

**T.C**  
**PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**DÜZENSİZ SONLU FARK HESAP ŞEMASI**  
**KULLANILARAK İKİ BOYUTLU YERALTISUYU**  
**AKIMININ MODELLENMESİ**

**Gürhan GÜRARSLAN**

**Yüksek Lisans Tezi**

**DENİZLİ-2004**

**DÜZENSİZ SONLU FARK HESAP ŞEMASI  
KULLANILARAK İKİ BOYUTLU YERALTISUYU  
AKIMININ MODELLENMESİ**

**Pamukkale Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Tarafından Kabul Edilen  
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı  
Yüksek Lisans Tezi**

**Gürhan GÜRARSLAN**

**Tez Savunma Tarihi: 24/12/2004**

**DENİZLİ-2004**

## TEZ SINAV SONUÇ FORMU

Bu tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

---

Prof. Dr. Halil KARAHAN  
(Yönetici)

---

---

Yrd. Doç. Dr. Ali GÖKGÖZ  
KOÇ  
(Jüri Üyesi)

Yrd. Doç. Dr. A. Cem  
(Jüri Üyesi)

Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun  
..... tarih ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

---

**Prof. Dr. Mehmet Ali SARIGÖL**  
**Müdür**  
**Fen Bilimleri Enstitüsü**

## TEŞEKKÜR

Bu tez çalışması kapsamında başta danışman hocam Prof. Dr. Halil Karahan'a, sevgili arkadaşım Araş.Gör. İnşaat Yük. Müh. M. Tamer Ayvaz'a ve yetişmemde emeği geçen tüm bölüm hocalarıma şükranlarımı sunarım.

Tez çalışmam esnasında yardımlarını esirgemeyen kurum amirlerime ve çalışma arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Maddi ve manevi olarak her türlü desteği veren biricik eşime ve oyun zamanlarımı çaldığım kızıma minnettarım.

**Gürhan GÜRARSLAN**

# **DÜZENSİZ SONLU FARK HESAP ŞEMASI KULLANILARAK İKİ BOYUTLU YERALTISUYU AKIMININ MODELLENMESİ**

**(YÜKSEK LİSANS TEZ ÇALIŞMASI)**

**Gürhan GÜRARSLAN**

## **ÖZET**

Yeraltısuyu modellemesinde en yaygın kullanılan nümerik metodlar sonlu farklar metodu, sonlu elemanlar metodu ve sınır elemanları metodudur. Son yıllarda bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler sonucunda kısmi diferansiyel denklemleri çözmek oldukça kolaylaşmıştır.

Bu çalışmada, iki boyutlu yeraltısuyu akımı incelenerek sayısal bir model geliştirilmiştir. Yeraltısuyu akımına ait değişken zemin özelliklerini içeren zamana bağlı kısmi diferansiyel denklem; belirli sınır koşulları altında, düzensiz sonlu fark hesap şeması kullanılarak çözülmüştür. Programda implisit bir algoritma kullanılmıştır. Yoğun matris işlemlerinden kurtulmak için Gauss-Seidell iterasyon şeması kullanılmıştır. Hızlandırıcı olarak S.O.R. (ardışık aşırı rahatlama) tekniği seçilmiştir. Geliştirilen çözüm modeli kullanılarak bazı örnekler çözülmüş ve hidrolik yük değerleri açısından uyumlu sonuçlar elde edilmiştir. Çözülen örneklere ait detaylı bilgiler ilgili bölümlerde sunulmuştur.

**PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**TWO DIMENSIONAL MODELLING OF GROUNDWATER FLOW  
USING VARIABLE FINITE DIFFERENCE SCHEME  
(MASTER OF SCIENCE)**

**Gürhan GÜRARSLAN**

**ABSTRACT**

Most common numerical methods used in groundwater modelling are finite differences method, finite elements method and boundary elements method. Solving partial differential equations gets easy in result of developments in computer technologies in recent years.

In this study, a numerical model was developed by researching 2D groundwater flow. Transient partial differential equation that included variable soil properties of groundwater flow was solved with spreadsheet program using variable finite differences scheme under the definite boundary conditions. Implicit algorithm was used in this program. Gauss-Seidell iteration sheme was used to accomplish matrix algebra. S.O.R. (successive over-relaxion) technique was selected as an accelerator. Using the developed solution model, several examples have been solved, and good agreement have been obtained in terms of hydraulic heads. Detailed information of solved examples are represented in related sections.

**PAMUKKALE UNIVERSITY GRADUATE INSTITUTE OF NATURAL  
AND APPLIED SCIENCES  
POST-GRADUATE PROGRAM IN CIVIL ENGINEERING**

# İÇİNDEKİLER

	Sayfa
İçindekiler.....	39
Şekiller	
Dizini.....	39
Simgeler Dizini.....	39

## Birinci Bölüm

### GİRİŞ

1.1 Çalışmanın Amacı.....	1
1.2 Önceki Çalışmalar.....	2

## İkinci Bölüm

### YERALTISUYU AKIMI

2.1 Yeraltısuyu.....	5
2.2 Basınçlı Akiferin İletimliliği ve Depolayabilmesi.....	6
2.3 Serbest Yüzeyle Akiferlerde İletimlilik ve Özgül Verim.....	7
2.4 Darcy Yasası ve Hidrolik İletkenlik.....	7

## Üçüncü Bölüm

### TEMEL DENKLEMLER

3.1 Yeraltısuyu Akımının Temel Denklemleri.....	11
---	----

#### **Dördüncü Bölüm**

### **SONLU FARKLAR METODU**

4.1 Doğrusal Yaklaşım.....	14
4.2 Taylor Serisi Yaklaşımı ve Nümerik Hatalar.....	17
4.2.1 Düzenli Grid Sistemi.....	17
4.2.2 Düzensiz Grid Sistemi.....	25

#### **Beşinci Bölüm**

### **MATEMATİK MODEL**

5.1 İmplicit Yaklaşım.....	29
5.2 İmplicit Yaklaşımın İteratif Çözümü.....	31

#### **Altıncı Bölüm**

### **SAYISAL UYGULAMALAR**

6.1 Örnek 1.....	34
6.2 Örnek 2.....	39
6.3 Örnek 3.....	39
6.4 Örnek 4.....	46
6.5 Örnek 5.....	48
6.6 Örnek 6.....	54

#### **Yedinci Bölüm**

### **SONUÇ**



7.1 Sonuçlar .....	56
7.2 Öneriler .....	57

## **KAYNAKLAR.....58**

## **EKLER**

EK 1: Çözüm Programına Ait Akış Şeması.....	60
EK 2: Çözüm Tablosunun Şematik Gösterimi.....	61
EK 3: Hidrolik İletim Katsayısı Sayfasının Şematik Gösterimi.....	62
EK 4: Depolama Katsayısı Sayfasının Şematik Gösterimi.....	63
EK 5: Kaynak-Yitik Sayfasının Şematik Gösterimi.....	64

## **ÖZGEÇMİŞ.....65**

## ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 2.1.a: Basınçlı Akiferlerde $S$ 'nin Şematik Gösterimi.....	21
Şekil 2.1.b: Serbest Yüzeyle Akiferlerde $S_s$ 'nin Şematik Gösterimi.....	21
Şekil 2.2: Darcy Yasasını İfade Eden Deneysel Düzenek.....	23
Şekil 3.1: Gözenekli Ortamdaki Akış İçin Birim Kontrol Hacmi.....	26
Şekil 4.1: Türevlerin Doğru Yakınsamaları.....	29
Şekil 4.2: Düzenli Grid Sistemi.....	32
Şekil 4.3: Düzensiz Grid Sistemi.....	40
Şekil 6.1.a : Örnek 1'e Ait Analitik Çözüm Tablosu.....	50
Şekil 6.1.b: Örnek 1'e Ait Sayısal Çözüm Tablosu.....	51
Şekil 6.1.c : Örnek 1'e Ait Hata Yüzdeleri.....	52
Şekil 6.2: Zamana Bağlı Olarak M14 Hücresinin Hidrolik Yük Değerleri .....	54
Şekil 6.3.a: T=1 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişim Kontur Grafiği.....	55
Şekil 6.3.b: T=10 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişim Kontur Grafiği.....	55
Şekil 6.3.c: T=100 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişim Kontur Grafiği.....	56
Şekil 6.3.d: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişim Kontur Grafiği.....	56
Şekil 6.3.e: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Vektörel Gösterimi....	57
Şekil 6.4: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimleri.....	57
Şekil 6.5.a: Örnek 3'e Ait Çözüm Tablosu.....	58
Şekil 6.5.b: TGMSS Modeline Ait Çözüm Tablosu.....	59
Şekil 6.6: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin 3 Boyutlu Görünümü...61	61
Şekil 6.7: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Grafiği.....	61
Şekil 6.8: Zamana Bağlı Olarak M15 Hücresinin Hidrolik Yük Değerleri.....	63
Şekil 6.9.a: T=1 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Grafiği.....	63
Şekil 6.9.b: T=10 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Grafiği.....	64
Şekil 6.9.c: T=100 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Grafiği.....	64
Şekil 6.9.d: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Grafiği.....	65
Şekil 6.9.e: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Vektörel Gösterimi....65	65

Şekil 6.10: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin 3 Boyutlu Gösterimi...	66
Şekil 6.11: Örnek 5'e Ait Çözüm Tablosu.....	67
Şekil 6.12: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Grafiği.....	69
Şekil 6.13: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin 3 Boyutlu Görünümü..	69

## SİMGELER DİZİNİ

T	: İletimlilik katsayısı ( $m^2/s$ )
K	: Hidrolik iletkenlik katsayısı ( $m/s$ )
b	: Akifer kalınlığı ( $m$ )
S	: Depolama katsayısı
$S_s$	: Özgül depolama katsayısı ( $m^{-1}$ )
$K_x$	: $x$ yönündeki hidrolik iletkenlik katsayısı ( $m/s$ )
$K_y$	: $y$ yönündeki hidrolik iletkenlik katsayısı ( $m/s$ )
$K_z$	: $z$ yönündeki hidrolik iletkenlik katsayısı ( $m/s$ )
v	: Hız ( $m/s$ )
$v_x$	: $x$ yönündeki hız ( $m/s$ )
$v_y$	: $y$ yönündeki hız ( $m/s$ )
$v_z$	: $z$ yönündeki hız ( $m/s$ )
h	: Hidrolik yük ( $m$ ), $m$ 'inci iterasyondaki hidrolik yük değeri ( $m$ )
$h_x$	: $x$ yönündeki hidrolik yük ( $m$ )
$h_y$	: $y$ yönündeki hidrolik yük ( $m$ )
$h_z$	: $z$ yönündeki hidrolik yük ( $m$ )
Q	: Debi ( $m^3/s$ )
i	: Hidrolik eğim ( $m/m$ )
A	: Alan ( $m^2$ )
t	: Zaman ( $s$ )
$\Delta t$	: Hesap zaman adımı ( $s$ )
$\Delta x$	: $i$ yönünde grid aralığı ( $m$ )
$\Delta y$	: $j$ yönünde grid aralığı ( $m$ )
$h_{m+1}$	: $m+1$ 'inci iterasyondaki hidrolik yük değeri ( $m$ )

# BİRİNCİ BÖLÜM

## GİRİŞ

### 1.1 Çalışmanın Amacı

Yeraltısuyu akımının modellenmesi birçok mühendislik probleminin çözümünde gereklidir. İçme suyunun yeraltısuyu kaynaklarından temin edilmesinde, yeraltısuyunda meydana gelen kirlililiğin incelenmesinde, baraj gövdesinden ve baraj altından oluşan sızıntının incelenmesinde, drenaj problemlerinin çözümünde ve kıyı akiferlerinde tatlı-tuzlu su girişimi problemlerinin çözümünde yeraltısuyu akım modelinden faydalanırız.

Yeraltısuyu akımı eksplisit yada implisit sonlu fark hesap şeması kullanılarak sabit grid yapısı kullanarak kolayca modellenebilir. Ancak kuyu, drenaj, sınır koşullarının konuma ve zamana göre değişken olması durumunda sonuçların duyarlılığı ve stabilite açısından kullanılacak grid boyutlarının küçük seçilmesi gerekmektedir. Bu durum bilgi işlem süresinin ve bellek kapasitesinin artmasına neden olmaktadır.

Belirtilen problemlerin giderilmesi için değişimin fazla olduğu bölgelerde grid boyutunun küçük seçilmesine, diğer bölgelerde ise değişken ve düzenli olarak artan bir şekilde seçilmesine izin veren bir çözüm algoritması geliştirilmiştir.

İmplicit şema koşulsuz stabil olması nedeniyle tercih edilmiştir. 5 noktalı implisit sonlu fark hesap şeması kullanılmış ve matris sistemi iteratif olarak çözülmüştür. Geliştirilen çözüm tekniği düzgün ve düzgün olmayan geometrilere uygulanarak değişken grid kullanımının sağladığı avantajlar irdelenmiştir.

Bu çalışmada, düzgün ve düzgün olmayan geometrilere iki boyutlu zamana bağlı yeraltısuyu akımı incelenerek Visual Basic dilinde program geliştirilmiş ve modelin doğrulaması yapılmıştır. Sonuçlar literatürde verilen örneklerle karşılaştırılarak oldukça uyumlu sonuçlar elde edilmiştir.

## 1.2 Önceki Çalışmalar

Pinder ve Bredehoeft (1968) basınçlı akiferlerde kararsız akıma uygulanan implisit sonlu farklar tekniğini kullanarak sayısal bir model geliştirmişlerdir. Geliştirilen modelde, akiferdeki düşey sızıntı, düzensiz sınır koşulları, homojen olmayan akifer sistemi dikkate alınmıştır. Geliştirilen modelden elde edilen sonuçlar, arazi sonuçlarıyla ve basit geometrili akiferler için analitik çözüm sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

Freeze ve Witherspoon (1966,1967) kararlı bölgesel yeraltısuyu akımı için geliştirilmiş matematik model ile nümerik ve analitik çözümleri karşılaştırmıştır. İlk çalışmalarında nümerik çözümlerin üstünlüğü sunulmuştur. Sonraki çalışmalarında permeabilite değişimi ve su tablası konfigürasyonunun etkisi incelenmiştir.

Bredehoeft (1969) kısmen önceki çalışmalarını içeren yeraltısuyu akımı denklemlerine sonlu farklar yaklaşımını analiz etmiştir. Ölçülen potansiyel verilerden iletimlilik katsayısı dağılımlarını hesaplamak için sonlu farkların kullanımı tartışılmıştır. Ayrıca, analog modelleri ile karşılaştırma yapılmıştır.

Taylor ve Luthin (1969) su tablası akiferlerinin zamana bağlı analizi için bilgisayar metodları sunmuşlardır. Onların çalışması sonlu farkları kullanarak serbest yüzeyli akiferde alçalma için çözümler verir.

Bredehoeft ve Pinder (1970) çok akiferli yeraltısuyu sistemlerinde alansal akımın sayısal bir analizini uygulamıştır. Onların çalışması sonlu fark denklemlerini çözmek için iteratif ADI metodunun kullanıldığı basınçlı bir tabaka ve iki akifer için geliştirilmiş üç boyutlu benzeri bir çalışmadır.

Prickett and Lonquist (1971) sızdırmalı ve sızdırmaz artezyen koşullarındaki su tablası altındaki heterojen akiferlerde bir, iki ve üç boyutlu üniform olmayan yeraltısuyunu simüle eden genelleştirilmiş bilgisayar programları geliştirmişlerdir. Çalışmalarında kuyulardan değişken zamanlı pompaj, doğal ve yapay besleme hızı,

yüzeysel sular ve yeraltısuyu haznesi arasında su değişimi, buharlaşma, artezyenden su tablasına dönüşümü ele alınmıştır. Sonlu fark denklemleri Darcy kanunu ve kütle korunumu prensibini dikkate alan fiziksel bakış açısı ile çıkarılmıştır. Yeraltısuyu akımı denklemlerinin çıkarılmasında kütle korunumu prensibi kullanılmıştır. Sonlu fark modelleri Gauss eliminasyon ve iteratif ADI metodu kullanılarak ayrı ayrı çözülmüştür.

Larson ve Trescott (1977) anizotropik akım problemleri ve su tablasının çözümü için güçlü implisit bir kuralın kullanımını tanımlamışlardır. Çalışmaları test problemleri için farklı iteratif metodları gerektiren hesaplama işinin karşılaştırmalarını içerir.

Kinzelbach (1986) yeraltısuyu problemlerine uygulanan yeraltısuyu akımı ve çözülmüş madde taşınımı modellenmesini sunmuşlardır. Bazı sonlu fark ve sonlu elemanlar kodları örnek uygulamalar için verilmiştir.

Anderson ve Woessner (1992) yeraltısuyu modelleme çalışmaları için kapsamlı bir çalışma sunmuşlardır. Çalışmaları MODFLOW, AQUIFEM-1, AQUIFEM-N, PLASM, PATH-3D, MODPATH ve FLOWPATH kodlarının kullanımını ve bilgisini içermektedir.

İrfanoğlu (1994) sabit grid yapısı kullanarak iki boyutlu kararsız heterojen anizotrop ortamda yeraltısularındaki kirlilik problemini çözmek için C++ programlama diliyle bir simülasyon programı geliştirmiştir. Sonlu fark denklemleri kütle korunumu prensibiyle türetilmiştir. Yeraltısuyu akımı ve kirlilik iletim denklemleri implisit algoritma kullanılarak ayrı ayrı çözülmüştür. Sonuçları elde etmek için iteratif ADI ve Gauss eliminasyon metodu kullanılmıştır.

Yılmaz (1999) baraj altından sızıntı problemini çözmek amacıyla sabit grid yapısı kullanarak iki boyutlu homojen izotrop kararlı yeraltısuyu akım denklemini MS-Excel'deki döngüsel başvurudan yararlanarak ETP aracılığıyla çözmüştür. Sonlu fark denklemleri kütle korunumu prensibiyle türetilmiştir.

Ayvaz (2004) toprak dolgu barajlarda meydana gelen serbest yüzeyli sızma olayını incelemiştir. Değişken grid yapısı kullanılarak kararsız heterojen anizotrop ortam için sızma olayına ait kısmi diferansiyel denklem **Elektronik Tablolama Programı (ETP)** aracılığıyla iteratif ADIM metodu (Değişken Doğrultulu İteratif İmplicit Metod) ile çözülmüştür.

Karahan ve Ayvaz (2004) zamana bağlı iki boyutlu yeraltısuyu akımını ETP ile çözmüştür. İteratif ADI metodunu kullanarak düzgün ve düzgün olmayan geometrilerde yeraltısuyu akımını modellemişlerdir. Çözüm programının en büyük avantajı herhangi bir makro gerektirmemesidir.



## İkinci Bölüm

# YERALTISUYU AKIMI

### 2.1 Yeraltısuyu

Yerküresindeki tatlı suyun büyük bir kısmı yeraltında bulunur. Yeraltındaki su, yeryüzünde akarsularda bulunan suyun 7500 katı kadardır. Yeraltında ve yeryüzündeki suların sürekli ilişki halinde bulunmaları yeraltısuyunun önemini attırır. Özellikle kurak bölgelerde akarsular ancak yeraltından beslendikleri takdirde yazın kurumazlar. Akarsulardaki toplam akımın yaklaşık %30'u yeraltından beslenir. Yeryüzündeki bitkiler gerekli suyu yeryüzünün hemen altındaki zemin neminden sağlarlar.

Kuyularla yeraltındaki haznedeki çıkarılan su insanlar tarafından geniş ölçüde kullanılmaktadır. Yeraltından elde edilen suyun iyi bir özelliği de tabii bir şekilde filtrelenmiş olduğundan genellikle bakterilerden, organik maddelerden, koku ve tatlardan arınmış, kimyasal bileşimi ve sıcaklık derecesi fazla değişmeyen, iyi kalitede bir su olmasıdır. Yerüstü su kaynaklarının tükendiği kurak mevsimlerde insanlar su ihtiyacını kuyularla yeraltından sağlayabilirler. Bugün yeryüzünde kullanılan suyun % 40 kadarı yeraltından sağlanmaktadır. Gelecekte yeni biriktirme hazneleri inşa etmek olanağının giderek azalacak olması, buna karşın yeraltında büyük bir doğal hazne bulunması ve dengeleme süresinin uzun olması nedeniyle bu yüzdenin artması beklenebilir (Beyazıt, 1999).

