

**BİR İKİLİ KUANTUM ÇUKURUNDA ÇİFT VE TEK  
ELEKTROMANYETİK MODLARIN İNCELENMESİ**

**Pamukkale Üniversitesi**

**Fen Bilimleri Enstitüsü**

**Yüksek Lisans Tezi**

**Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Mehmet ÜNAL**

**Danışman: Prof. Dr. Mustafa TEMİZ**

**Haziran 2008**

**DENİZLİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ ONAY FORMU**

Mehmet ÜNAL tarafından Prof. Dr. Mustafa TEMİZ yönetiminde hazırlanan “**Bir İkili Kuantum Çukurunda Çift ve Tek Elektromanyetik Modların İncelenmesi**” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.



Prof. Dr. Mustafa TEMİZ  
Jüri Başkanı (Danışman)



Prof. Dr. Veysel KUZUCU  
Jüri Üyesi



Yrd. Doç. Dr. Aydın KIZILKAYA  
Jüri Üyesi

Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun  
...../...../..... tarih ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

**Prof. Dr. Mehmet Ali SARIGÖL**  
Müdür

## TEŞEKKÜR

Tez çalışmam süresince gerek bilimsel katkıları ve gerekse manevi yardımları ile desteğini esirgemeyen, tez danışmanım ve değerli hocam Prof. Dr. Mustafa TEMİZ'e, tez konumu yakından ilgilendiren yüksek lisans derslerini aldığım hocalarım Prof. Dr. Veysel KUZUCU'ya, Prof. Dr. Nuri KOLSUZ'a ve yönlendirici bilgilerinden yararlandığım Uzman Özgür Önder KARAKILINÇ'a teşekkürlerimi sunuyorum.

Yüksek lisans ve lisans öğrenimimde kendilerinden birçok ders almış olduğum, ders dışında da engin bilgilerinden faydalandığım değerli hocalarım Yrd. Doç. Dr. Abdullah T. TOLA'ya, Yrd. Doç. Dr. Ahmet ÖZEK'e, Doç. Dr. Ceyhun KARPUZ'a, Doç. Dr. Serdar İPLİKÇİ'ye, Yrd. Doç. Dr. Selim BÖREKÇİ'ye, Doç. Dr. B. Sami SAZAK'a teşekkürlerimi bir borç biliyorum.

Çalışmalarım esnasında göstermiş oldukları sabır, anlayışa ve manevi destekleri için aileme ayrıca burada ismini yazamadığım birçok hocama ve arkadaşşıma çok teşekkür ediyorum.

Bu tezin tasarımı, hazırlanması, yürütülmesi, araştırmalarının yapılması ve bulgularının analizlerinde bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini; bu çalışmanın doğrudan birincil ürünü olmayan bulguların, verilerin ve materyallerin bilimsel etiğe uygun olarak kaynak gösterildiğini ve alıntı yapılan çalışmalara atfedildiğini beyan ederim.

İmza:

Öğrenci Adı Soyadı: Mehmet ÜNAL

## ÖZET

### BİR İKİLİ KUANTUM ÇUKURUNDA ÇİFT VE TEK ELEKTROMANYETİK MODLARIN İNCELENMESİ

Ünal, Mehmet

Yüksek Lisans Tezi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği ABD

Tez Yöneticisi: Prof. Dr. Mustafa TEMİZ

Haziran 2008, 96 Sayfa

Bu çalışmada yarıiletken adım-kırılma indisli ikili simetrik dalga kılavuzları ve özellikle yarıiletken kuantum çukurlu lazerlerin temel esasları incelenmiştir. Yarıiletken adım-kırılma indisli dalga kılavuzlarında aktif bölge genişliği  $2a$ 'nın  $50-100 \text{ \AA}$  aralığında olması halinde dalga kılavuzunun kuantum çukuru adımı aldığı bilinmektedir. Yarıiletken adım-kırılma indisli kuantum çukurları, yarıiletken kuantum çukurlu lazerleri oluşturan temel yapılardan biridir. Araştırmada nümerik değerler ve grafiksel çözümler için Matlab Programı kullanılmıştır.

Kuantum çukurlarında hapsedilen ve birer yük taşıyıcıları olan elektron ve delikler ile ışık birer elektromanyetik dalga özelliklerine sahiptirler. Bu nedenle Bölüm I'de ilk önce elektromanyetik dalga teorisinin temel kavramları ele alınmış, Maxwell Denklemleri hatırlatılmıştır. Hemen ardından düzlem elektromanyetik dalgayı tanımlayan önemli bilgiler verilmiştir.

Dalga hareketi yarıiletken dalga kılavuzlarının aktif bölgesinde gerçekleşir. İlk önce tekli yarıiletken dalga kılavuzu üzerinde çalışmalar yapılmıştır. Tekli yarıiletken dalga kılavuzunun bölgelerindeki kırılma indisleri, yayılım sabitleri, taşıyıcıların enerji özdeğerlerinin parametrik koordinatları gibi önemli yapısal parametreler ele alınmış, bölgelerdeki elektrik alan dalgalarının değişimleri çizilmiştir.

Bölüm III'te tekli simetrik yarıiletken dalga kılavuzlarında elektron ve deliklerin hareketini karakterize eden elektrik alan dalgalarının bölgelerdeki ilerlemeleriyle yansıma ve geçiş katsayıları incelenmiştir. Bu katsayılar, dört bilinmeyenli dört denklemin oluşturduğu sistemin çözümünden elde edilmiştir.  $A$ ,  $Y$ ,  $r$ ,  $t$  katsayıları, taşıyıcıların enerji özdeğerlerinin  $\eta$ ,  $\zeta$  parametrik koordinatlarına bağlıdır. Tekli simetrik dalga kılavuzunda rezonans durumunda da yansıma ve geçiş katsayıları ayrıca elde edilmiştir. Kuantum akımları da yine  $\eta$ ,  $\zeta$  cinsinden elde edilmiştir.

Bölüm IV'te tekli dalga kılavuzu ile ilgili yapılan çalışmalardan sonra ikili dalga kılavuzuna geçilmiştir. Bu kılavuzun bölgelerindeki yayılım sabitleri ile elektrik ve manyetik alan bileşenleri elde edilmiş, ayrıca bu alanların değişimi grafiksel olarak incelenmiştir. Simetrik adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzunun tekli eşdeğeri oluşturulmuştur. Eşdeğer normalize frekans, eşdeğer normalize yayılım sabiti, eşdeğer çukur potansiyeli, aktif bölgenin eşdeğer kırılma indisi gibi önemli parametreler hesaplanmıştır. Eşdeğer dalga kılavuzu için TE modunda bölgelerindeki elektrik ve manyetik alanlarının değişimleri çizilmiştir. İkili dalga kılavuzu ile onun tekli eşdeğeri için iki tablo hazırlanmıştır. Bu tablolarda empedans ve Poynting vektörünün maksimum yoğunluğu gibi önemli büyüklükler, nümerik olarak hesaplanmış ve iki kılavuz arasında bu büyüklükler bakımından karşılaştırmalar yapılmıştır. Sonuç olarak, basamak kırılma indisli dalga kılavuzunun aktif bölgesinin genişliği  $2a$  arttıkça, ilerleme yönünde transfer edilen enerji azalmaktadır.

**Anahtar Kelimeler:** Normalize Yayılım Sabiti, Normalize Frekans, Eşdeğer Kırılma İndisi

Prof. Dr. Mustafa TEMİZ  
Prof. Dr. Veysel KUZUCU  
Yrd. Doç. Dr. Aydın KIZILKAYA

**ABSTRACT****THE STUDY OF EVEN AND ODD ELECTROMAGNETIC MODES ON A  
DOUBLE QUANTUM WELL**

Ünal, Mehmet

M. Sc. Thesis in Electrical&amp;Electronics Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Mustafa TEMİZ

June 2008, 96 Pages

**In this study, semiconductor double symmetric step-index waveguides and especially semiconductor quantum well lasers are examined. If thickness  $2a$  of active region for semiconductor step-index waveguides is 50-100 Å, then we know that waveguide is called quantum well. Semiconductor step-index quantum well is one of the basic structures which construct semiconductor quantum well lasers. In the research, Matlab Program is used for numerical values and graphical solutions.**

**Electrons and holes which are confined in quantum wells and charged carriers with light have electromagnetic wave properties. Thus, in Section I basic concepts of electromagnetic wave theory are presented, Maxwell Equations are reminded. Then, important knowledge which describes planar electromagnetic waves is given. Wave transaction occurs in the active region of semiconductor waveguides. Firstly semiconductor single waveguides are studied. Important structural parameters such as refractive indices, propagation constants, and parametric coordinates for energy eigenvalues of carriers in the regions of the semiconductor single waveguide are examined and the variations of electromagnetic field waves in the regions are plotted.**

**In Section III reflection and transmission coefficients of propagated electric field waves which describe transactions of electrons and holes in semiconductor single waveguides are examined. These coefficients are obtained from the solution of four equations. The coefficients A, Y, r, t are based on  $\eta$ - $\zeta$  parametric coordinates of energy eigenvalues of the carriers. In single symmetric waveguides, reflection and transmission coefficients are also obtained for the resonance condition. Furthermore, the quantum currents are obtained in terms of  $\eta$  and  $\zeta$ .**

**In Section IV double symmetric step-index waveguides are studied. The propagation constants, electric and magnetic field components in the regions of this waveguide are obtained and also the variations of these fields are examined graphically. Single equivalent model of double symmetric step-index waveguide is**

constructed. Important parameters such as equivalent normalized frequency, equivalent normalized propagation constant, equivalent barrier potential, equivalent index of the active region are calculated. In TE mode, the variations of electric and magnetic fields in the regions for equivalent waveguide are plotted. Two tables are prepared for double waveguide and its equivalent. Important quantities such as impedance and maximum density of Poynting Vector are calculated numerically and two waveguides are compared with these properties. Consequently, the width  $2a$  of the active region for step-index wave guide larger is, transferred energy in travel direction smaller is.

**Keywords:** Normalized Propagation Constant, Normalized Frequency, Equivalent Index

Prof. Dr. Mustafa TEMİZ  
Prof. Dr. Veysel KUZUCU  
Asst. Prof. Dr. Aydın KIZILKAYA



## İÇİNDEKİLER

	Sayfa
Yüksek Lisans Tezi Onay Formu .....	ii
Teşekkür.....	iii
Bilimsel Etik Sayfası .....	iv
Özet.....	v
Abstract .....	vii
İçindekiler.....	ix
Şekiller Dizini.....	x
Tablolar Dizini.....	xii
Simge ve Kısaltmalar Dizini .....	xiii
1. GİRİŞ .....	1
1.1 Elektromanyetik Alanlar ve Dalgalara İlişkin Temel Kavramlar ve Tanımlar.....	1
1.1.1 Maxwell denklemleri .....	1
1.1.2 Bir boyutlu dalga denkleminin çözümü.....	7
1.1.3 Düzlem elektromanyetik dalga.....	9
1.2 Alfa Metodu.....	13
1.3 Tezin Amacı ve Önemi.....	13
2. YARIİLETKEN DİKDÖRTGEN KESİTLİ DALGA KILAVUZU.....	15
2.1 TE Modunda Aktif Bölge ve Gömlek Bölgelerindeki Elektrik Alan İfadeleri	19
2.2 Normalize Yayılım Sabitinin Hesaplanması.....	22
3. TEKLİ YARIİLETKEN DALGA KILAVUZUNUN ANALİTİK ÇÖZÜMÜ .....	23
3.1 Tekli Dalga Kılavuzunda Elektrik Alan Dalgası .....	23
3.2 Tek Kuantum Çukurunda Rezonans Şartı .....	28
3.3 Aktif Bölgedeki Elektrik Alanının Hesaplanması .....	33
3.4 Kuantum Akımlarının Hesaplanması .....	34
4. ADIM KIRILMA İNDİSLİ İKİLİ DALGA KILAVUZU.....	37
4.1 Asimetrik İkili Dalga Kılavuzu.....	37
4.2 Aktif ve Gömlek Bölgeleri İçin TE Moduna Ait Elektrik Alan Bileşenleri.....	40
4.3 Alanların Süreklilik Şartları.....	48
4.4 Efektif Kırılma İndisi ve Faz Hızı.....	51
4.5 Tek ve Çift Alanlardaki Süreklilik Şartları.....	52
4.6 Simetrik Adım Kırılma İndisli İkili Dalga Kılavuzunun Tekli Eşdeğeri.....	55
4.7 Adım Kırılma İndisli Eşdeğer Dalga Kılavuzuna ait Alan İfadeleri.....	58
4.8 Aktif ve Gömlek Bölgeleri için TE Modunda Manyetik Alan Bileşenleri.....	59
4.9 TE Modunda Aktif Bölgelerdeki Elektrik ve Manyetik Alanların Değişimleri.....	62
4.10 Adım Kırılma İndisli Eşdeğer Dalga Kılavuzunun Bölgelerindeki Manyetik Alan Bileşenleri.....	65
4.11 Adım Kırılma İndisli İkili Dalga Kılavuzu ile Onun Eşdeğeri Arasındaki Karşılaştırmadan Elde Edilen Sonuçlar.....	65
5. SONUÇ VE TARTIŞMA.....	66
5.1 Elde Edilen Sonuçlar.....	66
5.2 Tartışma.....	67
KAYNAKLAR .....	68
Ekler .....	72
Özgeçmiş.....	96

## ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
<b>Şekil 1.1</b> Dik kartezyen koordinat sisteminde y doğrultusundaki elektrik alan ve x doğrultusundaki manyetik alandan meydana gelen bir elektromanyetik dalganın z doğrultusunda v hızı ile yayılımı	11
<b>Şekil 1.2</b> Kağıt veya tahta düzleminden yayılma doğrultusuna dik kalacak şekilde bize doğru geldiği düşünülen düzlem elektromanyetik dalganın bir an için tarafımızdan görünüşü	12
<b>Şekil 2.1</b> (a) Adım kırılma indisli asimetrik üç bölge basit bir yarıiletken dalga kılavuzu, (b) Dalga kılavuzunun bölgelerinde kırılma indisli profili	17
<b>Şekil 2.2</b> İki eklemli bir yarıiletken dalga kılavuzu geometrisi ve enerji bant diyagramı, (a) AB ve GB (b) Enerji bant diyagramı	17
<b>Şekil 2.3</b> Yarıiletken planar çift farklı yapı dalga kılavuzlarında (lazerler) TE modunda çift ve tek fonksiyonlu alanlar için çizilmiş eğrilerde taşıyıcıların enerji öz noktaları	18
<b>Şekil 2.4</b> Bir STYDK'nun üç bölgesi ve bölgelerin yasak bantları, (a) Bölgeler, (b) Bölgelerin bir boyutlu potansiyel enerji, $V(x)$ , değişimleri	19
<b>Şekil 3.1</b> Soldan sağa doğru hareket eden elektronların STYDK bölgelerinde dalgalar cinsinden temsil edilmeleri	23
<b>Şekil 3.2</b> Soldan sağa doğru hareket eden elektronların elektrik alan dalgaları cinsinden bölgelerdeki temsili	24
<b>Şekil 3.3</b> Sağdan sola doğru hareket eden deliklerin elektrik alan dalgaları cinsinden bölgelerdeki temsili	26
<b>Şekil 3.4</b> Tek kuantum çukurunda III bölgesine geri yansıyan $r_2$ dalgasının olması durumu	32
<b>Şekil 4.1</b> Asimetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzunun bölgeleri	38
<b>Şekil 4.2</b> İkili asimetrik adım kırılma indisli dalga kılavuzunun b bölgesinin sağ ve sol kenarlarında bulunan aktif bölgeler	38
<b>Şekil 4.3</b> Asimetrik adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzu için iletim ve valans bandındaki bir boyutlu $V(x)$ potansiyel enerjisi	39
<b>Şekil 4.4</b> Birinci simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzunun bölgelerindeki elektrik alanlarının $x$ 'e göre değişimleri	46
<b>Şekil 4.5</b> İkinci asimetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzunun aktif bölgesindeki elektrik alanının $x$ 'e göre değişimi	47
<b>Şekil 4.6</b> Birinci simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzu için $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ , $n_{\text{I,III}}^{(1)}=4.5$ , $n_{\text{II}}^{(1)}=4.7$ , $2a=6000 \text{ \AA}$ ve ikinci simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzu için $n_{\text{I,III}}^{(2)}=4.5$ , $n_{\text{II}}^{(2)}=4.76$ , $2d=5000 \text{ \AA}$ için enerji-bant diyagramı	48
<b>Şekil 4.7</b> $b=0$ olması durumunda birinci simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzu için $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ , $n_{\text{I}}^{(1)}=4.5$ , $n_{\text{II}}^{(1)}=4.7$ , $2a=6000 \text{ \AA}$ ve ikinci simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzu için $n_{\text{III}}^{(2)}=4.5$ , $n_{\text{II}}^{(2)}=4.76$ , $2d=5000 \text{ \AA}$ için enerji-bant diyagramı	48
<b>Şekil 4.8</b> Eşdeğer adım kırılma indisli dalga kılavuzu	57
<b>Şekil 4.9</b> $n_{\text{II}} = 4.55764618707711$ , $\alpha=0.656349097706842$ , $\zeta=0.944414341349384$ ve $\eta=1.3051826001382$ , $E_1=0.27443539876539$ $V=1.61103074702189$ değerleri için adım kırılma indisli eşdeğer dalga kılavuzunda bölgelerindeki elektrik alan	

değişimleri	58
<b>Şekil 4.10</b> Adım kırılma indisli eşdeğer dalga kılavuzunun aktif bölgesindeki elektrik alanının $x$ 'e göre değişimi	59
<b>Şekil 4.11</b> Birinci dalga kılavuzunun aktif bölgesindeki a) $E_{yII}^{(1)}$ , b) $H_{xII}^{(1)}(x)$ ve c) $H_{zII}^{(1)}(x)$ alanlarının $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ , $n_{I,III}=4.6$ , $n_{II}=4.7$ , $2a=8100 \text{ \AA}$ için değişimleri	63
<b>Şekil 4.12</b> $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ , $n_{I,III}=4.6$ , $n_{II}=4.76$ , $2a=8000 \text{ \AA}$ , $\theta^{(2)}=b=0$ için 2. kılavuzun aktif bölgesindeki a) $E_{yII}^{(2)}$ , b) $H_{xII}^{(2)}$ ve c) $H_{zII}^{(2)}(x)$ alanlarının değişimleri	64

## TABLOLAR DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
<p><b>Tablo 4.1</b> Birinci tekli dalga kılavuzu için <math>\lambda=1.55 \mu\text{m}</math>, <math>n_I=n_{III}=n_{I,III}=4.5</math>, <math>n_{II}=4.7</math>, <math>2a=6000 \text{ \AA}</math> ve ikinci tekli dalga kılavuzu için <math>n_I=n_{III}=n_{I,III}=4.5</math>, <math>n_{II}=4.76</math>, <math>2a=5000 \text{ \AA}</math> değerlerine göre dalga numaraları, yayılım sabitleri, faz sabiti, eşdeğer kırılma indisleri, enerji özdeğerleri, çukur potansiyeli, <math>\zeta</math>, <math>\eta</math> normalize koordinat parametreleri ve genlikler</p>	49
<p><b>Tablo 4.2</b> Eşdeğer dalga kılavuzunda <math>\lambda=1.55 \mu\text{m}</math>, <math>n_{I,III}=4.5</math>, <math>n_{II}=4.55764618707711</math>, <math>2a=5500 \text{ \AA}</math> için dalga numaraları, yayılım sabitleri, faz sabiti, eşdeğer kırılma indisi, enerji özdeğeri, çukur potansiyeli, <math>\zeta</math>, <math>\eta</math> ve genlikler</p>	60

**SİMGE VE KISALTMALAR DİZİNİ**

AB	Aktif bölge
AR	Active region
CL	Cladding layer
AYDK	Asimetrik yariletken dalga kılavuzu
EEV	Energy eigen value
EMA	Elektromanyetik alan
EKİ	Efektif kırılma indisi
EÖD	Enerji özdeğeri
GB	Gömlek bölgesi
NF	Normalized frequency, normalize frekans
NPC	Normalized propagation constant
NYS	Normalize yayılım sabiti
PVMY	Poynting vektörünün maksimum yoğunluğu
QW	Quantum well
SYDK	Simetrik yariletken dalga kılavuzu
TE	Transverse Electric
TM	Transverse Magnetic

## 1. GİRİŞ

### 1.1 Elektromanyetik Alanlar ve Dalgalara İlişkin Temel Kavramlar ve Tanımlar

#### 1.1.1 Maxwell denklemleri

Elektromanyetik Alan Teorisi'nin temeli Maxwell Denklemleri'ne dayanır. Maxwell Denklemleri'nin en genel biçimi,

$$\nabla \wedge \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\nabla \wedge \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{J}_c(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \mathbf{J}_c(\mathbf{r}, t) + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, t) \quad (1.4)$$

şeklinde verilir (Edminister 2000).

Maxwell Denklemleri'ndeki t zaman parametresi, büyüklükler arasında bir ilişki (kuplaj) meydana getirir. Dolayısıyla, bu zaman parametresi elektrik alanı ile manyetik alanı birbirine bağlar. Elektrik alanı ile manyetik alan zamana bağlı değilseler, bunlar arasında ilişki olmaz.

Yukarıda (1.1)-(1.4) ile verilen Maxwell Denklemleri'ne *Nokta Biçimli Maxwell Denklemleri* denir. Formüllerden görüldüğü gibi, zaman (parametresi) bu denklemler arasında bir ilişki (kuplaj) meydana getirir. Yani,  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  elektrik alanı zamanın bir fonksiyonu olarak değişirse,  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  ile tanımlanan  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$  elektrik akı yoğunluğu

vektörü de zamanın bir fonksiyonu olur. Dolayısıyla, (1.1) formülüne göre, elektrik alanı, manyetik akı yoğunluğu büyüklüğünün türevine bağlıdır. Elektrik alanı ile manyetik alan arasındaki bu ilişkinin statik alanda olmadığına dikkat edilmelidir. Yani, zamana bağıllık yoksa,  $\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) / \partial t = 0$  olması sebebiyle,  $\nabla \wedge \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0$  olur ki, bu durumda elektrik alanı ile manyetik alan arasındaki ilişki ortadan kalkar.

Benzer olarak,  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  manyetik alan da zamanın bir fonksiyonu olarak değişirse,  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  ile tanımlanan  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  manyetik akı yoğunluğu vektörü de zamanın bir fonksiyonu olur ve dolayısıyla, iletim akım yoğunluğunun sıfır olduğu,  $\mathbf{J}_c(\mathbf{r}, t) = 0$ , serbest uzayda bile (1.2) formülüne göre, manyetik alan elektrik akı yoğunluğu büyüklüğünün türevine bağlı olarak meydana gelir. Elektrik alanı ile manyetik alan arasındaki bu ilişkinin de statik alanda olmadığına dikkat edilmelidir. Yani, zamana bağıllık yoksa,  $\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) / \partial t = 0$  olması sebebiyle,  $\nabla \wedge \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0$  olur ki, bu durumda yine elektrik alanı ile manyetik alan arasındaki ilişki ortadan kalkar.

Elektrik alanı ile manyetik alan arasındaki bu ilişki zamana bağlı olarak ortam içindeki her noktada geçerlidir. Bu denklemlere Nokta Biçimli Maxwell Denklemleri denmesinin sebebi budur.

Böylece, ortam içindeki elektrik alanı ile manyetik alan, zaman içinde birbirlerini üreterek ortamda yayılımlarının gerçekleşmesini mümkün kılarlar. Harmonik olarak değişen elektrik ve manyetik alanları zamana bağlı olarak

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\omega t} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r})e^{j\omega t} \quad (1.6)$$

şeklinde değişir. Elektrik ve manyetik alanlarının bu değişimleri, birer kaynak gibi davranan, sırasıyla, elektrik yük yoğunluğunun

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r})e^{j\omega t} \quad (1.7)$$

ve akım yük yoğunluğunun

$$\mathbf{J}_c(\mathbf{r}, t) = \mathbf{J}_c(\mathbf{r})e^{j\omega t} \quad (1.8)$$

değişimlerinden ileri gelmektedir. Başka bir ifadeyle (1.7) ve (1.8) denklemleri elektrik ve manyetik alanlarını doğuran kaynaklar yerine geçerler.

Böylece (1.1-1.4) denklemleri

$$\nabla \wedge \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega\mu \mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (1.9)$$

$$\nabla \wedge \mathbf{H}(\mathbf{r}) = (\sigma + j\omega\epsilon) \mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (1.10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0 \quad (1.11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r}) \quad (1.12)$$

şekline girerler. Bunlar, *Maxwell Denklemleri*'nin diferansiyel formlarıdır (Edminister 2000).

Dalga olayının meydana gelebilmesi için, elektrik ve manyetik alanın zamana bağlı olarak değişmesi gerekir.

Serbest uzaya ilişkin dalga denkleminin elde edilmesi için, serbest uzaya ait Maxwell Denklemleri'nden hareket edilir. Serbest uzaya ait Maxwell Denklemleri,

$$\nabla \wedge \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (1.13)$$

$$\nabla \wedge \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (1.14)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (1.15)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \nabla \cdot \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (1.16)$$

şeklinde verilir. Serbest uzayda dielektrik sabiti ve manyetik geçirgenlik sabitinin zamana bağlı olmadığı farz edilirse, o zaman  $\epsilon = \epsilon_0$  ve  $\mu = \mu_0$  için

$$\frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (1.17)$$



$$\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (1.18)$$

ve (1.13) ve (1.14) denklemleri

$$\nabla \wedge \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (1.19)$$

$$\nabla \wedge \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (1.20)$$

olur. (1.19) denkleminin her iki tarafının rotasyoneli alınır, (1.20)'de kullanılırsa,

$$\nabla \nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} \quad (1.21)$$

elde edilir.

Uzay, düzgün bir uzay olarak ele alındığı için dielektrik sabiti uzay koordinatlarına bağlı olmadığından (1.16)'daki dielektrik sabiti türev dışına alınabilir ve dolayısıyla düzgün bir ortama ait bulunan  $\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0$  Maxwell Denklemi, (1.21)'de kullanılırsa,

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1.22)$$

bulunur ki, bu formüle, elektrik alanının *Serbest Uzayda Dalga Denklemi* denir (Edminister 2000).

Bir düzlem elektromanyetik dalganın elektrik alan vektörü  $\mathbf{E} = E_y \mathbf{a}_y$  ve manyetik alanı  $\mathbf{H} = H_z \mathbf{a}_z$  olsun. Bu demektir ki, düzlem elektromanyetik dalganın elektrik alanı sadece y doğrultusundaki elektrik alan bileşeninden ve manyetik alanı ise yalnızca z doğrultusundaki manyetik alan bileşeninden meydana gelmektedir. Bu duruma göre tanımlanan bu düzlem elektromanyetik dalganın  $v$  hızı ile pozitif x doğrultusunda yayıldığı açıktır.

Serbest uzayda bir boyutlu dalga denklemini çıkarmak için Maxwell Denklemleri'nden hareket edilir. (1.20) ile verilen Maxwell Denklemi açılırsa,

$$\begin{aligned}\nabla \wedge \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{a}_x \left( \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \mathbf{a}_y \left( \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) + \mathbf{a}_z \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \\ &= \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{a}_x E_x + \mathbf{a}_y E_y + \mathbf{a}_z E_z)\end{aligned}\tag{1.23}$$

elde edilir. Elektrik alanının sadece  $E_y$  bileşeninin bulunduğu, diğer iki bileşenin ise olmadığı varsayılırsa,

$$E_y \neq 0, E_x = E_z = 0\tag{1.24}$$

olur.

Manyetik alan bileşenleri için de benzer şekilde

$$H_z \neq 0, H_x = H_y = 0\tag{1.25}$$

yazılabilir. (1.24) ve (1.25), (1.23)'de kullanılırsa, denklemin sol tarafındaki

$$\mathbf{a}_x \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \mathbf{a}_y$$

bileşenlerinden,  $H_z$  bileşeni yalnız  $x$  doğrultusunda değiştiği için, yalnız  $-\frac{\partial H_z}{\partial x} \mathbf{a}_y$  bileşeni

kalır. Denklemin sağ tarafında kalan bileşen ise  $\epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{a}_y E_y$ 'dir. Sonuç olarak,

$$\mathbf{a}_x \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \mathbf{a}_y = \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{a}_y E_y \rightarrow -\frac{\partial H_z}{\partial x} \mathbf{a}_y = \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{a}_y E_y \rightarrow -\frac{\partial H_z}{\partial x} = \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}\tag{1.26}$$

ya da değişkenleriyle birlikte yazılacak olursa,

$$\frac{\partial H_z(x, t)}{\partial x} = -\epsilon_0 \frac{\partial E_y(x, t)}{\partial t} \quad (1.27)$$

bulunur. Burada elektrik ve manyetik alanlarının,  $E_y(x, t)$  ve  $H_z(x, t)$  şeklinde,  $x$  ve  $t$  değişkenlerinin fonksiyonu olduklarına dikkat edilmelidir.

Benzer şekilde (1.19) denklemini de açılırsa,

$$\begin{aligned} \nabla \wedge \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{a}_x \left( \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \mathbf{a}_y \left( \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \mathbf{a}_z \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \\ &= -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{a}_x H_x + \mathbf{a}_y H_y + \mathbf{a}_z H_z) \end{aligned} \quad (1.28)$$

olur ki (1.24) ve (1.25)'in burada da kullanılmasıyla

$$\frac{\partial E_y(x, t)}{\partial x} = -\mu_0 \frac{\partial H_z(x, t)}{\partial t} \quad (1.29)$$

elde edilir. (1.27)'nin her iki tarafının zamana göre, (1.29)'un her iki tarafının  $x$ 'e göre türevi alınırsa, yani

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 H_z}{\partial t \partial x} = -\epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad (1.30)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 H_z}{\partial x \partial t} \quad (1.31)$$

veya (1.30) ve (1.31)'den

$$\frac{\partial^2 E_y(x, t)}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y(x, t)}{\partial t^2} \quad (1.32)$$

ya da

$$\frac{\partial^2 E_y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y(x, t)}{\partial t^2} \quad (1.33)$$

bulunur. Bu son ifade,  $x$  ve  $t$  parametrelerine göre değişen ve  $E_y(x,t)$  şeklinde yalnızca  $y$  bileşeninden meydana gelen elektrik alan vektörünün,  $x$  istikametinde kendine paralel kalacak şekilde,  $c$  hızı ile yayılmasını tasvir eden ikinci mertebeden bir diferansiyel denklemi ya da dalga denklemini gösterir. Bu denklem elektromanyetik dalganın elektrik alanının dalga denklemidir. (1.27)'nin her iki tarafının  $x$ 'e göre, (1.29)'un her iki tarafının zamana göre türevi alınır, benzer şekilde elektromanyetik dalganın manyetik alanının dalga denklemi de elde edilebilir.

### 1.1.2 Bir boyutlu dalga denkleminin çözümü

Gerek elektrik alanı ve gerekse manyetik alan uzay ve zaman parametrelerine göre değişirken, uzaydaki değişim doğrultularına dik kalacak şekilde yayılırlar. Gerek elektrik alanının ve gerekse manyetik alanın dalga denklemini serbest uzayda kısaca

$$\nabla^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} \quad (1.34)$$

ile temsil edilir (Edminister 2000).

Burada,  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) \rightarrow u(x, t)$  ve  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$  alınarak elde edilen  $x$  doğrultusunda yayılan

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} \quad (1.35)$$

dalga denkleminin çözümlerini araştıralım. Diferansiyel denklem çözümlerinden hemen bilinmektedir ki, bu denklemin çözümü sinüzoidaldir.

(1.35)'deki dalga denklemini

$$u_3(x, t) = \sin \beta(vt - x) \quad (1.36)$$

$$u_4(x, t) = \sin \beta(vt + x) \quad (1.37)$$

çözümlerini de sağladığı gibi

$$u_5(x,t) = \cos \beta(vt-x) \quad (1.38)$$

$$u_6(x,t) = \cos \beta(vt+x) \quad (1.39)$$

$$u_7(x,t) = \cos \beta(x-vt) \quad (1.40)$$

$$u_8(x,t) = \cos \beta(x+vt) \quad (1.41)$$

çözümlerini de sağlar. Demek ki, dalga denkleminin çözümlerine genel olarak bakılacak olursa,

$$u_1(x,t) = \sin \beta(x-vt) \quad (1.42)$$

$$u_2(x,t) = \sin \beta(x+vt) \quad (1.43)$$

$$u_3(x,t) = \sin \beta(vt-x) \quad (1.44)$$

$$u_4(x,t) = \sin \beta(vt+x) \quad (1.45)$$

$$u_5(x,t) = \cos \beta(vt-x) \quad (1.46)$$

$$u_6(x,t) = \cos \beta(vt+x) \quad (1.47)$$

$$u_7(x,t) = \cos \beta(x-vt) \quad (1.48)$$

$$u_8(x,t) = \cos \beta(x+vt) \quad (1.49)$$

elde edilir. Bunlardan  $u_2$  ile  $u_4$  ve  $u_5$  ile  $u_7$  aynıdır.  $u_6$  ile  $u_8$  de aynıdır. Bu aynı olanların dışında üç farklı çözüm vardır:

$$u_1(x,t) = \sin \beta(x-vt) = \sin(\beta x - \omega t) \quad (1.50)$$

$$u_3(x,t) = \sin \beta(vt-x) = \sin(\omega t - \beta x) \quad (1.51)$$

$$u_7(x,t) = \cos \beta(x-vt) = \cos(\beta x - \omega t) \quad (1.52)$$

Bu açıklamaların ışığı altında (1.34) dalga denkleminin çözümleri, görüldüğü gibi,  $(\mathbf{r}-vt)$  ve  $(\mathbf{r}+vt)$  ifadelerinin  $f_1(\mathbf{r}-vt)$  ve  $f_2(\mathbf{r}+vt)$  şeklindeki birer fonksiyonu olarak düşünülebilirler. Yani,

$$\mathbf{u}_1(\mathbf{r},t) = f_1(\mathbf{r}-vt) \quad (1.53)$$

$$\mathbf{u}_2(\mathbf{r},t) = f_1(\mathbf{r}+vt) \quad (1.54)$$

$$\mathbf{u}_1(\mathbf{r},t) = f_1(\mathbf{r}-vt) + f_1(\mathbf{r}+vt) \quad (1.55)$$

yazılabilir. (1.53)-(1.55) ifadelerinin hepsi birer fiziksel dalga hareketini temsil etmektedir.

