YENİ KEYNESYEN MODEL ÇERÇEVESİNDE PARA VE MALİYE POLİTİKALARI ARASINDAKİ ETKİLEŞİME OYUN TEORİSİ YAKLAŞIMI: TÜRKİYE ÖRNEĞİ

Pamukkale Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü
Doktora Tezi
İktisat Anabilim Dalı
İktisat Bilim Dalı

Metin TETİK

Danışman: Doç. Dr. Reşat CEYLAN

Aralık 2017
DENİZLİ

DOKTORA TEZİ ONAY FORMU

İktisat Anabilim Dalı, İktisat Bilim Dalı öğrencisi Metin TETİK tarafından Doç.Dr. Reşat CEYLAN yönetiminde hazırlanan "YENİ KEYNESYEN MODEL ÇERÇEVESİNDE PARA VE MALİYE POLİTİKALARI ARASINDAKİ ETKİLEŞİME OYUN TEORİSİ YAKLAŞIMI: TÜRKİYE ÖRNEĞİ" başlıklı tez aşağıdaki jüri üyeleri tarafından 21/12/2017 tarihinde yapılan tez savunma sınavında başarılı bulunmuş ve Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Başkanı
Prof. Dr. Mehmet İVRENDİ

Jüri-Danışman
Doç.Dr. Reşat CEYLAN

Jüri
Prof. Dr. Sevinç MIHÇI

Jüri
Yard. Doç.Dr. Hakan ULUCAN

Jüri
Yard. Doç.Dr. Bilgin BARİ

Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 10/01/2018 tarih ve 02/06 sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Mehmet Vefa NALBANT
Enstitü Müdürü

Bu tezin tasarımı, hazırlanması, yürütülmesi, araştırmalarının yapılması ve bulgularının analizlerinde bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini; bu çalışmanın doğrudan birincil ürünü olmayan bulguların, verilerin ve materyallerin bilimsel etiğe uygun olarak kaynak gösterildiğini ve alıntı yapılan çalışmalara atıfta bulunulduğunu beyan ederim.

İmza
Öğrenci Metin TETİK

ÖNSÖZ

2000'li yıllarda, özellikle benimle akran olan bilim insanları için oyun teorisi ile ilgili bir alana yönelmede önemli bir filmdir "Akıl Oyunları". Oysa izlediğim zaman çok etkilendiğim bir filmdi sadece. Ancak, 2005 yılında, iktisat bölümünün birinci sınıfında iken, İktisada Giriş-I dersinde, üzerimde emeği çok olan kıymetli hocam Prof. Dr. Celal Küçüker sayesinde oyun teorisi ile tekrar karşılaşmıştım. Sonrasında ise değerli hocam Prof. Dr. Özgür Kıbrıs'tan almış olduğum oyun teorisi dersi sayesinde, konuya olan ilgim daha da artmıştı. Aldığım dersler ve yaptığım araştırmalarla birlikte John Nash ve onun geliştirmiş olduğu denge kavramının önemi, benim için daha anlaşılır hale gelmişti. Bu alanda çalışma fırsatını ise ancak doktora döneminde bulabildim. Özellikle tez konumu belirleme sürecinde beni cesaretlendiren ve tez yazım sürecinde bilgi ve tecrübe desteğini benden hiçbir zaman esirgemeyen danışman hocam Doç. Dr. Reşat Ceylan'a sonsuz minnettarım. Bu süreçte bana ilham kaynağı olan ve samimiyetle sorularımı cevaplayan Helton Saulo'ya da ayrıca teşekkür ediyorum.

