

**T.C.
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

OYUN TEORİSİ İLE ULAŞIM AĞ TASARIMI

Özgür CENGİZ

Yüksek Lisans Tezi

DENİZLİ-2005

OYUN TEORİSİ İLE ULAŞIM AĞ TASARIMI

Pamukkale Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Tarafından Kabul Edilen
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

Özgür CENGİZ

Tez Savunma Sınavı Tarihi: 26.07.2005

DENİZLİ-2005

TEZ SINAV SONUÇ FORMU

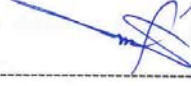
Bu tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.



Doç. Dr. Halim CEYLAN
(Yönetici)



Doç. Dr. Mehmet SALTAN
(Jüri Üyesi)



Yrd. Doç. Dr. Soner HALDENBİLEN
(Jüri Üyesi)

Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
.....tarih vesayılı kararı ile onaylanmıştır

Prof. Dr. Mehmet Ali SARIGÖL
Müdür
Fen Bilimleri Enstitüsü

TEŞEKKÜR

Tez çalışmasında büyük desteğini gördüğüm danışmanım Doç. Dr. Halim CEYLAN başta olmak üzere tezin yönetilmesindeki katkılarından dolayı Yrd. Doç. Dr. Soner HALDENBİLEN'e ve jüri üyeliğiyle beni onurlandıran Doç. Dr. Mehmet SALTAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmanın hazırlanması sırasında desteklerini esirgemeyen başta Freetown / Sierra Leone (Batı Afrika), ABD Büyükelçilik Bileşkesi İnşaatı Şantiyesi proje müdürlerim Jorge I. BATLLE ve Mehmet TAKTAK olmak üzere tüm iş arkadaşlarıma ve bilgisayar programlama konusundaki katkılarından dolayı Uğur KUZZEY'e teşekkürü bir borç bilirim.

Hayatım boyunca kendilerinden her zaman sınırsız destek ve anlayış gördüğüm sevgili annem ve babama en içten duygularıyla teşekkür ederim.

Özgür CENGİZ

ÖZET

Son yıllarda artan ulaşım talebi karşısında altyapı arzının istenilen düzeye getirilmesi noktasında zaman zaman sorunlar yaşanmaktadır. Bunun yanında mevcut altyapının doğal felaketler ve bakım onarım gibi çalışmalar sırasında sistem dengesinde bozulmalar olmaktadır. Doğal afetler sırasında insan gereksinimlerinin istenilen kalitede ve zamanında karşılanabilmesi, bakım onarım çalışmalarında kullanıcılara en düşük maliyet artışını hatta artışsız bir hizmeti sağlayacak düzenlemelerin belirlenmesi bozulan sistem dengesinin nasıl düzeltileceği noktasında çok kompleks problemlerle karşılaşmaktadır.

Bu çalışmada bireysel seyahat edenlerin istekleri ile ulaştırma sisteminin fiziksel kapasitesi arasındaki karşılıklı etkileşimin sonucu olarak tanımlanan ulaşım ağı performansı ağ güvenilirliği baz alınarak incelenmiştir. Ulaşım ağlarında güvenilirlik kavramı iki bileşenden oluşmaktadır. Bunlar bağlanabilirlik ve performans güvenirligidir. Mevcut modeller ve çalışmalar kullanıcı ve alt yapının çeşitliliği göz önüne alındığında her koşulda istenen performansı verememektedir. Bu nedenle çalışmada ağ güvenirligi oyun teorisi çerçevesinde incelenmiştir. Oyun kuramı, rekabete dayalı stratejik karşılaşmaları modellemeye yarayan matematiksel bir araçtır. Oyun, beklenen yolculuk maliyetini en aza indireyecek rotayı arayan ağ kullanıcısı ile hat maliyetlerini yükselterek kullanıcıların beklenen yolculuk maliyetlerini artırmayı amaçlayan şeytan arasında kurgulanmıştır. Oyun, iki oyunculu, oyuncuların birbirine yardım etmediği toplamda sıfır kazançlı olarak düşünülmüştür. Gerekli trafik akımları ve bağlantı yollarının seçilme olasılıklarının bulunabilmesi için de ardışık ortalamalar yöntemi kullanılmıştır.

Çalışmada, oyun teorisi ve ağ güvenilirliği kavramları birleştirilerek rota seçme olasılıklarının yapılabilmesi için gerekli çözüm algoritmaları örnek uygulamaları ile birlikte verilmiştir. Sonuç olarak ağ güvenilirliği yaklaşımının trafik problemlerine nasıl uygulanabileceği gösterilmiştir.

ABSTRACT

In recent years, problems have been encountered sometimes to provide desired level of sub-structural supply for the increasing transportation demand. However, some defeats occur in the system balance of existing sub-structure during natural disasters and maintenance works. Very complex problems have been encountered while; providing the requirements during natural disasters in desired quality and on time, providing the service with the minimum cost increase or even without increase to system users during maintenance works and finding the way to repair the spoiled system balance.

In this study, transportation network performance which is defined as the result of mutual interaction of individual system user's requirements and the physical capacity of transportation system, reached on the network reliability basis. In transportation networks, concept of reliability consists of two components. These are connectivity and network reliability. Considering the users and variability of sub-structural conditions, existing models and studies do not bring the desired performance under all conditions. For this reason, game theoretical approach is followed to research network reliability. Game theory is a mathematical tool that is used for modeling the strategic and competitive situations. The players are set as the system user, who is looking for the route that minimizes his expected trip cost and the evil entity, who aims to increase the expected trip costs by congesting the links in the game. The game is established to be a two player, non-cooperative and zero sum game. Required traffic flows and link-scenario probabilities are calculated by the method of successive averages.

In this study, by combining the concepts of game theory and network reliability, required solution algorithms for the link and scenario probabilities are given with the sample applications. As a result, the applicability of network reliability to transportation problems is clarified.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
Tez Sınav Sonuç Formu.....	III
Teşekkür.....	IV
Özet.....	V
Abstract.....	VI
İçindekiler.....	VII
Şekiller Dizini.....	X
Çizelgeler Dizini.....	XI

Birinci Bölüm GİRİŞ

1.1 Giriş.....	1
1.2 Problem	3
1.3 Amaç.....	4
1.4 Metot	5
1.5 Beklenen Sonuçlar.....	5
1.6 Kapsam.....	5

İkinci Bölüm ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

2.1 Önceki Çalışmalar.....	7
2.2 Trafik Atama	7
2.3 Oyun Teorisi.....	10
2.4 Trafik Kontrol.....	11

	Sayfa
2.5 Birleştirilmiş Trafik Kontrol - Atama Oyunu	11
2.5.1 Cournot Oyunu.....	11
2.5.2 Stackelberg Oyunu.....	12
2.6 Ağ Güvenirliği	14
2.6.1 Maksimin Problemi.....	14
2.6.2 Doğrusal Programlama Formüllemesi.....	16
2.6.3 Rota Sıralaması.....	22
2.7 Sonuçlar.....	27

Üçüncü Bölüm OYUN TEORİSİ VE UYGULAMALARI

3.1 Oyun Teorisi Ve Uygulamaları.....	28
3.2. Oyun Teorisi.....	28
3.2.1 İki Kişi İle Oynanan Sıfır Kazançlı Oyunlar.....	30
3.2.2 Sıfır Kazançlı Oyun Örnekleri.....	31
3.2.2.1 Tutukların İkilemi.....	31
3.2.2.2 İki Kişi İle Oynanan Sıfır Kazançlı Oyun Formülasyonu.....	34
3.3 Karma Stratejili Oyunlar.....	40
3.4 Grafıksel Çözüm Yöntemi.....	42
3.5 Oyun Teorisi ve Uygulaması	45
3.6 Sonuçlar.....	52

Dördüncü Bölüm ÇÖZÜM ALGORİTMALARI

4.1 Çözüm Algoritmaları.....	54
------------------------------	----

	Sayfa
4.2 Formülasyon	54
4.2.1 Konveks Kombinasyon Yöntemi	54
4.3 Yöntemin Trafik Atama ve Trafik Kontrol Problemlerine Uygulanması....	56
4.4 Birleştirilmiş Trafik Kontrol – Atama Problemi	62
4.4.1 Cournot Oyunu	62
4.4.2 Stackelberg Oyunu	64
4.4.3 Monopoli Oyunu	65
4.5 Sonuçar.....	66

Beşinci Bölüm

UYGULAMA

5.1 Uygulama.....	68
5.2 Ağ Performans Güvenirliği Ölçümü	68
5.3 Sonuçlar	78

Altıncı Bölüm

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

6.1 Sonuçlar.....	79
6.2 Öneriler.....	81
KAYNAKLAR.....	82
ÖZGEÇMİŞ.....	84

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 1.1: Ulaşım ağı tasarımında atama-sinyalizasyon problemi.....	4
Şekil 2.1: Örnek ağ	18
Şekil 2.2: Beklenen yolculuk maliyetinin yakınsaması	25
Şekil 2.3: Hat seçme olasılıklarının yakınsaması	26
Şekil 2.4: Senaryo olasılıklarının yakınsaması	26
Şekil 3.1: Oyun çözümlerinde grafiksel yöntem	44
Şekil 3.2: Örnek ulaşım ağı	46
Şekil 3.3: Örnek ulaşım ağı	49
Şekil 5.1: Uygulama çözümü akış şeması.....	70
Şekil 5.2: Örnek ulaşım ağı.....	71
Şekil 5.3: 1. hattın seçilme olasılığı değişimi	74
Şekil 5.4: 2. hattın seçilme olasılığı değişimi	74
Şekil 5.5: 3. hattın seçilme olasılığı değişimi	75
Şekil 5.6: 1. senaryonun seçilme olasılığı değişimi.....	75
Şekil 5.7: 2. senaryonun seçilme olasılığı değişimi.....	76
Şekil 5.8: 3. senaryonun seçilme olasılığı değişimi	77
Şekil 5.9: Beklenen yolculuk süresi maliyeti değişimi.....	77

ÇİZELGELER DİZİNİ

	Sayfa
Çizelge 2.1	Şekil 2.1.'deki örnek ağ için hat - rota olay matrisi..... 19
Çizelge 2.2:	Başlangıçtaki maliyetler (keyfi birimler)..... 19
Çizelge 2.3:	Başlangıç için hat kullanım ve başarısızlık durumu olasılıkları 20
Çizelge 2.4:	Hat kullanım ve başarısızlık durumu olasılıkları (Hat 1 de 10 birim yerine 100 birim başarısızlık durumu maliyeti)..... 21
Çizelge 2.5:	Hat kullanım ve başarısızlık durumu olasılıkları (Hat 2 de 100 birim başarısızlık durumu maliyeti)..... 23
Çizelge 2.6:	Hat düğüm - olay matrisi 24
Çizelge 2.7:	Hat kullanım ve başarısızlık olasılıkları..... 27
Çizelge 3.1:	Tek-Çift Oyunu Kazanç Matrisi (1. oyuncu)..... 30
Çizelge 3.2:	Tutukluların İkilemi Oyunu Kazanç Matrisi 32
Çizelge 3.3:	Kampanya sorununda 1. politikacının kazanç matrisi formatı 34
Çizelge 3.4:	Kampanya sorununda varyasyon 1'e göre 1. politikacının kazanç matrisi 35
Çizelge 3.5:	1. Stratejinin sonucu 35
Çizelge 3.6:	2. politikacı için 3. stratejinin sonucu 36
Çizelge 3.7:	Kazanç matrisi 36
Çizelge 3.8:	Kampanya sorununda varyasyon 2'ye göre 1. politikacının kazanç matrisi 37
Çizelge 3.9:	Minimaks kriteri 38
Çizelge 3.10:	Kampanya sorununda Varyasyon 3'e göre 1. politikacının kazanç matrisi 39
Çizelge 3.11:	Kampanya sorununda 1. politikacının değiştirilmiş kazanç matrisi... 43
Çizelge 3.12:	2. oyuncunun beklenen kazanç matrisi..... 43
Çizelge 3.13:	Maliyet-Kazanç matrisi..... 51
Çizelge 3.14:	Sanal oyuncu için kazanç matrisi..... 52

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

1.1 Giriş

Ulaştırma ağlarının performansları, seyahat edenlerin istekleri ile ulaştırma araçlarının fiziksel kapasiteleri arasındaki karşılıklı etkileşimin bir sonucu olarak tanımlanabilir. Ekonomistler içinse ulaştırma, bir ağdaki trafik akımlarının ulaşım kapasitesi ve ulaşım servisleri arasındaki dengeleme süreci olarak tanımlanabilir. Çevresel bilinçlenme sürecinde doğal kaynakların tüketimi ve sistemlerin çevresel etkilerinin ön plana çıkması ile ulaşımda insan hareketlerini ve erişebilirliği temel alan ve dışsal etkileri azaltıcı, daha verimli planlama ve uygulamalara yönelmiştir. Ağ güvenilirliği ağ tasarımı ile ilgilenen planlamacıların ve mühendislerin en önemli pratik ilgi alanlarından bir tanesidir. Ağ güvenilirliğinin önemi aşağıdaki örneklerde belirginlik kazanır:

- a) Deprem veya patlamalar gibi felaketler. Bu tür durumlarda ulaşım ağı, acil durum hizmetlerinin ve kurtarma ekiplerinin olay sahasına erişimini sağlayan bir yaşam hattı olarak görev yapar. Tasarım altyapısının yanı sıra, felaketlere ekonomik olarak hazırlıklı olmak için, ağın kısmi olarak başarısız olması durumunda, en azından yeterli erişim olanaklarını sağlayabilmek için ağın farklı hatlarında düzenlemeler yapılmalıdır.
- b) Yolun yeniden tahsisi. Geçiş önceliğinin otomobilden yayaya veya toplu taşımaya verilmesi yolun yeniden tahsisi ile ilgilidir.

Ağ güvenilirliğinin iki boyutu bulunmaktadır. Bunlardan ilki *bağlanabilirlik* ile ilgilidir. Bir olumsuz düzenleme ile bir hat başarısız duruma gelirse, mevcut başlangıçtan bitime ulaşmak olanaksız olacak, başka bir deyişle ağ kopuk olacaktır. Bunun yanı sıra bağlı ağlarda da yeterli hizmet seviyesi yakalanamayabilecektir. Örneğin, bazı durumlar kullanıcıların başlangıçtan bitime yolculuğunu planladıkları şekilde kılmayabilir. Ağ güvenilirliğinin diğer boyutu ise *performans güvenilirliği*dir.

Yolları, köprüleri, tünelleri, demiryollarını kapsayan altyapıyı ve kullanıcı tepkilerini kapsayan davranışları konu eden güvenilirliği ölçümü, karmaşık bir çalışmadır. Bir altyapı elemanı başarısız olduğunda (beklenenin altında hizmet sağladığında), kullanıcılar bu duruma adapte olmak için davranacaklardır. Örneğin, eğer ağda yeterli kapasitede başka bir rota seçeneği varsa ve kullanıcılar tıkanıklık noktasının yanısıra diğer seçeneklerin farkında ise genel etki küçük boyutta olacaktır. Bunun yanı sıra, eğer başka bir rota seçeneği yoksa, diğer seçeneklerin yeterli kapasitesi yoksa veya kullanıcılar tıkanıklık noktası ve diğer seçenekler hakkında bilgi sahibi değilse, genel etkinin büyük olacağı söylenebilir. Ağ durumu hakkındaki bilgi, bir tıkanıklığın doğurduğu etkinin büyüklüğünün saptanmasında önemli rol oynar.

Bir ağ kullanıcısı açısından, başlangıçtan bitime gidişteki beklenen yolculuk maliyeti, ağın performansı ile ilgilidir. Hat maliyetleri *dışsal* ve kullanıcı tarafından önceden kestirilemeyen maliyetler olarak düşünülebilir. Kullanıcı istediği rotayı seçmekte özgürdür fakat yolculuk maliyetlerini kestirmeye çalışır. Bizler, ağ performansını beklenen yolculuk maliyeti mantığıyla kestirebiliriz. Buradan aşağıdaki sezgisel tanım çıkarılabilir.

“Kullanıcılar ağ hakkında son derece karamsar olsa bile beklenen yolculuk maliyeti kabul edilebilir düzeydeyse, ağ güvenilirirdir” denir.

Bu başlık altında ağ güvenilirliği oyun teorisi çerçevesinde incelenecektir. Oyun kuramı, rekabete dayalı stratejik karşılaşmaları modellemeye yarayan matematiksel bir araçtır. Akademik araştırmalarda kullanım alanları yaygınlaştıkça önemi anlaşılan bu yöntem, 1990’lardan itibaren yaygın olarak uygulanmaya başlanmıştır. Özellikle ekonomi alanında, ihale düzenlemelerinden rekabet çözümlerine kadar geniş bir uygulama alanı ortaya çıkmıştır. Oyun, beklenen yolculuk maliyetini en aza indirgeyecek rotayı arayan ağ kullanıcısı ile hat maliyetlerini yükselterek kullanıcıların beklenen yolculuk maliyetlerini artırmayı amaçlayan şeytan arasında kurgulanacaktır. Oyun, iki oyunculu, oyuncuların birbirine yardım etmediği toplamda sıfır kazançlı olarak düşünülmüştür. Kullanıcı hangi hatların maliyetlerinin yükseleceğini düşünürken, şeytan hangi hattın seçilebileceğini

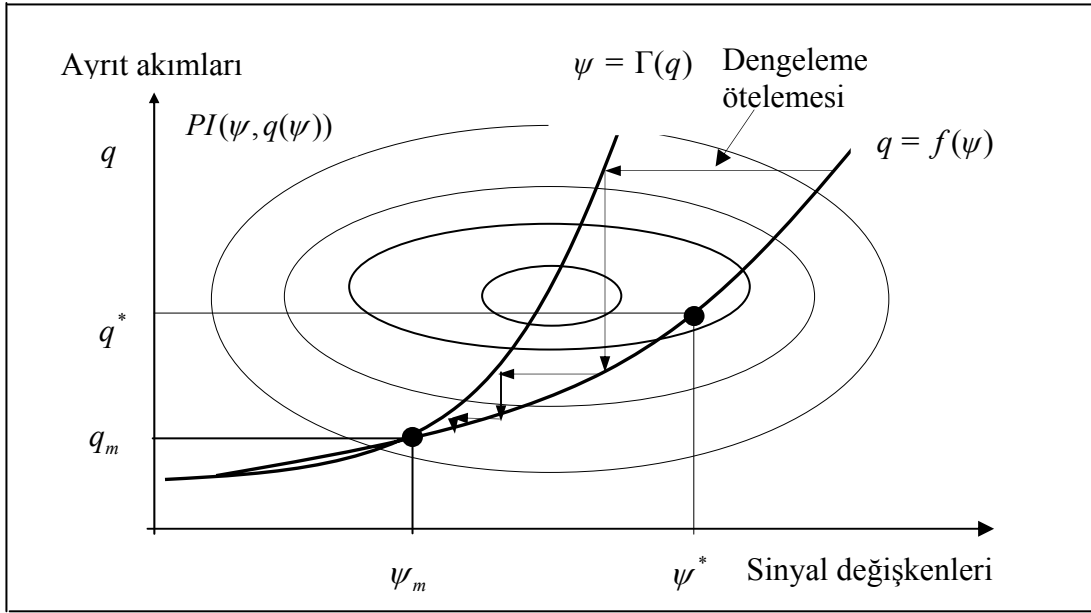
düşünür. Bu oyunda karma stratejili Nash Dengesi, kullanıcı, ağ hakkında karamsar olduğunda bile kabul edilebilir bir beklenen yolculuk maliyeti hedeflediğinden, faydalı bir ağ güvenirliliği sağlar.

1.2 Problem

Mevcut modeller ve çalışmalar kullanıcı ve alt yapının çeşitliliği göz önüne alındığında her koşulda istenen performansı verememektedir. Bunun yanında, ağın bir noktasında yapılan değişikliğin tüm ağ üzerindeki etkisini belirlemek te oldukça zordur. Örneğin izole veya koordine bir kavşaktaki sinyal parametrelerine müdahale yol kullanıcılarının eğer yeterli alternatifleri varsa rota değiştirmelerine neden olmaktadır. Bu da seçilen yeni rotadaki dengelerin değişmesi sonucunu doğurur. Ayrıca bakım onarım ve doğal afetler gibi ulaşım ağının yapısını değiştiren olgular karşısında ağın seyahat süresi ve bağlantı güvenilirliliğinin araştırmacılar tarafından bilinmesi gerekliliği vardır. Ağın bu gibi durumlarda kullanıcılar ile olan etkileşiminin net olarak ortaya konulması karmaşa anında erişebilirliğin üst düzeyde sağlanması açısından çok önemlidir.

Şekil 1.1’de bir ağda atama ve sinyal kontrol parametrelerine bağlı olarak ağın performansının değişimi verilmiştir. Sanal maliyet eğrileri kapalı eğriler şeklinde temsil edilmiştir. ψ sembolü ile gösterilen eğri (sistem dengesi) trafik akımlarına bağlı olarak eniyilenen sinyal parametrelerini, q ile gösterilen eğri (kullanıcı dengesi) ise sinyal kontrol parametrelerine bağlı olarak elde edilen trafik akımlarını göstermektedir. (ψ_m, q_m) öteleme dengesi (ψ^*, q^*) ise optimum, bulunması gereken, dengeyi göstermektedir.

Ulaşım ağ tasarımındaki karmaşık yapıyı, sistem ve kullanıcı dengesi birleştirildiği zaman mevcut analitik matematiksel denklemlerle çözmek oldukça zor bir hal almaktadır. Bu zorluk aynı zamanda sistemin konveks olmayan yapısından ileri gelmektedir. Bu nedenle ağ tasarımında ve trafik yönetiminde son yıllarda kullanılmaya başlayan fakat yaygın etkileri tam olarak ortaya çıkarılmayan yaklaşımı kullanılacaktır.



Şekil 1.1: Ulaşım ağı tasarımında atama-sinyalizasyon problemi (Ceylan, 2002)

1.3 Amaç

Bu çalışmanın genel amacı, şehiriçi ulaşım ağında, ağ güvenilirliği ve oyun teorisi yaklaşımları kullanılarak rota seçme olasılıklarının denge kuramı altında hesaplanmasıdır. Çalışmanın özel amaçları ise şöyle sıralanabilir:

1. Literatürde mevcut **Oyun Teorisi (OT)** denge sistemleri incelenecek ve ülkemiz şehiriçi trafiğinde uygulanabilirliği araştırılacaktır;
2. OT ve trafik atama için problemi formüle etmek ve yeni çözüm yöntemi geliştirmek; ve
3. Geliştirilen OT modelini mevcut verilerle test ederek uygulamalarını göstermek; ve
4. Ağ güvenilirliği kavramının açıklanarak OT yaklaşımıyla örnek ağ güvenilirlik değerlerini bulmaya çalışmaktır.