Verilen bir zamanda bir noktada meydana gelen bir fiziksel dalga hareketi, daha sonraki bir zamanda (bir T periyodu sonunda) başka bir noktada tekrar meydana gelir. Yani, kaynağın sinüzoidal olarak değişmesi halinde olay periyodiktir. Böylece, bu periyodik olaylar grubu bir dalga hareketini meydana getirir.

Sinüzoidal olan bu dalgalar, kompleks notasyonla, üstel olarak da temsil edilebilirler. Mesela, (1.53)-(1.55) ifadeleri

$$u_1(\mathbf{r},t)=\sin\beta(\mathbf{r}-\mathbf{vt})=\sin(\beta\mathbf{r}-\omega t)=\text{Im}e^{j(\beta\mathbf{r}-\omega t)} \quad (1.56)$$

$$u_3(\mathbf{r},t)=\sin\beta(\mathbf{vt}-\mathbf{r})=\sin(\omega t-\beta\mathbf{r})=\text{Im}e^{j(\omega t-\beta\mathbf{r})} \quad (1.57)$$

$$u_7(\mathbf{r},t)=\cos\beta(\mathbf{r}-\mathbf{vt})=\cos(\beta\mathbf{r}-\omega t)=\text{Re}e^{j(\beta\mathbf{r}-\omega t)} \quad (1.58)$$

olarak kompleks şekillerde de yazılabilirler.

Burada ele alınan bütün dalga şekillerinin hepsinin genliklerinin 1 olduğu farz edilmiştir. Daha genel olarak düşünülürse, A, B, C birer katsayıyı (genliği) göstermek üzere mesela, (1.53)-(1.55) ifadeleri

$$u_1(\mathbf{r},t)=A\sin\beta(\mathbf{r}-\mathbf{vt})=A\sin(\beta\mathbf{r}-\omega t)=A\text{Im}\{e^{j(\beta\mathbf{r}-\omega t)}\} \quad (1.59)$$

$$u_3(\mathbf{r},t)=B\sin\beta(\mathbf{vt}-\mathbf{r})=B\sin(\omega t-\beta\mathbf{r})=B\text{Im}\{e^{j(\omega t-\beta\mathbf{r})}\} \quad (1.60)$$

$$u_7(\mathbf{r},t)=C\cos\beta(\mathbf{r}-\mathbf{vt})=C\cos(\beta\mathbf{r}-\omega t)=C\text{Re}\{e^{j(\beta\mathbf{r}-\omega t)}\} \quad (1.61)$$

şeklini alırlar.

### 1.1.3 Düzlem elektromanyetik dalga

Dik kartezyen koordinat sisteminde y eksenine doğrultusunda yayılan ve aynı faz hızına sahip elektrik ve manyetik dalgadan oluşan bir dalga sistemi düşünelim. Bu

dalgalardan bir tanesi vektörü  $z$  doğrultusunda olan elektrik alan dalgası ve diğeri ise vektörü  $x$  doğrultusunda olan manyetik alan dalgası olsun. Başka bir ifadeyle, elektrik alan dalgasının sadece  $z$  bileşeni ve manyetik alan dalgasının  $x$  bileşeni vardır. Bu alan dalgalarının genlikleri, adı geçen eksenler doğrultusunda maksimum ve minimum arasında değişirler.

Bu demektir ki, bu iki dalganın vektörleri aynı bir noktada her an (her  $t$  anında) birbirlerine dik olurlar. Elektrik ve manyetik alan dalgalarının genliklerinin, sırasıyla,  $z$  ve  $x$  doğrultularında değişirken, kendileri, değiştikleri doğrultuya dik kalarak  $y$  doğrultusunda yayılmaktadırlar. İşte böyle elektrik ve manyetik alanlardan oluşan bir dalga sistemine *Düzlem Elektromanyetik Dalga* adı verilir. Böylece, bir düzlem elektromanyetik dalganın elektrik ve manyetik alan dalgalarından meydana geldiği görülür. Yani, bir elektromanyetik dalga dendiğinde, bunun elektrik ve manyetik alan dalgasından meydana geldiği ve bu dalgaların birbirlerine dik olmaları halinde, bunun Düzlem Elektromanyetik Dalga adını aldığı bilinmelidir (Edminister 2000).

Düzlem elektromanyetik dalganın tanımında geçen “*düzlem*” kelimesi, elektrik ve manyetik alan vektörlerinin bir düzlem tanımlamasından ileri gelmektedir. Çünkü, küresel olarak yayılan elektromanyetik dalgalar da vardır.

Verilen örnekte  $v$  hızı ile  $y$  doğrultusunda hareket eden düzlem elektromanyetik alan dalgasına ait elektrik alan vektörü,  $[\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=E_z(y,t)\mathbf{a}_z]$ ,  $z$  eksenini doğrultusunda ve manyetik alan vektörü,  $[\mathbf{H}(\mathbf{r},t)=H(y,t)\mathbf{a}_x]$ ,  $x$  eksenini doğrultusunda olduğu için, bunlar  $0$  noktasında birbirlerine dik oldukları gibi, bu dikliklerini her an muhafaza ederek, kendilerine dik doğrultuda, yani  $y$  eksenini doğrultusunda hareket etmektedirler. Her an bu özellikleri taşıyan ve elemanları  $\mathbf{E}$  elektrik alan vektörü ve  $\mathbf{H}$  manyetik alan vektörü olan bu iki dalga sistemi bir düzlem elektromanyetik dalgayı meydana getirmektedirler. Başka bir ifadeyle, bu düzlem elektromanyetik dalga içinde hem elektrik alanın, hem manyetik alanın dalga denklemleri bulunur. Mesela, bir düzlem elektromanyetik dalganın sadece  $y$  doğrultusunda bileşeni olan elektrik alan vektörü,  $[\mathbf{E}(z,t)=E_y(z,t)\mathbf{a}_y]$ ,

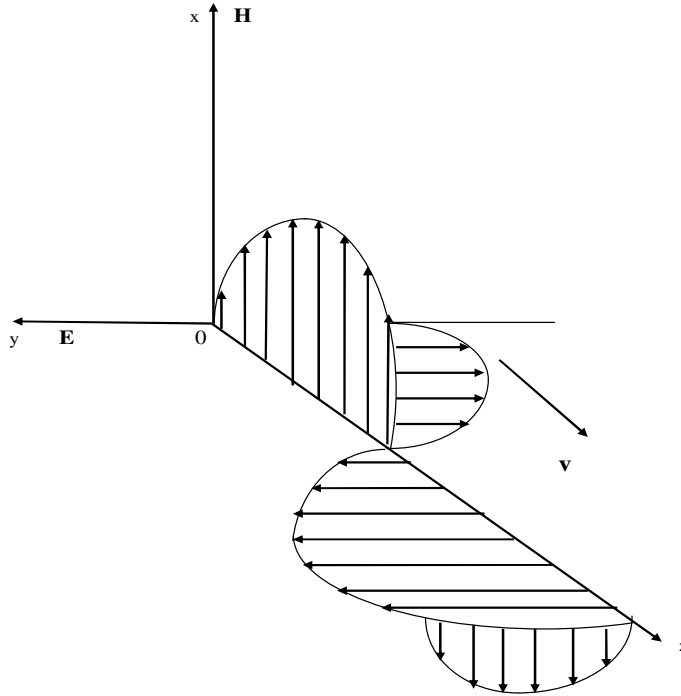
$$\mathbf{E}(z,t)=E_y(z,t)\mathbf{a}_y=-E_m \sin(\omega t - \beta z)\mathbf{a}_y=E_y(z,t)\mathbf{a}_y \quad (1.62)$$

olarak alınır, bu düzlem elektromanyetik dalganın manyetik alan elemanı, Maxwell Denklemleri'nden hareket edilerek x doğrultusunda değişecek şekilde,

$$\mathbf{H}(z, t) = H_x(z, t)\mathbf{a}_x = \frac{\beta E_m}{\mu_0 \omega} \sin(\omega t - \beta z)\mathbf{a}_x = H_m \sin(\omega t - \beta z)\mathbf{a}_x, \quad H_m = \frac{\beta E_m}{\mu_0 \omega} \quad (1.63)$$

şeklinde elde edilebilir.

Görüldüğü gibi, yalnız y doğrultusundaki bileşenden meydana gelen elektrik alan ve yalnız x doğrultusundaki bileşenden meydana gelen manyetik alan vektörleri z ve t değişkenlerine bağlı olarak değişmektedir. Burada görülmektedir ki, z değişkeni, yayılma doğrultusunu temsil eden değişkendir. Bu demek oluyor ki, bu dalgaların genlikleri yayılma doğrultusundaki değişken ile zamana bağlıdır. Diğer taraftan, bu iki alan vektörünün skalar çarpımı yapılırsa,  $\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y = 0$  olması da bu iki alanın birbirine gerçekten dik olduklarını gösterir.



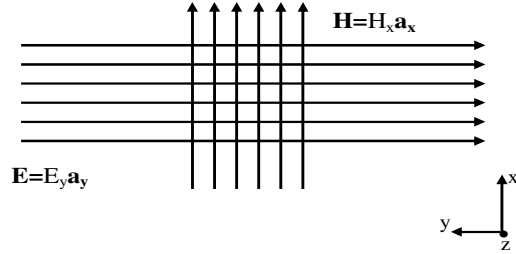
**Şekil 1.1** Dik kartezyen koordinat sisteminde y doğrultusundaki elektrik alan ve x doğrultusundaki manyetik alandan meydana gelen bir elektromanyetik dalganın z doğrultusunda v hızı ile yayılımı



Bu iki dalganın meydana getirdiği düzlem elektromanyetik dalga Şekil 1.1’de görülmektedir. Görüldüğü gibi, bu düzlem elektromanyetik dalganın hem elektrik alan ve hem de manyetik alan vektörü  $v$  hızı ile pozitif  $z$  doğrultusunda ilerlerken, her an birbirlerine dik kaldıkları gibi, dikkat edilirse bu alan vektörleri aynı zamanda yayılma doğrultusuna da dik kalmaktadırlar.

Düzlem elektromanyetik dalgada, elektrik alanı ve manyetik alanının yayılma doğrultusundaki bileşenleri olmadığı Şekil 1.1’de de görülmektedir.

Eğer bu elektromanyetik dalganın elektrik ve manyetik alan vektörlerinin meydana getirdiği düzlem olarak, önümüzdeki kağıt düzlemi ya da sınıftaki tahta düzlemi alınır, elektromanyetik dalganın kağıt veya tahta düzlemindeki elektrik ve manyetik alan vektörlerinin genlik değişimlerinin yayılma doğrultularına dik kalacak şekilde kağıt veya tahta düzleminde bize doğru geldiği düşünülürse, bir an için elektrik ve manyetik alan vektörlerinin durumları, Şekil 1.1 dikkate alındığında, tarafımızdan Şekil 1.2’deki gibi görülür.



**Şekil 1.2** Kağıt veya tahta düzleminde yayılma doğrultusuna dik kalacak şekilde bize doğru geldiği düşünülen düzlem elektromanyetik dalganın bir an için tarafımızdan görünüşü

Elektrik alanın yayılma doğrultusuna dikliği İngilizce olarak “*Transverse Electric*” (**TE**) şekli (Modu) ile manyetik alanın yayılma doğrultusuna dikliği “*Transverse Magnetic*” (**TM**) şekli (Modu) ile belirtilir. Düzlem elektromanyetik dalganın yukarıdaki tanımında hem TE modu ve hem de TM modu olduğu için yani, elektromanyetik dalganın yapısı *Transverse Electric*, (**TE**), ve *Transverse Magnetic*,

(*TM*), bileşenlerinden meydana geldiğinden dolayı, bir düzlem elektromanyetik dalga *Transverse Electric and Magnetic (TEM)* şekli (Modu) ile temsil edilebilir. Başka bir ifadeyle, bir düzlem elektromanyetik dalga **TEM** modunda olan bir elektromanyetik dalgadır.

## 1.2 Alfa Metodu

Bu çalışmada, elde edilen tüm ifadelerde ve büyüklüklerde “*Alfa Metodu*” kullanılmıştır. Alfa Metodu, tekli asimetrik ve simetrik adım kırılma indisli yarıiletken lazerlerin elektromanyetik analizinde bölgelere ait kırılma indisleri, dalga boyu ve aktif bölge genişliğinin verilmesi halinde, lazerin tasarımına ilişkin bir metot olarak sunulur. Bu metot sayesinde diğer tüm tasarım parametreleri ve büyüklükler doğrudan hesaplanabilir. Dolayısıyla parametre ve büyüklüklerin tümü yarıiletken malzemenin yapısına bağlı olur. Bu metot, literatüre Temiz (2001) tarafından sunulmuştur.

## 1.3 Tezin Amacı ve Önemi

Bu çalışmanın konusunu, asimetrik ve simetrik adım kırılma indisli yarıiletken dalga kılavuzları oluşturmaktadır. Yarıiletken lazerlerin yayılımını sağlayan kuantum çukurları, yarıiletken dalga kılavuzlarının özel bir durumu olup önce bu tanımlar yapılacak ve farklılıklar anlatılacaktır. Tez çalışmasının hedefinde ikili kuantum çukurlarında elektromanyetik modların incelenmesi bulunmaktadır. Bu hedef doğrultusunda önce adım kırılma indisli yarıiletken tekli dalga kılavuzları ve tekli kuantum çukurları incelenecek, bu elektronik yapıdaki önemli yapısal ve tasarım parametreleri Alfa Metodu yardımıyla elde edilecek, daha sonra ise adım kırılma indisli yarıiletken ikili dalga kılavuzlarında detaylı bir analiz yapılacaktır. Bu analizde, kırılma indislerinin seçilmesiyle birlikte dalga boyu ve aktif bölgenin genişliğinin verilmesi halinde normalize frekans, normalize yayılım sabiti, enerji özdeğerlerinin normalize koordinat sistemindeki parametrik koordinatları, dalga numaraları, bölgelere ait yayılım sabitleri, faz sabiti, faz hızı, çukur potansiyeli, efektif indis, empedans ve Poynting vektörünün maksimum yoğunluğu gibi önemli büyüklükler formülasyon olarak ifade edilecek ve nümerik olarak hesaplanacaktır. Son olarak ikili kılavuzun tekli eşdeğeri oluşturularak eşdeğer büyüklükler nümerik olarak hesaplanacaktır. Elde edilen sonuçlar yardımıyla bazı büyüklükler yönünden ikili dalga kılavuzu ile onun tekli eşdeğeri

arasında bir karşılaştırma yapılacaktır. Bu doğrultuda, hedefte ikili dalga kılavuzlarının kullanılabilirliği üzerinde bir araştırma bulunmaktadır.

Adım kırılma indisli yarıiletken tekli ve ikili dalga kılavuzlarında hesaplanan ve elde edilen sonuçlar, Alfa Metodu ile bulunmuştur. Dolayısıyla tüm ifadeler malzemenin yapısına, kırılma indislerine doğrudan bağlıdır. Literatürde bu yönüyle benzer bir çalışmaya rastlanılamamıştır.

## 2. YARIİLETKEN DİKDÖRTGEN KESİTLİ DALGA KILAVUZU

Bu bölümde genel olarak tek kuantum çukuruna sahip adım kırılma indisli yarıiletken dikdörtgen dalga kılavuzları tanıtılacak ve bu dalga kılavuzuna ait hesaplamalar ayrıntılı olarak verilecektir. Adım kırılma indisli Asimetrik Tekli (Basit) Yarıiletken Dalga Kılavuzu (ATYDK) üç bölgeye sahiptir (Şekil 2.1). Şekil 2.1 ve Şekil 2.2'de görüldüğü gibi, bu bölgeler, iki kısımdan oluşan Gömlek Bölgeleri (GB) ve Aktif Bölge (AB) adlarını alır.  $a$ , Angstrom ( $\text{Å}$ ) cinsinden AB'nin genişliğinin yarısını belirtmek üzere, AB'nin genişliği  $x_0=2a'$ 'dir. GB ile AB birbirinden iki ekleme ayrılır. Çoğunlukla AB, Galyum Arsenik (GaAs) malzemesinden, GB ise alüminyum katılarak oluşturulan p-tipi ve n-tipi galyum-alüminyum-arsenik (GaAlAs) malzemelerinden yapılır (Verdeyen 1989).

Bununla beraber, GB ile AB'ler, başka malzemelerle de gerçekleştirilebilir (Carroll vd 1998). Burada en önemli husus, Şekil 2.1'deki kırılma indisli profilinden de görüldüğü gibi, AB'de yer alan malzemenin kırılma indisinin GB'deki malzemelerin kırılma indislerinden büyük olmasıdır (Dupius vd 1978, Dupius vd 1979). Dalga kılavuzlarında istenen ikinci özellik de Şekil 2.2'de görüldüğü gibi, AB ve GB'nin yasak bant genişliklerinin farklı olması ve GB'nin yasak bantlarının AB'nin yasak bandından büyük olmasıdır. Bu iki özellik malzeme seçimi ve tasarımla belirlenir. Optik dalga (ışık), tam yansıma ile AB'de hapsedilir. Işığın aktif bölgede hapsedilmesi için dalga kılavuzunun kontrol edilmesiyle, elektron ve delikler, büyük bir kuvvetle tekrar tekrar birleşirler (Gasiorowicz 1974). Böylece AB'de, optik elektromanyetik alanla yük taşıyıcıları arasında enerji geçişi (alış-veriş) meydana gelir. Bu suretle, aktif bölge optik güçlerde değişimleri içeren elektronik etkileşim için bir kararlı platform meydana getirir (Bhattacharya 1998).

Yarıiletken adım-kırılma indisli dalga kılavuzlarında aktif bölge genişliği  $2a'$ 'nın 50-100  $\text{\AA}$  aralığında olması halinde dalga kılavuzunun kuantum çukuru adını aldığı bilinmektedir (Temiz vd 2008a, Temiz 2008b). Bir dikdörtgen kesitli kuantum çukuruna sahip dalga kılavuzu geometrisi, GaAs (Galyum Arsenik) ve p-tipi ya da n-tipi  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  (Alüminyum Galyum Arsenik) gibi farklı iki malzeme arasındaki iki eklemden meydana gelir (Ziel vd 1975, Temiz 1995, Temiz 1996, Yeh vd 2004). Burada  $x$ , galyumla (Ga) yer değiştiren alüminyum (Al) oranıdır. Galyum arsenik (GaAs) ve alüminyum arsenik (AlAs) yarıiletkenleri hemen hemen özdeş kafes sabitlerine sahiptir (Chang vd 2004, Verdeyen 1989, Bozkurt 1994).

Birçok yarıiletken lazerin ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurunun asimetrik bir dilim dalga kılavuzu modeli olan Şekil 2.1'i göz önünde bulundurarak I, II ve III bölgelerindeki  $e(x, y, z) = E_i(x, y) \exp[j(\omega t - \beta_z z)]$  elektrik alanının-ki burada i, I, II ya da III bölgelerini göstermektedir-dalga denkleminin kartezyen koordinat sisteminde

$$\left[ \nabla^2 + n^2 k_0^2 \right] e(x, y, z) = 0 \quad (2.1)$$

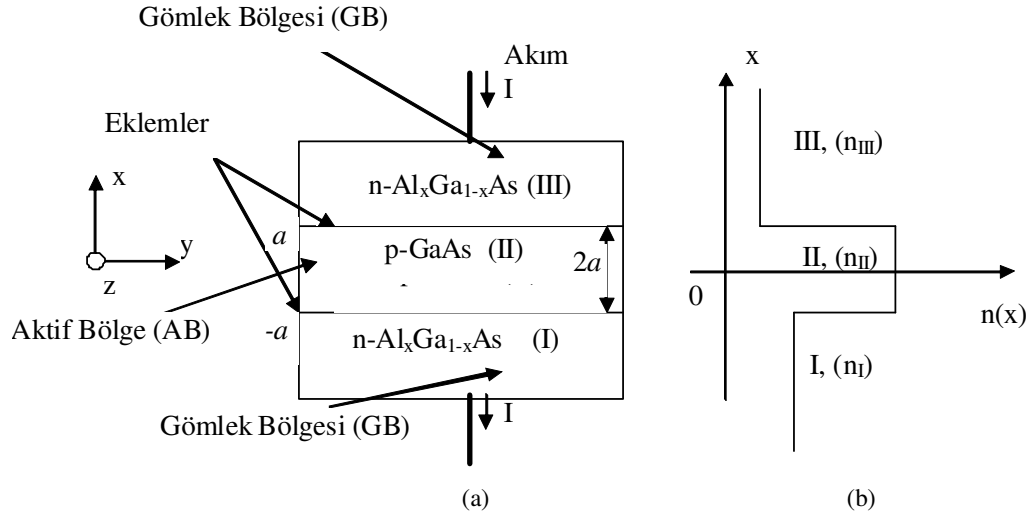
Hemholtz denklemi ile verildiği bilinmektedir (Verdeyen 1989). Yani, elektrik alanının zamana bağlılığı  $e^{j\omega t}$  ile verilir ve harmoniktir. Harmonik biçimde (2.1) denklemi

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + n_i^2(x, y) k_0^2 - \beta_z^2 \right] E_i(x, y) = 0 \quad (2.2)$$

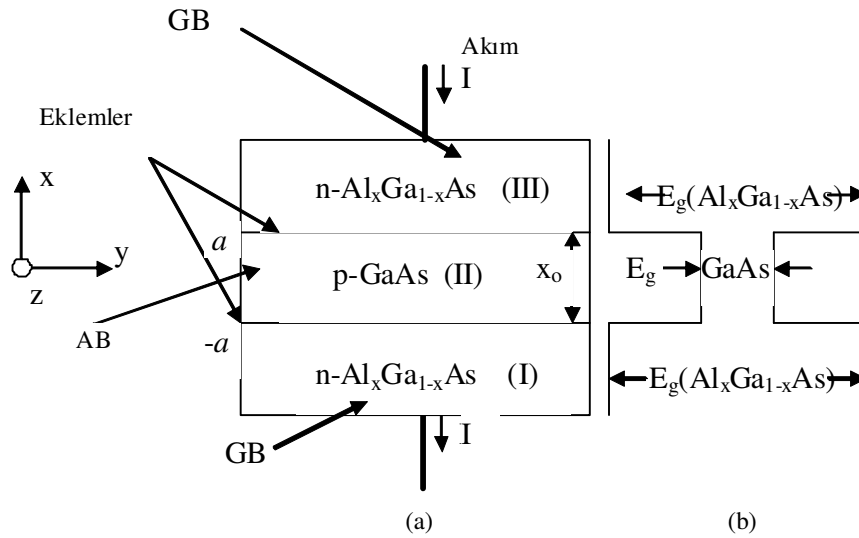
olur ki, bu üç bölgenin her birine ait olan alan ifadesini sağlayan bir diferansiyel denklemdir. (2.2)'de  $E_i(x, y)$ ,  $n_i(x, y)$ ,  $k_0$  ve  $\beta_z$  sırasıyla i. bölgedeki modun enine elektrik alanı fazörü, onların kırılma indisleri, elektrik alanın serbest uzay dalga numarası ve z doğrultusundaki faz sabitidir. (2.2)'de görüldüğü gibi, kırılma indisi  $x$  ve  $y$ 'nin sürekli fonksiyonudur (Hader vd 2003). Fakat Şekil 2.1'de, yarıiletken asimetrik düzlemsel çift farklı yapıli lazerlerde ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarında bir  $n(x)$  süreksiz kırılma indisi kullanan adım-kırılma indisi değişimi görülmektedir (Verdeyen 1989).

Genel olarak  $H_z=0$  ve  $E_z=0$  olmak üzere iki adet mod vardır (Syms ve Cozens 1992, Verdeyen 1989). Aktif bölgede ve gömlek bölgelerindeki elektromanyetik alana ait olan

bu modların her biri skaler dalga denklemini sağlar ve böylece elde edilen genel sonuçlar, I, II, III bölgelerine ait çözümlerin kontrol edilen Şekil 2.1'deki karakteristikleri ve sınır şartlarıyla bulunur.



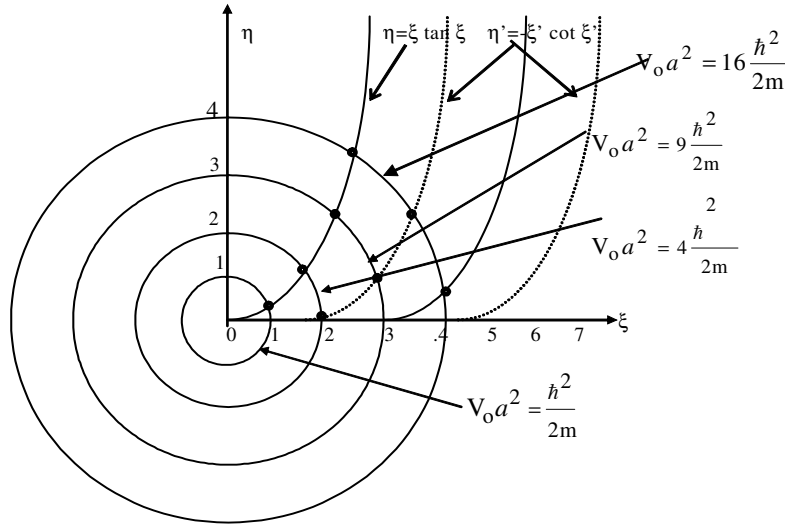
**Şekil 2.1** (a) Adım kırılma indisli asimetrik üç bölgeli basit bir yarıiletken dalga kılavuzu, (b) Dalga kılavuzunun bölgelerinde kırılma indisi profili



**Şekil 2.2** İki eklemli bir yarıiletken dalga kılavuzu geometrisi ve enerji bant diyagramı, (a) AB ve GB (b) Enerji bant diyagramı

Daha sonra ifade edileceği gibi, taşıyıcıların etkin kütleleri, kırılma indisleri ve bölgelerin yayılım sabitleri gibi, kullanılan malzemenin yapısal parametrelerinin özelliklerini taşıyan normalize yayılım sabiti  $\alpha$ , ayrıca aktif bölgedeki enerji durumları

tarafından da belirlenir. Normalize yayılım sabiti  $\alpha$ , bu sebeplerden dolayı önemli bir parametredir (Chang 1999). Normalize frekans  $V$  ile Şekil 2.3'de görüldüğü gibi, yüklü taşıyıcıların enerji öz değerlerinin  $\zeta$ ,  $\eta$  parametrik koordinatları yayılım sabiti  $\alpha$  cinsinden elde edilebilir (Temiz ve Acer1998, Temiz ve Samedov 1999, Temiz 2000). Dolayısıyla yarıiletken düzlemsel çift farklı yapılı lazerlerin ve dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarının normalize frekansı  $V$  ve yüklü taşıyıcıların enerji öz değerlerinin  $\zeta$ ,  $\eta$  parametrik koordinatları da önemli parametreler arasındadırlar (Temiz 2002a).

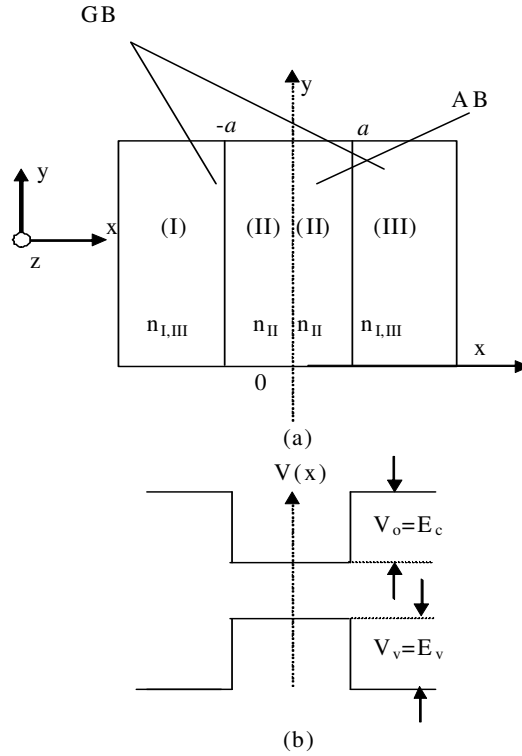


**Şekil 2.3** Yarıiletken düzlemsel çift farklı yapılı dalga kılavuzlarında (lazerler) TE modunda çift ve tek fonksiyonlu alanlar için çizilmiş eğrilerde taşıyıcıların enerji öz noktaları (Noktalı eğriler tek fonksiyonlu eğrilere aittir)

Bir ATYDK'da kırılma indisleri, Şekil 2.4'te görüldüğü gibi,  $n_I$ ,  $n_{II}$  ve  $n_{III}$  ile gösterilmiştir. İndisler arasındaki ilişki genel olarak  $n_{II} > n_I > n_{III}$  biçiminde seçilir. Eğer gömlek bölgelerinin kırılma indisleri birbirine eşit olarak seçilirse ( $n_I = n_{III} = n_{I,III}$ ), bu durumda Simetrik Basit (Tekli) Yarıiletken Dalga Kılavuzu (STYDK) elde edilir (Kroemer 1994, Kuhn 1998).

Şekil 2.4'te  $V_o$  ve  $V_v$ , sırasıyla iletim ve valans bantlarındaki potansiyel çukurlarının derinliklerini göstermektedir (Maiman 1960, Millman ve Halkias 1967). Malzemeler farklı olduğu için, bunların büyüklükleri de farklı olur. Başka bir ifadeyle, iletim ve valans bantlarındaki süreksizlikler, sırasıyla  $V_o$  ve  $V_v$  ile gösterilmiştir. Aslında  $V_o$  ve  $V_v$  potansiyel enerjileri, sırasıyla, yük taşıyıcılarının iletim bandındaki elektronlar ve

valans bandındaki delikler için kenar potansiyel enerjileridir (Verdeyen 1989). Aksi söylenmedikçe bundan sonra potansiyel çukuru olarak  $V_0$  simgesi kullanılacaktır.



**Şekil 2.4** Bir STYDK'nun üç bölgesi ve bölgelerin yasak bantları, (a) Bölgeler, (b) Bölgelerin bir boyutlu potansiyel enerji,  $V(x)$ , değişimleri

Şekil 2.4'teki STYDK'unda elektronların iletim bandında soldan sağa doğru hareket ettikleri düşünölsün (Bu, diğer bir anlamda, deliklerin valans bandında sağdan sola doğru hareket etmeleri demektir). Bir elektronun parçacık özelliğinden başka dalgalısal özelliği de vardır. Dolayısıyla elektronu  $u(\mathbf{r})e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$  gibi kompleks bir düzlem dalga ile temsil etmek mümkündür (Verdeyen 1989). Bu yüzden, STYDK'unda soldan sağa doğru hareket eden elektronların dalgalar cinsinden temsil edilmeleri Şekil 3.1'deki gibi alınabilir.

## 2.1 TE Modunda Aktif Bölge ve Gömlek Bölgelerindeki Elektrik Alan İfadeleri

Yarıiletken dikdörtgen kesitli kuantum çukurlarının aktif ve gömlek bölgelerinde  $z$  eksenini doğrultusunda yayılan ve yayılım doğrultusuna dik olan enine elektrik alan



dalgalarını incelersek;  $y$  doğrultusundaki değişimler ihmal edilir ve sadece  $x$  doğrultusundaki değişimler dikkate alınır, (2.2) denklemi,

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + n_i^2 k_o^2 - \beta_z^2 \right] E_{yi}(x) = 0$$

ya da

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_{yi}(x) = [\beta_z^2 - n_i^2 k_o^2] E_{yi}(x) \quad (2.3)$$

olur (Temiz 1999). Burada  $[\beta_z^2 - n_i^2 k_o^2]$  büyüklüğü, enerji öz değer fonksiyonlarının enerji öz değerini gösterir (Verdeyen 1989, Schiff 1982) ki, bunlar enine fonksiyonları  $E_{yi}(x)$ ,  $i=I, II, III$  ile tanımlanan elektrik alan fonksiyonlarıdır. Bu alanların yayılım sabitlerinin

$$\alpha_i^2 = \beta_z^2 - \left( \frac{\omega n_i}{c} \right)^2 = \beta_z^2 - k_i^2, \quad (2.4)$$

$$\alpha_{ii}^2 = \left( \frac{\omega n_{ii}}{c} \right)^2 - \beta_z^2 = k_{ii}^2 - \beta_z^2, \quad \alpha_{iii}^2 = \beta_z^2 - \left( \frac{\omega n_{iii}}{c} \right)^2 = \beta_z^2 - k_{iii}^2, \quad (2.5)$$

$$k_i = \frac{\omega n_i}{c} = k_o n_i, \quad k_{ii} = \frac{\omega n_{ii}}{c} = k_o n_{ii}, \quad k_{iii} = \frac{\omega n_{iii}}{c} = k_o n_{iii}, \quad k_o = \omega/c \quad (2.6)$$

ile verildikleri bilinmektedir (Temiz 2003). Burada  $n_I, n_{II}$  ve  $n_{III}$ , I, II ve III bölgelerinin kırılma indislerini gösterir. Bir dikdörtgen kesitli yarıiletken dalga kılavuzunun aktif ve gömlek bölgelerindeki her bir elektromanyetik alan hakkında önemli bir noktayı ifade eden bu tanımlanmış büyüklükler hapsedilmiş alan dağılımlarını sağlar (Buck 1994). Aktif bölgede alanın, Şekil 2.1'de görüldüğü gibi, yoğun olması ve  $|x| \rightarrow \infty$  için zayıflaması istenir (Verdeyen 1989). Daha önce de görüldüğü gibi,  $n_{i,iii} \langle n_{ef} \rangle n_{ii}$  şartının sağlanması için (2.4) ve (2.5) denklemlerinin sağ taraflarının reel olması gerekir. Burada  $n_{ef}$ 'ye efektif kırılma indisi denir ve  $n_{ef} = \beta_z / k_o$  olarak verilir ki bu, özdeş kırılma

indisidir (Kraus ve Deimel 1990, Karakılınc 2005). Diğer taraftan  $n_{i,iii}$  kırılma indisinin simetrik dikdörtgen kesitli yarıiletken dalga kılavuzunda  $n_i$  ya da  $n_{iii}$  kırılma indisi yerine geçtiği bilinmektedir (Kapon 1998). Bu şartlar altında üç bölgedeki elektrik alan ifadelerinin

$$E_{y_{ii}}(x, z, t) = [A_{ii} \cos \alpha_{ii} x + B_{ii} \sin \alpha_{ii} x] F(z, \omega, t) = A \cos(\alpha_{ii} x - \theta) F(z, \omega, t) \quad (2.7)$$

$$A = \sqrt{A_{ii}^2 + B_{ii}^2}, \quad \theta = \arctan B_{ii}/A_{ii}, \quad a = x_0/2 \quad (2.8)$$

$$E_{y_i}(x, z, t) = E_i \exp[\alpha_i (x + a)] F(z, \omega, t) \quad (2.9)$$

$$E_{y_{iii}}(x, z, t) = E_{iii} \exp[-\alpha_{iii} (x - a)] F(z, \omega, t) \quad (2.10)$$

$$F(z, \omega, t) = \exp[j(\omega t - \beta_z z)] \quad (2.11)$$

şeklinde olacağı açıktır. Burada  $E_i$ ,  $E_{iii}$ ,  $A_{ii}$  ve  $B_{ii}$  katsayılarının birer sabiti gösterdiği ve çift fonksiyonlu elektrik alanı için  $B_{ii}=0$  ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için  $A_{ii}=0$  olarak alınacağı da bilinmektedir (Carroll vd 1998, Temiz 2001).