Yeraltı su seviyesindeki değişimler, ya doğal olaylarla ya da insan eli ile oluşturulan olaylar sonucunda, sürekli ya da kısa süreli olarak meydana gelmektedir. Doğal olaylar sonucu yeraltı su seviyesi değişimleri, meteorolojik ve jeolojik faktörlerin etkisi ile olur. Bu faktörlerin en önemlileri şunlardır (Erguvanlı ve Yüzer, 1984) :

1. Yağış
2. Yüzeysel akış

3. Buharlaşma-terleme
4. Atmosfer basıncı değişimi
5. Gel-git
6. Deprem

Diğer taraftan yer altı su seviyesinde insan eli ile oluşan değişmeler şunlardır:

1. Yeraltından fazla su çekilmesi (pompaj)
2. Yeraltına su verilmesi (suni besleme)
3. Baraj, gölet v.b. gibi yerüstü sularını depolama tesislerinin yapılması

## 2.2 Basıncılı Akiferin İletimliliği ve Depolayabilmesi

Kalınlığı  $b$  olan bir basıncılı akiferin iletimlilik katsayısı  $T$ ,

$$T = Kb \quad (2.1)$$

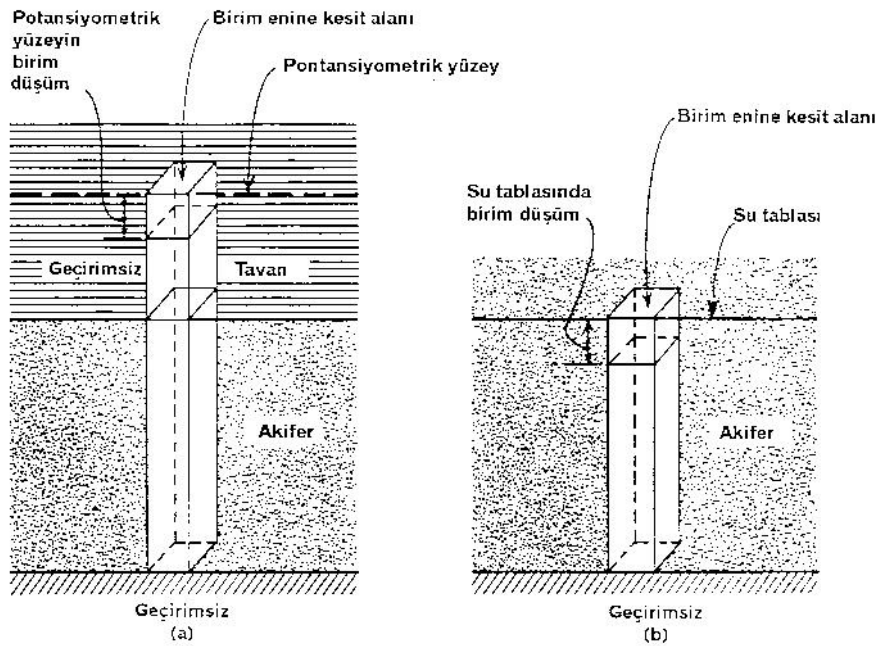
şeklinde tanımlanır. Depolayabilme yada depolama katsayısı  $S$  ise,

$$S = S_s b \quad (2.2)$$

olarak ifade edilir.

Kalınlığı  $b$  olan doğgun bir basıncılı akiferin depolama katsayısının tanımı; akiferin birim yüzey alanı başına, hidrolik yükün o yüzeye dik bileşenindeki birim azalım için depodan bıraktığı suyun miktarıdır. Hidrolik yük, basıncılı akiferler için genellikle basınç yüzeyi şeklinde ifade edilir ve depolayabilme kavramı şekil 2.1'de bu açıdan ifade edilmiştir.

Hidrolik iletkenlik  $K$ 'nın boyutu  $[L/T]$ , (2.1) eşitliğinden açıkça görüldüğü gibi iletimlilik katsayısının boyutu  $[L^2/T]$ 'dir (Freeze and Cherry, 2003).



Şekil 2.1.a : Basınçlı Akiferlerde  $S$  'nin Şematik Gösterimi (Freeze and Cherry, 2003).

Şekil 2.1.b : Serbest Yüzeyle Akiferlerde  $S_s$  'nin Şematik Gösterimi (Freeze and Cheery, 2003).

### 2.3 Serbest Yüzeyle Akiferlerde İletimlilik ve Özgül Verim

Serbest yüzeyle akiferler için iletimlilik katsayısı basınçlı akiferlerdeki kadar iyi tanımlanamamıştır fakat, buna rağmen kullanılmaktadır. Aynı eşitlik ile tanımlanır fakat, bu sefer  $b$  doygun kuşağın kalınlığı veya akiferin yada akiferi aşağıdan sınırlayan geçirimsiz yüzeyin üzerindeki su yüksekliğidir. Depolama terimi yerine serbest yüzeyle akiferde özgül verim  $S_y$  kullanılır. Serbest yüzeyle akiferin su tablasındaki birim alçalım başına akiferin birim yüzey alanı için depodan salıverdiği su miktarı olarak tanımlanır. Bazen serbest depolama katsayısı olarak da tanımlanır. Şekil 2.1.b'de bu kavram şematik olarak ifade edilmiştir (Freeze and Cherry, 2003).

### 2.4 Darcy Yasası ve Hidrolik İletkenlik

1856 yılında Henry Darcy isimli Fransız hidrolik mühendisi Fransa'nın Dijon şehrinin su bilançosunu yayınlamıştır. Darcy, raporunda kumlarda suyun akışını analiz

eden bir laboratuvar deneyini tanımlamıştır. Darcy'nin yaptığı deneyin sonuçları kendi adını taşıyan amprik yasa şeklinde bilinmektedir.

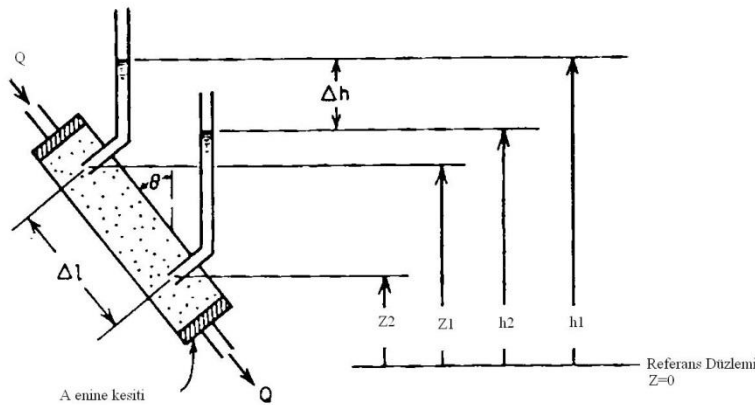
Şekil 2.2'de gösterilen deney düzeneğini göz önüne alalım. Enine kesiti A olan silindir, kumla dolu ve iki ucu da tıpalıdır. İki adet manometrenin iliştirildiği silindirin bir ucunda su giriş tüpü, diğesinde de su çıkış tüpü bulunmaktadır. Silindir içine, tüm gözenekler suyla dolana ve girişteki akış miktarı Q çıkıştaki akış miktarı Q'ya eşit olana kadar su verilmektedir. Eğer  $z=0$  gibi keyfi bir referans düzlemi tayin edersek, manometre girişleri  $z_1$  ve  $z_2$  olur. Tüplerdeki akışkanın yüksekliği de  $h_1$  ve  $h_2$  olur. Manometre girişleri arasındaki mesafe  $\Delta l$ 'dir.

Silindir içindeki özgül debi  $v$ 'yi

$$v = \frac{Q}{A} \quad (2.3)$$

olarak tanımlayacağız. Q'nun boyutunun  $[L^3/T]$  ve A'nınki  $[L^2]$  olduğu zaman  $v$ 'nin boyutu hız boyutu  $[L/T]$  olur.

Darcy tarafından yapılan deneyler  $\Delta l$  sabit olduğu zaman,  $v$ 'nin  $h_1 - h_2$  ile doğru orantılı ve  $h_1 - h_2$  sabit olduğu zaman da  $\Delta l$  ile ters orantılı olduğunu göstermiştir.  $\Delta h = h_2 - h_1$  olursa Darcy yasası,



Şekil 2.2 Darcy Yasasını İfade Eden Deneysel Düzenek (Freeze and Cherry, 2003).

$$v = -K \frac{\Delta h}{\Delta l} \quad (2.4)$$

şeklinde yada

$$v = -K \frac{dh}{dl} \quad (2.5)$$

diferansiyel formunda yazılabilir.

Darcy yasasının bir alternatif formu (2.3) eşitliği (2.5) eşitliğine konularak elde edilebilir:

$$Q = -K \frac{dh}{dl} A \quad (2.6)$$

Bu eşitlik bazen daha da kısaltılarak,

$$Q = -KiA \quad (2.7)$$

şeklinde yazılmaktadır. Bağlıdaki  $i$  hidrolik eğimdir.

Darcy yasası ampirik bir yasa olup sadece deneysel kanıtlara dayanmaktadır. Darcy yasasını daha temel fiziksel yasalardan türetmek için pek çok teşebbüste bulunulmuştur. (Bear, 1972) bu çalışmaları da derinlemesine incelemiştir. En başarılı yaklaşımlar, akışkanlar mekaniğinde çok iyi bilinen Navier-Stokes denklemlerinin, gözenekli ortamın idealize edilmiş kavramsal modelinin gözenek kanallarındaki su akışına uygulanması şeklinde olmuştur.

Anizotropi özelliği gösteren bir ortamda üç boyutlu akışta tek boyutlu Darcy yasasını genelleştirmek gerekecektir. Bileşenleri  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$  olan üç boyuttaki hız  $v$  bir vektör olup en basit genelleştirilmesi,

$$v_x = -K_x \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2.8.a)$$

$$v_y = -K_y \frac{\partial h}{\partial y} \quad (2.8.b)$$

$$v_z = -K_z \frac{\partial h}{\partial z} \quad (2.8.c)$$

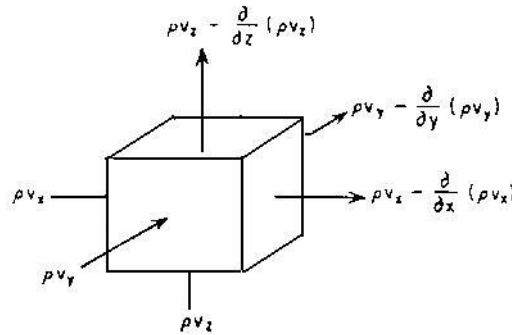
şeklindedir. Denklemlerdeki  $K_x, K_y, K_z$ ; x, y ve z yönlerindeki hidrolik iletkenlik değerleridir (Freeze and Cherry, 2003).

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM TEMEL DENKLEMLER

### 3.1 Yeraltısuyu Akımının Temel Denklemleri

Temel bilimler ve mühendisliğin hemen hemen tüm dallarındaki analiz teknikleri fiziksel süreçleri iyi anlama esasına dayanır ve çoğu zaman bu süreçleri matematiksel olarak tanımlamak mümkündür. Yeraltısuyu da buna dahildir. Akışın temel yasasını Darcy yasasıdır. Bu yasa, gözenekli ortamdaki akış sırasında akışkan kütlelerinin korunumunu tanımlayan süreklilik eşitliği ile beraber kullanıldığında ortaya çıkan sonuç akışın kısmi diferansiyel denklemdir.

Gözenekli ortamın bir birim hacmini (Şekil 3.1) gözönüne alalım. Böyle bir eleman çoğu zaman birim kontrol hacmi olarak anılır. Doygun gözenekli ortamda kararsız akışın kütle korunumu yasasına göre, kontrol hacmine giren akışkan kütleleri akışının net miktarı, elemandaki akışkan kütleleri depolamasındaki değişimin zamansal miktarıdır. Süreklilik denklemi Şekil 3.1 baz alınarak,



Şekil 3.1 Gözenekli Ortamdaki Akış İçin Birim Kontrol Hacmi.

$$-\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} - \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = \frac{\partial(\rho n)}{\partial t} \quad (3.1)$$

şeklini alır. Yada, denklemin sağ tarafı açılacak olursa:

$$-\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} - \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = n \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial n}{\partial t} \quad (3.2)$$

(3.2) denkleminin sağ tarafındaki ilk terim ,  $\rho$  yoğunluğundaki değişim altında suyun genişlemesi ile üretilen suyun kütle oranıdır. İkinci terim ise,  $n$  gözenekliliğindeki değişim altında gözenekli ortamın kompaksiyonu ile üretilen suyun kütle oranıdır. Birinci terim akışkanın sıkışabilirliği  $\alpha$  tarafından kontrol edilir.  $\rho$ 'daki değişim ve  $n$ 'deki değişimin ikisinde de hidrolik yük  $h$ 'daki değişim ile meydana geldiğini ve ayrıca yükteki birim azalım için bu iki mekanizma ile üretilen suyun hacminin  $S_s$  olduğunu biliyoruz. Üretilen suyun kütle oranı  $\rho S_s \partial h / \partial t$ 'dir ve (3.2) denklemi şu şekli alır:

$$-\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} - \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = \rho S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.3)$$

Suyun yoğunluğu sabit kabul edilirse (3.3) denkleminin iki tarafındaki  $\rho$  terimleri sadeleşir. Bu denklemde, hız terimi Darcy yasasına göre yazılırsa (3.4) denklemini elde ederiz.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.4)$$

Denklem (3.4), doymuş, anizotrop gözenekli ortamdaki kararsız akışın denklemini temsil etmektedir. Ortam homojen ve izotrop olursa (3.4) denklemi,

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{S_s}{K} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.5)$$

şekline indirgenir.

Kalınlığı  $b$  olan basınçlı yatay akifer özel durumu için  $S = S_s \cdot b$  ve  $T = K \cdot b$  'dir ve (3.5) denkleminin iki boyutlu formu,



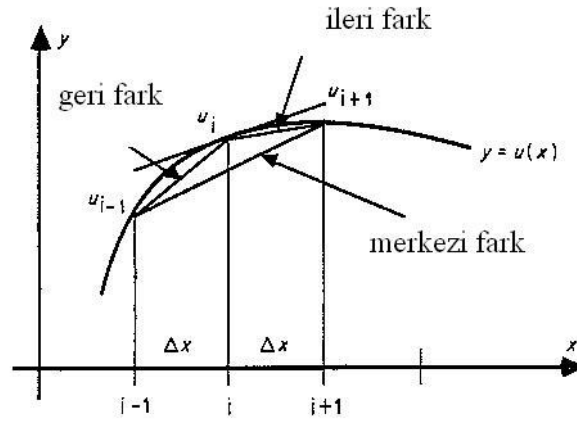
$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.7)$$

şeklini alır.  $h(x,y,t)$  çözümü akış alanında yatay akiferde yatay düzlem üzerinde herhangi bir noktada herhangi bir zamandaki hidrolik yük değerini verir. Çözüm için akifer parametreleri S ve T'nin bilinmesi gereklidir (Freeze and Cherry, 2003).

## DÖRDÜNCÜ BÖLÜM SONLU FARKLAR METODU

### 4.1 Doğrusal Yaklaşım

Türevin sonlu fark gösterimleri doğrusal yaklaşım ile çok kolayca elde edilebilir. Örneğin,  $x$ 'e göre kısmi türevde sadece bağımlı değişkenin  $x$  bağımsız değişkenine göre değişimi dikkate alınır ve diğer bağımsız değişkenler sabit gibi düşünülür. Bu nedenle Şekil 4.1'de gösterildiği gibi sadece  $x$  ile değişen bir  $u$  fonksiyonu düşünmek yeterlidir ve  $u$ 'nun tüm türevleri için sonlu fark gösterimleri kısmi türevler için eşit bir şekilde geçerlidir.



Şekil 4.1: Türevlerin Doğru Yakınsamaları (Lam, 1994).

Şekil 4.1'de gösterildiği gibi  $x_i$ 'de eğrinin eğimi geometrik olarak temsil eden  $x = x_i$  noktasında 1.mertebeden  $\frac{du}{dx}$  türevini düşünelim. Bu türev üç farklı yoldan yakınsar. Eğer  $x_i$ 'nin bir  $x$  adımı sonrasında  $x_i$ 'den  $\Delta x = h$  kadar mesafede olan  $x_{i+1}$  noktasını düşünersek, gerçek eğim  $u(x)$  eğrisi üzerindeki  $x_i$  ve  $x_{i+1}$  noktalarını bağlayan düz doğru ile yakınsatabiliriz.

$$\left(\frac{du}{dx}\right)_i \approx \frac{u_{i+1} - u_i}{h} \quad (\text{iki noktalı ileri fark}) \quad (4.1.a)$$

Bu iki noktalı ileri fark olarak bilinir. İki nokta terimi  $i$  ve  $i+1$  ile ilgili iki noktadan dolayı kullanılır. İleri terimi  $x_i$ 'den sonra bir adımı gerektirmesinden dolayı kullanılır.  $x = x_i$ 'de  $\frac{du}{dx}$  için iki noktalı geri fark gösterimini  $x_i$ 'den bir adım önce  $x_i$ 'den  $\Delta x = h$  kadar mesafede olan  $x_{i-1}$ 'i gözönüne alarak yazabiliriz.

$$\left(\frac{du}{dx}\right)_i \approx \frac{u_i - u_{i-1}}{h} \quad (\text{iki noktalı geri fark}) \quad (4.1.b)$$

$x = x_i$ 'de  $\frac{du}{dx}$  için üç noktalı merkezi fark gösterimini  $x_i$ 'den bir adım önce ve sonraki  $x_{i-1}$  ve  $x_{i+1}$ 'i göz önüne alarak yazabiliriz.

$$\left(\frac{du}{dx}\right)_i \approx \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2h} \quad (\text{üç noktalı merkezi fark}) \quad (4.1.c)$$

(4.1.a-c) denklemleri yüksek mertebeden türevlerin sonlu fark gösterimlerini geliştirmek için kullanılabilir. Örneğin, ikinci mertebeden türevi düşünelim. (4.1.a)'yı kullanarak ileri fark elde edilebilir.

$$\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)_i = \frac{d}{dx} \left(\frac{du}{dx}\right)_i$$

$$\approx \frac{1}{\Delta x} \left[ \left(\frac{\Delta u}{\Delta x}\right)_{i+1} - \left(\frac{\Delta u}{\Delta x}\right)_i \right]$$

$$\approx \frac{1}{h} \left[ \frac{u_{i+2} - u_{i+1}}{h} - \frac{u_{i+1} - u_i}{h} \right]$$

$$\approx \frac{u_{i+2} - 2u_{i+1} + u_i}{h^2} \quad (\text{ileri fark}) \quad (4.2.a)$$

(4.1.b)'yi kullanarak geri fark elde edilir.

$$\begin{aligned} \left( \frac{d^2 u}{dx^2} \right)_i &\approx \frac{1}{\Delta x} \left[ \left( \frac{\Delta u}{\Delta x} \right)_i - \left( \frac{\Delta u}{\Delta x} \right)_{i-1} \right] \\ &= \frac{1}{h} \left[ \frac{u_i - u_{i-1}}{h} - \frac{u_{i-1} - u_{i-2}}{h} \right] \\ &= \frac{u_i - 2u_{i-1} + u_{i-2}}{h^2} \quad (\text{geri fark}) \quad (4.2.b) \end{aligned}$$

(4.1.c)'yi kullanarak merkezi fark elde edilir.

$$\begin{aligned} \left( \frac{d^2 u}{dx^2} \right)_i &\approx \frac{1}{2\Delta x} \left[ \left( \frac{\Delta u}{\Delta x} \right)_{i+1} - \left( \frac{\Delta u}{\Delta x} \right)_i \right] \\ &= \frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\Delta u}{\Delta x} \right)_{i+1} + \left( \frac{\Delta u}{\Delta x} \right)_i \right] - \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\Delta u}{\Delta x} \right)_i + \left( \frac{\Delta u}{\Delta x} \right)_{i-1} \right] \right\} \\ &= \frac{1}{\Delta x} \left[ \left( \frac{\Delta u}{\Delta x} \right)_{i+1/2} - \left( \frac{\Delta u}{\Delta x} \right)_{i-1/2} \right] \\ \frac{\Delta u}{\Delta x} &\text{ in bu aralıkta lineer olarak deđiřtiđini farzedersek,} \\ &= \frac{1}{h} \left[ \frac{u_{i+1} - u_i}{h} - \frac{u_i - u_{i-1}}{h} \right] \\ &= \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2} \quad (\text{merkezi fark}) \quad (4.2.c) \end{aligned}$$

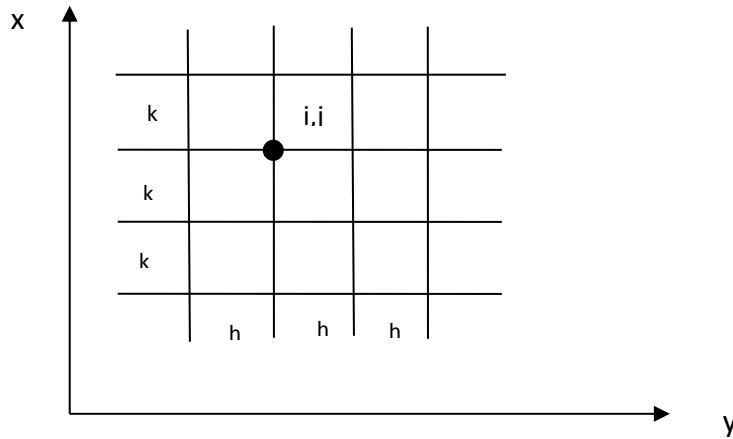
$\Delta$  farkları temsil etmektedir. Örneğin,  $\Delta u$  u'daki değişimi temsil eder. (4.2.c)'deki merkezi farkın elde edilmesinde,  $\frac{u_{i+1}-u_i}{h}$  ve  $\frac{u_i-u_{i-1}}{h}$  terimleri  $x=h$  yerine  $x=\frac{h}{2}$  olarak (4.1.c)' den merkezi farktan elde edildiği gibi  $x_{i+1/2}$  ve  $x_{i-1/2}$  yarı aralığında  $\frac{du}{dx}$ 'in merkezi farkları olarak dikkate alınmıştır (Lam, 1994).