1.4 Metot

Yol kullanıcı ile trafik yöneticisi arasında bulunan karşılıklı etkışimin çözülebilmesi için Oyun Teorisi yaklaşımı ağ güvenilirliği kavramı kullanılarak çözülecektir. Ayrıca, değişik oyun kuramı teorileri kullanılarak ardışık ortalamalar metodu örnek probleme stokastik kullanıcı dengesi altında uygulanacaktır. Gerekli trafik akımları ve bağlantı yollarının seçilme olasılıklarının bulunabilmesi için de ardışık ortalamalar yöntemi kullanılacaktır.

1.5 Beklenen Sonuçlar

1. Çalışmada OT yaklaşımı ile ağ güvenilirliği kavramları kullanılarak rota seçme olasılıklarının bulunabileceği gösterilecektir. Oyun teorisi yaklaşımının ulaşım ağına nasıl uygulandığı formula edilmiş çözüm algoritması örnek bir yol şebekesi üzerinde test edilecektir. Çalışmada ayrıca, trafik atama probleminin OT yaklaşımı ile farklı maliyet ve rota seçim olasılıkları altında çözülebileceği gösterilecektir.
2. Trafik kontrol ve atama problemlerinin oyun teorisi ile formülasyonları verilmiş ve nasıl çözüleceği gösterilmiştir.
3. Örnek ağ üzerinde uygulanan algoritmanın yakınsama grafikleri gösterilmiş ve bu çalışma için etkin bir çözüm algoritması geliştirilmiştir.
4. Çalışma yardımıyla yerel yöneticilere planlamanın önemi daha iyi anlatılabilir. Daha planlı ve verimli kentiçi trafik yönetimi bu planlama ile yerel yöneticilere gelecek için bir kılavuz olabilecektir.

1.6 Kapsam

Çalışma altı bölümden oluşmuştur.

İkinci Bölüm'de farklı trafik problemlerinin oyun teorisi ve ağ güvenilirliği yaklaşımları ile çözümleri hakkındaki literatür taraması ile birlikte genel çalışmalar verilmiştir.

Üçüncü Bölüm’de oyun teorisi hakkında genel bilgiler verilerek, teorinin doğuşundan bu güne kadarki kullanım alanlarına değinilmiştir. Farklı uygulama alanlarından verilecek örneklerin yanı sıra bir ulaşım ağı örneği ile trafik uyarlaması sınanmıştır.

Dördüncü Bölüm’de trafik atama, kontrol ve birleştirilmiş atama-kontrol problemlerinin dinamik durumlarına ilişkin çözüm algoritmaları üzerinde durulmuştur.

Beşinci Bölüm’de oyun teorisi ve ağ güvenilirliği yaklaşımları ile açıklaması, formülasyonu ve çözüm algoritmaları verilecek çalışma için hipotetik bir ulaşım ağı örneği üzerindeki performans test edilmiştir.

Altıncı Bölüm’de çalışmadan elde edilen sonuçlar irdelenerek oyun teorisi ve trafik uyarlamasına ilişkin ileriye yönelik önerilere yer verilmiştir.

İKİNCİ BÖLÜM

ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

2.1 Önceki Çalışmalar

Ulaşım ağı planlaması bilim adamları ve uygulamacılar arasında büyük bir ilgi uyandırmıştır. Özellikle bilgisayar teknolojilerinin gelişimi, elle çözümü zor olan problemlerin çözümünü kolaylaştırarak ulaşım planlamacılarına önemli bir katkıda bulunmaktadır. Trafik atama ise; teknolojinin gelişmesi sonucu planlama hedeflerine daha iyi hizmet verebilmek için birçok araştırmacı tarafından çalışılmaya devam etmektedir. Fakat yol kullanıcıları ile trafik yöneticisi arasındaki etkileşimin karmaşıklığından dolayı yeni çözüm metotlarının ve/veya yaklaşımlarının da geliştirilmesi gerekliliği açıktır. Bu bölümde farklı trafik problemlerinin oyun teorisi ve ağ güvenilirliği yaklaşımları ile çözümü hakkındaki literatür taraması ile birlikte genel çalışmalar verilecektir.

2.2 Trafik Atama

Trafik atama probleminde amaç, verilen başlangıç bitiş taleplerinin, ağ ve link performans fonksiyonu ile link ve rota akımlarının bulunmasıdır. Trafik atamada bir yol ağı yüklendiğinde, trafik akımı ve rota seçimi kestirilebilir. Her kullanıcı başlangıç ve bitiş arasındaki süreyi en aza indirmek isteyeceğinden çözüm, her kullanıcının tahminlerine ve davranışlarına bağlıdır. Bu seçim kuralı göstermektedir ki, denge durumunda hat akımları başlangıç bitiş arası yolculuk süreleri aynı olacak şekilde çıkar. Kullanılan hatlardaki yolculuk süresi kullanılmayanlara eşit veya daha az olur. Bu durumda ağ, kullanıcı dengesindedir. Bu durumdan sonra hiç bir kullanıcı rotasını değiştirerek yolculuk süresini azaltamaz (Wardrop, 1952).

Her bir başlangıç bitiş çifti için sürücüler sıkışık trafiğin içinde olduklarını öngörerek, herkesin aynı sürede bitişe ulaşacağını düşünürler. Bu durum denge ataması olarak adlandırılır ve bu durumun ilkeleri resmi olarak Wardrop (1952) tarafından aşağıdaki gibi açıklanmıştır.

“Denge koşulları altında, trafik, birbirine eşit ve maliyeti düşük sıkışık hatlar oluştururken, kullanılmayan, eşit ve yüksek maliyetli hatlar oluşturur.”

Bu Wardrop’un ilk ilkesi olarak bilinir ve her bir kullanıcının yolculuk maliyetini en aza indirmeye çabasını tanımlar.

Sonuçta dengedeki hat akımları ve eşleşen yolculuk süreleri verilen başlangıç bitiş yolculuk oranına göre bir matematik programı çözümü ile hesaplanabilir. Denk matematik programının çözümü Bell ve Iida, 1997 ve Sheffi 1985 çalışmalarında bulunabilir. Kullanıcıların maliyeti aynı şekilde algıladıkları determinist kullanıcı dengesi ve maliyet algılamayı yumuşatan stokast kullanıcı dengesi bağıntılarına değinilmiştir.

Değişim eğrisi rota maliyetlerindeki farklılıklara göre oluşur. Determinist kullanıcı dengesine karşı olarak bazı kullanıcılar denge durumunda yüksek maliyetli rotaları seçebilir. Eğri, rotalar ile onların göreceli maliyetleri arasındaki trafik bölümlerini verir. Eğrinin biçimi maliyet fonksiyonlarını artıracak şekilde düzgündür ancak değişim eğrisine zıt doğrultudadır. Stokast kullanıcı dengesi iki eğrinin kesişiminde verilir (Bell ve Iida, 1997).

Stokastik kullanıcı dengesi aşağıdaki gibi tanımlanır:

“Her bir kullanıcı en düşük “algılanan” yolculuk maliyetini dikkate alarak rota seçimini yapar; başka bir deyişle stokastik kullanıcı dengesi altında hiç bir kullanıcı en düşük “algılanan” maliyetli rotayı kullanmaz ve böylece her kullanıcı kendi rotasını değiştirmez.”

Stokastik ve Wardrop kullanıcı dengesi arasındaki fark, stokastik kullanıcı dengesi modelinde her kullanıcı diğerlerinin düşündüğü ortak yolculuk maliyetini dikkate almak yerine kendine özgü bir yolculuk maliyeti tanımlar. Stokastik atama, kullanıcının maliyet konusundaki algılama çeşitliliğini ele alır. Bu durum, belli bir rota üzerindeki algılanan maliyeti, kullanıcıların arasında dağıtılmış rasgele bir değişken olarak dikkate alarak gerçekleşir ve her bir kullanıcı için farklı maliyetler modellenebilir. Olasılık tabanlı seçim modelleri kullanılarak, başlangıç bitiş talebi, en ucuz rotanın en çok akımı çektiği rotalara atanır.

Kullanıcıların, diğerlerinin davranışlarına göre yolculuk sürelerini değiştirememeleri Nash dengesine benzer bir durumdur. Oyun teorisi uyarlaması aşağıdaki gibidir.

Oyuncular	Kullanıcılar
Stratejiler	Başlangıçtan bitişe olan rotaların seçimi
Kazanç	Yolculuk süresinin negatifi (tüm kullanıcılar kazançlarını artırmaya çalışacağından sürenin negatifi alınır).

Akımlar, kullanıcıların rota seçimleri ile eşleştiği için, h stratejileri, H ise strateji boşluklarını temsil eder. Tabii ki kullanıcılar akımı strateji olarak kullanamazlar. Akımları stratejiler olarak kullanabilmek için oyunda bir dönüşüm yapılmalıdır. Bu türde, tüm kullanıcı toplumunun tek bir oyuncuyla temsil edildiği oyunlara monopoli oyunu denir.

Oyuncu	Kullanıcı toplumu
Stratejiler	Farklı akımlar
Kazançlar	Trafik atama probleminin negatif objektif fonksiyonu

Trafik atama objektif fonksiyonunun dengelenmiş hali bize wardrop dengesini verir. Böylece yeni monopoli oyununun sonucu aynı olacaktır, kullanıcılar oyunda birlikte oldukları halde işbirliği yapmayacaklardır.

2.3 Oyun Teorisi

Trafik atama ve trafik kontrol problemi, OT yaklaşımı kullanılarak Villiger (2000) tarafından modellenmeye çalışılmıştır. Trafik kontrol parametrelerinden sadece yeşil süre seyahat maliyetlerinin bir fonksiyonu olarak ele alınmış kullanıcı dengesi altında formülize edilen trafik atama problemi değişik oyun stratejileri altında çözülmüştür. Çalışmada oyun; yol kullanıcıları ile trafik denetçisi arasında oynanmıştır. Performans fonksiyonu olarak lineer gecikme modeli ile HCM (Highway Capacity Manual, 2000) ayrıt performans fonksiyonu kullanılmıştır. Trafik kontrol parametrelerinden devre süresi ardışık adım düzeni (phase squencing) kavşaklar arasındaki koordinasyon matematiksel formülasyondaki zorluklardan dolayı hesaba katılmamıştır.

Bell (2000) çalışmasında *iki-oyunculu karmaşık* stratejili *Nash* dengesi kullanarak yol kullanıcıların rota-seyahat sürelerinin minimize edilmesi amaçlanmıştır. Oyunculardan bir tanesi yol kullanıcıları diğeri ise rotayı bloke etmeye çalışan ve *şeytan* olarak adlandırılan sanal oyuncudur. Problem rota seçim olasılıkları birincil değişkenler, ayrıt-temelli olasılıklar ikincil değişkenler olarak ele alınmış, lineer programlama yöntemi ile formüle edilmiş ve ardışık adımlar yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Sonuç olarak OT'nin ağ tasarımına uygulanabileceği gösterilmiştir. Bell (1997)'de "ağ güvenilirliği kavramını" ortaya atmış ve yol ağı performans güvenilirliğini OT yaklaşımını kullanarak formülize etmiştir. Ağ güvenilirliği kavramı ekstrem durumlarda yol ağına meydana gelebilecek herhangi bir fiziksel engele karşı bağlantı ve maliyet güvenliğinin araştırılmasıdır.

Aslan (2002) OT'yi kullanarak araç rotalama problemini formülize etmiş ve tehlikeli madde taşınımına uygulamıştır. Optimum rotalar beklenen minimum maliyetlere göre belirli olasılıklar altında bulunmuştur. Bu çalışma, *iki-oyunculu, etkileşimsiz, sıfır-kazançlı* Nash dengesi altında formülize edilmiştir. Çözüm olarak ardışık adımlar yöntemi kullanılmıştır. Çalışma, OT'nin araç rotalama problemine nasıl uygulanacağını göstermiştir.

2.4 Trafik Kontrol

Trafik kontrol probleminde trafik otoritesinin amacı ulaşım ağındaki harcanan toplam süreyi en aza indirmektir. Oyunun tanımı aşağıdaki gibidir:

Oyuncu	trafik otoritesi
Stratejiler	farklı sinyalizasyon kurguları
Kazanç	toplam negatif yolculuk süresi

Yukarıdaki oyun, trafik otoritesinin karşılaştığı problemi yansıtır. Trafik otoritesi için g , stratejiler, G ise strateji boşluğunu temsil eder. Trafik otoritesinin stratejilerine trafik akımları eklenerek oyun kapsamı genişletilebilir. Bu yolla çözüm, birleştirilmiş trafik kontrol – atama probleminin ölçütü haline gelir. Stratejilere farklı fazlamaları ve ulaşım ağı tasarım olanakları da eklendiğinde mutlak denge, trafik otoritesinin dengesi olur. Açıkçası bu türden olan tüm trafik kontrol oyunları monopoli oyunlardır.

2.5 Birleştirilmiş Trafik Kontrol – Atama Oyunu

Trafik otoritesi ve kullanıcılar aynı amaçlara sahip değildir. Ancak, kazançları birbirlerinin kararlarına bağlıdır. Bu koşullarda trafik otoritesi ve kullanıcılar arasında bir oyun tanımlanabilir.

2.5.1 Cournot Oyunu

İlgili bağıntılar karşılaştırılarak, iterasyon yöntemi dengesi, bir Cournot oyunu dengesi ile eşleşir. Trafik otoritesi ve kullanıcılar arasındaki etkileşim bir Cournot oyunu olarak tanımlanabilir.

Oyuncular	Trafik otoritesi ve kullanıcı toplumu
Stratejiler	Trafik otoritesi için yeşil sinyal kurgusu ve kullanıcılar için akımlar

Kazanç Trafik kontrol ve atama problemlerinin negatif objektif fonksiyonları

Bu oyun iterasyon yöntemi ile bire bir uyum göstermektedir. Cournot oyununda tüm oyuncuların aynı anda karar verebilmesine rağmen, bizim özel oyunumuzda, belli bir zaman diliminde ancak bir oyuncu strateji değiştirebilir. Bu şöyle açıklanabilir ki; Başlangıçta, herhangi bir sinyal kurgusu ve bu kurguya en uygun akımlar dikkate alınabilir. Oyunun diğer bölümünde sürücüler strateji değiştirmeye gereksinim duymazlar, çünkü seçilen akımlar sinyalizasyon kurgusuna göre en uygun akımlardır. Ancak trafik otoritesi bu akımlara göre sinyalizasyon kurgusunu adapte etme yoluna gidecektir. Bir sonraki aşamada trafik otoritesi stratejisini değiştirmez çünkü akımlara en uygun kurguya sahiptir. Şimdi kullanıcılar en son sinyalizasyon kurgusuna göre rotalarını seçerek akımları değiştirecektir. Oyun bu şekilde sürecelecektir.

2.5.2 Stackelberg Oyunu

Daha ayrıntılı araştırıldığında görülmektedir ki, trafik otoritesinin kullanıcıları aynı şekilde davranmaya yönlendirir. Çünkü sürekli bir Wardrop Dengesi'ne erişmeye çalışır. Kullanıcılar ise Wardrop Dengesi'ne aykırı hareket etmezler, çünkü davranışları ile sinyalizasyon kurgusuna etki edebilecekleri fikrindedir. Sonuçta doğal bir lider – izleyici rol dağılımı oluşmuş olur. Trafik otoritesi lider, kullanıcılar ise izleyici rolünü üstlenir. Stackelberg oyunu aşağıdaki formülizasyon ile aktarılabilir:

Lider	Trafik otoritesi
İzleyici	Kullanıcı toplumu
Stratejiler	Trafik otoritesi için yeşil sinyal aralığı, kullanıcı toplumu için akımlar
Kazançlar	Trafik kontrol ve atama probleminin negatif objektif fonksiyonları

Denge aşağıdaki şekilde açıklanabilir:

$$g^* = \arg \max_g Z_{kontrol}(g, h^*)$$

$$h^* = \arg \max_h Z_{atama}(g, h)$$

Bağıntıda,

g :Yeşil süreler.

h :Trafik akımları.

$Z_{kontrol}$:Toplam gecikme fonksiyonu (Trafik kontrol probleminin objektif fonksiyonu).

Z_{atama} :Trafik atama probleminin objektif fonksiyonu.

Stackelberg oyununda trafik otoritesi, wardrop dengesine ulaşmak için kullanıcıların davranışları hakkındaki bilgilerini kullanır. Kendisi için en avantajlı wardrop dengesini oluşturan sinyal kurgusunu seçer.

Trafik otoritesinin Stackelberg oyunundaki kazancı en az Cournot oyunundaki kadardır. Anlaşılmaktadır ki Stackelberg dengesi şartları, Cournot dengesi şartlarını sağlamaktadır. Ancak Cournot oyunu trafik otoritesi için daha az avantajlı bir dengede son bulabilir.

Trafik atama ve trafik kontrol problemi, OT yaklaşımı kullanılarak Villiger (2000) tarafından modellenmeye çalışılmıştır. Trafik kontrol parametrelerinden sadece yeşil süre seyahat maliyetlerinin bir fonksiyonu olarak ele alınmış kullanıcı dengesi altında formülize edilen trafik atama problemi değişik oyun stratejileri altında çözülmüştür. Çalışmada oyun; yol kullanıcıları ile trafik denetçisi arasında oynanmıştır. Performans fonksiyonu olarak lineer gecikme modeli ile HCM (Highway Capacity Manual, 2000) ayrıt performans fonksiyonu kullanılmıştır.

2.6 Ağ Güvenirliği

Ağ güvenirlğine ilişkin yapılan önceki çalışmada (Du ve Nicholson, 1997; Iida ve Wakabayashi, 1989) ilke olarak, derecelendirilebilir ulaşım ağlarında bağlanabilirlik konusuna odaklanılmıştır. Her ne kadar Asakura ve Kashiwadani (1991,1995) ve Asakura (1996) soruna yolculuk süresi güvenirlği açısından bakmış olsa da, performans güvenirlği alanı araştırılmaya devam etmiştir. Ağ performans güvenirlği çalışmasına geleneksel bakış, hat performansı (genel olarak hat yolculuk süresi, hat gecikmesi veya hat kapasitesi) için istatistiksel dağılımı sağlar ve hat performansı değişiminin ağ performansına (genel olarak başlangıç – bitiş için yolculuk süresi veya maliyet yüzdeleri türünden) etkisini araştırır. Bunun yanında, hat performansında, güvenirlği sağlayamayacak, yetersiz verilerin bulunduğu bir çok koşul vardır. Üstelik, yetersiz veri görüldüğünde, bu tür zamana bağlı dağılımların durağanlığı hakkında şüpheler doğar.

Oyun, beklenen yolculuk maliyetini en aza indirgeyecek rotayı arayan ağ kullanıcısı ile hat maliyetlerini yükselterek kullanıcıların beklenen yolculuk maliyetlerini artırmayı amaçlayan şeytan arasında kurgulanacaktır. Oyun, iki oyunculu, oyuncuların birbirine yardım etmediği toplamda sıfır kazançlı olarak düşünülmüştür. Kullanıcı hangi hatların maliyetlerinin yükseleceğini düşünürken, şeytan hangi hattın seçilebileceğini düşünür. Bu oyunda karma stratejili Nash Dengesi, kullanıcı, ağ hakkında karamsar olduğunda bile kabul edilebilir bir beklenen yolculuk maliyeti hedeflediğinden, faydalı bir ağ güvenirlği sağlar.

2.6.1 Maksimin Problemi

Aşağıdaki varsayımları dikkate alalım:

p_i	i hattının seçilme olasılığı
q_j	j senaryosunun seçilme olasılığı
c_{ij}	j senaryosu altında i hattının maliyeti

g_{kj}	j senaryosu altında k rotasının maliyeti
h_k	k rotasının seçilme olasılığı
a_{ik}	i hattı k rotasında ise 1, değilse 0
e_{ni}	i hattı n düğümüne giriyorsa 1, i hattı n düğümünden çıkıyorsa -1, değilse 0
b_n	n düğümü bir başlangıç veya bitiş noktası ise 1, değilse 0

$$p_i = \sum_k a_{ik} h_k \quad \text{her } i \text{ linki için,}$$

$$g_{kj} = \sum_i a_{ik} c_{ij} \quad \text{her } k \text{ rotası ve her } j \text{ senaryosu için,}$$

$$b_n = \sum_i e_{ni} p_i \quad \text{her } n \text{ düğümü için.}$$

Hat maliyetleri dışsal olduğu için, çoğunlukla bir başlangıç ve bitişi olan bir ağ ve bir kullanıcı bir sistem ele alınır. Beklenen yolculuk maliyeti aşağıdaki gibi olur.

$$C = \sum_{ij} p_i c_{ij} q_j$$

Bir başlangıç ve bir bitişli bir ağda birden çok kullanıcı olduğunda, kullanıcıların bir trafik atama problemi ile karşılaştığını öngörebiliriz. Her kullanıcıya aynı olasılıklar atanarak hatları seçen kullanıcılar arasında bir beklenen paylaşımdan söz edilebilir. Unutulmamalıdır ki ilk paylaşım sabit alınamaz, aksi halde oyunun doğası değişmiş olur. Birden fazla başlangıç ve bitiş olduğunda, başlangıç – bitiş ikilileri ayrı ayrı düşünülmelidir. Çünkü farklı başlangıç – bitiş noktaları olan kullanıcılar için link maliyeti beklentisi paylaşımı yapılamaz.

Yardımcı Önerme: Beklenen ağ maliyetini azaltan hat seçme olasılıkları, kullanıcı dengesi hat seçme olasılıklarıdır.

Kanıt:

$$C = \sum_{ij} p_i c_{ij} q_j = \sum_{ij} \sum_k a_{ik} h_k c_{ij} q_j = \sum_k h_k \sum_{ij} a_{ik} c_{ij} q_j = \sum_k h_k \sum_{ij} g_{kj} q_j$$

Maliyetler dışsal olduğundan, hat seçme olasılıklarına p_i göre C azaltması, rota seçme olasılıklarına h_k göre C azaltmasına denk olacaktır. En az maliyet, kullanıcıların rota seçimlerini değiştirmemelerini sağlayan bir kullanıcı dengesi oluşturur.