Alanların Şekil 2.1'deki modelin  $x = \pm a$  sınırlarında sürekli olması için yani alanların sınır şartlarını sağlaması için, aktif bölgeye ait  $2a$  genişliğine bağlı bölgenin karşılıklı kenarları arasındaki optik faz değişimi  $\zeta = \alpha_{ii} a$  tanımlanarak  $\alpha_{ii}$ ,  $\theta$  ve  $a$  büyüklüklerine bağlı olan  $E_i$  ve  $E_{iii}$  kat sayıları  $A$  sabiti cinsinden

$$E_i = A \cos(\alpha_{ii} a + \theta) = A \cos(\zeta + \theta) \quad (2.12)$$

ve

$$E_{iii} = A \cos(\alpha_{ii} a - \theta) = A \cos(\zeta - \theta) \quad (2.13)$$

olarak bulunur (Temiz 2001).

## 2.2 Normalize Yayılım Sabitinin Hesaplanması

Bölgelere ait kırılma indisleriyle beraber dalga boyu ve aktif bölgenin genişliği verildiğinde, normalize frekans (NF),

$$V = ak_o \sqrt{n_{II}^2 - n_{I,III}^2} \quad (2.14)$$

şeklinde tanımlanır (Iga 1994). Normalize yayılım sabitinin (NYS,  $\alpha$ ), NF ile aralarında, sırasıyla, çift ve tek modlu alanlar için aşağıdaki bağıntı mevcuttur (Iga 1994):

$$\tan(\sqrt{1-\alpha}V) = \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}}, \quad \cot(\sqrt{1-\alpha}V) = -\sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (2.15)$$

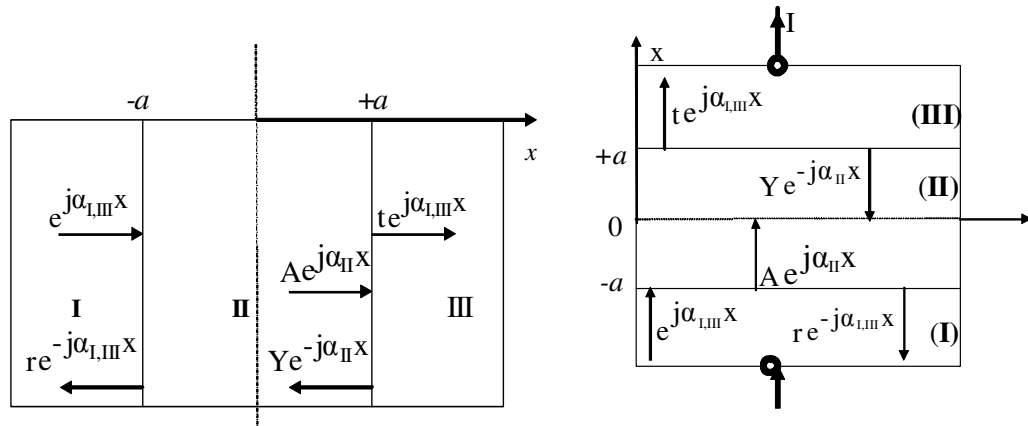
Eğer NF biliniyorsa sayısal Newton-Raphson Yöntemi yardımıyla NYS hesaplanabilir. Buradan hareketle de normalize koordinat sisteminin apsisi ( $\zeta$ ) ve ordinatı ( $\eta$ ) ise,

$$\zeta = \sqrt{1-\alpha}V = \alpha_{II}a, \quad \eta = \sqrt{\alpha}V = \alpha_{I,III}a \quad (2.16)$$

olarak hesaplanır (Iga 1994, Karakılınç ve Temiz 2004).

### 3. TEKLİ YARIİLETKEN DALGA KILAVUZUNUN ANALİTİK ÇÖZÜMÜ

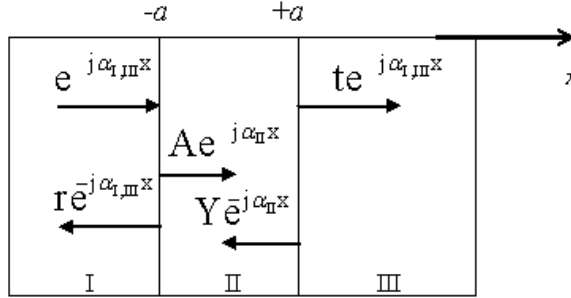
#### 3.1 Tekli Dalga Kılavuzunda Elektrik Alan Dalgası



**Şekil 3.1** Soldan sağa doğru hareket eden elektronların STYDK bölgelerinde dalgalar cinsinden temsil edilmeleri

Şekil 3.1’de yarıiletken dikdörtgen kesitli adım kırılma indisli simetrik tekli dalga kılavuzu görülmektedir. Simetrik dalga kılavuzlarında bölgelerin kırılma indisleri arasında  $n_{II} > n_I = n_{III} = n_{I,III}$  ilişkisi vardır (Suematsu ve Adams1994). STYDK’nun I bölgesinde soldan sağa doğru hareket eden elektron  $e^{j\alpha_{I,III}x}$  düzlem dalgası ile, I-II arayüzeyine çarparak geri yansıyan elektronlar  $re^{-j\alpha_{I,III}x}$  düzlem dalgası ile temsil edilmiştirler. Burada  $r$ , yansıma katsayısıdır. II bölgesinde de  $Ae^{j\alpha_{II}x}$  ifadesi sağa doğru hareket eden ve  $Ye^{-j\alpha_{II}x}$  ifadesi ise II-III arayüzeyine çarptıktan sonra sola doğru hareket eden elektronların dalgalarıdır. I-II ve II-III arayüzeyleri tasarımla sağlanan enerji arayüzeyleridir ve potansiyel duvarı adını alırlar. Sonuç olarak III bölgesine geçen elektronlar,  $t$  yansıma katsayısı olmak üzere,  $te^{j\alpha_{I,III}x}$  düzlem dalgası

ile gösterilmiştir. Bu dalgaların birimleri elektrik mühendisliğinde yaygın olarak kullanılan MKSA birim sistemine göre V/m olarak alınırsa, o zaman bu ifadelere elektrik alan dalgaları gözü ile bakılabilir.



**Şekil 3.2** Soldan sağa doğru hareket eden elektronların elektrik alan dalgaları cinsinden bölgelerdeki temsili

Şekil 3.2’de görüldüğü gibi simetrik tekli dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunda elektronların hareketini temsil eden dalgalara ait bir denklem sistemi oluşturulabilir (Bkz. Ek-1).

$$\begin{aligned}
 1) & Ae^{-j\zeta} + Ye^{j\zeta} - re^{j\eta} = e^{-j\eta} \\
 2) & A\alpha_{II}e^{-j\zeta} - Y\alpha_{II}e^{j\zeta} + r\alpha_{I,III}e^{j\eta} = \alpha_{I,III}e^{-j\eta} \\
 3) & Ae^{j\zeta} + Ye^{-j\zeta} - te^{j\eta} = 0 \\
 4) & A\alpha_{II}e^{j\zeta} - Y\alpha_{II}e^{-j\zeta} - t\alpha_{I,III}e^{j\eta} = 0
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

(3.1)’ de verilen denklem sisteminde 4 bilinmeyen bulunmaktadır. Bilinen büyüklükler ise,  $\alpha_{I,III}$ ,  $\alpha_{II}$  ve  $\eta$ - $\zeta$  normalize koordinat parametreleridir. Bu denklem sistemini çözerek A, Y, r ve t katsayılarını bulmak için matris eşitliği kullanılabilir:

$$\begin{bmatrix} e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & -e^{j\eta} & 0 \\ \alpha_{II}e^{-j\zeta} & -\alpha_{II}e^{j\zeta} & \alpha_{I,III}e^{j\eta} & 0 \\ e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & 0 & -e^{j\eta} \\ \alpha_{II}e^{j\zeta} & -\alpha_{II}e^{-j\zeta} & 0 & -\alpha_{I,III}e^{j\eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ Y \\ r \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\eta} \\ \alpha_{I,III}e^{-j\eta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

Denklem 3.2'deki matris eşitliğinde A, Y, r ve t katsayıları determinant metodu ile bulunabilir (Bkz Ek-1). Hesaplamalar sonunda, r yansıma katsayısı, taşıyıcıların eneri özdeğerlerinin normalize koordinat parametreleri cinsinden,

$$r = je^{-j2\eta} \frac{(\zeta^2 - \eta^2) \sin 2\zeta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (3.3)$$

olarak elde edilir. Denklem (3.3)'teki bu ifade sadeleştirilebilir. Bu durumda r yansıma katsayısının ifadesi,

$$r = je^{-j2\eta} \frac{\cos 2\zeta}{\cos 2\zeta - j} \quad (3.4)$$

şeklinde verilir. (3.1)'de verilen denklem sisteminde diğer bir parametre olan t geçiş katsayısı ise yine determinant metodu yardımıyla

$$t = e^{-j2\eta} \frac{2\zeta\eta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (3.5)$$

olarak elde edilir. t geçiş katsayısını en sade biçimde ifade etmek için bazı eşitliklerden faydalanılarak (3.6) denklemi elde edilir:

$$t = e^{-j2\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j}. \quad (3.6)$$

Sistemdeki diğer bir bilinmeyen olarak karşımıza çıkan A parametresi ise determinant yöntemi ile

$$A = e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\eta(\zeta + \eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (3.7)$$

şeklinde elde edilir. Yine bilinen eşitlikler yardımıyla, (3.7) denklemi ile verilen bu sonuç daha sade bir hale getirilebilir:

$$A = \frac{1}{2} e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\tan \zeta + 1}{\cos 2\zeta - j}. \quad (3.8)$$

Son olarak da Y parametresi aşağıdaki şekilde elde edilir:

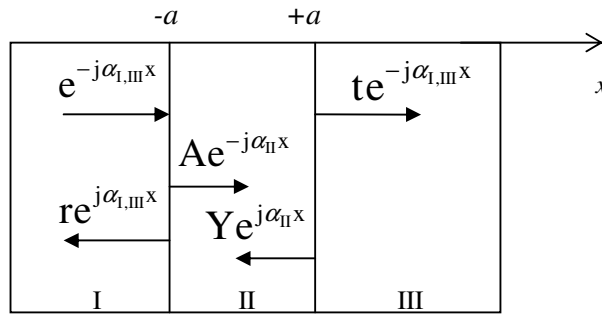
$$Y = e^{j(\zeta-\eta)} \frac{\eta(\zeta-\eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta}. \quad (3.9)$$

(3.9) denkleminde verilen sonucun sadeleştirilmiş şekli ise bazı eşitlikler yardımıyla,

$$Y = \frac{1}{2} e^{j(\zeta-\eta)} \frac{1 - \tan \zeta}{\cos 2\zeta - j} \quad (3.10)$$

olarak ifade edilebilir.

Eğer I, II ve III bölgelerindeki elektrik alanları delikler için ifade edilecek olursa; bu durum, Şekil 3.3'deki gibi gösterilebilir.



**Şekil 3.3** Sağdan sola doğru hareket eden deliklerin elektrik alan dalgaları cinsinden bölgelerdeki temsili

Şekil 3.3'de görülen tekli kuantum çukuru için elektrik alan dalgaları yazılarak süreklilik için arakesitlerde eşitlikler oluşturulabilir (Bkz. Ek-1).

$$Ae^{j\zeta} + Ye^{-j\zeta} - re^{-j\eta} = e^{j\eta} \quad (3.11)$$

$$A\alpha_{II}e^{j\zeta} - Y\alpha_{II}e^{-j\zeta} + r\alpha_{I,III}e^{-j\eta} = \alpha_{I,III}e^{j\eta} \quad (3.12)$$

$$Ae^{-j\zeta} + Ye^{j\zeta} - te^{-j\eta} = 0 \quad (3.13)$$

$$A\alpha_{II}e^{-j\zeta} - Y\alpha_{II}e^{j\zeta} - t\alpha_{I,III}e^{-j\eta} = 0 \quad (3.14)$$

(3.11)-(3.14)'te görülen denklem sistemi aşağıdaki gibi matris şeklinde ifade edilebilir:

$$\begin{bmatrix} e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & -e^{-j\eta} & 0 \\ \alpha_{II}e^{j\zeta} & -\alpha_{II}e^{-j\zeta} & \alpha_{I,III}e^{-j\eta} & 0 \\ e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & 0 & -e^{-j\eta} \\ \alpha_{II}e^{-j\zeta} & -\alpha_{II}e^{j\zeta} & 0 & -\alpha_{I,III}e^{-j\eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ Y \\ r \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{j\eta} \\ \alpha_{I,III}e^{j\eta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

(3.15) matris denklemi çözüldüğünde bilinmeyen A, Y, r, t katsayıları aşağıdaki şekilde bulunur (Bkz. Ek-1):

$$r = je^{j2\eta} \frac{(\eta^2 - \zeta^2)\sin 2\zeta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2)\sin 2\zeta} \quad (3.16)$$

Denklem (3.16)'da verilen "r" yansıma katsayısı ifadesi daha da sadeleştirilebilir.

$$r = -je^{j2\eta} \frac{\cos 2\zeta}{\cos 2\zeta + j} \quad (3.17)$$

Delikler için ifade edilen dalga denkleminde hareketle "t" geçiş katsayısı da aşağıdaki şekilde bulunur.

$$t = e^{j2\eta} \frac{2\zeta\eta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2)\sin 2\zeta} \quad (3.18)$$

(3.18)'de verilen "t" geçiş katsayısı da yine aynı yöntemle sadeleştirilmiş hale getirilebilir:

$$t = e^{j2\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta + j} \quad (3.19)$$

Deliklerin hareketini karakterize eden sistemde "A" parametresi şu şekilde hesaplanmıştır (Bkz. Ek-1).



$$A = e^{j(\zeta+\eta)} \frac{\eta(\zeta+\eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (3.20)$$

(3.20)'de verilen "A" parametresi için de daha sade bir ifade yazılabilir:

$$A = \frac{1}{2} e^{j(\zeta+\eta)} \frac{\tan \zeta + 1}{\cos 2\zeta + j} \quad (3.21)$$

Son olarak da delikleri karakterize eden sistemde "Y" katsayısı hesaplanmıştır. Bu sonuç ve sadeleştirilmiş ifadesi, sırasıyla, denklem (3.22) ve denklem (3.23)'te verilmiştir.

$$Y = e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{\eta(\zeta-\eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (3.22)$$

$$Y = \frac{1}{2} e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{1 - \tan \zeta}{\cos 2\zeta + j} \quad (3.23)$$

### 3.2 Tek Kuantum Çukurunda Rezonans Şartı

Rezonans şartı tek kuantum çukurunda yansımanın olmadığı ( $r=0$ ) durum anlamına gelmektedir. Elektronların hareketini karakterize eden, birinci durum için sistemde rezonans şartı ele alındığında, denklem sistemi, aşağıdaki şekilde olur:

$$\begin{aligned} 1) & Ae^{-j\zeta} + Ye^{j\zeta} - re^{j\eta} = e^{-j\eta} \\ 2) & A\alpha_{II}e^{-j\zeta} - Y\alpha_{II}e^{j\zeta} + r\alpha_{I,III}e^{j\eta} = \alpha_{I,III}e^{-j\eta} \\ 3) & Ae^{j\zeta} + Ye^{-j\zeta} - te^{j\eta} = 0 \\ 4) & A\alpha_{II}e^{j\zeta} - Y\alpha_{II}e^{-j\zeta} - t\alpha_{I,III}e^{j\eta} = 0 \end{aligned} \quad (3.24)$$

Bu denklem sistemi daha önce (3.1) denkleminde verilmişti. (3.24) denkleminde verilen sistem çözülerek bilinmeyenler, aşağıdaki şekilde bulunmuştur:

$$r = je^{-j2\eta} \frac{(\zeta^2 - \eta^2) \sin 2\zeta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (3.25)$$

$$t = e^{-j2\eta} \frac{2\zeta\eta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (3.26)$$

$$A = e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\eta(\zeta + \eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (3.27)$$

$$Y = e^{j(\zeta-\eta)} \frac{\eta(\zeta - \eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (3.28)$$

(3.25)-(3.28) denklemlerindeki r, t, A, Y bilinmeyenlerinin ifadeleri genel çözümlerdir. Buradan hareketle rezonans şartı için r'nin sıfır olmasını (I-II duvarından geriye yansımaya olmamasını) sağlayan çözüm araştırıldığında (3.25)'te verilen denklemde "r" büyüklüğü sıfıra eşitlenmelidir.

$$r = 0 = je^{-j2\eta} \frac{(\zeta^2 - \eta^2) \sin 2\zeta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (3.29)$$

Eğer (3.29)'daki denklem çözümlürse; r'nin sıfır olmasını sağlayan şart bulunur. Bu şart, (3.30)'da verilmiştir.

$$\sin 2\zeta = 0, \quad 2\zeta = k\pi, \quad k=0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.30)$$

(3.30)'daki bu şartı kullanarak, (3.26) denkleminde hareketle rezonans durumunda t yansımaya katsayısı,

$$t = e^{-j2\eta} \frac{2\zeta\eta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta} = \frac{e^{-j2\eta}}{(-1)^k} = (-1)^k e^{-j2\eta} \quad (3.31)$$

olarak elde edilir.

"A" parametresinin rezonans durumundaki ifadesini bulmak için ise, (3.30) denklemini ile verilen şart, (3.27) denklemine uygulanır. Böylece rezonans durumunda,

$$A = \frac{1}{2}(-1)^k e^{-j(\zeta+\eta)}(1 + \tan \zeta), k=0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.32)$$

olur. Benzer şekilde (3.28) denkleminde hareketle de “Y” parametresi elde edilir:

$$Y = e^{j(\zeta-\eta)} \frac{\eta(\zeta-\eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta} = e^{j(\zeta-\eta)} \frac{\zeta-\eta}{2\zeta(-1)^k} = \frac{1}{2}(-1)^k e^{j(\zeta-\eta)} \frac{\zeta-\eta}{\zeta} = \frac{1}{2}(-1)^k e^{j(\zeta-\eta)}(1 - \tan \zeta) \quad (3.33)$$

Rezonans şartı, deliklerin hareketini karakterize eden denklem sistemi için bulunacak olursa; benzer bir yol izlenir. Bu denklem sistemi en genel hali ile aşağıdaki şekilde verilmektedir:

$$Ae^{j\zeta} + Ye^{-j\zeta} - re^{-j\eta} = e^{j\eta} \quad (3.34)$$

$$A\alpha_{II}e^{j\zeta} - Y\alpha_{II}e^{-j\zeta} + r\alpha_{I,III}e^{-j\eta} = \alpha_{I,III}e^{j\eta} \quad (3.35)$$

$$Ae^{-j\zeta} + Ye^{j\zeta} - te^{-j\eta} = 0 \quad (3.37)$$

$$A\alpha_{II}e^{-j\zeta} - Y\alpha_{II}e^{j\zeta} - t\alpha_{I,III}e^{-j\eta} = 0 \quad (3.38)$$

(3.34)-(3.38)'de verilen denklem sisteminin çözümü daha önce bulunmuştu. Sistemin çözümünden elde edilen sonuçlar, aşağıda (3.39)-(3.42) denklemlerinde tekrar ele alınmıştır:

$$r = -je^{j2\eta} \frac{(\zeta^2 - \eta^2) \sin 2\zeta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (3.39)$$

$$t = e^{j2\eta} \frac{2\zeta\eta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (3.40)$$

$$A = e^{j(\zeta+\eta)} \frac{\eta(\zeta + \eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (3.41)$$

$$Y = e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{\eta(\zeta-\eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (3.42)$$

Şimdi rezonans durumunda r yansıma katsayısının sıfır olmasını sağlayan şart bulunacaktır. Bunun için (3.39) denklemi sıfıra eşitlenir.

$$r = 0 = -j e^{j2\eta} \frac{(\zeta^2 - \eta^2) \sin 2\zeta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (3.43)$$

(3.43) denkleminde sıfır olma şartını

$$\sin 2\zeta = 0, \quad 2\zeta = k\pi, \quad k=0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.44)$$

eşitliği yerine getirir. (3.44) denklemi (3.40) denkleminde kullanılarak, rezonans durumundaki t geçiş katsayısı,

$$t = e^{j2\eta} \frac{2\zeta\eta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta} = \frac{e^{j2\eta}}{(-1)^k} = (-1)^k e^{j2\eta} \quad (3.45)$$

olarak elde edilir. “A” parametresi ise (3.41) denkleminde hareketle elde edilir:

$$A = \frac{1}{2} (-1)^k e^{j(\zeta+\eta)} (1 + \tan \zeta), \quad k=0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.46)$$

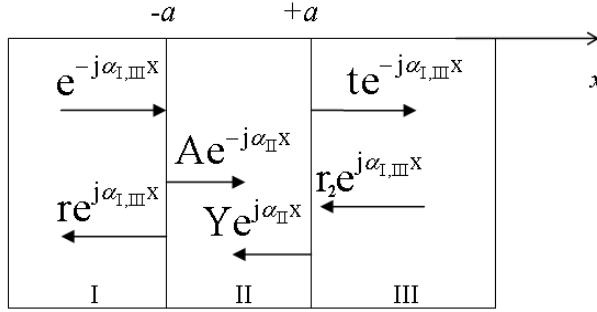
Benzer şekilde, “Y” parametresinin rezonans durumundaki ifadesi ise,

$$Y = e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{\eta(\zeta-\eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta} = e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{\zeta-\eta}{2\zeta(-1)^k} = \frac{1}{2} (-1)^k e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{\zeta-\eta}{\zeta},$$

$$Y = \frac{1}{2} (-1)^k e^{-j(\zeta-\eta)} (1 - \tan \zeta) \quad (3.47)$$

şeklinde elde edilir.

Burada konuyla ilgili ek bir bilgi verilebilir. En genel durumda tek kuantum çukurunda III bölgesi için geri yansıyan  $r_2$  yansıma katsayılı bir dalga olduğu varsayalım.



**Şekil 3.4** Tek kuantum çukurunda III bölgesine geri yansıyan  $r_2$  dalgasının olması durumu

Bu durumda

$$|A| + |Y| = |t| + |r_2| \quad (3.48)$$

olması gerekir. Burada ilgili katsayılar daha önce elde edilmişti:

$$t = e^{j2\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta + j} \quad (3.49)$$

$$A = \frac{1}{2} e^{j(\zeta+\eta)} \frac{\tan \zeta + 1}{\cos 2\zeta + j} \quad (3.50)$$

$$Y = \frac{1}{2} e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{1 - \tan \zeta}{\cos 2\zeta + j} \quad (3.51)$$

(3.49)-(3.51) denklemlerindeki  $t$ ,  $A$ ,  $Y$  katsayılarının ifadesi (3.48) denklemde kullanılırsa, bilinmeyen  $r_2$  katsayısı hesaplanabilir. (3.49)-(3.51) denklemlerindeki  $A$ ,  $Y$  ve  $t$  katsayılarının mutlak değerleri alınarak (3.48) denklemde yerlerine yazılır.

$$|A| = \left| \frac{1}{2} e^{j(\zeta+\eta)} \frac{\tan \zeta + 1}{\cos 2\zeta + j} \right| = \frac{1}{2} \frac{1 + \tan \zeta}{\sqrt{1 + \cos^2 2\zeta}} \quad (3.52)$$

$$|Y| = \left| \frac{1}{2} e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{1 - \tan \zeta}{\cos 2\zeta + j} \right| = \frac{1}{2} \frac{1 - \tan \zeta}{\sqrt{1 + \cos^2 2\zeta}} \quad (3.53)$$

$$|t| = \left| e^{j2\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta + j} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \cos^2 2\zeta}} \quad (3.54)$$

$$\frac{1}{2} \frac{1 + \tan \zeta}{\sqrt{1 + \cos^2 2\zeta}} + \frac{1}{2} \frac{1 - \tan \zeta}{\sqrt{1 + \cos^2 2\zeta}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \cos^2 2\zeta}} + |r_2| \quad (3.55)$$

$$\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \cos^2 2\zeta}} (1 + \tan \zeta + 1 - \tan \zeta) = \frac{1}{\sqrt{1 + \cos^2 2\zeta}} + |r_2| \quad (3.56)$$

(3.55) ve (3.56) denklemlerindeki ara işlemler de yapıldıktan sonra  $|r_2| = 0$ ,  $r_2 = 0$  olacağı görülür. Bu da gösterir ki tek kuantum çukurunda III bölgesinden geri yansıma yoktur.

### 3.3 Aktif Bölgedeki Elektrik Alanının Hesaplanması

Elektronların hareketini karakterize eden dalga denklemini oluşturmak için Şekil 3.2'deki II bölgesine (aktif bölge) baktığımızda  $E_{yII}$  elektrik alanının

$$E_{yII} = Ae^{j\alpha_{II}x} + Ye^{-j\alpha_{II}x} \quad (3.57)$$

olarak yazılabileceği açıkça görülmektedir. (3.57) denkleminde yer alan A ve Y katsayılarının taşıyıcıların enerji özdeğerlerinin normalize koordinat sistemindeki parametrik koordinatları cinsinden hesaplanmış sonuçları (3.58) ve (3.59) denklemlerinde yeniden verilmiştir.

$$A = \frac{1}{2} e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\tan \zeta + 1}{\cos 2\zeta - j} \quad (3.58)$$

$$Y = \frac{1}{2} e^{j(\zeta-\eta)} \frac{1 - \tan \zeta}{\cos 2\zeta - j} \quad (3.59)$$

A ve Y katsayılarının ifadeleri (3.57)'deki aktif bölgeye ait elektrik alan denkleminde yerlerine yazılır (Bkz. Ek-1). Bu durumda aktif bölgedeki elektrik alanının yayılım sabiti ve normalize parametrik koordinatlar cinsinden ifadesi

$$E_{yII} = \frac{e^{-j\eta}}{\cos 2\zeta - j} [\cos(\alpha_{II}x - \zeta) + j\sin(\alpha_{II}x - \zeta)] \quad (3.60)$$

şeklinde olur.

Benzer şekilde rezonans durumunda aktif bölgedeki elektrik alan ifadesi,

$$E_{yIIr}(x) = A_r e^{j\alpha_{II}x} + Y_r e^{-j\alpha_{II}x} = (-1)^k e^{-j\eta} [\cos(\alpha_{II}x - \zeta) + j\sin(\alpha_{II}x - \zeta) \tan \zeta] \quad (3.61)$$

şeklinde olur.

Deliklerin hareketini karakterize eden Şekil 3.3'teki sistem için ise aktif bölgedeki elektrik alan ifadesi,

$$E_{yII} = A e^{-j\alpha_{II}x} + Y e^{j\alpha_{II}x} \quad (3.62)$$

denkleminde hareketle,

$$E_{yII} = \frac{e^{j\eta}}{\cos 2\zeta + j} [\cos(\alpha_{II}x - \zeta) - j\sin(\alpha_{II}x - \zeta)] \quad (3.63)$$

şeklinde bulunur. Rezonans durumunda aktif bölgedeki elektrik alan ifadesi ise

$$E_{yIIr}(x) = A_r e^{-j\alpha_{II}x} + Y_r e^{j\alpha_{II}x} = (-1)^k e^{j\eta} [\cos(\alpha_{II}x - \zeta) - j\sin(\alpha_{II}x - \zeta) \tan \zeta] \quad (3.64)$$

şeklinde elde edilmiştir.

### 3.4 Kuantum Akımlarının Hesaplanması

Yarıiletken adım kırılma indisli simetrik tekli dalga kılavuzunda, I bölgesindeki elektrik alan ifadesinin (3.65) denklemindeki şekilde olacağı açıkça görülmektedir. Bu ifadedeki elektrik alanı deliklerin hareketini karakterize eder.

$$E_{yI}(x) = e^{-j\alpha_{I,III}x} + r e^{j\alpha_{I,III}x} \quad (3.65)$$

Herhangi bir ortam için (örneğin dalga kılavuzunun I bölgesi) kuantum akımı,

$$\varphi_I = \frac{\hbar}{2jm^*} [E_{yI}^* \frac{\partial E_{yI}}{\partial x} - \frac{\partial E_{yI}^*}{\partial x} E_{yI}] = \frac{\hbar}{2jm^*} [E_{yI}^* \frac{\partial E_{yI}}{\partial x} - (E_{yI}^* \frac{\partial E_{yI}}{\partial x})^*]. \quad (3.66)$$

formülünden hesaplanır. (3.66) denkleminde (3.65) denklemindeki elektrik alan ifadesi kullanılırsa, I bölgesi için kuantum akımı,

$$\varphi_I = -\frac{\hbar}{m^*} \alpha_{I,III} (1 - r^2) = -\frac{\eta \hbar}{m^* a} (1 - r^2) \quad (3.67)$$

şeklinde elde edilir. Benzer şekilde (3.66) denklemini III. bölgeye uyarlanarak kuantum akımı hesaplanacak olursa

$$\varphi_{III} = -\frac{\eta \hbar}{m^* a} |t|^2 \quad (3.68)$$

ifadesi elde edilir. II. bölge için kuantum akımı ise yine (3.66) denkleminde faydalanılarak,

$$\varphi_{II} = -\frac{\alpha_{II} \hbar}{m^*} (|A|^2 - |Y|^2) = -\frac{\zeta \hbar}{m^* a} (|A|^2 - |Y|^2) \quad (3.69)$$

şeklinde elde edilir.

(3.67)-(3.69) denklemlerinde bulunan r, t, A, Y katsayıları, daha önce hesaplanmış ve bulunan sonuçlar (3.17), (3.19), (3.20), (3.23) denklemlerinde verilmişti. Bu sonuçlar, kuantum akımlarının hesabı için kullanılacak olursa, I bölgesinde

$$\varphi_I = \mp \frac{\eta \hbar}{m^* a} (1 - |r|^2) = \mp \frac{\eta \hbar}{m^* a} \left( 1 - \left| \mp j e^{\pm 2j\eta} \frac{\cos 2\zeta}{\cos 2\zeta \pm j} \right|^2 \right) = \mp \frac{\eta \hbar}{m^* a} \left[ \frac{1}{1 + \cos^2 2\zeta} \right] \quad (3.70)$$

olduğu, II bölgesinde



$$\varphi_{II} = \mp \frac{\zeta \hbar}{m^* a} \left( \frac{1}{4} \frac{(1 + \tan \zeta)^2}{\cos^2 2\zeta + 1} - \frac{1}{4} \frac{(1 - \tan \zeta)^2}{\cos^2 2\zeta + 1} \right) = \mp \frac{\eta \hbar}{m^* a} \left[ \frac{1}{1 + \cos^2 2\zeta} \right] \quad (3.71)$$

olduğu, III bölgesinde ise,

$$\varphi_{III} = \mp \frac{\eta \hbar}{m^* a} |t|^2 = \mp \frac{\eta \hbar}{m^* a} \left| e^{\pm 2j\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta \pm j} \right|^2 = \mp \frac{\eta \hbar}{m^* a} \left[ \frac{1}{1 + \cos^2 2\zeta} \right] \quad (3.72)$$

olduğu elde edilir. Adım kırılma indisli yarıiletken simetrik tekli dalga kılavuzunun bölgelerindeki kuantum akımlarının rezonans durumundaki ifadeleri ise,

$$\varphi_I = \mp \frac{\eta \hbar}{m^* a} \quad (3.73)$$

$$\varphi_{II} = \mp \frac{\eta \hbar}{m^* a} \quad (3.74)$$

$$\varphi_{III} = \mp \frac{\eta \hbar}{m^* a} |t|^2 = \mp \frac{\eta \hbar}{m^* a} \left| (-1)^k e^{\pm 2j\eta} \right|^2 = \mp \frac{\eta \hbar}{m^* a} \quad (3.75)$$

şeklinde elde edilir. Bu ifadelerde  $\mp$  işaretlendirmesinin altındaki işaret elektron, üstündeki işaret delik hareketini karakterize eder.

