mekânsal hata modeli için LM testi (LM-Err) anlamsız ise bu durumda SAR modelinin seçilmesi uygun olacaktır. Eğer tersi durum söz konusu ise yani LM-Err testi anlamlı ve LM-Lag testi anlamsız ise SEM modelinin kullanımı uygun olacaktır. LM-Lag ve LM-Err testlerinin her ikisinin birden anlamlı olduğu durumlarda ise bu kez testlerin dirençli (robust) halleri olan dirençli LM-Lag (RLM-Lag) ve dirençli LM-Err (RLM-Err)'e göre karar verilecektir.

Anselin mekânsal bağımlılık ve değişkenlik için ortak bir test türetirken ortak LM testinin bilgi matrisindeki köşegen elemanlarının mekânsal olarak bağımlı ve sabit varyanslı olmadığını gözlemlemiştir. Oluşturulan ortak LM istatistiğinde bu sabit varyanslı olmayan kısım Breusch ve Pagan (1979) istatistiği ile özdeş olsa da mekânsal bağımlılığın bulunduğu kısım ayrıştırılamamaktadır (Anselin, 1996: 78). Karşılaşılan bu soruna karşı ise robust (dirençli) LM testlerinin kullanımı önerilmiştir.

Eğer RLM-Lag ve RLM-Err'nin ikisi birden anlamlı ise bu daha karmaşık bir modelleme gerekli olduğu anlamına gelecektir. Böyle bir durumda LM-Lag ve LM-Err testlerinden hangisi daha anlamlı ise ona göre karar verilebilir. Bunun için testlerin prob (olasılık) değerlerini kıyaslamak yeterli olacaktır.  $prob(LM - Lag) < prob(LM - Err)$  ise SAR modeli ve  $prob(LM - Err) < prob(LM - Lag)$  ise SEM modeli tercih edilebilir.

**1. Mekânsal Gecikme Modeli (SAR) için Lagrange Çarpanı Testi (LM-Lag):** Mekânsal Gecikme Modeli için Lagrange Çarpanı Testi ile mekânsal bağımlılığın bağımlı değişkenin gecikmesi olarak dahil edildiği SAR modelindeki mekânsal gecikme parametresinin ( $\delta$ ) sıfıra eşit olup olmadığı sınanmaktadır. Bahsi geçen SAR Modeli şu şekilde tanımlanabilir:

$$Y = \delta WY + \alpha I_N + X\beta + \varepsilon \quad (2.6)$$

$H_0 : \delta = 0$ ,  $H_A : \delta \neq 0$  olmak üzere  $H_0$  hipotezinin geçerli olması durumunda ise model şu hale indirgenecektir:

$$Y = \alpha \mathbf{1}_N + X\beta + \varepsilon \quad (2.7)$$

Aslında bu sınamada yapılan mekânsal gecikme modeline karşı mekânsal etkilerin olmadığı klasik doğrusal regresyon modelinin geçerli olduğunun sınanmasıdır.  $\hat{\beta}$  ve  $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$  sırasıyla SAR modelinin ML ile tahminiyle elde edilen katsayı ve varyansı,  $T = \text{tr}(W'W + WW)$ ,  $M = X(X'X)^{-1}X'$  ve  $Q = (WX\hat{\beta})'(I - M)(WX\hat{\beta}/\sigma_\varepsilon^2) + T$  olmak üzere olmak üzere test istatistiği (2.8)'deki gibi hesaplanabilir.

$$LM_{Lag} = N^2 / Q \left( \frac{\varepsilon'WY}{\varepsilon'\varepsilon} \right)^2 \square \chi_{(1)}^2 \quad (2.8)$$

Eğer test istatistiği kritik değerden büyük ise  $H_0: \delta = 0$  yani mekânsal bağımlılığın bağımlı değişkenin mekânsal gecikmesi şeklinde yer aldığı SAR modeli tercih edilmiş olur.

LM-Lag testinin dirençli versiyonu ise aşağıdaki gibidir:

$$RLM_{Lag} = \left( \frac{1}{Q - T} \right) \left[ \frac{N\varepsilon'WY}{\varepsilon'\varepsilon} - \frac{N\varepsilon'W\varepsilon}{\varepsilon'\varepsilon} \right]^2 \square \chi_{(1)}^2 \quad (2.9)$$

**2. Mekânsal Hata Modeli (SEM) için Lagrange Çarpımı Testi (LM-Err):** Mekânsal bağımlılık, bağımlı değişkenin mekânsal gecikmesi dışında hata teriminin içerisinde de modellenebilmektedir. Böyle bir durumda hata terimi  $\varepsilon = \lambda W\varepsilon + \nu$  yapısında olacaktır. Bu durumda ise mekânsal hata modeli (SEM) kullanılmaktadır. SEM modelinin geçerliliği ise mekânsal Hata Modeli için Lagrange Çarpımı Testi (LM-Err) ile sınanmaktadır. (2.10)'daki gibi bir SEM modeli tanımlansın.

$$Y = \alpha \mathbf{1}_N + X\beta + \lambda W\varepsilon + \varepsilon \quad (2.10)$$

LM-Err testinde sınanmak istenen  $\lambda$  'nın anlamlılığıdır. Eğer  $\lambda$  anlamlıysa SEM modelinin geçerli olduğu söylenebilir. Bu sınamanın hipotezleri  $H_0: \lambda = 0$ ,  $H_A: \lambda \neq 0$  olmak üzere test istatistiği aşağıdaki gibidir:

$$LM_{Err} = \left( N^2 / \text{tr}(W'W + WW) \right) \left[ \varepsilon'W\varepsilon / \varepsilon'\varepsilon \right]^2 \square \chi_{(1)}^2 \quad (2.11)$$

Test istatistiğinin  $\chi^2_{(1)}$  tablo değerinden büyük olması durumunda ise  $H_0 : \lambda = 0$  hipotezi reddedilebilir. Reddedilebilmesi durumunda ise mekânsal bağımlılığın hata terimi yardımıyla yani mekânsal hata modeli ile modellenmesi gerektiği sonucuna ulaşılabılır.

LM-Err testinin robust(dirençli) versiyonu  $T = tr(W'W + WW)$ ,  $M = X(X'X)^{-1}X'$  ve  $Q = (WX\hat{\beta})'(I - M)(WX\hat{\beta}/\sigma_\varepsilon^2) + T$  olmak üzere şu şekilde hesaplanabilmektedir:

$$RLM_{Err} = \frac{1}{T(1-TQ)^{-1}} \left[ \frac{N\varepsilon'W\varepsilon}{\varepsilon'\varepsilon} - TQ^{-1} \frac{N\varepsilon'WY}{\varepsilon'\varepsilon} \right]^2 \stackrel{asym}{\square} \chi^2_{(1)} \quad (2.12)$$

### 2.2.2. Mekânsal Kesit Modellerinin Tahmini

Çalışmanın bu kısmında önceki bölümlerde tanıtılan mekânsal kesit regresyon modellerinin tahmin yöntemlerinden bahsedilecektir.

#### 2.2.2.1. Mekânsal Gecikme Modelinin (SAR) Tahmini

Mekânsal Gecikme Modelinde (SAR) mekânsal gecikmeli değişken olan  $WY$  modelde açıklayıcı değişken olarak yer almaktadır. Bu modele göre bağımlı değişken olan  $Y$  'nin değeri diğer komşu bölgelerdeki  $Y$  'lerin düzeyine göre değişmektedir. Genel yuvalanmış model  $d=0$  ve  $q=0$  kısıtları altında SAR modeline dönüşecektir<sup>6</sup>. Bu model (2.13)'teki gibi tanımlansın:

$$Y = \delta WY + \alpha I_N + X\beta + \varepsilon \quad (2.13)$$

(2.13) numaralı modelde  $WY$  'nin önündeki  $\delta$  parametresi mekânsal gecikme parametresi olarak isimlendirilmektedir ve -1 ile 1 arasında yer almaktadır. Modeldeki hata terimi  $\varepsilon$  bağımsız ve özdeş dağılmıştır (*i.i.d.*). Bu modelde üç sorun ile karşılaşabilmektedir. İlk olarak zaman serisinde hata terimi, otokorelasyonun olmadığı durumlarda bağımlı değişkenin gecikmesi hata terimi ile ilişkisiz iken, mekânsal ekonometride hata terimi daima mekânsal gecikme terimi ile ilişkilidir. Diğer bir sorun ise bu hata teriminin sadece bir bölgenin hatalarıyla ilişkili olması dışında aynı zamanda diğer bölgelerinde hata terimleriyle ilişkili olmasıdır. Son olarak mekânsal etkilerin var

<sup>6</sup> Tablo 1.



olduğu durumda mekânsal gecikme teriminin modelde yer almaması dışlanmış değişken sorununa neden olacaktır. Bu durumda ise tahmin edilen klasik doğrusal regresyon modelinin parametreleri yanlı ve tutarsız olacaktır. Bahsedilen içsellik sorununa karşı SAR modelinin tahmini için EKK tahmincisi yerine maksimum olabilirlik (ML), araç değişkenler (IV), genelleştirilmiş momentler yöntemi (GMM) gibi tahmincilere başvurulmaktadır.

Çalışmanın bir sonraki alt bölümünde bu kapsamda SAR modelinin farklı tahmin yöntemleriyle tahmini ve tahminciler arasındaki farklılıklardan söz edilecektir.

### **2.2.2.1.1. SAR Modelinin Maksimum Olabilirlik (ML) ile Tahmini**

Maksimum olabilirlik yönteminde (ML) bilinmeyen bir parametre için gerçekte örnekleme değerleriyle anakütlede gözlemlenebilme olasılığı maksimum yapılmaya çalışılır. Bunun için önce olabilirlik fonksiyonu daha sonra ise logaritmik olabilirlik fonksiyonu hesaplanır, bilinmeyen parametrelere göre türev alınarak sıfıra eşitlenir ve denklemler eş anlı olarak çözümlenir. Böylece fonksiyonu maksimum yapan değer ya da değerler bulunmuş olur.

Mekânsal gecikme (SAR) modelinin maksimum olabilirlik yöntemi ile tahmini Ord (1975)'a dayanmaktadır. Maksimum olabilirlik yönteminde, olabilirlik fonksiyonunun modeldeki hatalar için normal bir dağılıma sahip olduğu noktasından hareket etmektedir. Yani  $u \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$  varsayımına dayanmaktadır.

Yukarıdaki belirtilen yaklaşımın dışında yoğunlaştırılmış olabilirlik fonksiyonu kullanılarak eş değer maksimum olabilirlik tahmini de elde etmek mümkündür. Bu sayede çok değişkenli bir optimizasyon problemi tek değişkenli bir optimizasyon problemine indirgenmekte ve işlem kolaylığı sağlamaktadır. Diğer bir avantajı ise etkin bir varyans-kovaryans matrisi sağlamasıdır. Davidson ve Mac Kinnon (1993) normal olabilirlik fonksiyonu ve yoğunlaştırılmış olabilirlik fonksiyonunun arasında hiçbir fark olmadığını göstermişlerdir (LeSage ve Pace, 2009: 47).

$\Omega$  matrisi  $\Omega = (I - \delta W)^{-1}(I - \delta W')^{-1} \lim_{x \rightarrow \infty}$  şeklinde tanımlandığında olabilirlik fonksiyonu (2.14)'teki gibi yazılabilecektir.

$$L(\sigma^2, \delta, \beta) = (2\pi)^{-n/2} (\sigma_\varepsilon^2)^{-n/2} |\Omega|^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} \left[ Y - (I - \delta W)^{-1} X \beta \right]' \Omega^{-1} \left[ Y - (I - \delta W)^{-1} X \beta \right] \right\} \quad (2.14)$$

Olabilirlik fonksiyonunun logaritması alınarak logaritmik olabilirlik fonksiyonu ise (2.15)'teki gibi elde edilecektir.

$$l(\sigma^2, \delta, \beta) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma_\varepsilon^2) + \ln |(I - \delta W)| - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} \left( (I - \delta W) Y - X \beta \right)' \left( (I - \delta W) Y - X \beta \right) \quad (2.15)$$

Aşağıdaki tanımlamalarla, (2.15)'teki logaritmik olabilirlik fonksiyonu  $\delta$  'nın bir fonksiyonu olarak yazılıp yoğun forma geçilebilir.  $\hat{\beta}_{ML}$  ile gösterilen katsayıların maksimum olabilirlik tahmincisi bilinmeyen  $\delta$  parametresine bağlıdır. Ayrıca  $\hat{\beta}_{ML}$ ,  $b_0$  ve  $b_L$  olmak üzere sırasıyla  $X$  'in  $Y$  ve  $WY$  'nin  $Y$  üzerine EKK ile tahmini olarak ayrılabilir:

$$b_0 = (X'X)^{-1} X'Y$$

$$b_L = (X'X)^{-1} X'WY$$

Tahmin edilen regresyonların kalıntıları aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$e_0 = Y - Xb_0$$

$$e_L = WY - Xb_L$$

Yukarıdaki denklemler (2.15)'te yerine konularak sadece yoğunlaştırılmış logaritmik olabilirlik fonksiyonu (2.16)'daki gibi bulunur:

$$l_C(Y | \delta) = \text{sabit} + \ln |(I - \delta W)| - \frac{n}{2} \ln \left( \frac{(e_0 - \delta e_L)'(e_0 - \delta e_L)}{n} \right) \quad (2.16)$$

Burada yoğunlaştırılmış logaritmik olabilirlik fonksiyonunu maksimum yapan  $\delta$  değerinin bulunması gereklidir. (2.16)'daki fonksiyon doğrusal olmadığından dolayı analitik çözümü bulunamayacağından maksimum noktası nümerik optimizasyon

yardımıyla bulunabilir. Ord (1975) logaritmik olabilirlik fonksiyonunun asıl halinde ve yoğun halinde  $\ln \left[ \prod_{i=1}^n (1 - \delta \varphi_i) \right] = \sum_{i=1}^n \ln(1 - \delta \varphi_i)$  şeklinde bulunan terimi, yapılan nümerik optimizasyon işleminde hesaplama kolaylığı için  $\ln |I - \delta W|$  şeklinde ifade etmiştir. Bu basitleştirmeyi yapmasının nedeni ise ağırlık matrisinin boyutunun büyük olduğu durumlarda bu terimin hesaplanmasının güçleşmesi olmuştur. Ayrıca  $\varphi$ , ağırlık matrisi olan  $W$  'nun öz değerini göstermek üzere, Ord (1975)  $\delta$  değerinin  $\{1/\varphi_{\min}, 1/\varphi_{\max}\}$  aralığında olacağını ispatlamıştır.

Adım genişliği seçilerek  $\delta$  'nın minimum değeri olan  $1/\varphi_{\min}$  'den başlanarak adım genişliği kadar artırım yapılır ve  $1/\varphi_{\max}$  'a ulaşılır. Bu aralıkta verilen  $\delta$  değerlerinden hangisi  $l_c(Y|\delta)$  fonksiyonunu maksimum yapıyor ise o optimum  $\delta$  değeri yani  $\hat{\delta}$  olarak seçilir. Son olarak bulunan  $\hat{\delta}$  değeri (2.17) ve (2.18)'de yerine koyularak maksimum olabilirlik tahmincisinin değeri bulunmuş olur.

$$\hat{\beta}_{ML} = b_0 - \hat{\delta} b_L \quad (2.17)$$

$$\hat{\sigma}_{ML}^2 = \frac{1}{n} (e_0 - \hat{\delta} e_L)' (e_0 - \hat{\delta} e_L) \quad (2.18)$$

Tahmin süreci şu şekilde özetlenebilir:

1. Regresyonlar tahmin edilir ve kalıntıları logaritmik olabilirlik fonksiyonun yoğun formunda kullanılmak üzere elde edilir,
2. Nümerik optimizasyon kullanılarak logaritmik olabilirlik fonksiyonun yoğun formunu maksimum yapan  $\delta$  değeri bulunur,
3. 2. Adımda elde edilen  $\delta$  'nın tahmin değeri  $\hat{\beta}_{ML}$  ve  $\hat{\sigma}_{ML}^2$  'de yerine koyularak süreç tamamlanır.

#### 2.2.2.1.2. SAR Modelinin Araç Değişkenler (IV) ile Tahmini

Mekânsal gecikme modelinde mekânsal gecikmeli değişken  $WY$  'nin açıklayıcı değişken olarak yer alması EKK ile tahminde içsellik sorununa neden olmaktadır. Bu

sorunla karşılaşıldığında ise  $WY$  için uygun araç değişken (IV) kullanımı ile bu sorun çözülebilmektedir.

$$Y = \delta WY + X\beta + u \quad (2.19)$$

Araç değişkenler (IV) yöntemi maksimumum olabilirlik yöntemi (ML) ile aynı asimptotik özelliklere sahip olmasının yanı sıra hesaplama bakımından daha kolaydır. Çünkü bahsedildiği üzere ağırlık matrisinin boyutları arttıkça maksimum olabilirlik yönteminde hesaplamalarda zorlaşmaktadır. Aynı zamanda çeşitli doğrusal olmayan optimizasyon yöntemleri gerekmektedir.

Kullanılacak olan araç değişkenler ( $Q$  matrisi ile gösterilmek üzere) açıklayıcı değişkenler ile güçlü bir korelasyona sahip olmalı ancak hata terimiyle asimptotik olarak korelasyona sahip olmamalıdır. İlk koşul kanonik korelasyon yaklaşımı gibi yaklaşımlar ile test edilebilir. İkinci koşulun yerine getirilmesi ise daha zordur ancak Wu-Hausman yaklaşımı ile sınanabilmektedir (Anselin, 1988: 82-85).

Araç değişkenler (IV) tahmincisinde en kritik nokta ise araç değişkenin seçimidir. Bu seçimin ise teorik bir temeli yoktur. Kelejian (2004) araç değişken olarak SAR modeli için  $[X \quad WX \quad \dots \quad W^g X]$  kullanılmasını önermiştir ( $g$  önceden belirlenen bir sabittir). Bu tahminci tutarlı bir tahmin verirken parametrenin etkinliği seçilen araç değişkene bağlıdır. Ayrıca araç değişkenler (IV) yöntemi küçük örneklerde istenilen sonuçları vermeyebilir (Anselin ve Bera, 1998: 259).

$Q$ ,  $P \times N$  boyutlu bir matristir ve bu matrisin boyutu  $Z$  matrisinin, değişkenler matrisi, boyutundan büyük olduğu için kesin çözüm elde edilemeyecektir. Ayrıca sonlu örneklerde araç değişken sayısının fazla olması çokludoğrusallık ve serbestlik derecesi problemlerini beraberinde getirecektir. (2.19)'daki SAR modeli için  $Q$ ,  $Z$  ve  $\kappa$  aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$Q = [X \quad WX \quad W^2 X]$$

$$Z = [WY \quad X]$$

$$\kappa = [\delta \quad \beta']'$$

Model (2.20)'deki biçimde yeniden yazılabilir:

$$Y = Z\kappa + u \quad (2.20)$$

Elde edilen bu model iki aşamalı en küçük kareler tahmincisi yöntemiyle iki aşamada tahmin edilebilir:

1.  $Z = Q\gamma + \eta$  modeli EKK ile tahmin edilir ve önce  $\hat{\gamma}$  daha sonra buradan hareketle  $\hat{Z}$  elde edilir:

$$\hat{\gamma} = (Q'Q)^{-1}Q'Z$$

$$\hat{Z} = Q\hat{\gamma} = Q(Q'Q)^{-1}Q'Z$$

2. İkinci aşamada ise  $Y = \hat{Z}\kappa + u$  modeli tahmin edilerek  $\hat{\kappa}_{2SLS}$ 'in değeri bulunur.

$$\hat{\kappa}_{2SLS} = (\hat{Z}'\hat{Z})^{-1}\hat{Z}'Y \text{ bulunur.}$$

Araç değişkenler yönteminin maksimum olabilirlik yöntemine göre avantajı ise hata terimi  $\varepsilon$ 'ların normal olarak dağıldığı varsayımını gerektirmemesi ve sadece  $\varepsilon_i \square i.i.d.(0, \sigma^2)$  varsayımının yeterli olmasıdır. Buna karşın araç değişkenler yöntemiyle tahmin sonucu SAR modelindeki  $\delta$  ve SEM modelindeki  $\lambda$  katsayısı parametre uzayının dışına çıkabilmektedir. Bu durum maksimum olabilirlik (ML) yönteminde söz konusu değildir çünkü bu katsayılar maksimum olabilirlik fonksiyonundaki Jacobian terimi sayesinde  $(1/r_{\min}, 1)$  aralığında sınırlandırılmaktadır.

### 2.2.2.2. Mekânsal Hata Modelinin (SEM) Tahmini

Mekânsal hata modelinde (SEM) mekânsal etkiler hata terimi yoluyla modele dahil edilir ve model aşağıdaki formda tanımlanır:

$$y = X\beta + u \quad (2.21)$$

$$u = \lambda Wu + \varepsilon \quad (2.22)$$

Burada  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$  ve  $\lambda$  -1 ile 1 arasında yer almaktadır.  $\lambda$  hata gecikmesi için mekânsal otopregresif katsayıdır.  $\varepsilon$  ise ilişkisiz ve sabit varyanslı hata terimidir. (2.22) numaralı denklem  $u$  için çözüldüğünde aşağıdaki ifade elde edilecektir:

$$(I - \lambda W)u = \varepsilon$$

$$u = (I - \lambda W)^{-1} \varepsilon$$

Bu dönüşümün ardından (2.21) numaralı model yeniden (2.23)'teki gibi yazılabilir.

$$y = X\beta + (I - \lambda W)^{-1} \varepsilon \quad (2.23)$$

Bu model SAR modeline göre daha az sorunludur. Çünkü sadece değişen varyans ve  $\lambda$  'nın doğrusal olmaması problemi vardır. Yani SAR modelinin EKK ile tahmininde olduğu gibi içsellik sorunu dolayısıyla yanlışlık ve tutarsızlık sorunu yoktur. Ancak elde edilen parametreler hala etkin değildir bu yüzden EKK tahmincisinden daha etkin sonuçlar verecek maksimum olabilirlik (ML) ve uygulanabilir genelleştirilmiş en küçük kareler (FGLS) tahmincileriyle tahmin yapılır.

Çalışmanın bu aşamasında SEM modelinin maksimum olabilirlik (ML) ve uygulanabilir genelleştirilmiş en küçük kareler (FGLS) tahmininden bahsedilecektir.

#### **2.2.2.2.1. SEM Modelinin Maksimum Olabilirlik (ML) ile Tahmini**

Mekânsal hata modelinin EKK ile tahmini durumunda tahminciler etkin değil ancak yansızdır. Bu nedenle daha etkin tahminciler elde edebilmek için farklı tahmin yöntemlerine başvurulmaktadır. Bunlardan ilki maksimum olabilirlik yöntemidir.

SEM modelinin maksimum olabilirlik (ML) ile tahmin aşamaları şu şekilde özetlenebilir:

1. Açıklayıcı değişkenlerin ( $X$  'lerin), bağımlı değişken ( $Y$ ) üzerine EKK ile tahmini yapılır.
2. İlk adımdaki tahmin edilen modelin kalıntıları çekilir.