Aşağıdaki maksimin problemi beklenen yolculuk maliyetlerini azaltan hat seçme olasılıklarını aramakla birlikte beklenen yolculuk maliyetlerini arttıran senaryo seçme olasılıklarını arar.

$$\text{Max}(\text{Min } C = \sum_{ij} p_i c_{ij} q_j \quad p_i \text{ ye bağılı}) \quad q_i \text{ ye bağılı.}$$

$$\sum_j q_j = 1,$$

$$q_j \geq 0 \quad \forall j,$$

$$p_i \sum_k a_{ik} h_k \quad \forall i,$$

$$\sum_k h_k = 1,$$

$$h_k \geq 0 \quad \forall k.$$

2.6.2 Doğrusal Programlama Formüllemesi

C^*, P_0 in çözümü olsun.

$$C = \sum_{ij} p_i c_{ij} q_j = \sum_{ij} \sum_k a_{ik} h_k c_{ij} q_j = \sum_k h_k \sum_{ij} a_{ik} c_{ij} q_j = \sum_k h_k \sum_{ij} g_{kj} q_j \text{ bağıntısından,}$$

$$\sum_k g_{kj} h_k \leq C^* \quad \forall j \text{ bulunur.}$$

Bilinmektedir ki (Hillier ve Lieberman, 1990), ağ kullanıcıları için en iyi karma strateji aşağıdaki doğrusal programlamadır:

P_1 : h_k ya bağlı Min C

$$\begin{aligned} \sum_k g_{kj} h_k - C &\leq 0 \quad \forall j, \\ \sum_k h_k &= 1, \\ h_k &\geq 0 \quad \forall k. \end{aligned}$$

Benzer şekilde, şeytanın en iyi karma stratejisi aşağıdaki doğrusal programlamada olduğu gibidir:

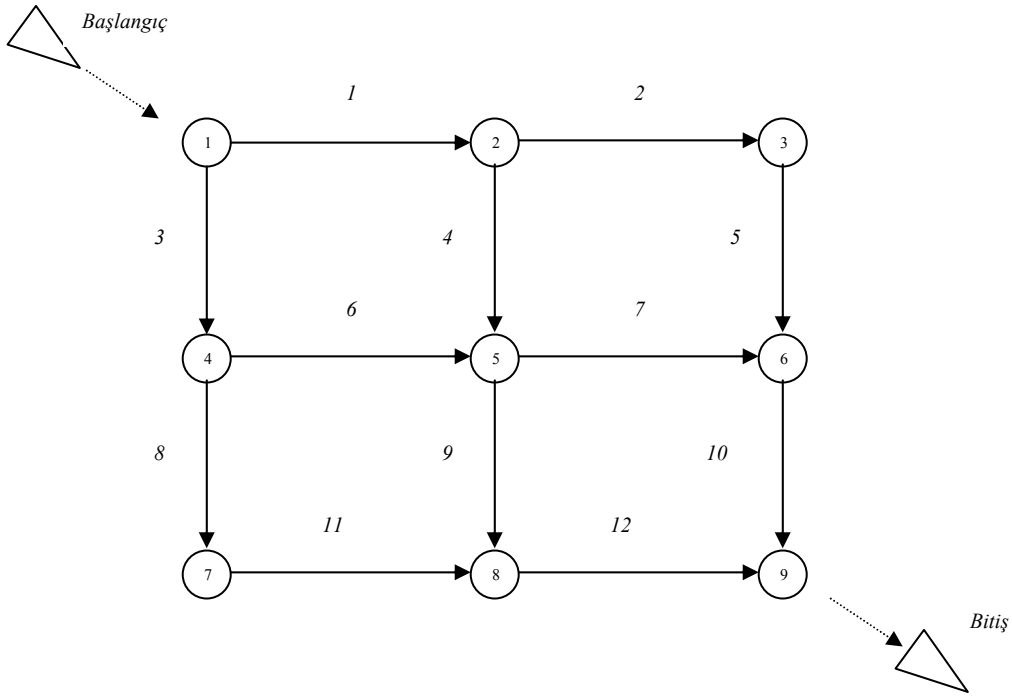
P_2 : q_j ye bağlı Max D

$$\begin{aligned} \sum_j g_{kj} q_j - D &\leq 0 \quad \forall k, \\ \sum_j q_j &= 1, \\ q_j &\geq 0 \quad \forall j. \end{aligned}$$

P_2 nin, P_1 in ikili problemi olduğu görülmektedir. Buradan yola çıkarak, P_1 in kısıtlarla eşleşen ikili değişkenleri, senaryo olasılıklarına, q_j , eşittir. Tersini düşünüldüğünde, P_2 nin kısıtlarla eşleşen ikili değişkenleri, hat seçme olasılıklarına eşittir. Benzer olarak, C , P_2 nin eşitlik kısıtlarının ikili değişkeni, D ise P_1 in eşitlik kısıtlarının ikili değişkenidir. En iyi durumda C , D ye eşittir. P_1 (ve P_0 in) in çözümü C de tekdir ancak h_k, p_i, q_j için tek değildir.

Örnek: Şekil 2.1’de altı rotalı bir ağ gösterilmiştir. Hat numaraları sıralı olarak eğik yazı karakterlerinde belirtilmiştir. Hat - rota olay matrisi Çizelge-2.1’de verilmiştir.

Her hattın iki farklı maliyeti olduğu öngörülmüştür. İlki, hattın normal durumuna özgüdür. Diğeri ise hattın başarısızlığı durumu içindir. Çizelge-2.1’de de gösterildiği gibi, başlangıçta her hat için normal koşullardaki maliyet aynı ve bir birim, başarısızlık koşullarındaki maliyet ise on birim alınmıştır. Hatlar tek tek ve birbirinden bağımsız olarak başarısız olabilir.



Şekil 2.1: Örnek ağ (Bell ve Iida, 1997)

Çizelge 2.1: Şekil 2.1.'deki örnek ağ için hat - rota olay matrisi

Hat	Rota					
	1	2	3	4	5	6
1	1	0	1	0	0	1
2	1	0	0	0	0	0
3	0	1	0	1	1	0
4	0	0	1	0	0	1
5	1	0	0	0	0	0
6	0	0	0	1	1	0
7	0	0	1	0	1	0
8	0	1	0	0	0	0
9	0	0	0	1	0	1
10	1	0	1	0	1	0
11	0	1	0	0	0	0
12	0	1	0	1	0	1

Çizelge 2.2: Başlangıçtaki maliyetler (keyfi birimler)

Hat	Maliyet	
	Normal Durum	Başarısızlık Durumu
1	1	10
2	1	10
3	1	10
4	1	10
5	1	10
6	1	10
7	1	10
8	1	10
9	1	10
10	1	10
11	1	10
12	1	10

0,5 olasılıklı 4 birimlik normal yolculuk maliyeti ile birlikte, yine 0,5 olasılıklı 13 birimlik başarısızlık durumundaki maliyet birlikte düşünüldüğünde, beklenen yolculuk maliyeti 8,5 birim olur. Simplex algoritmasıyla gösterilen hat kullanım ve başarısızlık olasılıkları Çizelge 2.3'te verilmiştir.

Doğal olarak çözüm simetri gösterecektir. Kullanıcılar, 1 düğümünden ayrılırken ve 9 düğümüne girerken bu hatlarda başarısızlık olmaması konusunda hassasiyet göstereceklerdir. Çünkü bahsedilen yerlerde sadece iki seçenekleri vardır. Aynı beklenen yolculuk maliyetini verecek sınırsız hat ve senaryo seçme olasılıkları bulunur.

$$p_1 = p_3 = p_{10} = p_{12} = 0,5,$$

$$p_2 = p_5 = \frac{\alpha}{2},$$

$$p_4 = p_7 = \frac{1-\alpha}{2}$$

$$p_8 = p_{11} = \frac{\beta}{2},$$

$$p_6 = p_9 = \frac{1-\beta}{2},$$

$$q_1 = q_3 = \frac{\tau}{2},$$

$$q_{10} = q_{12} = \frac{(1-\tau)}{2},$$

$$q_2 = q_4 = q_5 = q_6 = q_7 = q_8 = q_9 = q_{11} = 0, \quad 0 \leq \alpha, \beta, \tau \leq 1.$$

Çizelge 2.3: Başlangıç için hat kullanım ve başarısızlık durumu olasılıkları

Hat	Olasılıklar	
	Kullanılma	Başarısızlık Durumu
1	0,5	0,5
2	0,5	0
3	0,5	0,5
4	0	0
5	0,5	0
6	0	0
7	0	0
8	0,5	0
9	0	0
10	0,5	0
11	0,5	0
12	0,5	0

Hat 1 in başarısızlık durumundaki beklenen maliyeti 10 birimden 100 birime çıktığında, beklenen yolculuk maliyeti de 12,25 birime çıkmaktadır. Çözümdeki hat kullanım ve başarısızlık durumu olasılıkları Çizelge 2.4’te verilmiştir.

Çizelge 2.4: Hat kullanım ve başarısızlık durumu olasılıkları (Hat 1 de 10 birim yerine 100 birim başarısızlık durumu maliyeti)

Hat	Olasılıklar	
	Kullanılma	Başarısızlık Durumu
1	0,08	0,08
2	0,08	0
3	0,92	0,92
4	0	0
5	0,08	0
6	0	0
7	0	0
8	0,92	0
9	0	0
10	0,08	0
11	0,92	0
12	0,92	0

Şeytan, yüksek beklenen maliyet nedeniyle 1 hattının başarısızlığa uğraması için çabalayacaktır, ancak bunu sıkça tekrarladığında, kullanıcılar 3 hattını tercih etmeye başlayacaktır. Buna karşı şeytan 3 hattını başarısızlığa uğratmaya çalışacaktır. Ancak bu durumda 1 hattının başarısızlığa uğramayacağını düşünen kullanıcılar bu sefer 1 hattını tercih edeceklerdir. En son durumda, kullanıcılar 3 hattını tercih edecektir, çünkü 1 hattının beklenen başarısızlık maliyeti 3 hattından daha fazladır.

Yüksek başarısızlık maliyeti 1 hattından 2 hattına atandığında, maliyeti düşük hatların seçimleri tercih konusu olacağından, beklenen yolculuk maliyeti 8,5 birimde kalacaktır. Çizelge 2.5, en son durumdaki hat kullanım ve başarısızlık olasılıklarını göstermektedir.

Unutulmamalıdır ki, 2 hattı kullanılmaktadır. Ancak başarısızlık maliyeti sıfır olduğundan beklenen yolculuk maliyetine olumsuz bir etkisi olmayacaktır. Eğer başarısızlık maliyeti sıfırdan farklı olsa hat kullanılmazdı.

Doğrusal programlama ile dikkate alınan başarısızlık olasılıkları *en kötü durum* olasılıkları olarak tanımlanabilir, çünkü bu koşullardan farklı bir durumda daha fazla beklenen yolculuk maliyeti olamaz. Bu örnekte eş zamanlı hat başarısızlığı durumu dikkate alınmamıştır. Büyük felaketlerde bu tür durumlar söz konusu olabilir.

2.6.3 Rota Sıralaması

Geniş ağlarda, hat – rota olay matrisi hazırlanması hayli zaman alır. P_1 ' i aşağıdaki gibi tekrar formüle etmek olasıdır.

$$P_3: p_i \text{ ye bağlı Min } C$$

$$\sum_i c_{ij} p_i - C \leq 0 \quad \forall j,$$

$$\sum_i e_{ni} p_i = b_n \quad \forall n,$$

$$p_i \geq 0 \quad \forall i.$$

Çizelge 2.5: Hat kullanım ve başarısızlık durumu olasılıkları (Hat 2 de 100 birim başarısızlık durumu maliyeti)

Hat	Olasılıklar	
	Kullanılma	Başarısızlık Durumu
1	0,5	0,5
2	0,05	0
3	0,5	0,5
4	0	0
5	0,45	0
6	0,05	0
7	0	0
8	0,5	0
9	0	0
10	0,5	0
11	0,5	0
12	0,5	0

Rota seçim olasılıkları hat seçim olasılıkları ile yer değiştirmiştir ve tekil eşitsizlik kısıtı ise düğüm olasılık koruma ilişkileri ile değiştirilmiştir. Bu yaklaşım başlangıçtan bitişe olan tüm rotaları içermektedir. P_3 'ün çözümü P_1 'in çözümüyle aynı olur çünkü, P_3 'te kullanılan tüm rotalar P_1 'deki kurguda da bulunmaktadır. Bir değişken yer değiştirmesi olarak, P_2 , P_3 ün ikili problemi ve kısıtlar için değişkenler ise senaryo olasılıkları, q_j , olmaktadır.

Şekil 2.1'deki örnek ağ için hat – düğüm olay matrisi Çizelge 2.6'da verilmiştir. Bir seçenek olarak, rotalar üretebilecek basit bir ardışık ortalamalar yöntemi (AOY) şeması uygulanabilir. Belirli koşullarda, kullanılan rotalar kümesi tekil olmasa da, bu küme hakkında bilgi sahibi olmak faydalı olacaktır. Öncelikle, ilk senaryo olasılıkları, q_j , atanır. Daha sonra beklenen hat maliyetleri hesaplanır ve en düşük beklenen maliyeti olan hat seçilir. Burada x_i tanımlamasıyla bir yardımcı değişken kümesi kullanılır. Eğer i linki en düşük beklenen maliyetli rotada ise, $x_i = 1$, değilse $x_i = 0$ atanır. Yardımcı değişkenler ardışık ortalamalar yöntemi kullanılarak hat seçim oranını güncellemeye yarar. Daha sonra, en yüksek beklenen maliyetli senaryo seçilir. Burada diğer yardımcı değişkenler kümesi,

y_k , devreye girer. Eğer k senaryosu en yüksek beklenen maliyeti veriyorsa $y_k = 1$, değilse, $y_k = 0$ olur. y_k yardımcı değişkenleri ardışık ortalamalar yöntemi kullanılarak senaryo olasılıklarını güncellemeye yarar. Beklenen hat maliyetleri tekrar hesaplanır ve istenen yakınsamaya ulaşılan dek işlem tekrar tekrar gerçekleşir. İşlemin basamakları aşağıda belirtildiği gibidir.

Çizelge 2.6: Hat düğüm - olay matrisi

Hat	Düğüm								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	-1	1	0	0	0	0	0	0
3	1	0	0	1	0	0	0	0	0
4	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	-1	0	0	1	0	0	0
6	0	0	0	-1	1	0	0	0	0
7	0	0	0	0	-1	1	0	0	0
8	0	0	0	-1	0	0	1	0	0
9	0	0	0	0	-1	0	0	1	0
10	0	0	0	0	0	-1	0	0	1
11	0	0	0	0	0	0	-1	1	0
12	0	0	0	0	0	0	0	-1	1

AOY ile P_0 çözümü:

Adım 0 :Tüm senaryolar, j , ve $n \rightarrow 1$ için senaryo olasılıkları, q_j , atanır.

Adım 1 :Tüm linkler, i , için beklenen hat maliyetleri, $\sum_j c_{ij}q_j$ hesaplanır.

Adım 2 :En az beklenen maliyeti olan rota belirlenir. i bu rota üzerinde ise $x_i \rightarrow 1$, değilse, $x_i \rightarrow 0$ olur.

Adım 3 :Her i linki için, $p_i \rightarrow \left(\frac{1}{n}\right)x_i + \left(1 - \frac{1}{n}\right)p_i$ bulunur.

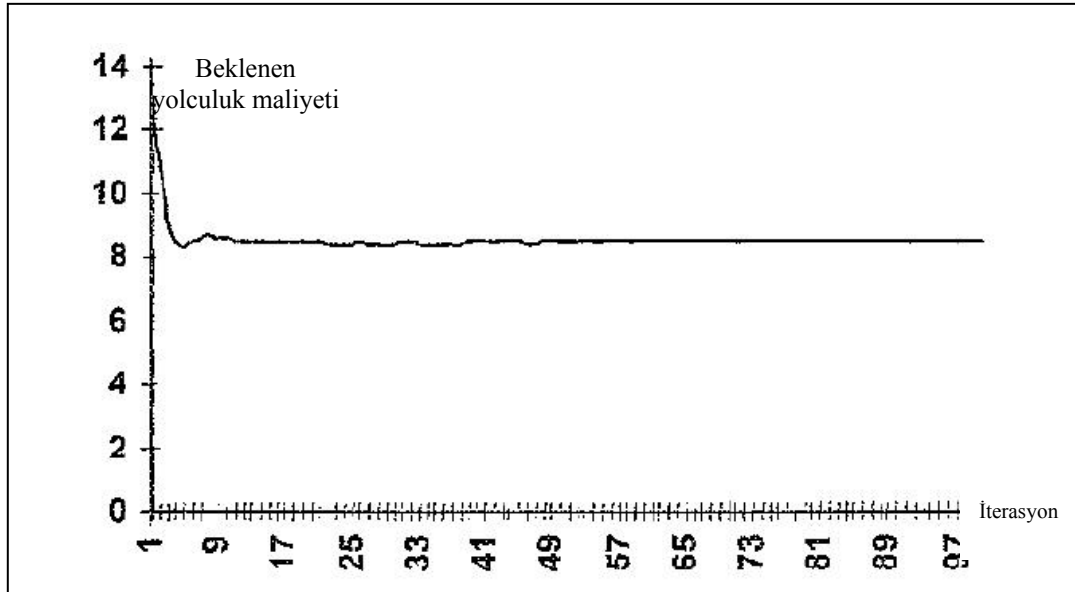
Adım 4 : $\sum_i p_i c_{ij}$ değerini maksimize eden j bulunur. Tüm senaryolar için $y_j \rightarrow 1$, $k \neq j$ $y_k \rightarrow 0$.

Adım 5 : Her j senaryosu için, $q_j \rightarrow \left(\frac{1}{n}\right)y_j + \left(1 - \frac{1}{n}\right)q_j$ bulunur.

Adım 6 : $n \rightarrow n+1$, Adım 1 e dönülür ve istenen yakınsamaya ulaşılanaya dek işlem tekrar tekrar gerçekleşir.

Buradaki örnekte, başlangıçta, $q_j = \frac{1}{12}$ olarak atanır. Çözümdeki hat seçme ve senaryo olasılıklarının eşsizliği dikkate alındığında, ilk değer atamalarının sonuçları etkilediği düşünülebilir. Ancak, çözümcü sadece sonuç değerleri ile ilgilenir. AOY'nin başka bir özelliği ise, oyuncuların strateji seçimlerinin, diğer oyuncuların önceden yapmış olduğu stratejiler kümesine bağlı oluşudur.

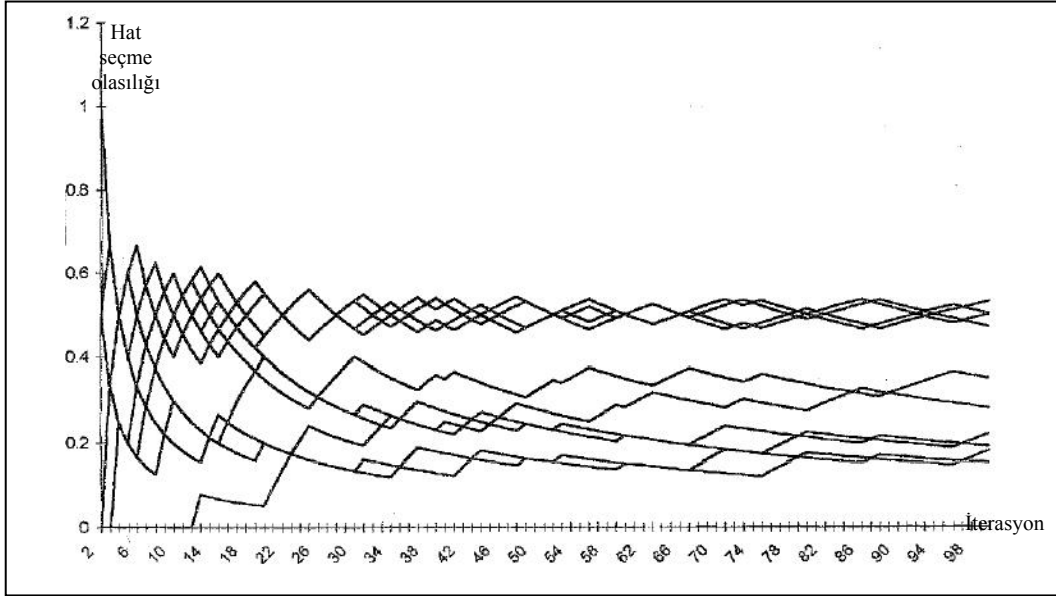
İşlemin yakınsaması, beklenen yolculuk maliyeti açısından hızlı ancak hat seçim ve senaryo olasılığı açısından yavaş olur. Bu durum Şekil 2.2'de verilmiştir.



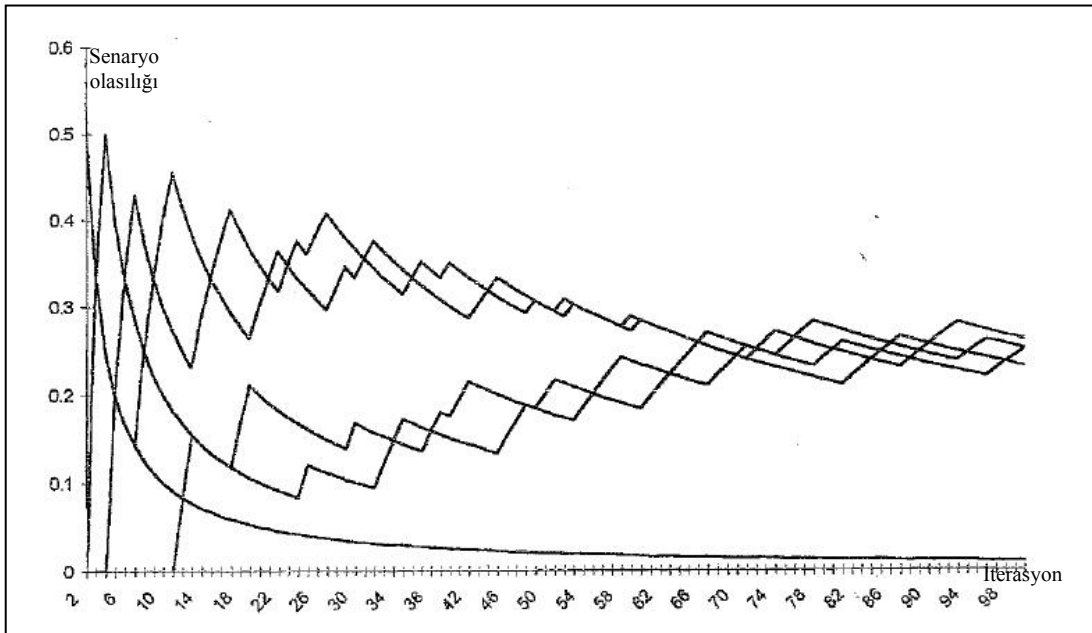
Şekil 2.2: Beklenen yolculuk maliyetinin yakınsaması

Çizelge 2.2.'deki hat maliyetleri için, $C^* = 8,5$ birim bulunmuştu. 1000 iterasyon sonucundaki hat seçim ve başarısızlık olasılıkları Çizelge-2.7.'de verilmiştir.

AOY ile problem çözümü basit ve programlamaya elverişli olduğu için yöntemin yakınsaması hakkında ileri çalışmalar yapılabilir.



Şekil 2.3: Hat seçme olasılıklarının yakınsaması



Şekil 2.4: Senaryo olasılıklarının yakınsaması

Çizelge 2.7: Hat kullanım ve başarısızlık olasılıkları (Asıl durum AOY ile çözülmüş, 0,24 değeri yuvarlama hatasından kaynaklanmıştır).

Hatlar	Olasılıklar	
	Kullanım	Başarısızlık
1	0,50	0,25
2	0,38	0
3	0,50	0,25
4	0,22	0
5	0,28	0
6	0,22	0
7	0,22	0
8	0,28	0
9	0,23	0
10	0,50	0,25
11	0,28	0
12	0,50	0,24

2.7 Sonuçlar

Çalışmanın bu bölümünde öncelikle trafik atama ve trafik kontrol problemleri hakkında genel tanımlamalar yapılmıştır. Trafik atama ve trafik kontrol problemleri hakkında yapılan önceki çalışmalara değinilerek, bu problemlerin tanımları, klasikleşmiş bazı oyun örnekleri ile pekiştirilmiştir.