## 4. ADIM KIRILMA İNDİSLİ İKİLİ DALGA KILAVUZU

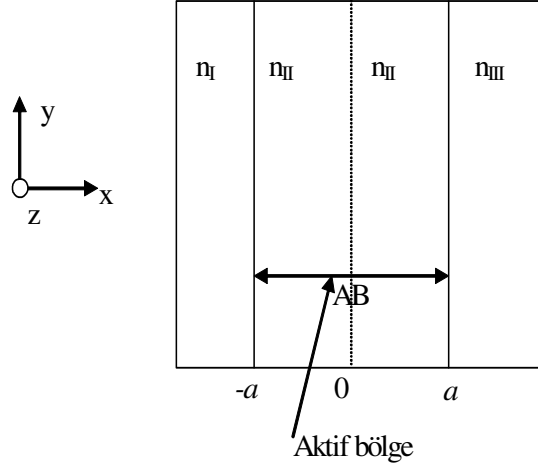
### 4.1 Asimetrik İkili Dalga Kılavuzu

Önceki bölümlerde tek kuantum çukurlu dalga kılavuzu incelenmiştir. Bu bölümde ise adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzu incelenecektir. Asimetrik adım kırılma indisli kuantum çukurunun aktif bölgesi; tek kuantum çukurundakine göre iki farklı aktif bölge içerir. Asimetrik adım kırılma indisli kuantum çukurunda farklı indislerde elektrik ve manyetik alan analizi yapılacaktır.

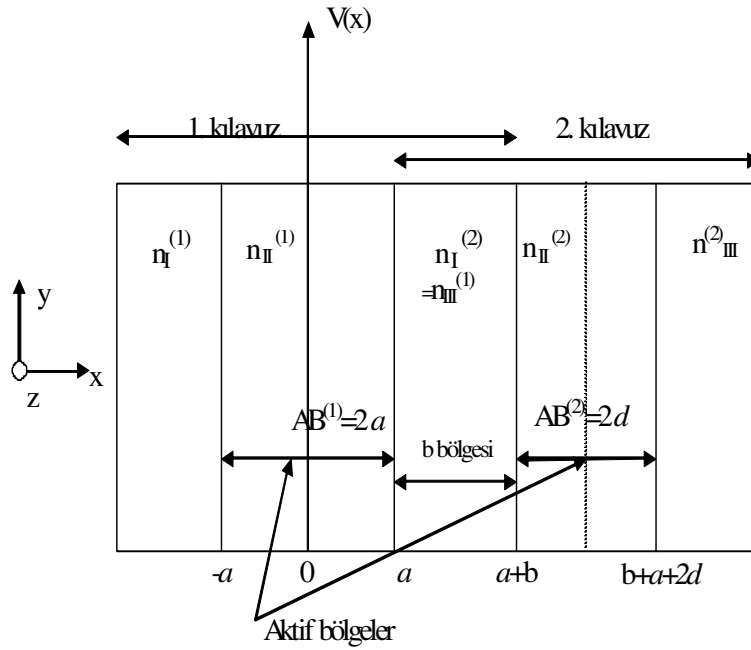
Farklı yapılar çoklu farklı jonksiyonlardan oluşmaktadır. Aktif bölge olarak adlandırılan dar bant malzemeli ince tabaka gömlek bölgeleri arasına yerleştirilmiştir. Kuantum özelliklerinin ortaya çıkması için II. bölge yeterince ince ise o zaman bu yapı Şekil 4.1'deki gibi asimetrik tek kuantum çukuru olarak adlandırılır. Bölgeler farklı malzemelerden oluşmaktadır. (p-GaAs ve n-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As). Burada x, GaAs içinde yer alan galyumun yerine katılan alüminyumun yüzdesini vermektedir. GaAs ve AlAs yarıiletkenleri hemen hemen özdeş kafes sabitlerine sahiptir (Verdeyen 1989). Farklı değerlerdeki kırılma indisleri katkılandırma ile elde edilir. Bunun yanında alanın dalga boyuna da bağlıdır. Şekil 4.1'deki asimetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzunun üç bölgesine ait kırılma indisleri arasındaki bağıntı,  $n_{II} > n_I > n_{III}$  şeklindedir. Eğer  $n_I$ ,  $n_{II}$  ve  $n_{III}$ ,  $n_{II} > n_I = n_{III}$  olarak alınırsa bu durumda dalga kılavuzu, simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzu adını alır.

Şekil 4.1'deki asimetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzunun aktif bölgesine ek bir yarıiletken katman yerleştirilebilir. Böylece, Şekil 4.2'deki b bölgesinin sağ ve sol kenarlarına asimetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzuna ait bir çift aktif bölge yerleştirilmiştir. Bu yeni yapıya ikili asimetrik adım kırılma indisli dalga kılavuzu adı verilir. b bölgesi, soldan sağa doğru, birinci asimetrik adım kırılma indisli tekli dalga

kılavuzunun ikinci gömlek bölgesidir ve ikinci asimetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzunun birinci gömlek bölgesidir. Eğer ikili asimetrik adım kırılma indisli dalga kılavuzunda  $n_{II} > n_I = n_{III}$  şartı sağlanıyorsa, birinci asimetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzu ve ikinci asimetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzu, birinci simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzu ve ikinci simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzuna dönüşürler.

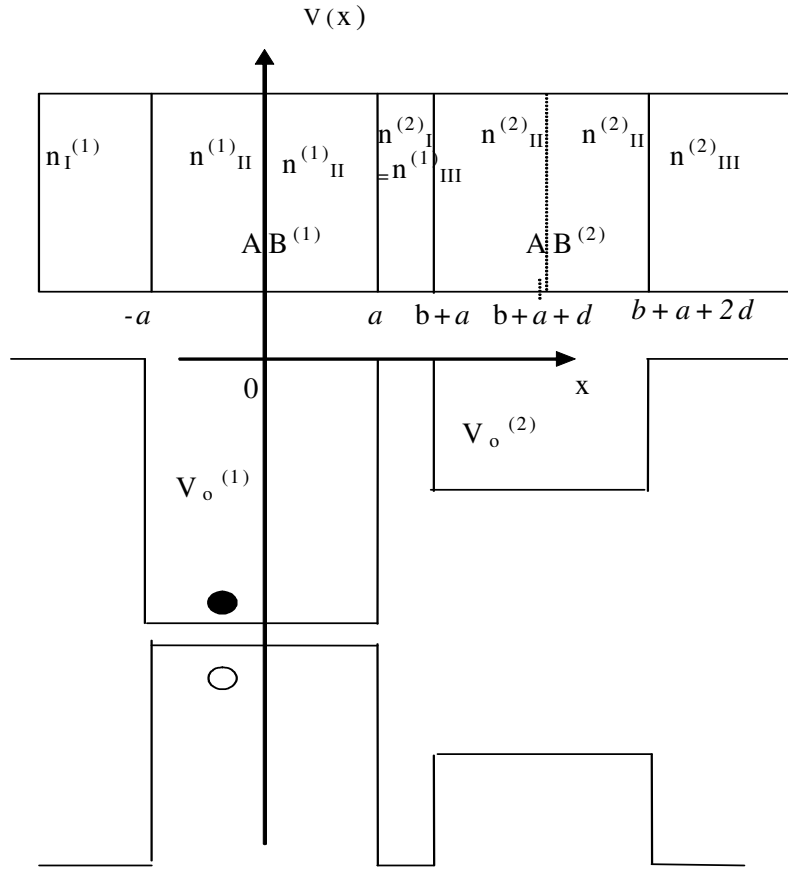


**Şekil 4.1** Asimetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzunun bölgeleri



**Şekil 4.2** İkili asimetrik adım kırılma indisli dalga kılavuzunun b bölgesinin sağ ve sol kenarlarında bulunan aktif bölgeler

İkili asimetrik adım kırılma indisli dalga kılavuzu, Şekil 4.3'te görüldüğü gibi iletim ve valans bandında bir boyutlu  $V(x)$  potansiyel enerjisine sahiptir (Verdeyen 1989, Carroll vd 1998, Popescu 2004). İkili asimetrik adım kırılma indisli dalga kılavuzunun aktif bölgesi;  $n_{II}^{(1)}$  kırılma indisine sahip olan aktif bölge 1 ( $AB^{(1)}$ ),  $n_{II}^{(2)}$  kırılma indisine sahip olan aktif bölge 2 ( $AB^{(2)}$ ) ve  $n_{III}^{(1)}$  veya  $n_I^{(2)}$  kırılma indisine sahip olan b bölgesini içerir. Burada birinci asimetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzu için  $n_{III}^{(1)}$  kırılma indisinin, ikinci asimetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzu için  $n_I^{(2)}$  kırılma indisine eşit olması gerektiğine dikkat ediniz. Asimetrik adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzunda herhangi bir elektron ya da delik varsa, katkılama sonucu içten ya da dıştan oluşup oluşmadığına göre, daha düşük enerji seviyelerine geçiş yapacaktır. Şekil 4.3'te içi dolu daire ve boş daire sırasıyla elektron ve deliği göstermektedir. Asimetrik adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzunun yapısında  $V_o^{(1)}$ ,  $V_o^{(2)}$  olarak farklı çukur (bariyer) potansiyelleri bulunmaktadır (Harrison 1999).



**Şekil 4.3** Asimetrik adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzu için iletim ve valans bandındaki bir boyutlu  $V(x)$  potansiyel enerjisi

Bu şekildeki bir elektronik yapı; basit, bir boyutlu Schrödinger dalga denklemi ile ifade edilebilir. Bu denklemin çözümünün bir elektron ya da deliği temsil eden düzlem elektrik alan dalgası olduğu gösterilebilir. I, II ve III bölgelerinin her biri için elektrik alan dalga denklemi, skaler Helmholtz denklemi Kartezyen koordinat sisteminde

$$[\nabla^2 + n^2 k_0^2]e(x, y, z) = 0 \quad (4.1)$$

ile verilir. Burada elektrik alanı,  $e(x, y, z) = E_i(x, y) \exp[j(\omega t - \beta_z z)]$  şeklinde olup  $i$ ; I, II ve III katmanlarını gösterir (Verdeyen 1989). Yani alan,  $e^{j\omega t}$  tipinde zamana bağlı harmonik biçimdedir. Denklem (4.1)'in harmonik ifadesi aşağıdaki denklemde verilmiştir.

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + n_i^2(x, y) k_0^2 - \beta_z^2 \right] E_i(x, y) = 0 \quad (4.2)$$

(4.2) denklemi, her üç katmandaki alanı tanımlar. (4.2) denklemindeki  $E_i(x, y)$ ,  $n_i(x, y)$ ,  $k_0$  ve  $\beta_z$ , sırasıyla  $z$  eksen yönündeki  $i$ . katmanın enine elektrik alan fazörünü,  $i$ . bölgenin kırılma indisini, serbest uzay için dalga numarasını ve elektrik alanının faz sabitini gösterir. Aktif bölgedeki ve gömlek bölgelerindeki elektromanyetik alan için TE modu, aynı tipteki skaler dalga denkleminin uyar. Alfa Metodu bakımından asimetrik adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzunun elektrik alan cinsinden detaylı bir analizi literatürde bulunmamaktadır.

#### 4.2 Aktif ve Gömlek Bölgeleri İçin TE Moduna Ait Elektrik Alan Bileşenleri

Şekil 4.2'deki asimetrik adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzu,  $b$  bölgesinin sağ ve sol tarafında yer alan, sırasıyla  $2a$  ve  $2d$  genişliklerine sahip iki çukur içerir. Asimetrik adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzunda taşıyıcıların çukurlar içinde ayrık enerji seviyelerinde bulunmalarına izin verilir ve bu taşıyıcılar elektrik alan dalgası gibi bir dalga fonksiyonu ile tanımlanır. Taşıyıcıların kuantum durumları, Schrödinger dalga denkleminin çözümü ile tanımlanır. Simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzu için  $n_{II} > n_I = n_{III}$  şartının sağlanması ile, Şekil 4.2'deki asimetrik adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzunun birinci adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzunun bölgelerindeki

elektrik alan dalgaları ve birinci aktif bölgedeki ( $AB^{(1)}$ ) enerji özdeğerleri (EÖD), sırasıyla,

$$E_{yI}^{(1)} = A_I^{(1)} \exp[\alpha_I^{(1)}(x+a)]F(z, \omega, t) \quad (4.3)$$

$$E_{yII}^{(1)} = A_{II}^{(1)} \cos(\alpha_{II}^{(1)}x - \theta^{(1)})F(z, \omega, t) \quad (4.4)$$

$$E_{yIII}^{(1)} = A_{III}^{(1)} \exp[-\alpha_{III}^{(1)}(x-a)]F(z, \omega, t) \quad (4.5)$$

$$F(z, \omega, t) = \exp[j(\omega t - \beta_z z)] \quad (4.6)$$

$$E_n^{(1)} = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}, \quad n=1, 2, 3, \dots, \quad (4.7)$$

$$e_i^{(1)} = V_o^{(1)} - E_n^{(1)} \quad (4.8)$$

$$E_i^{(1)} = i^2 E_1^{(1)}, \quad E_1^{(1)} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}, \quad i=1, 2, 3, \dots \quad (4.9)$$

şeklindedir (Syms ve Cozen 1992, Temiz 2001, Temiz 2002b, Temiz 2002c). Burada  $n$ ,  $i$ ,  $m^*$ ,  $V_o^{(1)}$  ve  $\hbar$ , sırasıyla, alanın mod numarasını, çukur içindeki kuantum enerji seviyesini, iletim veya valans bandındaki taşıyıcının efektif kütesini,  $AB^{(1)}$  için çukur potansiyelini ve  $\hbar = 1.05459 \times 10^{-34}$  Js olarak normalize Planck sabitini gösterir. Yukarıda bahsedilen  $i=I, II, III$  için alanlardaki yayılım sabitleri,

$$\alpha_I^{(1)} = \sqrt{\beta_z^{(1)2} - \left(\frac{\omega n_I^{(1)}}{c}\right)^2} = \sqrt{\beta_z^{(1)2} - k_I^{(1)2}} \quad (4.10)$$

$$\alpha_{II}^{(1)} = \sqrt{\left(\frac{\omega n_{II}^{(1)}}{c}\right)^2 - \beta_z^{(1)2}} = \sqrt{k_{II}^{(1)2} - \beta_z^{(1)2}} \quad (4.11)$$

$$\alpha_{III}^{(1)} = \sqrt{\beta_z^{(1)2} - \left(\frac{\omega n_{III}^{(1)}}{c}\right)^2} = \sqrt{\beta_z^{(1)2} - k_{III}^{(1)2}} \quad (4.12)$$

$$\omega = 2\pi\nu/\lambda$$

denklemleri ile tanımlanır (Temiz vd 2008c, Ünal vd 2008). Burada,  $i=I, II, III$  için  $k_i^{(1)}$ , asimetrik adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzunun birinci kılavuzundaki  $i$ . katmanın dalga numarasını,  $n_I$ ,  $n_{II}$  ve  $n_{III}$ , I, II, III bölgelerinin kırılma indislerini ve  $c$  ise ışık

hızını gösterir (Verdeyen 1989). Birinci simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzunda  $\lambda=1.55\mu\text{m}$ ,  $n_{\text{I,III}}=4.5$ ,  $n_{\text{II}}=4.7$ ,  $2a=6000\text{\AA}$  için dalga numaraları, yayılım sabitleri, faz sabiti, efektif kırılma indisi, enerji özdeğeri, çukur potansiyeli,  $\eta$ ,  $\zeta$  normalize koordinat parametreleri ve A büyüklükleri hesaplanabilir (Tablo 4.1 ve Şekil 4.6).  $V^{(1)} < 1.57$  olmasından dolayı tek elektrik alanı için çözüm yoktur (Temiz 2003).

Böylece, (4.3) ve (4.5) denklemlerindeki sönümlü elektrik alanları, gömlek bölgelerinde  $x$ 'e göre üstel olarak değiştikleri; denklem (4.4)'deki elektrik alanının  $\theta=2i\pi/2$  için kosinüsoidal ve  $\theta=(2i+1)\pi/2$  için sinüsoidal olarak ( $i=0, 1, 2, 3, \dots$ ) birinci kılavuzun aktif bölgesi ( $AB^{(1)}$ ) içinde  $z$  doğrultusunda ilerlediği bulunmuştur. Şekil 4.4 ve 4.5, birinci simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzunun bölgelerindeki elektrik alanlarının  $x$ 'e göre değişimlerini göstermektedir.

Şekil 4.3'e baktığımızda, ikinci asimetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzunun aktif bölgesinin ( $AB^{(2)}$ ) ve gömlek bölgelerinin (GBr)  $x$ - $V(x)$  koordinat sistemindeki elektrik alanları,

$$\begin{aligned} E_{y\text{I}}^{(2)} &= A_{\text{I}}^{(2)} \exp\{\alpha_{\text{I}}^{(2)} [(x - (b + a))] \} F(z, \omega, t) \\ &= A_{\text{I}}^{(2)} \exp\{\alpha_{\text{III}}^{(1)} [(x - (b + a))] \} F(z, \omega, t) \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$E_{y\text{II}}^{(2)} = A^{(2)} \cos\{\alpha_{\text{II}}^{(2)} [x - (b + a + d)] - \theta^{(2)}\} F(z, \omega, t) \quad (4.14)$$

$$E_{y\text{III}}^{(2)} = A_{\text{III}}^{(2)} \exp\{-\alpha_{\text{III}}^{(2)} [x - (b + a + 2d)] \} F(z, \omega, t) \quad (4.15)$$

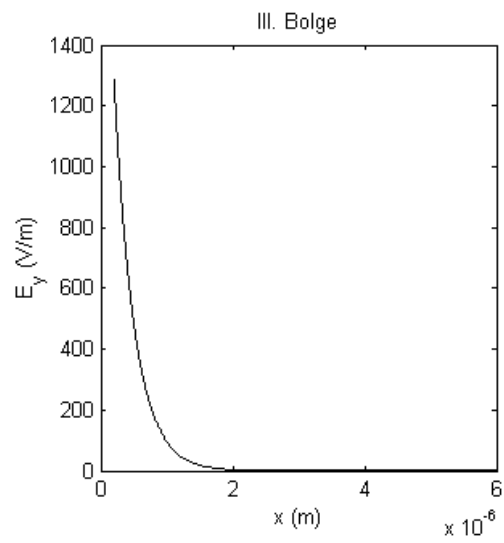
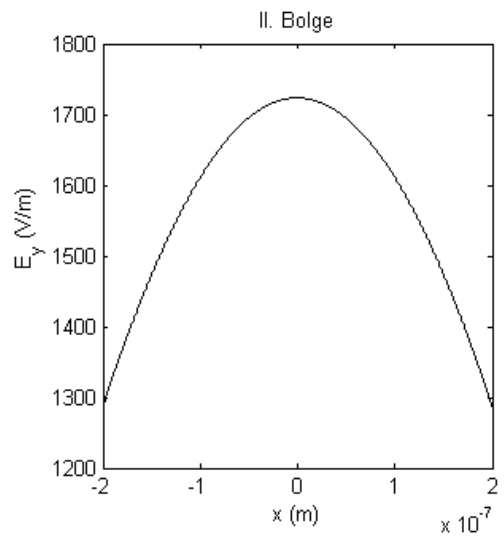
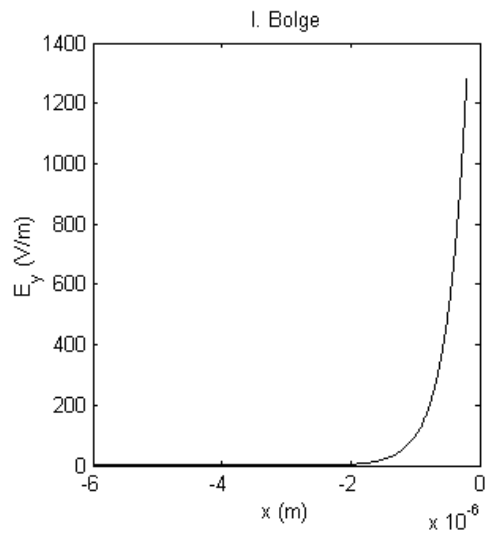
$$E_v^{(2)} = \frac{v^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* d^2}, \quad v=1, 2, 3, \dots, \quad (4.16)$$

$$e_j^{(2)} = V_o^{(2)} - E_v^{(2)}, \quad j=1, 2, 3, \dots \quad (4.17)$$

$$e_j^{(2)} = j^2 e_1^{(2)} \quad (4.18)$$

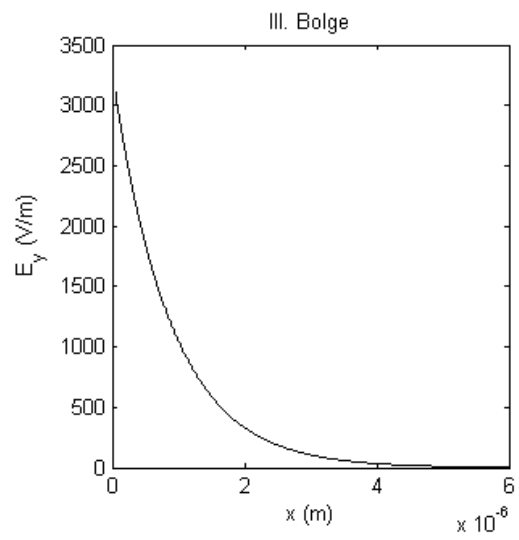
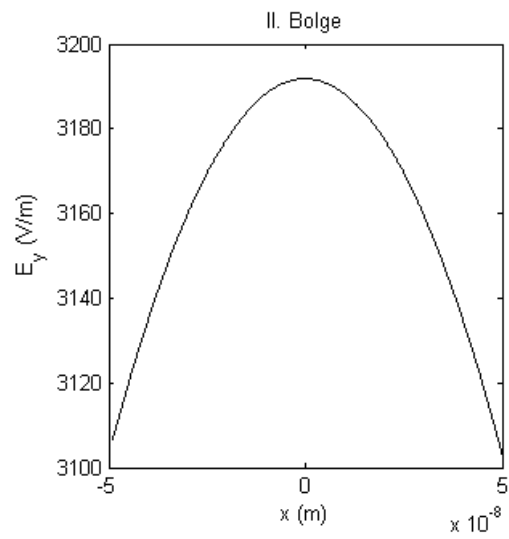
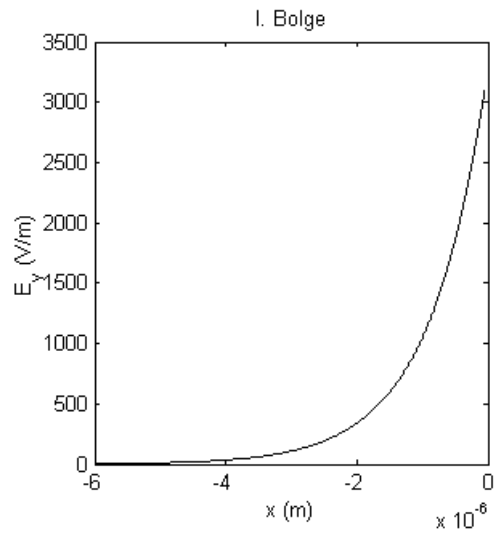
$$e_1^{(2)} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* d^2} \quad (4.19)$$

şeklinde verilir (Ünal vd 2008). Burada yayılım sabitleri,

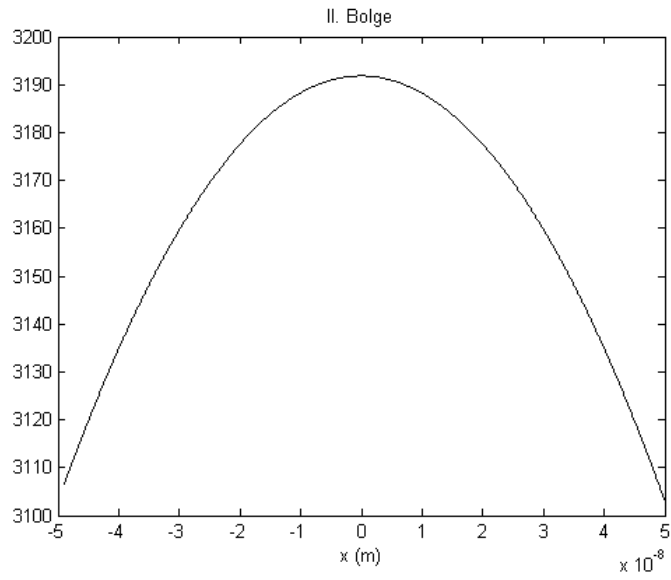


(a)

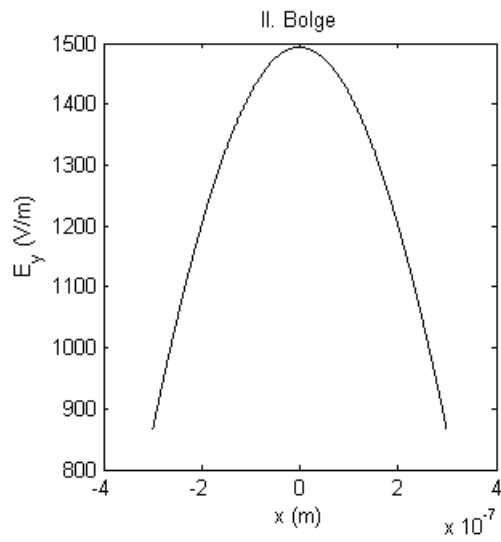
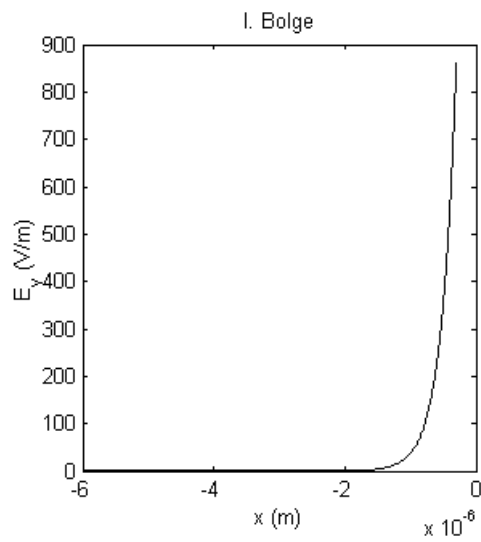


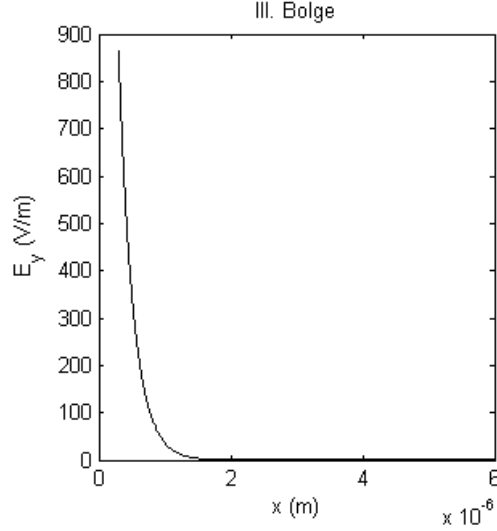


(b)



(c)





(d)

**Şekil 4.4** Birinci simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzunun bölgelerindeki elektrik alanlarının  $x$ 'e göre değişimleri a)  $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ ,  $\theta_2=0$ ,  $n_I=n_{III}=n_{I,III}=3.5$ ,  $n_{II}=3.7$ ,  $2a=4000 \text{ \AA}$  için, b)  $n_I=n_{III}=n_{I,III}=3.5$ ,  $n_{II}=3.7$ ,  $2a=1000 \text{ \AA}$  için, c) (b)'deki şeklin sadece aktif bölgesi, d)  $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_I=n_{III}=n_{I,III}=4.5$ ,  $n_{II}=4.7$ ,  $2a=6000 \text{ \AA}$  için

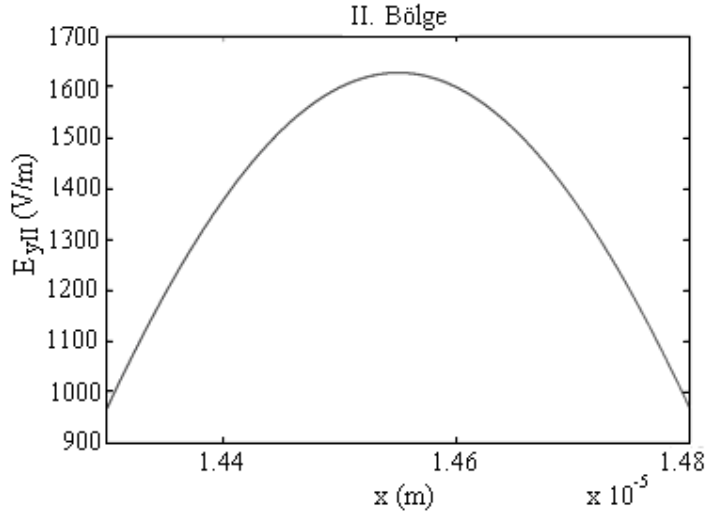
$$\alpha_I^{(2)} = \sqrt{\beta_z^{(2)2} - \left(\frac{\omega n_I^{(2)}}{c}\right)^2} = \sqrt{\beta_z^{(2)2} - k_I^{(2)2}} \quad (4.20)$$

$$\alpha_{II}^{(2)} = \sqrt{\left(\frac{\omega n_{II}^{(2)}}{c}\right)^2 - \beta_z^{(2)2}} = \sqrt{k_{II}^{(2)2} - \beta_z^{(2)2}} \quad (4.21)$$

$$\alpha_{III}^{(2)} = \sqrt{\beta_z^{(2)2} - \left(\frac{\omega n_{III}^{(2)}}{c}\right)^2} = \sqrt{\beta_z^{(2)2} - k_{III}^{(2)2}}, \quad (4.22)$$

olarak verilir (Ünal vd 2008).  $i=I, II, III$  için  $k_i^{(2)}$ ,  $v, j$  ve  $V_o^{(2)}$ , sırasıyla, simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzunun  $i$ . katmanının dalga numarası, mod numarası, kuantum enerji seviyesi ve asimetrik adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzunun 2. aktif bölgesi ( $AB^{(2)}$ ) için çukur potansiyelidir.  $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_I=n_{III}=n_{I,III}=4.5$ ,  $n_{II}=4.76$ ,  $2d=5000 \text{ \AA}$  ve  $\theta_2=0$  için (3.14) denklemindeki  $E_{y,II}^{(2)}$  alanının grafiği Şekil 4.5'te verilmiştir.  $V^{(2)} < 1.57$  olmasından dolayı, tek elektrik alanı için çözüm yoktur (Temiz 2003).

Bunun yanında, birinci simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzu için  $\lambda=1.55$   $\mu\text{m}$ ,  $n_I=n_{III}=n_{I,III}=4.5$ ,  $n_{II}=4.7$ ,  $2a=6000$   $\text{A}^\circ$  ve ikinci simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzu için  $n_I=n_{III}=n_{I,III}=4.5$ ,  $n_{II}=4.76$ ,  $2a=5000$   $\text{A}^\circ$  değerlerine göre 1. ve 2. aktif bölgelerdeki alanların, dalga numaraları, yayılım sabitleri, faz sabitleri, efektif kırılma indisleri, enerji özdeğerleri, çukur potansiyelleri,  $\zeta$ ,  $\eta$  normalize koordinat parametreleri ve genlikler hesaplanabilir (Ünal vd 2008).