**3. 2.** Adımdaki kalıntılarla olabilirlik fonksiyonun yoğun halini ( $l_C(Y | \lambda)$ ) maksimum yapan  $\lambda$  değeri nümerik optimizasyon yöntemi ile elde edilir. Bu adımda kullanılacak olan olabilirlik fonksiyonu, logaritmik olabilirlik fonksiyonu ve logaritmik olabilirlik yoğunluk fonksiyonun yoğunlaştırılmış şekli sırasıyla (2.24), (2.25) ve (2.26)'da verilmiştir.

$$L(\lambda, \sigma_\varepsilon^2, \beta) = (2\pi)^{-n/2} (\sigma_\varepsilon^2)^{-n/2} |\Omega|^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} (Y - X\beta)' \Omega^{-1} (Y - X\beta) \right\} \quad (2.14)$$

$$l(\lambda, \sigma_\varepsilon^2, \beta) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma_\varepsilon^2) + \ln |(I - \lambda W)| - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} (Y - X\beta)' \Omega(\lambda)^{-1} (Y - X\beta) \quad (2.25)$$

$$l_C(Y | \lambda) = \text{sabit} + \ln |(I - \lambda W)| - \frac{n}{2} \ln \left[ \frac{1}{n} e' \Omega(\lambda)^{-1} e \right] \quad (2.26)$$

**4.** Bir önceki adımda elde edilen  $\lambda$  aşağıdaki denklemlerde yerine konularak  $\hat{\beta}_{ML}(\lambda)$  ve yeni kalıntılar hesaplanır.

$$\Omega = (I - \lambda W)^{-1} (I - \lambda W')^{-1}$$

$$\Omega(\lambda)^{-1} = (I - \lambda W)' (I - \lambda W)$$

$$\hat{\beta}_{ML}(\lambda) = [X' \Omega(\lambda)^{-1} X]^{-1} X' \Omega(\lambda)^{-1} Y$$

**5.** Eğer yakınsama kriterine yaklaşırsa 6. adıma devam edilir. Yaklaşılmaz ise 3. Adıma geri dönlür.

**6.** Kalıntılar ve  $\lambda$  ile  $\hat{\sigma}_{ML}^2$  hesaplanır.

$$e = Y - X \hat{\beta}_{ML}(\lambda)$$

$$\hat{\sigma}_{ML}^2 = \frac{1}{n} e' \Omega(\lambda)^{-1} e$$

## 2.2.2.2.2. SEM Modelinin Uygulanabilir Genelleştirilmiş EKK (FGLS) ile Tahmini

Örnekleme sayısının fazla olduğu durumlarda maksimum olasılık tahmincisinin kullanımında ciddi hesaplama güçlükleri yaşanmaktadır. Ayrıca maksimum olasılık yöntemini kullanabilmek için kalıntıların normal dağıldığına dair varsayımda bulunmak gerekmektedir.

Kelejian ve Prucha (1998) büyük örneklerde de hesaplanması kolay bir yaklaşım olan uygulanabilir genelleştirilmiş EKK (FGLS)'yi önermiştir. SEM modeli şu (2.13)'teki gibi tanımlandığında mekânsal hata (SEM) modelinin uygulanabilir genelleştirilmiş en küçük kareler (FGLS) ile tahmin aşamaları şu şekilde özetlenebilir:

1.  $\beta$  'nın tutarlı bir tahmincisi olan  $\tilde{\beta}$  hesaplanır. Bu aşamada tahmin tek bir dışsal değişken varsa EKK, birden fazla içsel değişken var ise 2AEKK (İki Aşamalı En Küçük Kareler) ile yapılabilir<sup>7</sup>:

$$Y = X\beta + u$$

$$\tilde{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

2. Bir önceki adımdan  $u$  'ların tahmincisi olan  $\hat{u}$  hesaplanır:

$$u = Y - X\beta$$

$$\hat{u} = Y - X\tilde{\beta}$$

3.  $\lambda$  'nın tutarlı bir tahmincisi olan  $\hat{\lambda}$  bulunur:

Kelejian ve Prucha (1998) bu aşamada  $\hat{\lambda}$  'yı bulabilmek için genelleştirilmiş momentler yöntemini (GMM) önermişlerdir. GMM yöntemi; denklem sayısının parametre sayısından fazla olduğu durumlarda, parametreler örneklem moment denklemleriyle tahmin edilemiyorsa, parametreler için denklemlerin hata kareleri

---

<sup>7</sup> Kelejian ve Prucha (1998) yukarıdaki tahmincinin tutarlı olduğunu ispatlamışlardır.



toplamını minimum yapan bir tahminci bulunmasıdır. SEM modeli  $i$ . gözlem için aşağıdaki gibi yazılsın:

$$Y_i = X_i\beta + u_i$$

$$u_i = \lambda \sum_{j=1}^n w_{ij} u_j + \varepsilon_i$$

$\bar{u}_i$ ,  $\bar{\bar{u}}_i$  ve  $\bar{\varepsilon}_i$  aşağıdaki gibi tanımlansın:

$$\bar{u}_i = \sum_{j=1}^n w_{ij} u_j$$

$$\bar{\bar{u}}_i = \sum_{j=1}^n w_{ij} \bar{u}_j$$

$$\bar{\varepsilon}_i = \sum_{j=1}^n w_{ij} \varepsilon_j$$

Yapılan bu tanımlamalarla aşağıdaki ifadeler elde edilecektir:

$$u_i - \lambda \bar{u}_i = \varepsilon_i$$

$$\bar{u}_i - \lambda \bar{\bar{u}}_i = \bar{\varepsilon}_i$$

Kelejian ve Prucha (1998) ise aşağıda belirtilen üç moment koşuluna göre GMM ile tahmini gerçekleştirmişlerdir:

$$E\left(\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 / n\right) = \sigma_\varepsilon^2 \quad (2.27)$$

$$E\left(\sum_{i=1}^n \bar{\varepsilon}_i^2 / n\right) = \sigma_\varepsilon^2 \text{tr}\left(\frac{W'W}{n}\right) \quad (2.28)$$

$$E\left(\sum_{i=1}^n \bar{\varepsilon}_i \varepsilon_i / n\right) = 0 \quad (2.29)$$

Yapılan tüm tanımlamalar (2.27), (2.28) ve (2.29)'da yerine konulduğunda aşağıdaki ifadelere ulaşılabacaktır.

$$E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n(u_i - \lambda\bar{u}_i)^2\right) = \sigma_\varepsilon^2$$

$$E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n(\bar{u}_i - \lambda\bar{\bar{u}}_i)^2\right) = \sigma_\varepsilon^2 \text{tr}\left(\frac{W'W}{n}\right)$$

$$E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n(u_i - \lambda\bar{u}_i)(\bar{u}_i - \lambda\bar{\bar{u}}_i)\right) = 0$$

4. Dönüştürülmüş model ve varyans-kovaryans matrisi hesaplanır:

3. Adımda elde edilen  $\lambda$  'nın tutarlı bir tahmincisi olan  $\hat{\lambda}$  ile varyans matrisi hesaplanır:

$$\hat{\Omega} = (I - \hat{\lambda}W)^{-1}(I - \hat{\lambda}W')^{-1}$$

5. Son adımda ise 4. Adımda dönüştürülmüş olan model EKK ile tahmin edilir:

$$\hat{\beta}_{FGLS} = (X' \hat{\Omega}^{-1} X)^{-1} X' \hat{\Omega}^{-1} Y$$

$$\hat{\Omega} = (I - \hat{\lambda}W)^{-1}(I - \hat{\lambda}W')^{-1}$$

### 2.2.2.3. SARAR(1,1) Modelinin Tahmini

Bu çalışma kapsamında incelenecek olan son mekânsal model SARAR(1,1) modelidir. SARAR(1,1) modeli bağımlı değişkenin ve hata teriminin yalnızca birer mekânsal gecikmesinin olduğu modeli ifade etmektedir. Bu gecikmelerin arttırılması mümkündür ancak karmaşıklık yaratmaması için birer gecikmeyle sınırlandırılacaktır.

SARAR(1,1) modeli literatürde genel mekânsal model (general spatial model) isimlendirilmektedir. Bu model SAR ve SEM modellerindeki her iki etkiyi de içermektedir. Bu etkiler sırasıyla  $W_1$  ve  $W_2$  gibi farklı ağırlık matrisleriyle modellenebilmektedir.

$$Y = \delta W_1 Y + \alpha \iota_N + X \beta + u \quad (2.30)$$

$$u = \lambda W_2 u + \varepsilon$$

SARAR(1,1) modelinde herhangi bir teorik gerekçe olmamasına rağmen  $W_1 = W_2 = W$  olduğunu varsaymaktadır. Bu ise ciddi tanımlama sorunlarına neden olabilmektedir (Viton, 2010: 12). Yine de  $W_1 = W_2 = W$  varsayımıyla SARAR(1,1) modeli (2.31)'deki şekilde yazılabilir:

$$Y = \delta WY + X\beta + \lambda Wu + \varepsilon \quad (2.31)$$

Oluşturulan bu modelde iki temel tahmin problemi ile karşılaşılmaktadır. Bunlardan ilki aynı mekânsal gecikme modelinde olduğu gibi  $WY$  teriminin hata terimi ile ilişkili olması sonucu çıkan içsellik problemidir. Diğeri ise mekânsal hata modelinde olduğu gibi hata teriminde ortaya çıkan otokorelasyon sorunudur.

İlerleyen başlıklarda SARAR(1,1) modelinin sırasıyla maksimum olabilirlik, Genelleştirilmiş Mekânsal 2AEKK ve En İyi Uygulanabilir Genelleştirilmiş Mekânsal 2AEKK ile tahmin sürecinden bahsedilecektir.

### 2.2.2.3.1. SARAR(1,1) Modelinin Maksimum Olabilirlik (ML) ile Tahmini

SARAR(1,1) modelinin maksimum olabilirlik yöntemiyle tahmini için  $\Omega = (I - \delta W)^{-1}(I - \lambda W)^{-1}(I - \delta W)^{-1}(I - \lambda W)^{-1}$  olmak üzere  $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2 I)$  ve  $Y \sim N((I - \lambda W)^{-1} X\beta, \sigma_\varepsilon^2 \Omega)$  varsayımları gerekmektedir. Modelin olabilirlik, logaritmik olabilirlik ve dönüştürülmüş logaritmik olabilirlik fonksiyonları sırasıyla ise (2.32), (2.33) ve (2.34)'te tanımlanmıştır.

$$L(\sigma^2, \delta, \lambda, \beta) = (2\pi)^{-n/2} (\sigma_\varepsilon^2)^{-n/2} |\Omega|^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} \left[ Y - (I - \delta W)^{-1} X\beta \right]' \Omega^{-1} \left[ Y - (I - \delta W)^{-1} X\beta \right] \right\} \quad (2.32)$$

$$l(\sigma^2, \delta, \lambda, \beta) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma_\varepsilon^2) + \ln |(I - \delta W)| + \ln |(I - \lambda W)| - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} \left( (I - \lambda W)(Y - X\beta - \delta WY) \right)' \left( (I - \lambda W)(Y - X\beta - \delta WY) \right) \quad (2.33)$$

$Y^* = (I - \lambda W)Y$  ve  $X^* = (I - \lambda W)X$  olarak Cochrane-Orcutt dönüşümü uygulandığında (2.33) yeniden aşağıdaki gibi yazılabilecektir.

$$l(\sigma^2, \delta, \lambda, \beta) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma_\varepsilon^2) + \ln|(I - \delta W)| + \ln|(I - \lambda W)| - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} (Y^* - X^* \beta - \delta W Y^*)' (Y^* - X^* \beta - \delta W Y^*) \quad (2.34)$$

Bu adımdan sonra tahmin süreci mekânsal gecikme ve mekânsal hata modellerinin maksimum olabilirlik yöntemi ile tahmin aşamaları ile aynıdır. Bu yüzden devam eden adımlar verilmeyecektir.

SARAR(1,1) modelinin maksimum olabilirlik yöntemi ile tahmin edilmesi diğer modellerde olduğu gibi büyük örneklerde oldukça zordur. Özellikle büyük örneklerde logaritmik olabilirlik fonksiyonundaki  $\ln|(I - \delta W)|$  ve  $\ln|(I - \lambda W)|$  terimlerinin hesaplanması oldukça güçtür. Bu güçlüğü dışında maksimum olabilirlik tahmincisi tutarlı ve asimptotik olarak normal dağılım göstermek zorundadır (Kelejian ve Prucha, 1998: 120).

Tüm bu nedenlerden dolayı Kelejian ve Prucha (1998) iki aşamalı en küçük kareler yönteminin mekânsal versiyonu olan geliştirilmiş mekânsal 2AEKK (GS2SLS) tahmincisini önermişlerdir.

#### **2.2.2.3.2. SARAR(1,1) Modelinin Geliştirilmiş Mekânsal 2AEKK (GS2SLS) ile Tahmini**

Bağımlı değişkenin ve hata teriminin mekânsal gecikmesinin bulunduğu SARAR(1,1) modelinin maksimum olabilirlik ile tahmininde karşılaşılan sorunların üstesinden gelebilmek için Kelejian ve Prucha (1998) büyük örneklerde de hesaplaması oldukça basit geliştirilmiş mekânsal iki aşamalı en küçük kareler (GS2SLS) tahmincisini önermişlerdir.

Bu tahminci maksimum olabilirlik tahmincisi gibi hata teriminin normal dağıldığı varsayımına gerek duymamaktadır (Kelejian ve Prucha, 1998: 110). GS2SLS tahmincisi iki aşamalı en küçük kareler (2SLS) tahmincisinin mekânsal gecikmeli bağımlı değişken için geliştirilmiş halidir. Aynı zamanda hata terimindeki mekânsal otokorelasyonu dikkate almak için geliştirilmiş momentler yöntemi (GMM) tahmincisinden de yararlanmaktadır.

Genelleştirilmiş mekânsal 2AEKK (GS2SLS) tahmincisi ile tahmin süreci aşağıdaki gibidir:

1. (2.31)'deki model mekânsal gecikme modelinde (SAR) olduğu gibi  $Q = [X \quad WX \quad W^2X]$  araç değişkenleri kullanılarak iki aşamalı en küçük kareler (2SLS) ile tahmin edilir. Buradan elde edilen  $\tilde{\delta}$  ve  $\tilde{\beta}$  tutarlı tahmincilerdir.

2. İki aşamalı en küçük kareler (2SLS) tahmincisinden bir önceki adımda elde edilen kalıntılar kullanılarak Kelejian ve Prucha (1998)'nin önerdiği genelleştirilmiş momentler yöntemiyle (GMM)  $\lambda$  'nın tutarlı tahmincisi  $\tilde{\lambda}$  tahmin edilir. Bu aşamada GMM için gerekli olan moment koşulları mekânsal hata modelinin (SEM) moment koşuluyla aynıdır. Kalıntılar (2.35)'teki gibi hesaplandığında  $\hat{u} = W\hat{u}$  ve  $\hat{\tilde{u}} = W^2\hat{u}$  olarak tanımlanabilir.

$$\hat{u} = Y - \tilde{\delta}WY - X\tilde{\beta} \quad (2.35)$$

3. Model mekânsal otokorelasyon yapısının dikkate alındığı Cochrane-Orcutt dönüşümünden sonra önceki adımda elde edilen  $\tilde{\lambda}$  denklemde yerine konur:

$$(I - \tilde{\lambda}W)Y = (I - \tilde{\lambda}W)(\delta WY + X\beta) + \varepsilon$$

(2.31)'deki modelin ilk bölümü düzenleyerek şu şekilde yeniden yazılabilir:

$$Y^* = \delta WY^* + X^*\beta + \varepsilon$$

4.  $\tilde{\lambda}$  'nın yerine konmasıyla bir önceki adımda dönüştürülen model  $\tilde{\delta}$  'nın tahmin edilebilmesi için içsellik sorununa karşı araç değişkenler kullanır.

Tahmin edilecek olan katsayılardan oluşan katsayılar matrisi  $\kappa = [\delta \quad \beta']$  ve açıklayıcı değişkenler matrisi  $Z = [WY \quad X]$  olarak tanımlandığında  $Z^*$  aşağıdaki gibi elde edilecektir.

$$Z^* = (I - \hat{\lambda}W)Z$$

Tüm bu tanımlamalardan sonra (2.31)'deki düzenlenip dönüştürülmüş model kısaca şu şekilde yazılabilir:

$$Y^* = Z^* \kappa + \varepsilon$$

Elde edilen bu model araç değişkenler yardımıyla tahmin edilebilir. Modelin tahmini için kullanılan araç değişkenler  $X^*$ ,  $WX^*$  ve  $W^2X^*$  sırasıyla aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$X^* = (I - \tilde{\lambda}W)X$$

$$WX^* = (I - \tilde{\lambda}W)WX$$

$$W^2X^* = W^2(I - \tilde{\lambda}W)X$$

Tanımlanan araç değişkenler  $Q = [X^* \quad WX^* \quad W^2X^*]$  olarak tek bir matriste toplanabilir. İlk aşamada açıklayıcı değişkenler ve araç değişkenler arasındaki regresyon modeli tahmin edilir:

$$\hat{Z}^* = Q(Q'Q)^{-1}Q'Z^*$$

Bir sonraki aşamada ise elde edilen tahmin değerleriyle katsayıların tamamı tahmin edilecektir:

$$\tilde{\kappa}_{GS2SLS} = \left( \hat{Z}^{*'} \hat{Z}^* \right)^{-1} \hat{Z}^{*'} Y^* = \begin{bmatrix} \tilde{\delta} & \tilde{\beta}' \end{bmatrix}'$$

Katsayılara ilişkin varyans kovaryans matrisi  $\sigma_\varepsilon^2 \left( \hat{Z}^{*'} \hat{Z}^* \right)^{-1}$  şeklinde hesaplanabilir. Elde edilen mekânsal genelleştirilmiş 2AEKK (GS2SLS) tahmincisi tutarlı ancak asimptotik olarak tam etkin bir tahminci değildir. Bunun için Lee (2003)  $\bar{Z}^*$ 'ı (2.36)'daki gibi tanımlayarak en iyi uygulanabilir genelleştirilmiş mekânsal 2AEKK'yi (BFG2SLS) önermiştir.

$$\bar{Z}^* = (I - \tilde{\lambda}W) \begin{bmatrix} X & W(I - \tilde{\lambda}W)^{-1} X \tilde{\beta} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Bu tanımlamayla birlikte parametrelerin en iyi uygulanabilir genelleştirilmiş 2AEKK tahmincisi aşağıdaki gibi tahmin edilecektir.

$$\hat{\kappa}_{BFGS2SLS} = \left[ \bar{Z}' \bar{Z}^* \right] \bar{Z}' Y^*$$

### 2.3. Panel Veri ve Mekânsal Panel Veri Modelleri

Araştırmacıların son yıllarda veri setlerine daha rahat ulaşabilmesiyle birlikte kesit ve zaman serisi verileriyle tahmin edilen modeller yerini panel veri modellerine bırakmıştır. Ardından ise yatay kesit ve zaman serisi için geliştirilen ekonometrik modeller panel veriye adapte edilmiştir.

Panel veri, kesit gözlemlerinin zaman periyodunda birkaç kez tekrar etmesiyle oluşan veri türüdür. Eğer her bir kesitte eşit sayıda gözlem varsa bu dengeli farklı sayıda gözlem var ise dengesiz panel olarak isimlendirilmektedir. Panel veri ile çalışmanın bazı avantajları ise şu şekilde sıralanabilir (Baltagi, 2008: 6-11):

- Model parametreleri ile ilgili daha doğru çıkarım yapılabilmesini sağlar. Çünkü hem yatay kesit hem de zaman serisi verilerine göre daha fazla serbestlik derecesi içermektedir. Böylece ekonometrik tahminlerin etkinliğini arttırmaktadır,
- Karmaşık insan davranışlarının tespit edilebilmesi için yatay kesit ve zaman serisi veri türlerine göre daha fazla bilgi içermektedir,
- Dışlanmış ya da unutulmuş değişkenlerin yol açabileceği etkilerini kontrol altında tutar,
- Hesaplamayı ve istatistiksel çıkarımı kolaylaştırır. Panel veri yatay kesit boyutu ve zaman serisi boyutu olmak üzere en az iki boyutu birden içermektedir. Normal şartlar altında panel veri tahminlerinin hesaplanmasının oldukça zor olması beklense de hesaplamayı kolaylaştırmaktadır,
- Kesit ve zaman serisi verileriyle modellenemeyen karmaşık hipotezlerin daha kolay modellenebilmesini sağlar.

Dolayısıyla yukarıda bahsedilen panel veri modellerine ilişkin özellikler mekânsal panel veri modelleri için de geçerlidir. Başlarda sadece yatay kesit verilerindeki mekânsal bağımlılık ile ilgilenen mekânsal ekonometri son dönemlerde panel verideki mekânsal bağımlılıkla da ilgilenmeye başlamıştır. Mekânsal panel veri modelleri ilgilenilen zaman boyunca mekânsal birimler arasındaki mekânsal etkileşimi modellemektedir. Birimler arasındaki tüm bu etkileşim ise mekânsal kesit modellerinde olduğu gibi mekânsal ağırlık

matrisi ile temsil edilebilir. Kullanılan mekânsal ağırlık matrisinin tüm özellikleri mekânsal kesit modellerindeki ağırlık matrisiyle aynıdır.

Mekânsal kesit modellerinde bahsedilen genel yuvalanmış model panel veri için genişletilebilir ve çeşitli kısıtlar koyularak mekânsal ilişkinin farklı şekillerde modellenebileceği farklı modeller türetilebilir. Elhorst (2003) panel sabit ve rassal etkiler modellerini maksimum olabilirlik (ML) tahmini altında hem mekânsal hata hem de mekânsal gecikme modeli için genişletmiştir.

### **2.3.1. Mekânsal Panel Veri Modelleri**

Mekânsal ilişki yatay kesitin dışında panel veri içinde incelenebilmektedir. Panel veri modellerine bağımlı değişkenin mekânsal gecikmesi ya da mekânsal bağımlılığın bulunduğu hata terimi veya her ikisi birden eklenebilir. Böylece yatay kesit için bahsedilen mekânsal gecikme ve mekânsal hata modeli panel veri için genişletilmiş olacaktır. Mekânsal kesit veri modellerinin tahmininde kullanılan yöntemler mekânsal panel veri modelleri için de kullanılabilir. Bu modellerin tahmininde karşılaşılan sorunlar sırasıyla mekânsal gecikme modelindeki içsellik sorunu ve mekânsal hata modelindeki hata teriminin gerekli varsayımları sağlayamaması dolayısıyla varyans kovaryans matrisinin yeniden hesaplanması sorunudur. Karşılaşılan sorunlara karşı literatürde maksimum olabilirlik ve momentler yöntemine dayalı tahminciler önerilmektedir.

#### **2.3.1.1. Maksimum Olabilirlik Yöntemi İle Tahmin**

Mekânsal kesit regresyon modellerinde olduğu gibi mekânsal panel veri regresyon modellerinin de tahmin edilmesi için farklı tahmin yöntemleri bulunmaktadır. Çalışmanın bu bölümünde mekânsal panel regresyon modelleri için tahmin süreçlerinden bahsedilecektir.