Birleştirilmiş trafik atama ve kontrol problemine ilişkin örneklerle tanımlamalar yapılmıştır.

Oyun teorisi yaklaşımı ile ağ güvenilirliği alanı hakkında yapılmış önceki çalışmalara yer verilmiştir. Bell ve Iida (1997)'nin çalışmasındaki 12 hatlı ve 9 düğümlü örnek ağ ele alınmıştır. Örnek ağ, farklı senaryolara göre ardışık ortalamalar yöntemi ile çözülmüş, beklenen yolculuk maliyeti, hat seçme olasılıkları ve senaryo olasılıkları bulunarak grafiklerle gösterilmiştir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

OYUN TEORİSİ VE UYGULAMALARI

3.1 Oyun Teorisi Ve Uygulamaları

Bu bölümde çalışmaya konu olan oyun teorisi tanımlanacaktır. Oyun teorisinin doğuş gerekçesi, geçmişte ve günümüzde kullanıldığı başlıca alanlar, ülkemizdeki yaygınlığı gibi konulara yer verilecektir.

Oyun teorisinin gelişimine konu olan klasikleşmiş bazı oyun örneklerinden bahsedilerek kazanç matrisleri oluşturma yoluyla problemlere çözüm yöntemleri geliştirilmesi üzerinde durulacaktır.

Oyun teorisinin bir uygulama alanı olan trafik ile ilgili basit bir örnek verilerek, teorisinin trafik bilimi ile olan etkileşimi açıklanacaktır.

3.2 Oyun Teorisi

Yaşam anlaşmazlık ve çatışmalarla doludur. Strateji oyunları, savaş politikaları, siyasi seçim kampanyaları, birbirleri ile yarışan firmaların reklam ve pazarlama kampanyaları rekabet dolu yaşamdan kesitler oluştururlar. Tüm bu durumların temelde ortak bir noktası vardır ki; sonuç, tarafların stratejilerinin oluşturduğu kombinasyonlara bağlıdır.

Oyun kuramı, rekabete dayalı stratejik karşılaşmaları modellemeye yarayan matematiksel bir araçtır. Akademik araştırmalarda kullanım alanları yaygınlaştıkça önemi anlaşılan bu araç, 1990'lardan itibaren Amerika Birleşik Devletleri'nde yaygın olarak uygulanmaya başlanmıştır. Özellikle ekonomi alanında ihale düzenlemelerinden rekabet çözümlemelerine kadar geniş bir uygulama alanı bulmuştur.

Çağdaş Oyun Kuramı bugün karşımıza çıkan şekline uzun bir gelişme sürecinden sonra ulaştı. Bu sürece kısaca göz atmak “Oyun Kuramı” isminin nereden geldiğini anlamamıza yardımcı olabilir.

Oyun teorisinin doğuşu Macar asıllı Amerikalı John Von Neuman’ın satranç, poker, briç gibi oyunlarda oyuncuların davranışlarını modellemek ve akılcı strateji seçimleri üzerine yaptığı çalışmalara dayanır. Neuman oyunlar üzerine ilk makalesini 1928 yılında yayınlamıştır. Hidrojen bombası ve ilk bilgisayarın mucitlerinden sayılan bu dahi matematikçi, bir ekonomist olan Oskar Morgenstern ile birlikte, oyun kuramını 1944 yılında basılan “Oyun Teorisi ve Ekonomik Davranış” isimli kitaplarında ilk defa ekonomi alanına taşımışlardır. Bu kitapta iki oyunculu, sıfır toplamlı oyunları ve işbirlikçi oyunları incelemişlerdir. John F. Nash, 1950-53 yılları arasında yayınladığı dört çalışması ile oyun teorisini geliştirdi ve hem rekabetçi hem de işbirlikçi oyunlarda kullanılacak bir denge kavramını ortaya çıkardı. Halen oyun teorisinin ağır yükünü onun ortaya attığı “Nash Dengesi” çekmektedir. Martin Shubik 1959 basımlı “Strateji ve Pazar Yapısı: Rekabet, Oligopol ve Oyun Teorisi” kitabında rekabetçi oyun teorisini ilk defa oligopolere uyguladı. 1965te Reinhard Selten, Nash Dengesi’ni yaygın biçimdeki oyunlarda (oyuncuların sıra ile stratejilerini seçtikleri oyunlar) kullanılacak şekilde geliştirdi. Üç seri makalesi ile John Harsanyi, 1967-68 yıllarında teorisinin oyuncuların eksik bilgi sahibi olduğu oyunlara nasıl uygulanabileceğini gösterdi.

Gittikçe gelişen, dallanıp budaklanan oyun kuramı, ekonomi bilimi için olduğu kadar, trafik, hukuk, politika, işletme, uluslararası ilişkiler ve hatta biyoloji gibi bilimlerin için de vazgeçilmez bir matematiksel araç oldu. Oyun Kuramı aynı zamanda stratejik karşılaşmaların incelenmesinde standart bir dil haline geldi.

Türkiye’de Oyun Kuramı ancak son yıllarda akademik olduğu kadar günlük hayatta da - özellikle de Akıl Oyunları adlı filmin ülkemizde vizyona girmesinden sonra - ilgi odağı oldu.

3.2.1 İki Kişi İle Oynanan Sıfır Kazançlı Oyunlar

Bu tür oyunlar Oyun Teorisinin konu alındığı en sade durumlardır. Birbiriyle rekabet halinde (Ordular, futbol takımları, firmalar vb.) iki taraf bulunur. Taraflardan bir tanesi kazanırken diğeri kaybeder. Sonuçta toplam kazanç sıfırdır.

Tek ve çift oyunu, iki kişi ile oynanan sıfır kazançlı oyunların temel felsefesini ortaya koyar. Oyunda iki oyuncu eş zamanlı olarak birbirine tek veya çift parmağını gösterir. Parmaklar aynı olduğunda toplam parmak sayısı bir çift sayıdır ve çift sayıyı seçen oyuncu (1. oyuncu) oyununun ödülü olan gofreti kazanır. Eğer parmaklar aynı değilse toplam parmak sayısı tek bir sayıdır ve bu sefer gofreti kazanan 2. oyuncu olur.

Oyunda her oyuncunun iki stratejisi vardır (Tek parmağını göstermek veya iki parmağını göstermek). 1. oyuncunun gofret birimindeki kazanç matrisi Çizelge 3.1'deki gibi olacaktır.

Çizelge 3.1: Tek-Çift Oyunu Kazanç Matrisi (1. oyuncu)

Strateji		2. oyuncu	
		1	2
1. oyuncu	1	1	-1
	2	-1	1

Görüldüğü gibi iki oyunculu bir oyun aşağıdaki gibi nitelenebilir;

- 1. oyuncunun stratejisi
- 2. oyuncunun stratejisi
- Kazanç tablosu

Oyuna başlamadan önce oyuncular, kendisinin ve rakibinin stratejilerini ve kazanç matrisini bilirler. Oyuncular rakibinin hamle seçiminin ne olacağını bilmemektedir.

Bir strateji, tek çift oyununda olduğu gibi tek bir hamleden oluşabilir. Diğer taraftan, birden fazla aşaması olan daha karmaşık oyunlarda strateji, oyuncunun, koşullara bağlı olarak yapması gereken hamleler silsilesini tanımlar. Örneğin, satranç oyununda bir oyuncu için strateji, tahtadaki olası her hamleye, karşı hamleleri gösterir. Bu durumda olası stratejiler astronomik sayıda olur.

Kazanç matrisi, 1. oyuncu için, iki oyuncunun stratejilerinden oluşan kombinasyonların sonucundaki (artı veya eksi) kazanç durumunu gösterir. Matris sadece 1. oyuncu için verilmiştir. Sıfır kazançlı oyunların doğasına göre 2. oyuncu için oluşacak kazanç matrisi bu matrisin negatifi olmalıdır.

Oyun kuramının birincil hedeflerinden biri strateji seçiminde uygun kriteri saptayabilmektir. Bu konuda iki anahtar varsayım bize yardımcı olabilir.

- Oyuncular mantıklı hareket eder
- Oyuncular stratejilerini belirlerken sadece kendi kazançlarını ön planda tutarlar.

3.2.2 Sıfır Kazançlı Oyun Örnekleri

3.2.2.1 Tutukluların İkilemi

Bir soygun soruşturması sonucu Ali ve Veli isimli iki şüpheli yakalanmış ve ayrı odalarda ilk sorgulamalarının yapılmasını beklemektedirler. Güvenlik güçleri bu iki tutukluya bir anlaşma paketi önerir (Bkz Çizelge 3.2). Bu öneriye göre ikisi de suçu itiraf ederse beşer yıl, ikisi de reddederse ikişer yıl hapis cezası yiyeceklerdir. Eğer birisi itiraf, diğeri reddederse itirafçı serbest kalacak ve arkadaşı on yıl hapis cezası yiyecektir. Oyunun tanımı bu bilgilere göre yapılabilir.

Oyuncular: Ali, Veli

Ortak stratejiler: İtiraf, Red

Ortak kazanç matrisi

Dikkat edilecek nokta, yukarıdaki matriste kazançların negatif olmasıdır. Çünkü bu oyunda getiriler hapse geçirilecek olan yıllardır. Her hücredeki ilk rakam satır oyuncusunun (Ali), ikincisi ise kolon oyuncusunun (Veli) getirileridir.

Çizelge 3.2: Tutukluların İkilemi Oyunu Kazanç Matrisi

Strateji		Veli	
		İtiraf	Red
Ali	İtiraf	-5, -5	0, -10
	Red	-10, 0	-2, -2

Bu stratejik çatışmada birbirleriyle iletişim kuramayan, akılcı tutukluların nasıl karar vereceklerini bilimsel bir yaklaşımla incelemek için, Nash dengesinden faydalanabiliriz.

Nash Dengesi : Kendine zorlayan bir denge kavramıdır. Bu dengede, hiçbir oyuncu rakip oyuncunun eylemi sabit alındığında kendi seçimini değiştirmek istemez. Bir başka deyişle, hiçbir oyuncu, rakip oyuncunun stratejisi sabit alındığında, kendi eylemini değiştirerek kazancını arttıramaz.

Tutukluların ikilemi gibi 2x2 bir kazanç matrisi olan oyunlarda Nash dengesini (eğer varsa) bulmak çok kolaydır. Bunun için matrisin bütün hücrelerine tek tek bakmak yeterli olacaktır:

Veli'nin itiraf eylemi sabit tutulursa, Ali'nin yapabileceği en iyi seçim itiraf etmektir. Çünkü, itiraf ederse 5, etmezse 10 yıl yatacaktır. Veli'nin red eylemi sabit tutulduğunda, Ali'nin en iyi seçimi yine itiraf olacaktır. Çünkü Ali serbest kalmayı, 2 yıl hapse yeğleyecektir. Başka bir deyişle, Veli ne yaparsa yapsın itiraf etmek Ali için baskın bir stratejidir. Veli için de aynı durum söz konusudur. Akılcı oyuncular ayrı odalarda, birbirlerinin nasıl davranacaklarını düşünürken ulaştıkları sonuç olan (itiraf, itiraf)

gerçekten oyunun Nash dengesini verir, çünkü ne Ali ne de Veli rakibin itiraf stratejisi karşısında kendi itiraf stratejilerini değiştirmek istemezler. Oysa her ikisi de, beşer yıl yerine ikişer yıl hapis yatmayı tercih ederler. Bu tercihlerine rağmen, akılcı oldukları ve akılcılığın genel bilgi olduğu için işbirlikçi sonucu (red, red) elde edemezler. Oyunun ismindeki ikilem sözcüğü buradan kaynaklanmaktadır.

Bu oyun, oyuncuların baskın stratejilerine bakılarak da çözülebilir. Akılcı bir oyuncu bastırılan bir stratejiyi kesinlikle oynamayacaktır. Her iki oyuncunun da baskın stratejisi itiraf etmektir. İtiraf stratejisi, red seçimine baskınlık sağlar. Akılcı Ali ile Veli red stratejisini hiç düşünmeyeceklerdir bile. Dolayısıyla baskın stratejilerde denge de Nash dengesi ile aynı sonucu (itiraf, itiraf) verir. Bu şaşılacak bir sonuç değildir, her baskın strateji dengesi aynı zamanda Nash dengesidir. Fakat her Nash dengesi baskın stratejilerde denge olmayabilir.

İşbirliği ile rekabet arasında bir gerilim bulunan her stratejik karşılaşmanın özünde bu tip bir ikilem yatar. Bu yüzden bu tip oyunlar genel olarak tutukluların ikilemi oyun kategorisine girerler. Fiyat rekabetine giren iki firma arasındaki yüksek fiyat, düşük fiyat seçimi tutukluların ikilemine bir örnek teşkil edebilir. İki firma da yüksek fiyatı tercih eder, fakat rakip yüksek fiyat uyguladığında en iyi seçim fiyatı kırıp rakibin pazar payını kapmak olabilir. Bu tip düşünen akılcı firmalar bir ikilemle karşılaşır, çünkü bu fiyatlandırma oyununun da Nash dengesinde kendi kazançlarını artırmaya çalışan firmalar fiyat savaşına girerler.

Her statik oyunda böyle bir ikilem söz konusu olmaz. Oyuncuların hareketlerini koordine etmek durumunda kaldığı oyunlar da vardır. Bu tip oyunlar için de standart örnek Kadın-Erkek çekişmesi oyunudur. Bu örnek de tutukluların ikilemi gibi birçok ekonomik oyuna baz oluşturmuştur.

3.2.2.2 İki Kişi İle Oynanan Sıfır Kazançlı Oyun Formülasyonu

Bu sorunu sıfır kazançlı oyunlara uyarlamak için iki politikacının da ayrı ayrı stratejilerini ve kazanç matrisini belirlemek gerekir. Kazanç ve kayıp matrisleri Çizelge 3.3’de verilmiştir.

Elimizdeki verilere göre politikacılar aşağıdaki üç stratejiden bir tanesini uygulayacaklardır (Fudenber ve Tirole, 1991).

- İki şehirde de birer gün geçirmek
- İki günü de Bigtown’da geçirmek
- İki günü de Megapolis’te geçirmek

İlk politikacının kazanç matrisi, tercih edilen stratejilere göre politikacının avantajını (veya ikinci politikacının zararını) niteler. Politikacının bakış açısına göre hedef oyları toplamaktır ve her artı oy aynı değere sahiptir.

Çizelge 3.3: Kampanya sorununda 1. politikacının kazanç matrisi formatı

Stratejiler		2. Politikacı		
		1	2	3
1. Politikacı	1			
	2			
	3			

Kazanç matrisinde her birim iki günlük kampanya sonucu rakip politikacıdan kazanılan 1000 oyu simgelemektedir. Yukarıdaki kazanç matrisi 1. politikacı içindir. Ancak diğer politikacının kazanç matrisi de aynı olacaktır.

Çizelge 3.3’teki formu kullanarak üç farklı veri kümesine göre üç farklı türde oyunun çözümünü inceleyelim.

Varyasyon 1

Varyasyon 1'e göre politikacıların kazanç matrisi Çizelge 3.4'te verilmiştir. Bu Çizelgeye göre politikacılar hangi stratejiyi uygular?

Burada özel bir durum söz konusudur. Cevap **baskın stratejiler** kavramı ile stratejiler elenerek bulunur. Rakip oyuncunun seçtiği strateji ne olursa olsun, en fazla kazancı sağlayan strateji, diğerlerine göre baskındır denir. Diğerinin baskınlık sağladığı strateji kazanç matrisinden çıkarılarak çözüme ulaşılır.

Çizelge 3.4: Kampanya sorununda varyasyon 1'e göre 1. politikacının kazanç matrisi

Stratejiler		2. Politikacı		
		1	2	3
1. Politikacı	1	1	2	4
	2	1	0	5
	3	0	1	-1

Kazanç matrisi incelendiğinde; 2. politikacının tercihi ne olursa olsun 1. stratejinin 3.'ye baskınlık kurduğu gözlenebilir. ($1 > 0$, $2 > 1$, $4 > -1$) Bu durumda 3. strateji kazanç matrisinden elenerek işleme devam edilir. Çizelge 3.5'te 1. stratejinin sonucu verilmiştir.

Çizelge 3.5: 1. Stratejinin sonucu

Stratejiler		2. Politikacı		
		1	2	3
1. Politikacı	1	1	2	4
	2	1	0	5

Başta bahsedildiği gibi oyuncular kendilerine göre en mantıklı stratejiyi seçecektir. Oluşan yeni kazanç matrisinde 2. politikacı için diğer stratejiler 3. stratejiye baskınlık kurmaktadır (Çizelge 3.6). ($4 > 1$, $2 > 1$ ve $5 > 1, 0$) O halde 2. politikacı 3. stratejiyi eleyecektir.

Çizelge 3.6: 2. politikacı için 3. stratejinin sonucu

Stratejiler		2. Politikacı	
		1	2
1. Politikacı	1	1	2
	2	1	0

Bu noktada 1. politikacı için 1. strateji 2.'ye baskınlık kurar.(1=1, 2>1) 2. strateji de elendiğinde 1. politikacı için kazanç matrisi son haline gelir. Çizelge 3.7 ise 1. politikacının kazanç matrisini vermektedir.

2. politikacı için 1. stratejinin 2.'ye baskınlık kurduğu açıkça görülmektedir. (2>1) Sonuç olarak bu varyasyonda 1. politikacı için verilen kazanç matrisi verilerine göre iki politikacı da 1. nolu stratejiyi –iki şehirde de birer gün geçirme- uygulayacak, 1. politikacı 2.'den 1000 oy fazla alacaktır.

Çizelge 3.7: Kazanç matrisi

Stratejiler		2. Politikacı	
		1	2
1. Politikacı	1	1	2

1. politikacının kazanç matrisindeki 1 sayısı oyunun değeri olarak tanımlanır. Bu değer sıfır olursa oyunun adil bir oyun olduğu söylenir.

Baskın stratejiler kavramı kazanç matrisini küçülterek sonuca ulaşır ve bu anlamda kullanışlı bir yöntemdir. Fakat her oyun baskın stratejiler yönteminin uygulanmasına elverişli olmayabilir. Bu tür oyunlarda başka yaklaşımlar kullanılır.

Varyasyon 2

Bu varyasyonunun sonucu Çizelge 3.8'de verilmiştir.

Çizelge 3.8: Kampanya sorununda varyasyon 2'ye göre 1. politikacının kazanç matrisi

Stratejiler		2. Politikacı		
		1	2	3
1. Politikacı	1	-3	-2	6
	2	2	0	2
	3	5	-2	-4

1. politikacının kazanç matrisinin Çizelge 3.8'deki gibi olduğunu düşünelim. Matriste herhangi bir baskın strateji bulunmamaktadır. O halde oyun teorisi bu soruna nasıl bir çözüm üretecektir?

1. politikacı 1. stratejiyi seçerse, 6 birim kazanma şansının yanında 3 birimlik kaybetme riskini almış olacaktır. Bu durumda 2. politikacı mantıklı hareket edip kendini 6 birimlik kayıp riskinden koruyacaktır. Sonuçta 1. politikacı bunu düşünerek 1. stratejiyi seçmekten vazgeçecektir. Benzer şekilde 3. stratejinin seçiminde de 5 birimlik kazancın yanı sıra 4 birimlik kayıp ta olasıdır. Diğer taraftan 1. politikacı 2. stratejiyi seçtiğinde oyunu kayıpsız atlama garantisinin yanı sıra 2 birimlik kazanç şansını da yakalamış olacaktır. Bu nedenle, mantıklı hareket eden rakibi düşünüldüğünde en iyi garantiyi sunan 2. strateji, 1. politikacı için en makul seçenek olacaktır.

2. politikacıyı ele alalım. Stratejiler arasında yukarıda bahsedilen karşılaştırma göz önüne alındığında, 2. politikacı da kendisine en az kaybı öngören strateji olan 2. stratejiyi tercih edecektir.

2 politikacı da en az kaybı düşünerek birbirlerini aynı kararı vermeye zorlar. Sonuç beraberliktir.

Bu tarz oyunlarda oyuncuların amacı; rakibin sonucu kendi lehine çevirmesine olanak sağlamayan ve kayıpları minimum kılan stratejiyi bulmaktır. Oyun teorisinde karar vermeye yardımcı olan bu koşullara **minimaks kriterleri** adı verilir. Bu kriterler, rakibin

en mantıklı seçiminde bile oyuncunun oyunu en az zararla bitirmesini sağlar. Minimaks kriteri Çizelge 3.9’da verilmiştir.

1. politikacı için kazanç matrisinde oyunun çözümü ise aşağıdaki şekilde olur.

- politikacı en düşük kazancı diğerlerine göre en fazla olan stratejiyi,
- politikacı ise en yüksek kaybı diğerlerine göre en az olan stratejiyi seçer.

Çizelge 3.9: Minimaks kriteri

Stratejiler		2. Politikacı			
		1	2	3	<i>Min</i>
1. Politikacı	1	-3	-2	6	-3
	2	2	0	2	0(maksim)
	3	5	-2	-4	-4
	<i>Maks</i>	5	0 <i>(minimaks)</i>	6	

Oyunun değeri sıfır olduğundan oyunun adil bir oyun olduğu söylenir.

Oyun sonucunda dikkat çekici olan minimaks ve maksimin değerlerinin aynı olmasıdır.

Minimaks ve maksimin değerlerinin çakıştığı noktaya **çökme noktası** adı verilir.

Sonucunda bir çökme noktası olan oyunlarda hiçbir oyuncu rakibinin stratejisine göre kendisini kazançlı duruma getiremez. 1. oyuncunun 2. stratejiyi seçtiğinden 2. oyuncunun haberdar olduğunu varsayalım. 2. oyuncunun kendini daha kazançlı çıkarmak için hiçbir şansı olmayacak, mecburen o da 2. stratejiyi seçmek zorunda kalacaktır. Tersten düşünüldüğünde, aynı durum 1. oyuncu içinde geçerlidir. İki oyuncunun da bu **kararlı çözümde** sırasıyla maksimin ve minimaks değerlerini seçmesi kaçınılmazdır.

Bir sonraki varyasyonda sonuçta bir çökme noktası oluşmayan ve daha ayrıntılı çözümler gerektiren bir sorun üstünde duracağız.

Varyasyon 3

Seçim kampanyası sorununda son gelişmeler 1. politikacı için Çizelge 3.10'daki kazanç matrisini oluşturmuştur. Her iki oyuncunun da varyasyon 2'de değinilen minimaks kriterlerine uyduğunu varsayalım.

Çizelge 3.10: Kampanya sorununda Varyasyon 3'e göre 1. politikacının kazanç matrisi

Stratejiler		2. Politikacı			
		1	2	3	<i>Min</i>
1. Politikacı	1	0	-2	2	-2(maksimin)
	2	5	4	-3	-3
	3	2	3	-4	-4
	<i>Maks</i>	5	4	2(minimaks)	

1. oyuncu 2 birimden daha fazla kaybetmeyeceği garantisi olan 2. stratejiyi, 2 oyuncu ise aynı mantıkla, 2 birimden daha fazla kaybın söz konusu olmadığı 3. stratejiyi tercih edecektir. Bu kez maksimin ve minimaks değerleri birbiri ile çakışmamaktadır, (-2, 2). Bir çökme noktası oluşmayacaktır.