**Şekil 4.5** İkinci asimetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzunun aktif bölgesindeki elektrik alanının  $x$ 'e göre değişimi

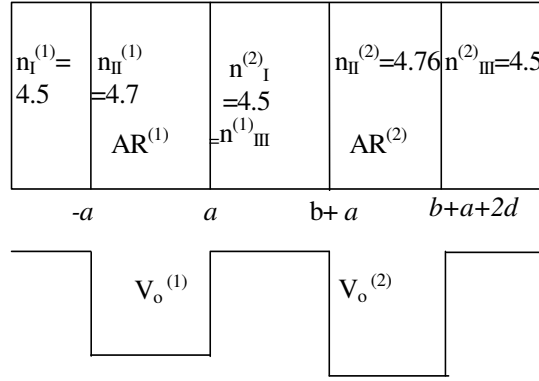
Eğer  $b=0$  olarak alınırsa,  $E_{yIII}^{(1)}=0$ ,  $E_{yI}^{(2)}=0$  olur ve Şekil 4.7 için  $E_{yI}^{(1)}$ ,  $E_{yII}^{(1)}$ ,  $E_{yII}^{(2)}$ ,  $E_{yIII}^{(2)}$  elektrik alan dalgaları aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$E_{y_{10}}^{(1)} = A_{10}^{(1)} \exp[\alpha_{10}^{(1)}(x + a)] F(z, \omega, t) \quad (4.23)$$

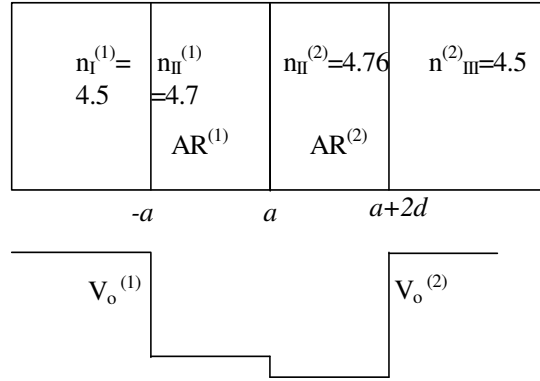
$$E_{y_{10}}^{(1)} = A_0^{(1)} \cos(\alpha_{10}^{(1)} x - \theta_0^{(1)}) F(z, \omega, t) \quad (4.24)$$

$$E_{y_{10}}^{(2)} = A_0^{(2)} \cos\{\alpha_{10}^{(2)} [x - (a + d)] - \theta_2\} F(z, \omega, t) \quad (4.25)$$

$$E_{y_{10}}^{(2)} = A_{100}^{(2)} \exp\{-\alpha_{100}^{(2)} [x - (a + 2d)]\} F(z, \omega, t) \quad (4.26)$$



**Şekil 4.6** Birinci simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzu için  $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_{\text{I,III}}^{(1)}=4.5$ ,  $n_{\text{II}}^{(1)}=4.7$ ,  $2a=6000 \text{ \AA}$  ve ikinci simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzu için  $n_{\text{I,III}}^{(2)}=4.5$ ,  $n_{\text{II}}^{(2)}=4.76$ ,  $2d=5000 \text{ \AA}$  için enerji-bant diyagramı



**Şekil 4.7**  $b=0$  olması durumunda birinci simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzu için  $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_{\text{I}}^{(1)}=4.5$ ,  $n_{\text{II}}^{(1)}=4.7$ ,  $2a=6000 \text{ \AA}$  ve ikinci simetrik adım kırılma indisli tekli dalga kılavuzu için  $n_{\text{III}}^{(2)}=4.5$ ,  $n_{\text{II}}^{(2)}=4.76$ ,  $2d=5000 \text{ \AA}$  için enerji-bant diyagramı

### 4.3 Alanların Süreklilik Şartları

Şekil 4.3'te  $x=\pm a$  ve  $x=b+a+d$  sınırlarında alanların sürekliliğin sağlanması için parametreler şu şekilde alınabilir (Temiz 2001, 2002a):

$$\zeta^{(1)} = \alpha_{\text{II}}^{(1)} a = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* (V_o^{(1)} - E_n^{(1)})} = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* e_i^{(1)}} \quad (4.27)$$

**Tablo 4.1** Birinci tekli dalga kılavuzu için  $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_I=n_{III}=n_{I,III}=4.5$ ,  $n_{II}=4.7$ ,  $2a=6000 \text{ \AA}$  ve ikinci tekli dalga kılavuzu için  $n_I=n_{III}=n_{I,III}=4.5$ ,  $n_{II}=4.76$ ,  $2a=5000 \text{ \AA}$  değerlerine göre dalga numaraları, yayılım sabitleri, faz sabiti, eşdeğer kırılma indisleri, enerji özdeğerleri, çukur potansiyeli,  $\zeta$ ,  $\eta$  normalize koordinat parametreleri ve genlikler

Nicelik	Sembol	Değer	Sembol	Değer
Dalga numarası	$k_I^{(1)}$ (1/m)	$1.824150573052138 \times 10^7$	$k_I^{(2)}$ (1/m)	$1.824150573052138 \times 10^7$
Dalga numarası	$k_{II}^{(1)}$ (1/m)	$1.905223931854455 \times 10^7$	$k_{II}^{(2)}$ (1/m)	$1.929545939495150 \times 10^7$
Dalga numarası	$k_{III}^{(1)}$ (1/m)	$1.824150573052138 \times 10^7$	$k_{III}^{(2)}$ (1/m)	$1.824150573052138 \times 10^7$
Yayılım sabiti	$\alpha_I^{(1)}$ (1/m)	$4.485684534194726 \times 10^6$	$\alpha_I^{(2)}$ (1/m)	$5.058758055697348 \times 10^6$
Yayılım sabiti	$\alpha_{II}^{(1)}$ (1/m)	$3.180239927133933 \times 10^6$	$\alpha_{II}^{(2)}$ (1/m)	$3.737805356020440 \times 10^6$
Yayılım sabiti	$\alpha_{III}^{(1)}$ (1/m)	$4.485684534194726 \times 10^6$	$\alpha_{III}^{(2)}$ (1/m)	$5.058758055697348 \times 10^6$
Faz sabiti	$\beta_z^{(1)}$ (1/m)	$1.878493803708062 \times 10^7$	$\beta_z^{(2)}$ (1/m)	$1.892996472217334 \times 10^7$
Efektif indis	$n_{ef}^{(1)}$	4.63405940362834	$n_{ef}^{(2)}$	4.66983606003808
Faz hızı	$v^{(1)}$ (m/s)	$6.473805660866337 \times 10^7$	$v^{(2)}$ (m/s)	$6.424208390680713 \times 10^7$
Enerji özdeğeri	$E_I^{(1)}$ ( $\mu\text{eV}$ )	0.92510857713645	$E_I^{(2)}$ ( $\mu\text{eV}$ )	1.33355981930746
Çukur potansiyeli	$V_o^{(1)}$ ( $\mu\text{eV}$ )	1.02025710134474	$V_o^{(2)}$ ( $\mu\text{eV}$ )	1.33639068510494
Zeta	$\zeta^{(1)}$	0.95407197814018	$\zeta^{(2)}$	0.93445133900511
Eta	$\eta^{(1)}$	1.34570536025842	$\eta^{(2)}$	1.26468951392433
Empedans	$Z_{yxII}^{TE(1)}$ ( $\Omega$ )	17.55528665775979	$Z_{yxII}^{TE(2)}$ ( $\Omega$ )	17.28732711454359
Genlik	$A^{(1)}$	$1.493437127025005 \times 10^3$	$A^{(2)}$	$1.626783325125535 \times 10^3$
PVMY	$S^{(1)}$ ( $\text{W/m}^2$ )	$6.352372638104545 \times 10^4$	$S^{(2)}$ ( $\text{W/m}^2$ )	$7.654231245153252 \times 10^4$

$$\zeta^{(2)} = \alpha_{II}^{(2)} d = \frac{d}{\hbar} \sqrt{2m^* (V_o^{(2)} - E_v^{(2)})} = \frac{d}{\hbar} \sqrt{2m^* e_j^{(2)}} \quad (4.28)$$

(4.27) ve (4.28) denklemlerinde ikili asimetrik adım kırılma indisli dalga kılavuzunda optik faz,  $AB^{(1)}$  ve  $AB^{(2)}$ 'nin sırasıyla  $a$  ve  $d$  genişlikleri arasında değişir.  $A_I^{(1)}$ ,  $A_I^{(2)}$ ,  $A_{III}^{(1)}$  ve  $A_{III}^{(2)}$  genlikleri,  $\alpha_{II}^{(1)}$ ,  $\alpha_{II}^{(2)}$ ,  $\theta^{(1)}$ ,  $\theta^{(2)}$ ,  $a$ ,  $d$ ,  $A^{(1)}$  ve  $B^{(2)}$  cinsinden bulunabilir. (4.3), (4.4), (4.13) ve (4.14) denklemlerine  $x=-a$  ve  $x=b+a$  sınır şartları uygulandığında,  $A_I^{(1)}$  ve  $A_I^{(2)}$  büyüklükleri aşağıdaki şekilde bulunur:

$$A_I^{(1)} = A^{(1)} \cos(\alpha_{II}^{(1)} a + \theta^{(1)}) = A \cos(\zeta^{(1)} + \theta^{(1)}) \quad (4.29)$$

$$A_I^{(2)} = A^{(2)} \cos(\alpha_{II}^{(2)} d + \theta^{(2)}) = A^{(2)} \cos(\zeta^{(2)} + \theta^{(2)}) \quad (4.30)$$

(4.4), (4.5), (4.14) ve (4.15) denklemlerine  $x=a$  ve  $x=b+a+2d$  sınır şartları uygulandığında ise,  $A_{III}^{(1)}$  ve  $A_{III}^{(2)}$  büyüklükleri aşağıdaki şekilde bulunur:

$$A_{III}^{(1)} = A^{(1)} \cos(\alpha_{II}^{(1)} a - \theta^{(1)}) = A^{(1)} \cos(\zeta^{(1)} - \theta^{(1)}) \quad (4.31)$$

$$A_{III}^{(2)} = A^{(2)} \cos(\alpha_{II}^{(2)} d - \theta^{(2)}) = A^{(2)} \cos(\zeta^{(2)} - \theta^{(2)}). \quad (4.32)$$

Eğer çift alanlar için bu büyüklükler yeniden yazılacak olursa,

$$\theta^{(1),(2)} = m\pi/2, m=0, 2, 4, 6, \dots, m=2i, i=0, 1, 2, 3, \dots, \quad (4.33)$$

olur. (4.33) denkleminde  $m$ , mod numarasıdır. Bu durumda, (4.3)-(4.5) ve (4.13)-(4.15) denklemlerindeki katsayılar çift elektrik alanı için şu şekilde yazılabilir (Temiz 2001, Temiz 2002a):

$$\begin{aligned} A_I^{(1)e} &= A^{(1)e} \cos(\zeta^{(1)} + m\pi/2) = A^{(1)e} \cos(\zeta^{(1)} + i\pi) = (-1)^i A^{(1)e} \cos\zeta^{(1)} \\ &= A^{(1)e} \cos\zeta^{(1)} \cos(m\pi/2) = A^{(1)e} \cos\zeta^{(1)} \cos(i\pi) \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned}
A_I^{(2)e} &= A^{(2)e} \cos(\zeta^{(2)} + m\pi/2) = A^{(2)e} \cos(\zeta^{(2)} + i\pi) = (-1)^i A^{(2)e} \cos\zeta^{(2)} \\
&= A^{(2)e} \cos\zeta^{(2)} \cos(m\pi/2) = A^{(2)e} \cos\zeta^{(2)} \cos(i\pi)
\end{aligned} \tag{4.35}$$

$$\begin{aligned}
A_{III}^{(1)e} &= A^{(1)e} \cos(\zeta^{(1)} - m\pi/2) = A^{(1)e} \cos(\zeta^{(1)} - i\pi) = (-1)^i A^{(1)e} \cos\zeta^{(1)} \\
&= A^{(1)e} \cos\zeta \cos(m\pi/2) = A^{(1)e} \cos\zeta^{(1)} \cos(i\pi) \\
&= A_I^{(1)e} = A_{III}^{(1)e} = A_{I,III}^{(1)e}
\end{aligned} \tag{4.36}$$

$$\begin{aligned}
A_{III}^{(2)e} &= A^{(2)e} \cos(\zeta^{(2)} - m\pi/2) = A^{(2)e} \cos(\zeta^{(2)} - i\pi) = (-1)^i A^{(2)e} \cos\zeta^{(2)} \\
A_{III}^{(2)e} &= A^{(2)e} \cos\zeta^{(2)} \cos(m\pi/2) = A^{(2)e} \cos\zeta^{(2)} \cos(i\pi) \\
&= A_I^{(2)e} = A_{III}^{(2)e} = A_{I,III}^{(2)e}
\end{aligned} \tag{4.37}$$

$A^{(1)}$  ve  $A^{(2)}$  katsayıları, sırasıyla, şu şekilde verilir (Syms ve Cozens 1992, Temiz 2001):

$$A^{(1)} = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}^{(1)}}{2\alpha_{II}^{(1)}a + \sin(2\alpha_{II}^{(1)}a)\cos 2\theta^{(1)}}} = \sqrt{\frac{2\zeta^{(1)}/a}{2\zeta^{(1)} + \sin 2\zeta^{(1)}\cos 2\theta^{(1)}}} \tag{4.38}$$

$$A^{(2)} = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}^{(2)}}{2\alpha_{II}^{(2)}d + \sin(2\alpha_{II}^{(2)}d)\cos 2\theta^{(2)}}} = \sqrt{\frac{2\zeta^{(2)}/d}{2\zeta^{(2)} + \sin 2\zeta^{(2)}\cos 2\theta^{(2)}}} \tag{4.39}$$

$\lambda=1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_{I,III}^{(1)}=4.5$ ,  $n_{II}^{(1)}=4.7$ ,  $2a=6000 \text{ \AA}$ ,  $n_{I,III}^{(2)}=4.5$ ,  $n_{II}^{(2)}=4.76$ ,  $2d=5000 \text{ \AA}$  için  $AB^{(1)}$ 'deki alanın genliği  $A^{(1)}$ 'in,  $AB^{(2)}$ 'deki alanın genliği  $A^{(2)}$ 'ye oranı,  $A^{(1)}/A^{(2)}=0.91803075674491$  olarak hesaplanmıştır.

#### 4.4 Efektif Kırılma İndisi ve Faz Hızı

(4.10)-(4.12) ile (4.20)-(4.22) denklemleri, basamak kırılma indisli ikili dalga kılavuzunun bölgelerindeki her bir alan için önemli bir noktadır.  $AB^{(1)}$  ve  $AB^{(2)}$ 'nin



hemen yanındaki potansiyel duvarlarında yüksek genlikli enine elektrik alanının oluşması beklenir (Botez 1978).  $n_{I,III}^{(1/2)} \langle n_{ef}^{(1/2)} \rangle \langle n_{II}^{(1/2)} \rangle$  şartından elde edilen bu özellikler, (4.10)-(4.12) ve (4.20)-(4.22) denklemlerinde eşitliğin sağ tarafını reel yapar. Burada,  $n_{ef}^{(1/2)}$ , efektif kırılma indisidir ve  $n_{ef}^{(1/2)} = \beta_z / k_o$  olarak verilir (Temiz ve Karakılınc 2003, Temiz ve Karakılınc 2004, Temiz vd 2005). Burada (1/2), (1) veya (2) olarak 1. dalga kılavuzunu ve 2. dalga kılavuzunu ifade eder.  $n_{II}^{(1)}=4.7$  ve  $n_{II}^{(2)}=4.76$  için  $AB^{(1)}$  ve  $AB^{(2)}$ 'deki efektif kırılma indisleri,  $n_{ef}^{(1)}=4.63405940362834$  ve  $n_{ef}^{(2)}=4.66983606003808$  şeklinde hesaplanır ve  $4.5 < 4.63405940362834 < 4.7$  ile  $4.5 < 4.66983606003808 < 4.76$  ilişkileri geçerli olur. Bunun yanı sıra,  $AB^{(1)}$  ve  $AB^{(2)}$ 'nin içindeki efektif indisler, faz sabitleri ve faz hızları  $n_{ef} = n_{II} \sqrt{1 - 2\Delta(1 - \alpha)}$ ,  $\beta_z = k_o n_{ef}$ , ve  $v = c/n_{ef}$  formülleri yardımıyla da hesaplanabilir (Temiz 2003).

#### 4.5 Tek ve Çift Alanlardaki Süreklilik Şartları

(4.4) ve (4.13) denklemlerindeki elektrik alan ifadelerinde  $\theta^{(1)}$  ve  $\theta^{(2)}$  faz açıları, 0 (sıfır) olarak alınır, o zaman asimetrik adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzundaki elektrik alanları en düşük çift moda sahip olur. İfadelerdeki üst indis "e" çift modu temsil eder. Simetrik durumda ise,  $\alpha_I^{(1/2)} = \alpha_{III}^{(1/2)} = \alpha_{I,III}^{(1/2)}$  eşitliği elde edilir.  $F(z, \omega, t)$  çarpanı ihmal edildiğinde bölgelerdeki çift elektrik alanları,

$$E_{yI}^{e(1)} = A_{eI}^{(1)} \exp[\alpha_{I,III}^{(1)}(x + a)] \quad (4.40)$$

$$E_{yII}^{e(1)} = A^e \cos(\alpha_{II}^{(1)} x) \quad (4.41)$$

$$E_{yIII}^{e(1)} = A_{eIII}^{(1)} \exp[-\alpha_{I,III}^{(1)}(x - a)] \quad (4.42)$$

olarak elde edilir. Bu denklemlerdeki  $A_{eI}^{(1)}$  ve  $A_{eIII}^{(1)}$  katsayıları,  $x=-a$  sınırındaki  $E_{yI}^{e(1)}(x) = E_{yII}^{e(1)}(x)$  ve  $x=a$  sınırındaki  $E_{yII}^{e(1)}(x) = E_{yIII}^{e(1)}(x)$  eşitlikleri göz önüne alınarak,

$$A_{eI} = A_{eIII} = A_{eI,III} = A^e \cos \zeta^{(1)} \quad (4.43)$$

şeklinde hesaplanır.  $AB^{(2)}$  ve  $GB^{(2)}$ 'lerde ise çift modlu elektrik alanları,  $F(z, \omega, t)$  çarpanının ihmal edildiği durumda,

$$E_{yI}^{e(2)} = A_{I}^{e(2)} \exp\{\alpha_{I,III}^{(2)} [(x - (b + a))] \} \quad (4.44)$$

$$E_{yII}^{e(2)} = A_{I}^{e(2)} \cos\{\alpha_{II}^{(2)} [x - (b + a + d)] \} \quad (4.45)$$

$$E_{yIII}^{e(2)} = A_{III}^{e(2)} \exp\{-\alpha_{I,III}^{(2)} [x - (b + a + 2d)] \} \quad (4.46)$$

olarak ifade edilir. Bu denklemlerde ise,  $A_{I}^{e(2)}$  ve  $A_{III}^{e(2)}$  katsayıları,  $x=a+b$  ve  $x=a+b+2d$  sınırlarındaki  $E_{yI}^{e(x)(2)} = E_{yII}^{e(x)(2)}$  ve  $E_{yII}^{e(x)(2)} = E_{yIII}^{e(x)(2)}$  eşitliklerini göz önüne alarak,

$$A_{I}^{e(2)} = A_{III}^{e(2)} = A_{I,III}^{e(2)} = A^{e(2)} \cos(\alpha_{II}^{(2)} d) = A^{e(2)} \cos \zeta^{(2)} \quad (4.47)$$

olarak bulunur.

(4.4) ve (4.13) denklemlerindeki elektrik alanlarının  $\theta^{(1)}$  ve  $\theta^{(2)}$  faz açıları,  $\pi/2$  olarak alınır, o zaman bu elektrik alanları en düşük tek moda sahip olur. Üst indis “o”, tek modu belirtmektedir. Tek alanlar için  $\theta^{(1)} = \theta^{(2)} = 90^\circ$  eşitliği gerçekleştiği zaman, simetrik durum için  $\alpha_I^{(1/2)} = \alpha_{III}^{(1/2)} = \alpha_{I,III}^{(1/2)}$  eşitliği elde edilir.  $F(z, \omega, t)$  çarpanını ihmal ederek,

$$E_{yI}^{o(1)} = A_{I}^{o(1)} \exp[\alpha_{I,III}^{(1)} (x + a)] = \exp[\alpha_{I,III}^{(1)} (x + a)] \exp[\alpha_{I,III}^{(1)} (x + a)] \quad (4.40)$$

$$E_{yII}^{o(1)} = A^{o(1)} \sin(\alpha_{II}^{(1)} x) \quad (4.41)$$

$$E_{yIII}^{o(1)} = A_{III}^{o(1)} \exp[-\alpha_{I,III}^{(1)} (x - a)] \quad (4.42)$$

birinci kılavuzdaki bölgelere ait elektrik alan bileşenleri elde edilmiş olur. Burada birinci kılavuzun  $AB^{(1)}$ 'inde ve  $GB^{(1)}$ 'lerinde  $x=\pm a$  sınırlarındaki  $E_{yI}^{o(x)(1)} = E_{yII}^{o(x)(1)}$  ve  $E_{yII}^{o(x)(1)} = E_{yIII}^{o(x)(1)}$  eşitliklerinden faydalanılarak,  $A_{I}^{o(1)}$  ve  $A_{III}^{o(1)}$  büyüklükleri, sırasıyla,

$$A_{I}^{o(1)} = A_{III}^{o(1)} = A_{I,III}^{o(1)} = A^{o(1)} \sin(\alpha_{II}^{(1)} a) = A^{o(1)} \sin \zeta^{(1)} \quad (4.43)$$

olarak verilir. İkinci kılavuzun  $AB^{(2)}$  ve  $GB^{(2)}$ 'lerindeki elektrik alan dalgaları ise,

$$E_{yI}^{o(2)} = A_{I}^{o(2)} \exp\{\alpha_{I,III}^{(2)} [(x - (b + a))]\} \quad (4.44)$$

$$E_{yII}^{o(2)} = A_{II}^{o(2)} \sin\{\alpha_{II}^{(2)} [x - (b + a + d)]\} \quad (4.45)$$

$$E_{yIII}^{o(2)} = A_{III}^{o(2)} \exp\{-\alpha_{I,III}^{(2)} [x - (b + a + 2d)]\} \quad (4.46)$$

şeklinde olup, bu ifadelerdeki  $A_{I}^{o(2)}$  ve  $A_{III}^{o(2)}$  büyüklükleri,  $x=a+b$  ve  $x=a+b+2d$  noktasındaki sınır şartları,  $E_{yI}^{o(x)(2)} = E_{yII}^{o(x)(2)}$  ve  $E_{yII}^{o(x)(2)} = E_{yIII}^{o(x)(2)}$  biçiminde kullanılarak,

$$A_{I}^{o(2)} = A_{III}^{o(2)} = A_{I,III}^{o(2)} = A^{o(2)} \sin(\alpha_{II}^{(2)} a) = A^{o(2)} \sin \zeta \quad (4.47)$$

şeklinde elde edilir.

Şu ana kadar çift ve tek modlu alanlar, asimetric dalga kılavuzları için incelendi. Şimdi ise simetric dalga kılavuzlarındaki en düşük çift ve tek modlardaki alanlar incelenecektir.  $\theta^{(1)} = \theta^{(2)} = 0$  durumunda çift elektrik alanı oluşur ve böylece simetric durum için  $\alpha_I^{(1/2)} = \alpha_{III}^{(1/2)} = \alpha_{I,III}^{(1/2)}$  olur.  $b=0$  olduğunun kabul edilmesiyle birlikte  $F(z, \omega, t)$  çarpanı ihmal edilerek, bölgelerdeki çift modlu elektrik alanları,

$$E_{yI0}^{e(1)} = A_{I0}^{e(1)} \exp[\alpha_{I0}^{(1)} (x + a)] \quad (4.48)$$

$$E_{yII0}^{e(1)} = A_0^{e(1)} \cos(\alpha_{II0}^{(1)} x) \quad (4.49)$$

$$E_{yIII0}^{e(2)} = A_{III0}^{e(2)} \cos\{\alpha_{III0}^{(2)} [x - (a + d)]\} \quad (4.50)$$

$$E_{yIII0}^{e(2)} = A_{III0}^{e(2)} \exp\{-\alpha_{III0}^{(2)} [x - (a + 2d)]\} \quad (4.51)$$

biçiminde yazılabilirler. Burada  $A_{I0}^{e(1)}$  ve  $A_0^{e(1)}$  katsayıları,  $x=-a$  ve  $x=a+2d$  ( $b=0$ ) sınırlarında  $E_{yI0}^{e(x)(1)} = E_{yII0}^{e(x)(1)}$  ve  $E_{yIII0}^{e(x)(2)} = E_{yIII0}^{e(x)(2)}$  eşitlikleri kullanılarak,

$$A_{I0}^{e(1)} = A_0^{e(1)} \cos \zeta_{II0}^{(1)} \quad (4.52)$$

$$A_{e(1)}^0 = A_{e(2)}^0 \frac{\cos \zeta_{\text{II}0}^{(2)}}{\cos \zeta_{\text{II}0}^{(1)}} \quad (4.53)$$

şeklinde hesaplanır.

$\theta^{(1)} = \theta^{(2)} = 90^\circ$  olarak alınırsa tek modlu alanlar oluşur. Bu durumda simetrik dalga kılavuzları için  $\alpha_I^{(1/2)} = \alpha_{\text{III}}^{(1/2)} = \alpha_{I,\text{III}}^{(1/2)}$  eşitliğini de dikkate alarak, tek modlu alan dalgaları,  $F(z, \omega, t)$  çarpanının ihmal edilmesi durumunda,

$$E_{yI0}^{0(1)} = A_{I0}^{0(1)} \exp[\alpha_{I0}^{(1)}(x + a)] \quad (4.54)$$

$$E_{y\text{II}0}^{0(1)} = A_{I0}^{0(1)} \sin(\alpha_{\text{II}0}^{(1)} x) \quad (4.55)$$

$$E_{y\text{II}0}^{0(2)} = A_{I0}^{0(2)} \sin\{\alpha_{\text{II}0}^{(2)}[x - (a + d)]\} \quad (4.56)$$

$$E_{y\text{III}0}^{0(2)} = A_{\text{III}0}^{0(2)} \exp\{-\alpha_{\text{III}0}^{(2)}[x - (a + 2d)]\} \quad (4.57)$$

olarak elde edilir. Burada  $x = \pm a$  sınırlarındaki  $E_{yI0}^{0(1)} = E_{y\text{II}0}^{0(1)}$  and  $E_{y\text{II}0}^{0(1)} = E_{y\text{II}0}^{0(2)}$  şartlar gözönüne alınırsa,  $A_{I0}^{0(1)}$  ve  $A_{I0}^{0(1)}$  katsayıları,

$$A_{I0}^{0(1)} = A_{I0}^{0(1)} \sin \zeta_{\text{II}0}^{(1)} \quad (4.58)$$

$$A_{I0}^{0(1)} = A_{I0}^{0(2)} = \frac{\sin \zeta_{\text{II}0}^{(2)}}{\sin \zeta_{\text{II}0}^{(1)}} \quad (4.59)$$

olarak hesaplanır.

#### 4.6 Simetrik Adım Kırılma İndisli İkili Dalga Kılavuzunun Tekli Eşdeğeri

Simetrik adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzunda  $\zeta$ - $\eta$  normalize koordinat sistemindeki elektron ve delik gibi taşıyıcılara ait enerji özdeğerlerinin  $\zeta$ ,  $\eta$  parametrik

koordinatları, normalize frekans (NF)  $V$  ve normalize yayılım sabiti (NYS)  $\alpha$ , önemli parametrelerdir (Temiz 2003, Iga 1994). Birinci ve ikinci kılavuzlardaki normalize frekanslar (NF),  $V^{(1)}$  ve  $V^{(2)}$ , sırasıyla,

$$V^{(1)} = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* V_o^{(1)}} = ak_o \sqrt{n_{II}^{(1)2} - n_{I,III}^{(1)2}} \quad (4.60)$$

$$V^{(2)} = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* V_o^{(2)}} = dk_o \sqrt{n_{II}^{(2)2} - n_{I,III}^{(2)2}} \quad (4.61)$$

olarak tanımlanır (Temiz 2002a). Bu durumda eşdeğer normalize frekans,

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} (V^{(1)} + V^{(2)}) \\ &= \frac{1}{2} ak_o \sqrt{n_{II}^{(1)2} - n_{I,III}^{(1)2}} + \frac{1}{2} dk_o \sqrt{n_{II}^{(2)2} - n_{I,III}^{(2)2}} \end{aligned} \quad (4.62)$$

veya

$$V = \frac{1}{2} \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* V_o^{(1)}} + \frac{1}{2} \frac{d}{\hbar} \sqrt{2m^* V_o^{(2)}} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{\frac{1}{2} (m^* V_o^{(1)} a^2 + m^* V_o^{(2)} d^2)} \quad (4.63)$$

olarak hesaplanır. Eşdeğer normalize yayılım sabiti ise,

$$\alpha = \frac{\eta^2}{V^2} = \frac{\left[ \frac{a}{\hbar} \sqrt{\frac{1}{2} m^* V_o^{(1)}} + \frac{d}{\hbar} \sqrt{\frac{1}{2} m^* V_o^{(2)}} \right]^2 - \left[ \frac{m^* a^2}{2\hbar^2} e_i + \frac{2m^* d^2}{2\hbar^2} e_j \right]}{ak_o \sqrt{n_{II}^{(1)2} - n_{I,III}^{(1)2}} + dk_o \sqrt{n_{II}^{(2)2} - n_{I,III}^{(2)2}}} \quad (4.64)$$

denklemi ile ifade edilir. Enerji özdeğerinin eşdeğer apsisi,

$$\zeta = \frac{1}{2} \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* (V_o^{(1)} - E_n^{(1)})} + \frac{1}{2} \frac{d}{\hbar} \sqrt{2m^* (V_o^{(2)} - E_n^{(2)})} = \frac{a}{\hbar} \sqrt{\frac{1}{2} m^* e_i^{(1)}} + \frac{d}{\hbar} \sqrt{\frac{1}{2} m^* e_j^{(2)}} \quad (4.65)$$

veya

$$\zeta = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{m^* a^2}{\hbar^2} e_i + \frac{m^* d^2}{\hbar^2} e_j \right]} \quad (4.66)$$

ve eşdeğer ordinatı

$$\eta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{4} [\eta^{(1)^2} + \eta^{(2)^2}]} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{a^2}{\hbar^2} m^* E_i^{(1)} + \frac{d^2}{\hbar^2} m^* E_i^{(2)} \right)} \quad (4.67)$$

veya

$$\eta = \sqrt{V^2 - \zeta^2} = \sqrt{\left[ \frac{a}{\hbar} \sqrt{\frac{1}{2} m^* V_o^{(1)}} + \frac{d}{\hbar} \sqrt{\frac{1}{2} m^* V_o^{(2)}} \right]^2 - \left[ \frac{m^* a^2}{2\hbar^2} e_i + \frac{m^* d^2}{2\hbar^2} e_j \right]} \quad (4.68)$$

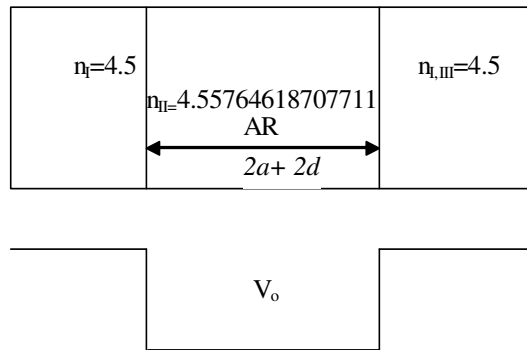
eşdeğer çukur potansiyeli,

$$V_o = \frac{V^2 \hbar^2}{2m^* (a+d)^2} \quad (4.69)$$

aktif bölgenin eşdeğer kırılma indisi ise,

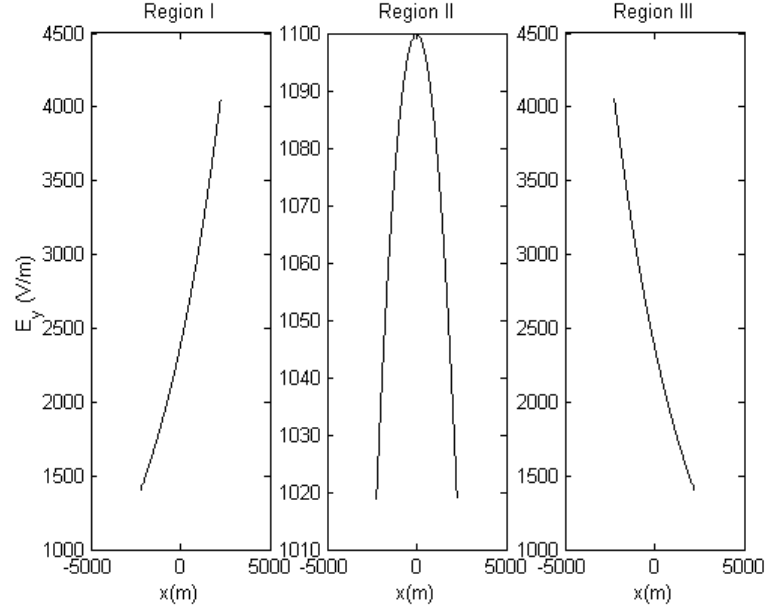
$$n_{II} = \sqrt{\frac{V^2}{k_o^2 (a+d)^2} + n_{I,III}^2} \quad (4.70)$$

olarak hesaplanır. Bu durumda eşdeğer kılavuza ait gösterim, Şekil 4.8'de görülmektedir.



**Şekil 4.8** Eşdeğer adım kırılma indisi dalga kılavuzu

Şekil 4.9'da ele aldığımız ikili kılavuzun tekli eşdeğeri, bu normalize frekanslar, eşdeğer apsis ve ordinat, eşdeğer normalize yayılım sabiti ile tanımlanmıştır.



**Şekil 4.9**  $n_{II} = 4.55764618707711$ ,  $\alpha = 0.656349097706842$ ,  $\zeta = 0.944414341349384$  ve  $\eta = 1.3051826001382$ ,  $E_I = 0.27443539876539$   $V = 1.61103074702189$  değerleri için adım kırılma indisli eşdeğer dalga kılavuzunda bölgelerindeki elektrik alan değişimleri

#### 4.7 Adım Kırılma İndisli Eşdeğer Dalga Kılavuzuna ait Alan İfadeleri

Elde edilen eşdeğer kılavuz için alan ifadeleri ve taşıyıcılara ait enerji özdeğerleri,

$$E_{yI} = A_I \exp[\alpha_I(x + a + d)] F(z, \omega, t) \quad (4.71)$$

$$E_{yII} = A \cos(\alpha_{II}x - \theta) F(z, \omega, t) \quad (4.72)$$

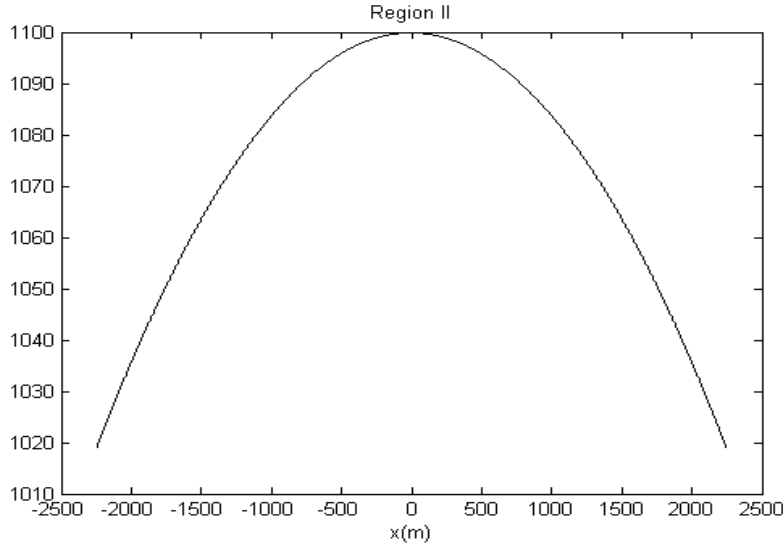
$$E_{yIII} = A_{III} \exp[-\alpha_{III}[x - (a + d)]] F(z, \omega, t) \quad (4.73)$$

$$E_n = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^*(a+d)^2} \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (4.74)$$

şeklinde yazılabilir.