## 4.2 Taylor Serisi Yaklaşımı ve Nümerik Hatalar

Doğrusal yaklaşım basittir ama tüm nümerik metodlarda önemli olan yakınsama hataları hakkında herhangi bir bilgi vermez. Sonlu fark gösterimlerinin elde edilmesinin en hassas yolu Taylor Serisi yaklaşımıdır (Lam, 1994).

### 4.2.1 Düzenli Grid Sistemi

Şekil 4.2'de gösterildiği gibi  $\Delta x=h$  ve  $\Delta y=k$  olan eşit parçalı bir grid sistemi düşünelim.



Şekil 4.2 Düzenli Grid Sistemi (Lam, 1994).

Bir  $u(x,y)$  fonksiyonu için  $x_i$  civarında sırasıyla  $(x_i + h)$  ve  $(x_i - h)$  da Taylor Serisine açılabilir.

$$u(x+h,y)=u(x,y)+h \frac{\partial u(x,y)}{\partial x} + \frac{h^2}{2!} \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + \frac{h^3}{3!} \frac{\partial^3 u(x,y)}{\partial x^3} + \dots$$

$$u(x-h,y)=u(x,y)-h \frac{\partial u(x,y)}{\partial x} + \frac{h^2}{2!} \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} - \frac{h^3}{3!} \frac{\partial^3 u(x,y)}{\partial x^3} + \dots$$

Adım boyutu, grid genişliği, grid boyutu olarak adlandırılan  $h$ , serilerin yakınsaması için oldukça küçüktür.

Birinci alt indisin  $x$  yönünü ve ikinci alt indisin  $y$  yönünü gösterdiği çift alt indisli notasyonu oluşturarak yukarıdaki ifadeler şu şekilde yazılabilir:

$$u_{i+1,j} = u_{i,j} + h \frac{\partial u_{i,j}}{\partial x} + \frac{h^2}{2!} \frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial x^2} + \frac{h^3}{3!} \frac{\partial^3 u_{i,j}}{\partial x^3} + \dots \quad (4.3.a)$$

$$u_{i-1,j} = u_{i,j} - h \frac{\partial u_{i,j}}{\partial x} + \frac{h^2}{2!} \frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial x^2} - \frac{h^3}{3!} \frac{\partial^3 u_{i,j}}{\partial x^3} + \dots \quad (4.3.b)$$

(4.3.a) dan,

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{i,j}}{\partial x} &= \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{h} - \frac{h^2}{2!} \frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial x^2} - \frac{h^3}{3!} \frac{\partial^3 u_{i,j}}{\partial x^3} + \dots \\ &= \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{h} + O(h) \end{aligned} \quad (4.4.a)$$

Aynı şekilde (4.3.b) den

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{i,j}}{\partial x} &= \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{h} - \frac{h^2}{2!} \frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial x^2} - \frac{h^3}{3!} \frac{\partial^3 u_{i,j}}{\partial x^3} + \dots \\ &= \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{h} + O(h) \end{aligned} \quad (4.4.b)$$

Bu yüzden, eğer ikinci. ve daha yüksek mertebedeki türevleri içeren terimler bu ifadelerde kesilirse, sırasıyla 1.mertebe türev için ileri fark ve geri fark yaklaşımı elde

edilir. Seriler yakınsasın diye  $h$  yeterince küçük alındığında ikinci ve diğer kesilen terimler birinci kesilen terimden daha küçüktür ve tüm kesilen terimler bu yüzden birinci kesilen terimin büyüklüğünün mertebesi açısından yazılır. Bu nedenle yakınsama hataları (4.4.a) ve (4.4.b) de kesme hataları olarak bilindiğinden dolayı  $h$ 'ın mertebesinde ve  $O(h)$  olarak yazılır. Bu kesme hatalarının yaklaşık olarak  $h$  ile orantılı olduğunu gösterir. Çünkü tüm türevler verilen problem için uygundur. Kesme hataları  $h$  yarılandığında yaklaşık olarak yarılanır. Bu sonlu fark ifadelerinin birinci mertebeden doğruluğa sahip olduğu söylenebilir. Fiziksel olarak kesme hatası türevin tam değeri ile onun sonlu fark değeri arasındaki farkı gösterir.

Eğer (4.3.a)- (4.3.b) alınır ve düzenlenirse merkezi fark elde edilir. Kesme hatası  $O(h^2)$  dir ve yaklaşık olarak  $h^2$  ile orantılıdır.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{i,j}}{\partial x} &= \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2h} - \frac{h^2}{3!} \frac{\partial^3 u_{i,j}}{\partial x^3} + \dots \\ &= \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2h} + O(h^2) \end{aligned} \quad (4.4.c)$$

Merkezi fark ikinci mertebeden doğruluğa sahiptir. Bu durumda grid boyutu  $h$ 'ı yarılamak kesme hatasını yaklaşık olarak önceki hatanın çeyreğine kadar düşürür. Birinci mertebeden merkezi farkın türevi temsil eden gerçek eğime en yakın olduğu Şekil 4.1'de görüldüğü gibi merkezi fark, ileri fark yada geri farklardan daha hassas sonuç verir.

Eğer (4.4.a)- (4.4.b) alınır ve düzenlenirse ikinci mertebeden türev için merkezi fark elde edilir. Kesme hatası  $O(h^2)$  olur.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial x^2} &= \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2} + \frac{2h^2}{4!} \frac{\partial^4 u_{i,j}}{\partial x^4} - \dots \\ &= \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2} + O(h^2) \end{aligned} \quad (4.4.d)$$

Aynı şekilde  $y$  türevleri için şu ifadeleri buluruz:

$$\frac{\partial u_{i,j}}{\partial y} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{k} + O(k) \quad (\text{ileri fark}) \quad (4.5.a)$$

$$\frac{\partial u_{i,j}}{\partial y} = \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{k} + O(k) \quad (\text{geri fark}) \quad (4.5.b)$$

$$\frac{\partial u_{i,j}}{\partial y} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2k} + O(k^2) \quad (\text{merkezi fark}) \quad (4.5.c)$$

$$\frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial y^2} = \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{k^2} + O(k^2) \quad (\text{ileri fark}) \quad (4.5.d)$$

(4.4) ve (4.5) denklemleri sıkça kullanılmaktadır. Yüksek mertebeden türevler için sonlu farklar nadiren kullanılır. Çünkü fiziksel problemlerde kısmi diferansiyel denklemlerin çoğu ikinci mertebededir. Doğruluğu daha fazla ifadeler de nadiren kullanılır. Çünkü çok terim içerirler ve doğruluğu daha az olan ifadeler daha küçük grid boyutlarında kullanılarak aynı hassaslık elde edilebilir.

Bazen karışık ikinci mertebeden türev  $\partial^2 u / \partial x \partial y$  gereklidir. Bu durumda Taylor Serilerini kullanarak şu ifadeleri elde ederiz.

$$\begin{aligned} u(x+h, y+k) &= u(x, y) + \frac{1}{1!} \left[ h \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} + k \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \right] \\ &+ \frac{1}{2!} \left[ h^2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + 2hk \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} + k^2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} \right] + \dots \end{aligned} \quad (4.6.a)$$

$$u(x+h, y-k) = u(x, y) + \frac{1}{1!} \left[ h \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} - k \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \right]$$



$$+ \frac{1}{2!} \left[ h^2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} - 2hk \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} + k^2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} \right] + \dots \quad (4.6.b)$$

$$u(x-h, y+k) = u(x, y) + \frac{1}{1!} \left[ -h \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} + k \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \right]$$

$$+ \frac{1}{2!} \left[ h^2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} - 2hk \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} + k^2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} \right] + \dots \quad (4.6.c)$$

$$u(x-h, y-k) = u(x, y) + \frac{1}{1!} \left[ -h \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} - k \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \right]$$

$$+ \frac{1}{2!} \left[ h^2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + 2hk \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} + k^2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} \right] + \dots \quad (4.6.d)$$

(4.6.a)- (4.6.b)- (4.6.c)+ (4.6.d) alırsak,

$$u(x+h, y+k) - u(x+h, y-k) - u(x-h, y+k) + u(x-h, y-k) = 4hk \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} + O(h+k)^4$$

Üçüncü mertebeden türevler yok olur. Bu yüzden,

$$\frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial x \partial y} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i+1,j-1} - u_{i-1,j+1} + u_{i-1,j-1}}{4hk} + O\left(\frac{(h+k)^4}{hk}\right) \quad (4.7.a)$$

$k=h$  aldığımızda,

$$\frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial x \partial y} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i+1,j-1} - u_{i-1,j+1} + u_{i-1,j-1}}{4h^2} + O(h^2) \quad (4.7.b)$$

(4.7) eşitliği ikinci mertebeden merkezi farklardır (Lam, 1994).

İkinci mertebeden diferansiyel denklemlerle problemlerde sıkça ortaya çıkan bir karmaşık operatör  $\frac{\partial}{\partial x} \left( r(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right)$ , dir. Üç noktalı ikinci mertebeden doğruluğa sahip bir merkezi fark formülasyonu şu şekilde verilmiştir (Hirsh, 1995) :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( r(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j} = \frac{\left( r(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+1/2,j} - \left( r(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i-1/2,j}}{\Delta x} = \frac{r_{i+1/2,j} \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} - r_{i-1/2,j} \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x}}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( r(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j} = r_{i+1/2,j} \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{(\Delta x)^2} - r_{i-1/2,j} \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{(\Delta x)^2}$$

Düzenli bir grid sistemi için sonlu fark ifadelerini özetleyelim:

a)  $O(h)$  ile ileri farklar

$$\frac{\partial u_{i,j}}{\partial x} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{h}$$

$$\frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial x^2} = \frac{u_{i+2,j} - 2u_{i+1,j} + u_{i,j}}{h^2}$$

$$\frac{\partial^3 u_{i,j}}{\partial x^3} = \frac{u_{i+3,j} - 3u_{i+2,j} + 3u_{i+1,j} - u_{i,j}}{h^3}$$

$$\frac{\partial^4 u_{i,j}}{\partial x^4} = \frac{u_{i+4,j} - 4u_{i+3,j} + 6u_{i+2,j} - 4u_{i+1,j} + u_{i,j}}{h^4}$$

b)  $O(h^2)$  ile ileri farklar

$$\frac{\partial u_{i,j}}{\partial x} = \frac{-u_{i+2,j} + 4u_{i+1,j} - 3u_{i,j}}{2h}$$

$$\frac{\partial u^2_{i,j}}{\partial x^2} = \frac{-u_{i+3,j} + 4u_{i+2,j} - 5u_{i+1,j} + 2u_{i,j}}{h^2}$$

$$\frac{\partial u^3_{i,j}}{\partial x^3} = \frac{-3u_{i+4,j} + 14u_{i+3,j} - 24u_{i+2,j} + 18u_{i+1,j} - 5u_{i,j}}{2h^3}$$

$$\frac{\partial u^4_{i,j}}{\partial x^4} = \frac{-2u_{i+5,j} + 11u_{i+4,j} - 24u_{i+3,j} + 26u_{i+2,j} - 14u_{i+1,j} + 3u_{i,j}}{h^4}$$

c)  $O(h)$  ile geri farklar

$$\frac{\partial u_{i,j}}{\partial x} = \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{h}$$

$$\frac{\partial u^2_{i,j}}{\partial x^2} = \frac{u_{i,j} - 2u_{i-1,j} + u_{i-2,j}}{h^2}$$

$$\frac{\partial u^3_{i,j}}{\partial x^3} = \frac{u_{i,j} - 3u_{i-1,j} + 3u_{i-2,j} - u_{i-3,j}}{h^3}$$

$$\frac{\partial u^4_{i,j}}{\partial x^4} = \frac{u_{i,j} - 4u_{i-1,j} + 6u_{i-2,j} - 4u_{i-3,j} + u_{i-4,j}}{h^4}$$

d)  $O(h^2)$  ile geri farklar

$$\frac{\partial u_{i,j}}{\partial x} = \frac{3u_{i,j} - 4u_{i-1,j} + u_{i-2,j}}{2h}$$

$$\frac{\partial u^2_{i,j}}{\partial x^2} = \frac{2u_{i,j} - 5u_{i-1,j} + 4u_{i-2,j} - u_{i-3,j}}{h^2}$$

$$\frac{\partial u^3_{i,j}}{\partial x^3} = \frac{5u_{i,j} - 18u_{i-1,j} + 24u_{i-2,j} - 14u_{i-3,j} + u_{i-4,j}}{2h^3}$$

$$\frac{\partial u^4_{i,j}}{\partial x^4} = \frac{3u_{i,j} - 14u_{i-1,j} + 26u_{i-2,j} - 24u_{i-3,j} + 11u_{i-4,j} - 2u_{i-5,j}}{h^4}$$

e)  $O(h^2)$  ile merkezi farklar

$$\frac{\partial u_{i,j}}{\partial x} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2h}$$

$$\frac{\partial u^2_{i,j}}{\partial x^2} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2}$$

$$\frac{\partial u^3_{i,j}}{\partial x^3} = \frac{u_{i+2,j} - 2u_{i+1,j} + 2u_{i-1,j} - u_{i-2,j}}{2h^3}$$

$$\frac{\partial u^4_{i,j}}{\partial x^4} = \frac{u_{i+2,j} - 4u_{i+1,j} + 6u_{i,j} - 4u_{i-1,j} + u_{i-2,j}}{h^4}$$

f)  $O(h^4)$  ile merkezi farklar

$$\frac{\partial u_{i,j}}{\partial x} = \frac{-u_{i+2,j} + 8u_{i+1,j} - 8u_{i-1,j} + u_{i-2,j}}{12h}$$

$$\frac{\partial u^2_{i,j}}{\partial x^2} = \frac{-u_{i+2,j} + 16u_{i+1,j} - 30u_{i,j} + 16u_{i-1,j} - u_{i-2,j}}{12h^2}$$

$$\frac{\partial u^3_{i,j}}{\partial x^3} = \frac{-u_{i+3,j} + 8u_{i+2,j} - 13u_{i+1,j} + 13u_{i-1,j} - 8u_{i-2,j} + u_{i-3,j}}{8h^3}$$

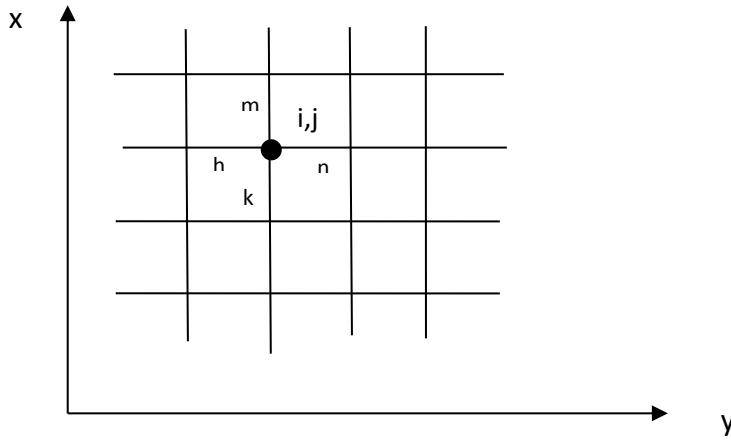
$$\frac{\partial u^4_{i,j}}{\partial x^4} = \frac{-u_{i+3,j} + 12u_{i+2,j} - 39u_{i+1,j} + 56u_{i,j} - 39u_{i-1,j} + 12u_{i-2,j} - u_{i-3,j}}{6h^4}$$

g) ikinci mertebeden karışık türevler için merkezi fark

$$\frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial x \partial y} = \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i+1,j-1} - u_{i-1,j+1} + u_{i-1,j-1}}{4hk} + O\left(\frac{(h+k)^4}{hk}\right)$$

$$= \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i+1,j-1} - u_{i-1,j+1} + u_{i-1,j-1}}{4hk} + O(h^2) \quad (h=k \text{ ise})$$

#### 4.2.2 Düzensiz Grid Sistemi



Şekil 4.3 Düzensiz Grid Sistemi (Lam,1994).

$x$  ve  $y$  grid aralıkları farklı olduğu Şekil 4.3'te gösterilen düzensiz bir grid sistemini düşünelim.