##### **2.3.1.1.1. Sabit Etkili Mekânsal Gecikme Modeli**

Mekânsal kesit modellerini panel veriye uyarlamak için gibi sabit etkiler modelinin sağ kısmına bağımlı değişkenin mekânsal gecikmesi eklenir. Bu durumda ise iki ciddi sorunla karşılaşılır. Bunlardan ilki klasik regresyon modelinde açıklayıcı değişken ile hata teriminin ilişkisiz olduğunu söyleyen içsellik olmadığı varsayımının çiğnenmesidir. Diğer bir sorun ise gözlemler arasında zamanın her noktasında bulunan



mekânsal bağımlılığın sabit etkiler modelinin tahminini etkileyecek olmasıdır. Sabit etkili mekânsal gecikme modeli (2.37)'deki gibi yazılabilir.

$$y = \delta(I_T \otimes W_N)y + (I_T \otimes I_N)\mu + X\beta + \varepsilon \quad (2.37)$$

Bu modelde  $\delta$  mekânsal gecikme terimi,  $W_N$  mekânsal ağırlık matrisi,  $I_N$   $N \times N$  boyutlu birim matris,  $I_T$  ise birler matrisidir. Modelin tahmini için içsellik sorunu nedeniyle  $\varepsilon_i \square N(0, \sigma_\varepsilon^2)$  varsayımı ile birlikte maksimum olabilirlik tahmincisi kullanılabilir.

Elhorst (2003) yatay kesit için geliştirilen mekânsal gecikme modelini panel veri için genişletmiştir. Modelin tahmin süreci ise öncelikle  $\mu$  'lerin modelden arındırılarak modelin dönüştürülmesi ile başlamakta ve maksimum olabilirlik yöntemi ile tahminiyle devam etmektedir. Bahsedilen dönüştürme işlemi aynı yatay kesit mekânsal modellerinde olduğu gibi yatay kesitlerin zamana göre ortalamalarının alınıp değişkenlerden çıkartılmasıyla elde edilmektedir. Dönüşüm için gerekli olan tanımlamalar (2.38), (2.39) ve (2.40)'ta yapılmıştır.

$$J_T = I_T I_T' \quad (2.38)$$

$$Q_1 = \frac{J_T}{T} \otimes I_N \quad (2.39)$$

$$Q_0 = \left( I_T - \frac{J_T}{T} \right) \quad (2.40)$$

Tanımlamalardan yola çıkarak dönüşüm ise şu şekilde yapılmaktadır:  $y^* = Q_0 y$ ,  $X^* = Q_0 X$  ve  $\varepsilon^* = Q_0 \varepsilon$ . Bu dönüşümler uygulandığında model aşağıdaki hale gelecektir:

$$y^* = \delta(I_T \otimes W_N)y^* + X^*\beta + \varepsilon^* \quad (2.41)$$

Dönüştürülen model için logaritmik olabilirlik fonksiyonu (2.42)'de tanımlanmıştır.

$$L = -\frac{NT}{2} \ln(2\pi\sigma_\varepsilon^2) + T \ln|I_N - \delta W_N| - \frac{NT}{2\sigma_\varepsilon^2} e'e \quad (2.42)$$

Burada  $e = y - \delta(I_T \otimes W_N)y - X\beta$  olarak hesaplanabilir ve  $\ln|I_N - \delta W_N|$  ise içsellik sorununu dikkate alan Jakobyen determinantıdır. Elhorst (2014) maksimum olabilirlik tahmininde maksimizasyon işlemi için olabilirlik fonksiyonunun yoğunlaştırılmış formunun kullanılmasını önermiştir.

$$L = C + T \ln|I_N - \delta W_N| - \frac{NT}{2} \ln \left[ (e_0^* - \delta e_1^*)' (e_0^* - \delta e_1^*) \right] \quad (2.40)$$

Yoğunlaştırılmış olabilirlik fonksiyonundaki  $e_0^*$  ve  $e_1^*$  sırasıyla  $Y^*$  'ın  $X^*$  üzerine ve  $(I_N \otimes W_N)Y^*$  'ın  $X^*$  üzerine regresyonundan elde edilen kalıntılardır. Ayrıca  $b_0$  ve  $b_1$  tahmin edilen regresyonlara ait eğim katsayılarıdır.  $C$  ise  $\delta$  'dan bağımsız bir sabittir.

Aynı yatay kesit mekânsal modellerde olduğu gibi burada  $\delta$  ancak nümerik optimizasyon yardımıyla tahmin edilebilir.  $\delta$  tahmin edildikten sonra ise (2.41) ve (2.42)'de yerine konularak  $\beta$  ve  $\sigma_\varepsilon^2$  bulunur:

$$\beta = b_0 - \delta b_1 = (X^{*'} X^*)^{-1} X^{*'} [Y^* - \delta(I_T \otimes W)Y^*] \quad (2.41)$$

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{1}{NT} (e_0^* - \delta e_1^*)' (e_0^* - \delta e_1^*) \quad (2.42)$$

Model için asimptotik varyans kovaryans matrisi  $\tilde{W} = W(I_N - \delta W)^{-1}$  olmak üzere şu şekildedir (Elhorst (2003)):

$$AsymVar(\beta, \delta, \sigma_\varepsilon^2) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} X^{*'} X^* & \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} X^{*'} (I_T \otimes \tilde{W}) X^* \beta \\ \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} \beta' X^{*'} (I_T \otimes \tilde{W}' \tilde{W}) X^* \beta + Ttr(\tilde{W}' \tilde{W} + \tilde{W}' \tilde{W}) & \\ \frac{T}{\sigma_\varepsilon^2} tr(\tilde{W}) & \frac{NT}{2\sigma_\varepsilon^4} \end{bmatrix}$$

Modelin dönüştürülmesi sırasında modelden düşen bireysel etkiler ise şu şekilde hesaplanabilir:

$$\mu_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( y_{it} - \delta \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{it} - x_{it} \beta \right)$$

### 2.3.1.1.2. Sabit Etkili Mekânsal Hata Modeli

Mekânsal gecikme modelinin tersine mekânsal hata modeli mekânsal ya da sosyal etkileşimle ilgili herhangi bir varsayım gerektirmemektedir ancak burada hata terimleri varsayımları sağlamadığından dolayı özel bir varyans kovaryans yapısı söz konusudur. Kısıtlanmamış bir varyans kovaryans matrisinde  $t$  zamanında  $N \times (N-1)/2$  tane parametre bulunmaktadır. Bu parametrelerin tahmin edilebilmesi için  $N$  'in küçük,  $T$  'nin ise büyük olması ve sabit olduğu varsayımı yapılması gerekmektedir.

Bu modellemenin yapılabilmesi için doğrudan temsil (direct representation), mekânsal hata süreci (spatial error process), mekânsal hata bileşenler (spatial error components) ve ortak faktör modelleri (common factor models) olmak üzere dört temel yaklaşım<sup>8</sup> vardır (Anselin, 2008: 632). Bu çalışmada kullanılan yaklaşım mekânsal hata süreci (spatial error process) yaklaşımıdır. Yaklaşım temel olarak bir bölge ve komşuları arasındaki biçimsel ilişkiyi mekânsal ağırlık matrisi ile ele almaktadır.

Yatay kesit için mekânsal hata modelinin maksimum olabilirlik yöntemi ile tahmini Anselin ve Hudak (1992) tarafından ayrıntılı bir biçimde incelenmiştir. Mekânsal gecikme modelinde olduğu gibi mekânsal hata modelini de sabit etkili model için “sabit etkili mekânsal hata modeli” olarak genişletilebilir. (2.44) numaralı eşitlik (2.43)’te yerine konulduğunda sabit etkili mekânsal hata modeli (2.45)’teki gibi elde edilir.

$$y = (I_T \otimes I_N) \mu + X \beta + u \quad (2.43)$$

$$u = \lambda (I_T \otimes W_N) u + \varepsilon \quad (2.44)$$

$$y = (I_T \otimes I_N) \mu + X \beta + \lambda (I_T \otimes W_N) u + \varepsilon \quad (2.45)$$

Modelin maksimum olabilirlik yöntemi ile tahmini sabit etkili mekânsal gecikme modeline benzer şekilde yoğunlaştırılmış olabilirlik fonksiyonu kullanılarak yapılmaktadır. Ancak bunun için iteratif bir yöntem kullanılır. Bu iteratif yöntem göre

<sup>8</sup> Yaklaşımların detaylı olarak anlatımı için Anselin (2006).

ise maksimum olabilirlik ve genelleştirilmiş en küçük kareler tahminleri yakınsama kriterini sağladığında süreç tamamlanmış olacaktır (Millo ve Piras, 2012: 12).

(2.41)'deki dönüştürülmüş modelden elde edilen EKK kalıntıları  $\lambda$  'nın ön tahmini için kullanılır Bunun için öncelikle tanımlanan sabit etkili mekânsal hata modeli aynı sabit etkili mekânsal hata modelinde olduğu gibi sabit etkilerden arındırılacak şekilde dönüştürülmelidir. Model için logaritmik olabilirlik fonksiyonu  $e = y - X\beta$  ve  $B_N = (I_N - \lambda W)$  olmak üzere (2.46)'daki gibi yazılabilir.

$$L = -\frac{NT}{2} \ln(2\pi\sigma_\varepsilon^2) + T \ln|B_N| - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} e' \left( I_T \otimes (B_N' B_N) \right) e \quad (2.46)$$

Logaritmik olabilirlik fonksiyonunda  $\lambda$  veri iken  $\beta$  ve  $\sigma_\varepsilon^2$  'nin tahminçileri ise sırasıyla (2.47) ve (2.48) ile hesaplanabilir.

$$\beta = \left[ X' \left( I_T \otimes B_N' B_N \right) X \right]^{-1} X' \left( I_T \otimes B_N' B_N \right) Y \quad (2.47)$$

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{e(\lambda)' e(\lambda)}{NT} \quad (2.48)$$

Hata varyansı hesaplanırken kullanılan  $\lambda$  'ya bağlı kalıntılar ise  $e(\lambda) = Y^* - \lambda(I_T \otimes W)Y^* - [X^* - \lambda(I_T \otimes W)X^*]\beta$  olarak hesaplanabilir.  $e(\lambda)$  (2.46)'daki logaritmik olabilirlik fonksiyonunda yerine koyulduğunda ise yoğun form (2.49)'daki gibi elde edilmiş olur.

$$\text{Log}L = -\frac{NT}{2} \log \left( e(\lambda)' e(\lambda) \right) + T \ln|B_N| \quad (2.49)$$

Logaritmik olabilirlik fonksiyonunun  $\lambda$  'ya göre maksimizasyonu  $\lambda$  'nın maksimum olabilirlik tahminçisini verecektir.  $\tilde{W} = W(I_N - \lambda W)^{-1}$  olmak üzere  $\beta$ ,  $\lambda$  ve  $\sigma_\varepsilon^2$  'ye ilişkin asimptotik varyans kovaryans matrisi aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$AsymVar(\beta, \rho, \sigma_\varepsilon^2) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} X' X^* & & & \\ 0 & T^* tr(\tilde{W}\tilde{W} + \tilde{W}'\tilde{W}) & & \\ 0 & \frac{T}{\sigma_\varepsilon^2} tr(\tilde{W}) & & \frac{NT}{2\sigma_\varepsilon^4} \end{bmatrix}$$

Modelin dönüşümü sırasında kaybolan sabit etkiler ise (2.50) yardımıyla hesaplanabilir.

$$\mu_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_{it} - x_{it}\beta) \quad (2.50)$$

### 2.3.1.1.3. Rassal Etkili Mekânsal Gecikme Modeli

Eğer yatay kesit etkilerinin sabit olduğu varsayımı yerine rassal olduğu varsayımı yapılırsa mekânsal gecikme modelinin logaritmik olabilirlik fonksiyonu sabit etkili mekânsal gecikme modeline benzer olarak şöyle olacaktır:

$$\begin{aligned} LogL = & -\frac{NT}{2} \log(2\pi\sigma^2) + T \log|I_N - \delta W| + \frac{N}{2} \log \phi^2 \\ & - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left( y_{it}^* - \delta \left[ \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} \right]^* - x_{it}^* \beta \right)^2 \end{aligned} \quad (2.51)$$

Burada  $y_{it}^* = y_{it} - (1-\phi) \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{it}$  ve  $x_{it}^* = x_{it} - (1-\phi) \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{it}$  olarak

hesaplanmaktadır. Görüleceği gibi  $\phi = 0$  olmasıyla model sabit etkili modele indirgenecektir.

$\beta$ ,  $\delta$  ve  $\sigma^2$  veri iken  $\phi$  'nin tahmini yoğunlaştırılmış maksimum olabilirlik fonksiyonu ile yapılır ardından bu adımdan elde edilen  $\phi$  'nin yardımıyla parametreler tahmin edilir. Kullanılacak olan yoğunlaştırılmış logaritmik maksimum olabilirlik fonksiyonu (2.52)'deki gibidir.

$$LogL = -\frac{NT}{2} \log \left[ e(\phi)' e(\phi) \right] + \frac{N}{2} \log(\phi^2) \quad (2.52)$$

Asimptotik varyans matrisi aşağıdaki gibi hesaplanabilir:



$$\log|V| = \sum_{i=1}^N \log \left[ T\phi + \frac{1}{(1-\lambda\omega_i)^2} \right]$$

Yukarıdaki tanımdan yola çıkarak değişkenler aşağıdaki gibi dönüştürülebilir:

$$y_{it}^{\circ} = y_{it} - \lambda \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} + \sum_{j=1}^N \left\{ \left[ p_{ij} - (1-\lambda w_{ij}) \right] \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{it} \right\}$$

Dönüşümün aynısı  $x_{it}$  'ler içinde yapılabilir. Burada  $p_{ij}$ ,  $N \times N$  boyutlu  $P$  matrisinin bir elemanıdır.  $P$  matrisi ise  $P'P = V^{-1}$  olarak tanımlanmasının dışında  $V^{-1}$  'nin üst üçgen Cholesky ayrışması olarak  $\Lambda$   $N \times N$  boyutu matris olmak üzere;  $P = \Lambda^{-1/2}R$  şeklinde yazılabilir. Tanımlanan  $R = (r_1, \dots, r_N)$  matrisi ( $N \times N$ ) boyutlu  $i$ . sütunu  $r_i$  gibi  $V$  'nin bir karakteristik vektörüdür.  $V$  'nin karakteristik vektörü ağırlık matrisi  $W$  'nunki ile aynıdır (Elhorst, 2003: 253).

Tüm bu matris tanımlamalarından sonra logaritmik olabilirlik fonksiyonu  $e^{\circ} = Y^{\circ} - X^{\circ}\beta$  olmak üzere yeniden (2.54)'teki gibi tanımlanabilir.

$$\text{Log}L = -\frac{NT}{2} (2\pi\sigma^2)^{-1} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \log \left( 1 + T\phi(1-\lambda\omega_i)^2 \right) + T \sum_{i=1}^N \log(1-\lambda\omega_i) - \frac{1}{2\sigma^2} e^{\circ}' e^{\circ} \quad (2.54)$$

Eğer fonksiyon  $\beta$  ve  $\sigma^2$  'nin birinci sıra koşuluna göre çözümlerse  $\beta = (X^{\circ}' X^{\circ})^{-1} X^{\circ}' Y^{\circ}$  ve  $\sigma^2 = e^{\circ}' e^{\circ} / NT$  bulunacaktır. Bu değerleri (2.54)'te yerine konulduğunda ise yoğun (2.55)'teki yoğun form elde edilmiş olur.

$$\text{Log}L = C - \frac{NT}{2} \log \left[ e(\lambda, \phi)' e(\lambda, \phi) \right] - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \log \left( 1 + T\phi(1-\lambda\omega_i)^2 \right) + T \sum_{i=1}^N \log(1-\lambda\omega_i) \quad (2.55)$$

(2.55)'teki denklemde  $C$  daha önce belirtildiği gibi  $\lambda$  ve  $\phi$  'den bağımsız bir sabittir.  $e(\lambda, \phi)$  ise (2.56)'daki gibi hesaplanmaktadır.

$$e(\lambda, \varphi)_{it} = y_{it} - \lambda \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} + \sum_{j=1}^N \left\{ \left[ p(\lambda, \varphi)_{ij} - (1 - \lambda w_{ij}) \right] \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{jt} \right\} - \left[ x_{it} - \lambda \sum_{j=1}^N w_{ij} x_{jt} + \sum_{j=1}^N \left\{ \left[ p(\lambda, \varphi)_{ij} - (1 - \lambda w_{ij}) \right] \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{jt} \right\} \right] \beta \quad (2.56)$$

$p_{ij} = p(\lambda, \varphi)_{ij}$ ,  $P$  matrisinin  $\lambda$  ve  $\varphi$  'ye bağımlı olan elemanlarını göstermektedir.  $\lambda$  ve  $\varphi$  veri iken,  $\beta$  ve  $\sigma^2$  'nin tahmini dönüştürülmüş değişkenler olan  $X^\circ$  'ın  $Y^\circ$  üzerine regresyonu ile elde edilebilir. Ancak  $\lambda$  ve  $\varphi$  'nin tahmin edilebilmesi denklemlerin analitik çözümü olmadığından mümkün değildir bu yüzden nümerik optimizasyon teknikleri gerektirmektedir. Katsayılara ilişkin varyans kovaryans matrisi ise aşağıdaki gibi elde edilecektir.

$$AsyVar(\beta, \lambda, \sigma_\mu^2, \sigma^2) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma^2} X^\circ X^\circ & & & & \\ 0 & \frac{T-1}{2} tr(\Gamma)^2 + \frac{1}{2} tr(\Sigma\Gamma)^2 & & & \\ 0 & \frac{T}{2\sigma^2} tr(\Sigma\Gamma V^{-1}) & \frac{T^2}{2\sigma^4} tr(V^{-1}) & & \\ 0 & \frac{T-1}{2\sigma^2} tr(\Gamma)^2 + \frac{1}{2\sigma^2} tr[\Sigma\Gamma\Sigma] & \frac{T}{2\sigma^4} tr(\Sigma V^{-1}) & \frac{1}{2\sigma^4} [(T-1)N + tr(\Sigma)^2] & \end{bmatrix}$$

Burada  $\Gamma$  ve  $\Sigma$  sırasıyla şu şekilde hesaplanmaktadır:  $\Gamma = (W'B + B'W)(B'B)^{-1}$  ve  $\Sigma = V^{-1}(B'B)^{-1}$ . Daha önce tanımlanan  $\varphi$  'nin varyansı aşağıdaki gibi bulunacaktır:

$$Var(\varphi) = \varphi^2 \left[ \frac{var(\sigma_\mu^2)}{(\varphi\sigma^2)^2} + \frac{var(\sigma^2)}{(\sigma^2)^{2\sigma^2}} - 2 \frac{var(\sigma_\mu^2, \sigma^2)}{(\varphi\sigma^2)^2 \sigma^2} \right]$$

### 2.3.1.2. Araç Değişkenler ve Genelleştirilmiş Momentler Yöntemi İle Tahmin

Maksimum olabilirlik tahmincisinin gerektirdiği çok gerçekçi olmayan ve katı bir varsayım olan hata terimlerinin normal dağıldığı varsayımı, Jakobyen terimin hesaplanmasındaki güçlüklerden dolayı araç değişkenler ve genelleştirilmiş momentler yöntemleri bu tahminciye alternatif olarak düşünülebilir. Mekânsal kesit modellerinde de kullanılan bu tahminciler mekânsal panel veri modellerine de uyarlanmıştır.



Bu başlık altında ise araç değişkenler ve genelleştirilmiş momenteler yöntemi mekânsal panel regresyon modellerinden SAR, SEM ve SARAR(1,1) modellerinin tahmininden bahsedilecektir.

### **Mekânsal Gecikme Modelleri İçin:**

Mekânsal gecikme modelinde yer alan bağımlı değişkenin mekânsal gecikmesi modelde içsellik sorununa neden olmaktadır. Bu soruna karşı ise araç değişkenler tahmincisi önerilmektedir. Ancak buradaki asıl sorun mekânsal kesit modellerinde tartışıldığı gibi araç değişkenin seçimidir. Kelejian ve Robinson (1993), Kelejian ve Prucha (1998) ve Lee (2003) araç değişken olarak mekânsal gecikmeli açıklayıcı değişkenler matrisinin yani  $WX$  'in kullanılmasını önermişlerdir.

Bu yöntem doğrudan mekânsal panel veri modelleri için de uygulanabilir. Ancak bu modeldeki gözlem sayısı değişeceği için araç değişkenler matrisini oluşacak boyut sorunundan dolayı  $(I_T \otimes W_N)X$  olarak düzenlemek gereklidir. Burada  $X$ ,  $NT \times (K-1)$  boyutlu sabit terimin olamadığı açıklayıcı değişkenler matrisidir.

Mekânsal gecikmeli bağımlı değişken ve açıklayıcı değişkenlerin bir araya getirilmesiyle  $Z_t = [W_N y_t \quad X_t]$  matrisi oluşturulur. Tahmin edilecek parametreler ise bir  $\gamma_t$  vektörü içerisinde  $\gamma_t = [\rho_t \quad \beta_t']$  olarak birleştirilebilir. Her bir tekil  $Z_t$  matrisi  $NT \times T(K+1)$  olarak yığılırsa  $Z$  matrisi elde edilmiş olur.

Benzer bir şekilde  $\gamma_t$  vektörlerinin yığılmasıyla  $\gamma$  matrisi yani katsayılar matrisi elde edilecektir. Her bir denklem için araç değişkenler matrisi olan  $H_t$  ise  $H_t = [X_t \quad W_N X_t]$  şeklinde oluşturulmakta bunların çapraz olarak yığılmasıyla ise  $H$  matrisi ortaya çıkmaktadır.

Katsayılar şu şekilde tahmin edilecektir:

$$\hat{\gamma} = \left[ Z'H \left[ H'(\hat{\Sigma}_T \otimes I_N)H \right]^{-1} H'Z \right]^{-1} Z'H \left[ H'(\hat{\Sigma}_T \otimes I_N)H \right]^{-1} H'y$$

Katsayılarla ilişkin varyansları ise şu şekilde tahmin edilebilmektedir:

$$Var(\hat{\gamma}) = \left[ Z'H \left[ H'(\hat{\Sigma}_T \otimes I_N) H \right]^{-1} H'Z \right]^{-1}$$

Tahmin süreci kısaca şu şekilde özetlenebilir: ilk aşamada her bir regresyon mekânsal iki aşamalı EKK (S2SLS) ile tahmin edilir. İkinci aşamada ilk aşamadan elde edilen kalıntılar yardımıyla hata varyans matrisinin  $\hat{\Sigma}$  gibi tutarlı bir tahmincisi hesaplanır. Son aşamada ise elde edilen  $\hat{\Sigma}$ ,  $\hat{\gamma}$  'da yerine koyularak tahmin süreci tamamlanmış olur. Bu yöntem literatürde yinelemeli üç aşamalı EKK (S3SLS) olarak isimlendirilmektedir (Anselin vd., 2008: 653).