Şekil 4.8'deki eşdeğer dalga kılavuzunu kapsayan değerler ile normalize frekans  $V = 1.61095326736701$ , normalize yayılım sabiti  $\alpha = 0.65633038167949$ , eşdeğer apsis

$\zeta=0.944394637337171$ , eşdeğer ordinat  $\eta=1.30510122159518$ , aktif bölgenin eşdeğer kırılma indisi  $n_{II}=4.55764067749070$ , enerji özdeğeri  $E_I=0.27443539876539$  eV, çukur potansiyeli  $V_o=0.28864647569620$  olarak hesaplanmıştır. (4.71-4.73) denklemlerindeki elektrik alan dalgalarının  $x'$  e göre değişimleri de Şekil 4.9 ve 4.10'da gösterilmiştir.



**Şekil 4.10** Adım kırılma indisli eşdeğer dalga kılavuzunun aktif bölgesindeki elektrik alanının  $x'$ e göre değişimi

#### 4.8 Aktif ve Gömlek Bölgeleri için TE Modunda Manyetik Alan Bileşenleri

Birinci simetrik basamak kırılma indisli tekli dalga kılavuzunun aktif bölgesi ( $AB^{(1)}$ ) ve gömlek bölgelerinde TE modunda manyetik alanların X bileşenleri,  $H_{xi}=1/j\omega\mu_0(\partial E_{yi}^{(1)}/\partial z)$  Maxwell bağıntısı yardımıyla,  $F(z,\omega,t)$  çarpanını ihmal ederek, aşağıdaki şekilde yazılabilirler (Temiz 2001, Temiz 2002a, Temiz 2003):

$$H_{xI}^{(1)}(x) = -(A_I^{(1)} \beta_z / \omega \mu_0) \exp[\alpha_I^{(1)}(x + a)] \quad (4.75)$$

$$H_{xII}^{(1)}(x) = -(A_{II}^{(1)} \beta_z / \omega \mu_0) \cos(\alpha_{II}^{(1)} x - \theta^{(1)}) \quad (4.76)$$

$$H_{xIII}^{(1)}(x) = -(A_{III}^{(1)} \beta_z / \omega \mu_0) \exp[-\alpha_{III}^{(1)}(x - a)] \quad (4.77)$$



**Tablo 4.2** Eşdeğer dalga kılavuzunda  $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_{\text{I,III}}=4.5$ ,  $n_{\text{II}}=4.55764618707711$ ,  $2a=5500 \text{ \AA}$  için dalga numaraları, yayılım sabitleri, faz sabiti, eşdeğer kırılma indisi, enerji özdeğeri, çukur potansiyeli,  $\zeta$ ,  $\eta$  ve genlikler

Nicelik	Sembol	Değer
Dalga numarası	$k_{\text{I}} (1/\text{m})$	$1.824150573052138 \times 10^7 = 0.5[k_{\text{I}}^{(1)} + k_{\text{I}}^{(2)}]$
Dalga numarası	$k_{\text{II}} (1/\text{m})$	$1.847518423094579 \times 10^7 = 0.5[k_{\text{II}}^{(1)} + k_{\text{II}}^{(2)}] \%4 \text{ hata}$
Dalga numarası	$k_{\text{III}} (1/\text{m})$	$1.824150573052138 \times 10^7 = 0.5[k_{\text{III}}^{(1)} + k_{\text{III}}^{(2)}]$
Yayılm sabiti	$\alpha_{\text{I}} (1/\text{m})$	$2.373059272978546 \times 10^6$
Yayılm sabiti	$\alpha_{\text{II}} (1/\text{m})$	$1.717116984271607 \times 10^6$
Yayılm sabiti	$\alpha_{\text{III}} (1/\text{m})$	$2.373059272978546 \times 10^6$
Faz sabiti	$\beta_z (1/\text{m})$	$1.839521518302283 \times 10^7$
Efektif indis	$n_{\text{ef}}$	4.53791860970661
Faz hızı	$v (\text{m/s})$	$6.610960349934436 \times 10^7$
Enerji özdeğeri	$E_{\text{I}} (\text{eV})$	0.27443543900888
Çukur potansiyeli	$V_{\text{o}} (\text{eV})$	0.28867428390716
Zeta	$\zeta$	$0.944414341349384 = 0.5[\zeta^{(1)} + \zeta^{(2)}]$
Eta	$\eta$	$1.3051826001382 = 0.5[\eta^{(1)} + \eta^{(2)}]$
Genlik	$A$	$1.099908675780402 \times 10^3$
Empedans	$Z_{\text{yIII}}^{\text{TE}} (\Omega)$	83.07577787410969
PVMY	$S (\text{W}/\text{m}^2)$	$7.281298628887274 \times 10^3$

(4.75)-(4.77) denklemlerinde  $A_{\text{I}}^{(1)}$ ,  $A_{\text{III}}^{(1)}$  büyüklükleri,

$$A_{\text{I}}^{(1)} = A^{(1)} \cos(\alpha_{\text{II}}^{(1)} a + \theta^{(1)}), \quad A_{\text{III}}^{(1)} = A^{(1)} \cos(\alpha_{\text{II}}^{(1)} a - \theta^{(1)}) \quad (4.78)$$

şeklinde bulunur (Temiz 2001, Temiz 2002a, Temiz 2003). Bunun yanında  $H_{z\text{i}}^{(1)} = -1/j\omega\mu_0(\partial E_{y\text{i}}^{(1)}/\partial x)$  Maxwell bağıntısı yardımıyla da bölgelere ait manyetik alanların Z bileşenleri de şu şekilde ifade edilebilir (Temiz, 2001, Temiz 2002a, Temiz 2003):

$$H_{zI}^{(1)}(x) = A_I^{(1)} (\alpha_I^{(1)} / j\omega\mu_o) \exp[\alpha_I^{(1)} (x + a)] \quad (4.79)$$

$$H_{zII}^{(1)}(x) = A_{II}^{(1)} (\alpha_{II}^{(1)} / j\omega\mu_o) \sin(\alpha_{II}^{(1)} x - \theta^{(1)}) \quad (4.80)$$

$$H_{zIII}^{(1)}(x) = A_{III}^{(1)} (\alpha_{III}^{(1)} / j\omega\mu_o) \exp[-\alpha_{III}^{(1)} (x - a)] \quad (4.81)$$

Benzer şekilde ikinci kılavuzun ( $AB^{(2)}$ )'sinde ve gömlek bölgelerindeki TE modunda manyetik alanların X bileşenlerini de  $H_{xi}^{(2)} = 1/j\omega\mu_o (\partial E_{yi}^{(2)} / \partial z)$  Maxwell bağıntısı yardımıyla,  $F(z, \omega, t)$  çarpanını ihmal ederek, yazabiliriz (Temiz 2001, Temiz 2002a, Temiz 2003):

$$H_{xI}^{(2)}(x) = -(A_I^{(2)} \beta_z / \omega\mu_o) \exp\{\alpha_I^{(2)} [x - (b + a)]\} \quad (4.82)$$

$$H_{xII}^{(2)}(x) = -(A_{II}^{(2)} \beta_z / \omega\mu_o) \cos\{\alpha_{II}^{(2)} [x - (b + a + d)] - \theta^{(2)}\} \quad (4.83)$$

$$H_{xIII}^{(2)}(x) = -(A_{III}^{(2)} \beta_z / \omega\mu_o) \exp\{-\alpha_{III}^{(2)} [x - (b + a + 2d)]\}. \quad (4.84)$$

Burada, (4.82)-(4.83) denklemlerinin  $x=b+a$  ve  $x=b+a+2d$  için (4.78)'deki eşitlikleri verdiği dikkat ediniz. Bunun yanında TE modunda  $H_{zi}^{(2)} = -1/j\omega\mu_o (\partial E_{yi}^{(2)} / \partial x)$  Maxwell bağıntısından faydalanılarak 2. kılavuzun ( $AB^{(2)}$ )'si ve gömlek bölgelerindeki manyetik alanların Z bileşenleri de aşağıdaki şekilde hesaplanmıştır (Temiz 2001, Temiz 2002a, Temiz 2003):

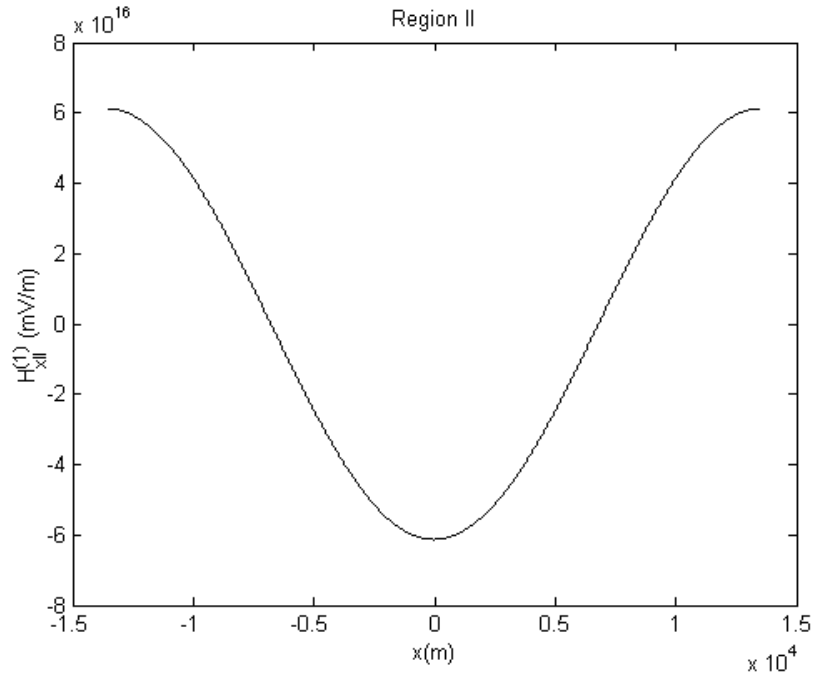
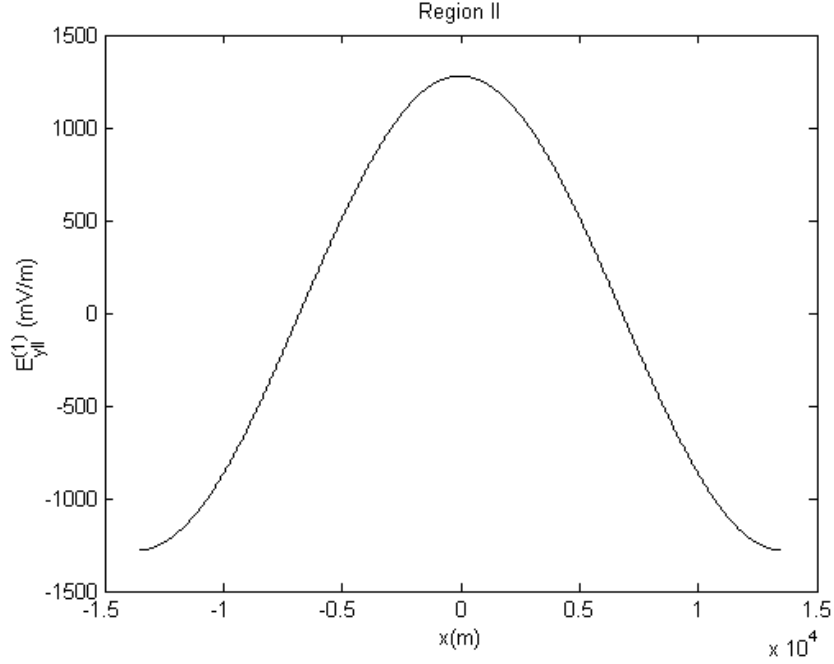
$$H_{zI}^{(2)}(x) = -A_I^{(2)} (\alpha_I^{(2)} / j\omega\mu_o) \exp\{\alpha_I^{(2)} [x - (b + a)]\} \quad (4.85)$$

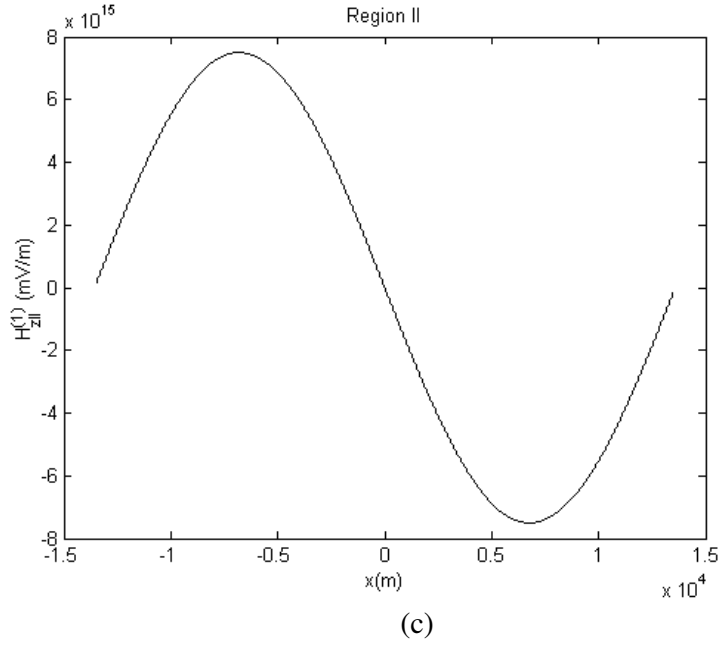
$$H_{zII}^{(2)}(x) = A_{II}^{(2)} (\alpha_{II}^{(2)} / j\omega\mu_o) \sin\{\alpha_{II}^{(2)} [x - (b + a + d)] - \theta^{(2)}\} \quad (4.86)$$

$$H_{zIII}^{(2)}(x) = A_{III}^{(2)} (\alpha_{III}^{(2)} / j\omega\mu_o) \exp\{\alpha_{III}^{(2)} [x - (b + a + 2d)]\} \quad (4.87)$$

#### 4.9 TE Modunda Aktif Bölgelerdeki Elektrik ve Manyetik Alanların Değişimleri

Birinci dalga kılavuzunda  $E_{yII}^{(1)}$ ,  $H_{xII}^{(1)}(x)$  ve  $H_{zII}^{(1)}(x)$  alanlarının değişimleri Şekil 4.11'de verilmiştir.

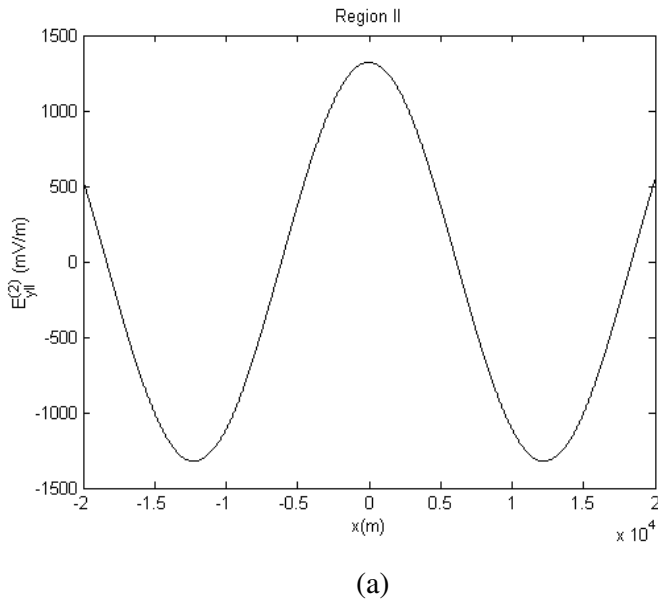


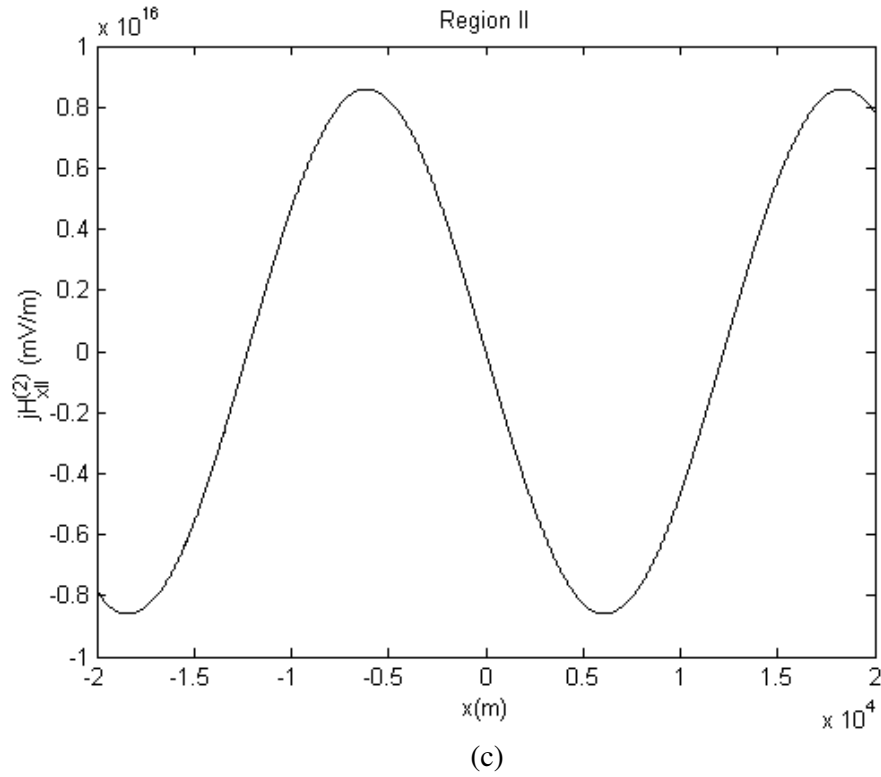
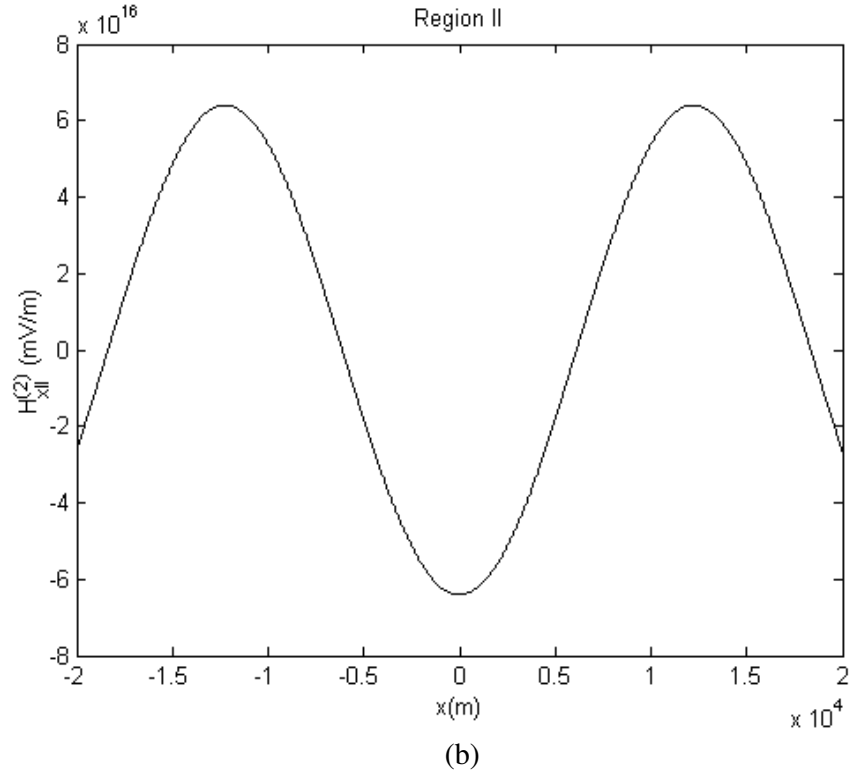


**Şekil 4.11** Birinci dalga kılavuzunun aktif bölgesindeki a)  $E_{yII}^{(1)}$ , b)  $H_{xII}^{(1)}(x)$  ve c)

$H_{zII}^{(1)}(x)$  alanlarının  $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_{I,III}=4.6$ ,  $n_{II}=4.7$ ,  $2a=8100 \text{ A}^\circ$  için değişimleri

İkinci dalga kılavuzunun ( $AB^{(2)}$ )'sinde  $E_{yII}^{(2)}$ ,  $H_{xII}^{(2)}$  ve  $H_{zII}^{(2)}(x)$  alanlarının değişimleri,  $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_{I,III}=4.6$ ,  $n_{II}=4.76$ ,  $2a=8000 \text{ A}^\circ$ ,  $\theta^{(2)}=b=0$  ve  $-20000 \text{ A}^\circ < x < 20000 \text{ A}^\circ$  aralığı için, Şekil 4.12'de gösterilmiştir.  $H_{xII}^{(2)}(x)$  manyetik alanı ve diğer bileşenler  $E_{yII}^{(2)}$  alanı ve  $H_{zII}^{(2)}$  alanı birbirlerine dik olarak polarize olmaktadır.





**Şekil 4.12**  $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ ,  $n_{\text{I,III}}=4.6$ ,  $n_{\text{II}}=4.76$ ,  $2a=8000 \text{ \AA}$ ,  $\theta^{(2)}=b=0$  için 2. kılavuzun aktif bölgesindeki a)  $E_{y\text{II}}^{(2)}$ , b)  $H_{x\text{II}}^{(2)}$  ve c)  $H_{z\text{II}}^{(2)}(x)$  alanlarının değişimleri

#### 4.10 Adım Kırılma İndisli Eşdeğer Dalga Kılavuzunun Bölgelerindeki Manyetik Alan Bileşenleri

Daha önce eşdeğer kılavuz için elde edilen elektrik alan ifadelerinden hareketle Maxwell Denklemleri yardımıyla, manyetik alan bileşenlerinin ifadeleri şu şekilde elde edilmiştir:

$$H_{xI}(x) = -(A_I \beta_z / \omega \mu_o) \exp[\alpha_I (x + d + a)] \quad (4.88)$$

$$H_{xII}(x) = -(A \beta_z / \omega \mu_o) \cos(\alpha_{II} x - \theta) \quad (4.89)$$

$$H_{xIII}(x) = -(A_{III} \beta_z / \omega \mu_o) \exp[-\alpha_{III} (x - d - a)] \quad (4.90)$$

$$H_{zI}(x) = A_I (\alpha_I / j \omega \mu_o) \exp[\alpha_I (x + d + a)] \quad (4.91)$$

$$H_{zII}(x) = A (\alpha_{II} / j \omega \mu_o) \sin(\alpha_{II} x - \theta) \quad (4.92)$$

$$H_{zIII}(x) = A_{III} (\alpha_{III} / j \omega \mu_o) \exp[-\alpha_{III} (x - d - a)] \quad (4.93)$$

#### 4.11 Adım Kırılma İndisli İkili Dalga Kılavuzu ile Onun Eşdeğeri Arasındaki Karşılaştırmadan Elde Edilen Sonuçlar

Eşdeğer kılavuzun aktif bölgesinin  $Z_{yII}^{TE}$  empedansı ve faz hızı, ikili kılavuzun sırasıyla  $AB^{(1)}$  ve  $AB^{(2)}$  bölgelerindeki empedans ve  $v^{(1)}$  ve  $v^{(2)}$  faz hızlarından daha büyük olduğu görülmektedir. Diğer yandan, eşdeğer kılavuzun  $AB$ 'sinde, sırasıyla, efektif kırılma indisi  $n_{ef}$ , faz sabiti  $\beta_z$ , enerji özdeğeri  $E_1$ , çukur potansiyeli  $V_o$  ve Poynting vektörünün maksimum yoğunluğu; ikili dalga kılavuzunun  $AB^{(1)}$ 'indeki  $n_{ef}^{(1)}$ ,  $\beta_z^{(1)}$ ,  $E_1^{(1)}$ ,  $V_o^{(1)}$  ve  $S^{(1)}$  veya  $AB^{(2)}$ 'sindeki  $n_{ef}^{(2)}$ ,  $\beta_z^{(2)}$ ,  $E_1^{(2)}$ ,  $V_o^{(2)}$  ve  $S^{(2)}$  parametrelerinden daha küçüktür.

Tekli bir dalga kılavuzuna bir başka tekli kılavuz eklendiğinde eşdeğer empedansın arttığı görülmektedir. Diğer yandan eşdeğer modelde Poynting vektörünün maksimum yoğunluğunun ise azaldığı görülmüştür. Sonuç olarak, basamak kırılma indisli dalga kılavuzunun aktif bölgesinin genişliği  $2a$  arttıkça, ilerleme yönünde transfer edilen enerji azalmaktadır.

## 5. SONUÇ VE TARTIŞMA

### 5.1 Elde Edilen Sonuçlar

Bu çalışmada adım kırılma indisli tekli ve ikili yarıiletken dalga kılavuzları incelenmiştir. Bu yarıiletken dalga kılavuzlarındaki bölgelere ait alan dalgaları ifade edilmiş ve değişimleri çizilmiştir. Ayrıca bu elektronik yapılarıdaki önemli yapısal ve tasarım parametreleri Alfa Metodu yardımıyla malzemeye doğrudan bağlı büyüklükler cinsinden elde edilmiştir. Yarıiletken dalga kılavuzlarında aktif bölgenin genişliği, 50-100 A° gibi oldukça küçük bir boyuta indirildiğinde kuantum etkilerinin ortaya çıktığı ve bu sayede de lazer etkisinin oluştuğu görülmüştür.

Adım kırılma indisli yarıiletken tekli dalga kılavuzunda analitik bir çözüme gidilmiştir. Bunun sonucunda bu dalga kılavuzunda yansıma ve geçiş parametreleri, enerji özdeşlerinin normalize koordinat sistemindeki parametrik koordinatları olan  $\eta$  ve  $\zeta$  cinsinden elde edilmiştir. Bu normalize parametreler, doğrudan malzemenin yapısına bağlıdır. Rezonans durumunda da geçiş parametresi ayrıca elde edilmiştir. Bunun ardından tekli dalga kılavuzunun bölgelerine ait kuantum akımları hesaplanmıştır. Rezonans durumunda bölgelerdeki kuantum akımlarının birbirine eşit olduğu görülmüştür. Daha açık bir ifadeyle rezonans durumunda bölgeler arasındaki potansiyel duvarlarının ortadan kalktığı sonucuna ulaşılmıştır.

Adım kırılma indisli yarıiletken ikili dalga kılavuzunda ise bölgelere ait elektromanyetik mod analizi yapılmış ve bu alanların değişimleri çizilmiştir. Bu kılavuzdaki önemli büyüklükler nümerik olarak hesaplanmış ve tablo halinde sunulmuştur. Ardından ikili kılavuzun tekli eşdeğer modeli oluşturulmuş ve bu eşdeğer kılavuzda da elektromanyetik mod analizine gidilmiştir. Nümerik olarak elde edilen

büyüklikler tablo halinde sunulmuştur. İkili kılavuz ile onun tekli eşdeğeri arasında oluşturulan tablolar yardımıyla bir karşılaştırma yapılmıştır. Oluşturan eşdeğer kılavuzda özellikle aktif bölgenin elektromanyetik empedansının arttığı görülmüştür. Bu artışın bir güç kaybına yol açacağı söylenebilir. Bunun sonucu olarak ikili (ya da çoklu) dalga kılavuzlarının nedenleri üzerinde durulmuştur. Ayrıca eşdeğer modelde Poynting vektörünün maksimum yoğunluğunun azaldığı görülmüştür. Bunun sonucu olarak ikili dalga kılavuzlarında daha fazla güç nakledilebilir. Sonuç olarak, basamak kırılma indisli dalga kılavuzunun aktif bölgesinin genişliği  $2a$  arttıkça, ilerleme yönünde transfer edilen enerji azalmaktadır.

Bu tez çalışmasında elde edilen tüm ifadelerde Alfa Metodu kullanılmıştır. Dolayısıyla verilen tüm büyüklük ve parametreler doğrudan malzemenin yapısına bağlıdır. Eğer yarıiletken dalga kılavuzunda kırılma indisleri, aktif bölgenin genişliği ve dalga boyu verilirse diğer tüm büyüklükler kolaylıkla hesaplanabilir. Literatürde bu yönüyle benzer bir çalışma bulunmamaktadır.

## 5.2. Tartışma

Yapılan çalışmadan elde edilen bulgular sonucu yarıiletken lazerlerde ikili veya çoklu kuantum çukurları kullanılma nedenleri üzerinde durulmuştur. Bu yönden yapılan bir tartışmada ikili dalga kılavuzlarının kullanılabilirliğinin avantajlı olduğu ortaya konulmuştur. Gelecekteki çalışmalarda, aktif bölgenin empedansı ve Poynting vektörünün maksimum yoğunluğu dışında farklı büyüklükler yönünden de tekli ve ikili dalga kılavuzları arasında bir karşılaştırma yapıp çoklu dalga kılavuzlarının kullanılabilirliği üzerinde tartışma devam edebilir.



## KAYNAKLAR

- Bhattacharya, P. (1998) Semiconductor Optoelectronic Devices, *McGraw-Hill Book*, England, 572s.
- Botez, D. (1978) Analytical Approximation of the Radiation Confinement Factor for the TE<sub>0</sub> Mode Double Heterojunction Laser. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 14: 4-8.
- Bozkurt, M. K. (1994) Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As/GaAs graded index separate confinement heterostructure single quantum well lasers., Yüksek Lisans Tezi, *Bilkent Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 88s.
- Buck, J. A. (1994) Fundamentals of Optical Fibers, *John Wiley & Sons*, England, 247s.
- Carroll, J., Whiteaway, J. and Plumb, D. (1998) Distributed Feedback Semiconductor Lasers, *Trowbridge*, New York, 568s.
- Chang, Y., Kuo, H., and Wang, S. (2004) Simulation of 1300-nm In<sub>0.4</sub>Ga<sub>0.6</sub>As<sub>0.986</sub>N<sub>0.014</sub>/GaAs<sub>1-x</sub>N<sub>x</sub> Quantum-Well Lasers with Various GaAs<sub>1-x</sub>N<sub>x</sub> Strain Compensated Barriers. *Optics Communications*, 241 (1-3): 195-202.
- Chang, C. H. (1999) Fabrication and optical studies of semiconductor quantum well structures., Doctor of Philosophy, *State University of New York*, New York, 541s.
- Dupius, R.D., Dapkus, P.D., Holonyak, N., Rezek, E.A., and Chin, R. (1978) Room Temperature Operation of Quantum Well AlGaAs-GaAs Laser Diodes Grown by Metal Organic Chemical Vapour Deposition, *Appl. Phys. Lett.*, 32: 295-300.
- Dupius, R.D., Holonyak, N., and Kolbas, R.M. (1979) Continuous Room Temperature Multiple Quantum Well AlGaAs-GaAs Injection Lasers Grown by Metal Organic Chemical Vapour Deposition. *Appl. Phys. Lett.*, 35: 487-493.
- Edminister, J.A. (2000) Elektromanyetik, (Aydemir, M.T., Afacan, E. ve Nakiboğlu, K.C.), *McGraw-Hill Book*, Ankara, 329s.
- Gasiorowicz, S. (1974) Quantum Physics, *McGraw-Hill Book*, London, s80-81.
- Hader, J., Koch, S. W. and Moloney, J. V. (2003) Microscopic Theory of Gain and Spontaneous Emission in GaInNAs Laser Material, *Solid-State Electronics*, 47 (3): 513-521.
- Harrison, P. (1999) Quantum Wells, Wires and Dots, *John Wiley & Sons*, England, 456s.
- Iga, K. (1994) Fundamentals of Laser Optics, *Plenum Press*, New York, 481s.

- Kapon, E. (1998) Semiconductor Lasers, *Academic Press*, U.S.A., 452s.
- Karakılınc, Ö.Ö. ve Temiz, M. (2004) “Yarıiletken planar çift farklı yapılı lazerlerde elektrik alan parametrelerine göre temel tasarım düşüncesi ve hesaplama prosedürü”, *URSI-Türkiye'2004*, Bilkent-Ankara.
- Karakılınc, Ö.Ö. (2005) Dikdörtgen kesitli yarıiletken kuantum çukurlu lazerlerde normalize yayılma sabitinin hesaplanması., Yüksek Lisans Tezi, *Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Denizli, 94s.
- Kraus, J. and Deimel, P.P. (1990) Calculation of the Propagation Constant of Optical Modes in Multi-quantum Well Structures. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 26 (5): 824-826.
- Kroemer, H. (1994) Quantum Mechanics, *Prentice Hall*, New Jersey, 639s.
- Kuhn, K. J. (1998) Laser Engineering, *Prentice-Hall*, U.S.A., 498s.
- Maiman, T. H., (1960) Optical and Microwave Optical Experiments in Ruby. *Phys., Rev. Lett.*, 4: 564-569.
- Millman and Halkias (1967) Electronics Devices and Circuits, *McGraw-Hill Book Comp.*, England, 752s.
- Popescu, V. A. (2004) Improving the Accuracy of Normalized Propagation Constant for Waveguides by Using Higher-Order Variational Method, *Optics Communications*, 234 (1-6): 177-181.
- Schiff, L. I. (1982) Quantum Mechanics, *McGraw-Hill Book Comp*, Tokyo, s39.
- Syms, R. and Cozen, J. (1992) Optical Guided Waves and Devices, *McGraw-Hill Companies*, England, 498s.
- Suematsu, Y. and Adams, A. R. (1994) Handbook of Semiconductor Lasers and Photonic Integrated Circuits, *Chapman & Hall*, England, 546s.
- Temiz, M. (1995) GaAs Teknolojisi. *Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 1 (2-3): 76-81.
- Temiz, M. (1996) The Quantum-Well Structure of Self Electrooptic Effect Devices and Gallium-Arsenide. *Pamukkale University Engineering College, Journal of Engineering Sciences*, 2 (2): 89-91.
- Temiz, M. ve Acer, H. (1998) GaAs-Tabanlı Lazerlerde Elektromanyetik Propagasyon Sabitinin İncelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 4 (1-2): 541-548.
- Temiz, M. ve Samedov, R. (1999) Fiber Glas, Yarıiletken Lazerler ve Kazanç Sabiti. *Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 5 (2-3): 1080-1086.