Görünen o ki, 1. oyuncu 2. oyuncudan 2 birim oy kazanacaktır. 2. oyuncu mantıklı davranarak 2. stratejiye geçip 2 birim kayıp yerine 2 birim kazanç sağlamak yoluna gidecektir. Bu durumu kestiren 1. oyuncu rakibinin 2 stratejiyi kullanmasına karşılık 2. stratejiyi seçerek 4 birimlik bir kazancı tercih edecektir. 2. oyuncu bu duruma sessiz kalmayarak seçimini 3. stratejiye çevirecek ve 3 birim kazanmayı düşünecektir. 1. oyuncu bu durum karşısında tekrar 1. stratejiyi seçerek sonucu lehine çevirecektir. Dikkat edilirse başlangıç noktasına dönmüştür. Oyuncular, sorunu kısır bir döngünün içine sokacak ve sonuca varılamayacaktır.

Başlangıçta minimaks kriterlerine göre önerilen çözüm **kararsız** bir çözümdür. Farklı bir yöntem araştırılmalıdır.

Burada gerçek şudur ki, bir oyuncunun stratejisi kestirilebilirse rakip oyuncu durumu kendi lehine çevirebilmektedir. Bu tür oyunların temel özelliği oyuncuların rakiplerinin strateji tercihlerinden haberdar olmamasıdır. Bu durumda strateji seçiminin rasgele olmasına dayanan yöntemler üzerinde durulmalıdır.

3.3 Karma Stratejili Oyunlar

Bir çökme noktası olmayan oyunlarda, oyun teorisi oyunculara strateji kümelerinin üzerinde bir olasılık dağılımı atamayı önerir. Aşağıdaki matematiksel açıklamaya göre m ve n uygun stratejilerin sıralamasıdır.

$x_i = 1$. oyuncunun i ($i = 1, 2, \dots, m$) stratejisini seçmesi olasılığı,
 $y_j = 2$. oyuncunun j ($j = 1, 2, \dots, n$) stratejisini seçmesi olasılığıdır.

1. oyuncu x_1, x_2, \dots, x_m değerlerini atayarak planını belirler. Bu değerler 0 ile 1 arasında değişen olasılıklardır. 2. oyuncu ise aynı şekilde planını yaparken y_1, y_2, \dots, y_n değerlerini belirler. (x_1, x_2, \dots, x_m) ve (y_1, y_2, \dots, y_n) planları **karma stratejiler** olarak adlandırılır. Karma stratejileri oluşturan asıl stratejiler ise **saf stratejilerdir**.

Oyun sürerken her oyuncu saf stratejilerinden birini kullanır. Ancak bu saf strateji belirlenirken bazı rasgele işlemler gerçekleşir.

Politikacıların oyunun 3. varyasyonunda 1. oyuncunun karma stratejisini $(x_1, x_2, x_3) = (1/2, 1/2, 0)$, 2. oyuncunun ise $(y_1, y_2, y_3) = (0, 1/2, 1/2)$ şeklinde belirlediğini düşünelim. Bu seçim gösteriyor ki 1. oyuncu 1. ve 2. stratejisine yarı yarıya şans tanırken 3. stratejiyi uygulamayı hiç düşünmemektedir. 2. oyuncu ise 1. stratejiyi eleyip 2. ve 3. stratejilere %50 olasılık tanımaktadır.

Karma stratejilerin değerlendirilmesinde performansın tatmin edici bir ölçüsü olmamasına rağmen **beklenen kazanç** yöntemi kullanılabilir. Olasılık teorisindeki tanımına göre beklenen kazanç aşağıdaki bağıntı ile bulunur.

$$1. \text{ oyuncu için beklenen kazanç} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij} x_i y_j$$

Bağıntıda p_{ij} , 1. oyuncunun i ve 2. oyuncunun j stratejisini seçmesi olasılığıdır. Verilen karma stratejiler örneğinde 1. politikacının olası kazançları -2, 2, 4, -3 tür. Bu kazançların her biri $\frac{1}{4}$ ' lük bir olasılıkla gerçekleşecektir. Bağıntıdan da hesaplanacağı gibi 1. politikacı için beklenen kazanç: $\frac{1}{4}*(-2+2+4-3) = \frac{1}{4}$ 'tür. Bu değer oyunun net sonucunu değil, defalarca oynandığında sonucun yakınsayacağı değeri gösterir.

Bu yöntem kullanılarak oyun teorisi, çökme noktası olmayan ve karma strateji gerektiren oyunlarda minimaks kriterlerinin kapsamını genişletir. Minimaks kriterleri oyuncunun kayıplarını en aza indirgeyen karma stratejiyi seçmesini önerir. Kayıp yerine kazanç dikkate alınır, oyuncu minimum kazancını maksimize etmelidir. Minimum kazanç, rakibin stratejisine bağlı olarak en kötü olasılıkla elde edilecek olan kazanç anlamını taşır. Bu durumda 1. oyuncu için karma strateji, kriterlere göre en yüksek (maksimum) garanti kazancı (minimum kazancı) sağlayacak olan strateji olmalıdır (en iyi garanti kazanç, maksimum değeri \underline{v} ile gösterilir). Benzer olarak 2. oyuncu için en iyi strateji ise en az (minimum) garanti kaybı (maksimum kaybı) sağlayacak strateji olacaktır (en az garanti kayıp, minimaks değeri \bar{v} ile gösterilir).

Hatırlarsak sadece saf stratejilerin kullanıldığı ve çökme noktası olmayan oyunlarda kararsız sonuçlar oluşmaktaydı. Bu durumun nedeni temelde $\underline{v} < \bar{v}$ olması ve oyuncuların sonucu sürekli kendi lehine çevirme istemleridir. Benzer şekilde karma stratejili oyunlarda kararlı sonuca ulaşmak için $\underline{v} = \bar{v}$ olması gerekir. Oyun teorisinin minimaks teoremine göre bu koşul birçok oyunda sağlanır.

Minimaks teoremi: Karma stratejili oyunlarda minimaks kriterlerine uygun olan strateji ikilisi $\underline{v} = \bar{v} = v$ (oyunun değeri) bağıntısıyla kararlı bir çözüm oluşturur. Böylece oyuncular yaptıkları tek taraflı strateji değişimleri ile daha kazançlı konuma geçemezler.

Karma stratejiler kavramı, oyunun defalarca oynandığı varsayımıyla doğruya yakın sonuçlar verir. Ancak oyunun sadece bir kez oynandığı düşünülürse karma strateji kavramındaki rasgele seçim yerine mantıklı bir saf strateji seçimi daha uygun olur. Daha önce de bahsedildiği gibi kararsız sonuçlu oyunlarda oyuncular verecekleri kararın rakiplerince önceden öğrenmesine izin vermemelidir. Oyuncu, rakibinin optimum karma strateji dışında nasıl karar vereceği hakkında küçük de olsa fikir sahibi olsa bile bu bilgi ile kendini avantajlı konuma getirebilecektir. Bu yüzden optimum beklenen kazanç v 'yi bulmanın en sağlıklı yolu optimum karma stratejinin olasılık dağılımından rasgele bir saf strateji seçmekle olur.

Her bir oyuncunun optimum karma stratejisini bulmak için iki yöntem üzerinde durulacaktır. Bunlardan bir tanesi, oyunculardan birinin (herhangi birinin baskın olmadığı) yalnızca iki saf stratejisinin olduğu grafiksel çözüm yöntemidir. Daha geniş kapsamlı oyunların çözümünde genellikle kullanılan yöntem ise bilgisayarda simplex yönteminin kullanıldığı doğrusal programlama yoludur.

3.4 Grafiksel Çözüm Yöntemi

Politikacıların oyununda Çizelge 3.1'de verildiği gibi 1. politikacının sadece 1. ve 2. stratejisinin var olduğunu düşünelim. 1. politikacının karma stratejisi (x_1, x_2) ($x_2 = 1-x_1$) olacaktır. Rakibin tüm saf stratejileri için beklenen kazanç, x_1 'in bir fonksiyonu olarak yazılır. Bu fonksiyonun grafiği en iyi garanti kazancın ve rakip için en az garanti kaybın olduğu noktayı gösterir.

Bu yöntemin bir örneği olarak politikacıların oyununun 3. varyasyonunu ele alalım. Burada 2. strateji 3.'ye baskınlık kurmuştur. Sonuçta 1. oyuncu için kazanç matrisi aşağıdaki gibi olacaktır.

Çizelge 3.11: Kampanya sorununda 1. politikacının değiştirilmiş kazanç matrisi

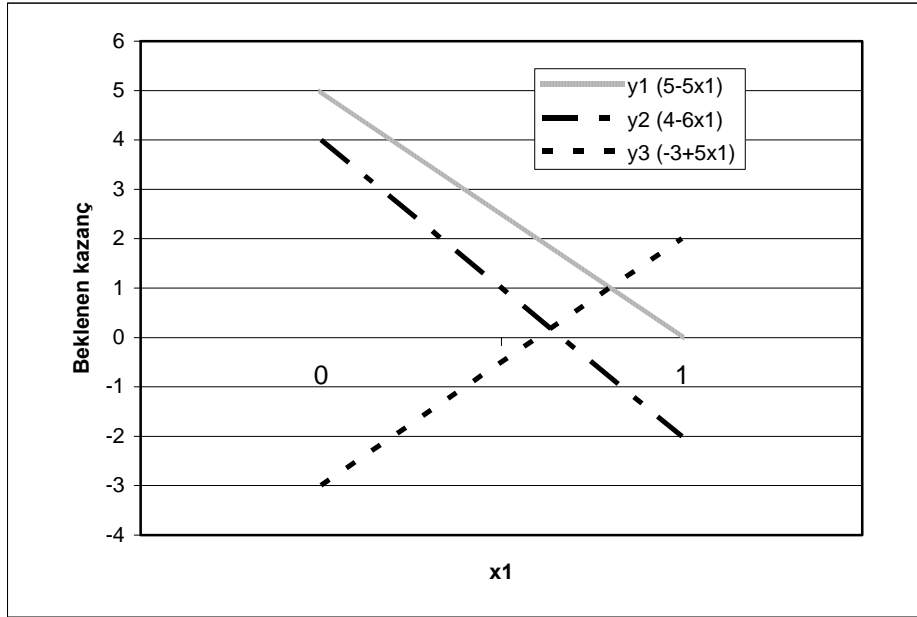
		2. Oyuncu			
		Olasılık	y ₁	y ₂	y ₃
1. Oyuncu	Olasılık	Saf strateji	1	2	3
	x ₁	1	0	-2	2
	1-x ₁	2	5	4	-3

Bu kazanç matrisine göre 2. oyuncunun her bir saf stratejisi için 1. oyuncunun beklenen kazanç matrisi Çizelge 3.12'deki gibi olacaktır.

Çizelge 3.12: 2. oyuncunun beklenen kazanç matrisi

y ₁ , y ₂ , y ₃	Beklenen kazanç
(1, 0, 0)	$0 \cdot x_1 + 5 \cdot (1 - x_1) = 5 - 5x_1$
(0, 1, 0)	$-2 \cdot x_1 + 4 \cdot (1 - x_1) = 4 - 6x_1$
(0, 0, 1)	$2 \cdot x_1 - 3 \cdot (1 - x_1) = -3 + 5x_1$

Bulunan bu işlemlere ilişkin grafikler çizelim. Oluşan üç çizgideki kesişim noktalarının ağırlıklı ortalaması Şekil 3.1'deki gibi beklenen kazancı verecektir.



Şekil 3.1: Oyun çözümlerinde grafiksel yöntem

Daha önce bahsedilene göre, 1. oyuncu için beklenen kazanç

$$= y_1(5-5x_1) + y_2(4-6x_1) + y_3(-3+5x_1) \text{ dir.}$$

2. oyuncu 1. oyuncunun beklenen kazancını azaltmaya çalışacaktır. 2. oyuncu verilen bir $x_1=x_1$ doğrusunun en alt noktasında kesişen saf stratejisini seçerek bunu gerçekleştirebilir ($4-6x_1$ veya $-3+5x_1$ olabilir, ancak $5-5x_1$ stratejisini seçmemelidir). 1. oyuncu ise 2. oyuncunun seçeceği stratejiler için en yüksek x_1 değerini atayarak garanti ettiği kazancını artırabilir. Bu x_1 değeri $4-6x_1$ ve $-3+5x_1$ doğrularının kesiştiği nokta olarak görünmektedir. Bu kesişimdeki beklenen değer aşağıdaki gibi açıklanabilir.

$$\underline{v} = v = \max_{0 \leq x_1 \leq 1} \left\{ \min \left\{ 3 + 5x_1, 4 - 6x_1 \right\} \right\}$$

Bu aşamada iki doğruyu ortak çözerek x_1 'in optimum değerini bulabiliriz.

$$3 + 5x_1 = 4 - 6x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{7}{11} \Rightarrow (x_1, x_2) = \left(\frac{7}{11}, \frac{4}{11} \right)$$

Bu (x_1, x_2) ikilisi 1. oyuncunun optimum karma stratejisidir ve oyunun değeri aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\underline{v} = v = 3 + 5 * \frac{7}{11} = \frac{2}{11}$$

Bu sonuca bağlı olarak 2. oyuncunun optimum karma stratejisini (y_1, y_2, y_3) bulurken, aşağıdaki adımlar izlenir.

$$y_1(5 - 5x_1) + y_2(4 - 6x_2) + y_3(-3 + 5x_3) \leq \bar{v} = v = \frac{2}{11}$$

$$x_1 = \frac{7}{11} \Rightarrow \frac{20}{11}y_1 + \frac{2}{11}y_2 + \frac{2}{11}y_3 = \frac{2}{11} \text{ dir}$$

(y_1, y_2, y_3) bir olasılık dağılımı olduğu için;

$$y_1 + y_2 + y_3 = 1 \text{ olur.}$$

$y_1 = 0$ olmalıdır. Çünkü $y_1 > 0$ değerleri $x_1 = \frac{7}{11}$ değeri için maksimum noktasının

üzerinde olur. Genelde maksimum noktadan geçmeyen doğrulara ilişkin stratejiler beklenen kazancı artırma riskinden dolayı sıfır olasılıklı kabul edilir. O halde;

$$\begin{aligned} y_2(4 - 6x_1) + y_3(-3 + 5x_1) &\leq \frac{2}{11} & 0 \leq x_1 \leq 1 \\ &= \frac{2}{11} & x_1 = \frac{7}{11} \end{aligned}$$

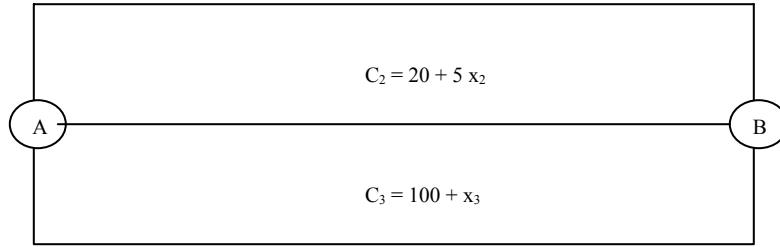
3.5 Oyun Teorisi ve Uygulamaları

Şekil 3.2'de maliyet fonksiyonları verilen örnek bir ulaşım ağı için oyun teorisi yaklaşımının Ardışık adımlar yöntemi kullanılarak nasıl uygulanabileceğinin kısa bir özeti verilmiştir. Şekildeki x değerleri bağlantıdaki birim trafik yükünü C 'ler ise maliyet

fonksiyonlarını belirtmektedir. Örnek ulaşım ağı tek bir başlangıç (A) ve bitiş (B) çiftinden oluşmaktadır.

ÖRNEK 1

Şekil 3.2'deki ulaşım ağında kullanıcıların A düğümünden B düğümüne gidebilmesi için üç hat seçeneği vardır. Hatların maliyet fonksiyonları C_1 , C_2 ve C_3 tür. A düğümünden B düğümüne olan talep, $q_{AB} = 30$ birim olarak düşünüldüğünde, denge durumundaki akımlarının bulunabilmesi için izlenecek hesap adımları aşağıda verilmiştir.



Şekil 3.2: Örnek ulaşım ağı

$$n = 1 \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 0, \quad x_3 = 0$$

$$c_1 = 10 \quad y_1 = 30$$

$$c_2 = 20 \quad c_1 < c_2 < c_3 \quad y_2 = 0$$

$$c_3 = 100 \quad y_3 = 0$$

$$x = \frac{1}{n} * y + \left(1 - \frac{1}{n}\right) * x$$

$$x_1 = \frac{1}{1} * 30 + \left(1 - \frac{1}{1}\right) * 0 = 30$$

$$x_2 = \frac{1}{1} * 0 + \left(1 - \frac{1}{1}\right) * 0 = 0 \quad x_1 = 30, \quad x_2 = 0, \quad x_3 = 0$$

$$x_3 = \frac{1}{1} * 0 + \left(1 - \frac{1}{1}\right) * 0 = 0$$

$$n = 2 \quad x_1 = 30, \quad x_2 = 0, \quad x_3 = 0$$

$$c_1 = 310 \quad y_1 = 0$$

$$c_2 = 20 \quad c_2 < c_3 < c_1 \quad y_2 = 30$$

$$c_3 = 100 \quad y_3 = 0$$

$$x = \frac{1}{n} * y + \left(1 - \frac{1}{n}\right) * x$$

$$x_1 = \frac{1}{2} * 0 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) * 30 = 15$$

$$x_2 = \frac{1}{2} * 30 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) * 0 = 15 \quad x_1 = 15, \quad x_2 = 15, \quad x_3 = 0$$

$$x_3 = \frac{1}{2} * 0 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) * 0 = 0$$

$$n = 3$$

$$x_1 = 15, \quad x_2 = 15, \quad x_3 = 0$$

$$c_1 = 160$$

$$y_1 = 0$$

$$c_2 = 95 \quad c_2 < c_3 < c_1$$

$$y_2 = 30$$

$$c_3 = 100$$

$$y_3 = 0$$

$$x = \frac{1}{n} * y + \left(1 - \frac{1}{n}\right) * x$$

$$x_1 = \frac{1}{3} * 0 + \left(1 - \frac{1}{3}\right) * 15 = 10$$

$$x_2 = \frac{1}{3} * 30 + \left(1 - \frac{1}{3}\right) * 15 = 20 \quad x_1 = 10, \quad x_2 = 20, \quad x_3 = 0$$

$$x_3 = \frac{1}{3} * 0 + \left(1 - \frac{1}{3}\right) * 0 = 0$$

$$n = 4$$

$$x_1 = 10, \quad x_2 = 20, \quad x_3 = 0$$

$$c_1 = 110$$

$$y_1 = 0$$

$$c_2 = 120 \quad c_3 < c_1 < c_2$$

$$y_2 = 0$$

$$c_3 = 100$$

$$y_3 = 30$$

$$x = \frac{1}{n} * y + \left(1 - \frac{1}{n}\right) * x$$

$$x_1 = \frac{1}{4} * 0 + \left(1 - \frac{1}{4}\right) * 10 = 7,5$$

$$x_2 = \frac{1}{4} * 0 + \left(1 - \frac{1}{4}\right) * 20 = 15 \quad x_1 = 7,5, \quad x_2 = 15, \quad x_3 = 7,5$$

$$x_3 = \frac{1}{4} * 30 + \left(1 - \frac{1}{4}\right) * 0 = 7,5$$

$$n = 5$$

$$x_1 = 7,5, \quad x_2 = 15, \quad x_3 = 7,5$$

$$\begin{array}{lll}
c_1 = 85 & & y_1 = 30 \\
c_2 = 95 & c_1 < c_2 < c_3 & y_2 = 0 \\
c_3 = 107,5 & & y_3 = 0
\end{array}$$

$$x = \frac{1}{n} * y + \left(1 - \frac{1}{n}\right) * x$$

$$x_1 = \frac{1}{5} * 30 + \left(1 - \frac{1}{5}\right) * 7,5 = 12$$

$$x_2 = \frac{1}{5} * 0 + \left(1 - \frac{1}{5}\right) * 15 = 12 \quad x_1 = 12, \quad x_2 = 12, \quad x_3 = 6$$

$$x_3 = \frac{1}{5} * 30 + \left(1 - \frac{1}{5}\right) * 7,5 = 6$$

İterasyona devam edilir. $c_1 = c_2 = c_3$ olduğu an dengeye ulaşılmış olur. Bu durumdaki akımlar ise denge akımlarını verecektir.

ÖRNEK 2

Şekil 3.3'te bir kullanıcı başlangıç (B) noktasından bitiş (V) noktasına yolculuk yapmayı planlamaktadır. Yol kullanıcısının A noktasından B noktasına gidebilmesi için üç farklı rota mevcuttur. Her üç rota da üniform akım çekmektedir.

1. rota $1.20 l$ birim uzunluğundadır. Rotadaki yolculuk süresi t kadardır. Organize sanayi bölgesinin vardiya değişim zamanlarında rotadaki akım arttığından rotanın sıkışıklık yaşaması veya tıkanması olasılığı mevcuttur. Tıkanıklık durumunda ise bu rotadaki yolculuk süresi $1.66t$ ye çıkmaktadır.

2. rotanın uzunluğu l , yolculuk süresi t kadardır. 2. rota üzerinde bir stadyum bulunmakta ve maç bitim zamanlarında rotada ek akım oluşturmaktadır. Maç bitim zamanlarında tıkanıklık yaşanma olasılığı bulunmakta ve tıkanıklık durumlarında yolculuk süresi $3.00t$ ye çıkmaktadır.

Tıkanıklık yaşanması durumunda,

$$C = l * F$$

Bu eşitliklerde,

C , maliyet fonksiyonu,

l , rota uzunluğu,

N , normal koşullardaki yolculuk süresi ve

F , tıkanıklık durumundaki yolculuk süresidir.

Bulunmak istenen durum ise kullanıcının yolculuğunun kaç birimlik maliyetle sonuçlanacağı bilinmemektedir. Probleme oyun teorisi yaklaşımıyla çözüm aranmaktadır.

Oyun Teorisi Uyarlaması

Kullanıcı:

Kullanıcının oyundaki amacı en düşük maliyetle B noktasından V noktasına olan yolculuğunu tamamlamaktır. Bu amaç için mevcut üç rotadan kendisine göre en uygun olanı seçecektir. Kullanıcı hangi yolda tıkanıklık olacağını tahmin edememektedir.

Sanal oyuncu:

Sanal oyuncunun amacı kullanıcının yolculuk maliyetini yükseltmektir. Bu amaç uğruna sanal oyuncunun güzergahlarda tıkanıklığa sebebiyet verme yetisine sahip olduğu varsayılır. Sanal oyuncu da kullanıcının hangi güzergahı seçeceğini kestirememektedir.

Stratejiler ve Olasılıklar

Kullanıcı:

Kullanıcının stratejileri aşağıdaki gibidir.