### Mekânsal Hata Modelleri İçin:

Mekânsal hata modelinin maksimum olabilirlik tahmincisi ile tahmini için hata terimlerinin normal dağıldığı varsayımı yapılması gereklidir. Eğer bu varsayım sağlanırsa  $\lambda$  ve devamında  $\beta$  için tutarlı tahmin yapılabilmiş olacaktır. Ancak bu varsayım her zaman sağlanamaz.

Bu durumda Kelejian ve Prucha (1999)'nın kesit mekânsal hata modeli için geliştirmiş olduğu genelleştirilmiş momentler tahmincisi moment koşulları panel veri modelleri için yeniden düzenlenerek kullanılabilir. Bu düzenleme için ağırlık matrisinin  $(I_T \otimes W_N)$  şeklinde yazılması gereklidir. Mekânsal gecikmeli hata teriminden yola çıkılarak (2.57) yazılabilir.

$$u = \lambda(I_T \otimes W_N)u + \varepsilon \quad (2.57)$$

Burada  $\varepsilon$  ve  $u$ ,  $NT \times 1$  hata terimi vektörleridir. Ayrıca  $\varepsilon$ , 0 ortalama ve  $\sigma_\varepsilon^2 I_{NT}$  varyans ile eş, bağımsız ve özdeş dağılmaktadır (*iid*). Kelejian ve Prucha (1999)'nın bahsedilen moment koşullarının mekânsal panel veri modelleri için genişletilerek aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$E \left[ \frac{1}{NT} \varepsilon' \varepsilon \right] = \sigma_\varepsilon^2$$

$$E \left[ \frac{1}{NT} \varepsilon' (I_T \otimes W_N') (I_T \otimes W_N) \varepsilon \right] = \frac{1}{N} \sigma_\varepsilon^2 tr(W_N' W_N)$$

$$E \left[ \frac{1}{NT} \varepsilon' (I_T \otimes W_N) \varepsilon \right] = 0$$

Momentler yöntemiyle tahmini için  $\varepsilon$  'nu  $\varepsilon = u - \lambda (I_T \otimes W_N) u$  şeklinde yeniden tanımlayabiliriz. Tanımlanan  $\varepsilon$  yukarıdaki üç denklemden yerine koyularak bu denklem sistemleri eş anlamlı olarak doğrusal olmayan EKK yardımıyla çözümlerse  $\lambda$ ,  $\lambda^2$  ve  $\sigma_\varepsilon^2$  'nin değerleri elde edilecektir. Buradan elde edilen  $\lambda$  aşağıdaki sabit etkili mekânsal hata modelinde bahsedilen mekânsal uygulanabilir GEKK denkleminde konularak  $\beta$ , (2.58)'deki gibi tahmin edilmiş olur.

$$\beta = \left[ X' (I_T \otimes B_N' B_N) X \right]^{-1} X' (I_T \otimes B_N' B_N) Y \quad (2.58)$$

### SARAR(1,1) Modeli İçin:

Mekânsal kesit modellerinde bahsedilen SARAR(1,1) modelinin karmaşıklığı nedeniyle maksimum olabilirlik yöntemiyle tahmin edilebilmesi oldukça zordur. Bu yüzden modelin tahmini için geliştirilmiş momentler yöntemi (GMM) önerilmiştir. Modelin tahmini iteratif aşamalardan oluşmaktadır. İlk adımda araç değişkenler kullanılarak iki aşamalı en küçük kareler yöntemi ile  $\delta$  ve  $\beta$  için ön tahminler yapılır. İkinci aşamada ise geliştirilmiş momentler yöntemi yardımıyla  $\lambda$  parametresi tahmin edilir. Son adımda ise elde edilen  $\lambda$  'ya göre değişkenler dönüştürülerek  $\delta$  ve  $\beta$  'nın asıl değerlerine ulaşılır. Sabit etkili SARAR(1,1) modeli (2.59)'daki gibi tanımlanmıştır:

$$y = \delta (I_T \otimes W_N) y + (I_T \otimes I_N) \mu + X \beta + u \quad (2.59)$$

$$u = \lambda (I_T \otimes W_N) u + \varepsilon$$

$J_T = I_T I_T'$  ve  $Q = (I_T - \bar{J}) \otimes I_N$  tanımlarını yaparak modeldeki değişkenleri dönüştürebiliriz. Bu dönüşümle birlikte modeldeki sabit etkiler düşecek ve (2.59)'daki modelin dönüştürülmüş hali (2.60)'daki hale gelecektir.

$$\tilde{y} = \delta (I_T \otimes W_N) \tilde{y} + \tilde{X} \beta + \tilde{u} \quad (2.60)$$

(2.60)'daki model araç değişkenler ve iki aşamalı en küçük kareler yöntemi ile tahmin edilebilmektedir. Modelin tahmininde kullanılacak olan araç değişkenler matrisi  $H = [\tilde{X} \quad (I_T \otimes W) \tilde{X} \quad (I_T \otimes W)^2 \tilde{X}]$  'dir. Ayrıca  $\tilde{Z}$  ve  $\gamma$  aşağıdaki gibi tanımlandıktan sonra model (2.61)'deki hale gelecektir.

$$\tilde{Z} = [(I_T \otimes W) \tilde{y} \quad \tilde{X}]$$

$$\gamma = [(I_T \otimes W_N) \tilde{y} \quad \tilde{X}]$$

$$\tilde{y} = \tilde{Z}\gamma + \tilde{u} \quad (2.61)$$

(2.61)'deki modelde bilinmeyen  $\gamma$  parametresi araç değişkenler kullanılarak iki aşamalı en küçük kareler ile tahmin edilebilir. Bunun için ilk aşamada  $\hat{\tilde{Z}}$  tahmin edilmelidir:

$$\hat{\tilde{Z}} = H(H'H)^{-1}H'\tilde{Z}$$

Sonraki aşamada ise elde edilen  $\hat{\tilde{Z}}$  değerlerinden yararlanılarak katsayılar vektörü olan  $\gamma$  'nın tahmincisi olan  $\hat{\gamma}$  hesaplanır:

$$\hat{\gamma} = (\hat{\tilde{Z}}'\hat{\tilde{Z}})^{-1} \hat{\tilde{Z}}'\tilde{y} \quad (2.62)$$

(2.62) numaralı denklemden elde edilen  $\hat{\gamma}$ ,  $\tilde{u} = \tilde{y} - \hat{\tilde{Z}}\hat{\gamma}$  denkleminde yerine konularak modele ilişkin kalıntılar elde edilir. Mekânsal gecikme modelinin moment koşulları geçerli olmak üzere elde edilen kalıntı serisi moment denklemlerinde yerine konulduğunda ise  $\lambda$  tahmin edilmiş olur.

$$\tilde{u} = \lambda(I_T \otimes W)\tilde{u} + \tilde{\varepsilon}$$

Tahmin edilen  $\lambda$  ile değişkenlere  $\tilde{y}^* = [I_T \otimes (I_N - \lambda W)]\tilde{y}$  ve  $\tilde{X}^* = [I_T \otimes (I_N - \lambda W)]\tilde{X}$  dönüşümleri uygulanır ve (2.63) numaralı model tahmin edilerek  $\delta$  ve  $\beta$  'nın değerleri elde edilir.

$$\tilde{y}^* = \delta(I_T \otimes W)\tilde{y}^* + \tilde{X}^* \beta + \tilde{\varepsilon} \quad (2.63)$$

Sabit ve rassal etkili mekânsal panel regresyon modelleri için farklı tahmin yöntemlerinin tanıtılmasının ardından bir sonraki kısımda hangi modelin seçileceğine ilişkin bilgi veren LM testlerinden ve sonrasında mekânsal modeller için uyum iyiliği ölçülerinden söz edilecektir.

### 2.3.2. Tanımlayıcı Testler

Ekonometrik çalışmalarda sadece modelin tahmin edilmesi yeterli değildir. Model tahmini ve öncesinde bazı tanımlayıcı testlerin yapılması gereklidir. Bu kısımda ise mekânsal modeller için kullanılacak tanımlayıcı testler tanıtılacaktır.

#### 2.3.2.1. Mekânsal Bağımlılık İçin LM ve dirençli LM Testleri

Panel veri modellerindeki mekânsal etkilerin testi temel olarak çeşitli modellerde  $H_0 : \lambda = 0$  ve  $H_0 : \delta = 0$  hipotezlerinin sınanmasına dayanmaktadır. Bu sınama ise için ise sadece sıfır hipotezi altındaki modelin tahmininin yeterli olmasından dolayı LM testi kullanılmaktadır.

Breusch ve Pagan (1980)'nın Lagrange Çarpanı testini geliştirmelerinden sonra bu test panel literatüründe rassal etkilerin ve panel verideki yatay kesit bağımlılığının tespiti için kullanılmıştır. Mekânsal ekonometriye uyarlanması ise Burridge ve Anselin (1988) tarafından mekânsal yatay kesit modelleri için yapılmıştır. Ardından Anselin vd. (1996) testlerin robust (dirençli) versiyonlarını türetmiştir. Yatay kesit modellerinin ardından LM testleri sonrasında mekânsal panel veri ekonometrisine Baltagi (2003) tarafından uyarlanmış ve ardından birçok test geliştirilmiştir.

Baltagi vd. (2003) rassal etkili hata modeli için test geliştirmişlerdir. Yine Baltagi vd. (2007) ise bu çalışmayı genişleterek ardışık bağımlılığı (serial autocorrelation) dikkate almışlardır. Baltagi ve Liu (2008) rassal etkili mekânsal gecikme modeli için LM testleri geliştirmişlerdir. Derbasy ve Ertur (2010) ise Lee ve Yu (2010)'dan yola çıkarak bireysel sabit etkili model için testler türetmişlerdir. Qu ve Lee (2012) sınırlandırılmış bağımlı değişkenin yer aldığı mekânsal modelleri hesaba katmışlardır. Baltagi vd. (2013), Kapoor vd. (2007) geliştirmiş olduğu modelde farklı mekânsal korelasyon parametrelerinin olmasına izin vererek bireysel rassal etkili model için LM testleri

geliştirmişlerdir. LM testlerinin standartlaştırılmış versiyonları ise Yang (2010)'ın çalışmasında bahsedilmiştir. Baltagi ve Liu (2011), Kelejian ve Prucha (1998) ile Lee (2003)'ün mekânsal gecikme modeli için olan çalışmalarını rassal etkili mekânsal gecikme modeline uyarlamışlardır. LM testlerinin dirençli versiyonları Elhorst (2010) tarafından mekânsal panel veri ekonometrisine uyarlanmış ardından Born ve Breitung (2011), Baltagi ve Yang (2013) LM testlerinin değişen varyans yapısının bilinmediği durum için dirençli versiyonları üzerine çalışmışlardır.

Test istatistiklerinin hesaplanması için gerekli olan  $T_w$  ve  $J$  aşağıda verilmiştir. Burada  $e$  havuzlanmış modelden elde edilen kalıntıları,  $\hat{\beta}$  havuzlanmış modelden elde edilen katsayıları,  $\hat{\sigma}^2$  havuzlanmış modelin varyansını ve  $T$  zaman boyutunu göstermektedir.

$$T_w = tr(WW + W'W)$$

$$J = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \left[ \left( (I_T \otimes W) X \hat{\beta} \right)' \left( I_{NT} - X (X'X)^{-1} X' \right) X' (I_T \otimes W) X \hat{\beta} + TT_w \hat{\sigma}^2 \right]$$

LM ve dirençli LM testleri ise aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

**Hipotez:**  $H_0 : \delta = 0$  (SAR parametresi anlamsızdır, SAR modeli geçerli değildir.)

$$H_A : \delta \neq 0$$

$$LM_{Lag} = \frac{\left( e'(I_T \otimes W)Y / \hat{\sigma}^2 \right)^2}{J}$$

$$RLM_{Lag} = \frac{\left( e'(I_T \otimes W)Y / \hat{\sigma}^2 - e'(I_T \otimes W)e / \hat{\sigma}^2 \right)^2}{J - TT_w}$$

**Hipotez:**  $H_0 : \lambda = 0$  (SEM parametresi anlamsızdır, SEM modeli geçerli değildir.)

$$H_A : \lambda \neq 0,$$

$$LM_{Err} = \frac{\left( e'(I_T \otimes W)e / \hat{\sigma}^2 \right)^2}{T \times T_w}$$

$$RLM_{Lag} = \frac{(e'(I_T \otimes W)e / \hat{\sigma}^2 - TT_w / J \times e'(I_T \otimes W)Y / \hat{\sigma}^2)^2}{TT_w (1 - TT_w / J)}$$

Tüm testler yatay kesit LM testlerinde olduğu gibi 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımına uymaktadır. Ayrıca LM ve dirençli LM testleriyle uygun modele karar verme stratejisi yatay kesit LM testlerindeki ile aynıdır.

Bahsedilen dirençli LM testlerini kullanmanın avantajları şunlardır:

-Marjinal LM testinin asimptotik boyutu bozucu terimin yapısının eksik belirlenmesi yüzünden ki kare dağılımından sapabilir. Diğer yandan dirençli LM testinde eksik belirlenme olsa bile asimptotik olarak ki kare dağılımına uymaya devam eder,

-LM testi hesaplaması oldukça güç olan maksimum olabilirlik tahmincisine ihtiyaç duymaktadır. Diğer yandan dirençli LM testleri ortak sıfır hipotezi altında kısıtlı modelin EKK gibi basit bir tahminci ile tahmin edilebilmesine imkân vermektedir,

Dirençli LM testlerinin kullanımıyla ortaya çıkacak olan kayıp ise şudur; eğer bozucu hata terimlerin değerleri doğru belirlenebilirse dirençli LM testleri genellikle marjinal LM testlerinden daha az güçlü olacaktır.

Son olarak koşullu LM testleri<sup>9</sup> var olan bir mekânsal bağımlılığı diğer bir mekânsal bağımlılık üzerine test etmektedir. Dirençli LM testlerinden farkı ise dirençli LM testleri mekânsal olmayan modelden elde edilen kalıntılara dayanıyorken, koşullu LM testlerinin maksimum olabilirlik tahmincisiyle tahmin edilen mekânsal gecikme (SAR) ve mekânsal hata (SEM) modellerinden elde edilen kalıntılara dayanmasıdır.

Bu alt bölümde anlatılan testler çalışmanın uygulama kısmında kullanılacak olan mekânsal panel regresyon modeli için kullanılacaktır. Bir sonraki kısımda ise model seçiminin ardından modelin uyum iyiliği için kullanılacak ölçülerden bahsedilecektir.

---

<sup>9</sup> Bu testlerin sabit etkili mekânsal panel veri modelleri için türetilişi için Debarsy ve Ertur (2010) 'un çalışması incelenebilir.

### 2.3.2.2. Uyum İyiliği Ölçüleri:

Mekânsal panel veri modelleri için uyum iyiliğini ölçmek zordur. Çünkü örneğin en bilenen uyum iyiliği ölçülerinden olan  $R^2$  'nin  $\sigma^2 I$  hata varyans yapısı dışında genel bir hata varyans yapısı olan  $\sigma^2 \Omega$  ( $\Omega \neq I$ ) için herhangi bir ölçüsü yoktur. Ancak araştırmacılar zaman zaman aşağıdaki  $R^2$  ölçüsünü kullanmaktadır:

$$R^2(e, \Omega) = 1 - \frac{e' \Omega e}{(Y - \bar{Y})' (Y - \bar{Y})}$$

Burada  $\bar{Y}$  modeldeki bağımlı değişkenin ortalamasını,  $e$  ise kalıntılar vektörünü göstermektedir. Bu istatistiğin hesaplanmasında dönüştürülmüş kalıntılar olan  $\tilde{e}$  'lar da kullanılabilir. Bu durumda istatistik yeniden şu şekilde düzenlenebilir:

$$R^2(\tilde{e}) = 1 - \frac{\tilde{e}' \tilde{e}}{(Y - \bar{Y})' (Y - \bar{Y})}$$

Her iki şekilde de hesaplanabilen bu ölçü modeldeki değişken sayısı ile doğrudan ilişkilidir. Yani modele yeni değişken eklenmesiyle bu ölçü artar, modelden değişken çıkartılmasıyla ise azalır. Bu ise her iki  $R^2$  'ye olan güveni azaltıp yerine başka bir uyum iyiliği ölçüsü kullanılmasına neden olmuştur.

Bahsedilen sorundan kaçınmak için tavsiye edilen uyum iyiliği ölçüsü karesel korelasyon katsayısıdır. Bu ölçü bağımlı değişkenin uydurulmuş değerleri ile gerçek değerleri ile hesaplanmaktadır.

$$Cor^2(Y, \hat{Y}) = \frac{(Y - \bar{Y})' (\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\left[ (Y - \bar{Y})' (Y - \bar{Y}) \right] \left[ (\hat{Y} - \bar{Y})' (\hat{Y} - \bar{Y}) \right]}$$

Bu bölümde çalışmanın uygulama kısmı için gerekli olan mekânsal regresyon modellerine ilişkin tahmin yöntemleri ve tanımlayıcı testlerden bahsedilmiştir. Bir sonraki bölümde ise ilk bölümde bahsedilen Solow ve MRW modellerinin mekânsal olarak genişletilmiş versiyonları için öncelikle uygun mekânsal model seçilecek ardından



seçilen uygun mekânsal model tahmin edilecek ve son aşamada ise uyum iyiliği ölçülerine bakılacaktır.

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### AMPIİRİK ANALİZ

Çalışmanın son bölümünde öncelikle ilk bölümde bahsedilen Solow ve MRW modellerine ilişkin “dışa kapalı ekonomi varsayımı” teknolojik bağımlılığın dış ticaret kanalıyla incelenebilmesi için esnetilecektir. Bu yüzden yine tek sektörlü olan ekonominin girdilerinin bir kısmının ithal, çıktıların bir kısmının ise ihraç edildiği varsayımı yapılacaktır. Varsayımın bu şekilde esnetilmesi ise Solow modeli üzerinden teknolojik yayılmayı karşılıklı ithalatlara dayalı ağırlık matrisleriyle gözleme imkânı verecektir.

Bu varsayım altında öncelikle Solow ve MRW modelleri mekânsal etkilerin bulunmadığı sabit etkiler modeli ile tahmin edilecektir. Ardından ise ikinci bölümde detaylı bir biçimde anlatılan LM ve dirençli LM testleri ile mekânsal etkilerin bulunup bulunmadığı araştırılacaktır. Bahsedildiği üzere belirtilen testler diğer testlerin dışında mekânsal etkilerin var olup olmadığı dışında mekânsal etkilerin yapısı hakkında da bilgi vermektedir. Uygun mekânsal model seçildikten sonra Solow ve MRW modelleri tahmin edilecektir. Çalışma, mekânsal panel veri regresyon modellerinin kullanılması ve ağırlık matrislerinin coğrafi uzaklıklar yerine ekonomik uzaklıklara göre oluşturulması yönüyle önceki çalışmalardan ayrılmaktadır.

#### 3.1. Ampirik Literatür

Solow ve MRW modelleri ekonometrik yöntemlerin gelişmesine bağlı olarak farklı şekillerde analiz edilmiştir. Bu modellerin tahmini başlarda için yatay kesit regresyon modelleri ve panel veri regresyon modelleri kullanılmıştır. Ardından çalışmalara dahil edilen ülkelerarasındaki etkileşimlerin modele ilave edilebilmesi için mekânsal ekonometrik yöntemler kullanılmıştır. Bu yöntemleri kullanan çalışmalar ise mekânsal kesit regresyon modelleri ile sınırlı kalmıştır. Bu bakımdan bu çalışmada literatürdeki eksiklikten yola çıkılarak panel veri regresyon modelleriyle Solow ve MRW modellerini tahmin edilmiştir. Çalışmanın bu bölümünde Solow ve MRW modellerini mekânsal regresyon modelleri kapsamında inceleyen önceki çalışmalar incelenecektir.

Ertur ve Thiaw (2005) çalışmalarında MRW modeline mekânsal dışsallıkları ekleyerek 1960-1995 yılları arasında 89 ülke için yatay kesit regresyon modeli tahmin

etmişlerdir. Tanımlayıcı testler sonucu uygun yatay kesit regresyon modelinin mekânsal gecikme modeli olduğu sonucuna varmışlardır. Tahmin edilen modelde bağımlı değişken olarak ülkelerin 1995 yılındaki kişi başı geliri; açıklayıcı değişken olarak ise 1960-1995 yılları arasındaki ortalama nüfus artış oranı, ortalama beşeri sermaye birikimi ve fiziksel sermaye birikimi alınmıştır. Ertur ve Thiaw (2005) ayrıca bağımlı değişkenin kişi başına GSYİH'nin büyümesi olduğu yakınsama modelini de tahmin etmişlerdir. ML ile tahmin ettikleri modellerdeki mekânsal ağırlık matrisini ise ülkeler arası başkent uzaklıklarının enlem ve boylam dereceleri yardımıyla hesaplandığı büyük daire uzaklığına (great circle distance) göre oluşturmuşlardır. Tahmin ettikleri hem gelir hem de yakınsama denkleminde tüm katsayıları anlamlı ve beklentilere uygun bulmuşlardır. Ayrıca SAR parametresinin yüksek ve oldukça anlamlı olmasından dolayı mekânsal etkilerin dahil edilmediği modelin sonuçlarının oldukça sapmalı olduğu sonucuna varmışlardır.

Ertur ve Koch (2007) ise Solow modelini ve koşullu yakınsama denklemini 91 ülke için 1960-1995 döneminde iki farklı ağırlık matrisiyle tahmin etmişlerdir. Ağırlık matrisleri hem karesel uzaklıkların tersine (inverse of squared distance) hem de negatif üssel karesel uzaklıklara (negative exponential of squared distance) göre oluşturulmuştur. Çalışmada Solow büyüme modelindeki teknoloji mekânsal dışsallıklar ile modele dahil edilmiştir. Yapılan tanımlayıcı testler sonucunda mekânsal Durbin modeli tercih edilmiştir. ML ve iki farklı ağırlık matrisine göre tahmin edilen modellerde, katsayılar anlamlı ve iktisadi beklentilere uygun bulunmuştur. Çalışmada ayrıca koşullu yakınsama denklemi parametrelerin heterojen olduğu, ülkeden ülkeye değişmesine izin verildiği, şekliyle de tahmin edilmiştir.

Fischer (2011) ise 22 Avrupa ülkesinin 198 bölgesi için 1995-2004 dönemleri arasındaki verilerini kullanarak MRW modelini tahmin etmiştir. MRW modeline açık ekonomi varsayımı ekleyerek bölgeler arasındaki teknolojik ilişkiyi bilgi akışlarının yarattığı mekânsal dışsallıklar ile modellemiştir. Ancak bu çalışma ekonomik büyümeye bölgesel olarak incelemesi ve MRW modelinin teorisinden gelen kısıtların geçerliliğini de test etmesi bakımından önceki çalışmalardan ayrılmaktadır. Yine bu çalışmada da yapılan testler sonucu ile mekânsal etkileşim yatay kesit mekânsal Durbin modeli ve ML kullanılarak tahmin edilmiştir. Çalışmada ağırlık matrisi ise birinci dereceden sınır komşuluğuna göre oluşturulmuştur. Mekânsal etkilerin dahil edildiği bu model Mankiw, Romer ve Weil (1992)'ın modeli ile aynı beklentilere sahiptir:

-i ülkesinin durağan durumda çalışan başına çıktısı kendi fiziki ve beşeri sermaye yatırım oranlarıyla pozitif ilişkilidir,

-i ülkesinin durağan durumda çalışan başına çıktısı, kendi nüfus büyüme oranıyla negatif ilişkilidir,

Ayrıca mekânsal etkilerin dahil edildiği modele göre:

-i ülkesinin durağan durumda çalışan başına çıktısı, komşu bölgelerin fiziki ve beşeri yatırımlarından negatif olarak etkilenmektedir. Bunu belirleyen ise ağırlık matrisinin pozitif olması koşuludur.