- Temiz, M. (1999) GaAs-Tabanlı Fiber Glas ve Lazerlerde Kılavuzlanmış Elektromanyetik Alan Modlarının İncelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 5 (1-2): 1083-1091.
- Temiz, M. (2000) Kuantum-Çukurlu Yarıiletken Lazerlerde Bazı Özel Çözümler ve Yük Taşıyıcılarının Tuzaklanmaları. *Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 6 (2-3): 177-182.
- Temiz, M. (2001) The Effects of Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes. *Laser Phys.*, 11 (3): 297-301.
- Temiz, M. (2002a) Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices. *Laser Phys.*, 12 (5): 1-18.
- Temiz, M. (2002b) Yarıiletken Lazerlerde Yüklü Taşıyıcıların Enerji Durumlarının İncelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi, Müh. Fak., Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 8 (2): 177-179.
- Temiz, M. (2002c) Yarıiletken Lazerlerin Gelişiminde Akım Yoğunluğunun Önem ve Seyri. *Anadolu Üniversitesi, Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 3 (2): 211-218.
- Temiz, M. (2003) The Review of Electromagnetic Fields and Powers in Terms of Normalised Propagation Constant on the Optical Mode Inside Waveguide on the Heterojunction Constructions. *Laser Phys.*, 13 (9): 1123-1137.
- Temiz, M. and Karakılınç, Ö.Ö. (2003) A Novel Procedure and Parameters for Design of Symmetric Quantum Wells in Terms of Normalised Propagation Constant as a Model  $\alpha$  in the Single Mode. *Journal of Aeronautics and Space Technologies*, 1 (2): 73-81.
- Temiz, M. ve Karakılınç, Ö.Ö. (2004) Yarıiletken Kuantum Çukurunda Elementer Modlarda Temel Parametreler ve Bazı Normalize Frekanslarda Enerji Özdeğer Noktaları. *Hava Harp Okulu, Havacılık ve Uzay Teknolojileri Enstitüsü*, 1 (4): 61-73.
- Temiz, M., Karakılınç, Ö.Ö., Ükte, A. and Şentürk, H. (2005) An Approach to Power Ratios and Probabilities and Interpretations of These Quantities in Rectangular Quantum Wells. *Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 11 (2): 55-57.
- Temiz, M., Karakılınç, Ö.Ö. and Ünal, M. (2008a) A Novel Theoretical Procedure to Detemine Absorption and Gain Coefficients in a Symmetric Single Step-Index Quantum Well Laser. *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences (ELEKTRİK)*, 16 (1).
- Temiz, M., Karakılınç, Ö.Ö. and Ünal, M. (2008b) An Efficient Analysis for Absorption and Gain Coefficients in Single Step-Index Waveguides by Using the Alpha Method. *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 14 (2).

- Temiz, M., Ünal, M. and Karakılınç, Ö.Ö. (2008c) A Novel Study of Electric Fields for TE Mode in A Double Step-Index Waveguide. *Journal of Aeronautics and Space Technologies*, 3 (3): 9-20.
- Ünal, M., Temiz, M., ve Karakılınç, Ö.Ö. (2008) “Basamak kırılma indisli ikili bir dalga kılavuzunun TE modunda tekli eşdeğer modelinin araştırılması”, *IEEE 16. Sinyal İşleme, İletişim ve Uygulamaları Kurultayı, SİU 2008*, Didim.
- Verdeyen, J.T., (1989) Laser Electronics, *Prentice-Hall*, London, s372-376.
- Yeh, J., Mawst, L. and Tansu, N. (2004) Characteristics of InGaAsN/GaAsN Quantum Well Lasers Emitting in the 1.4- $\mu\text{m}$  Regime. *Journal of Crystal Growth*, 272 (1-4): 719-725.
- Ziel, J.P. van der, Dingle, R., Miller R.C., Wiegmann, W., and Nordland, W.A. (1975) Laser Oscillation from Quantized States in Very Thin AlGaAs-GaAs Multilayer Structure. *Appl. Phys. Lett.*, 26: 463-465.

**EKLER**

**Ek-1**

Bu kısımda Bölüm III'teki adım kırılma indisli yarıiletken simetrik tekli dalga kılavuzunun analitik çözümüne ilişkin hesaplamalara ait alt işlem basamakları verilecektir. Şekil 3.2'de görülen dalga kılavuzunda elektrik alan dalgalarına ilişkin denklemler (Ek-1.1)'de verilmiştir. Bu denklem sistemine ilişkin çözümler de sırasıyla verilecektir.

$$\begin{aligned}
 1) & Ae^{-j\zeta} + Ye^{j\zeta} - re^{jn} = e^{-jn} \\
 2) & A\alpha_{II}e^{-j\zeta} - Y\alpha_{II}e^{j\zeta} + r\alpha_Ie^{jn} = \alpha_Ie^{-jn} \\
 3) & Ae^{j\zeta} + Ye^{-j\zeta} - te^{jn} = 0 \\
 4) & A\alpha_{II}e^{j\zeta} - Y\alpha_{II}e^{-j\zeta} - t\alpha_Ie^{jn} = 0
 \end{aligned} \tag{Ek-1.1}$$

$$\begin{bmatrix} e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & -e^{jn} & 0 \\ \alpha_{II}e^{-j\zeta} & -\alpha_{II}e^{j\zeta} & \alpha_Ie^{jn} & 0 \\ e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & 0 & -e^{jn} \\ \alpha_{II}e^{j\zeta} & -\alpha_{II}e^{-j\zeta} & 0 & -\alpha_Ie^{jn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ Y \\ r \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-jn} \\ \alpha_Ie^{-jn} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{Ek-1.2}$$

$$r = \frac{\begin{vmatrix} e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & e^{-jn} & 0 \\ \alpha_{II}e^{-j\zeta} & -\alpha_{II}e^{j\zeta} & \alpha_Ie^{-jn} & 0 \\ e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & 0 & -e^{jn} \\ \alpha_{II}e^{j\zeta} & -\alpha_{II}e^{-j\zeta} & 0 & -\alpha_Ie^{-jn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & -e^{jn} & 0 \\ \alpha_{II}e^{-j\zeta} & -\alpha_{II}e^{j\zeta} & \alpha_Ie^{jn} & 0 \\ e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & 0 & -e^{jn} \\ \alpha_{II}e^{j\zeta} & -\alpha_{II}e^{-j\zeta} & 0 & -\alpha_Ie^{jn} \end{vmatrix}} \tag{Ek-1.3}$$

$$r = \frac{-e^{j\eta} \begin{vmatrix} e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & -e^{-j\eta} \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & \alpha_I e^{-j\eta} \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} & 0 \end{vmatrix} + \alpha_I e^{j\eta} \begin{vmatrix} e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & e^{-j\eta} \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & \alpha_I e^{-j\eta} \\ e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & 0 \end{vmatrix}}{-e^{j\eta} \begin{vmatrix} e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & -e^{-j\eta} \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & \alpha_I e^{j\eta} \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} & 0 \end{vmatrix} + \alpha_I e^{j\eta} \begin{vmatrix} e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & -e^{-j\eta} \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & \alpha_I e^{j\eta} \\ e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & 0 \end{vmatrix}} \quad (\text{Ek-1.4})$$

$$= \frac{-e^{j\eta} \left[ e^{-j\eta} \begin{vmatrix} \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} \end{vmatrix} - \alpha_I e^{-j\eta} \begin{vmatrix} e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} \end{vmatrix} \right] + \alpha_I e^{j\eta} \left[ e^{-j\eta} \begin{vmatrix} \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} \\ e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} \end{vmatrix} - \alpha_I e^{-j\eta} \begin{vmatrix} e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} \\ e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} \end{vmatrix} \right]}{-e^{j\eta} \left[ -e^{j\eta} \begin{vmatrix} \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} \end{vmatrix} - \alpha_I e^{j\eta} \begin{vmatrix} e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} \end{vmatrix} \right] + \alpha_I e^{j\eta} \left[ -e^{j\eta} \begin{vmatrix} \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} \\ e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} \end{vmatrix} - \alpha_I e^{j\eta} \begin{vmatrix} e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} \\ e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} \end{vmatrix} \right]} \quad (\text{Ek-1.5})$$

$$r = \frac{-e^{j\eta} \left[ e^{-j\eta} (-\alpha_{II}^2 e^{-j2\zeta} + \alpha_{II}^2 e^{j2\zeta}) - \alpha_I e^{-j\eta} (-\alpha_{II} e^{-j2\zeta} - \alpha_{II} e^{j2\zeta}) \right] + \alpha_I e^{j\eta} \left[ e^{-j\eta} (\alpha_{II} e^{-j2\zeta} + \alpha_{II} e^{j2\zeta}) - \alpha_I e^{-j\eta} (e^{-j2\zeta} - e^{j2\zeta}) \right]}{-e^{j\eta} \left[ -e^{j\eta} (-\alpha_{II}^2 e^{-j2\zeta} + \alpha_{II}^2 e^{j2\zeta}) - \alpha_I e^{j\eta} (-\alpha_{II} e^{-j2\zeta} - \alpha_{II} e^{j2\zeta}) \right] + \alpha_I e^{j\eta} \left[ -e^{j\eta} (\alpha_{II} e^{-j2\zeta} + \alpha_{II} e^{j2\zeta}) - \alpha_I e^{j\eta} (e^{-j2\zeta} - e^{j2\zeta}) \right]} \quad (\text{Ek-1.6})$$

$$r = \frac{\alpha_{II}^2 e^{-j2\zeta} - \alpha_{II}^2 e^{j2\zeta} - \alpha_I \alpha_{II} e^{-j2\zeta} - \alpha_I \alpha_{II} e^{j2\zeta} + \alpha_I \alpha_{II} e^{-j2\zeta} + \alpha_I \alpha_{II} e^{j2\zeta} - \alpha_I^2 e^{-j2\zeta} + \alpha_I^2 e^{j2\zeta}}{-\alpha_{II}^2 e^{j2\eta} e^{-j2\zeta} + \alpha_{II}^2 e^{j2\eta} e^{j2\zeta} - \alpha_I \alpha_{II} e^{j2\eta} e^{-j2\zeta} - \alpha_I \alpha_{II} e^{j2\eta} e^{j2\zeta} - \alpha_I \alpha_{II} e^{j2\eta} e^{-j2\zeta} - \alpha_I \alpha_{II} e^{j2\eta} e^{j2\zeta} - \alpha_I^2 e^{j2\eta} e^{-j2\zeta} + \alpha_I^2 e^{j2\eta} e^{j2\zeta}} \quad (\text{Ek-1.7})$$

$$r = \frac{-j2\alpha_{II}^2 \sin 2\zeta - 2\alpha_I \alpha_{II} \cos 2\zeta + 2\alpha_I \alpha_{II} \cos 2\zeta + j2\alpha_I^2 \sin 2\zeta}{\alpha_{II}^2 e^{j2\eta} (e^{j2\zeta} - e^{-j2\zeta}) - \alpha_I \alpha_{II} e^{j2\eta} (e^{-j2\zeta} + e^{j2\zeta} + e^{-j2\zeta} + e^{j2\zeta}) + \alpha_I^2 e^{j2\eta} (e^{j2\zeta} - e^{-j2\zeta})} \quad (\text{Ek-1.8})$$

$$r = \frac{j2 \sin 2\zeta (\alpha_I^2 - \alpha_{II}^2)}{\alpha_{II}^2 e^{j2\eta} (j2 \sin 2\zeta) - \alpha_I \alpha_{II} e^{j2\eta} (4 \cos 2\zeta) + \alpha_I^2 e^{j2\eta} (j2 \sin 2\zeta)}$$

(Ek-1.8) denkleminin payı ve paydası  $(j2 \sin 2\zeta)$ 'ya bölünürse;

$$r = \frac{\alpha_I^2 - \alpha_{II}^2}{\alpha_{II}^2 e^{j2\eta} - \alpha_I \alpha_{II} e^{j2\eta} (j2 \cot 2\zeta) + \alpha_I^2 e^{j2\eta}} \quad (\text{Ek-1.9})$$

denklemini elde edilir.

$$r = e^{-j2\eta} \frac{\alpha_I^2 - \alpha_{II}^2}{\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2 + j2\alpha_I \alpha_{II} \frac{\cos 2\zeta}{\sin 2\zeta}} = e^{-j2\eta} \frac{(\alpha_I^2 - \alpha_{II}^2) \sin 2\zeta}{(\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) \sin 2\zeta + j2\alpha_I \alpha_{II} \cos 2\zeta}$$

$$r = j e^{-j2\eta} \frac{(\alpha_I^2 - \alpha_{II}^2) \sin 2\zeta}{-2\alpha_I \alpha_{II} \cos 2\zeta + j(\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) \sin 2\zeta} = j e^{-j2\eta} \frac{-(\alpha_{II}^2 - \alpha_I^2) \sin 2\zeta}{-2\alpha_I \alpha_{II} \cos 2\zeta + j(\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) \sin 2\zeta}$$

$$r = j e^{-j2\eta} \frac{(\alpha_{II}^2 - \alpha_I^2) \sin 2\zeta}{2\alpha_I \alpha_{II} \cos 2\zeta - j(\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) \sin 2\zeta},$$

$$\alpha_{II} = \frac{\zeta}{a}, \quad \alpha_I = \frac{\eta}{a} \Rightarrow \alpha_I^2 + \alpha_{II}^2 = \frac{\zeta^2 + \eta^2}{a^2}, \quad \alpha_I \alpha_{II} = \frac{\zeta \eta}{a^2}$$

$$r = j e^{-j2\eta} \frac{\left( \frac{\zeta^2}{a^2} - \frac{\eta^2}{a^2} \right) \sin 2\zeta}{2 \frac{\zeta \eta}{a^2} \cos 2\zeta - j \frac{\zeta^2 + \eta^2}{a^2} \sin 2\zeta}$$

$$r = j e^{-j2\eta} \frac{(\zeta^2 - \eta^2) \sin 2\zeta}{2\zeta \eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.10})$$

(Ek-1.10) denklemindeki r parametresinin ifadesi daha da sadeleştirilebilir. Bunun için

(Ek-1.11)'deki eşitliklerinin kullanılması gerekir.



$$\zeta = V \cos \zeta, \quad \eta = V \sin \zeta \quad (\text{Ek-1.11})$$

$$r = je^{-j2\eta} \frac{(\zeta^2 - \eta^2) 2 \frac{\eta \zeta}{V^2}}{2\zeta \eta \cos 2\zeta - jV^2 \sin 2\zeta} = \frac{1}{V^2} je^{-j2\eta} \frac{\zeta^2 - \eta^2}{\cos 2\zeta - j} = \frac{1}{\zeta^2 + \eta^2} je^{-j2\eta} \frac{\zeta^2 - \eta^2}{\cos 2\zeta - j} \quad (\text{Ek-1.12})$$

(Ek-1.12) denkleminin payı ve paydası  $\zeta^2$ 'ye bölüldüğü takdirde (Ek-1.13) denklemi elde edilir.

$$r = \frac{1}{1 + \tan^2 \zeta} je^{-j2\eta} \frac{1 - \frac{\eta^2}{\zeta^2}}{\cos 2\zeta - j} = \frac{1}{1 + \tan^2 \zeta} je^{-j2\eta} \frac{1 - \tan^2 \zeta}{\cos 2\zeta - j} = \frac{1 - \frac{\sin^2 \zeta}{\cos^2 \zeta}}{1 + \frac{\sin^2 \zeta}{\cos^2 \zeta}} je^{-j2\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j} \quad (\text{Ek-1.13})$$

$$r = \frac{\cos^2 \zeta - \sin^2 \zeta}{1} je^{-j2\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j} \quad (\text{Ek-1.14})$$

Tekli dalga kılavuzunda r yansımaya katsayısı sonuçta (Ek-1.15)'deki şekliyle elde edilir.

$$r = je^{-j2\eta} \frac{\cos 2\zeta}{\cos 2\zeta - j} \quad (\text{Ek-1.15})$$

(EK-1.1) denklem sistemindeki diğer bir bilinmeyen olan t yansımaya katsayısı ise yine benzer yolları izleyerek şu şekilde hesaplanır.

$$t = \begin{vmatrix} e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & -e^{j\eta} & e^{-j\eta} \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & \alpha_I e^{j\eta} & \alpha_I e^{-j\eta} \\ e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & 0 & 0 \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (\text{Ek-1.16})$$

(Ek-1.16) denkleminde paydadaki determinantın sonucu daha önce (EK-1.8) denkleminde yer aldığı şekilde bulunmuştu.

$$t = \frac{e^{-j\eta} \begin{vmatrix} \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & \alpha_I e^{j\eta} \\ e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & 0 \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} & 0 \end{vmatrix} - \alpha_I e^{-j\eta} \begin{vmatrix} e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & -e^{j\eta} \\ e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & 0 \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} & 0 \end{vmatrix}}{\alpha_{II}^2 e^{j2\eta} (j2 \sin 2\zeta) - \alpha_I \alpha_{II} e^{j2\eta} (4 \cos 2\zeta) + \alpha_I^2 e^{j2\eta} (j2 \sin 2\zeta)} \quad (\text{Ek-1.17})$$

$$t = \frac{e^{-j\eta} \left( \alpha_I e^{j\eta} \begin{vmatrix} e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} \end{vmatrix} \right) - \alpha_I e^{-j\eta} \left( -e^{j\eta} \begin{vmatrix} e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} \end{vmatrix} \right)}{-\alpha_I \alpha_{II} e^{j2\eta} (4 \cos 2\zeta) + (\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) e^{j2\eta} (j2 \sin 2\zeta)} \quad (\text{Ek-1.18})$$

$$t = \frac{\alpha_I (-\alpha_{II} - \alpha_{II}) + \alpha_I (-\alpha_{II} - \alpha_{II})}{-\alpha_I \alpha_{II} e^{j2\eta} (4 \cos 2\zeta) + (\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) e^{j2\eta} (j2 \sin 2\zeta)} \quad (\text{Ek-1.19})$$

$$t = \frac{-4\alpha_I \alpha_{II}}{-\alpha_I \alpha_{II} e^{j2\eta} (4 \cos 2\zeta) + (\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) e^{j2\eta} (j2 \sin 2\zeta)} \quad (\text{Ek-1.20})$$

(Ek-1.20) denkleminin payı ve paydası  $(-e^{j2\eta})$ ' ya bölüldüğünde (Ek-1.21) denklemi elde edilir.

$$t = e^{-j2\eta} \frac{4\alpha_I \alpha_{II}}{\alpha_I \alpha_{II} (4 \cos 2\zeta) - j2(\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.21})$$

(Ek-1.21) denkleminin payı ve paydası 2'ye bölüldüğünde,

$$t = e^{-j2\eta} \frac{2\alpha_I \alpha_{II}}{2\alpha_I \alpha_{II} \cos 2\zeta - j(\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.22})$$

olur. (Ek-1.22) denklemini üzerinde birtakım dönüşümler uygulanarak ifadede sadeleştirme yapılması gerekir. Bunun için,

$$\alpha_I \alpha_{II} = \frac{\zeta \eta}{a^2}, \quad \alpha_I^2 + \alpha_{II}^2 = \frac{\zeta^2 + \eta^2}{a^2} \quad (\text{Ek-1.23})$$

olduğu önceden bilinmektedir. (Ek-1.23)'deki bu iki eşitlik (Ek-1.22) denkleminde kullanılırsa,

$$t = e^{-j2\eta} \frac{2\zeta\eta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.24})$$

sonucu elde edilir. (Ek-1.24) denklemindeki geçiş katsayısının ifadesini daha sade bir hale getirmek için ise birtakım eşitlikleri kullanmamız gerekmektedir.

$$\zeta = V \cos \zeta, \quad \eta = V \sin \zeta,$$

$$\zeta^2 + \eta^2 = V^2 \quad (\text{Ek-1.25})$$

$$t = e^{-j2\eta} \frac{2\zeta\eta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta - jV^2 2 \frac{\eta\zeta}{V^2}} = e^{-j2\eta} \frac{2\zeta\eta}{2\zeta\eta(\cos 2\zeta - j)} \quad (\text{Ek-1.26})$$

$$t = e^{-j2\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta - j} \quad (\text{Ek-1.27})$$

t geçiş katsayısının en sade biçimi (Ek-1.27) denkleminde verilmiştir. Şimdi ise "A" parametresi hesaplanmıştır.

$$A = \begin{vmatrix} e^{-j\eta} & e^{j\zeta} & -e^{j\eta} & 0 \\ \alpha_I e^{-j\eta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & \alpha_I e^{j\eta} & 0 \\ 0 & e^{-j\zeta} & 0 & -e^{j\eta} \\ 0 & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} & 0 & -\alpha_I e^{j\eta} \\ e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & -e^{j\eta} & 0 \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & \alpha_I e^{j\eta} & 0 \\ e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & 0 & -e^{j\eta} \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} & 0 & -\alpha_I e^{j\eta} \end{vmatrix} \quad (\text{Ek-1.28})$$

(Ek-1.28) denkleminde bulunan paydadaki determinantın sonucu daha önce  $r$  parametresi için yapılan hesaplamalarda (EK-1.8) denkleminde yer aldığı şekilde bulunmuştur.

$$A = \frac{-e^{j\eta} \begin{vmatrix} e^{-j\eta} & e^{j\zeta} & -e^{j\eta} \\ \alpha_1 e^{-j\eta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & \alpha_1 e^{j\eta} \\ 0 & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} & 0 \end{vmatrix} + \alpha_1 e^{j\eta} \begin{vmatrix} e^{-j\eta} & e^{j\zeta} & -e^{j\eta} \\ \alpha_1 e^{-j\eta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & \alpha_1 e^{j\eta} \\ 0 & e^{-j\zeta} & 0 \end{vmatrix}}{-\alpha_1 \alpha_{II} e^{j2\eta} (4 \cos 2\zeta) + (\alpha_1^2 + \alpha_{II}^2) e^{j2\eta} (j2 \sin 2\zeta)} \quad (\text{Ek-1.29})$$

$$A = e^{-j\eta} \frac{\alpha_1 \alpha_{II} e^{-j\zeta} + \alpha_1^2 e^{-j\zeta}}{2\alpha_1 \alpha_{II} \cos 2\zeta - j(\alpha_1^2 + \alpha_{II}^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.30})$$

(Ek-1.30) denkleminde bazı dönüşümlerin yapılması gereklidir. Bunun için

$$\alpha_1 \alpha_{II} = \frac{\zeta \eta}{a^2}, \quad \alpha_1^2 + \alpha_{II}^2 = \frac{\zeta^2 + \eta^2}{a^2} \quad (\text{Ek-1.31})$$

olduğu önceden bilimektedir. Bu durumda,

$$A = e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\eta(\zeta + \eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.32})$$

denklemini elde edilir. Bu sonuç, daha da sadeleştirilebilir. Bunun için,

$$\zeta = V \cos \zeta, \quad \eta = V \sin \zeta, \quad \zeta^2 + \eta^2 = V^2 \quad (\text{Ek-1.33})$$

eşikliklerinden faydalanılarak (Ek-1.32) denkleminde birtakım dönüşümler uygulanır.

$$\begin{aligned} A &= e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{V \sin \zeta (V \cos \zeta + V \sin \zeta)}{2V \cos \zeta V \sin \zeta \cos 2\zeta - jV^2 \sin 2\zeta} \\ &= e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{V^2 \sin \zeta \cos \zeta + V^2 \sin^2 \zeta}{2V^2 \cos \zeta \sin \zeta \cos 2\zeta - jV^2 2 \sin \zeta \cos \zeta} \end{aligned} \quad (\text{Ek-1.34})$$

(Ek-1.34) denkleminin payı ve paydası  $V^2$ 'ye bölünür.

$$A = e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\sin \zeta \cos \zeta + \sin^2 \zeta}{2 \cos \zeta \sin \zeta \cos 2\zeta - j2 \sin \zeta \cos \zeta} \quad (\text{Ek-1.35})$$

(Ek-1.35) denkleminin payı ve paydası ise  $\sin \zeta$ 'ya bölünür.

$$A = e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\cos \zeta + \sin \zeta}{2 \cos \zeta \cos 2\zeta - j2 \cos \zeta} = e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\cos \zeta + \sin \zeta}{2 \cos \zeta (2 \cos^2 \zeta - 1) - j2 \cos \zeta} \quad (\text{Ek-1.36})$$

$$A = e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\cos \zeta + \sin \zeta}{4 \cos^3 \zeta - 2 \cos \zeta - j2 \cos \zeta} = e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\tan \zeta + 1}{4 \cos^2 \zeta - 2 - j2} \quad (\text{Ek-1.37})$$

$$A = e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\tan \zeta + 1}{2(2 \cos^2 \zeta - 1) - j2} \quad (\text{Ek-1.38})$$

$$A = \frac{1}{2} e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\tan \zeta + 1}{\cos 2\zeta - j} \quad (\text{Ek-1.39})$$

sonucu elde edilir.

Son olarak Y parametresi de benzer yol izlenerek şu şekilde elde edilir:

$$Y = \begin{vmatrix} e^{-j\zeta} & e^{-j\eta} & -e^{j\eta} & 0 \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & \alpha_I e^{-j\eta} & \alpha_I e^{j\eta} & 0 \\ e^{j\zeta} & 0 & 0 & -e^{j\eta} \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & 0 & 0 & -\alpha_I e^{j\eta} \end{vmatrix} \quad (\text{Ek-1.40})$$

$$Y = \begin{vmatrix} e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & -e^{j\eta} & 0 \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & \alpha_I e^{j\eta} & 0 \\ e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & 0 & -e^{j\eta} \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} & 0 & -\alpha_I e^{j\eta} \end{vmatrix}$$

(Ek-1.40) denkleminin paydasındaki determinantın sonucu daha önce r parametresi için yapılan hesaplamalarda (EK-1.8) denkleminde yer aldığı şekilde hesaplanmıştı. Bu sonuç doğrudan (Ek-1.41) denklemine yazılabilir.

$$Y = \frac{-e^{j\eta} \begin{vmatrix} e^{-j\zeta} & e^{-j\eta} & -e^{j\eta} \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & \alpha_I e^{-j\eta} & \alpha_I e^{j\eta} \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & 0 & 0 \end{vmatrix} + \alpha_I e^{j\eta} \begin{vmatrix} e^{-j\zeta} & e^{-j\eta} & -e^{j\eta} \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & \alpha_I e^{-j\eta} & \alpha_I e^{j\eta} \\ e^{j\zeta} & 0 & 0 \end{vmatrix}}{-\alpha_I \alpha_{II} e^{j2\eta} (4 \cos 2\zeta) + (\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) e^{j2\eta} (j2 \sin 2\zeta)} \quad (\text{Ek-1.41})$$

$$Y = e^{j(\zeta-\eta)} \frac{\alpha_I \alpha_{II} - \alpha_I^2}{2\alpha_I \alpha_{II} \cos 2\zeta - j(\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.42})$$

$$\alpha_I \alpha_{II} = \frac{\zeta \eta}{a^2}, \quad \alpha_I^2 + \alpha_{II}^2 = \frac{\zeta^2 + \eta^2}{a^2} \quad (\text{Ek-1.43})$$

$$Y = e^{j(\zeta-\eta)} \frac{\eta(\zeta - \eta)}{2\zeta \eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.44})$$

$$\zeta = V \cos \zeta, \quad \eta = V \sin \zeta, \quad \zeta^2 + \eta^2 = V^2 \quad (\text{Ek-1.45})$$

$$Y = e^{j(\zeta-\eta)} \frac{V \sin \zeta (V \cos \zeta - V \sin \zeta)}{2V \cos \zeta V \sin \zeta \cos 2\zeta - jV^2 \sin 2\zeta} = e^{j(\zeta-\eta)} \frac{V^2 \sin \zeta \cos \zeta - V^2 \sin^2 \zeta}{2V^2 \cos \zeta \sin \zeta \cos 2\zeta - jV^2 \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.46})$$

$$Y = e^{j(\zeta-\eta)} \frac{\sin \zeta \cos \zeta - \sin^2 \zeta}{2 \cos \zeta \sin \zeta \cos 2\zeta - j \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.47})$$

$$Y = e^{j(\zeta-\eta)} \frac{\cos \zeta - \sin \zeta}{2 \cos \zeta \cos 2\zeta - j2 \cos \zeta} = e^{j(\zeta-\eta)} \frac{\cos \zeta - \sin \zeta}{2 \cos \zeta (2 \cos^2 \zeta - 1) - j2 \cos \zeta} \quad (\text{Ek-1.48})$$

$$Y = e^{j(\zeta-\eta)} \frac{\cos \zeta - \sin \zeta}{4 \cos^3 \zeta - 2 \cos \zeta - j2 \cos \zeta} = e^{j(\zeta-\eta)} \frac{1 - \tan \zeta}{4 \cos^2 \zeta - 2 - j2} \quad (\text{Ek-1.49})$$

$$Y = e^{j(\zeta-\eta)} \frac{1 - \tan \zeta}{2(2 \cos^2 \zeta - 1) - j2} \quad (\text{Ek-1.50})$$

$$Y = \frac{1}{2} e^{j(\zeta-\eta)} \frac{1 - \tan \zeta}{\cos 2\zeta - j} \quad (\text{Ek-1.51})$$

Eğer adım kırılma indisli yarıiletken simetrik tekli dalga kılavuzunun I,II ve III bölgelerindeki elektrik alanları delikler için ifade edilecek olursa, bu durumda Şekil 3.3'te görüldüğü gibi sistemin çözümüne gidilmesi gerekir. Şekil 3.3 incelendiğinde sürekliliğin sağlanması için bölgelerin arakesiti olan noktalarda elektrik alan dalgalarının birbirine eşit olması gerekir. Bu durum göz önüne alınarak I ve II bölgelerinin arakesitinde  $x=-a$ 'dır. Bu durumda,

$$e^{j\alpha_{I,III}a} + re^{-j\alpha_{I,III}a} = Ae^{j\alpha_{II}a} + Ye^{-j\alpha_{II}a} \quad (\text{Ek-1.52})$$

olur. I ve II bölgeleri için denklemin  $x=-a$  noktasında  $x$ 'e göre türevi alınacak olursa (Ek-1.53)'deki gibi yeni bir denklem elde edilir.

$$-j\alpha_{I,III}e^{j\alpha_{I,III}a} + j\alpha_{I,III}re^{-j\alpha_{I,III}a} = -j\alpha_{II}Ae^{j\alpha_{II}a} + j\alpha_{II}Ye^{-j\alpha_{II}a} \quad (\text{Ek-1.53})$$

II ve III bölgelerinin arakesiti  $x=a$  noktası olup bu arakesitte elektrik alan dalgaları birbirine eşitlenirse,

$$Ae^{-j\alpha_{II}a} + Ye^{j\alpha_{II}a} = te^{-j\alpha_{I,III}a} \quad (\text{Ek-1.54})$$

olur. II ve III bölgeleri için denklemin  $x=a$  noktasında  $x$ 'e göre türevi alınırsa bu durumda da sistemin 4. denklemi (Ek-1.55)'deki şekliyle elde edilir.

$$-j\alpha_{II}Ae^{-j\alpha_{II}a} + j\alpha_{II}Ye^{j\alpha_{II}a} = -tj\alpha_{I,III}e^{-j\alpha_{I,III}a} \quad (\text{Ek-1.55})$$

Bu dört denklemde (Ek-1.52-55) gerekli sadeleştirmeler yapıldıktan sonra 4 bilinmeyenli (A, Y, r, t) 4 denkleme sahip bir denklem sistemi elde edilir.

$$Ae^{j\zeta} + Ye^{-j\zeta} - re^{-j\eta} = e^{j\eta} \quad (\text{Ek-1.56})$$

$$A\alpha_{II}e^{j\zeta} - Y\alpha_{II}e^{-j\zeta} + r\alpha_{I,III}e^{-j\eta} = \alpha_{I,III}e^{j\eta} \quad (\text{Ek-1.56})$$

$$Ae^{-j\zeta} + Ye^{j\zeta} - te^{-j\eta} = 0 \quad (\text{Ek-1.57})$$

$$A\alpha_{II}e^{-j\zeta} - Y\alpha_{II}e^{j\zeta} - t\alpha_{I,III}e^{-j\eta} = 0 \quad (\text{Ek-1.58})$$

Bu denklem sisteminin (Ek-1.56-58) çözülmesi için daha önce elektronların hareketini tanımlayan sistemde yapılan hesaplamalara benzer yollar izlenir.