İlk olarak birinci türevleri göz önüne alalım. Birinci mertebeden türevler için (3.4.a) ve (3.4.b) ileri ve geri fark eşitlikleri şu şekilde tekrar yazılır (Lam, 1994) :

$$\frac{\partial u_{i,j}}{\partial x} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{n} + O(n) \quad (\text{ileri fark}) \quad (4.8.a)$$

$$\frac{\partial u_{i,j}}{\partial x} = \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{h} + O(h) \quad (\text{geri fark}) \quad (4.8.b)$$

Merkezi farklar için (3.4.c) ve (3.4.d) eşitlikleri artık kullanılmamaktadır. Taylor serileri kullanılarak şu şekilde tekrar türetilirler:

$$u_{i+1,j} = u_{i,j} + n \frac{\partial u_{i,j}}{\partial x} + \frac{n^2}{2!} \frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial x^2} + \frac{n^3}{3!} \frac{\partial^3 u_{i,j}}{\partial x^3} \quad (4.9.a)$$

$$u_{i-1,j} = u_{i,j} - h \frac{\partial u_{i,j}}{\partial x} + \frac{h^2}{2!} \frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial x^2} - \frac{h^3}{3!} \frac{\partial^3 u_{i,j}}{\partial x^3} \quad (4.9.b)$$

$h^2*(3.9.a) - n^2*(3.9.b)$  işlemiyle merkezi fark birinci türev için şu şekilde elde edilir:

$$\frac{\partial u_{i,j}}{\partial x} = \frac{h^2 u_{i+1,j} - (h^2 - n^2) u_{i,j} - n^2 u_{i-1,j}}{hn(h+n)} + O(hn) \quad (4.8.c)$$

$h*(4.9.a) + n*(4.9.b)$  olarak merkezi fark ikinci türev için şu şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial x^2} &= \frac{2u_{i+1,j}}{n(h+n)} - \frac{2u_{i,j}}{hn} + \frac{2u_{i-1,j}}{h(h+n)} + \frac{2(n-h)}{3!} \frac{\partial^3 u_{i,j}}{\partial x^3} + \frac{2(n^2 - nh + h^2)}{4!} \frac{\partial^4 u_{i,j}}{\partial x^4} + \dots \\ &= \frac{2u_{i+1,j}}{n(h+n)} - \frac{2u_{i,j}}{hn} + \frac{2u_{i-1,j}}{h(h+n)} + O(n-h) \end{aligned} \quad (4.8.d)$$

Aynı şekilde  $y$  türevleri için şu ifadeleri alabiliriz:

$$\frac{\partial u_{i,j}}{\partial y} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{m} + O(m) \quad (\text{ileri fark}) \quad (4.10.a)$$

$$\frac{\partial u_{i,j}}{\partial y} = \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{k} + O(k) \quad (\text{geri fark}) \quad (4.10.b)$$

$$\frac{\partial u_{i,j}}{\partial y} = \frac{k^2 u_{i,j+1} - (k^2 - m^2) u_{i,j} - m^2 u_{i,j-1}}{km(k+m)} + O(km) \quad (\text{merkezi fark}) \quad (4.10.c)$$

$$\frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial y^2} = \frac{2u_{i,j+1}}{m(k+m)} - \frac{2u_{i,j}}{km} + \frac{2u_{i,j-1}}{k(k+m)} + O(k-m) \quad (\text{merkezi fark}) \quad (4.10.d)$$

Taylor serilerini kullanarak  $\partial^2 u / \partial x \partial y$  karışık türevi için şu ifadeleri elde ederiz:

$$\begin{aligned} u(x+n, y+m) &= u(x, y) + \frac{1}{1!} \left( n \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} + m \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{1}{2!} \left( n^2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + 2nm \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} + m^2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} \right) + \dots \end{aligned} \quad (4.11.a)$$

$$\begin{aligned} u(x+n, y-k) &= u(x, y) + \frac{1}{1!} \left( n \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} - k \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{1}{2!} \left( n^2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} - 2nk \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} + k^2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} \right) + \dots \end{aligned} \quad (4.11.b)$$

$$\begin{aligned} u(x-h, y+m) &= u(x, y) + \frac{1}{1!} \left( -h \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} + m \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{1}{2!} \left( h^2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} - 2hm \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} + m^2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} \right) + \dots \end{aligned} \quad (4.11.c)$$

$$\begin{aligned} u(x-h, y-k) &= u(x, y) + \frac{1}{1!} \left( -h \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} - k \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{1}{2!} \left( h^2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + 2hk \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} + k^2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} \right) + \dots \end{aligned} \quad (4.11.d)$$

(4.11.a)- (4.11.b)- (4.11.c)+ (4.11.d) işlemiyle şu ifadeyi buluruz:

$$\frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial x \partial y} = \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i+1,j-1} - u_{i-1,j+1} + u_{i-1,j-1}}{(n+h)(m+k)} \quad (\text{merkezi fark}) \quad (4.12)$$



## BEŞİNCİ BÖLÜM

# MATEMATİK MODEL

Sonlu fark metodları, yeraltısuyu akım problemlerine uygulanan en eski çözüm yöntemidir. Sonlu fark yönteminde fiziksel ortam üzerinde bir grid sistemi kurulur. Karşılaşılan yaygın iki grid tipi blok merkezli ve düğüm merkezli gridlerdir. Gridlerle bağlantılı düğüm noktaları, bilinmeyen değerlerin çözümünün elde edildiği yerdeki konumlarını gösterir. Nümerik çözümlerin iyileştirilmesi değişken grid kullanımı ile artırılabilir (Faust and Mercer, 1980, Pinder and Bredehoeft, 1968, Bear and Verruijt, 1987).

Sonlu fark denklemleri iki yoldan elde edilebilir. Birincisi Taylor serisi yaklaşımı ve ikincisi kütle dengesi yaklaşımıdır. Birinci yada ikinci yaklaşımın kullanılması durumunda her düğüm için bir cebrik denklem elde edilir. Bu denklemler matris formuna getirilerek matris metotlarıyla çözülebilirler (Faust and Mercer, 1980, Bear and Verruijt, 1987, Wang and Anderson, 1982).

İki boyutlu kararsız heterojen anizotrop bir ortamda değişken grid kullanılarak yeraltısuyu akım denkleminin implicit çözümü aşağıda özetlenmiştir.

### 5.1 İmplicit Yaklaşım

$$S_s \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{Q}{\Delta x \Delta y \cdot h} \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) = \frac{\partial K_x}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right)_{i,j} = (ba + bb).h(i+1, j) - (ba + bb + bc).h(i, j) + bc.h(i-1, j)$$

$$ba = \frac{K(i+1, j) - K(i, j)}{[\Delta x(i+1)]^2}$$

$$bb = \frac{2K(i, j)}{[\Delta x(i+1) + \Delta x(i)]\Delta x(i+1)}$$

$$bc = \frac{2K(i, j)}{[\Delta x(i+1) + \Delta x(i)]\Delta x(i)}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \frac{\partial K_y}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right)_{i,j} = (bd + be).h(i, j+1) - (bd + be + bf).h(i, j) + bf.h(i, j-1)$$

$$bd = \frac{K(i, j+1) - K(i, j)}{[\Delta y(j+1)]^2}$$

$$be = \frac{2K(i, j)}{[\Delta y(j+1) + \Delta y(j)]\Delta y(j+1)}$$

$$bf = \frac{2K(i, j)}{[\Delta y(j+1) + \Delta y(j)]\Delta y(j)}$$

$$bg = \frac{Q(i, j)}{\Delta x(i).\Delta y(j).h^n(i, j)} + \frac{S_s(i, j).h^n(i, j)}{\Delta t}$$

$$bh = \frac{S_s(i, j)}{\Delta t} + ba + bb + bc + bd + be + bf$$

$$h^{n+1}(i, j) = [(ba+bb).h^{n+1}(i+1, j) + bc.h^{n+1}(i-1, j) + (bd+be).h^{n+1}(i, j+1) + bf.h^{n+1}(i, j-1) + bg] / bh \quad (5.2)$$

Bu cebrik denklem takımı matris işlemleriyle yada herhangi bir iteratif metotla çözülebilir.

## 5.2 İmplicit Yaklaşımın İteratif Çözümü

Bir matris denklemini matris metotlarla, iteratif metotlarla yada her ikisinin birleşimiyle nümerik olarak çözülebilir. Her metodun kendine özgü avantaj ve dezavantajları vardır. Matris metotlarının avantajları başlangıç değeri gerektirmemesi, iterasyon parametreleri gerektirmemesi, hata toleransı gerektirmemesi ve iteratif hesap işlemlerini bir kez yapmasıdır. Dezavantajları ise depolama gereksinimi ve hesap süresinin fazla olmasıdır. İteratif metotların avantajları depolama gereksinimi ve hesaplama süresinin az olmasıdır. Dezavantajları ise başlangıç değeri gerektirmemesi, iterasyon parametreleri gerektirmemesi, hata toleransı gerektirmemesi ve matris yapısının iyi koşullanmış olmasını gerektirmesidir (Faust and Mercer, 1980).

Matris yöntemlerin veri depolama gereksinimlerinin fazla olmasından dolayı iteratif çözüm yöntemleri yeraltısuyu modellemesinde çok yaygın kullanılmaktadır. Eğer lineer cebrik denklem sistemi eliptik bir problemde elde edilmişse denklem sistemi bir defa çözülür. Eğer lineer cebrik denklem sistemi parabolik bir problemde elde edilmişse denklem sistemi her zaman adımında çözülür (Remson ve diğ., 1971).

İteratif yöntemler noktasal iterasyon ve blok iterasyonu metotları olarak iki ana gruba ayrılır. Noktasal iterasyon metotları (Noktasal Jacobi, Noktasal Gauss-Seidell) eksplisit karakterde olmasına karşın blok iterasyonu metotları (Blok Jacobi, Blok Gauss-Seidell, ADI) implit karakterdedir (Ames, 1992).

İterasyon işlemlerini hızlandırmak amacıyla Lyusternik, Aitken, Chebyshev, Conjugate Gradient (Eşlenik Eğim), SOR (İteratif Aşırı Rahatlatma) vs. tekniklerden biri hızlandırıcı olarak kullanılır.

Herhangi bir zaman adımında  $(i,j)$  noktasında hidrolik yük değerinin  $m$ 'inci iterasyondaki değeri  $h(i,j)$ ,  $m+1$ 'inci iterasyondaki değeri  $h_{a}(i,j)$  olmak üzere (5.2) denkleminde Gauss Seidell iterasyon şeması uygulanırsa aşağıdaki eşitlik bulunur:

$$h_{a}(i,j)=[(ba+bb).h(i+1,j)+bc.ha(i-1,j)+(bd+be).h(i,j+1)+bf.ha(i,j-1)+bg]/bh \quad (5.3)$$

$$h_{a}(i,j)=h(i,j).(1-r)+h_{a}(i,j).r \quad (\text{SOR tekniği-hızlandırma adımı}) \quad (5.4)$$

$|h_{a}(i,j)-h(i,j)| \leq \text{eps}$  koşulu sağlanana dek iterasyon işlemleri devam eder ve bir sonraki zaman adımına geçilerek aynı işlemler tekrar edilir. Yukarıdaki denklemden görüldüğü gibi  $m+1$ 'inci iterasyonda bilinmeyen noktaların değerleri,  $m$ 'inci iterasyondan bilinen noktaların değerleri kullanılarak hesaplanmaktadır. Noktasal Gauss-Seidell yönteminin eksplisit karakterde olduğu açıkça görülmektedir. Hızlandırıcı olarak S.O.R. (İteratif Aşırı Rahatlatma) tekniği kullanışlı olması ve etkinliği açısından tercih edilmiştir. Bu yöntemin özel adı P.S.O.R.-Point successive over-relaxion (Noktasal İteratif Aşırı Rahatlatma ) metodudur.

## ALTINCI BÖLÜM

# SAYISAL UYGULAMALAR

Bu bölümde, sabit ve değişken grid yapısı kullanılarak düzgün ve düzgün olmayan geometrilerde geliştirilen çözüm tekniği uygulanmıştır. Sayısal Örneklerin doğruluğu analitik çözümlerle (Lesnic ve diğ., 1998) ve Time-Dependent Groundwater Modelling Using Spreadsheet Solution-TGMSS (Karahan ve Ayvaz, 2004) test edilmiş ve karşılaştırılmıştır. Çözüm programına ait akış şeması Ek-1'de, çözüm sayfasının şematik gösterimi Ek-2 de, hidrolik iletim katsayısı sayfasının şematik gösterimi Ek-3'de, depolama katsayısı sayfasının şematik gösterimi Ek-4'te ve kaynak-yitik sayfasının şematik gösterimi ise Ek-5'de verilmiştir.

Çözüm işlemini gerçekleştirmek için çözüm sayfası üzerinde oluşturulan model yapısının benzeri, depolama katsayısı sayfası, hidrolik iletkenlik sayfası ve kaynak-yitik sayfalarında da oluşturulmuştur.

Zamana bağlı yeraltısuyu problemlerini çözmek oldukça zordur. Bu problemlerin çözümü eşzamanlı denklem çözümünü gerektirir. Eksplisit algoritma kullanılarak bu zorluktan kaçınılabılır ama stabilite koşuluna uyabilmek için küçük zaman adımlarında çalışmak gerekir. Bu da işlem süresinin artmasına sebep olur. TGMSS modelinde implisit bir metot olan iteratif ADI metodu kullanılarak oldukça stabil bir çözüm tekniği geliştirilmiştir. Bu modelin en büyük avantajı herhangi bir makro gerektirmemesidir.

Bu tez kapsamında zamana bağlı iki boyutlu yeraltısuyu akım denklemi değişken zemin koşullarına göre sonlu farklar metoduna göre açılmış ve Visual Basic ile kod yazılarak çözülmüştür. Çözüm sayfasının ardında çalışan makro programında her hücredeki hidrolik yükü bulmak için gerekli olan lineer denklem takımının çözümü iteratif bir metotla sağlanmıştır. İmplicit algoritmadan kaynaklanan yoğun matris işlemlerini önlemek için iteratif metotların kullanımı oldukça faydalıdır.

“Depolama katsayısı” sayfası depolama katsayısı verilerini, “hidrolik iletim katsayısı” sayfası hidrolik iletim katsayısı verilerini, “kaynak-yitik” sayfası ise kuyu lokasyonu ve kuyu debilerinin değerlerini içerir. Hesaplama esnasında kaynak debileri (+), yitik debileri ise (-) değer alır. Yeraltısuyu akım denklemini değişken zemin özelliklerine göre çözüldüğünden veri sayfalarına girilen her türlü değişiklik çözüm sayfasına yansır ve aynı anda da çözüm grafiğine yansır.

## 6.1 Örnek 1

Bu uygulamada, kararlı durumdaki yeraltısuyu akım denkleminin analitik çözümü verilmekte ve sayısal çözümle karşılaştırılmaktadır. Analitik çözümü mümkün olan bir örneğin sayısal olarak çözülmesinin nedeni, geliştirilen modelin doğruluğunu test içindir.

Kararlı yeraltısuyu akımına ait en basit denklem  $\nabla^2(T.h)=0$  denklemdir. İletimlilik katsayısı  $T(x, y) = (1 + 0.2x + 0.4y + 0.15xy)^2$  alındığında bu denklemin analitik çözümü,

$$h(x, y) = \frac{xy}{1 + 0.2x + 0.4y + 0.15xy}$$

olarak verilmektedir (Lesnic ve diğ., 1998).

Yeraltısuyu akımının kararlı hale gelebilmesi için ya hesap süresini çok büyük yada depolama katsayısını 0 almalıyız. Bu örnekte depolama katsayıları her hücrede eşit olmak üzere 0 alınmıştır. Hesap yapılacak olan alan 1 br<sup>2</sup> ve kesiti de dikdörtgendir. Yatayda ve düşeyde alan 20 eş parçaya bölünmüştür ( $\Delta x = \Delta y = 0.05$  br). Maksimum iterasyon sayısı 10000 ve hata toleransı 0.000001 alınmıştır. Bu problemin sayısal çözümü 25 s. sürmektedir.

Şekil 6.1.a’da analitik çözüm tablosu, Şekil 6.1.b’de sayısal çözüm tablosu ve Şekil 6.1.c’de ise hata yüzdeleri verilmiştir. Şekil 6.1.a ve Şekil 6.1.b’den görüldüğü gibi sayısal çözümün analitik çözümle aynı olduğu görülmektedir. Şekil 6.1.c’den

görüldüğü gibi hata mertebesi maksimum % 0.173 civarındadır. Hata toleransı daha küçük seçilerek hata miktarı azaltılabilir.

y/x	0,000	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700	0,750	0,800	0,850	0,900	0,950	1,000
1,000	0,0000	0,0407	0,0797	0,1170	0,1527	0,1869	0,2198	0,2513	0,2817	0,3109	0,3390	0,3661	0,3922	0,4173	0,4416	0,4651	0,4878	0,5097	0,5310	0,5515	0,5714
0,950	0,0000	0,0390	0,0764	0,1121	0,1463	0,1792	0,2107	0,2410	0,2701	0,2981	0,3251	0,3511	0,3761	0,4003	0,4236	0,4462	0,4680	0,4891	0,5095	0,5292	0,5483
0,900	0,0000	0,0373	0,0730	0,1071	0,1399	0,1713	0,2014	0,2304	0,2582	0,2851	0,3109	0,3358	0,3598	0,3829	0,4053	0,4269	0,4478	0,4680	0,4875	0,5064	0,5248
0,850	0,0000	0,0355	0,0695	0,1021	0,1333	0,1632	0,1920	0,2196	0,2462	0,2718	0,2964	0,3202	0,3431	0,3652	0,3866	0,4072	0,4271	0,4464	0,4651	0,4832	0,5007
0,800	0,0000	0,0337	0,0660	0,0969	0,1266	0,1550	0,1824	0,2086	0,2339	0,2582	0,2817	0,3043	0,3261	0,3471	0,3675	0,3871	0,4061	0,4245	0,4423	0,4595	0,4762
0,750	0,0000	0,0319	0,0624	0,0917	0,1198	0,1467	0,1726	0,1975	0,2214	0,2445	0,2667	0,2881	0,3087	0,3287	0,3480	0,3666	0,3846	0,4020	0,4189	0,4353	0,4511
0,700	0,0000	0,0300	0,0588	0,0864	0,1128	0,1382	0,1626	0,1861	0,2086	0,2304	0,2513	0,2716	0,2911	0,3099	0,3281	0,3457	0,3627	0,3792	0,3951	0,4106	0,4255
0,650	0,0000	0,0281	0,0551	0,0809	0,1057	0,1295	0,1524	0,1744	0,1956	0,2160	0,2357	0,2547	0,2730	0,2907	0,3078	0,3243	0,3403	0,3558	0,3708	0,3853	0,3994
0,600	0,0000	0,0262	0,0513	0,0754	0,0985	0,1207	0,1421	0,1626	0,1824	0,2014	0,2198	0,2375	0,2546	0,2711	0,2871	0,3025	0,3175	0,3319	0,3459	0,3595	0,3727
0,550	0,0000	0,0242	0,0475	0,0698	0,0912	0,1117	0,1315	0,1505	0,1688	0,1865	0,2035	0,2199	0,2358	0,2511	0,2659	0,2803	0,2941	0,3075	0,3205	0,3331	0,3454
0,500	0,0000	0,0222	0,0436	0,0640	0,0837	0,1026	0,1207	0,1382	0,1550	0,1713	0,1869	0,2020	0,2166	0,2307	0,2443	0,2575	0,2703	0,2826	0,2946	0,3062	0,3175
0,450	0,0000	0,0202	0,0396	0,0582	0,0760	0,0932	0,1097	0,1256	0,1410	0,1557	0,1700	0,1837	0,1970	0,2098	0,2223	0,2343	0,2459	0,2572	0,2681	0,2787	0,2889
0,400	0,0000	0,0181	0,0355	0,0522	0,0683	0,0837	0,0985	0,1128	0,1266	0,1399	0,1527	0,1650	0,1770	0,1885	0,1997	0,2105	0,2210	0,2311	0,2410	0,2505	0,2597
0,350	0,0000	0,0160	0,0314	0,0461	0,0603	0,0740	0,0871	0,0997	0,1119	0,1237	0,1350	0,1460	0,1565	0,1668	0,1767	0,1863	0,1955	0,2045	0,2132	0,2217	0,2299
0,300	0,0000	0,0139	0,0272	0,0399	0,0522	0,0640	0,0754	0,0864	0,0969	0,1071	0,1170	0,1265	0,1356	0,1445	0,1531	0,1614	0,1695	0,1773	0,1849	0,1922	0,1993
0,250	0,0000	0,0117	0,0229	0,0336	0,0440	0,0539	0,0635	0,0727	0,0816	0,0902	0,0985	0,1065	0,1143	0,1218	0,1290	0,1361	0,1429	0,1495	0,1558	0,1620	0,1681
0,200	0,0000	0,0094	0,0185	0,0272	0,0355	0,0436	0,0513	0,0588	0,0660	0,0730	0,0797	0,0862	0,0924	0,0985	0,1044	0,1101	0,1156	0,1210	0,1261	0,1312	0,1361
0,150	0,0000	0,0071	0,0140	0,0206	0,0269	0,0330	0,0389	0,0446	0,0500	0,0553	0,0604	0,0654	0,0701	0,0747	0,0792	0,0835	0,0877	0,0918	0,0957	0,0996	0,1033
0,100	0,0000	0,0048	0,0094	0,0139	0,0181	0,0222	0,0262	0,0300	0,0337	0,0373	0,0407	0,0441	0,0473	0,0504	0,0534	0,0563	0,0592	0,0619	0,0646	0,0672	0,0697
0,050	0,0000	0,0024	0,0048	0,0070	0,0092	0,0112	0,0132	0,0152	0,0171	0,0189	0,0206	0,0223	0,0239	0,0255	0,0270	0,0285	0,0299	0,0313	0,0327	0,0340	0,0353
0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Şekil 6.1.a Örnek 1'e Ait Analitik Çözüm Tablosu.