-i ülkesinin durağan durumda çalışan başına çıktısı, komşu bölgelerin nüfus büyüme oranından pozitif olarak etkilenmektedir.

Fisher (2011)'in çalışmasında tahmin ettiği model ise aşağıdaki gibidir:

$$\ln y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln s_i^K + \beta_2 \ln s_i^H - \beta_3 \ln (n_i + g + \delta) + \gamma_1 \sum_{j \neq i}^N W_{ij} \ln s_j^K + \gamma_2 \sum_{j \neq i}^N W_{ij} \ln s_j^H + \gamma_3 \sum_{j \neq i}^N W_{ij} \ln (n_j + g + \delta) + \lambda \sum_{j \neq i}^N W_{ij} \ln y_j + \varepsilon_i \quad (3.1)$$

Daha önce belirtildiği üzere mekânsal yatay kesit modelinden mekânsal panel veri modeline geçiş için bir boyut düzeltmesi işlemi yapılması gerekmektedir. Bu boyut düzeltme işlemi için ise Kronecker çarpımı kullanılmaktadır.

### 3.2. Örneklem Veri Seti ve Mekânsal Ağırlık Matrisi

Çalışmada Dünya Bankası'ndan yıllık olarak derlenen verilerin tamamı logaritmik formda kullanılmıştır. Kullanılan örneklem Mankiw vd. (1992)'nin çalışmasında kullandığı 22 OECD ülkesini ve 1990-2014 dönemlerini kapsamaktadır. Bu ülkeler Tablo 2'de verilmiştir. Temel Solow modeli ile MRW modeli aynı değişkenlerle belirtilen ülke ve dönemler için öncelikle mekânsal etkiler olmadan sabit etkiler modeli ile sonrasında ise mekânsal etkiler dikkate alınarak yeniden tahmin edilmiştir. Belirtilen zaman döneminin literatürde daha önce tahmin edilen temel Solow ile MRW modellerinden kısa olmasının nedeni modellerin mekânsal genişletmesinde kullanılan ağırlık matrisinden kaynaklanmaktadır. Ağırlık matrisinin oluşturulmasında kullanılan karşılıklı ithalatlar 1990 yılından itibaren düzenli bir şekilde gözlemlenebilmiştir.

**Tablo 2: Çalışmaya Dahil Edilen Ülkeler**

Örneklemdaki Ülkeler					
Ülke Adı	Kodu	Ülke Adı	Kodu	Ülke Adı	Kodu
ABD	22	Hollanda	13	Kanada	4
Almanya	8	İngiltere	21	Norveç	15
Avustralya	1	İrlanda	10	Portekiz	16
Avusturya	2	İspanya	17	Türkiye	20
Belçika	3	İsveç	18	Yeni Zelanda	14
Danimarka	5	İsviçre	19	Yunanistan	9
Finlandiya	6	İtalya	11		
Fransa	7	Japonya	12		

Bağımlı değişken  $ly$ , 2005 baz yıllı GSYİH'nin çalışma çağındaki nüfusa (15-64 yaş) oranlanmasıyla hesaplanan çalışan başına GSYİH 'dir.  $n$  çalışma çağındaki nüfusun büyüme oranı olmak üzere  $Indx$  değişkeni önceki çalışmalarda olduğu gibi  $g + \delta = 0.05$  varsayılarak (Mankiw vd. (1992), İslam (1995), Ertur ve Thiaw (2005), Ertur ve Koch (2007))  $n + g + \delta$  olarak hesaplanmıştır. 2005 baz yıllı net yatırımların GSYİH 'deki payı ise fiziki sermaye birikim oranını temsil eden  $lsk$  değişkeni için kullanılmıştır. Son olarak modeldeki beşeri sermaye birikim oranını temsil eden  $lsh$  değişkeni, MRW 'de olduğu gibi eğitim üzerinden ölçülmüştür. Bunun için söz konusu değişken  $lsh$  çalışma çağındaki iş gücünün içerisindeki ortaokullu işgücü ile temsil etmektedir. Tüm değişkenlere ilişkin tanımlayıcı istatistikler Tablo 3'te ve aralarındaki korelasyonlar Tablo 4'te verilmiştir.

**Tablo 3: Tanımlayıcı İstatistikler**

Değişken	Ortalama	Standart Sapma	Minimum	Medyan	Maksimum
$ly$	10.756	0.457	9.026	10.832	11.559
$lsk$	3.081	0.146	2.453	3.085	3.509
$Indx$	-2.893	0.131	-3.386	-2.898	-2.310
$lsh$	3.616	0.468	1.065	3.760	4.233

**Tablo 4: Korelasyon Matrisi**

Korelasyon Matrisi				
	<i>ly</i>	<i>lsk</i>	<i>lndx</i>	<i>lsh</i>
<i>ly</i>	1.000	0.245	-0.238	0.436
<i>lsk</i>	0.245	1.000	0.221	0.099
<i>lndx</i>	-0.238	0.221	1.000	-0.385
<i>lsh</i>	0.436	0.099	-0.385	1.000

Ülkeler arasındaki mekânsal ilişkiyi modelleyebilmek için hesaplanan mekânsal ağırlık matrisi farklı şekillerde seçilebilmektedir. Ancak ekonomik çalışmalarda coğrafi uzaklıklar yerine ekonomik uzaklıklara göre oluşturulması daha uygun görülmesine rağmen literatürde coğrafi komşuluk ve uzaklığa dayalı ağırlık matrisleri kullanılmıştır. Bu nedenle çalışmada teknolojik bağımlılığın dış ticaret kanalıyla ortaya çıktığı varsayılarak kullanılan ağırlık matrisleri önceki çalışmalardan farklı olarak sırayla; ülkeler arasındaki 1990-2014 yılları arasındaki ortalama ve 2014 yılına ait karşılıklı ithalat rakamlarına göre oluşturulmuştur. Kullanılan ikinci ağırlık matrisinde ithalatın 1990-2014 yılları arasında değişmediği varsayılmıştır. Ancak bu aşamada hem Solow hem de MRW modelinin dışa açık olmadığı varsayımı esnetilmiştir. Varsayımdaki bu esnetme sayesinde ise Solow modeli üzerinden teknolojik yayılmanın ithalat kanalıyla gözlenebilmesine imkân sağlanmıştır ve böylece ağırlık matrisi  $W$ , karşılıklı ithalatlar üzerinden oluşturulabilmektedir. Belirtildiği gibi mekânsal ağırlık matrisi karşılıklı ithalat rakamlarından yola çıkılarak oluşturulmuştur. 1990-2014 yılları boyunca 22 ülkenin karşılıklı toplam ithalat rakamları ise OECD veri tabanından alınmıştır. İki farklı ağırlık matrisine ait sonuçların sunulduğu çalışmada iki ağırlık matrisinin hesaplanmasında temelde bazı farklılıklar bulunmaktadır.

$A$  matrisi karşılıklı ithalatı göstermek üzere  $i = 1, 2, \dots, 22$ ,  $j = 1, 2, \dots, 22$  ve  $t = 1990, 1991, \dots, 2014$  göstermektedir. Yalnızca 2014 yılı karşılıklı ithalata dayanan ağırlık matrisi için  $A$  yalnızca 2014 yılına ait karşılıklı ithalatı göstermektedir ( $t = 2014$ )

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1\ 22} \\ a_{21} & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2\ 22} \\ a_{31} & a_{32} & 0 & \cdots & a_{3\ 22} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ a_{22\ 1} & a_{22\ 2} & a_{22\ 3} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

1990-2014 yılları arasındaki ortalama ithalat rakamlarına göre oluşturulan ağırlık matrisinde örneklemdaki her bir ülke için 1990-2014 yılları arasında diğer ülkelerin her biri ile yaptığı ithalat rakamlarının ortalaması alınmıştır. Ortalamalar matrisinin oluşturulduğu bu süreçten sonraki aşamalar ise yalnızca 2014 yılına ilişkin karşılıklı ithalat rakamlarıyla oluşturulan mekânsal ağırlık matrisi ile aynıdır. Bu matris oluşturulurken ise  $k, t$  yılında  $j$  ülkesinin  $i$  ülkesinden yaptığı ithalatı göstermek üzere  $A$  matrisi aşağıdaki gibi tanımlanmalıdır:

$$a_{ij} = \begin{cases} \sum_{t=1}^T k_t / T, & i \neq j \\ 0, & i = j \end{cases}$$

Oluşturulan ortalamalar matrisi ve 2014 yılına ilişkin karşılıklı ithalat matrisinin sütun toplamları alınarak öncelikle her bir ülkenin toplam ithalatı elde edilmiştir.  $B$  ile gösterilen toplamlar matrisi aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$B = \begin{bmatrix} a_{12} + a_{13} + \dots + a_{1\ 22} = \sum_{j=1}^{22} a_{1j} \\ a_{22} + a_{23} + \dots + a_{2\ 22} = \sum_{j=1}^{22} a_{2j} \\ \vdots \\ a_{22\ 1} + a_{22\ 2} + \dots + a_{22\ 22} = \sum_{j=1}^{22} a_{22j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{22} \end{bmatrix}$$

Buradan sonra karşılıklı ithalat oranlarının bulunabilmesi için her bir ülkenin diğer ülkelerle yaptığı ithalat toplam ithalatına bölünmüştür. Bu sayede ülkelerin birbiri içerisindeki ithalat oranları elde edilmiştir. İthalat oranları matrisi  $C$  ile gösterilmek ve  $c_{ij} \in C$  olmak üzere,  $c_{ij} = a_{ij}/b_i$  şeklinde hesaplanmaktadır.

$$C = \begin{bmatrix} 0 & a_{12}/b_1 & a_{13}/b_1 & \dots & a_{1\ 22}/b_1 \\ a_{21}/b_2 & 0 & a_{23}/b_2 & \dots & a_{2\ 22}/b_2 \\ a_{31}/b_3 & a_{32}/b_3 & 0 & \dots & a_{3\ 22}/b_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{22\ 1}/b_{22} & a_{22\ 2}/b_{22} & a_{22\ 3}/b_{22} & \dots & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & c_{12} & c_{13} & \dots & c_{1\ 22} \\ c_{21} & 0 & c_{23} & \dots & c_{2\ 22} \\ c_{31} & c_{32} & 0 & \dots & c_{3\ 22} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{22\ 1} & c_{22\ 2} & c_{22\ 3} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Karşılıklı ithalat oranları matrisi simetrik bir yapıya sahip olmadığı için –ülkelerin karşılıklı ithalat oranları farklı olduğundan dolayı- ülkelerin ikili ithalat oranlarının

ortalaması alınarak bu yapı sağlanmıştır.  $R$  simetrik bir matris ve  $r_{ij} \in R$  olmak üzere  $r_{ij} = (c_{ij} + c_{ji})/2$  şeklinde hesaplanmaktadır.

$$R = \begin{bmatrix} 0 & (c_{12} + c_{21})/2 & (c_{13} + c_{31})/2 & \cdots & (c_{1\ 22} + c_{22\ 1})/2 \\ (c_{21} + c_{12})/2 & 0 & (c_{23} + c_{32})/2 & \cdots & (c_{2\ 22} + c_{22\ 2})/2 \\ (c_{31} + c_{13})/2 & (c_{32} + c_{23})/2 & 0 & \cdots & (c_{3\ 22} + c_{22\ 3})/2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (c_{22\ 1} + c_{1\ 22})/2 & (c_{22\ 2} + c_{2\ 22})/2 & (c_{22\ 3} + c_{3\ 22})/2 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & r_{12} & r_{13} & \cdots & r_{1\ 22} \\ r_{21} & 0 & r_{23} & \cdots & r_{2\ 22} \\ r_{31} & r_{32} & 0 & \cdots & r_{3\ 22} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{22\ 1} & r_{22\ 2} & r_{22\ 3} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

Artık simetrik bir yapıda olan matrisin, elemanları 0 ve 1'lerden oluşan mekânsal ağırlık matrisi olarak kullanılabilmesi için son aşama ise uygun eşik değeri belirlenmiştir. Uygun eşik değerinin belirlenmesi için hem Solow hem de MRW modeli için iki ağırlık matrisiyle hesaplanan LM ve dirençli LM testlerinin değerlerine bakılmıştır. Bu testlerin dışında her iki modele ilişkin parametrelerin istikrarı da kontrol edilmiştir. Bunun sonucunda ise uygun eşik değeri 1990-2014 arası ortalama ithalat matrisi için 0.1050 ve 2014 ithalat rakamlarıyla oluşturulan ağırlık matrisi için 0.1095 bulunmuştur.  $\theta$  eşik değerini göstermek ve  $w_{ij} \in W$  olmak üzere bu karar kuralı aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$w_{ij} = \begin{cases} 0, & r_{ij} < \theta \\ 1, & r_{ij} > \theta \end{cases}$$

Uygun eşik değerine<sup>10</sup> karar verildikten sonra belirlenen eşik değerinin üstündeki ülkeler birbirleriyle komşu kabul edilerek 1 değerini; altındaki ülkelerin ise birbirleriyle komşu olmadığı kabul edilerek 0 değerini alır. Böylece 0 ve 1'lerden oluşan simetrik yapıdaki mekânsal ağırlık matrisi elde edilmiştir.

Uygulamada yorumlama açısından kolaylık sağladığından dolayı 0 ve 1'lerden oluşan ağırlık matrisi satır ya da sütun standartlaştırması yapılarak kullanılmaktadır. Bu

<sup>10</sup> Uygun eşik değerinin belirlenmesine ilişkin grafikler için bkz.: Şekil 1-15.



çalışmada satır standartlaştırılmasının kullanımı tercih edilmiştir. Satır standartlaştırılması ise matris elemanlarının satır toplamlarına bölünmesiyle bulunmuştur.

### 3.3. Analiz Sonuçları

Bu başlık altında ilk bölümde tanıtılan Solow ve MRW modelleri mekânsal panel regresyon modelleri ile tahmin edilecektir. Modellerin tahmininde bir önceki kısımda bahsedildiği gibi iki farklı ağırlık matrisi (W2014 ve WORT) kullanılacaktır. İkinci bölümde bahsedilen ve mekânsala etkileşimin yapısı hakkında fikir veren LM testleri ile uygun belirlendikten sonra ise modeller hem ML hem de 2AEKK ile tahmin edilecektir.

Çalışmada öncelikli olarak mekânsal etkilerin bulunmadığı temel Solow modeli ve MRW modelleri sabit etkiler modeli ile tahmin edilmiştir. Sabit etkiler modelinin tercih edilmesinin sebebi ise örneklemin belirli bir ülke grubuna ait olması ve rassal bir süreçten gelmemesidir. Sabit etkiler modeline ilişkin tahmin sonuçlarına Tablo 5’te yer verilmiştir.

**Tablo 5: Temel Solow ve MRW Modeline İlişkin Tahmin Sonuçları**

Model:	Solow	MRW
<i>lsk</i>	0.560 (0.000)	0.427 (0.000)
<i>lndx</i>	-0.614 (0.000)	-0.473 (0.000)
<i>lsh</i>	-	0.199 (0.000)
$R^2$	0.241	0.381
Düzeltilmiş $R^2$	0.208	0.378
$\sigma^2$	0.013	0.011
Gözlem Sayısı	550	550

İkinci sütun Solow, üçüncü sütun ise MRW modeline ilişkin mekânsal etkilerin bulunmadığı sabit etkiler modelinin tahmin sonuçlarını vermektedir. Parantez içerisindeki değerler ise p-değerlerini göstermektedir.

Tahmin sonuçlarına göre hem Solow hem de MRW modeline ilişkin tüm katsayılar %1 için anlamlıdır ve katsayıların işaretleri beklentilere uygundur. Modelde yer alan tüm değişkenler logaritmik formda olduğu için tüm katsayılar esneklik olarak yorumlanmaktadır. Bağımlı değişken çalışan başına gelir olduğu için, Solow modeline göre çalışan başına geliri fiziki sermaye birikim oranındaki %1’lik artış %0.560

arttırırken; nüfus artış oranındaki %1’lik artış %0.614 azaltmaktadır. Benzer şekilde MRW modeli için çalışan başına geliri fiziki sermaye birikim oranındaki %1’lik artış %0.477 artırırken, nüfus artış oranındaki %1’lik bir artış %0.473 azaltmakta ve beşeri sermaye birikim oranındaki %1’lik artış ise %0.199 artırmaktadır. Modelin açıklama gücünün ölçüsü olarak düzeltilmiş  $R^2$ ’ye bakıldığında ise çalışan başına geliri Solow modelindeki bağımsız değişkenlerin açıklama gücü %0.208 iken MRW modeli için %0.378’dir.

Buradan itibaren tahmin edilen modellerde mekânsal etkilerin var olup olmadığı, aynı zamanda yapısı hakkında da fikir veren, LM ve dirençli LM testleri ile araştırılmaya başlanacaktır. W2014, 2014 yılına ait karşılıklı ithalat rakamlarını baz alan ağırlık matrisini ve WORT ise 1990-2014 yılları arası karşılıklı ithalat rakamlarının ortalamasıyla oluşturulan ağırlık matrisini göstermektedir. W2014 matrisinin kullanılması durumunda 1990-2014 dönemi boyunca ithalat rakamlarının hep aynı olduğu varsayımı yapılmaktadır. Bu yüzden ortalamalara dayanan WORT ağırlık matrisinin kullanılması daha gerçekçidir. LM ve dirençli LM testlerine ilişkin her iki ağırlık matrisine göre sonuçlar Tablo 6’da verilmiştir.

**Tablo 6: LM Testlerinin Sonuçları**

Ağırlık Matrisi:	W2014		WORT	
Model:	Solow	MRW	Solow	MRW
<i>LM-Gecikme</i>	434.377 (0.000)	469.994 (0.000)	408.806 (0.000)	433.009 (0.000)
<i>LM-Hata</i>	411.706 (0.000)	366.370 (0.000)	387.877 (0.000)	342.974 (0.000)
<i>Dirençli LM-Gecikme</i>	26.897 (0.000)	105.309 (0.000)	25.093 (0.000)	90.258 (0.000)
<i>Dirençli LM-Hata</i>	4.226 (0.040)	1.685 (0.194)	4.163 (0.040)	0.223 (0.637)
Model Tercihi:	SARAR	SAR	SARAR	SAR

W2014, 2014 yılı karşılıklı ithalat rakamları ile oluşturulan ağırlık matrisini ve WORT ise 1990-2014 yılları arasındaki ortalama ithalat rakamları ile oluşturulan ağırlık matrisini göstermektedir. Parantez içerisindeki değerler ise p-değerlerini göstermektedir.

LM ve dirençli LM testlerine ilişkin karar verme süreci bir önceki bölümde bahsedilmişti. Karar verme sürecine göre Tablo 6’da ilk başta LM-Gecikme ve LM-Hata testlerinin anlamlılığına bakılır. Bu testlerden hangisi anlamlı ise mekânsal etkiler o modele göre modellenir. İkisinin birden anlamlı olması durumunda ise testlerin dirençli

versiyonlarına göre karar verilir. Tablo 6'ya göre hem her iki ağırlık matrisi hem de her iki model için LM-Gecikme ve LM-Hata testlerinin birlikte anlamlı olduğu görülmektedir. Bu yüzden karar verme sürecine testlerin dirençli versiyonları ile devam edilmelidir. Dirençli versiyonlarına bakıldığında ise MRW modeli için hem W2014 hem de WORT matrisi ile tahmin edilen modele göre mekânsal gecikme modelinin anlamlı olduğu görülmektedir. Ancak Solow modeli için hem dirençli LM-Gecikme hem de LM-Hata testlerinin birden anlamlı olduğu görülmektedir. Böyle bir durumda ya en anlamlı olan teste göre modelleme yapılır ya da mekânsal ilişki daha karmaşık bir yapı olan SARAR(1,1) modeline göre modellenebilir. Bu yüzden çalışmada her iki testin önerdiği modelleri öneren SARAR(1,1) modeli tahmin edilmiştir. Ancak diğer modellere ilişkin sonuçlar Ek'te verilmiştir.

**Tablo 7: W2014 ve WORT Ağırlık Matrisiyle Tahmin Edilen Mekânsal Genişletilmiş Solow Modelinin Tahmin Sonuçları**

Ağırlık Matrisi:	W2014		WORT	
Model: Tahminci:	SARAR(1,1) Modeli ML	SARAR(1,1) Modeli 2AEKK	SARAR(1,1) Modeli ML	SARAR(1,1) Modeli 2AEKK
<i>lsk</i>	0.143 (0.000)	0.217 (0.000)	0.138 (0.000)	0.224 (0.000)
<i>lndx</i>	-0.0464 (0.020)	-0.130 (0.019)	-0.045 (0.027)	-0.145 (0.000)
<i>W * ly</i>	0.997 (0.000)	0.912 (0.000)	0.994 (0.000)	0.883 (0.000)
$\lambda$	-0.495 (0.000)	-0.270 (0.000)	-0.471 (0.000)	-0.205 (0.000)
$R^2$	0.989	0.273	0.989	0.296
Düzeltilmiş $R^2$	0.874	-	0.871	-
$\sigma^2$	0.002	-	0.002	-
Log-Olabilirlik	959.673	-	952.754	-
Gözlem Sayısı	550	550	550	550

Parantez içerisindeki değerler p-değerlerini göstermektedir. ML ve 2AEKK ise sırasıyla; Solow modelinin her iki ağırlık matrisine göre maksimum olabirlik ve iki aşamalı en küçük kareler tahmincisinden elde edilen sonuçları göstermektedir.

Mekânsal olarak genişletilmiş Solow modelinin maksimum olabirlik (ML) ve iki aşamalı en küçük kareler (2AEKK) yöntemi ile tahmin sonuçları Tablo 7'de verilmiştir. LM ve dirençli LM testlerine göre Solow modeli için uygun bulunan SARAR(1,1) modelinde *W \* ly*, SAR modeli parametresini ve  $\lambda$  ise SEM modeline ilişkin parametreyi göstermektedir. Sonuçlara göre hem W2014 hem de WORT ağırlık matrisleriyle tahmin

edilen SARAR(1,1) modeline ilişkin katsayıların tamamı %1 için anlamlı ve işaretleri beklentilere uygundur. SAR modeli parametresinin yüksek ve anlamlı olması mekânsal etkilerin bulunmadığı modelde çok önemli bir değişkenin modele dahil edilmediğini göstermektedir. Bu nedenle mekânsal etkilerin bulunmadığı modelde önemli bir değişkenin unutulmasından dolayı tahmin edilen katsayıların sapmalı olduğu söylenebilir. Yine SAR parametresine göre komşu ülkelerdeki gelirin %1'lik artışı çalışan başına geliri W2014 ağırlık matrisi için %0.912-0.997 arasında, WORT için ise %0.883-0.994 arasında artırdığı söylenebilir. Diğer bir deyişle, bir ülkenin zengin ülkelerle daha yoğun dış ticaret yapması onun çalışan başına gelirini uzun dönemde artıracaktır. Tahmin sonuçlarına göre farklı ağırlık matrislerinin aynı tahmincilerden elde edilen sonuçların birbirine çok yakın olduğu da görülmektedir. Ayrıca tahminler ML yerine 2AEKK ile yapıldığında bazı değişkenlerin daha anlamlı hale geldiği görülmektedir.