$$\begin{bmatrix} e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & -e^{-j\eta} & 0 \\ \alpha_{II}e^{j\zeta} & -\alpha_{II}e^{-j\zeta} & \alpha_{I,III}e^{-j\eta} & 0 \\ e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & 0 & -e^{-j\eta} \\ \alpha_{II}e^{-j\zeta} & -\alpha_{II}e^{j\zeta} & 0 & -\alpha_{I,III}e^{-j\eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ Y \\ r \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{j\eta} \\ \alpha_{I,III}e^{j\eta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Ek-1.59})$$

$$r = \frac{\begin{vmatrix} e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & e^{j\eta} & 0 \\ \alpha_{II}e^{j\zeta} & -\alpha_{II}e^{-j\zeta} & \alpha_I e^{j\eta} & 0 \\ e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & 0 & -e^{-j\eta} \\ \alpha_{II}e^{-j\zeta} & -\alpha_{II}e^{j\zeta} & 0 & -\alpha_I e^{-j\eta} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & -e^{-j\eta} & 0 \\ \alpha_{II}e^{j\zeta} & -\alpha_{II}e^{-j\zeta} & \alpha_I e^{-j\eta} & 0 \\ e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & 0 & -e^{-j\eta} \\ \alpha_{II}e^{-j\zeta} & -\alpha_{II}e^{j\zeta} & 0 & -\alpha_I e^{-j\eta} \end{vmatrix}} \quad (\text{Ek-1.60})$$

$$r = \frac{\begin{vmatrix} e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & -e^{j\eta} \\ -e^{-j\eta} \alpha_{II}e^{j\zeta} & -\alpha_{II}e^{-j\zeta} & \alpha_I e^{j\eta} \\ \alpha_{II}e^{-j\zeta} & -\alpha_{II}e^{j\zeta} & 0 \end{vmatrix} + \alpha_I e^{-j\eta} \begin{vmatrix} e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & e^{j\eta} \\ \alpha_{II}e^{j\zeta} & -\alpha_{II}e^{-j\zeta} & \alpha_I e^{j\eta} \\ e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & -e^{-j\eta} \\ -e^{-j\eta} \alpha_{II}e^{j\zeta} & -\alpha_{II}e^{-j\zeta} & \alpha_I e^{-j\eta} \\ \alpha_{II}e^{-j\zeta} & -\alpha_{II}e^{j\zeta} & 0 \end{vmatrix} + \alpha_I e^{-j\eta} \begin{vmatrix} e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & -e^{-j\eta} \\ \alpha_{II}e^{j\zeta} & -\alpha_{II}e^{-j\zeta} & \alpha_I e^{-j\eta} \\ e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & 0 \end{vmatrix}} \quad (\text{Ek-1.61})$$

$$r = \frac{j2\alpha_{II}^2 \sin 2\zeta - j2\alpha_I^2 \sin 2\zeta}{\alpha_{II}^2 e^{-j2\eta} (e^{-j2\zeta} - e^{j2\zeta}) - \alpha_I \alpha_{II} e^{j2\eta} (e^{-j2\zeta} + e^{j2\zeta} + e^{-j2\zeta} + e^{j2\zeta}) + \alpha_I^2 e^{j2\eta} (e^{-j2\zeta} - e^{j2\zeta})} \quad (\text{Ek-1.62})$$

$$r = \frac{\alpha_{II}^2 - \alpha_I^2}{-\alpha_{II}^2 e^{-j2\eta} + \alpha_I \alpha_{II} e^{-j2\eta} (j2 \cot 2\zeta) - \alpha_I^2 e^{-j2\eta}} \quad (\text{Ek-1.63})$$



$$r = je^{j2\eta} \frac{(\eta^2 - \zeta^2) \sin 2\zeta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.64})$$

$$\zeta = V \cos \zeta, \quad (\text{Ek-1.65})$$

$$\eta = V \sin \zeta$$

$$r = je^{j2\eta} \frac{(\eta^2 - \zeta^2) 2 \frac{\eta\zeta}{V^2}}{2\zeta\eta \cos 2\zeta + jV^2 2 \frac{\eta\zeta}{V^2}} = \frac{1}{V^2} je^{j2\eta} \frac{\eta^2 - \zeta^2}{\cos 2\zeta + j} = \frac{1}{\zeta^2 + \eta^2} je^{j2\eta} \frac{\eta^2 - \zeta^2}{\cos 2\zeta + j} \quad (\text{Ek-1.66})$$

$$r = \frac{1}{1 + \tan^2 \zeta} je^{j2\eta} \frac{\tan^2 \zeta - 1}{\cos 2\zeta + j} = \frac{\frac{\sin^2 \zeta}{\cos^2 \zeta} - 1}{1 + \frac{\sin^2 \zeta}{\cos^2 \zeta}} je^{j2\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta + j} \quad (\text{Ek-1.67})$$

$$r = \frac{\sin^2 \zeta - \cos^2 \zeta}{1} je^{j2\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta + j} \quad (\text{Ek-1.68})$$

$$r = -je^{j2\eta} \frac{\cos 2\zeta}{\cos 2\zeta + j} \quad (\text{Ek-1.69})$$

$$t = \begin{vmatrix} e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & -e^{-j\eta} & e^{j\eta} \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} & \alpha_I e^{-j\eta} & \alpha_I e^{j\eta} \\ e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & 0 & 0 \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (\text{Ek-1.70})$$

$$t = \begin{vmatrix} e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & -e^{-j\eta} & 0 \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} & \alpha_I e^{-j\eta} & 0 \\ e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & 0 & -e^{-j\eta} \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & 0 & -\alpha_I e^{-j\eta} \end{vmatrix}$$

$$t = \frac{\begin{vmatrix} \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} & \alpha_I e^{-j\eta} \\ e^{j\eta} e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & 0 \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & 0 \end{vmatrix} - \alpha_I e^{j\eta} \begin{vmatrix} e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & -e^{-j\eta} \\ e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & 0 \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & 0 \end{vmatrix}}{\alpha_{II}^2 e^{-j2\eta} (j2 \sin 2\zeta) - \alpha_I \alpha_{II} e^{-j2\eta} (4 \cos 2\zeta) + \alpha_I^2 e^{-j2\eta} (j2 \sin 2\zeta)} \quad (\text{Ek-1.71})$$

$$t = \frac{e^{j\eta} \begin{pmatrix} \alpha_I e^{-j\eta} & e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & \end{pmatrix} - \alpha_I e^{j\eta} \begin{pmatrix} -e^{-j\eta} & e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & \end{pmatrix}}{-\alpha_I \alpha_{II} e^{-j2\eta} (4 \cos 2\zeta) - (\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) e^{j2\eta} (j2 \sin 2\zeta)} \quad (\text{Ek-1.72})$$

$$t = \frac{\alpha_I (-\alpha_{II} - \alpha_{II}) + \alpha_I (-\alpha_{II} - \alpha_{II})}{-\alpha_I \alpha_{II} e^{-j2\eta} (4 \cos 2\zeta) - (\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) e^{-j2\eta} (j2 \sin 2\zeta)} \quad (\text{Ek-1.73})$$

$$t = \frac{-4\alpha_I \alpha_{II}}{-\alpha_I \alpha_{II} e^{-j2\eta} (4 \cos 2\zeta) - (\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) e^{-j2\eta} (j2 \sin 2\zeta)} \quad (\text{Ek-1.74})$$

$$t = e^{j2\eta} \frac{4\alpha_I \alpha_{II}}{\alpha_I \alpha_{II} (4 \cos 2\zeta) + j2(\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.75})$$

$$t = e^{j2\eta} \frac{2\alpha_I \alpha_{II}}{2\alpha_I \alpha_{II} \cos 2\zeta + j(\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.76})$$

$$\alpha_I \alpha_{II} = \frac{\zeta \eta}{a^2}, \quad \alpha_I^2 + \alpha_{II}^2 = \frac{\zeta^2 + \eta^2}{a^2} \quad (\text{Ek-1.77})$$

$$t = e^{j2\eta} \frac{2\zeta \eta}{2\zeta \eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.78})$$

$$\zeta = V \cos \zeta,$$

$$\eta = V \sin \zeta,$$

$$\zeta^2 + \eta^2 = V^2 \quad (\text{Ek-1.79})$$

$$t = e^{j2\eta} \frac{2\zeta \eta}{2\zeta \eta \cos 2\zeta + jV^2 2 \frac{\eta \zeta}{V^2}} = e^{j2\eta} \frac{2\zeta \eta}{2\zeta \eta (\cos 2\zeta + j)} \quad (\text{Ek-1.80})$$

$$t = e^{j2\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta + j} \quad (\text{Ek-1.81})$$

$$A = \frac{\begin{vmatrix} e^{j\eta} & e^{-j\zeta} & -e^{-j\eta} & 0 \\ \alpha_I e^{j\eta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} & \alpha_I e^{-j\eta} & 0 \\ 0 & e^{j\zeta} & 0 & -e^{-j\eta} \\ 0 & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & 0 & -\alpha_I e^{-j\eta} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & -e^{-j\eta} & 0 \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} & \alpha_I e^{-j\eta} & 0 \\ e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & 0 & -e^{-j\eta} \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & 0 & -\alpha_I e^{-j\eta} \end{vmatrix}} \quad (\text{Ek-1.82})$$

$$A = \frac{-e^{-j\eta} \begin{vmatrix} e^{j\eta} & e^{-j\zeta} & -e^{-j\eta} \\ \alpha_I e^{j\eta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} & \alpha_I e^{-j\eta} \\ 0 & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & 0 \end{vmatrix} + \alpha_I e^{-j\eta} \begin{vmatrix} e^{j\eta} & e^{-j\zeta} & -e^{-j\eta} \\ \alpha_I e^{j\eta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} & \alpha_I e^{-j\eta} \\ 0 & e^{j\zeta} & 0 \end{vmatrix}}{-\alpha_I \alpha_{II} e^{-j2\eta} (4 \cos 2\zeta) - (\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) e^{-j2\eta} (j2 \sin 2\zeta)} \quad (\text{Ek-1.83})$$

$$A = e^{j\eta} \frac{\alpha_I \alpha_{II} e^{j\zeta} + \alpha_I^2 e^{j\zeta}}{2\alpha_I \alpha_{II} \cos 2\zeta + j(\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.84})$$

$$\alpha_I \alpha_{II} = \frac{\zeta \eta}{a^2}, \quad \alpha_I^2 + \alpha_{II}^2 = \frac{\zeta^2 + \eta^2}{a^2} \quad (\text{Ek-1.85})$$

$$A = e^{j(\zeta+\eta)} \frac{\eta(\zeta+\eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.86})$$

$$\zeta = V \cos \zeta, \quad \eta = V \sin \zeta,$$

$$\zeta^2 + \eta^2 = V^2 \quad (\text{Ek-1.87})$$

$$A = e^{j(\zeta+\eta)} \frac{V \sin \zeta (V \cos \zeta + V \sin \zeta)}{2V \cos \zeta V \sin \zeta \cos 2\zeta + jV^2 \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.88})$$

$$= e^{j(\zeta+\eta)} \frac{V^2 \sin \zeta \cos \zeta + V^2 \sin^2 \zeta}{2V^2 \cos \zeta \sin \zeta \cos 2\zeta + jV^2 2 \sin \zeta \cos \zeta}$$

$$A = e^{j(\zeta+\eta)} \frac{\sin \zeta \cos \zeta + \sin^2 \zeta}{2 \cos \zeta \sin \zeta \cos 2\zeta + j2 \sin \zeta \cos \zeta} \quad (\text{Ek-1.89})$$

$$A = e^{j(\zeta+\eta)} \frac{\cos \zeta + \sin \zeta}{2 \cos \zeta \cos 2\zeta + j2 \cos \zeta} = e^{j(\zeta+\eta)} \frac{\cos \zeta + \sin \zeta}{2 \cos \zeta (2 \cos^2 \zeta - 1) + j2 \cos \zeta} \quad (\text{Ek-1.90})$$

$$A = e^{j(\zeta+\eta)} \frac{\cos \zeta + \sin \zeta}{4 \cos^3 \zeta - 2 \cos \zeta + j2 \cos \zeta} = e^{j(\zeta+\eta)} \frac{\tan \zeta + 1}{4 \cos^2 \zeta - 2 + j2} \quad (\text{Ek-1.91})$$

$$A = e^{j(\zeta+\eta)} \frac{\tan \zeta + 1}{2(2 \cos^2 \zeta - 1) + j2} \quad (\text{Ek-1.92})$$

$$A = \frac{1}{2} e^{j(\zeta+\eta)} \frac{\tan \zeta + 1}{\cos 2\zeta + j} \quad (\text{Ek-1.93})$$

$$Y = \frac{\begin{vmatrix} e^{j\zeta} & e^{j\eta} & -e^{-j\eta} & 0 \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & \alpha_I e^{j\eta} & \alpha_I e^{-j\eta} & 0 \\ e^{-j\zeta} & 0 & 0 & -e^{-j\eta} \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & 0 & 0 & -\alpha_I e^{-j\eta} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} e^{j\zeta} & e^{-j\zeta} & -e^{-j\eta} & 0 \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & -\alpha_{II} e^{-j\zeta} & \alpha_I e^{-j\eta} & 0 \\ e^{-j\zeta} & e^{j\zeta} & 0 & -e^{-j\eta} \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & -\alpha_{II} e^{j\zeta} & 0 & -\alpha_I e^{-j\eta} \end{vmatrix}} \quad (\text{Ek-1.94})$$

$$Y = \frac{-e^{-j\eta} \begin{vmatrix} e^{j\zeta} & e^{j\eta} & -e^{-j\eta} \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & \alpha_I e^{j\eta} & \alpha_I e^{-j\eta} \\ \alpha_{II} e^{-j\zeta} & 0 & 0 \end{vmatrix} + \alpha_I e^{-j\eta} \begin{vmatrix} e^{j\zeta} & e^{j\eta} & -e^{-j\eta} \\ \alpha_{II} e^{j\zeta} & \alpha_I e^{j\eta} & \alpha_I e^{-j\eta} \\ e^{-j\zeta} & 0 & 0 \end{vmatrix}}{-\alpha_I \alpha_{II} e^{-j2\eta} (4 \cos 2\zeta) - (\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) e^{-j2\eta} (j2 \sin 2\zeta)} \quad (\text{Ek-1.95})$$

$$Y = e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{\alpha_I \alpha_{II} - \alpha_I^2}{2 \alpha_I \alpha_{II} \cos 2\zeta + j(\alpha_I^2 + \alpha_{II}^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.96})$$

$$\alpha_I \alpha_{II} = \frac{\zeta \eta}{a^2}, \quad \alpha_I^2 + \alpha_{II}^2 = \frac{\zeta^2 + \eta^2}{a^2} \quad (\text{Ek-1.97})$$

$$Y = e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{\eta(\zeta - \eta)}{2\zeta \eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.98})$$

$$\begin{aligned}\zeta &= V \cos \zeta, \quad \eta = V \sin \zeta, \\ \zeta^2 + \eta^2 &= V^2\end{aligned}\quad (\text{Ek-1.99})$$

$$Y = e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{V \sin \zeta (V \cos \zeta - V \sin \zeta)}{2V \cos \zeta V \sin \zeta \cos 2\zeta + jV^2 \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.100})$$

$$= e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{V^2 \sin \zeta \cos \zeta - V^2 \sin^2 \zeta}{2V^2 \cos \zeta \sin \zeta \cos 2\zeta + jV^2 \sin 2\zeta}$$

$$Y = e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{\sin \zeta \cos \zeta - \sin^2 \zeta}{2 \sin \zeta \cos \zeta \cos 2\zeta + j2 \sin \zeta \cos \zeta} \quad (\text{Ek-1.101})$$

$$Y = e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{1 - \tan \zeta}{2 \cos 2\zeta + j2} \quad (\text{Ek-1.102})$$

$$Y = \frac{1}{2} e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{1 - \tan \zeta}{\cos 2\zeta + j} \quad (\text{Ek-1.103})$$

Adım kırılma indisli yarıiletken simetrik tekli dalga kılavuzunda Bölüm III'te anlatılan rezonans şartı için denklem sistemi aşağıda (Ek-1.104)'te yer almaktadır:

$$\begin{aligned}1) \quad & A e^{-j\zeta} + Y e^{j\zeta} - r e^{j\eta} = e^{-j\eta} \\ 2) \quad & A \alpha_{II} e^{-j\zeta} - Y \alpha_{II} e^{j\zeta} + r \alpha_I e^{j\eta} = \alpha_I e^{-j\eta} \\ 3) \quad & A e^{j\zeta} + Y e^{-j\zeta} - t e^{j\eta} = 0 \\ 4) \quad & A \alpha_{II} e^{j\zeta} - Y \alpha_{II} e^{-j\zeta} - t \alpha_I e^{j\eta} = 0\end{aligned}\quad (\text{Ek-1.104})$$

Daha önce bu denklem sistemi çözülerek elde edilen bilinmeyenler, yeniden hatırlatma amacıyla (Ek-1.105-108)'de verilmiştir:

$$r = j e^{-j2\eta} \frac{(\zeta^2 - \eta^2) \sin 2\zeta}{2\zeta \eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.105})$$

$$t = e^{-j2\eta} \frac{2\zeta\eta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.106})$$

$$A = e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\eta(\zeta + \eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.107})$$

$$Y = e^{j(\zeta-\eta)} \frac{\eta(\zeta - \eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.108})$$

Burada  $r$ ,  $t$ ,  $A$ ,  $Y$  ifadeleri genel çözümlerdir. (Ek-1.105-108) denklemlerinden hareketle rezonans şartı için  $r$ 'nin sıfır olmasını sağlayan durum araştırılmıştır. Bunun için (Ek-1.105) denkleminin sıfıra eşitlenmesi gereklidir.

$$r = 0 = je^{-j2\eta} \frac{(\zeta^2 - \eta^2) \sin 2\zeta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta - j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.109})$$

Eğer (Ek-1.109) denklemi çözümlürse,

$$\sin 2\zeta = 0, \quad 2\zeta = k\pi, \quad k=0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{Ek-1.110})$$

sonucu elde edilir.  $\sin 2\zeta = 0$  rezonans şartı  $t$ ,  $A$  ve  $Y$  denklemlerinde yerine konursa, rezonans durumundaki alacakları ifadeler elde edilir.

$$t = e^{-j2\eta} \frac{2\zeta\eta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta} = \frac{e^{-j2\eta}}{(-1)^k} = (-1)^k e^{-j2\eta} \quad (\text{Ek-1.111})$$

$$\begin{aligned} A &= e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\eta(\zeta + \eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta} = e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\zeta + \eta}{2\zeta(-1)^k} = (-1)^k e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\zeta + \eta}{2\zeta} \\ &= (-1)^k \frac{1}{2} e^{-j(\zeta+\eta)} \left( 1 + \frac{\eta}{\zeta} \right) \end{aligned} \quad (\text{Ek-1.112})$$

$$A = \frac{1}{2} (-1)^k e^{-j(\zeta+\eta)} (1 + \tan \zeta), \quad k=0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{Ek-1.113})$$

$$Y = e^{j(\zeta-\eta)} \frac{\eta(\zeta-\eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta} = e^{j(\zeta-\eta)} \frac{\zeta-\eta}{2\zeta(-1)^k} = \frac{1}{2}(-1)^k e^{j(\zeta-\eta)} \frac{\zeta-\eta}{\zeta} = \frac{1}{2}(-1)^k e^{j(\zeta-\eta)} (1 - \tan \zeta)$$

(Ek-1.114)

Rezonans şartı şimdi ise deliklerin hareketini karakterize eden denklem sistemi için çözülsün. Hatırlatma amacıyla bu denklem sisteminin en genel hali, (Ek-1.115-118) denklemleri ile yeniden verilmektedir:

$$Ae^{j\zeta} + Ye^{-j\zeta} - re^{-j\eta} = e^{j\eta} \quad (\text{Ek-1.115})$$

$$A\alpha_{II}e^{j\zeta} - Y\alpha_{II}e^{-j\zeta} + r\alpha_{I,III}e^{-j\eta} = \alpha_{I,III}e^{j\eta} \quad (\text{Ek-1.116})$$

$$Ae^{-j\zeta} + Ye^{j\zeta} - te^{-j\eta} = 0 \quad (\text{Ek-1.117})$$

$$A\alpha_{II}e^{-j\zeta} - Y\alpha_{II}e^{j\zeta} - t\alpha_{I,III}e^{-j\eta} = 0 \quad (\text{Ek-1.118})$$

Bu denklem sisteminin çözümünden elde edilen sonuçlar ise (Ek-1.119-122) denklemlerinde yeniden verilmektedir:

$$r = -je^{j2\eta} \frac{(\zeta^2 - \eta^2) \sin 2\zeta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.119})$$

$$t = e^{j2\eta} \frac{2\zeta\eta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.120})$$

$$A = e^{j(\zeta+\eta)} \frac{\eta(\zeta+\eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.121})$$

$$Y = e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{\eta(\zeta-\eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.122})$$

Şimdi rezonans şartında r yansıma katsayısının sıfır olmasını sağlayan durumu bulunacaktır. Bunun için (Ek-1.119) denklemini sıfıra eşitlemek gerekir.

$$r = 0 = -je^{j2\eta} \frac{(\zeta^2 - \eta^2) \sin 2\zeta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta + j(\zeta^2 + \eta^2) \sin 2\zeta} \quad (\text{Ek-1.123})$$

$$\sin 2\zeta = 0, \quad 2\zeta = k\pi, \quad k=0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{Ek-1.124})$$

(Ek-1.124)'ten elde edilen  $\sin 2\zeta = 0$  rezonans şartı t, A, Y denklemlerinde yerine konursa, bu katsayıların da rezonans durumunda alacakları ifadeler elde edilir.

$$t = e^{j2\eta} \frac{2\zeta\eta}{2\zeta\eta \cos 2\zeta} = \frac{e^{j2\eta}}{(-1)^k} = (-1)^k e^{j2\eta} \quad (\text{Ek-1.125})$$

$$A = e^{j(\zeta+\eta)} \frac{\eta(\zeta+\eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta} = e^{j(\zeta+\eta)} \frac{\zeta+\eta}{2\zeta(-1)^k} = (-1)^k e^{j(\zeta+\eta)} \frac{\zeta+\eta}{2\zeta} = (-1)^k \frac{1}{2} e^{j(\zeta+\eta)} \left(1 + \frac{\eta}{\zeta}\right) \quad (\text{Ek-1.126})$$

$$A = \frac{1}{2} (-1)^k e^{j(\zeta+\eta)} (1 + \tan \zeta), \quad k=0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{Ek-1.127})$$

$$Y = e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{\eta(\zeta-\eta)}{2\zeta\eta \cos 2\zeta} = e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{\zeta-\eta}{2\zeta(-1)^k} = \frac{1}{2} (-1)^k e^{-j(\zeta-\eta)} \frac{\zeta-\eta}{\zeta} = \frac{1}{2} (-1)^k e^{-j(\zeta-\eta)} (1 - \tan \zeta) \quad (\text{Ek-1.128})$$

Şimdi ise Bölüm III'te anlatılan diğer bir konunun ayrıntılı hesapları verilecektir. Şekil 3.2'de elektronların hareketini karakterize eden sistem için II bölgesine (aktif bölge) bakıldığında  $E_{yII}$  elektrik alanının

$$E_{yII} = Ae^{j\alpha_{II}x} + Ye^{-j\alpha_{II}x} \quad (\text{Ek-1.129})$$

olarak yazılabileceği görülür. Bu sistemde A ve Y katsayıları Bölüm III'te hesaplanmıştı.

$$A = \frac{1}{2} e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\tan \zeta + 1}{\cos 2\zeta - j} \quad (\text{Ek-1.130})$$



$$Y = \frac{1}{2} e^{j(\zeta-\eta)} \frac{1 - \tan \zeta}{\cos 2\zeta - j} \quad (\text{Ek-1.131})$$

Daha önce bulunan yukarıdaki (Ek-1.130-131) sonuçlar aktif bölgeye ait elektrik alan denkleminde yerlerine yazılırsa;

$$E_{yII} = \frac{1}{2} e^{-j(\zeta+\eta)} \frac{\tan \zeta + 1}{\cos 2\zeta - j} e^{j\alpha_{II}x} + \frac{1}{2} e^{j(\zeta-\eta)} \frac{1 - \tan \zeta}{\cos 2\zeta - j} e^{-j\alpha_{II}x} \quad (\text{Ek-1.132})$$

$$E_{yII} = \frac{1}{2} \frac{e^{-j\eta}}{\cos 2\zeta - j} \left[ (1 + \tan \zeta) e^{j(\alpha_{II}x - \zeta)} + (1 - \tan \zeta) e^{-j(\alpha_{II}x - \zeta)} \right] \quad (\text{Ek-1.133})$$

$$E_{yII} = \frac{1}{2} \frac{e^{-j\eta}}{\cos 2\zeta - j} \left[ e^{j(\alpha_{II}x - \zeta)} + e^{-j(\alpha_{II}x - \zeta)} + \tan \zeta (e^{j(\alpha_{II}x - \zeta)} - e^{-j(\alpha_{II}x - \zeta)}) \right] \quad (\text{Ek-1.134})$$

$$E_{yII} = \frac{1}{2} \frac{e^{-j\eta}}{\cos 2\zeta - j} \left[ \cos(\alpha_{II}x - \zeta) + j \sin(\alpha_{II}x - \zeta) + \cos(\alpha_{II}x - \zeta) - j \sin(\alpha_{II}x - \zeta) \right] \\ + \tan \zeta (\cos(\alpha_{II}x - \zeta) + j \sin(\alpha_{II}x - \zeta) - \cos(\alpha_{II}x - \zeta) + j \sin(\alpha_{II}x - \zeta)) \quad (\text{Ek-1.135})$$

$$E_{yII} = \frac{e^{-j\eta}}{\cos 2\zeta - j} \left[ \cos(\alpha_{II}x - \zeta) + j \sin(\alpha_{II}x - \zeta) \right] \quad (\text{Ek-1.136})$$

olur.

Benzer şekilde rezonans şartı için aktif bölgedeki elektrik alan ifadesi Bölüm III'te (Ek-1.137) denkleminde verildiği şekilde hesaplanmıştır:

$$E_{yIII}(x) = A_r e^{j\alpha_{II}x} + Y_r e^{-j\alpha_{II}x} = (-1)^k e^{-j\eta} \left[ \cos(\alpha_{II}x - \zeta) + j \sin(\alpha_{II}x - \zeta) \tan \zeta \right] \quad (\text{Ek-1.137})$$

Bölüm III'te Şekil 3.3 incelenecek olursa deliklerin hareketini karakterize eden sistem için ise aktif bölgedeki elektrik alan ifadesinin,

$$E_{yII} = A e^{-j\alpha_{II}x} + Y e^{j\alpha_{II}x} \quad (\text{Ek-1.138})$$

şeklinde olacağı açıkça görülür. Bu durumda adım kırılma indisli yarıiletken simetrik tekli dalga kılavuzunda aktif bölgede yer alan elektrik alanının genel durumda ve rezonans durumundaki ifadeleri (Ek-1.139) ve (Ek-1.140) denklemleri ile verilir.

$$E_{yII} = \frac{e^{jn}}{\cos 2\zeta + j} [\cos(\alpha_{II}x - \zeta) - j\sin(\alpha_{II}x - \zeta)] \quad (\text{Ek-1.139})$$

$$E_{yIII}(x) = A_r e^{-j\alpha_{II}x} + Y_r e^{j\alpha_{II}x} = (-1)^k e^{jn} [\cos(\alpha_{II}x - \zeta) - j\sin(\alpha_{II}x - \zeta) \tan \zeta] \quad (\text{Ek-1.140})$$

Son olarak kuantum akımlarında yapılan hesaplamalara değinilecek olursa önce yarıiletken dalga kılavuzunun gömlek bölgelerinde yer alan elektrik alan dalgalarının ele alınması gereklidir.

$$E_{yI}(x) = e^{-j\alpha_{I,III}x} + r e^{j\alpha_{I,III}x} \quad (\text{Ek-1.141})$$

I bölgesi için elektrik alan ifadesinin yukarıdaki şekilde olacağı Şekil 3.3'ten açıkça görülmektedir. Bu ifadedeki elektrik alanı deliklerin hareketini karakterize eder.

Herhangi bir ortam için (örneğin I bölgesi) kuantum akımı şu şekilde hesaplanır

$$\varphi_I = \frac{\hbar}{2jm^*} [E_{yI}^* \frac{\partial E_{yI}}{\partial x} - \frac{\partial E_{yI}^*}{\partial x} E_{yI}] = \frac{\hbar}{2jm^*} [E_{yI}^* \frac{\partial E_{yI}}{\partial x} - (E_{yI}^* \frac{\partial E_{yI}}{\partial x})^*]. \quad (\text{Ek-1.142})$$

$$E_{yI}^* \frac{\partial E_{yI}}{\partial x} = (e^{j\alpha_{I,III}x} + r^* e^{-j\alpha_{I,III}x}) (-j\alpha_{I,III} e^{-j\alpha_{I,III}x} + j\alpha_{I,III} r e^{j\alpha_{I,III}x}) = j\alpha_{I,III} [-1 + r^2 + r e^{j2\alpha_{I,III}x} - r^* e^{-j2\alpha_{I,III}x}] \quad (\text{Ek-1.143})$$

$$\varphi_I = \frac{\hbar}{2jm^*} j\alpha_{I,III} [-1 + r^2 + r e^{j2\alpha_{I,III}x} - r^* e^{-j2\alpha_{I,III}x}] - \frac{\hbar}{2jm^*} (j\alpha_{I,III} [1 - r^2 + r e^{j2\alpha_{I,III}x} - r^* e^{-j2\alpha_{I,III}x}])^* \quad (\text{Ek-1.144})$$

$$\varphi_I = -\frac{\hbar}{m^*} \alpha_{I,III} (1 - r^2) = -\frac{\eta \hbar}{m^* a} (1 - r^2) \quad (\text{Ek-1.145})$$

Benzer şekilde II ve III bölgeleri için de kuantum akımı hesaplanacak olursa şu sonuçlar bulunur:

$$\varphi_{\text{III}} = -\frac{\eta\hbar}{m^*a} |t|^2, \quad (\text{Ek-1.146})$$

$$\varphi_{\text{II}} = -\frac{\alpha_{\text{II}}\hbar}{m^*} (|A|^2 - |Y|^2) = -\frac{\zeta\hbar}{m^*a} (|A|^2 - |Y|^2). \quad (\text{Ek-1.147})$$

Burada r, t, A, Y katsayıları daha önce Bölüm III'te hesaplanmıştı. Bu değerler yerlerine yazılacak olursa,

$$\varphi_{\text{I}} = \mp \frac{\eta\hbar}{m^*a} (1 - |r|^2) = \mp \frac{\eta\hbar}{m^*a} \left( 1 - \left| \mp j e^{\pm 2j\eta} \frac{\cos 2\zeta}{\cos 2\zeta \pm j} \right|^2 \right) \quad (\text{Ek-1.148})$$

$$\varphi_{\text{I}} = \mp \frac{\eta\hbar}{m^*a} \left[ \frac{1}{1 + \cos^2 2\zeta} \right]$$

$$\varphi_{\text{II}} = \mp \frac{\zeta\hbar}{m^*a} (|A|^2 - |Y|^2) \quad (\text{Ek-1.149})$$

$$= \mp \frac{\zeta\hbar}{m^*a} \left( \left| \frac{1}{2} e^{\pm 2j\eta} \frac{1 + \tan\zeta}{\cos 2\zeta \pm j} e^{\mp j(\eta - \zeta)} \right|^2 - \left| \frac{1}{2} e^{\pm 2j\eta} \frac{1 - \tan\zeta}{\cos 2\zeta \pm j} e^{\mp j(\eta + \zeta)} \right|^2 \right)$$

$$\varphi_{\text{II}} = \mp \frac{\zeta\hbar}{m^*a} \left( \frac{1}{4} \frac{(1 + \tan\zeta)^2}{\cos^2 2\zeta + 1} - \frac{1}{4} \frac{(1 - \tan\zeta)^2}{\cos^2 2\zeta + 1} \right) = \mp \frac{\eta\hbar}{m^*a} \left[ \frac{1}{1 + \cos^2 2\zeta} \right] \quad (\text{Ek-1.150})$$

$$\varphi_{\text{III}} = \mp \frac{\eta\hbar}{m^*a} |t|^2 = \mp \frac{\eta\hbar}{m^*a} \left| e^{\pm 2j\eta} \frac{1}{\cos 2\zeta \pm j} \right|^2 = \mp \frac{\eta\hbar}{m^*a} \left[ \frac{1}{1 + \cos^2 2\zeta} \right] \quad (\text{Ek-1.151})$$

ifadeleri elde edilir. Kuantum akımlarının rezonans şartındaki ifadeleri ise,

$$\varphi_{\text{I}} = \mp \frac{\eta\hbar}{m^*a} \quad (\text{Ek-1.152})$$

$$\begin{aligned}
\varphi_{II} &= \mp \frac{\zeta \hbar}{m^* a} (|A|^2 - |Y|^2) \\
&= \mp \frac{\zeta \hbar}{m^* a} \left[ \frac{1}{2} (-1)^k e^{\pm j(\eta + \zeta)} (1 + \tan \zeta) \right]^2 - \left[ \frac{1}{2} (-1)^k e^{\pm j(\eta - \zeta)} (1 - \tan \zeta) \right]^2
\end{aligned} \tag{Ek-1.153}$$

$$\varphi_{II} = \mp \frac{\eta \hbar}{m^* a} \tag{Ek-1.154}$$

$$\varphi_{III} = \mp \frac{\eta \hbar}{m^* a} |t|^2 = \mp \frac{\eta \hbar}{m^* a} \left| (-1)^k e^{\pm 2j\eta} \right|^2 = \mp \frac{\eta \hbar}{m^* a} \tag{Ek-1.155}$$

şeklinde olur. Bu ifadelerde  $\mp$  işaretlendirmesinin altındaki işaret elektron, üstündeki işaret delik hareketini temsil eder.

## ÖZGEÇMİŞ

1981 yılında İzmir’de doğdu. Elektrik-Elektronik Mühendisliği lisans derecesini Pamukkale Üniversitesi’nden 2003 yılında aldı. Sonra, 5 ay boyunca bir ilköğretim okulunda Bilgisayar Öğretmeni olarak çalıştı. 2004 yılında Pamukkale Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü’nde araştırma görevlisi olarak çalışmaya başladı. Halen Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı’nda yüksek lisans öğrenimine devam etmektedir.