- 1. Rotanın seçimi
- 2. Rotanın seçimi
- 3. Rotanın seçimi

Kullanıcı, hangi yolu seçeceğine dair bir olasılık dağılımı yapmaktadır. Varsayıma göre 3. rotayı tercih etmeyecektir. 1. ve 2. rotayı eşit olasılıklarla (%50 şer) seçmeyi planlamaktadır.

Sanal Oyuncu:

Sanal oyuncunun stratejileri aşağıdaki gibi olacaktır.

- ❖ 1. Rotada tıkanıklık yaratma
- ❖ 2. Rotada tıkanıklık yaratma
- ❖ 3. Rotada tıkanıklık yaratma

Sanal oyuncu hangi rotada tıkanıklık yaratacağı konusunda bir olasılık dağılımı yapmaktadır. Oyuncunun her rota için eşit tıkanıklık olasılıkları (%33) atadığı varsayılmıştır.

Maliyet - Kazanç Matrisleri

Kullanıcının maliyeti sanal oyuncu için kazanç Çizelge 3.13'teki gibi olacaktır. O halde sanal oyuncu için kazanç matrisi, kullanıcının maliyetlerinden oluşacaktır. Normal koşullarda ve tıkanıklık olması durumlarında ($l*t$) birimiyle kullanıcı maliyetleri Çizelge'de verilmiştir.

Çizelge 3.13: Maliyet-kazanç matrisi

MALİYETLER (BİRİM= $l*t$)	N	F
1.rota	1.2	2
2.rota	1	3
3.rota	1.4	1.8

Minimaks ve maksimin değerleri eşit olmadığı için bir semer noktası oluşmamış ve kararlı bir sonuca ulaşamamıştır (Çizelge 3.14). Önceki bölümlerde bahsedildiği gibi bu oyunda oyuncuların stratejiler için yaptığı olasılık dağılımları dikkate alınacaktır.

Çizelge 3.14: Sanal oyuncu için kazanç matrisi.

KAZANÇ MATRİSİ		SANAL OYUNCU			
		1	2	3	Max
KULLANICI	1	2	1,2	1,2	2
	2	1	3	1	3
	3	1,4	1,4	1,8	1,8 (minimax)
	Min	1	1,2 (maximin)	1	

Bu durumda beklenen kazanç aşağıdaki bağıntıyla hesaplanacaktır.

$$\text{Beklenen kazanç} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij} x_i y_j$$

Bağıntıda,

x_i = 1. oyuncunun i ($i = 1, 2, \dots, m$) stratejisini seçmesi olasılığı,

y_j = 2. oyuncunun j ($j = 1, 2, \dots, n$) stratejisini seçmesi olasılığı ve

p_{ij} = Kazanç matrisindeki değerdir.

$$\text{Beklenen kazanç} = 0.50 * 0.33 * (2 + 1.2 + 1.2 + 1 + 3 + 1) = 1.55 \text{ l*t olur.}$$

3.6 Sonuçlar

Bu bölümde oyun teorisi genel anlamda tanımlanarak, tarihi ve uygulama alanlarından bahsedilmiştir. Oyun türleri hakkında bilgiler verilmiş, oyunlar, farklı kriterlere göre sınıflandırılmıştır. Oyunlar tanımlandıktan sonra kazanç matrislerinin oluşturulması üzerinde durulmuş oyun çözümlerinde Nash dengesi kavramı açıklanmıştır.

Politikacılar uygulamasında kazanç matrisi üzerinde minimaks ve maksimin değerleri tanımlanarak, bu değerlerin kesişimi olan çökme noktası ve kararlı çözüm durumu hakkında bilgi verilmiştir. Ayrıca kararsız çözümlerle karşılaşıldığında kullanılan karma stratejiler yöntemi ile beklenen kazançta ulaşılmasına değinilmiştir.

Trafik kontrol ve ağ yönetimi uyarlaması hakkında 3 hatlı ve 2 düğümlü bir örnek verilmiştir. Örnekte ardışık ortalamalar yöntemi kullanılarak hat akımları el ile çözümlenmiş ve açıklanmıştır. Ayrıca, oyun kuramı uygulaması ve çözüm adımları detaylı bir şekilde ikinci örnek uygulama ile açıklanmıştır.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM ÇÖZÜM ALGORİTMALARI

4.1 Çözüm Algoritmaları

Daha önceki bölümlerde doğrusal programlama yöntemi ile problem çözümü yöntemlerine değinilmiştir. Ancak dinamik durumda, farklı trafik problemlerinin değişkenleri zamana bağlı fonksiyonlar haline gelmektedir. Bu şekildeki problemleri doğrusal (lineer) programlama ile çözmek olanaksız olup, farklı algoritmalarla çalışmamız gerekir.

Bu bölümde dinamik durumlar ele alınarak trafik problemlerine zamana bağlı fonksiyonlar ile çözümler bulunacaktır.

4.2 Formülasyon

Aşağıda, zamana bağlı fonksiyonların problemlere uyarlaması için kullanılan uygulama yöntemleri tanımlanmıştır.

4.2.1. Konveks Kombinasyon Yöntemi

Problem aşağıdaki gibidir:

$$\min_{s(x)} \sum_i a_{ij} x_i \geq b_j \quad \forall j \in J$$

z fonksiyonu x e göre minimize edilecektir. İterasyonlarla ilerlenir ve n . iterasyonda x^n sonucu bulunur. x^n den itibaren en umut verici doğrultuda ilerlenir. En umut verici doğrultu en dik negatif eğimin olduğu doğrultudur. Uygulanabilir bir y için doğrultudaki eğim, $y - x^n$ aşağıdaki gibi olur:

$$\nabla z(x^n) \frac{y - x^n}{\|y - x^n\|}$$

z nin, $y - x^n$ doğrultusunda ve x^n dolayındaki eğimi, z nin, $y - x^n$ doğrultusunda ve x^n dolayındaki negatif eğiminin izdüşümünden farklı değildir. Ancak eğim büyük olmasına rağmen gelişim ılımlı olur. Çünkü fazla yol katedilmez. Bu açıyı da hesaba katmak gerekir. Bir doğrultuda ne kadar ilerlenirse minimuma o kadar yaklaşılacaktır.

Düşüşü, doğrusal eğimin, x^n dolayında, $\|y - x^n\|$ uzaklığındaki sonucu ürünü olarak tanımlayabiliriz. $z(x)$ konveks ise, düşüş, bu doğrultudaki hareketten doğan ilerlemenin ölçütüdür. En büyük düşüşün doğrultusunda ilerlemek doğal görünür. Bu durumda n inci iterasyonda aşağıdaki alt problemle karşılaşırız.

$$\max_{y^n} \{ \nabla z(x^n)(y^n - x^n) \} \quad (\text{olasi } y^n \text{ e bagli})$$

Bu da aşağıdaki bağıntıya denk olur.

$$\max_{y^n} \{ \nabla z(x^n)y^n \} \quad (\text{olasi } y^n \text{ e bagli})$$

Çünkü $\nabla z(x^n)y^n$ terimi sabittir. y^n in bir doğrusal programın sınırlardaki çözümüdür, bu yüzden x^{n+1} , x^n ve y^n arasında bulunur.

$$x^{n+1} = x^n + \alpha_n (y^n - x^n)$$

y^n i bulduğumuzda ikinci bir alt problemle karşı karşıya kalırız.

$$\alpha_n = \arg \min_{\alpha} z(x^{n+1}) = \arg \min_{\alpha} z[x^n + \alpha(y^n - x^n)] + \arg \min_{\alpha} z[(1 - \alpha)x^n + \alpha y^n]$$

Son terim konveks kombinasyon yönteminin adını açıklar. Bu ikinci alt problem bazen çok maliyetli olabilir ve çoğunlukla α_n yerine aşağıdaki gibi bir değer atanabilir.

$$\alpha_n = \frac{1}{n+1}$$

İterasyon, öngörülen iterasyon sayısına veya beklenen yakınsamaya kadar sürer. Konveks kombinasyon yöntemi adımlar halinde aşağıdaki gibi gösterilebilir.

Adım 0	başlat	x^1 ve $n = 1$
Adım 1	doğrultu bul y^n 'i bul	$\max_{y^n} \{ \nabla z(x^n)(y^n - x^n) \}$ bağıntısını çözen
Adım 2	adım büyüklüğünü belirle	α_n
Adım 3	ilerle	$x^{n+1} = (1 - \alpha_n)x^n + \alpha_n y^n$
Adım 4	yakınsamayı sına	eğer $ x^{n+1} - x^n < \epsilon$ veya $n = N$ ise DUR değilse $n = n + 1$ ve Adım 1 e dön

Başlangıç noktası x^1 in içsel bir nokta olduğundan emin olunmalıdır.

4.3 Yöntemin Trafik Atama ve Trafik Kontrol Problemlerine Uygulanması

Trafik atama probleminde aşağıdaki bağıntı minimize edilmelidir.

$$Z_{atama}(h) = \int_0^T \sum_a^{u_a(t)} \tau_a(\omega(t)) d\omega(t) dt$$

n inci iterasyonda yukarıda değinilen alt problem aşağıdaki bağıntıyı verir.

$$\begin{aligned} \bar{h}^n(t) &= \arg \max_{\bar{h}^n(t)} \left\{ \nabla Z_{atama}(h^n(t)) \bar{h}^n(t) \right\} \\ &= \arg \max_{\bar{h}^n(t)} \int_0^T \sum_a \tau_a(u_a^n) \bar{u}_a \end{aligned}$$

Yukarıdaki bağıntı, \bar{u}_a ile kabul edilebilir bir akım oluşturan $\bar{h}^n(t)$ ye bağlıdır.

Açıkça söylenebilir ki, bu alt problem, akıma bağlı sabit hat yolculuk zamanı fonksiyonlu bir trafik kontrol problemidir. Bu problem tüm kullanıcıları en düşük yolculuk zamanlı rotaya yönlendirerek çözülür. Buna *ya hep ya hiç ataması* denir ancak rota yolculuk maliyeti sabit kaldığından, *serbest akım ataması* konu başlığında işlenir. Burada, $\bar{h}^n(t)$, akımla $(\bar{h}^n(t))$ eşleşen yolculuk zamanına bağlı serbest akım atamasıdır. Trafik atama problemini çözen algoritma aşağıdaki gibidir.

Adım 0 başlat

Adım 1 $\bar{h}^n(t)$ yi bul $\bar{h}^n(t)$ ile verilen rota yolculuk sürelerine göre

Adım 2 adım büyüklüğünü belirle α_n

Adım 3 ilerle $h^{n+1}(t) = (1 - \alpha_n)h^n(t) + \alpha_n \bar{h}^n(t)$

Adım 4 yakınsamayı sına eğer $|h^{n+1}(t) - h^n(t)| \ll \epsilon \forall t$ veya $n = N$ ise

DUR

değilse $n = n + 1$ ve Adım 1 e dön

Burada her iterasyonda yolculuk süreleri güncellemesi yapılmaz. Bu güncellemeler *ağ yükleme algoritmasının* 1. adımına eklenir. Bu algoritmaya daha sonraki başlıklarda değinilecektir.

Adım 0 daki başlangıçta serbest akım ataması yapılabilir.

Stokastik kullanıcı dengesi durumu için adım 1 aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

Adım 1.1 rota seçim olasılıklarını $h^n(t)$ e göre hesapla

Adım 1.2 $\bar{h}^n(t)$ yi hesapla

Rota seçim olasılıklarının hesaplanması için özel bir algoritma gereklidir.

Trafik kontrol probleminde aşağıdaki bağıntı minimize edilmeye çalışılır.

$$Z_{kontrol}(g) = \int_0^T \sum_a u_a(t) \tau_a(g_a(t)) dt$$

n inci iterasyonda aşağıdaki bağıntı ile karşılaşılır:

$$\begin{aligned} \bar{g}^n(t) &= \arg \max_{\bar{g}(t)} \{ \nabla Z_{kontrol}(g^n(t)) \bar{g}(t) \} \\ &= \arg \max_{\bar{g}(t)} \sum_{\bar{g}_i^m(t)} \frac{\partial}{\partial \bar{g}_i^m(t)} (Z_{kontrol}(g^n(t))) \bar{g}_i^m(t) \\ \sum_m \bar{g}_i^m &= 1 \\ \bar{g}_a(t) &= \sum_m \bar{g}_i^m(t) \theta_{ia}^m(t) \\ \bar{g}_i^m(t) &\geq 0 \end{aligned}$$

Bağıntıda $g(t)$, bir yeşil aralık kümesini tanımlar. Türevi aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\frac{\partial Z_{kontrol}(g^n(t))}{\partial \bar{g}_i^m(t)}$$

Bu türev seçtiğimiz oyun türüne göre değişir.

\bar{g} bulunduktan sonra trafik kontrol probleminin çözüm algoritması aşağıdaki gibi olur.

Adım 0	başlat	
Adım 1	$\bar{g}^n(t)$ yi bul	$g^n(t)$ den başlayarak
Adım 2	adım büyüklüğünü belirle	α_n
Adım 3	ilerle	$g^{n+1}(t) = (1 - \alpha_n)g^n(t) + \alpha_n \bar{g}^n(t)$
Adım 4	yakınsamayı sına	eğer $ g^{n+1}(t) - g^n(t) < \epsilon \forall t$ veya
	$n = N$ ise DUR	
	değilse $n = n + 1$ ve Adım 1 e dön	

Bu algoritmanın 1. adımında hat ve rota yolculuk süreleri güncellemesi vardır.

Adım 0 da üniform yeşil aralık dağılımı kullanılabilir.

Ağ yüklemedeki amaç, verilen akımda ve sinyal kurgusunda, tüm zaman aralığı için zamana bağlı hattı ve yolculuk sürelerini bulmaktır. Akım verildiğinde, dinamik durumda hat yolculuk süreleri, hat yolculuk süresi açık fonksiyonu ile hesaplanamaz. Çünkü, sürücünün, rotanın hangi hattında ve hangi anda bir tıkanıklığa sebep olacağı belli değildir. Hat bilgisi ve yolculuk süresi trafik atama ve kontrol problemleri için temel verilerdir. Bu problemin çözümü için akım sınır koşullarını ayırmak gerekir. Zaman sınırimız T olsun. T , her biri Δt kadar olan n tane aralığa bölünmüş olsun. Sadeleştirmek amacıyla, Δt , zaman birimimiz olsun.

Kaynak, Δt süresince olan değişim oranını bulur. Δt , birim zaman olduğu için ihmal edilebilir.

$$x_{ap}^{rs}(k+1) = x_{ap}^{rs}(k) + u_{ap}^{rs}(k) - v_{ap}^{rs}(k)$$

Akım Koruma Denklemleri

$$u_{ap}^{rs}(k) = \begin{cases} h_p^{rs}(k), & a, p \text{ hattındaki ilk hat ise} \\ v_{bp}^{rs}(k), & a, p \text{ hattında } b \text{ den sonraki hat ise} \end{cases}$$

Akım Üretim Denklemleri

İntegraller, toplamlar haline gelir:

$$V_{ap}^{rs}(k) = \sum_{j+\tau_a \leq k} u_{ap}^{rs}(j)$$

$$U_{ap}^{rs}(k) = \sum_{j=0}^k u_{ap}^{rs}(j)$$

$$v_{ap}^{rs}(k) = V_{ap}^{rs}(k) - V_{ap}^{rs}(k-1)$$

Tanımsal Kısıtlar

$$u_a(k) = \sum_{r,s,p} u_{ap}^{rs}(k)$$

$$u_a(k) = \sum_{r,s,p} v_{ap}^{rs}(k)$$

$$x_a(k) = \sum_{r,s,p} x_{ap}^{rs}(k)$$

Sınır Koşulları

$$U_{ap}^{rs}(0) = 0$$

$$V_{ap}^{rs}(0) = 0$$

$$x_{ap}^{rs}(0) = 0$$

Negatifsizlik Koşulları

$$u_{ap}^{rs}(k) \geq 0$$

$$v_{ap}^{rs}(k) \geq 0$$

$$x_{ap}^{rs}(k) \geq 0$$

$\tau_a(k)$ ve $h_p^{rs}(k)$ verildiğinde, $x_{ap}^{rs}(k)$, $u_{ap}^{rs}(k)$, $v_{ap}^{rs}(k)$, $U_{ap}^{rs}(k)$ ve $V_{ap}^{rs}(k)$ bilinmeyenleri hesaplanabilir. Ağ yükleme algoritması aşağıdaki fikri izler:

n inci iterasyonda, $\tau_a(k)$ yardımıyla, $x_{ap}^{rs}(k)$, $u_{ap}^{rs}(k)$, $v_{ap}^{rs}(k)$, $U_{ap}^{rs}(k)$ ve $V_{ap}^{rs}(k)$ bilinmeyenleri bulunur. Daha sonra tanımsal sınırlar kullanılarak, $u_a(k)$, $v_a(k)$ ve $x_a(k)$ hesaplanır. Bu değerler $\tau_a^{new}(k)$ değerinin bulunmasına olanak sağlar, çünkü, hat yolculuk zamanı, bu değerlere ve yeşil fazlarına bağlıdır ve bu değerler değişmez. Daha sonra, $\alpha_n = \frac{1}{n+1}$ noktasında $\tau_a^{n+1}(k) = (1 - \alpha_n)\tau_a^n(k) + \alpha_n\tau_a^{new}(k)$ tanımlanır. Sonlandırmak için de yakınsama sınanır. Aşağıda algoritma adımlar halinde görülebilir:

- | | |
|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Adım 0 | başlat |
| Adım 1 | $x_{ap}^{rs}(k)$, $u_{ap}^{rs}(k)$, $v_{ap}^{rs}(k)$, $U_{ap}^{rs}(k)$ ve $V_{ap}^{rs}(k)$ yi hesapla |
| Adım 2 | $u_a(k)$, $v_a(k)$ ve $x_a(k)$ yi hesapla |
| Adım 3 | $\tau_a^{new}(k)$ yi hesapla |
| Adım 4 | $\tau_a^{n+1}(k)$ yi güncelle |
| Adım 5 | yakınsamayı sına değilse $n = n + 1$ ve Adım 1 e dön |

Adım 0 daki başlangıç atamasında serbest akım yolculuk süreleri kullanılabilir.

4.4 Birleştirilmiş Trafik Kontrol – Atama Problemi

Birleştirilmiş trafik kontrol – atama problemi artık aşağıdaki algoritma ile çözülebilir.

Adım 0	başlat	$h^0, g^0, n = 0$
Adım 1	atama problemini çöz	h^{n+1}
Adım 2	kontrol problemini çöz	g^{n+1}
Adım 3	yakınsamayı sına	eğer $h^{n+1} \approx h^n$ ve $g^{n+1} \approx g^n$ ise DUR değilse $n = n + 1$ ve Adım 1 e dön

Görülüyor ki birleştirilmiş trafik kontrol – atama problemi esasen bir trafik kontrol problemidir. Trafik atama algoritması, güncellenmiş bir ağda, trafik kontrol probleminin bir sonraki iterasyonuna geçebilmek için kullanılır. Algoritma, adım 1 ve adım 2 deki alt problemdeki iterasyon sayısını kısıtlayarak veya trafik kontrol probleminin 1. adımını es geçip, akım düzenini her iterasyonda güncelleyerek düzenlenebilir.

Bu arada, farklı oyunlar arasındaki farkları ancak trafik kontrol problemi algoritması gösterebilir.

4.4.1 Cournot Oyunu

Çözümde $\frac{\partial Z_{kontrol}(g^n(t))}{\partial g_i^m(t)}$ terimi oyunun altındaki hipoteze göre hesaplanır. Cournot

oyununda, trafik otoritesi, ağ kullanıcılarının tepkilerini kestiremez ve rota seçimlerini değiştiremeyeceklerini düşünür. Otorite, kullanıcıların davranışlarını, kendi davranışıyla değiştirmeyecekleri düşüncesine göre stratejisinin en iyilemesini yapar. Başka bir deyişle, akımlar yeşil süreye bağlı olmadan değişecektir. Konuyu aydınlatmak için, trafik kontrol probleminin objektif fonksiyonunu yeniden tanımlamak gerekecektir. Böylece fonksiyon da çözümlenmiş olur.

$$Z_{kontrol} = \sum_k \sum_{rs} \sum_p h_p^{rs}(k) c_p^{rs}(k)$$

Bu fonksiyondan yola çıkarak, objektif fonksiyonun yeşil aralığa bağlı eğimi bulunabilir.

$$\frac{\partial Z_{kontrol}}{\partial g_i^m(k)} = \sum_a \frac{\partial Z_{kontrol}}{\partial g_a(k)} \frac{\partial g_a(k)}{\partial g_i^m(k)} = \sum_a \frac{\partial Z_{kontrol}}{\partial g_a(k)} \theta_{ia}^m(k)$$

Toplam, tabiki a dan i ye gelen akımlardan alınır. Objektif fonksiyon $g_a(t)$ ye göre aşağıdaki bağıntıyı çıkaracaktır:

$$\frac{\partial Z_{kontrol}}{\partial g_a(k)} = \sum_l \sum_{rs} \sum_p h_p^{rs}(l) \frac{\partial c_p^{rs}(l)}{\partial g_a(k)}$$

Burada Cournot oyununda, akımların verildiği hipotezi kullanılır.

$$\frac{\partial c_p^{rs}(l)}{\partial g_a(k)} = \frac{\partial c_p^{rs}(l)}{\partial \tau_a(k)} \frac{\partial \tau_a(k)}{\partial g_a(k)}, \quad l + c_p^{ra}(l) = k \quad ise$$

$$0, \quad degilse$$

$$\frac{\partial c_p^{rs}(l)}{\partial \tau_a(k)} = 1, \quad l + c_p^{ra}(l) = k \quad ise$$

$$0, \quad degilse$$

Bağıntıda $c_p^{ra}(l)$, l zamanında, r noktasından, p rotasını kullanarak s noktasına hareketlenen bir ağ kullanıcısı için, r den a ya olan hat yolculuk zamanını gösterir. Üstteki üç denlem kullanılarak aşağıdaki bağıntıya ulaşılır:

$$\frac{\partial Z_{kontrol}}{\partial g_m^i(k)} = \sum_a \sum_{rs} \sum_p \sum_{l+c_p^{ra}(l)=k} \theta_{ia}^m(k) h_p^{rs} \frac{\partial \tau_a(k)}{\partial g_a(k)}$$

$$\frac{\partial \tau_a(k)}{\partial g_a(k)}, \tau_a \text{ nın açık fonksiyon halinden sağlanabilir.}$$

Şu an, Cournot oyunu modelinde, dinamik, birleştirilmiş trafik kontrol – atama oyunu için tüm gerekli bilgileri sağlamış bulunmaktayız.