y/x	0,000	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700	0,750	0,800	0,850	0,900	0,950	1,000
1,000	0,0000	0,0407	0,0797	0,1170	0,1527	0,1869	0,2198	0,2513	0,2817	0,3109	0,3390	0,3661	0,3922	0,4173	0,4416	0,4651	0,4878	0,5097	0,5310	0,5515	0,5714
0,950	0,0000	0,0390	0,0763	0,1120	0,1463	0,1791	0,2106	0,2409	0,2700	0,2981	0,3250	0,3510	0,3761	0,4003	0,4236	0,4462	0,4680	0,4890	0,5095	0,5292	0,5483
0,900	0,0000	0,0373	0,0729	0,1071	0,1398	0,1712	0,2013	0,2303	0,2582	0,2850	0,3108	0,3357	0,3597	0,3829	0,4052	0,4268	0,4477	0,4679	0,4875	0,5064	0,5248
0,850	0,0000	0,0355	0,0694	0,1020	0,1332	0,1631	0,1919	0,2195	0,2461	0,2717	0,2963	0,3201	0,3430	0,3651	0,3865	0,4071	0,4271	0,4464	0,4651	0,4832	0,5007
0,800	0,0000	0,0337	0,0659	0,0968	0,1265	0,1549	0,1823	0,2085	0,2338	0,2582	0,2816	0,3042	0,3260	0,3471	0,3674	0,3870	0,4061	0,4244	0,4422	0,4595	0,4762
0,750	0,0000	0,0319	0,0624	0,0916	0,1196	0,1466	0,1725	0,1973	0,2213	0,2443	0,2666	0,2880	0,3087	0,3286	0,3479	0,3665	0,3846	0,4020	0,4189	0,4353	0,4511
0,700	0,0000	0,0300	0,0587	0,0863	0,1127	0,1381	0,1625	0,1859	0,2085	0,2303	0,2512	0,2715	0,2910	0,3098	0,3280	0,3456	0,3627	0,3791	0,3951	0,4105	0,4255
0,650	0,0000	0,0281	0,0550	0,0808	0,1056	0,1294	0,1523	0,1743	0,1955	0,2159	0,2356	0,2546	0,2729	0,2906	0,3077	0,3243	0,3403	0,3558	0,3708	0,3853	0,3994
0,600	0,0000	0,0262	0,0513	0,0753	0,0984	0,1206	0,1419	0,1625	0,1823	0,2013	0,2197	0,2374	0,2545	0,2710	0,2870	0,3025	0,3174	0,3319	0,3459	0,3595	0,3727
0,550	0,0000	0,0242	0,0474	0,0697	0,0911	0,1116	0,1314	0,1504	0,1687	0,1864	0,2034	0,2199	0,2357	0,2511	0,2659	0,2802	0,2941	0,3075	0,3205	0,3331	0,3454
0,500	0,0000	0,0222	0,0435	0,0639	0,0836	0,1025	0,1206	0,1381	0,1549	0,1712	0,1868	0,2019	0,2165	0,2306	0,2443	0,2575	0,2702	0,2826	0,2946	0,3062	0,3175
0,450	0,0000	0,0202	0,0395	0,0581	0,0760	0,0931	0,1096	0,1255	0,1409	0,1556	0,1699	0,1837	0,1969	0,2098	0,2222	0,2342	0,2459	0,2571	0,2681	0,2787	0,2889
0,400	0,0000	0,0181	0,0355	0,0521	0,0682	0,0836	0,0984	0,1127	0,1265	0,1398	0,1526	0,1650	0,1769	0,1885	0,1997	0,2105	0,2210	0,2311	0,2410	0,2505	0,2597
0,350	0,0000	0,0160	0,0313	0,0461	0,0602	0,0739	0,0870	0,0997	0,1118	0,1236	0,1349	0,1459	0,1565	0,1667	0,1766	0,1862	0,1955	0,2045	0,2132	0,2217	0,2299
0,300	0,0000	0,0138	0,0271	0,0399	0,0522	0,0640	0,0753	0,0863	0,0969	0,1071	0,1169	0,1264	0,1356	0,1445	0,1531	0,1614	0,1695	0,1773	0,1849	0,1922	0,1993
0,250	0,0000	0,0116	0,0228	0,0336	0,0439	0,0539	0,0634	0,0727	0,0816	0,0902	0,0985	0,1065	0,1143	0,1218	0,1290	0,1360	0,1429	0,1495	0,1558	0,1620	0,1681
0,200	0,0000	0,0094	0,0184	0,0271	0,0355	0,0435	0,0513	0,0588	0,0660	0,0729	0,0797	0,0862	0,0924	0,0985	0,1044	0,1101	0,1156	0,1210	0,1261	0,1312	0,1361
0,150	0,0000	0,0071	0,0140	0,0206	0,0269	0,0330	0,0389	0,0445	0,0500	0,0553	0,0604	0,0653	0,0701	0,0747	0,0792	0,0835	0,0877	0,0918	0,0957	0,0996	0,1033
0,100	0,0000	0,0048	0,0094	0,0138	0,0181	0,0222	0,0262	0,0300	0,0337	0,0373	0,0407	0,0441	0,0473	0,0504	0,0534	0,0563	0,0592	0,0619	0,0646	0,0672	0,0697
0,050	0,0000	0,0024	0,0048	0,0070	0,0092	0,0112	0,0132	0,0152	0,0170	0,0188	0,0206	0,0223	0,0239	0,0255	0,0270	0,0285	0,0299	0,0313	0,0327	0,0340	0,0353
0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Şekil 6.1.b Örnek 1'e Ait Sayısal Çözüm Tablosu.

y/x	0,000	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700	0,750	0,800	0,850	0,900	0,950	1,000	
1,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,5714
0,950	0,0000	0,0551	0,0430	0,0345	0,0283	0,0234	0,0196	0,0165	0,0139	0,0118	0,0100	0,0084	0,0071	0,0059	0,0049	0,0040	0,0031	0,0024	0,0016	0,0009	0,0000	0,5483
0,900	0,0000	0,0906	0,0739	0,0609	0,0508	0,0426	0,0359	0,0304	0,0258	0,0219	0,0185	0,0156	0,0132	0,0110	0,0090	0,0073	0,0057	0,0043	0,0029	0,0015	0,0000	0,5248
0,850	0,0000	0,1153	0,0965	0,0812	0,0686	0,0581	0,0494	0,0420	0,0358	0,0304	0,0258	0,0218	0,0183	0,0152	0,0125	0,0101	0,0079	0,0058	0,0039	0,0020	0,0000	0,5007
0,800	0,0000	0,1331	0,1134	0,0968	0,0826	0,0706	0,0603	0,0516	0,0440	0,0375	0,0318	0,0269	0,0226	0,0187	0,0154	0,0123	0,0095	0,0070	0,0046	0,0023	0,0000	0,4762
0,750	0,0000	0,1463	0,1261	0,1087	0,0935	0,0804	0,0691	0,0593	0,0507	0,0433	0,0368	0,0310	0,0260	0,0215	0,0176	0,0140	0,0108	0,0079	0,0051	0,0025	0,0000	0,4511
0,700	0,0000	0,1559	0,1356	0,1177	0,1019	0,0881	0,0760	0,0653	0,0560	0,0478	0,0406	0,0343	0,0287	0,0237	0,0192	0,0153	0,0117	0,0084	0,0054	0,0026	0,0000	0,4255
0,650	0,0000	0,1629	0,1426	0,1244	0,1082	0,0939	0,0812	0,0700	0,0601	0,0513	0,0435	0,0367	0,0306	0,0252	0,0203	0,0160	0,0122	0,0087	0,0056	0,0027	0,0000	0,3994
0,600	0,0000	0,1678	0,1475	0,1292	0,1128	0,0981	0,0850	0,0733	0,0630	0,0537	0,0455	0,0383	0,0318	0,0260	0,0209	0,0164	0,0123	0,0087	0,0055	0,0026	0,0000	0,3727
0,550	0,0000	0,1709	0,1507	0,1324	0,1158	0,1009	0,0875	0,0755	0,0648	0,0552	0,0467	0,0391	0,0323	0,0263	0,0210	0,0163	0,0121	0,0084	0,0052	0,0024	0,0000	0,3454
0,500	0,0000	0,1726	0,1525	0,1342	0,1176	0,1025	0,0890	0,0767	0,0657	0,0559	0,0471	0,0392	0,0323	0,0261	0,0206	0,0158	0,0115	0,0079	0,0048	0,0022	0,0000	0,3175
0,450	0,0000	0,1730	0,1531	0,1349	0,1182	0,1031	0,0894	0,0770	0,0658	0,0558	0,0468	0,0387	0,0316	0,0252	0,0197	0,0148	0,0106	0,0071	0,0041	0,0018	0,0000	0,2889
0,400	0,0000	0,1723	0,1527	0,1345	0,1179	0,1027	0,0889	0,0764	0,0651	0,0549	0,0457	0,0375	0,0303	0,0239	0,0182	0,0134	0,0093	0,0059	0,0032	0,0013	0,0000	0,2597
0,350	0,0000	0,1708	0,1513	0,1333	0,1167	0,1015	0,0877	0,0750	0,0636	0,0533	0,0440	0,0357	0,0284	0,0219	0,0163	0,0115	0,0075	0,0044	0,0021	0,0006	0,0000	0,2299
0,300	0,0000	0,1685	0,1492	0,1313	0,1147	0,0995	0,0856	0,0730	0,0614	0,0510	0,0417	0,0333	0,0259	0,0194	0,0138	0,0091	0,0053	0,0025	0,0006	-0,0002	0,0000	0,1993
0,250	0,0000	0,1654	0,1463	0,1285	0,1121	0,0969	0,0829	0,0702	0,0586	0,0481	0,0387	0,0302	0,0228	0,0163	0,0108	0,0062	0,0026	0,0001	-0,0012	-0,0013	0,0000	0,1681
0,200	0,0000	0,1618	0,1429	0,1252	0,1088	0,0936	0,0796	0,0668	0,0551	0,0446	0,0350	0,0265	0,0191	0,0126	0,0071	0,0026	-0,0007	-0,0028	-0,0035	-0,0027	0,0000	0,1361
0,150	0,0000	0,1577	0,1389	0,1213	0,1049	0,0897	0,0757	0,0628	0,0511	0,0404	0,0308	0,0222	0,0147	0,0082	0,0027	-0,0016	-0,0047	-0,0064	-0,0065	-0,0045	0,0000	0,1033
0,100	0,0000	0,1532	0,1345	0,1170	0,1006	0,0853	0,0712	0,0583	0,0464	0,0356	0,0259	0,0173	0,0097	0,0031	-0,0023	-0,0066	-0,0095	-0,0108	-0,0102	-0,0070	0,0000	0,0697
0,050	0,0000	0,1484	0,1298	0,1122	0,0958	0,0804	0,0662	0,0532	0,0412	0,0303	0,0205	0,0117	0,0040	-0,0026	-0,0081	-0,0124	-0,0152	-0,0163	-0,0151	-0,0105	0,0000	0,0353
0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Şekil 6.1.c Örnek 1'e Ait Hata Yüzdeleri.

## 6.2 Örnek 2

Bu uygulamada, Örnek 1'de olduğu gibi kararlı durumdaki yeraltısuyu akım denkleminin analitik çözümü ve sayısal çözümü karşılaştırılmaktadır. Bu örnekte grid boyutu küçültülerek hata mertebesi azaltılmaya çalışılmıştır.

Bu örnekte depolama katsayıları her hücrede eşit olmak üzere 0 alınmıştır. Hesap yapılacak olan alan  $1 \text{ br}^2$  ve kesiti de dikdörtgendir. Yatayda ve düşeyde alan 50 eş parçaya bölünmüştür ( $\Delta x = \Delta y = 0.02 \text{ br}$ ). Maksimum iterasyon sayısı 10000 ve hata toleransı 0.000001 alınmıştır. Bu problemin sayısal çözümü 952 s. sürmektedir.

Sayısal çözüm sonuçları analitik çözüm sonuçları ile aynı bulunmuştur. Hata mertebesi maksimum % 0.0552 civarındadır. Grid boyutunun % 60 küçültülmesi hata mertebesini yaklaşık olarak 3 kat azaltmıştır. Fakat hesap süresini de 37 kat arttırmıştır. Hata toleransı daha küçük seçilerek hata miktarı azaltılabilir.

## 6.3 Örnek 3

Bu uygulamada, düzgün bir geometriye sahip bir örnek sabit grid kullanılarak çözülmüştür. Kabul edilen geometri, sınır koşulları ve çözüm sonuçları Şekil 6.5.a'da gösterilmiştir. Şekil 6.5.b'de TGMSS (Karahan ve Ayvaz, 2004) modelinin sonuçları gösterilmektedir.

Alan,  $4.41 \text{ km}^2$  (kare kesit- $2.1 \times 2.1 \text{ km}$ )

Grid aralığı,  $\Delta x = \Delta y = 100 \text{ m}$

Özgül depolama katsayısı,  $S_s = 1$  (tüm hücrelerde aynı)

Hidrolik iletim katsayısı,  $K = 15 \text{ m/gün}$  (tüm hücrelerde aynı)

Maksimum hesap süresi,  $t_{\text{max}} = 3600 \text{ gün}$

Hesap adımı,  $dt = 3600 \text{ gün}$

Maksimum iterasyon sayısı,  $\text{maxiter} = 1000$

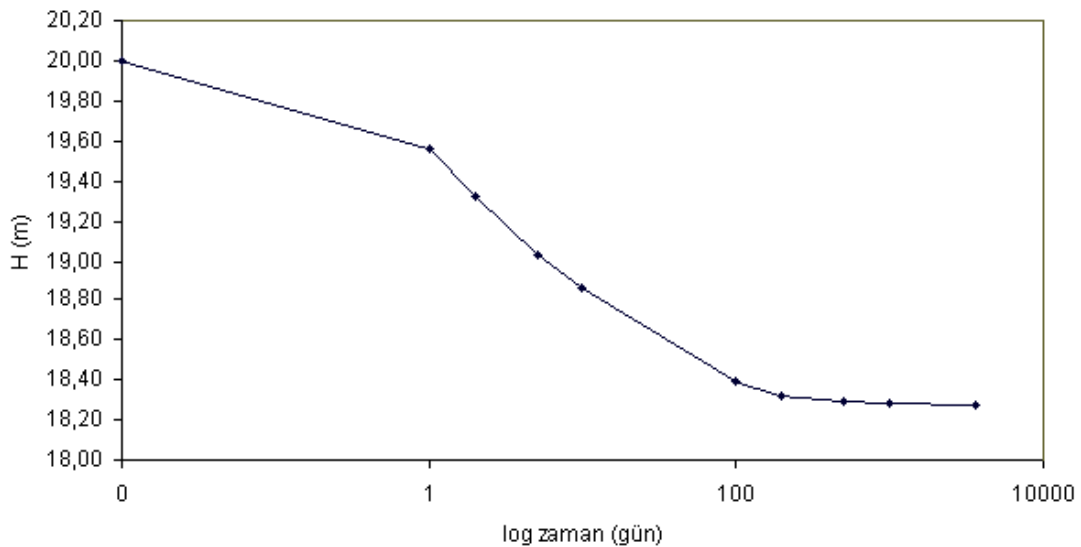
Maksimum hata,  $\text{eps} = 0.0001$

Besleme ve pompaj yapılan üç adet kuyu simetrik olarak kaynak-yitik sayfasında yerleştirilmiştir. Kuyu debileri  $Q_1=Q_3=432 \text{ m}^3/\text{gün}$  (yitik) ve  $Q_2=864 \text{ m}^3/\text{gün}$ 'dür (kaynak).

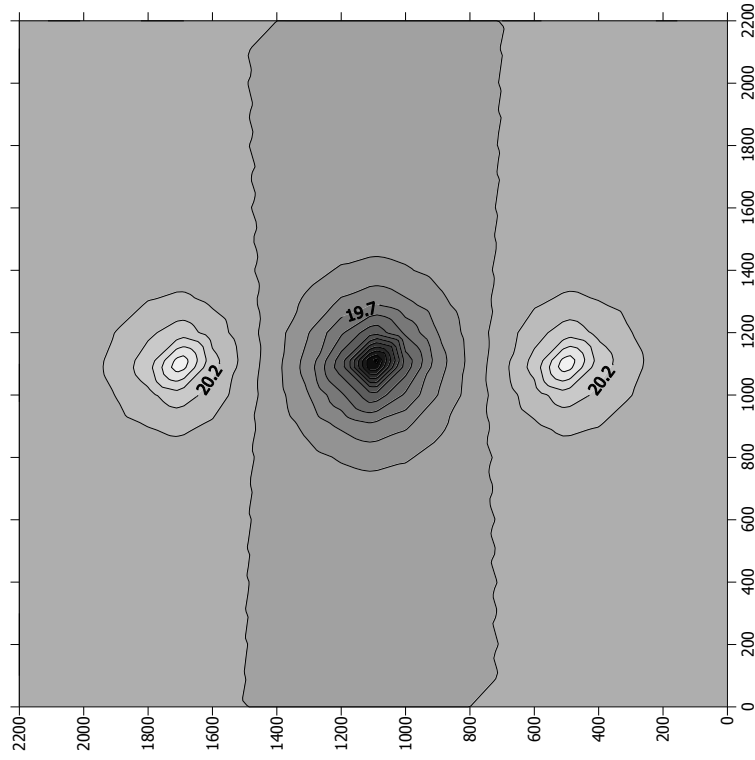
Zamana bağlı olarak M14 hücresinin (2 no'lu kuyu) hidrolik yük değerleri Şekil 6.2'de verilmiştir. Grafikten de görüldüğü gibi 100 günden sonra M14 hücresinin hidrolik yük değerleri dengeye ulaşmaktadır. Bu problemin çözümü 48 s. sürmektedir.

1 ve 3 no'lu kuyuda hidrolik yük değeri 20.55 m, 2 no'lu kuyuda ise hidrolik yük değeri 18.25 m'dir. TGMSS'de 1 ve 3 no'lu kuyularda hidrolik yük değeri 20.55 m, 2 no'lu kuyuda ise 18.25 m'dir. Görüldüğü gibi sonuçlar TGMSS ile iyi uyum içerisindedir.

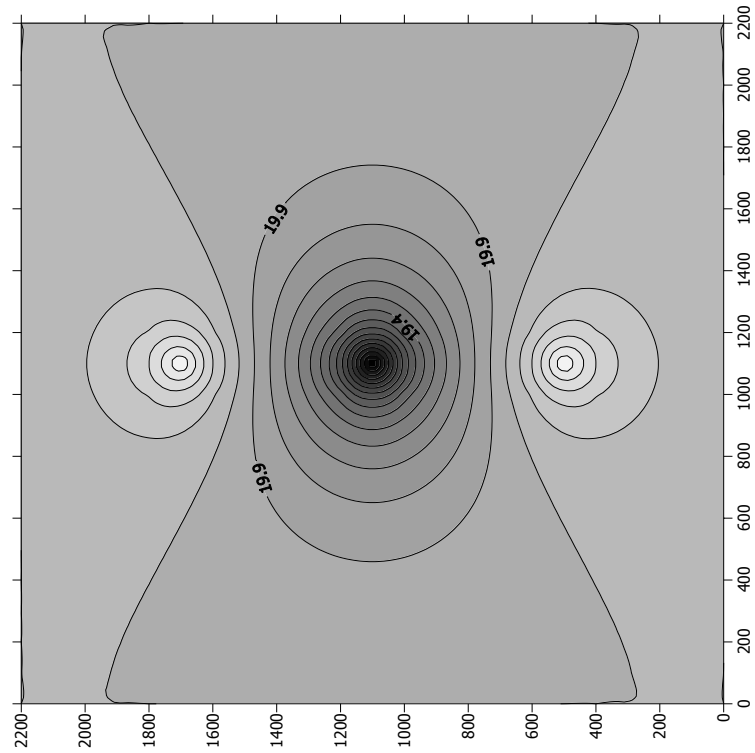
T =1 gün, T=10 gün, T=100 gün ve T=3600 gün sonraki hidrolik yük değişimlerinin grafikleri Şekil 6.3.a, Şekil 6.3.b, Şekil 6.3.c ve Şekil 6.3.d 'de verilmiştir. T=3600 gün sonra hidrolik yük değişimlerinin vektörel gösterimi Şekil 6.3.e'de verilmiştir. T=3600 gün sonraki hidrolik yük değişimlerinin 3 boyutlu görünümü ise Şekil 6.4'de verilmiştir.



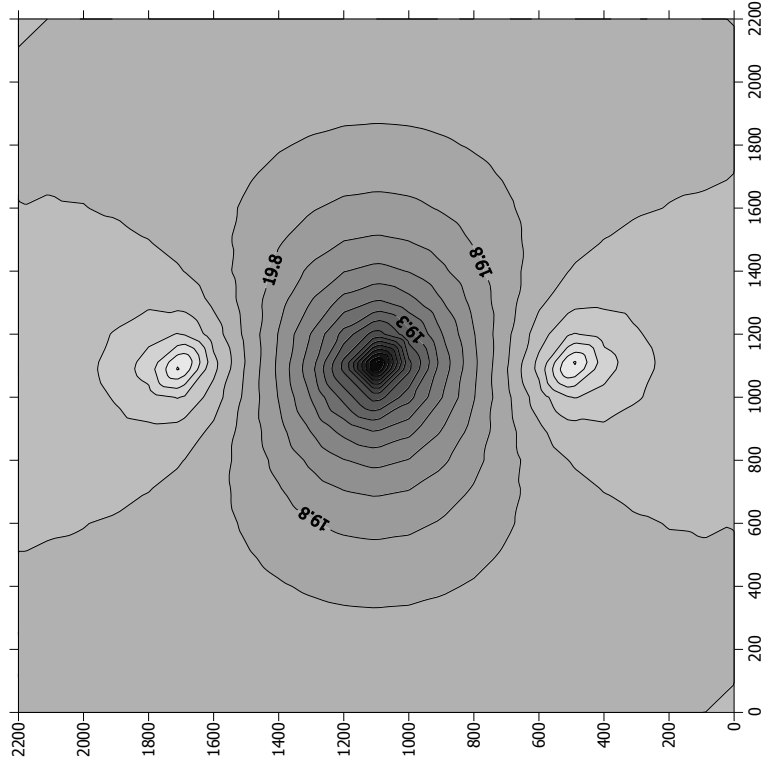
Şekil 6.2: Zamana Bağlı Olarak M14 Hücresinin Hidrolik Yük Değerleri (2 nolu kuyu).