Tablo 8 ise mekânsal olarak genişletilmiş MRW modeline ilişkin tahmin sonuçlarını göstermektedir. LM testlerinden elde edilen sonuçlara göre MRW modelindeki mekânsal etkilerin SAR modeli ile modellenmesi gerekmektedir. Mekânsal olarak genişletilmiş Solow modelinden farklı olarak modele eklenen beşeri sermaye birikim oranı ( $lsh$ ) hem W2014 hem de WORT ağırlık matrisleriyle tahmin edilen SAR modelinde %1 anlamlılık düzeyi için anlamlıdır. Yine MRW modeline ilişkin tahminler hem iki farklı ağırlık matrisine (W2014 ve WORT) hem de iki farklı tahminciye (ML ve 2AEKK) göre yapılmıştır. Sonuçlardan görülebileceği üzere farklı ağırlık matrisleri ve ayrı tahmincilerle elde edilen sonuçlar birbirine oldukça yakındır.

Beşeri sermaye birikim oranı değişkeninin ( $lsh$ ) modele eklenmesiyle birlikte nüfus artış oranı katsayısı ( $Indx$ ) daha anlamlı hale gelmiştir. Modeldeki diğer katsayılara bakıldığında hepsinin %1 anlamlılık düzeyi için anlamlı olduğu söylenebilir. Yine bağımlı değişkenin mekânsal gecikmesine ( $W * ly$ ) ilişkin değişkenin katsayısı her iki ağırlık matrisi için de anlamlı ve yüksektir. Bu Solow modelinde olduğu gibi MRW modelinde de geliri yüksek olan ülkelerle dış ticaret yapmanın uzun dönemde ilgili ülkenin ortalama gelirini artıracığını göstermektedir. Ayrıca  $W * ly$  yüksek olması, mekânsal etkilerin bulunmadığı MRW modelinde önemli bir değişkenin modele dahil edilmediğine işaret etmektedir.

**Tablo 8: W2014 ve WORT Ağırlık Matrisiyle Tahmin Edilen Mekânsal Genişletilmiş MRW Modelinin Tahmin Sonuçları**

Ağırlık Matrisi:	W2014		WORT	
Model:	Mekânsal		Mekânsal	
Tahminci:	Gecikme Modeli		Gecikme Modeli	
	ML	2AEKK	ML	2AEKK
<i>lsk</i>	0.212 (0.000)	0.199 (0.000)	0.211 (0.000)	0.198 (0.000)
<i>lndx</i>	-0.121 (0.000)	-0.098 (0.000)	-0.121 (0.000)	-0.100 (0.000)
<i>lsh</i>	0.103 (0.000)	0.097 (0.000)	0.103 (0.000)	0.098 (0.000)
<i>W * ly</i>	0.820 (0.000)	0.872 (0.000)	0.800 (0.000)	0.849 (0.000)
$R^2$	0.992	0.351	0.992	0.359
Düzeltilmiş $R^2$	0.561	-	0.516	-
$\sigma^2$	0.002	-	0.002	-
Log-Olabilirlik	907.11	-	888.185	-
Gözlem Sayısı	550	550	550	550

Parantez içerisindeki değerler p-değerlerini göstermektedir. ML ve 2AEKK ise sırasıyla; MRW modelinin her iki ağırlık matrisine göre maksimum olabilirlik ve iki aşamalı en küçük kareler tahmincisinden elde edilen sonuçları göstermektedir.

Tablo 8'e göre çalışan başına geliri fiziki sermaye birikim oranındaki %1'lik artış %0.199, beşeri sermaye birikim oranındaki %1'lik bir artış %0.097 artırırken; nüfus artış oranındaki %1'lik artış %0.098 azaltmaktadır. Bağımlı değişkenin mekânsal gecikmesi olan *W \* ly* 'ye göre ise komşu ülkenin çalışan başına gelirindeki %1'lik bir artış ülkenin çalışan başına gelirini %0.872 artırmaktadır.

Bu alt başlık kapsamında Solow ve MRW modelleri için LM testleri ile uygun mekânsal model belirlenmiş ve ardından tahmin edilmiştir. Çalışma literatürdeki çalışmadan iki yönüyle ayrılmaktadır. İlk olarak tahmin edilen mekânsal modeller mekânsal panel veri regresyon modelleridir. İkinci olarak oluşturulan ağırlık matrisi için uzaklık ve komşuluk gibi coğrafi faktörler yerine ekonomik uzaklıklar kullanılmıştır. Mekânsal olarak genişletilmiş Solow ve MRW modelleri tahmin edildiğinde ise hem mekânsal etkilerin hem de katsayıların anlamlı ve beklentilere uygun olduğu gözlemlenmiştir. Tablo 7 ve 8'de tahmin edilen mekânsal etkilerin bulunduğu modeller Tablo 6'daki mekânsal etkilerin bulunmadığı modellerle kıyaslandığında ise tahmin edilen katsayılar arasındaki büyük farklılıklar öne çıkmaktadır.

## SONUÇ

Neoklasik büyüme modelleri içerisinde yer alan Solow (1956)'un geliştirmiş olduğu ekonomik büyüme modeli teknolojiyi adeta kapalı kutu varsaymasına rağmen uzun dönemli büyümeyi açıklayabildiği için literatüre uzun süre hakim olmayı başarmıştır. Solow'un ardından bu modele en büyük katkılardan birini Mankiw vd. (1992) yapmıştır. Yine zaman içerisinde bu modeller ekonometri literatüründeki gelişmelere göre farklı şekillerde incelenmiştir. Hem Solow hem MRW modeli mekânsal ekonometrideki gelişmelere bağlı olarak son dönemde yatay kesit mekânsal regresyon modelleri ile tahmin edilmiştir. Ancak panel veri seti ile çalışmanın avantajları ve yatay kesit mekânsal regresyon modellerinin ardından mekânsal panel veri regresyon modellerindeki gelişmelere rağmen bu modeller literatürde mekânsal panel veri regresyon modelleri kapsamında incelenmemiştir. Ayrıca mekânsal ilişkinin modellenmesinde kritik rol oynayan mekânsal ağırlık matrisinin iktisadi çalışmalarda ekonomik uzaklıklara göre oluşturulması tavsiye edilirken, önceki çalışmalarda coğrafi uzaklık ve komşuluk kriterlerine göre oluşturulmuştur.

Tüm bu eksikliklerden yola çıkılarak bu çalışmada Solow ve MRW modelleri ağırlık matrisinin ülkeler arasındaki karşılıklı ithalata göre oluşturulduğu iki farklı ağırlık matrisi ile mekânsal panel veri regresyon modelleri yardımıyla tahmin edilmiştir. Ağırlık matrisinde komşuluk kriteri olarak tanımlanabilecek “eşik değerine” ise LM testlerinin ve model katsayılarının istikrarına bakılarak karar verilmiştir. Mekânsal ilişkinin var olup olmadığı dışında, mekânsal ilişkinin ne şekilde modelleneceği hakkında da bilgi veren LM ve dirençli LM testleri yardımıyla uygun mekânsal panel veri regresyon modelleri seçilmiştir. 1990-2014 yılları arasındaki 22 OECD ülkesini kapsayan bu çalışmada zaman boyutunun önceki çalışmalara göre kısa olmasının nedeni ise ağırlık matrisi oluşturulurken gerekli olan karşılıklı ithalatların 1990 yılından itibaren düzenli bir şekilde gözlemlenmesi olmuştur.

LM testleri sonucunda sabit etkiler modelinde mekânsal etkilerin bulunduğu tespit edilmiştir. Bu etkiler yine test sonuçlarından yola çıkılarak Solow modeli için SARAR(1,1) ve MRW için ise SAR modeli ile farklı tahminciler kullanılarak (ML ve 2AEKK) tahmin edilmiştir. Seçilen uygun modeller tahmin edildiğinde mekânsal etkilerin %1'de anlamlı olduğu ve bağımlı değişkenin mekânsal gecikmesine ilişkin katsayının oldukça yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Bu ise mekânsal etkilerin dahil edilmediği

modelde önemli bir değişkenin ihmal edildiğini göstermektedir. Ayrıca mekânsal etkilerin bulunmadığı modellerin mekânsal panel veri regresyon modelleri ile tahmin edilmesi durumunda katsayılarda belirgin değişiklikler ortaya çıkmıştır.

Solow modelinde fiziki sermaye birikim oranının katsayısı 0.560 ve nüfus artış oranının katsayısı -0.614 iken mekânsal etkilerin modele dahil edilmesiyle sırasıyla 0.217 ve -0.130 olarak hesaplanmıştır. Yine mekânsal olarak genişletilmiş Solow modelinde yer alan bağımlı değişkenin mekânsal gecikmesini gösteren  $W * ly$  'nin katsayısı oldukça yüksek (0.912) ve anlamlı bulunmuştur. Bu ise oldukça güçlü bir mekânsal ilişkiye işaret etmektedir ve komşu ülkelerin çalışan başına gelirindeki %1'lik artışın ülkenin çalışan başına gelirini % 0.912 artırdığını göstermektedir. Benzer şekilde hata terimindeki mekânsal etkileşimi gösteren  $\lambda$  'ya ilişkin katsayı negatif (-0.270) ve anlamlı bulunmuştur. Bu katsayı ise modele dahil edilmeyen ancak komşu ülkelere kaynaklı değişkenlerin ilgili ülkenin çalışan başına gelir düzeyine etkisini göstermektedir.

MRW modelinde ise mekânsal etkiler modele dahil edilmeden fiziki sermaye birikim oranı değişkenin katsayısı 0.427, nüfus artış oranı değişkenin katsayısı -0.473 ve beşeri sermaye birikim oranı değişkenin katsayısı ise 0.199 olarak elde edilmiştir. Modele mekânsal etkiler dahil edildiğinde ise sırasıyla 0.199, -0.098 ve 0.097 olarak bulunmuştur. Ayrıca bağımlı değişkenin mekânsal gecikmesi olarak modele dahil edilen değişkenin katsayısı 0.820'dir. 1'e oldukça yakın bu değer güçlü bir mekânsal bağımlılığın olduğunu ve komşu ülkelerin çalışan başına gelirindeki %1'lik artışın ülkenin çalışan başına gelirini %0.872 artırdığını göstermektedir. W2014 ve WORT ağırlık matrisleri kullanılarak tahmin edilen modellerin katsayıları arasında büyük farklılıklar yoktur. Tahmin sonuçlarına göre ise hem Solow hem de MRW modeli için iki farklı ağırlık matrisi ve iki farklı tahminciye göre, tüm katsayılar anlamlı ve iktisadi beklentilere uygun bulunmuştur.

## KAYNAKLAR

- Aghion, P., and Howitt, P. (1992). "A Model of Growth through Creative Destruction", *Econometrica*, 60/2, 323-351.
- Anselin, L. (1988). *Spatial Econometrics: Methods and Models*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.
- Anselin, L. (1993). "The Moran Scatterplot as an ESDA Tool to Assess Local Instability in Spatial Association". Morgantown, WV: Regional Research Institute, West Virginia University.
- Anselin, L. (2010). "Thirty Years of Spatial Econometrics", *Papers in Regional Science*, 89/1, 3-25.
- Anselin, L. and Bera, A. K. (1998). "Spatial Dependence in Linear Regression Models with an Introduction to Spatial Econometrics", *Statistics Textbooks and Monographs*, 155, 237-290.
- Anselin, L., and Hudak, S. (1992). "Spatial Econometrics In Practice: A Review of Software Options", *Regional Science and Urban Economics*, 22/3, 509-536.
- Anselin, L., Bera, A. K., Florax, R., and Yoon, M. J. (1996). "Simple Diagnostic Tests for Spatial Dependence", *Regional Science and Urban Economics*, 26/1, 77-104.
- Anselin, L., Le Gallo, J., and Jayet, H. (2008). "Spatial Panel Econometrics". In *The Econometrics of Panel Data* (625-660). Springer Berlin Heidelberg.
- Anselin, L. (2001). "Spatial Econometrics". *A Companion To Theoretical Econometrics*, 310330.
- Anselin, L. (2006). "Spatial Econometrics". In Mills, T. And Patterson, K., Editors, *Palgrave Handbook Of Econometrics: Volume 1, Econometric Theory*, 901:969, Palgrave Macmillan, Basingstoke.
- Arrow, K. (1962). "The Economic Implications of Learning by Doing", *The Review Of Economic Studies*, 29/3, 155-173.
- Baltagi, B. (2008). *Econometric Analysis Of Panel Data*. John Wiley & Sons.
- Baltagi, B. H., and Liu, L. (2008). "Testing For Random Effects and Spatial Lag Dependence in Panel Data Models", *Statistics & Probability Letters*, 78/18, 3304-3306.
- Baltagi, B. H., and Liu, L. (2011). "Instrumental Variable Estimation of A Spatial Autoregressive Panel Model with Random Effects", *Economics Letters*, 111/2, 135-137.



- Baltagi, B. H., Egger, P., and Pfaffermayr, M. (2007). "Estimating Models Of Complex FDI: Are There Third-Country Effects?", *Journal Of Econometrics*, 140/1, 260-281.
- Baltagi, B. H., Song, S. H., and Koh, W. (2003). "Testing Panel Data Regression Models with Spatial Error Correlation", *Journal of Econometrics*, 117/1, 123-150.
- Baltagi B.H., (2006). "Random Effects And Spatial Autocorrelation With Equal Weights", *Econometric Theory*, 22/5, 973-984.
- Barro R. J. and Sala-i-Martin X., (1995). *Economic Growth*, McGraw-Hill.
- Bhagwati, J. (2004). *In Defence of Globalisation*, Oxford University Press.
- Bivand, R., and Piras, G. (2015). "Comparing Implementations of Estimation Methods for Spatial Econometrics", *American Statistical Association*, 63/18, 1-36.
- Bloom, D. E., Sachs, J. D., Collier, P. and Udry, C. (1998). "Geography, Demography, And Economic Growth In Africa", *Brookings Papers On Economic Activity*, 1998/2, 207-295.
- Born, B., and Breitung, J. (2011). "Simple Regression-Based Tests For Spatial Dependence", *The Econometrics Journal*, 14/2, 330-342.
- Breusch, T. S., and Pagan, A. R. (1979). "A Simple Test for Heteroscedasticity and Random Coefficient Variation", *Econometrica: Journal Of The Econometric Society*, 1287-1294.
- Breusch, T. S., and Pagan, A. R. (1980). "The Lagrange Multiplier Test and Its Applications To Model Specification In Econometrics", *The Review Of Economic Studies*, 47/1, 239-253.
- Cass, D. (1965). "Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation", *The Review Of Economic Studies*, 32:3, 233-240.
- Cliff, A. D., and Ord, J. K. (1981). "*Spatial Processes: Models & Applications*" (Vol. 44). London: Pion.
- Cliff, A., and Ord, K. (1972). "Testing For Spatial Autocorrelation among Regression Residuals", *Geographical Analysis*, 4/3, 267-284.
- Davidson, R., and MacKinnon, J. G. (1993). "Estimation And Inference In Econometrics", *Econometrica*, 63/5.
- Debarsy, N., and Ertur, C. (2010). "Testing For Spatial Autocorrelation In A Fixed Effects Panel Data Model", *Regional Science And Urban Economics*, 40/6, 453-470.
- Diamond, P. A. (1965). "National Debt in A Neoclassical Growth Model", *The American Economic Review*, 55/5, 1126-1150.
- Domar, E. D. (1946). "Capital Expansion, Rate of Growth, And Employment", *Econometrica, Journal of The Econometric Society*, 137-147.

- Dulupçu, M. A. (1997). "On Endogenous Growth Theory", *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi Ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 2/2.
- Elhorst, J. P. (2003). "Specification and Estimation of Spatial Panel Data Models", *International Regional Science Review*, 26/3, 244-268.
- Elhorst, J. P. (2014). *Spatial Econometrics: From Cross-Sectional Data to Spatial Panels*, New York: Springer.
- Ertur, C., and Koch, W. (2007). "Growth, Technological Interdependence And Spatial Externalities: Theory and Evidence", *Journal of Applied Econometrics*, 22/6, 1033-1062.
- Fischer, M. M. (2011). "A Spatial Mankiw–Romer–Weil Model: Theory and Evidence", *The Annals Of Regional Science*, 47/2, 419-436.
- Florax, R. J., and Van Der Vlist, A. J. (2003). "Spatial Econometric Data Analysis: Moving Beyond Traditional Models", *International Regional Science Review*, 26/3, 223-243.
- Halleck Vega S. and Elhorst J.P. (2012). "On Spatial Econometric Models, Spillover Effects And W". University Of Groningen, Working Paper.
- Harrod, R. F. (1939). "An Essay in Dynamic Theory", *The Economic Journal*, 49/193, 14-33.
- Inada, K. I. (1963). "On A Two-Sector Model of Economic Growth: Comments and A Generalization", *The Review Of Economic Studies*, 30/2, 119-127.
- Islam, N. (1995). "Growth Empirics: A Panel Data Approach", *The Quarterly Journal Of Economics*, 1127-1170.
- Jones, C. (1998). *Introduction to Economic Growth*, W. W. Norton & Company, New York.
- Kapoor, M., Kelejian, H. H., and Prucha, I. R. (2007). "Panel Data Models with Spatially Correlated Error Components", *Journal Of Econometrics*, 140/1, 97-130.
- Kelejian, H. H., and Robinson, D. P. (1993). "A Suggested Method Of Estimation For Spatial Interdependent Models With Autocorrelated Errors, And An Application To A County Expenditure Model", *Papers In Regional Science*, 72/3, 297-312.
- Kelejian, H. H., and Prucha, I. R. (1998). "A Generalized Spatial Two-Stage Least Squares Procedure For Estimating A Spatial Autoregressive Model With Autoregressive Disturbances", *The Journal Of Real Estate Finance And Economics*, 17/1, 99-121.
- Kelejian, H. H., and Prucha, I. R. (1999). "A Generalized Moments Estimator for the Autoregressive Parameter in A Spatial Model", *International Economic Review*, 40/2, 509-533.

- Koopmans, T. C. (1965). "On The Concept Of Optimal Economic Growth", *The Econometric Approach To Development Planning*, Amsterdam, North Holland.
- Lee, L. F. (2003). "Best Spatial Two-Stage Least Squares Estimators For A Spatial Autoregressive Model With Autoregressive Disturbances", *Econometric Reviews*, 22/4, 307-335.
- Lee, L. F., and Yu, J. (2010). "Estimation of Spatial Autoregressive Panel Data Models with Fixed Effects", *Journal Of Econometrics*, 154/22, 165-185.
- LeSage, J. P. (2008). "An Introduction to Spatial Econometrics", *Revue D'économie Industrielle*, 123, 19-44.
- LeSage J.P. and Pace R.K. (2009). *Introduction To Spatial Econometrics*, Crc Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton.
- Lucas, R. E. (1988). "On The Mechanics of Economic Development", *Journal Of Monetary Economics*, 22/1, 3-42.
- Mankiw, N. G., Romer, D. and Weil, D.N. (1992). "A Contribution to the Empirics of Economic Growth", *The Quarterly Journal Of Economics*, 107/2, 407-37.
- Millo, G., & Piras, G. (2012). "Splm: Spatial Panel Data Models In R", *Journal Of Statistical Software*, 47/1, 1-38.
- Ord, K. (1975). "Estimation Methods for Models of Spatial Interaction", *Journal Of The American Statistical Association*, 70/349, 120-126.
- Ramsey, F. P. (1928). "A Mathematical Theory of Saving", *The Economic Journal*, 38/152, 543-559.
- Romer P. M. (1990). "Endogenous Technological Change", *Journal Of Political Economy*, XCVIII, 71-102.
- Romer, D. (1996). *Advanced Macroeconomics*, The McGraw-Hill Companies, ABD.
- Romer, P. M. (1986). "Increasing Returns and Long-Run Growth", *The Journal Of Political Economy*, 1002-1037.
- Sachs, J. D. (2005), *The End of Poverty: How We Can Make It Happen In Our Lifetime*.
- Sachs, J. D., Warner, A., Åslund, A. and Fischer, S. (1995). "Economic Reform And The Process Of Global Integration", *Brookings Papers On Economic Activity*, 1995/1, 1-118.
- Sala-i-Martin, X., and Subramanian, A. (2008). *Addressing the Natural Resource Curse: An Illustration from Nigeria*, Palgrave Macmillan UK.
- Sheshinski, E. (1967). "Optimal Accumulation With Learning By Doing", *Essays On The Theory Of Optimal Economic Growth*, 31-52.

- Snowdon, B. (2006). "The Enduring Elixir of Economic Growth", *World Economics*, 7/1, 73-130.
- Solow, R. M. (1956). "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *The Quarterly Journal Of Economics*, 65-94.
- Solow, R. M. (1957). "Technical Change and the Aggregate Production Function", *The Review Of Economics And Statistics*, 312-320.
- Swan, T. W. (1956). "Economic Growth and Capital Accumulation", *Economic Record*, 32/2, 334-361.
- Uzawa, H. (1963). "On A Two-Sector Model of Economic Growth II", *The Review Of Economic Studies*, 30/2, 105-118.
- Viton, P. A. (2010). "Notes On Spatial Econometric Models", *City And Regional Planning*, 870/03, 9-10.

## EKLER

**Tablo 9: Mekânsal Solow modeli için model denemeleri**

Ağırlık Matrisi:	W2014				WORT			
	Mekânsal Gecikme Modeli		Mekânsal Hata Modeli		Mekânsal Gecikme Modeli		Mekânsal Hata Modeli	
	ML	2AEKK	ML	2AEKK	ML	2AEKK	ML	2AEKK
<i>lsk</i>	0.274 (0.000)	0.260 (0.000)	0.292 (0.000)	0.343 (0.000)	0.273 (0.000)	0.263 (0.000)	0.296 (0.000)	0.342 (0.000)
<i>indx</i>	-0.183 (0.000)	-0.163 (0.000)	-0.165 (0.000)	-0.201 (0.000)	-0.184 (0.000)	-0.168 (0.000)	-0.164 (0.000)	-0.206 (0.000)
<i>W * ly</i>	0.841 (0.000)	0.881 (0.000)	-	-	0.821 (0.000)	0.851 (0.000)	-	-
$\lambda$	-	-	0.868 (0.000)	0.691 (0.000)	-	-	0.846 (0.000)	0.682 (0.000)
$R^2$	0.989	0.286	0.929	0.131	0.989	0.306	0.929	0.132
Düzeltilmiş $R^2$	0.279	-	0.199	-	0.246	-	0.200	-
$\sigma^2$	0.002	-	0.002	-	0.002	-	0.002	-
Log-Olabilirlik	815.870	-	829.200	-	800.255	-	816.296	-
Gözlem Sayısı	550	550	550	550	550	550	550	550

Parantez içerisindeki değerler p-değerlerini göstermektedir. ML ve 2AEKK ise sırasıyla; MRW modelinin her iki ağırlık matrisine göre maksimum olabilirlik ve iki aşamalı en küçük kareler tahmincisiden elde edilen sonuçları göstermektedir.