4.4.2 Stackelberg Oyunu

Stackelberg oyunun Cournot oyunundan en temel farkı, trafik otoritesinin kullanıcı davranışlarını kestirebilmesidir. Trafik otoritesi, sinyal kurgusunu, kullanıcıların rota seçimine göre düzenler. Başka bir deyişle, yeşil süre aralığı, akıma bağlıdır. Bu bilgilere göre aşağıdaki bağıntı düzenlenir:

$$\frac{\partial Z_{kontrol}}{\partial g_a(k)} = \sum_l \sum_{rs} \sum_p \frac{\partial}{\partial g_a(k)} (h_p^{rs}(l) c_p^{rs}(l))$$

$$\frac{\partial Z_{kontrol}}{\partial g_a(k)} = \sum_l \sum_{rs} \sum_p \frac{\partial h_p^{rs}(l)}{\partial g_a(k)} c_p^{rs}(l) + \frac{\partial c_p^{rs}(l)}{\partial g_a(k)} h_p^{rs}(l)$$

$\frac{\partial c_p^{rs}(l)}{\partial g_a(k)}$ terimi, Cournot modelindeki yöntemle hesaplanabilir. Diğer terime bakılacak

olursa:

$$\frac{\partial h_p^{rs}(l)}{\partial g_a(k)} = \sum_p \frac{\partial h_p^{rs}(l)}{\partial c_q^{rs}(l)} \frac{\partial c_q^{rs}(l)}{\partial g_a(k)}$$

$$\frac{\partial c_q^{rs}(l)}{\partial g_a(k)} = \frac{\partial c_q^{rs}(l)}{\partial \tau_a(k)} \frac{\partial \tau_a(k)}{\partial g_a(k)}, \quad l + c_p^{ra}(l) = k \quad \text{ise}$$

$$0, \quad \text{degilse}$$

$$\frac{\partial c_q^{rs}(l)}{\partial \tau_a(k)} = 1, \quad l + c_p^{ra}(l) = k \quad \text{ise}$$

$$0, \quad \text{degilse}$$

Bağıntılarda, q, r den s ye olan farklı rotaları tanımlar. $\frac{\partial h_p^{rs}(l)}{\partial c_q^{rs}(l)}$ yı hesaplamak için

aşağıdaki bağıntı kullanılır:

$$\frac{\partial h_p^{rs}(l)}{\partial c_q^{rs}(l)} = D^{rs}(l) \frac{\partial P_p^{rs}(l)}{\partial c_q^{rs}(l)}$$

$\frac{\partial P_p^{rs}(l)}{\partial c_q^{rs}(l)}$ terimi, kullanılan rota seçim olasılığı modeli ile verilir. Sonuçta aşağıdaki

bağıntı bulunur:

$$\frac{\partial Z_{kontrol}}{\partial g_m^i(k)} = \sum_a \theta_{ia}^m(k) \sum_{rs} \sum_p \frac{\partial h_p^{rs}(l)}{\partial g_a(k)} \partial c_p^{rs}(l) + \frac{\partial c_p^{rs}(l)}{\partial g_a(k)} \partial h_p^{rs}(l)$$

$$\frac{\partial Z_{kontrol}}{\partial g_m^i(k)} = \sum_a \theta_{ia}^m(k) \sum_{rs} \sum_p \sum_{l+c_p^{rs}(l)=k} D^{rs}(l) \sum_q \frac{\partial P_p^{rs}(l)}{\partial c_q^{rs}(l)} c_p^{rs}(l) \frac{\partial \tau_a(k)}{\partial g_a(k)} \partial h_p^{rs}(l)$$

$$\frac{\partial Z_{kontrol}}{\partial g_m^i(k)} = \sum_a \theta_{ia}^m(k) \sum_{rs} \sum_p \sum_{l+c_p^{rs}(l)=k} \frac{\partial \tau_a(k)}{\partial g_a(k)} c_p^{rs}(l) D^{rs}(l) \sum_q \frac{\partial P_p^{rs}(l)}{\partial c_q^{rs}(l)} + \partial h_p^{rs}(l)$$

Şu an, Stackelberg oyunu modelinde, dinamik, birleştirilmiş trafik kontrol – atama oyunu için tüm gerekli bilgileri sağlamış bulunmaktayız.

4.4.3 Monopoli Oyunu

Monopoli oyununda, akım düzenini karar değişkeni olarak kullanıcılar yerine trafik otoritesi belirler. Bu işlemin iki ana sıralaması vardır. Öncelikle trafik akımlarının ataması, trafik atama algoritması için farklı bir objektif fonksiyonu yapılmalıdır. Örneğin trafik otoritesinin objektif fonksiyonu. Bu fonksiyon, trafik atama algoritmasında, h akımlarına göre minimize edilmelidir. İkinci olarak, trafik ataması kullanıcıların davranış değişimini kestirmek zorunda değildir. Çünkü trafik otoritesinin, toplam gecikmeyi en aza indirmek

gibi değişmez bir amacı vardır. Birleştirilmiş trafik kontrol – atama problemi algoritması, Cournot trafik kontrol algoritması ve aşağıda belirtilen trafik atama algoritması desteği ile monopoli oyununa uyarlanabilir.

Objektif fonksiyon aşağıdaki gibi olur:

$$Z_{atama} = \sum_k \sum_{rs} \sum_p h_p^{rs}(k) c_p^{rs}(k)$$

Bu sefer eğim, h akımlarına göre alınmalıdır:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_{atama}}{\partial h_q^{vw}(l)} &= \frac{\partial}{\partial h_q^{vw}(l)} \sum_k \sum_{rs} \sum_p h_p^{rs}(k) c_p^{rs}(k) \\ \frac{\partial Z_{atama}}{\partial h_q^{vw}(l)} &= \sum_k \sum_{rs} \sum_p \frac{\partial h_p^{rs}(k)}{\partial h_q^{vw}(l)} \partial c_p^{rs}(l) + \frac{\partial c_p^{rs}(k)}{\partial h_q^{vw}(l)} \partial h_p^{rs}(k) \\ \frac{\partial Z_{atama}}{\partial h_q^{vw}(l)} &= \partial c_q^{vw}(l) \end{aligned}$$

Bağıntıda, $\partial c_q^{vw}(l)$, marjinal rota maliyetlerini göstermektedir. Bu sonuçla birlikte birleştirilmiş trafik kontrol - atama algoritması bulunmuş olur.

4.5 Sonuçlar

Bu bölümde oyun teorisi yaklaşımı ile trafik kontrol ve atama problemlerinin analitik çözüm metodları verilmiştir. Öncelikle dinamik durumlarda kullanılan yöntem olan konveks kombinasyon yöntemi formülize edilmiştir.

Konveks kombinasyon yöntemi daha sonra trafik atama ve trafik kontrol problemlerine ayrı ayrı uyarlanarak gerekli optimizasyonlarla ilgili bağıntılar çıkarılmış, problem çözümleri adımlar halinde gösterilmiştir.

Birleştirilmiş trafik kontrol ve atama problemi için konveks kombinasyon yöntemi algoritması adımlar halinde verilmiş, Cournot, Stackelberg ve Monopoli oyunları ile örneklemeler yapılmıştır.

BEŞİNCİ BÖLÜM

UYGULAMA

5.1 Uygulama

Bu bölümde doğrusal programlama yöntemi ile bir ulaşım ağının ağ performans güvenilirliği ölçümüne yer verilecektir.

Oyun teorisi ve ağ güvenilirliği yaklaşımları ile şu ana kadar açıklaması, formülasyonu ve çözüm algoritmaları verilen çalışma için kuramsal bir ulaşım ağı örneği üzerindeki performans test edilecektir.

Ağda hat seçme ve senaryo olasılıkları ve beklenen yolculuk süresi yakınsamaları doğrusal programlama ile hesaplanarak sonuçlar grafiksel gösterimler üzerinde irdelenecektir.

5.2 Ağ Performans Güvenirliği Ölçümü

Uygulamada, oyun, beklenen yolculuk maliyetini en aza indirgeyecek rotayı arayan ağ kullanıcısı ile hat maliyetlerini yükselterek kullanıcıların beklenen yolculuk maliyetlerini artırmayı amaçlayan şeytan arasında kurgulanacaktır. Oyun, iki oyunculu ve oyuncuların birbirine yardım etmediği, toplamda sıfır kazançlı bir oyundur.

Uygulamada, önceki bölümlerde ağ güvenilirliği konusunda açıklanan maksimin problemi bağıntıları kullanılarak hat seçme ve senaryo olasılıkları ve beklenen yolculuk maliyeti değerleri hesaplanmış ve grafiklerle açıklanmıştır.

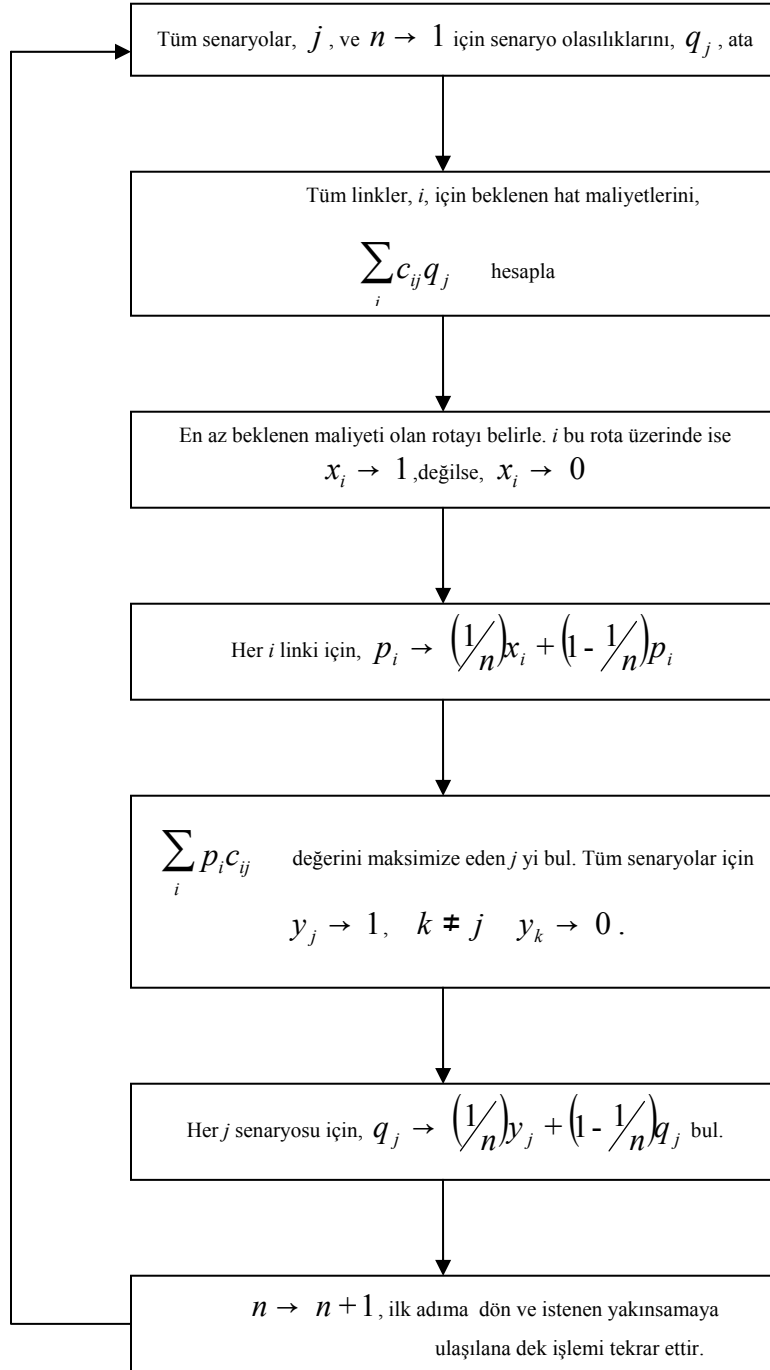
Yapılan iterasyonlarda ardışık ortalamalar yöntemi kullanılarak yakınsama boyutları sınırlanmıştır. Öncelikle, ilk senaryo olasılıkları q_j , atanır. Daha sonra beklenen hat maliyetleri hesaplanır ve en düşük beklenen maliyeti olan hat seçilir. Burada x_i tanımlamasıyla bir yardımcı değişken kümesi kullanılır. Eğer i linki en düşük beklenen maliyetli rotada ise, $x_i = 1$, değilse $x_i = 0$ atanır. Yardımcı değişkenler ardışık ortalamalar yöntemi kullanılarak hat seçim oranını güncellemeye yarar. Daha sonra, en yüksek beklenen maliyetli senaryo seçilir. Burada diğer yardımcı değişkenler kümesi, y_k , devreye girer. Eğer k senaryosu en yüksek beklenen maliyeti veriyorsa $y_k = 1$, değilse, $y_k = 0$ olur. y_k yardımcı değişkenleri ardışık ortalamalar yöntemi kullanılarak senaryo olasılıklarını güncellemeye yarar. Beklenen hat maliyetleri tekrar hesaplanır ve istenen yakınsamaya ulaşılan dek işlem tekrar tekrar gerçekleşir.

Örnek uygulama çözümü akış şeması Şekil 5.1’de verilmiştir.

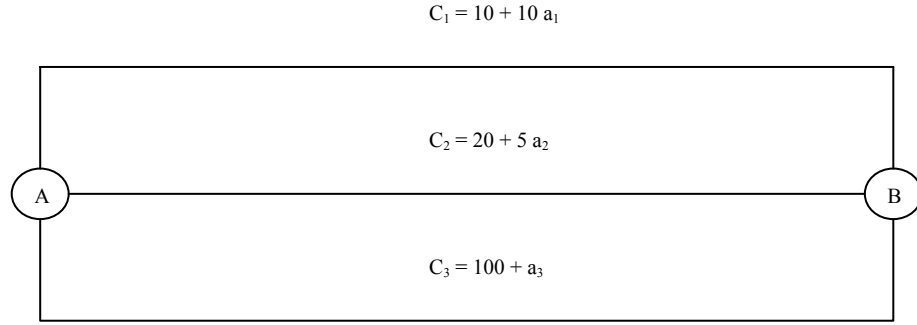
Şekil 5.2’de örnek ulaşım ağı 3 link, bir adet başlangıç bitiş çifti ve trafik yüküne bağlı maliyet fonksiyonlarından oluşmaktadır. Şekildeki ulaşım ağında A düğümünden B düğümüne gidebilmek için üç ayrı seçenek vardır. Üç hattın maliyeti de akımlara bağlı formüllerle şekil üzerinde belirtilmiştir. A düğümünden B düğümüne talep 100 birim olarak belirlenmiştir. Ağ üzerinde üç adet senaryo öngörülmüştür:

Senaryo 1	: $a_1 = 10$	$a_2 = 20$	$a_3 = 70$
Senaryo 2	: $a_1 = 50$	$a_2 = 20$	$a_3 = 30$
Senaryo 3	: $a_1 = 40$	$a_2 = 50$	$a_3 = 10$

Ardışık ortalamalar yöntemi ile denge durumundaki senaryo olasılıklarını, q_1, q_2, q_3 , hat seçme olasılıklarını p_1, p_2, p_3 ve beklenen yolculuk maliyetlerininin, C , hesabı aşağıda verilmiştir.



Şekil 5.1: Uygulama çözümü akış şeması



Şekil 5.2: Örnek ulaşım ağı

Örnekte istenen tüm değerler iterasyonlar sonucu, başka bir deyişle oyun defalarca oynandığında belli değerlere yakınsayacaklardır. İterasyon sayısı ne kadar fazla olursa sonucun o kadar gerçekçi olacağı söylenebilir. Çözümde öncelikle 5 iterasyon el ile çözülmüştür. 5 iterasyonda yakınsamaya ulaşamadığı için çözüme qbasic programıyla yapılan 500 iterasyon sonucunda ulaşılmıştır.

$$n = 1$$

$$p_1 = 0 \quad p_2 = 0 \quad p_3 = 0$$

$$q_1 = 1 \quad q_2 = 0 \quad q_3 = 0$$

$$C_{\min} = \sum_j c_{ij} q_j \rightarrow c_1 = 110 \quad c_2 = 120 \quad c_3 = 170 \rightarrow x_1 = 1 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 0$$

$$p = \frac{1}{n} * x + \left(1 - \frac{1}{n}\right) * p$$

$$p_1 = \frac{1}{1} * 1 + \left(1 - \frac{1}{1}\right) * 0 = 1$$

$$p_2 = \frac{1}{1} * 0 + \left(1 - \frac{1}{1}\right) * 0 = 0 \quad p_1 = 1 \quad p_2 = 0 \quad p_3 = 0$$

$$p_3 = \frac{1}{1} * 0 + \left(1 - \frac{1}{1}\right) * 0 = 0$$

$$C_{\max} = \sum_j p_j c_{ij} \rightarrow c_1 = 110 \quad c_2 = 510 \quad c_3 = 410 \rightarrow y_1 = 0 \quad y_2 = 1 \quad y_3 = 0$$

$$q = \frac{1}{n} * y + \left(1 - \frac{1}{n}\right) * q$$

$$q_1 = \frac{1}{1} * 0 + \left(1 - \frac{1}{1}\right) * 1 = 0$$

$$q_2 = \frac{1}{1} * 1 + \left(1 - \frac{1}{1}\right) * 0 = 1 \quad q_1 = 0 \quad q_2 = 1 \quad q_3 = 0$$

$$q_3 = \frac{1}{1} * 0 + \left(1 - \frac{1}{1}\right) * 0 = 0$$

$$C = \sum_{ij} p_i c_{ij} q_j \rightarrow C = 510 \text{ birim}$$

$$n = 2$$

$$p_1 = 1 \quad p_2 = 0 \quad p_3 = 0$$

$$q_1 = 0 \quad q_2 = 1 \quad q_3 = 0$$

$$C_{\min} = \sum_j c_{ij} q_j \rightarrow c_1 = 510 \quad c_2 = 120 \quad c_3 = 130 \rightarrow x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 0$$

$$p = \frac{1}{n} * x + \left(1 - \frac{1}{n}\right) * p$$

$$p_1 = \frac{1}{2} * 0 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) * 1 = \frac{1}{2}$$

$$p_2 = \frac{1}{2} * 1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) * 0 = \frac{1}{2} \quad p_1 = \frac{1}{2} \quad p_2 = \frac{1}{2} \quad p_3 = 0$$

$$p_3 = \frac{1}{2} * 0 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) * 0 = 0$$

$$C_{\max} = \sum_i p_i c_{ij} \rightarrow c_1 = 115 \quad c_2 = 315 \quad c_3 = 340 \rightarrow y_1 = 0 \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 1$$

$$q = \frac{1}{n} * y + \left(1 - \frac{1}{n}\right) * q$$

$$q_1 = \frac{1}{2} * 0 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) * 0 = 0$$

$$q_2 = \frac{1}{2} * 0 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) * 1 = \frac{1}{2} \quad q_1 = 0 \quad q_2 = \frac{1}{2} \quad q_3 = \frac{1}{2}$$

$$q_3 = \frac{1}{2} * 1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) * 0 = \frac{1}{2}$$

$$C = \sum_{ij} p_i c_{ij} q_j \rightarrow C = 317,5 \text{ birim}$$

$$n = 3$$

$$p_1 = \frac{1}{2} \quad p_2 = \frac{1}{2} \quad p_3 = 0$$

$$q_1 = 0 \quad q_2 = \frac{1}{2} \quad q_3 = \frac{1}{2}$$

$$C_{\min} = \sum_j c_{ij} q_j \rightarrow c_1 = 460 \quad c_2 = 195 \quad c_3 = 120 \rightarrow x_1 = 0 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 1$$

$$p = \frac{1}{n} * x + \left(1 - \frac{1}{n}\right) * p$$

$$p_1 = \frac{1}{3} * 0 + \left(1 - \frac{1}{3}\right) * \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$p_2 = \frac{1}{3} * 0 + \left(1 - \frac{1}{3}\right) * \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \quad p_1 = \frac{1}{3} \quad p_2 = \frac{1}{3} \quad p_3 = \frac{1}{3}$$

$$p_3 = \frac{1}{3} * 1 + \left(1 - \frac{1}{3}\right) * 0 = \frac{1}{3}$$

$$C_{\max} = \sum_i p_i c_{ij} \rightarrow c_1 = 133,3 \quad c_2 = 253,3 \quad c_3 = 263,3 \rightarrow y_1 = 0 \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 1$$

$$q = \frac{1}{n} * y + \left(1 - \frac{1}{n}\right) * q$$

$$q_1 = \frac{1}{3} * 0 + \left(1 - \frac{1}{3}\right) * 0 = 0$$

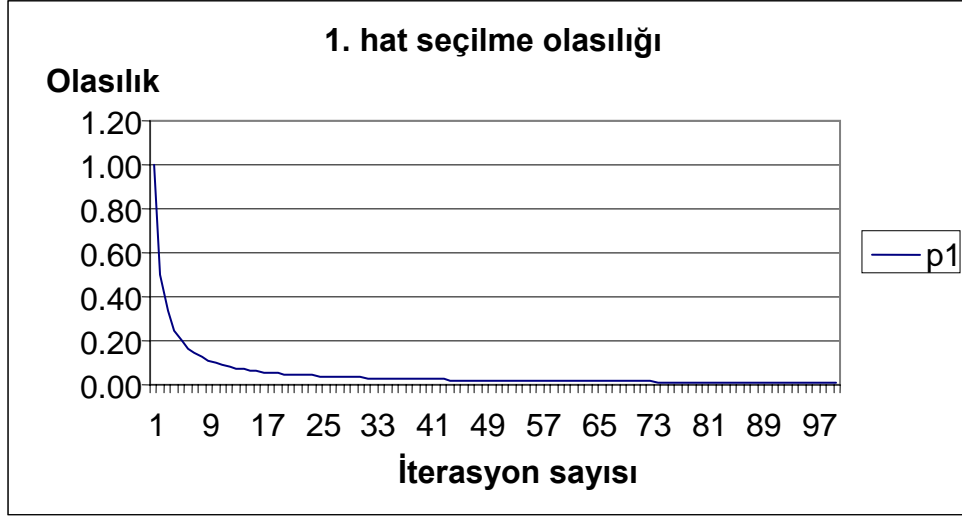
$$q_2 = \frac{1}{3} * 0 + \left(1 - \frac{1}{3}\right) * \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \quad q_1 = 0 \quad q_2 = \frac{1}{3} \quad q_3 = \frac{2}{3}$$

$$q_3 = \frac{1}{3} * 1 + \left(1 - \frac{1}{3}\right) * \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$$

$$C = \sum_{ij} p_i c_{ij} q_j \rightarrow C = 260 \text{ birim}$$

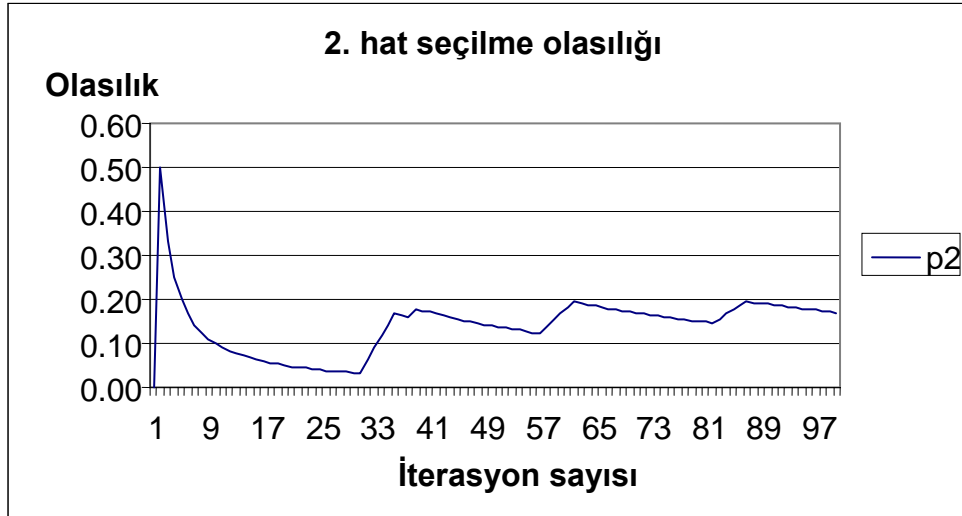
Verilerin değişimleri Şekil 5.3'te ilk 100 iterasyon için verilmiştir. Yakınsamalar grafikler üzerinde kolaylıkla görülebilir.