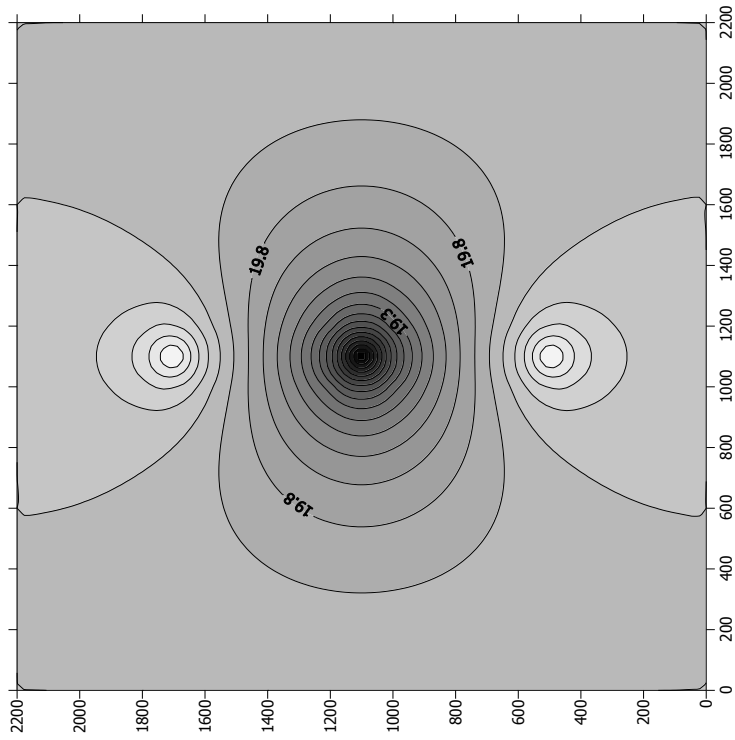
Şekil 6.3.a: T=1 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Grafiği.



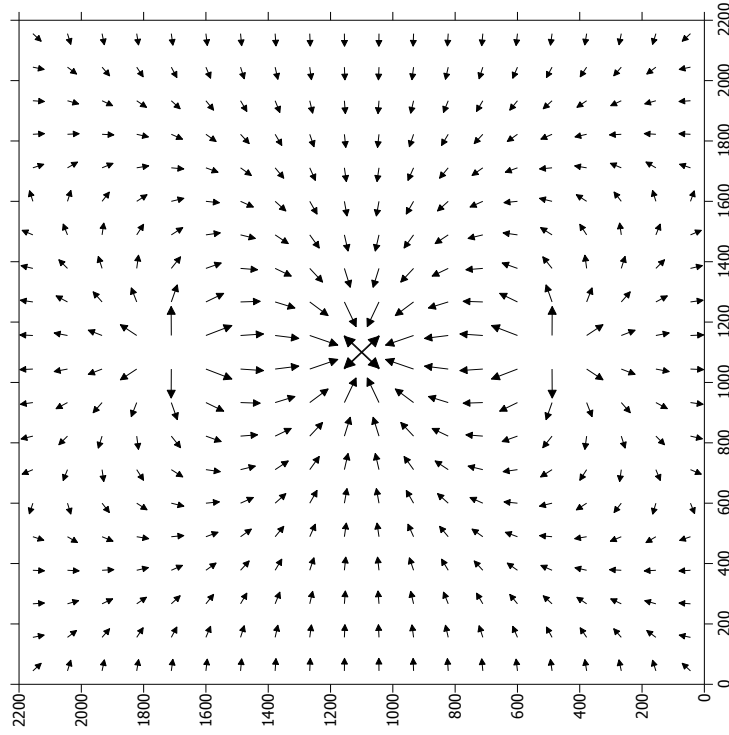
Şekil 6.3.b: T=10 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Grafiği.



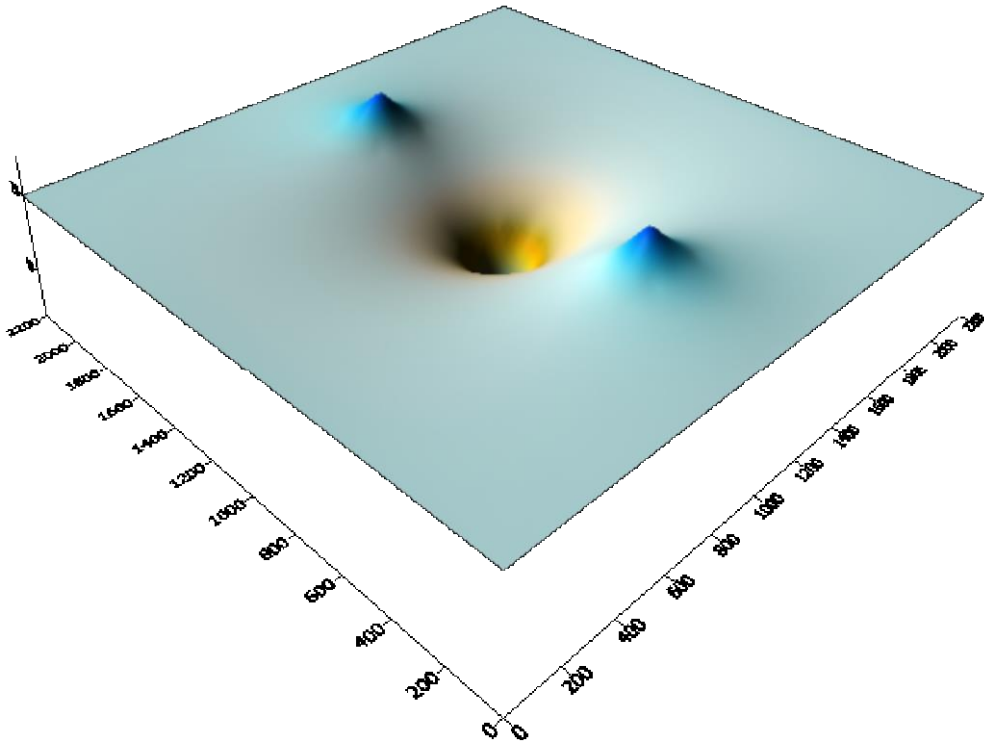
Şekil 6.3.c: T=100 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Grafiği.



Şekil 6.3.d: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Grafiği.



Şekil 6.3.e: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Vektörel Gösterimi.



Şekil 6.4: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin 3 Boyutlu Görünümü.

y/x	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900	2000	2100	2200
0	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
100	20	20,00	20,00	19,99	19,99	19,99	19,98	19,98	19,98	19,97	19,97	19,97	19,97	19,97	19,98	19,98	19,98	19,99	19,99	19,99	20,00	20,00	20
200	20	20,00	19,99	19,99	19,98	19,98	19,97	19,96	19,95	19,95	19,94	19,94	19,94	19,95	19,95	19,96	19,97	19,98	19,98	19,99	19,99	20,00	20
300	20	20,00	19,99	19,99	19,98	19,97	19,96	19,94	19,93	19,92	19,91	19,91	19,91	19,92	19,93	19,94	19,96	19,97	19,98	19,99	19,99	20,00	20
400	20	20,00	19,99	19,98	19,97	19,96	19,94	19,92	19,90	19,88	19,87	19,87	19,87	19,88	19,90	19,92	19,94	19,96	19,97	19,98	19,99	20,00	20
500	20	20,00	19,99	19,99	19,97	19,96	19,93	19,90	19,87	19,85	19,83	19,82	19,83	19,85	19,87	19,90	19,93	19,96	19,97	19,99	19,99	20,00	20
600	20	20,00	20,00	19,99	19,98	19,96	19,92	19,88	19,84	19,80	19,77	19,76	19,77	19,80	19,84	19,88	19,92	19,96	19,98	19,99	20,00	20,00	20
700	20	20,01	20,01	20,01	20,00	19,97	19,92	19,87	19,80	19,74	19,70	19,68	19,70	19,74	19,80	19,87	19,92	19,97	20,00	20,01	20,01	20,01	20
800	20	20,01	20,02	20,03	20,03	20,00	19,94	19,86	19,76	19,67	19,59	19,56	19,59	19,67	19,76	19,86	19,94	20,00	20,03	20,03	20,02	20,01	20
900	20	20,02	20,04	20,06	20,08	20,06	19,98	19,85	19,72	19,58	19,45	19,37	19,45	19,58	19,72	19,85	19,98	20,06	20,08	20,06	20,04	20,02	20
1000	20	20,03	20,06	20,10	20,16	20,20	20,04	19,87	19,69	19,49	19,25	19,03	19,25	19,49	19,69	19,87	20,04	20,20	20,16	20,10	20,06	20,03	20
1100	20	20,03	20,07	20,13	20,25	20,55	20,13	19,88	19,67	19,42	19,04	18,25	19,04	19,42	19,67	19,88	20,13	20,55	20,25	20,13	20,07	20,03	20
1200	20	20,03	20,06	20,10	20,16	20,20	20,04	19,87	19,69	19,49	19,25	19,03	19,25	19,49	19,69	19,87	20,04	20,20	20,16	20,10	20,06	20,03	20
1300	20	20,02	20,04	20,06	20,08	20,06	19,98	19,85	19,72	19,58	19,45	19,37	19,45	19,58	19,72	19,85	19,97	20,06	20,08	20,06	20,04	20,02	20
1400	20	20,01	20,02	20,03	20,03	20,00	19,94	19,86	19,76	19,67	19,59	19,56	19,59	19,67	19,76	19,86	19,94	20,00	20,03	20,03	20,02	20,01	20
1500	20	20,01	20,01	20,01	20,00	19,97	19,92	19,87	19,80	19,74	19,70	19,68	19,70	19,74	19,80	19,87	19,92	19,97	20,00	20,01	20,01	20,01	20
1600	20	20,00	20,00	19,99	19,98	19,96	19,92	19,88	19,84	19,80	19,77	19,76	19,77	19,80	19,84	19,88	19,92	19,96	19,98	19,99	20,00	20,00	20
1700	20	20,00	19,99	19,99	19,97	19,96	19,93	19,90	19,87	19,85	19,83	19,82	19,83	19,85	19,87	19,90	19,93	19,96	19,97	19,99	19,99	20,00	20
1800	20	20,00	19,99	19,98	19,97	19,96	19,94	19,92	19,90	19,88	19,87	19,87	19,87	19,88	19,90	19,92	19,94	19,96	19,97	19,98	19,99	20,00	20
1900	20	20,00	19,99	19,99	19,98	19,97	19,96	19,94	19,93	19,92	19,91	19,91	19,91	19,92	19,93	19,94	19,96	19,97	19,98	19,99	19,99	20,00	20
2000	20	20,00	19,99	19,99	19,98	19,98	19,97	19,96	19,95	19,95	19,94	19,94	19,94	19,95	19,95	19,96	19,97	19,98	19,98	19,99	19,99	20,00	20
2100	20	20,00	20,00	19,99	19,99	19,99	19,98	19,98	19,98	19,97	19,97	19,97	19,97	19,97	19,98	19,98	19,98	19,99	19,99	19,99	20,00	20,00	20
2200	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Şekil 6.5.a: Örnek 3'e Ait Çözüm Tablosu.



20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
20	20,00	20,00	19,99	19,99	19,99	19,98	19,98	19,98	19,97	19,97	19,97	19,97	19,97	19,98	19,98	19,98	19,99	19,99	19,99	20,00	20,00	20
20	20,00	19,99	19,99	19,98	19,98	19,97	19,96	19,95	19,95	19,94	19,94	19,94	19,95	19,95	19,96	19,97	19,98	19,98	19,99	19,99	20,00	20
20	20,00	19,99	19,99	19,98	19,97	19,95	19,94	19,93	19,92	19,91	19,91	19,91	19,92	19,93	19,94	19,95	19,97	19,98	19,99	19,99	20,00	20
20	20,00	19,99	19,98	19,97	19,96	19,94	19,92	19,90	19,88	19,87	19,87	19,87	19,88	19,90	19,92	19,94	19,96	19,97	19,98	19,99	20,00	20
20	20,00	19,99	19,99	19,97	19,95	19,93	19,90	19,87	19,85	19,83	19,82	19,83	19,85	19,87	19,90	19,93	19,95	19,97	19,99	19,99	20,00	20
20	20,00	20,00	19,99	19,98	19,96	19,92	19,88	19,84	19,80	19,77	19,76	19,77	19,80	19,84	19,88	19,92	19,96	19,98	19,99	20,00	20,00	20
20	20,01	20,01	20,01	19,99	19,97	19,92	19,87	19,80	19,74	19,70	19,68	19,70	19,74	19,80	19,87	19,92	19,97	19,99	20,01	20,01	20,01	20
20	20,01	20,02	20,03	20,02	20,00	19,94	19,85	19,76	19,67	19,59	19,56	19,59	19,67	19,76	19,85	19,94	20,00	20,02	20,03	20,02	20,01	20
20	20,02	20,04	20,06	20,08	20,06	19,97	19,85	19,72	19,58	19,45	19,37	19,45	19,58	19,72	19,85	19,97	20,06	20,08	20,06	20,04	20,02	20
20	20,03	20,06	20,10	20,16	20,20	20,04	19,87	19,68	19,48	19,25	19,03	19,25	19,48	19,68	19,87	20,04	20,20	20,16	20,10	20,06	20,03	20
20	20,03	20,07	20,13	20,25	20,55	20,13	19,88	19,67	19,42	19,04	18,25	19,04	19,42	19,67	19,88	20,13	20,55	20,25	20,13	20,07	20,03	20
20	20,03	20,06	20,10	20,16	20,20	20,04	19,87	19,68	19,48	19,25	19,03	19,25	19,48	19,68	19,87	20,04	20,20	20,16	20,10	20,06	20,03	20
20	20,02	20,04	20,06	20,08	20,06	19,97	19,85	19,72	19,58	19,45	19,37	19,45	19,58	19,72	19,85	19,97	20,06	20,08	20,06	20,04	20,02	20
20	20,01	20,02	20,03	20,02	20,00	19,94	19,85	19,76	19,67	19,59	19,56	19,59	19,67	19,76	19,85	19,94	20,00	20,02	20,03	20,02	20,01	20
20	20,01	20,01	20,01	19,99	19,97	19,92	19,87	19,80	19,74	19,70	19,68	19,70	19,74	19,80	19,87	19,92	19,97	19,99	20,01	20,01	20,01	20
20	20,00	20,00	19,99	19,98	19,96	19,92	19,88	19,84	19,80	19,77	19,76	19,77	19,80	19,84	19,88	19,92	19,96	19,98	19,99	20,00	20,00	20
20	20,00	19,99	19,99	19,97	19,95	19,93	19,90	19,87	19,85	19,83	19,82	19,83	19,85	19,87	19,90	19,93	19,95	19,97	19,99	19,99	20,00	20
20	20,00	19,99	19,98	19,97	19,96	19,94	19,92	19,90	19,88	19,87	19,87	19,87	19,88	19,90	19,92	19,94	19,96	19,97	19,98	19,99	20,00	20
20	20,00	19,99	19,99	19,98	19,97	19,95	19,94	19,93	19,92	19,91	19,91	19,91	19,92	19,93	19,94	19,95	19,97	19,98	19,99	19,99	20,00	20
20	20,00	19,99	19,99	19,98	19,98	19,97	19,96	19,95	19,95	19,94	19,94	19,94	19,95	19,95	19,96	19,97	19,98	19,98	19,99	19,99	20,00	20
20	20,00	20,00	19,99	19,99	19,99	19,98	19,98	19,98	19,97	19,97	19,97	19,97	19,97	19,98	19,98	19,98	19,99	19,99	19,99	20,00	20,00	20
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Şekil 6.5.b: TGMSS Modeline Ait Çözüm Tablosu.

## 6.4 Örnek 4

Bu uygulamada, Örnek 3'e ait tüm veriler aynı olacak şekilde seçilen bir örnek değişken grid kullanılarak çözülmüştür. T=3600 gün sonraki hidrolik yük değişimlerinin 3 boyutlu görünümü Şekil 6.6'da, T=3600 gün sonraki hidrolik yük değişimlerinin grafikleri ise Şekil 6.7'de verilmiştir. Bu problemin çözümü 649 s. sürmektedir.

Alan, 4.41 km<sup>2</sup> (kare kesit-2.1x2.1 km)

Grid aralığı,  $\Delta x \neq \Delta y$  (değişken)

Özgül depolama katsayısı,  $S_s=1$  (tüm hücrelerde aynı)

Hidrolik iletim katsayısı,  $K=15$  m/gün (tüm hücrelerde aynı)

Maksimum hesap süresi,  $t_{max}=3600$  gün

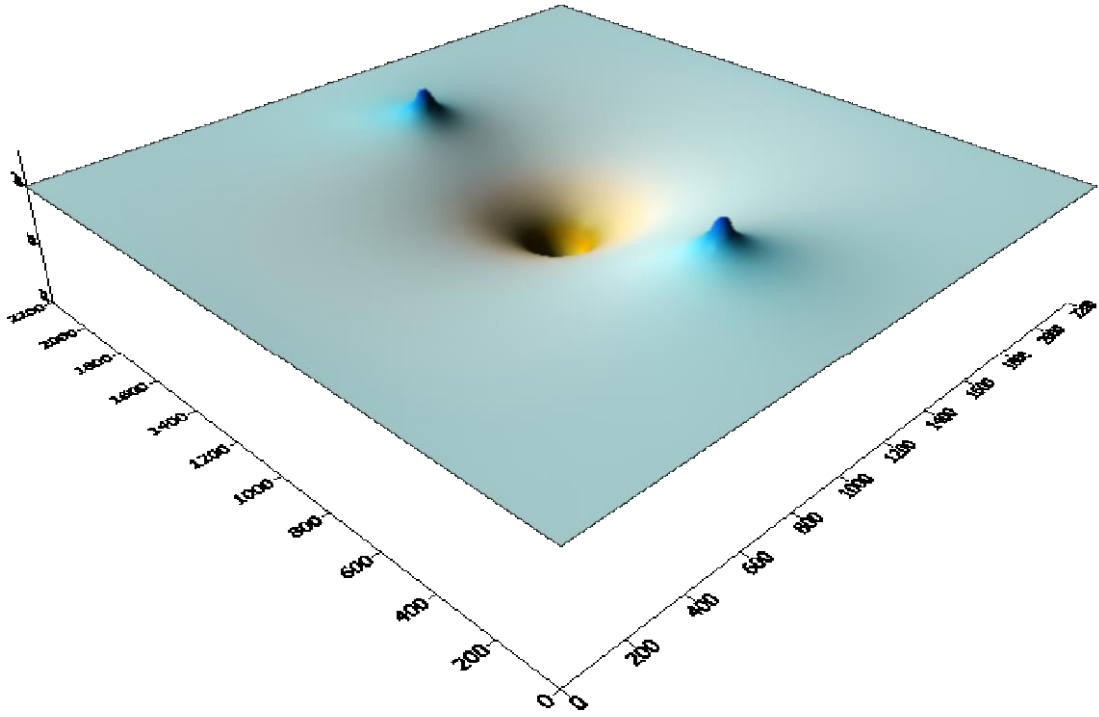
Hesap adımı,  $dt=3600$  gün

Maksimum iterasyon sayısı,  $maxiter=1000$

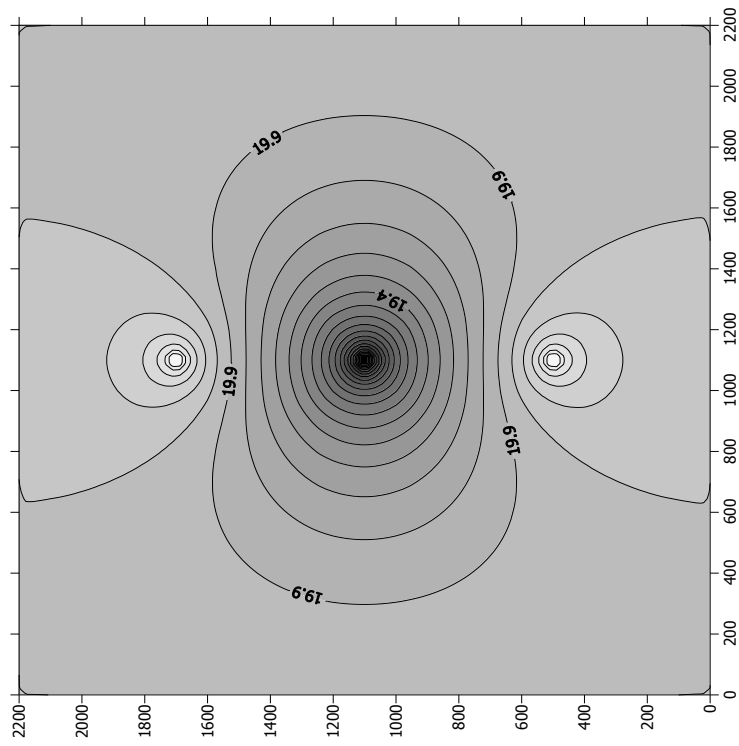
Maksimum hata,  $eps=0.0001$

1 ve 3 no'lu kuyuda hidrolik yük değeri 20.86 m, 2 no'lu kuyuda ise hidrolik yük değeri 17.32 m'dir. TGMSS'de 1 ve 3 no'lu kuyularda hidrolik yük değeri 20.55 m, 2 no'lu kuyuda ise 18.25 m'dir.