**Tablo 10: Mekânsal MRW modeli için model denemeleri**

Ağırlık Matrisi:	W2014				WORT			
	Mekânsal Hata Modeli		SARAR(1,1) Modeli		Mekânsal Hata Modeli		SARAR(1,1) Modeli	
	ML	2AEKK	ML	2AEKK	ML	2AEKK	ML	2AEKK
<i>lsk</i>	0.227 (0.000)	0.289 (0.000)	0.143 (0.000)	0.166 (0.000)	0.236 (0.000)	0.296 (0.000)	0.129 (0.000)	0.167 (0.000)
<i>lndx</i>	-0.089 (0.000)	-0.146 (0.000)	-0.052 (0.006)	-0.084 (0.000)	-0.099 (0.000)	-0.160 (0.000)	-0.044 (0.022)	-0.088 (0.000)
<i>lsh</i>	0.082 (0.000)	0.107 (0.000)	0.077 (0.000)	0.088 (0.000)	0.080 (0.000)	0.105 (0.000)	0.073 (0.000)	0.090 (0.000)
<i>W * ly</i>	-	-	0.940 (0.000)	0.893 (0.000)	-	-	0.940 (0.000)	0.874 (0.000)
$\lambda$	0.864 (0.000)	0.595 (0.000)	-0.383 (0.000)	-0.304 (0.000)	0.858 (0.000)	0.589 (0.000)	-0.396 (0.000)	-0.239 (0.000)
$R^2$	0.936	0.247	0.992	0.336	0.937	0.247	0.992	0.347
Düzeltilmiş $R^2$	0.331	-	0.906	-	0.332	-	0.9	-
$\sigma^2$	0.001	-	0.001	-	0.002	-	0.001	-
Log-Olabilirlik	894.154	-	1024.444	-	880.558	-	1011.191	-
Gözlem Sayısı	550	550	550	550	550	550	550	550

Parantez içerisindeki değerler p-değerlerini göstermektedir. ML ve 2AEKK ise sırasıyla; MRW modelinin her iki ağırlık matrisine göre maksimum olabilirlik ve iki aşamalı en küçük kareler tahmincisinden elde edilen sonuçları göstermektedir.

**Tablo 11: 2014 yılı ithalat rakamlarına göre oluşturulan satır standartlaştırması uygulanmış ağırlık matrisi**

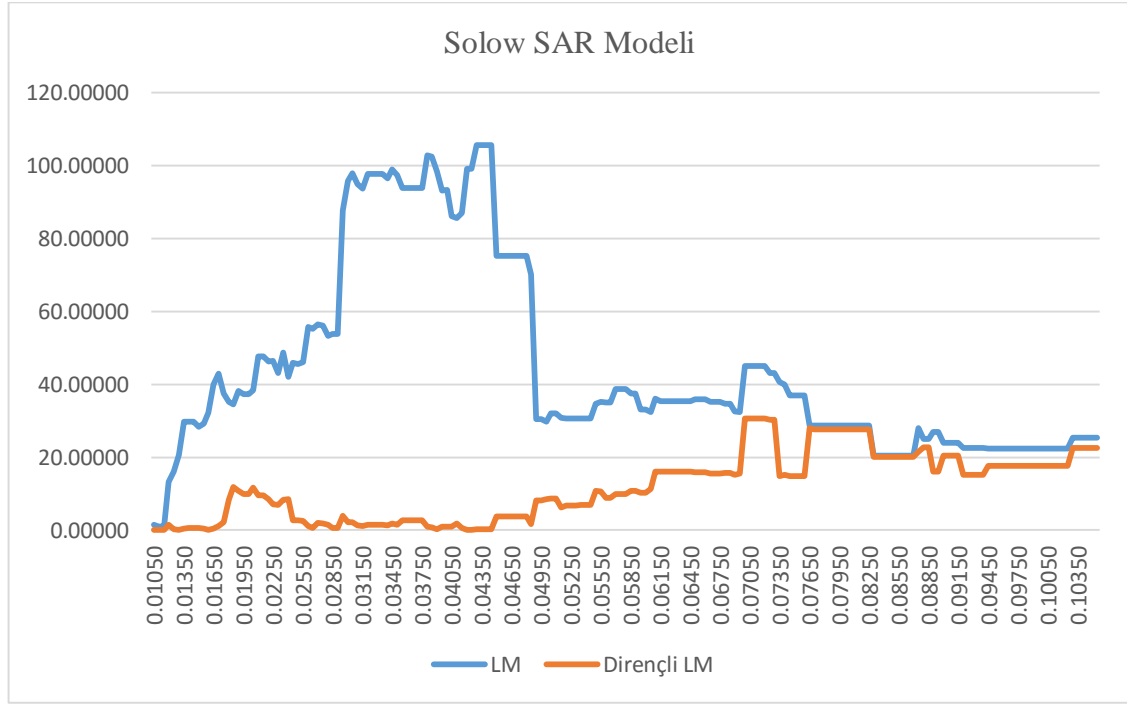
Ülke Kodu:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.333	0.000	0.333	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.333
2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.333	0.333	0.000	0.000	0.000	0.000	0.333	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000
7	0.000	0.000	0.250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.250	0.000	0.000	0.250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8	0.000	0.071	0.071	0.000	0.071	0.071	0.071	0.000	0.071	0.000	0.071	0.000	0.071	0.000	0.000	0.000	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
12	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500
13	0.000	0.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
14	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
17	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.333	0.333	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.333	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
18	0.000	0.000	0.000	0.000	0.250	0.250	0.000	0.250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
19	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
21	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500	0.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
22	0.200	0.000	0.000	0.200	0.000	0.000	0.000	0.200	0.000	0.000	0.000	0.200	0.000	0.200	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

**Tablo 12: 1990-2014 yılları arası ortalama ithalat rakamlarına göre oluşturulan satır standartlaştırması uygulanmış ağırlık matrisi**

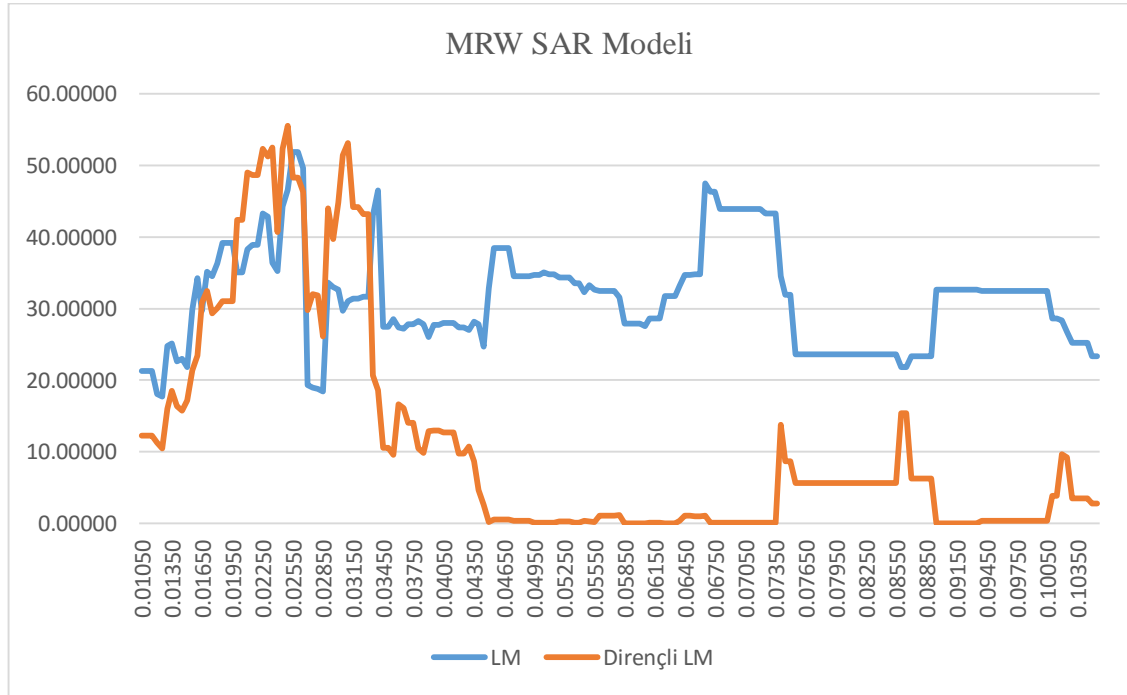
Ülke Kodu:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.333	0.000	0.333	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.333
2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.333	0.333	0.000	0.000	0.000	0.000	0.333	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000
7	0.000	0.000	0.250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.250	0.000	0.000	0.250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8	0.000	0.077	0.077	0.000	0.077	0.077	0.077	0.000	0.077	0.000	0.077	0.000	0.077	0.000	0.000	0.000	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.000
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
12	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500
13	0.000	0.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
14	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
17	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.333	0.333	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.333	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
18	0.000	0.000	0.000	0.000	0.250	0.250	0.000	0.250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
19	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
21	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500	0.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
22	0.333	0.000	0.000	0.333	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.333	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000



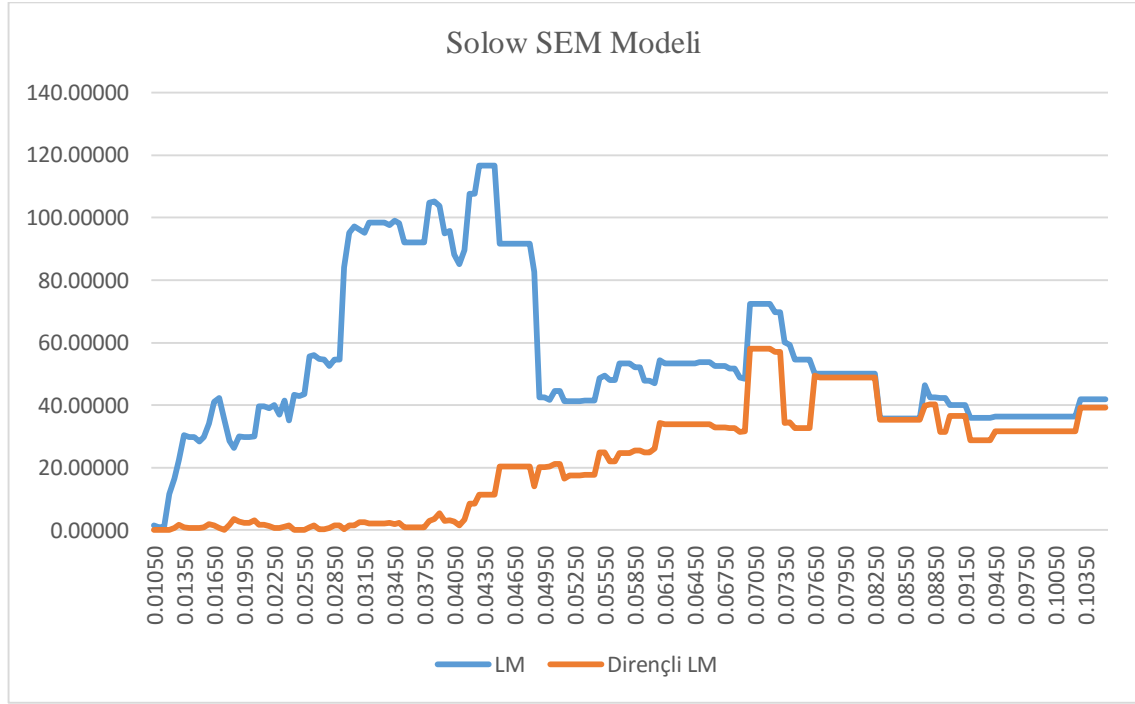
**Şekil 1: Solow modelinin W2014 ağırlık matrisi ile SAR modeli tahmini durumunda LM testlerinin istikrarı**



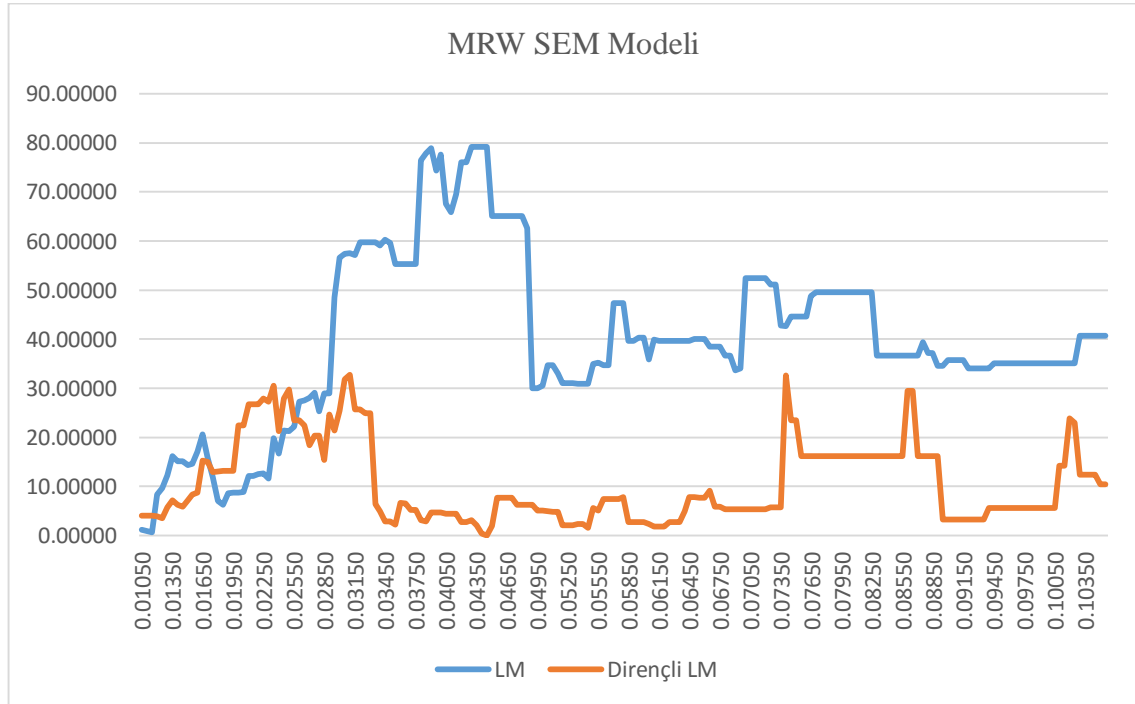
**Şekil 2: MRW modelinin W2014 ağırlık matrisi ile SAR modeli tahmini durumunda LM testlerinin istikrarı**



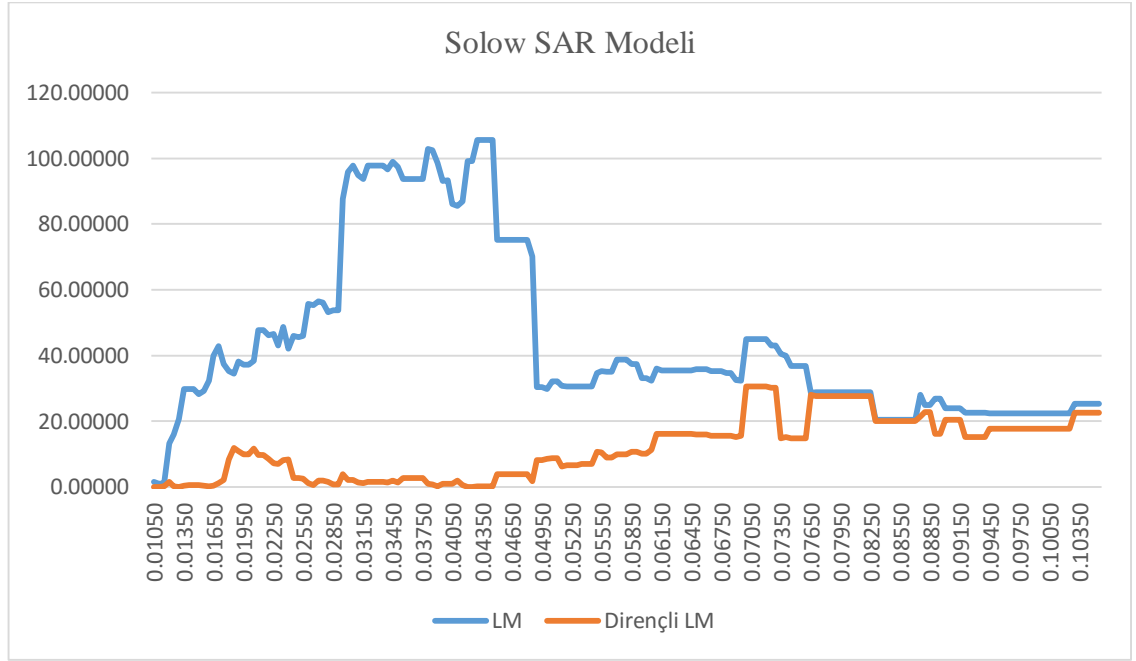
**Şekil 3: Solow modelinin W2014 ağırlık matrisi ile SEM modeli tahmini durumunda LM testlerinin istikrarı**



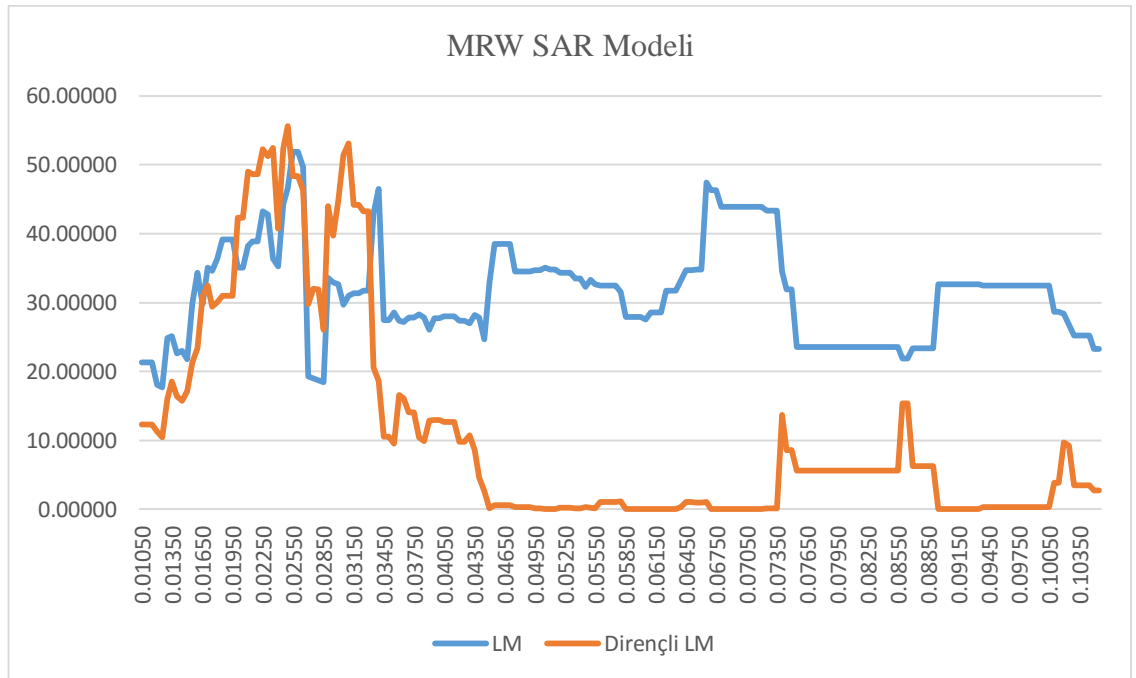
**Şekil 4: MRW modelinin W2014 ağırlık matrisi ile SEM modeli tahmini durumunda LM testlerinin istikrarı**



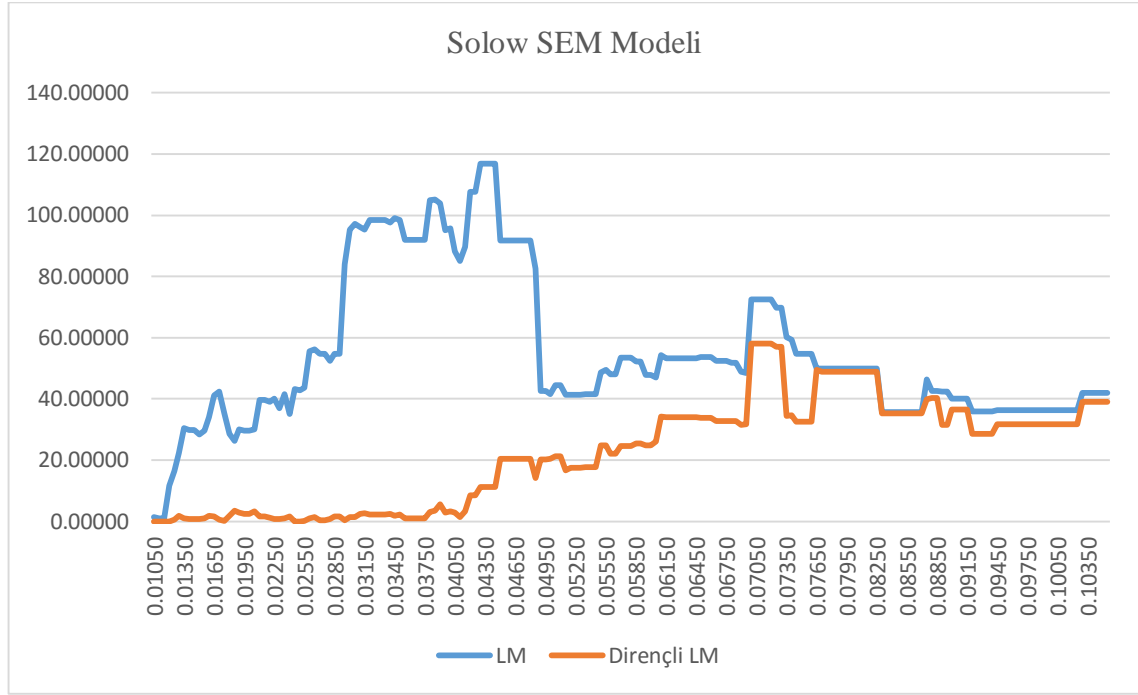
**Şekil 5: Solow modelinin WORT ağırlık matrisi ile SAR modeli tahmini durumunda LM testlerinin istikrarı**