Şekil 5.3'ten de görüldüğü üzere 1. hattın seçilme olasılığı ilk 5 iterasyonda 1'e yakınken 100 iterasyonun sonunda sıfıra doğru yaklaşmaktadır. 500 iterasyonun sonucunda 1. hattın seçilme olasılığı 0.002'ye yakınsamıştır



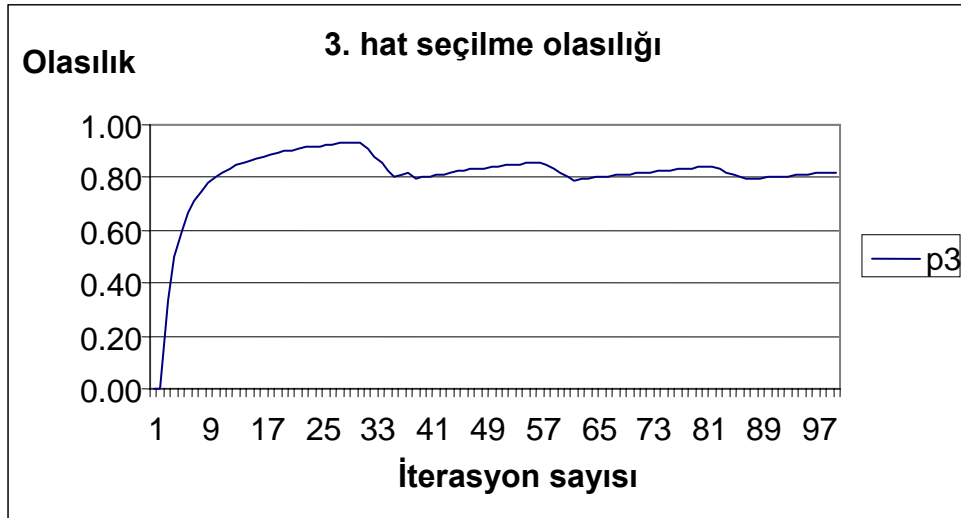
Şekil 5.3: 1. hattın seçilme olasılığı değişimi

Şekil 5.4'te ise 2 hattın seçilme olasılıkları verilmiştir. 2. hattın seçilme olasılığı eğrisi ilk 100 iterasyonda dalgalı seyretmiştir. Ancak 500 iterasyon sonucunda yakınsanan değer 0.196 dır.



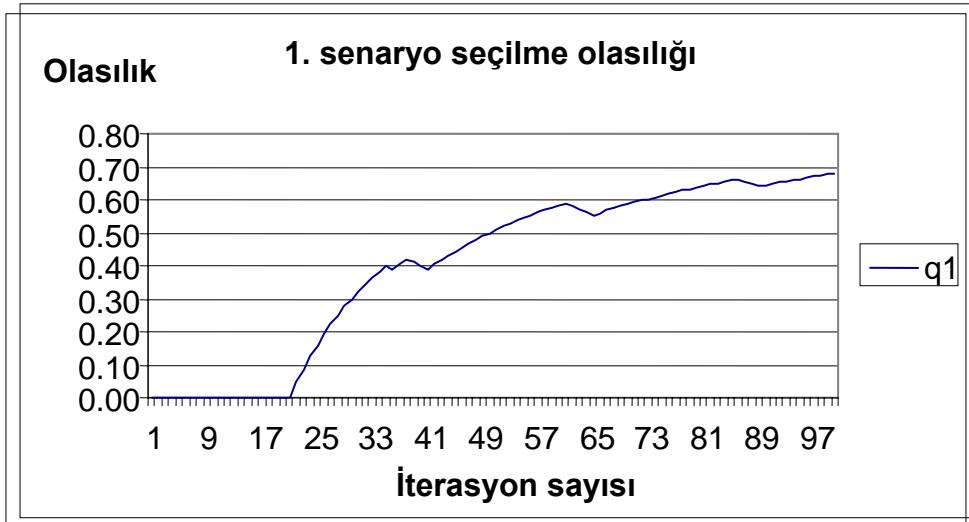
Şekil 5.4: 2. hattın seçilme olasılığı değişimi

Şekil 5.5'te ise 3. hattın seçilme olasılıklarını vermektedir. 3. hat, seçilme olasılığı en yüksek olan hat olarak karşımıza çıkmaktadır. 500 iterasyon sonunda 3. hattın seçilme olasılığı 0.80'e yakınsamaktadır.



Şekil 5.5: 3. hattın seçilme olasılığı değişimi

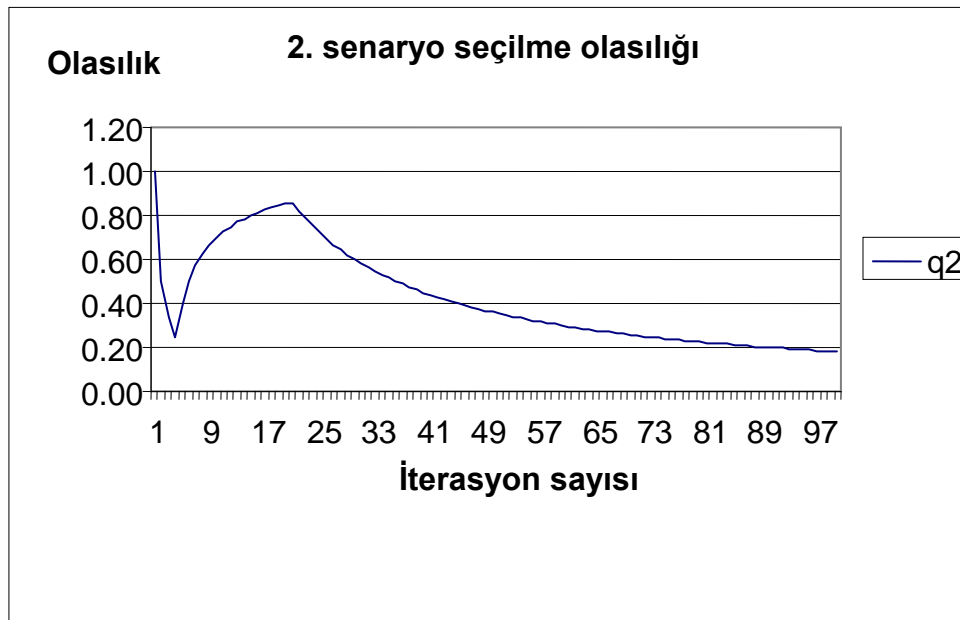
Şekil 5.6. 1. senaryonun seçilme olasılığını göstermektedir.



Şekil 5.6: 1. senaryonun seçilme olasılığı değişimi

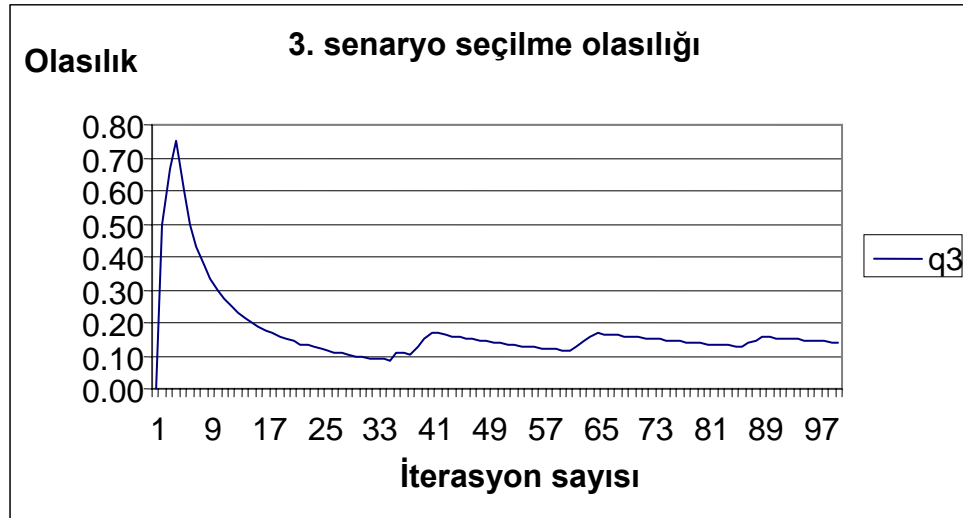
1. senaryonun seçilme olasılığı 20. iterasyondan sonra bir artış göstermektedir. Yakınsama ilk 100 iterasyonda görülememektedir. Ancak 500 iterasyonun sonunda 1. senaryonun seçilme olasılığı 0.80 e yakınsar.

Şekil 5.7 2. senaryonun seçilme olasılığını göstermektedir. 2. senaryonun seçilme olasılığı 20. iterasyondan sonra bir azalış eğilimi göstermektedir. 500 iterasyonun sonunda yakınsama 0.038 dolayındadır.



Şekil 5.7: 2. senaryonun seçilme olasılığı değişimi

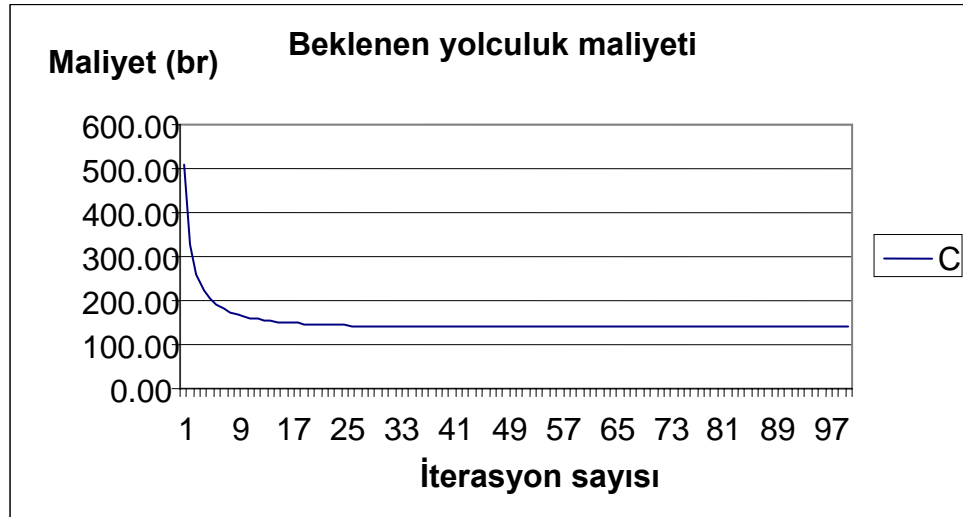
Şekil 5.8 3. senaryonun seçilme olasılığını göstermektedir.



Şekil 5.8: 3. senaryonun seçilme olasılığı değişimi

3. senaryonun gerçekleşme olasılığı 90. iterasyondan sonra durağan bir seyir izlemekte ve 500 iterasyonun sonunda 0.164 değerine yakınsamaktadır.

Şekil 5.9'de ise toplam ulaşım ağı için beklenen yolculuk maliyetini göstermektedir.



Şekil 5.9: Beklenen yolculuk süresi maliyeti değişimi

Beklenen yolculuk maliyeti ise ilk 10 iterasyon boyunca 500 birimden 150 birime doğru büyük ivmeli bir azalış izlemiş, 30. iterasyondan sonra denge durumuna gelmiştir. Beklenen yolculuk maliyeti 143.15 birime yakınsamaktadır.

5.3 Sonuçlar

Bu bölümde, 3 hatlı ve 2 düğümlü bir ulaşım ağının performans güvenilirliği test edilmiştir. Ulaşım ağı 500 denemeye tabi tutulmuş ve önceden atanan senaryo akımları ve hat kullanımları olasılıkları ve beklenen yolculuk maliyeti aşağıdaki gibi bulunmuştur:

1. Hattın seçilme olasılığı = 0.002
 2. Hattın seçilme olasılığı = 0.196
 3. Hattın seçilme olasılığı = 0.802
 1. Senaryo gerçekleşme olasılığı = 0.800
 2. Senaryo gerçekleşme olasılığı = 0.036
 3. Senaryo gerçekleşme olasılığı = 0.164
- Beklenen yolculuk maliyeti = 143.150 birim.

Sonuçlardan açıkça görülmektedir ki 3. hat kullanıcılara daha ekonomik gelmektedir. Başlangıçtan bitime olan 100 birimlik talep ele alındığında 3. hattın maliyet fonksiyonundan, hattın diğerlerine göre daha ekonomik olduğu fark edilmektedir. Dolayısıyla 3. hattın daha çok kullanımını öngören 1. senaryonun gerçekleşme olasılığının diğerlerine göre daha yüksek oluşu göze çarpmaktadır.

Kullanıcılar ilk 100 denemeye kadar stratejilerini kabaca ortaya koymuşlardır. Ancak Wardrop Dengesi'nin de açıkladığı gibi dengeye ulaşıldığında, bir başka deyişle olasılıklar yakınsama noktalarına ulaştığında, kullanıcılar stratejilerini değiştirerek yolculuk maliyetlerini aza indirmeye şanslarını yitirmişlerdir. Dengeye ulaşana dek gerçekleşen değişimler sonucu beklenen yolculuk maliyeti 143.150 birimde sabitlenmiştir.

ALTINCI BÖLÜM SONUÇLAR VE ÖNERİLER

6.1 Sonuçlar

Önceki çalışmalar bölümünde trafik atama, trafik kontrol, birleştirilmiş trafik atama ve kontrol konuları oyun teorisinde klasikleşen bazı oyun örnekleri ile açıklanmıştır. Trafik kontrol ve trafik atama sorunlarına dair yapılan önceki çalışmalar özetlenerek oyun teorisinin uygulama şekilleri ve uygulama alanları anlatılmıştır.

Oyun teorisi yaklaşımı ile ağ güvenilirlik kavramı Bell ve Iida (1997)'nin çalışmasındaki örnek ağ ile ele alınmıştır. Örnek ağ, farklı durumlara göre ardışık ortalamalar yöntemi ile çözülmüş, beklenen yolculuk maliyeti, hat seçme olasılıkları ve senaryo olasılıkları bulunarak grafiklerle gösterilmiştir.

Oyun teorisi ve uygulamaları bölümünde oyun teorisi genel anlamda tanımlanarak, tarihi ve uygulama alanlarından bahsedilmiştir. Oyun türleri hakkında bilgiler verilmiş, oyunlar, farklı kriterlere göre sınıflandırılmıştır. Oyunlar tanımlandıktan sonra kazanç matrislerinin oluşturulması üzerinde durulmuş oyun çözümlerinde Nash Dengesi kavramı açıklanmıştır.

Bazı örnek çözümlerinde kazanç matrisleri üzerinde minimaks ve maksimin değerlerinin çözüme etkisi açıklanmış, bu değerlerin kesişimi olan çökme noktası ve kararlı çözüm durumu hakkında bilgi verilmiş, kararsız çözümlerle karşılaşıldığında kullanılan karma stratejiler yöntemi ile beklenen kazancın hesaplanmasına değinilmiştir.

Çözüm algoritmaları bölümünde oyun teorisi yaklaşımı ile trafik kontrol ve atama problemlerinin analitik çözüm metotları verilmiştir. Dinamik durumlar için kullanılan konveks kombinasyon yöntemine ilişkin tanımlamalar yapıldıktan sonra, yöntem, trafik

atama ve trafik kontrol problemlerine ayrı ayrı uyarlanarak problem çözümleri adımlar halinde gösterilmiştir.

Birleştirilmiş trafik kontrol ve atama problemi için konveks kombinasyon yöntemi çözümü uygulanmış, Cournot, Stackelberg ve Monopoli oyunları ile örneklemeler yapılmıştır.

Uygulama bölümünde ise 3 hatlı ve 2 düğümlü bir ulaşım ağının performans güvenilirliği test edilmiştir. Ulaşım ağı 500 denemeye tabi tutulmuş ve önceden atanan senaryo akımları ve hat kullanımları olasılıkları ve beklenen yolculuk maliyeti hesaplanmıştır. Bulunan sonuçlar yorumlanmış ve grafiklerde görülen eğilimler irdelenmiştir.

Hat performansları için sıklık dağılımları gerekmediğinden, işlem parametrelere dayanmayan bir mantıkta gerçekleşir. Bunun yerine, bir ağ kullanıcısı ile şeytan arasında hipoteze dayalı, iki oyunculu bir oyunla çözüme gidilmektedir. Oyunda ağ kullanıcısı, hangi hat maliyetleri ile karşılaşacağını bilmemekte, şeytan ise kullanıcıların hangi rotaları seçeceğini kestirememektedir. Nash dengesinde, kullanıcı rota seçimlerini değiştirerek beklenen yolculuk maliyetini azaltamayacak, diğer taraftan şeytan ise senaryo olasılıklarını değiştirerek beklenen yolculuk maliyetini artıramayacaktır. Oyun sonucunda bulunan beklenen yolculuk maliyeti, ağ performansı hakkında önemli bir veri oluşturur.

Çalışmada verilen örneklerde, birbirinden bağımsız olarak başarısız olabilen hatlara normal durum ve başarısızlık durumu adları altında iki farklı maliyet atanmıştır. Felaket durumlarında hatlar bir arada başarısızlığa uğrayabilmektedir. Bu durum aynı zamanda bir hattaki tıkanıklığın başka hatlara etkimesi şeklinde de görülebilir. Birlikte tıkanma durumları, farklı türde oyunlarda şeytanın ek senaryolarında bulunabilir.

Sorun, hat seçme olasılıklarının ve hat tabanlı senaryo olasılıklarını değişken olduğu bir doğrusal programlama ile çözülmüştür. Ancak bu çözüm geniş ağlarda geçerliliğini yitiren

bir rota sıralaması gerektirmektedir. Rota seçme olasılıkları yerine hat seçme olasılıkları kullanılarak ve bu değişkenlere olasılık koruma kısıtları atanarak rota sınırlamasından sakınılabılır. Bir seçenek olarak AOY tabanlı basit bir iterasyon şeması önerilir. Bu yöntemle rotalar üretilir ve saklanır. Yakınsama, beklenen yolculuk maliyeti için hızlı olmasına rağmen, hat seçme ve senaryo olasılıkları için yavaş olur. Sonuçta sorunu çözmeye çalışan kişi için önemli olan beklenen yolculuk maliyeti olacaktır.

Karamsar kullanıcılar için beklenen yolculuk maliyetinin, ağ tasarımında ağ güvenilirliği konusunda önemli bir kıstas olduğu savunulmaktadır. Bu kıstas zemininde farklı ağ tasarımları karşılaştırılabilir. Ağ tasarımı ağ geometrisi ile birlikte hat özelliklerini de etkileyecektir. Çalışmada kullanılan yöntem aracılığıyla, bir ağa tıkanıklık durumunda en çok etki edebilecek hat bulunabilir. Şekil-2.1.'deki tasarımda, 1, 3, 10 ve 12 hatlarında başarısızlık maliyetleri düşürüldüğünde ağ güvenilirliği artacaktır, ancak, diğer hatlarda yapılacak bir başarısızlık maliyeti azalması ağ güvenilirliğini etkilemeyecektir çünkü Nash dengesinde başarısızlık maliyetleri sıfırla eşleşir.

6.2 Öneriler

Bu alışmada ağ güvenilirliği kavramı oyun teorisi kullanılarak AOY ile çözülmüştür. Fakat çözümler algoritmasının karmaşık sistemler için ve değişken akımlar için test edilmesi gereklidir.

Seçilen örnekler çalışma kapsamı için uygun olmakta fakat gerçek uygulamalar için daha kapsamlı örnek incelenmelidir.

Özellikle kent içi ulaşımda belirlenebilecek pilot ağlarda, daha fazla ağ parametresinin hesaba katılmasıyla oyun teorisi uygulamaları yeni çözümler üretebilecektir.

KAYNAKLAR

Asakura, Y. "Reliability measures of an origin and destination pair in a deteriorated road network with variable flow". In: Bell, M.G.H. (Ed.), *Transportation Networks: Recent Methodological Advances*. Pergamon Press, Oxford, 1996.

Asakura, Y. Kashiwadani, M. "Road network reliability caused by daily fluctuation of traffic flow". In: *Proceedings of the 19th PTRC Summer Annual Meeting in Brighton, Seminar G*, pp. 73-84, 1991.

Asakura, Y., Kashiwadani, M. "Traffic assignment in a road network with degraded links by natural disasters". *Journal of the Eastern Asia for Transport Studies*, 1 (3), 1135-1152, 1995.

Aslan, H. "A Game Theoretic Approach for the Solution of Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): An application to the Transportation of Hazardous Materials". Universities' Transport Study Group, UTSG, Napier University, Glasgow, İskoçya, 2002.

Bell, M.G.H. 2000. "A game theory approach to measuring the performance reliability of transport networks". *Transportation Research*, **B34**, 533-545.

Bell, M.G.H. and Iida, Y. *Transportation Network Analysis*. John Wiley and Sons, Chichester, UK, 1997.

Ceylan, H. *A Genetic Algorithm Approach to the Equilibrium Network Design Problem*. PhD Thesis, University of Newcastle upon Tyne, UK, 2002.

Du, Z.P., Nicholson, A.J. Degradable transportation systems: sensitivity and reliability analysis. *Transportation Research B* 31 (3), 225-237, 1997.

Fudenberg D. ve Tirole J. *Game Theory*, Massachusetts, MIT Press, 1991.

HCM, Highway Capacity Manual. TRB Special Report, Transportation Research Board, National Research Council, Washington D.C., USA, 2000.

Hillier, F.S. ve Lieberman, G.J. *Introduction to Operations Research*. McGraw-Hill, New York, 1990.

Iida, Y., Wakabayashi, H. An approximation method of terminal reliability of road network using partial minimal path and cut set. In: Proceedings of the Fifth World Conference, vol. IV. Yokohama, Japan, pp. 367-380, 1989.

Sheffi, Y. *Urban Transportation networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods*. MIT. Prentice-Hall, Inc. New Jersey, 1985.

Villiger, R. *Game Theory and Traffic Control*. Department of Mathematics, EPA, Ecole Polytechnique Federale De Lausanne, 2000.

Wardrop, J.G. Some theoretical aspects of road research. *Proc. Inst. Civ. Engineers (Part II)*, **1**(2), 325-362, 1952.