Örnek 3 ile karşılaştırdığımızda grid boyutları kuyu civarlarında %80 azaltıldığı için kuyu civarlarında hidrolik yük değerlerinde büyük değişimler gözlenmektedir. 1 ve 3 no'lu kuyulardaki değişim 31 cm, 2 no'lu kuyudaki değişimin ise 93 cm olduğu görülmektedir. 2 nolu kuyu civarında sıklaştırma işlemleri daha fazla yapıldığı için en büyük değişim burada olmuştur. Bu durum sonuçların hassaslığını arttırmış olmakla birlikte çözüm süresini de yaklaşık olarak 12,5 kat arttırmıştır. Daha hassas çözüm elde etmenin diğer bir yolu da sabit gridli 9 noktalı implisit sonlu fark şemasını kullanmaktır.



Şekil 6.6: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin 3 Boyutlu Görünümü.



Şekil 6.7: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Grafiği.

## 6.5 Örnek 5

Bu uygulamada, sabit grid kullanılarak düzgün olmayan bir geometriye sahip bir örnek çözülmüştür. Kabul edilen geometri, sınır koşulları ve çözüm sonuçları Şekil 6.11’de gösterilmiştir.

Alan,  $3.78 \text{ km}^2$  (düzgün olmayan geometri)

Grid aralığı,  $\Delta x = \Delta y = 100 \text{ m}$

Özgül depolama katsayısı,  $S_s = 1$  (tüm hücrelerde aynı)

Hidrolik iletim katsayısı,  $K = 15 \text{ m/gün}$  (tüm hücrelerde aynı)

Maksimum hesap süresi,  $t_{\text{max}} = 3600 \text{ gün}$

Hesap adımı,  $dt = 3600 \text{ gün}$

Maksimum iterasyon sayısı,  $\text{maxiter} = 1000$

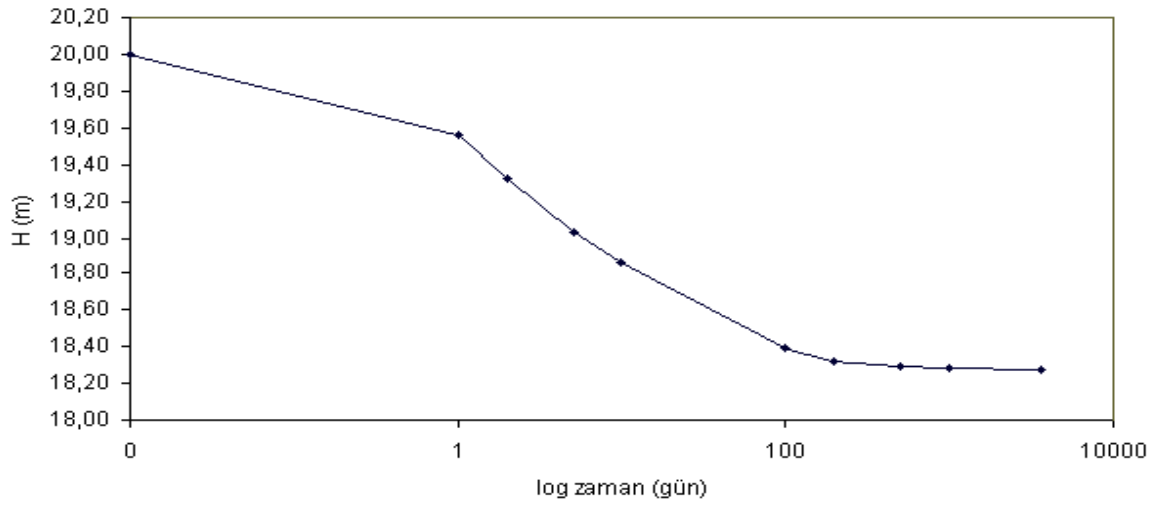
Maksimum hata,  $\text{eps} = 0.0001$

Besleme ve pompaj yapılan üç adet kuyunun debileri  $Q_1 = Q_3 = 432 \text{ m}^3/\text{gün}$  (yitik) ve  $Q_2 = 864 \text{ m}^3/\text{gün}$  ‘dür (kaynak).

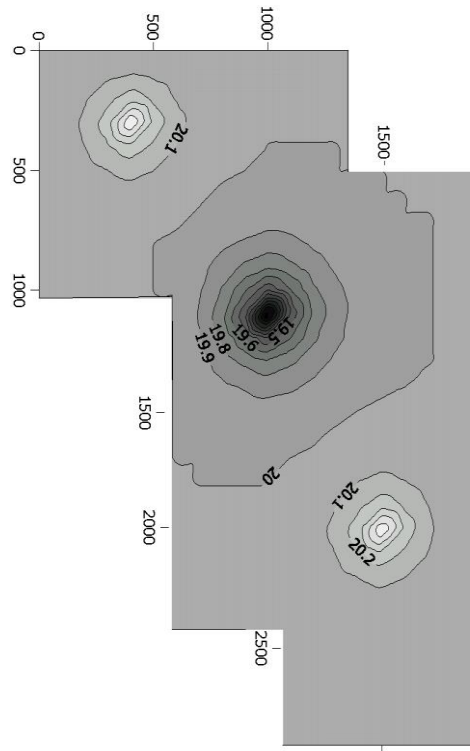
Zamana bağlı olarak M15 (2 no’lu kuyu) hücresinin hidrolik yük değerleri Şekil 6.8’de verilmiştir. Grafikten de görüldüğü gibi 100 günden sonra M15 hücresinin hidrolik yük değerleri dengeye ulaşıyor. Bu problemin çözümü 24 s. sürmektedir.

1 no’lu kuyuda hidrolik yük değeri 20.66 m, 2 no’lu kuyuda hidrolik yük değeri 18.27 m, 3 no’lu kuyuda ise hidrolik yük değeri 20.70 m’dir.

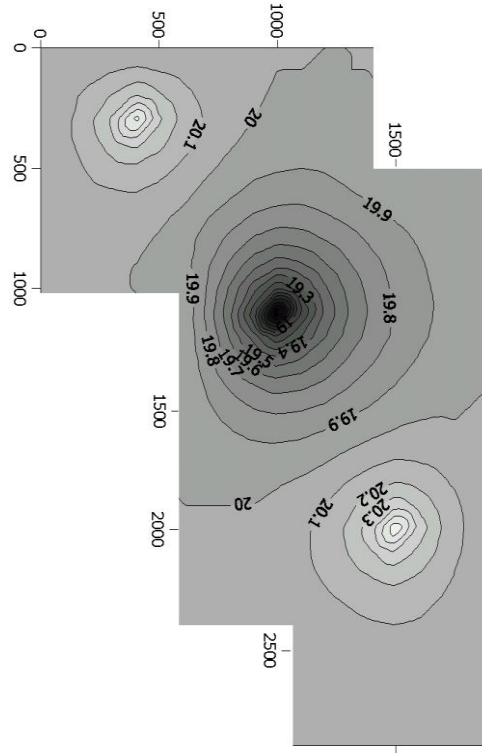
$T = 1 \text{ gün}$ ,  $T = 10 \text{ gün}$ ,  $T = 100 \text{ gün}$  ve  $T = 3600 \text{ gün}$  sonraki hidrolik yük değişimlerinin grafikleri Şekil 6.9.a, Şekil 6.9.b, Şekil 6.9.c ve Şekil 6.9.d ’de verilmiştir.  $T = 3600 \text{ gün}$  sonra hidrolik yük değişimlerinin vektörel gösterimi ise Şekil 6.9.e’de verilmiştir.  $T = 3600 \text{ gün}$  sonraki hidrolik yük değişimlerinin 3 boyutlu görünümü ise Şekil 6.10’da verilmiştir.



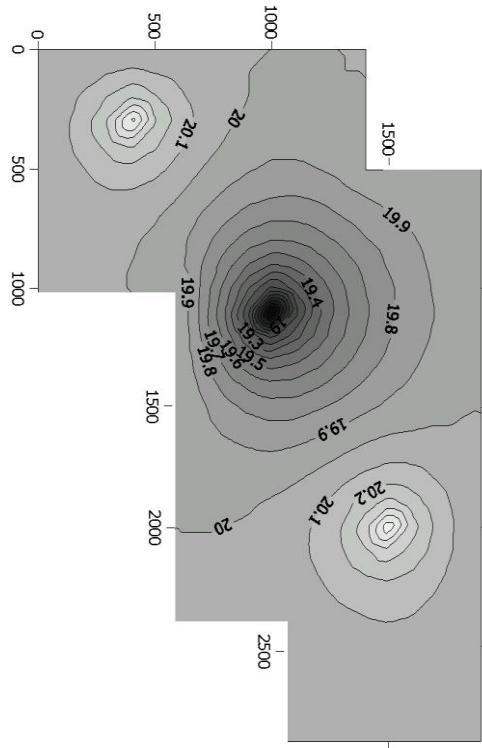
Şekil 6.8: Zamana Bağlı Olarak M15 Hücresinin Hidrolik Yük Değerleri (2 nolu kuyu).



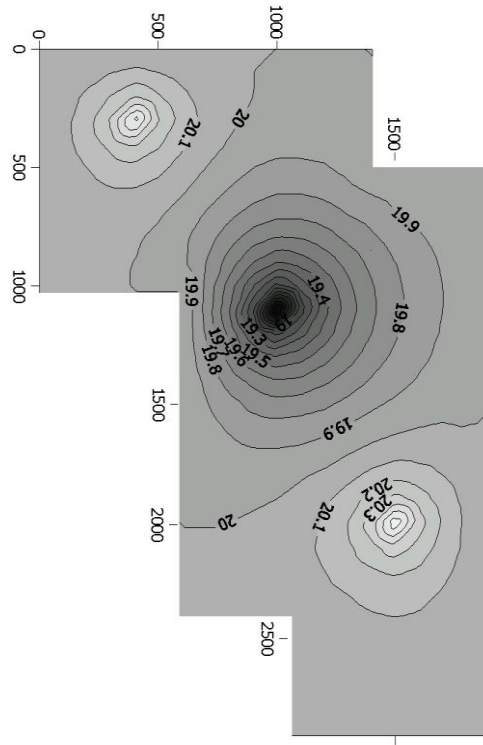
Şekil 6.9.a: T=1 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Grafiği.



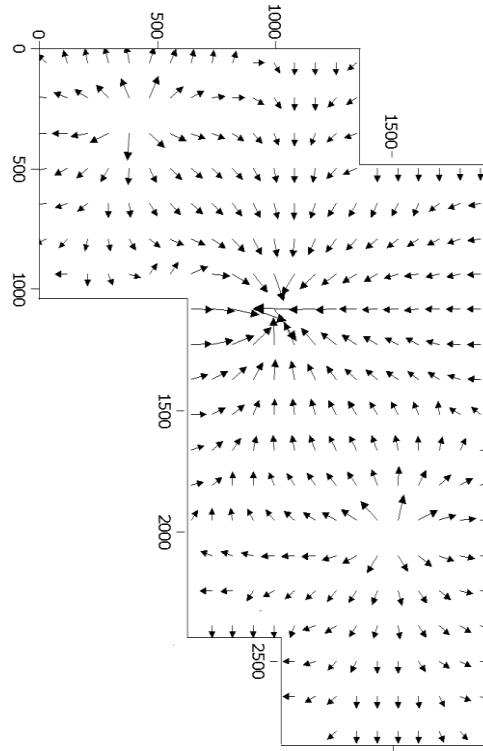
Şekil 6.9.b: T=10 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Grafiği.



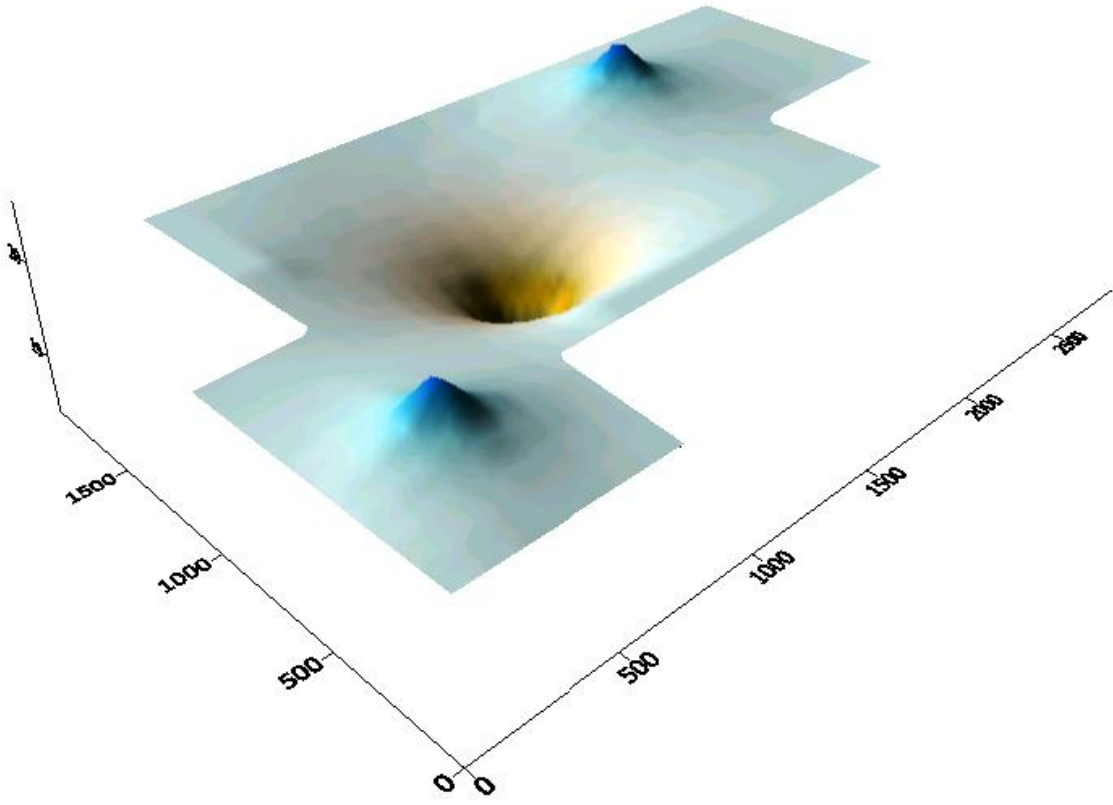
Şekil 6.9.c: T=100 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Grafiği.



Şekil 6.9.d: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Grafiği.



Şekil 6.9.e: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin Vektörel Gösterimi.



Şekil 6.10: T=3600 Gün Sonraki Hidrolik Yük Değişimlerinin 3 Boyutlu Görünümü.



y/x	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900		
0	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00							0
100	20,00	20,03	20,06	20,10	20,13	20,10	20,06	20,04	20,02	20,00	19,99	19,99	19,99	19,99	20,00							100
200	20,00	20,06	20,12	20,21	20,30	20,21	20,12	20,06	20,02	20,00	19,98	19,98	19,98	19,99	20,00							200
300	20,00	20,07	20,16	20,32	20,66	20,31	20,16	20,07	20,02	19,98	19,96	19,96	19,96	19,98	20,00							300
400	20,00	20,07	20,14	20,23	20,32	20,22	20,12	20,05	19,99	19,95	19,93	19,93	19,94	19,96	20,00							400
500	20,00	20,05	20,10	20,15	20,17	20,13	20,06	20,00	19,95	19,90	19,88	19,88	19,89	19,93	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	500
600	20,00	20,03	20,06	20,09	20,09	20,06	20,01	19,95	19,89	19,84	19,81	19,81	19,83	19,87	19,91	19,94	19,96	19,97	19,99	20,00	20,00	600
700	20,00	20,02	20,04	20,04	20,04	20,01	19,96	19,89	19,82	19,76	19,72	19,72	19,75	19,80	19,84	19,89	19,92	19,95	19,98	20,00	20,00	700
800	20,00	20,01	20,02	20,02	20,01	19,98	19,92	19,84	19,74	19,64	19,59	19,60	19,65	19,72	19,78	19,84	19,89	19,93	19,97	20,00	20,00	800
900	20,00	20,00	20,01	20,01	20,00	19,97	19,92	19,80	19,65	19,50	19,40	19,45	19,54	19,64	19,73	19,80	19,86	19,91	19,96	20,00	20,00	900
1000	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	19,78	19,55	19,30	19,05	19,24	19,43	19,58	19,69	19,78	19,85	19,90	19,95	20,00	20,00	1000
1100							20,00	19,77	19,50	19,09	18,27	19,03	19,36	19,55	19,68	19,77	19,84	19,90	19,95	20,00	20,00	1100
1200							20,00	19,79	19,57	19,31	19,06	19,25	19,44	19,59	19,70	19,79	19,85	19,91	19,96	20,00	20,00	1200
1300							20,00	19,83	19,67	19,51	19,41	19,46	19,56	19,66	19,75	19,82	19,88	19,92	19,96	20,00	20,00	1300
1400							20,00	19,88	19,76	19,67	19,61	19,62	19,68	19,74	19,81	19,86	19,91	19,94	19,97	20,00	20,00	1400
1500							20,00	19,91	19,84	19,77	19,74	19,75	19,78	19,83	19,88	19,92	19,95	19,97	19,99	20,00	20,00	1500
1600							20,00	19,94	19,89	19,85	19,84	19,85	19,87	19,91	19,95	19,98	20,00	20,01	20,00	20,00	20,00	1600
1700							20,00	19,96	19,93	19,91	19,91	19,92	19,95	19,99	20,03	20,06	20,06	20,05	20,03	20,00	20,00	1700
1800							20,00	19,98	19,96	19,96	19,96	19,99	20,02	20,07	20,13	20,17	20,14	20,10	20,05	20,00	20,00	1800
1900							20,00	19,99	19,99	19,99	20,00	20,03	20,08	20,15	20,24	20,34	20,25	20,15	20,07	20,00	20,00	1900
2000							20,00	20,00	20,00	20,01	20,03	20,06	20,11	20,20	20,36	20,70	20,35	20,19	20,08	20,00	20,00	2000
2100							20,00	20,00	20,01	20,02	20,04	20,07	20,12	20,18	20,27	20,37	20,27	20,16	20,08	20,00	20,00	2100
2200							20,00	20,00	20,01	20,02	20,03	20,06	20,10	20,15	20,19	20,22	20,19	20,13	20,06	20,00	20,00	2200
2300							20,00	20,00	20,01	20,01	20,02	20,04	20,07	20,10	20,13	20,14	20,13	20,09	20,05	20,00	20,00	2300
2400							20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,04	20,07	20,09	20,10	20,09	20,06	20,03	20,00	20,00	2400
2500												20,00	20,03	20,05	20,06	20,06	20,06	20,04	20,02	20,00	20,00	2500
2600												20,00	20,02	20,03	20,04	20,04	20,04	20,03	20,01	20,00	20,00	2600
2700												20,00	20,01	20,02	20,02	20,02	20,02	20,02	20,01	20,00	20,00	2700
2800												20,00	20,00	20,01	20,01	20,01	20,01	20,01	20,00	20,00	20,00	2800
2900												20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	2900
	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900		

Şekil 6.11: Örnek 5'e Ait Çözüm Tablosu.