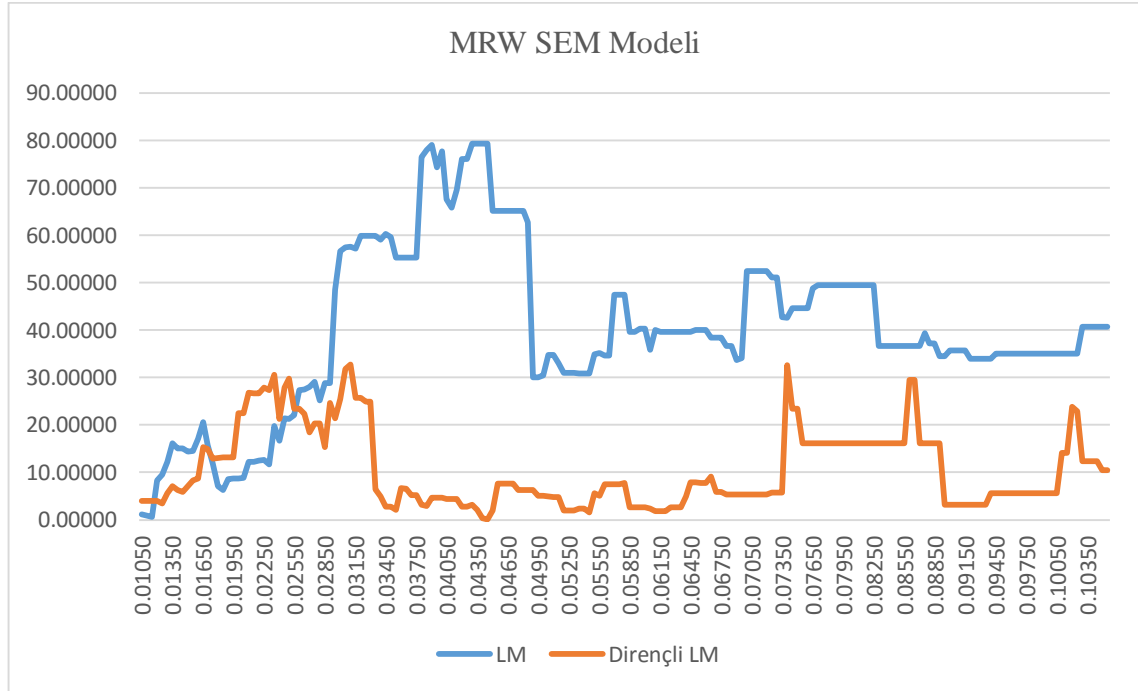
**Şekil 6: MRW modelinin WORT ağırlık matrisi ile SAR modeli tahmini durumunda LM testlerinin istikrarı**



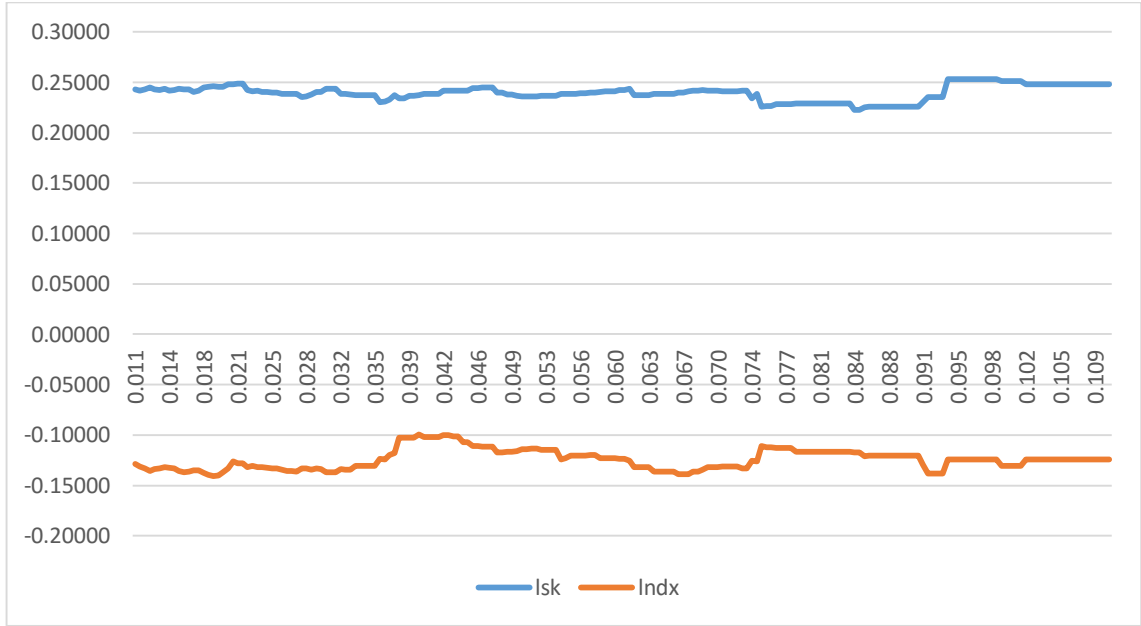
**Şekil 7: Solow modelinin WORT ağırlık matrisi ile SEM modeli tahmini durumunda LM testlerinin istikrarı**



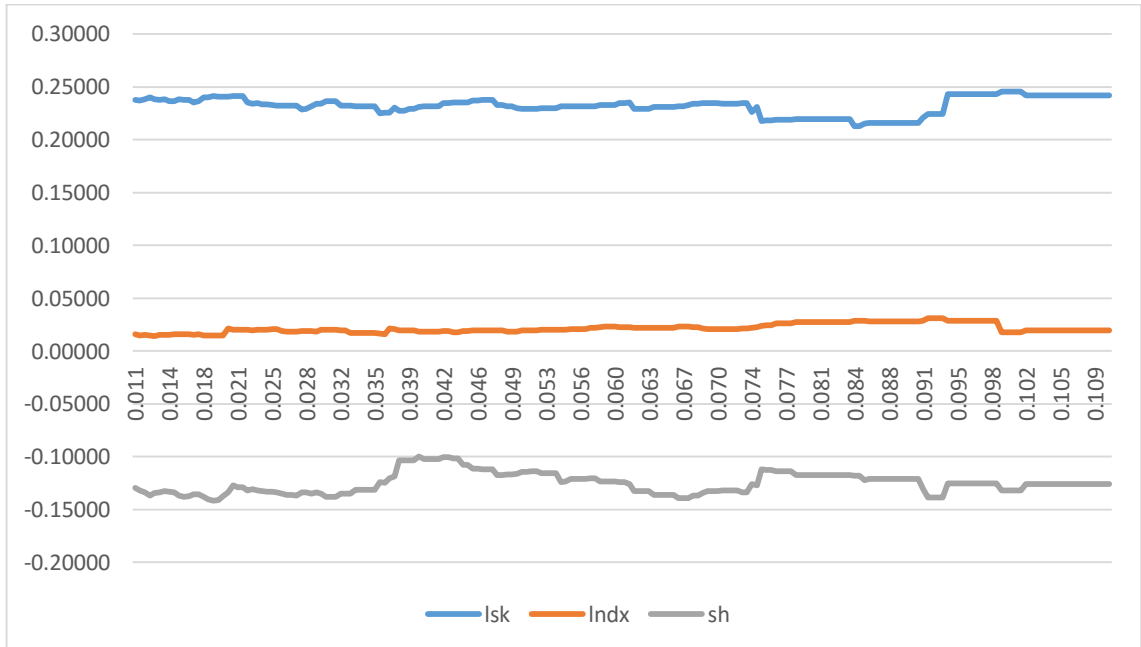
**Şekil 8:MRW modelinin WORT ağırlık matrisi ile SEM modeli tahmini durumunda LM testlerinin istikrarı**



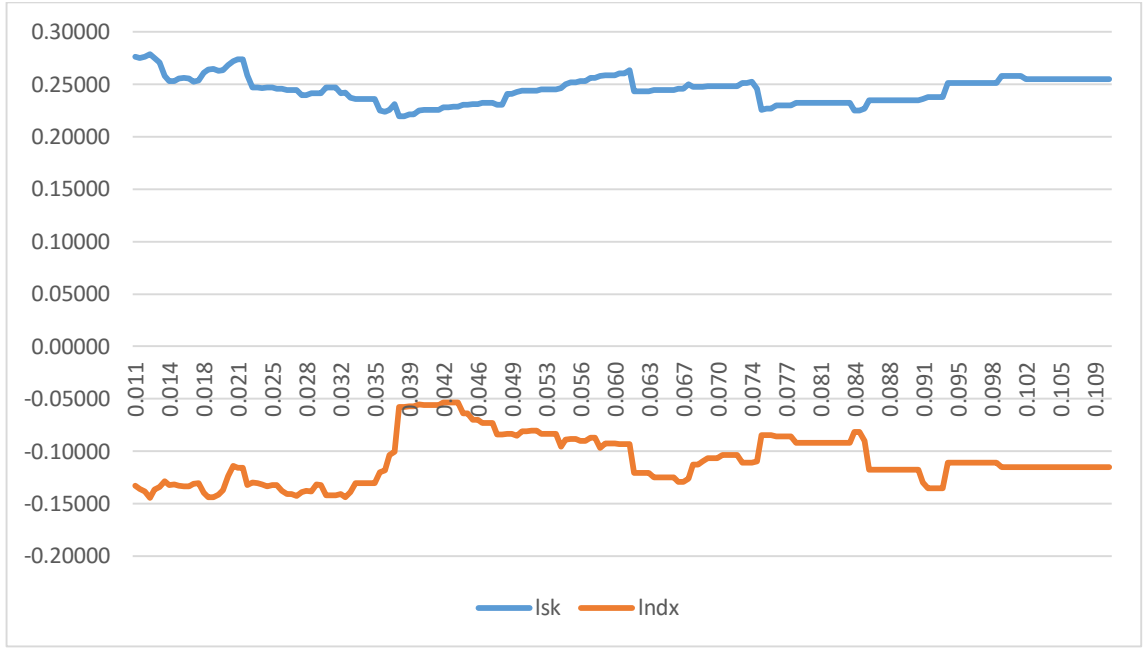
**Şekil 9: Solow modelinin W2014 ağırlık matrisi ile SAR modeli tahmini durumunda katsayılarının istikrarı**



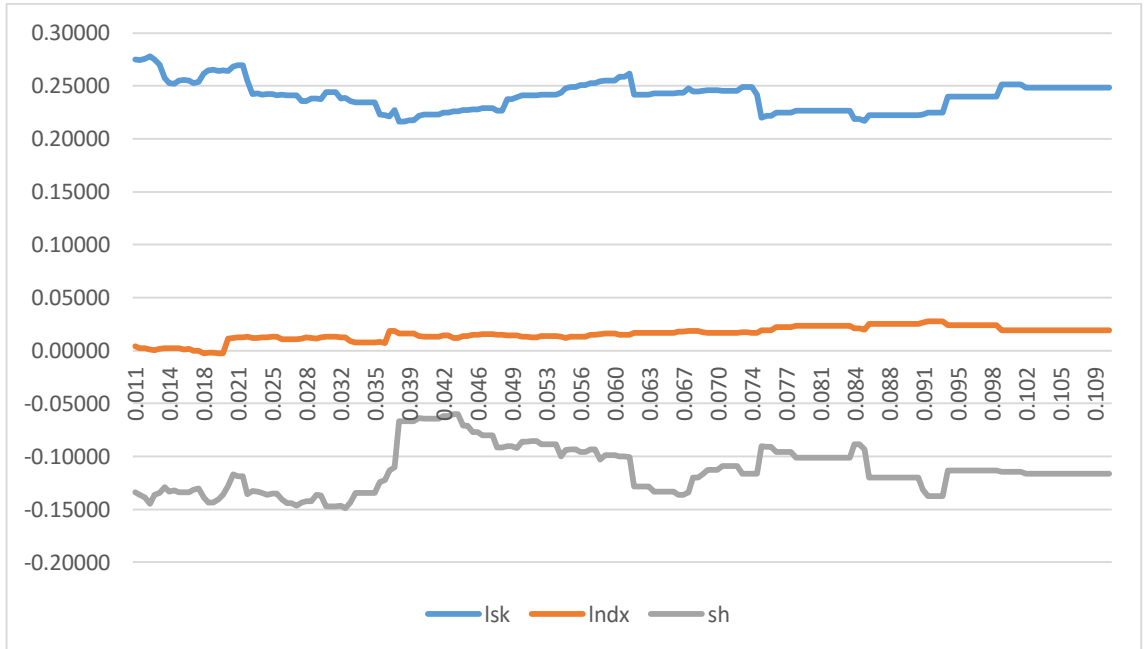
**Şekil 10: MRW modelinin W2014 ağırlık matrisi ile SAR modeli tahmini durumunda katsayılarının istikrarı**



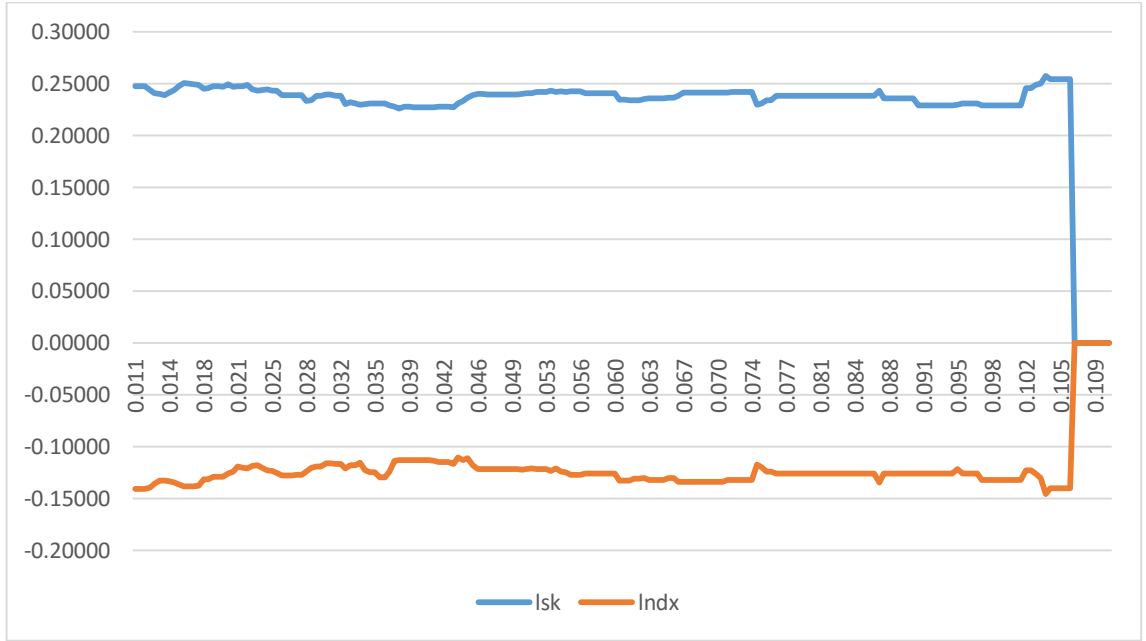
**Şekil 11:Solow modelinin W2014 ağırlık matrisi ile SEM modeli tahmini durumunda katsayılarının istikrarı**



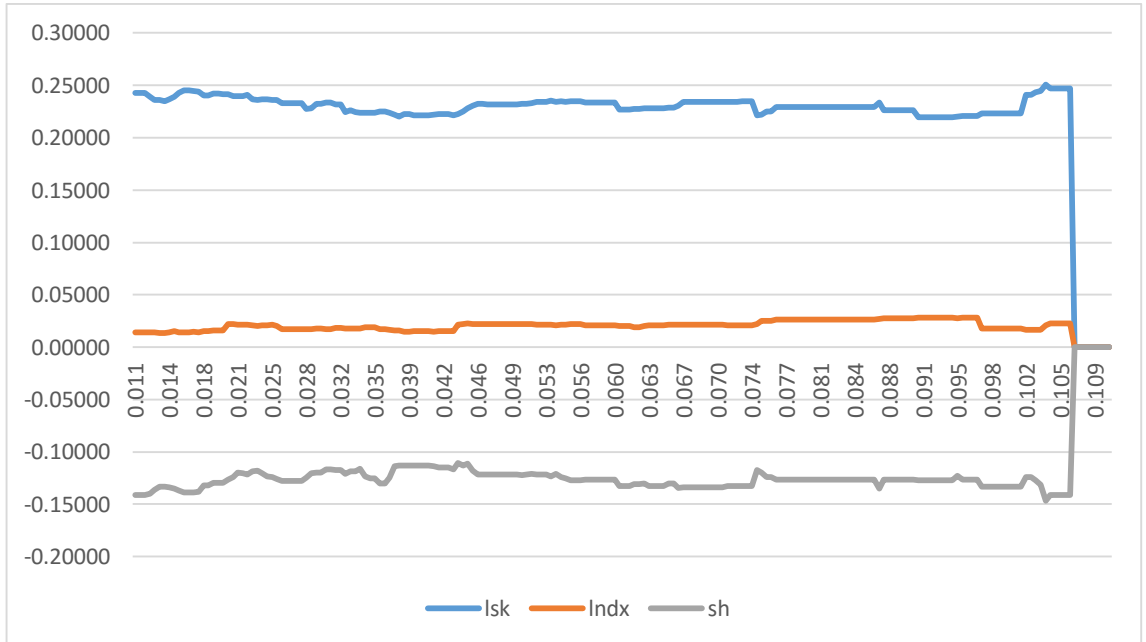
**Şekil 12:MRW modelinin W2014 ağırlık matrisi ile SEM modeli tahmini durumunda katsayılarının istikrarı**



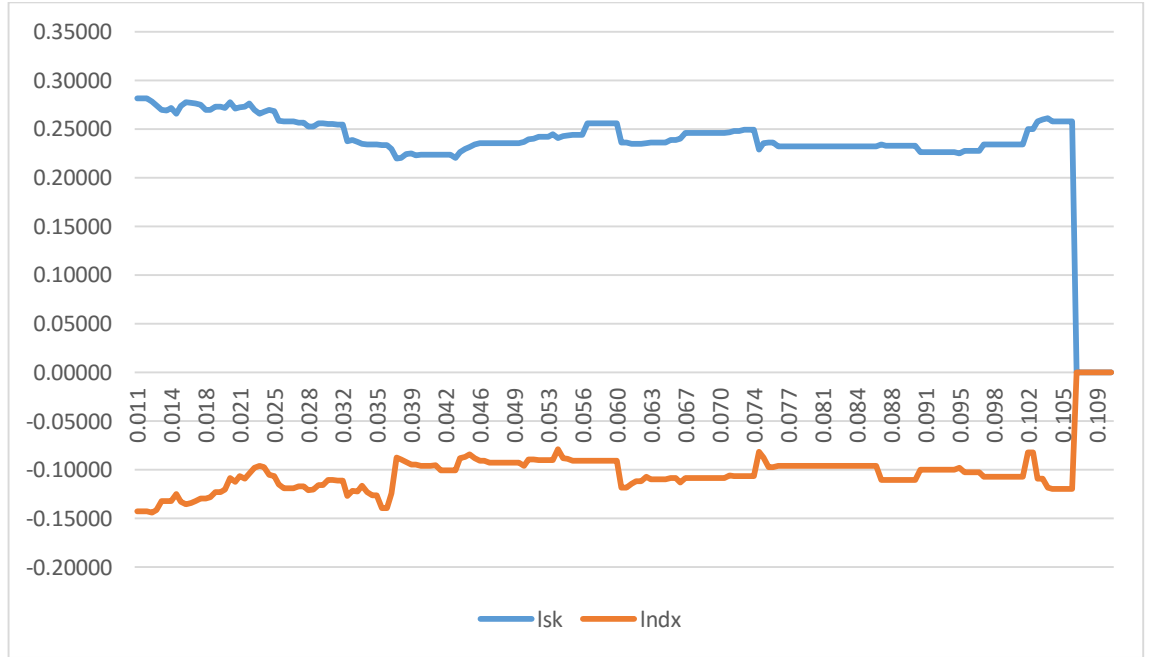
**Şekil 13: Solow modelinin WORT ağırlık matrisi ile SAR modeli tahmini durumunda katsayılarının istikrarı**



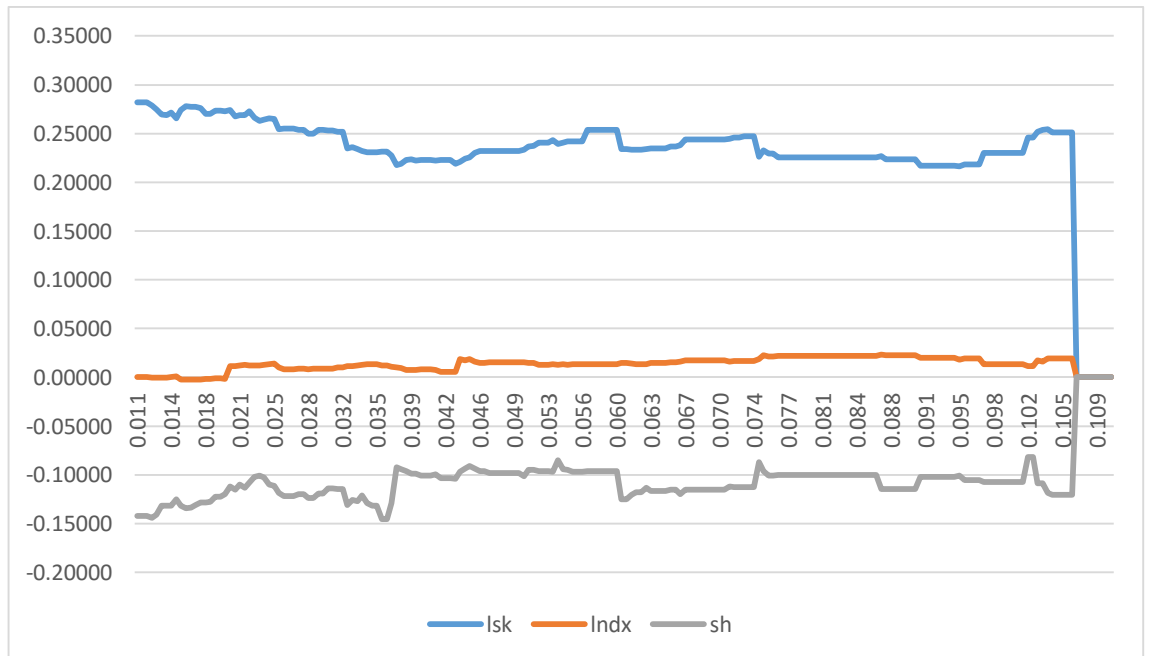
**Şekil 14: MRW modelinin WORT ağırlık matrisi ile SAR modeli tahmini durumunda katsayılarının istikrarı**



**Şekil 15:Solow modelinin WORT ağırlık matrisi ile SEM modeli tahmini durumunda katsayılarının istikrarı**



**Şekil 16:MRW modelinin WORT ağırlık matrisi ile SEM modeli tahmini durumunda katsayılarının istikrarı**





## ÖZGEÇMİŞ

### **Kişisel Bilgiler**

Ad-Soyad: Ahmet KONCAK

Doğum Yeri: Nazilli/AYDIN

Doğum Tarihi: 28.06.1991

E-Posta: ahmetkoncak@hotmail.com

### **Eğitim Bilgileri**

Lisans: Pamukkale Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü.

Yandal: Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği.

Yüksek Lisans: Pamukkale Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalı.

### **İş Deneimleri**

Temmuz/2014-...: Pamukkale Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Araştırma Görevlisi.

Ocak/2014-Temmuz/2014: Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Ekonometri Bölümü, Araştırma Görevlisi.