## 6.6 Örnek 6

Bu uygulamada, Örnek 5'e ait tüm veriler aynı olacak şekilde seçilen bir örnek değişken grid kullanılarak çözülmüştür.  $T=3600$  gün sonraki hidrolik yük değişimlerinin grafikleri Şekil 6.12'de,  $T=3600$  gün sonraki hidrolik yük değişimlerinin 3 boyutlu görünümü ise Şekil 6.13'de verilmiştir. Bu problemin çözümü 1394 s. sürmektedir.

Alan,  $3.78 \text{ km}^2$  (düzgün olmayan geometri)

Grid aralığı,  $\Delta x \neq \Delta y$  (değişken)

Özgül depolama katsayısı,  $S_s=1$  (tüm hücrelerde aynı)

Hidrolik iletim katsayısı,  $K=15 \text{ m/gün}$  (tüm hücrelerde aynı)

Maksimum hesap süresi,  $t_{\max}=3600$  gün

Hesap adımı,  $dt=3600$  gün

Maksimum iterasyon sayısı,  $\text{maxiter}=1000$

Maksimum hata,  $\text{eps}=0.0001$

1 ve 3 no'lu kuyuda hidrolik yük değeri 21.00 m, 2 no'lu kuyuda ise hidrolik yük değeri 17.35 m'dir.

Örnek 5 ile karşılaştırdığımızda grid boyutları kuyu civarlarında %80 azaltıldığı için kuyu civarlarında hidrolik yük değerlerinde büyük değişimler gözlenmektedir. 1 no'lu kuyuda değişim 34 cm, 2 no'lu kuyuda değişim 92 cm, 3 no'lu kuyudaki değişimin ise 30 cm olduğu görülmektedir. 2 nolu kuyu civarında sıklaştırma işlemleri daha fazla yapıldığı için en büyük değişim burada olmuştur. Bu durum sonuçların hassaslığını arttırmış olmakla birlikte çözüm süresini de yaklaşık olarak 57 kat arttırmıştır.



## YEDİNCİ BÖLÜM SONUÇ

### 7.1 Sonuçlar

Bu tez kapsamında zamana bağlı iki boyutlu yeraltısuyu akımı değişken zemin koşulları altında düzgün ve düzgün olmayan geometriler için çözülmüştür. Yeraltısuyu akımına ait denklemin çözümünde 5 noktalı implisit sonlu fark şeması kullanılmıştır. Çözüm sayfasının ardında çalışan makro programında her hücredeki hidrolik yükü bulmak için gerekli olan lineer denklem takımının çözümü iteratif bir metotla sağlanmıştır.

Örnek 1’de, kararlı durumdaki yeraltısuyu akım denkleminin analitik çözümü verilmiş ve sayısal çözümle karşılaştırılmıştır ve analitik çözümle karşılaştırıldığında maksimum relatif hata % 0.173 dir.

Örnek 2’de, Örnek 1’de olduğu gibi kararlı durumdaki yeraltısuyu akım denkleminin analitik çözümü ve sayısal çözümü karşılaştırılmaktadır. Bu örnekte örnek 1’de verilen grid boyutu %60 küçültülerek hata mertebesi azaltılmaya çalışılmıştır. Hata mertebesi Örnek 1’e göre 3 kat azaltılmıştır. Fakat çözüm süresi de yaklaşık 37 kat artmıştır.

Örnek 3’de, sabit grid kullanılarak düzgün bir geometride yeraltısuyu akımı modellenmiştir. Bulunan sonuçlar TGMSS ile aynıdır.

Örnek 4’de, Örnek 3’e ait tüm veriler aynı kalmak koşuluyla, Örnek 3’de verilen grid boyutu bazı noktalarda azaltılarak düzgün bir geometride yeraltısuyu akımının modellenmesi sağlanmıştır. Bilhassa sıklaştırma yapılan yerlerde çözümün hassaslığı artırılmıştır. Çözüm süresi de yaklaşık 12.5 kat artmıştır. Sıklaştırma işlemleri 2 no’lu kuyu civarında daha fazla olduğu için en büyük değişim burada yaşanmıştır.

Örnek 5’de, sabit grid kullanılarak düzgün olmayan bir geometride yeraltısuyu akımının modellenmesi sağlanmıştır. Geometri, kuyu yerleri ve debileri simetrik seçildiği için sonuçlar da simetrik bulunmuştur. Beklenen davranış da budur.

Örnek 6'da, Örnek 5'e ait tüm veriler aynı kalmak koşuluyla, Örnek 5'de verilen grid boyutu bazı noktalarda azaltılarak düzgün olmayan bir geometride yeraltısuyu akımının modellenmesi sağlanmıştır. Bilhassa sıklaştırma yapılan yerlerde çözümün hassaslığı arttırılmıştır. Çözüm süresi de yaklaşık olarak 57 kat artmıştır. Sıklaştırma işlemleri 2 no'lu kuyu civarında daha fazla olduğu için en büyük değişim burada yaşanmıştır.

## 7.2 Öneriler

Lineer denklem sistemlerinin çözümünde hızlilik sırasına göre LSOR (iteratif blok aşırı rahatlatma), IADI (iteratif değişen yön implisit), SIP (güçlü implisit kural) ve Multigrid (çoklu grid) metodu gibi daha güçlü iteratif yöntemler kullanılarak geliştirilen çözüm programının hesap süresi kısaltılabilir. Ayrıca iklim değişiklikleri, havza karakteristikleri ve dış etkilerin de dikkate alınması geliştirilen çözüm tekniğinin geleneksel programlama kodlarına karşı güçlü bir alternatif olmasını arttıracaktır.

Değişken grid kullanımında grid aralıklarının gelişigüzel seçilmesi doğruluk mertebesini düşürmektedir. Bu nedenle değişken grid kullanırken grid aralıkları düzgün bir şekilde arttırılmalı veya azaltılmalıdır.

Çözümün hassaslığını arttırmanın diğer bir yolu da sabit gridli 9 noktalı implisit sonlu fark şemasını kullanmaktır. Sonuçlar değişken gridli 5 noktalı implisit sonlu fark şeması kullanılarak bulunan sonuçlarla karşılaştırılarak hesap süresi daha az ve doğruluk değeri daha fazla olan tercih edilmelidir.

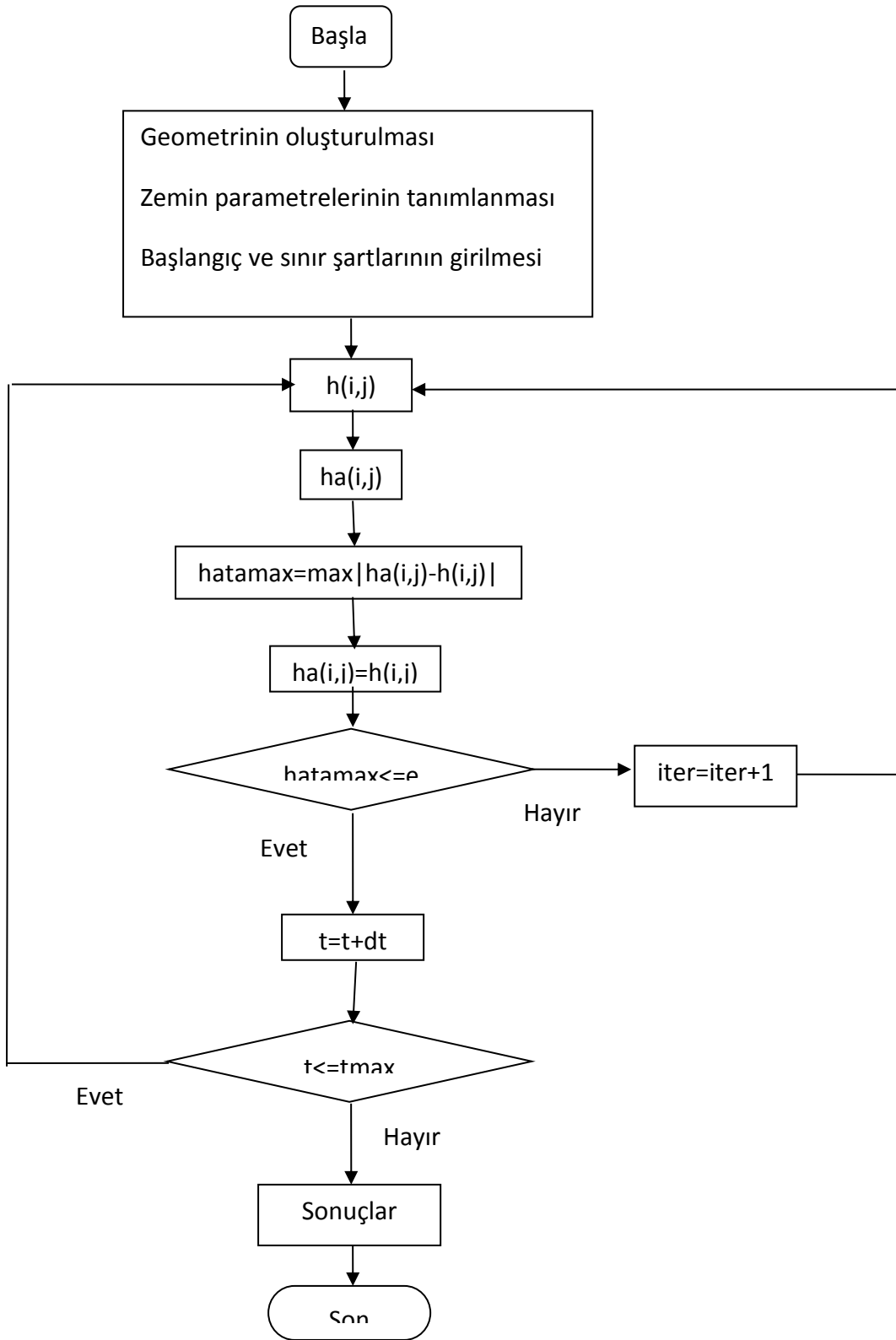
Geliştirilen çözüm tekniği mühendislik uygulamalarında olduğu kadar sonuçların görsel olarak izlenebilmesi nedeniyle mühendislik eğitiminde de önemli bir eğitim aracı olarak kullanılabilir.

## KAYNAKLAR

1. Hirsh, C., Numerical Computation of Internal and External Flows, Volume 1: Fundamentals of Numerical Discretization, John Wiley& Sons, ISBN 0-471-91762-1, 515 s., Great Britain, 1995.
2. Lam, C.Y , Applied Numerical Methods for Partial Differential Equations, Prentice Hall, ISBN 0-13-074923-0, 262 s., Singapore, 1994.
3. Bear, J., Verruijt, A., Modelling Groundwater Flow and Pollution, Kluwer Academic Publishers, ISBN 1-55608-014-X, 414 s., Netherlands, 1987.
4. Freeze, R.A., Cherry, J. A., Yeraltı Suyu (Çev.: Kamil Kayabalı), Gazi Kitabevi, ISBN 975-8640-60-7, 562 s., Ankara, 2003.
5. Erguvanlı, K., Yüzer, E., Yeraltı suları Hidrojeolojisi, 339 s., İstanbul, 1984.
6. Beyazıt, M., Hidroloji, İTÜ Yayın No: 1605, 242 s., İstanbul, 1999.
7. Ames, W.F., Numerical Methods for Partial Differential Equations, (3<sup>rd</sup> Ed.), Academic Press, ISBN 0-12-056761-X, 451 s., USA, 1992.
8. Remson, I., Hornberger, G.M., Molz., F.J., Numerical Methods in Subsurface Hydrology, John Wiley& Sons, ISBN 0-471-71650-2, 389 s., USA, 1971.
9. İrfanoğlu, B., Yeraltı sularında Kirliliğin Nümerik Simulasyonu, ODTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi, 106 s., Ankara, 1994.
10. Yılmaz, H., Elektronik Tablolama Yöntemi ile Yeraltı Su Akımının İncelenmesi, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi, 166 s., İstanbul, 1999.
11. Ayvaz, M.T., Serbest Yüzeyle Sızma Problemlerinin Çözümü İçin Pratik Bir Yaklaşım, Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi, 92 s., 2004.
12. Ayvaz, M.T., Tuncan, M., Karahan, H., Tuncan, A., An Extended Pressure Application for Transient Seepage Problems with a Free Surface, Journal of Porous Media, 2004.
13. Karahan, H., Ayvaz, M.T., Transient Groundwater Modelling Using Spreadsheet, Advances in Engineering Software, 2004.
14. Anderson, M.P., Woessner, W.W., Applied Groundwater Modelling, Academic Press, ISBN 0-12-059485-4, 381 s., USA, 1992.
15. Bear, J., Dynamics of Fluids in Porous Media, American Elsevier, 764 s., USA, 1972.
16. Faust, C.R., Mercer, J.W., Ground-Water Modelling : Numerical Methods, Ground Water, Vol. 18 (4), 395-409, 1980.

17. Pinder, G.F., Bredehoeft, J.D., Application of the Digital Computer for Aquifer Evaluation, *Water Resources Research*, Vol. 4(5), 1968.
18. Freeze, R.A., Witherspoon, P.A., Theoretical Analysis of Regional Groundwater Flow, 1: Analytical and Numerical Solutions to the Mathematical Model, *Water Resources Research*, Vol. 2(4), 641-656, 1966a.
19. Freeze, R.A., Witherspoon, P.A., Theoretical Analysis of Regional Groundwater Flow, 2: Effect of Water-Table Configuration and Subsurface Permeability Variation, *Water Resources Research*, Vol. 3(2), 623-634, 1967b.
20. Bredehoeft, J.D., Finite Difference Approximation to the Equations of Groundwater Flow, *Water Resources Research*, Vol. 5(2), 1969.
21. Taylor, G.S., Luthin, J.N., Computer Methods for Transient Analysis of Water-Table Aquifers, *Water Resources Research*, Vol. 5(1), 1969.
22. Bredehoeft, J.D., Pinder, G.F., Digital Analysis of Areal Flow in Multiaquifer Groundwater Systems : A Quasi Three Dimensional Model, *Water Resources Research*, Vol. 6(3), 1970.
23. Prickett, T.A., Lonquist, C.G., Selected Digital Computer Technics for Groundwater Resource Evaluation, *Illionis State Water Survey Bulletin 55*, 62 s., 1971.
24. Larsson, S.P., Trescott, P.C., Solution of Water-Table and Anisotropic Flow Problems by Using the Strongly Implicit Procedure, *Journal Research U.S. Geol. Survey*, Vol. 5(6), 1977.
25. Kinzelbach, K., *Groundwater Modelling*, Elsevier, ISBN 0-444-4169-2, 333 s., Netherlands, 1986.
26. Lesnic, D., Elliot, L., Ingham, D.B., A Boundary Element Method for the Determination of the Transmissivity of A Heterogenous Aquifer in Groundwater Flow Systems, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 21, 223-234, 1998.

## EK 1: Sayısal Örneklerin Çözümünde Kullanılan Akış Şeması





## EK 2: Çözüm Tablosunun Şematik Gösterimi

61

y/x	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900	2000	2100	2200		
0	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	
100	20																								
200	20																								
300	20																								
400	20																								
500	20																								
600	20																								
700	20																								
800	20																								
900	20																								
1000	20																								
1100	20																								
1200	20																								
1300	20																								
1400	20																								
1500	20																								
1600	20																								
1700	20																								
1800	20																								
1900	20																								
2000	20																								
2100	20																								
2200	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Sınır Şartları

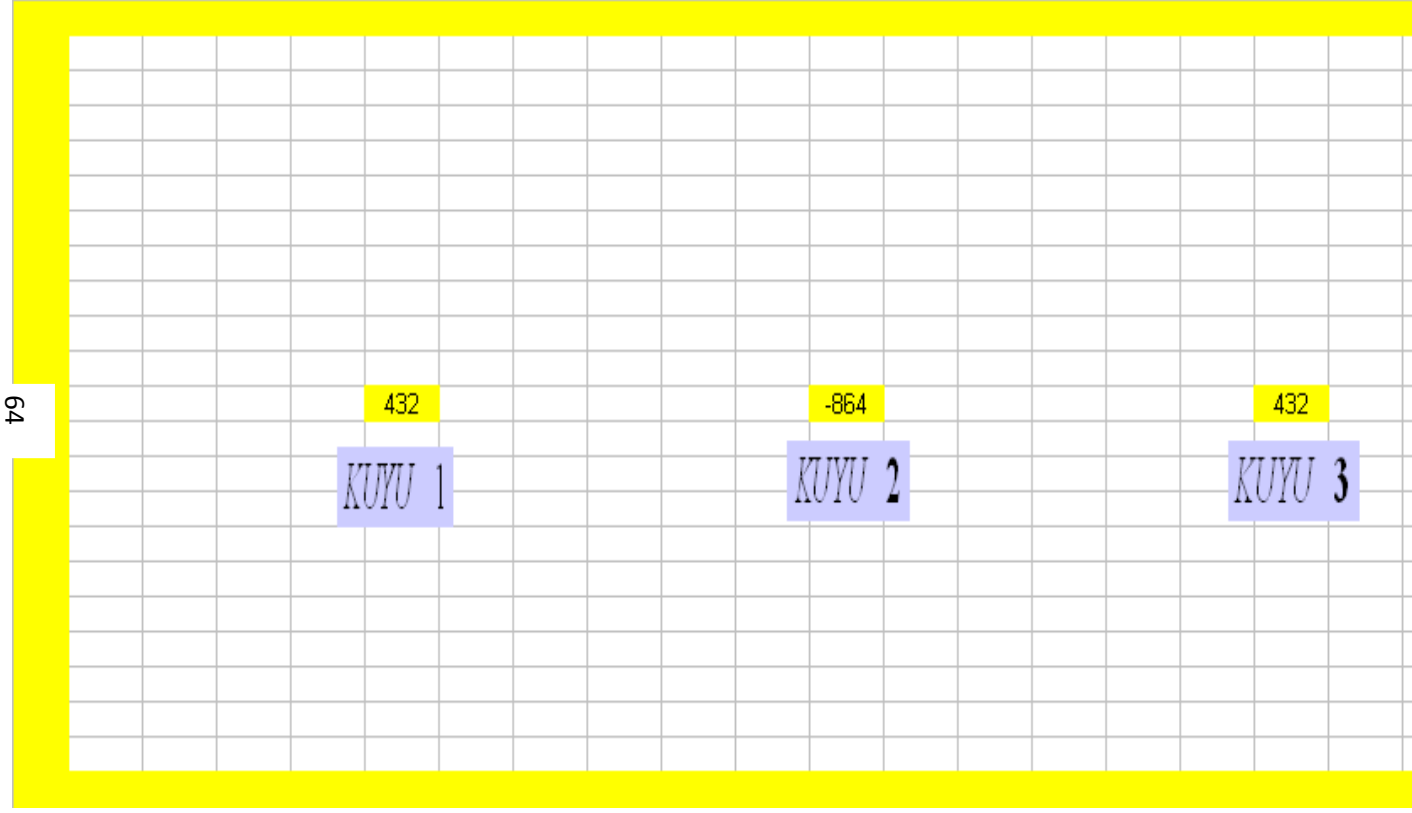
Koordinatlar

Hesaplama verileri ve Bilgi İşlem Süresi

Makroyu Çalıştıran Buton





**EK 5: Kaynak-Yitik Sayfasının Şematik Gösterimi**

## ÖZGEÇMİŞ

**Adı, soyadı** : Gürhan Gürarlan

**Ana adı** : Hanım

**Baba adı** : Hüseyin Murat

**Doğum yeri ve tarihi** : İskenderun, 1974

**Lisans eğitimi ve mezuniyet tarihi** : Pamukkale Üni. Müh. Fak. İnş. Müh. Böl., 1998

**Çalıştığı yer** : Köy Hiz. Gn. Müd. APK Dai. Bşk. Toprak ve Su Kaynakları Şb. Md.

**Bildiği yabancı diller, aldığı belgeler:** İngilizce, Devlet Lisan Ok. Bitirme Sertifikası

**Mesleki etkinlikleri (varsa):** ---