Tez yazım sürecinde oluşturduğumuz ekip içerisinde, Yeni Keynesyen iktisat ve DSGD modelleri konusunda içtenlikle bilgilerini benimle paylaşan kıymetli hocam Yrd. Doç. Dr. Bilgin Bari'ye ve oyun teorik modelleme konusunda desteklerini esirgemeyen değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Hakan Ulucan'a ayrı ayrı teşekkürlerimi sunuyorum. Bir ekip ruhu ile çalışmak benim için çok kıymetliydi. Ayrıca, oyun teorik olarak matematiksel çözümlemeleri yaptığım sırada, çok önemli katkılar sunan değerli hocam Utku Erdoğan'a da çok teşekkür ediyorum.

Kıymetli hocalarım Prof. Dr. Mehmet İvrendi ve Prof. Dr. Sevinç Mıhçı'ya tezim için yapmış oldukları tavsiyeler için de teşekkürlerimi sunuyorum.

Akademik hayatımın başından sonuna, manevi desteklerini her zaman hissettiğim Annem Şükriye ve Emine'ye, Babam İhsan ve Mehmet'e ve kardeşlerim Serkan, Sercan ve Ulaş'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Son olarak, hayatı onsuz düşünemediğim, sadece tez sürecinde değil hayatımın her anında, yanımda olduğunu bildiğim ve hissettiğim hayat arkadaşıma, Gamzegül'e teşekkürü bir borç bilirim. Bu çalışmayı ona ithaf ediyorum.

ÖZET

YENİ KEYNESYEN MODEL ÇERÇEVESİNDE PARA VE MALİYE POLİTİKALARI ARASINDAKİ ETKİLEŞİME OYUN TEORİSİ YAKLAŞIMI: TÜRKİYE ÖRNEĞİ

TETİK, Metin
Doktora Tezi
İktisat ABD
İktisat Bilim Dalı
Tez Yöneticisi: Doç.Dr. Reşat CEYLAN

Aralık 2017, ix+167 Sayfa

Politika yapıcıları arasındaki koordinasyon probleminin, hedeflenen enflasyondan, potansiyel büyümeden uzaklaşma ve yüksek bütçe açığı olmak üzere ekonomik ve sosyal maliyetleri olan temel problemler yarattığı görülmektedir. Bu çerçevede politika yapıcıları arasındaki koordinasyon probleminin çözülmesinde, politika yapıcıları arasındaki stratejik etkileşimin sonuçlarını görmek ve optimal bir politika stratejisi önerisinde bulunmak önem kazanmaktadır. Bu çalışmada, para ve maliye politikaları arasındaki karşılıklı etkileşim, Yeni Keynesyen model temel alınarak oyun teorisi çerçevesinde incelenmektedir. Bu politikalar arasındaki stratejik etkileşim, küçük ölçekli dışa açık bir ekonomi için DSGD (Dinamik Stokastik Genel Denge) modeli kullanılarak değerlendirilmektedir. Buradan hareketle, politika yapıcıları arasındaki etkileşim varsayımsal üç farklı senaryo çerçevesinde ele alınmaktadır. Küçük ölçekli dışa açık bir ekonomi için optimal maliye ve para politikaları, Nash çözümü(işbirliksiz çözüm), Stackelberg denge çözümü olarak bilinen lider-takipçi mekanizması çözümü ve işbirlikli denge çözümü ile türetilmektedir. Bu çalışmada, küçük ölçekli dışa açık bir ekonomi için türetilen oyun teorik optimal politika kuralları, iktisat literatürüne yeni bir katkı yapmaktadır. Oyun teorik olarak türetilen optimal politika kurallarının performansı, karşı-olgusal deneyler çerçevesinde, dinamik simülasyon aracılığıyla değerlendirilmektedir. Bu çerçevede, geliştirilen modellerdeki parametreler Türkiye ekonomisi için kalibre edilmektedir. Dinamik simülasyon aracılığı ile oyun teorik politika analizi Türkçe iktisat literatüründe ilk kez yapılmaktadır. Buradan hareketle Türkiye ekonomisi için hangi politika karmasının sosyal kaybının(amaç) en az olduğu duruma bakılmaktadır. Modellerin dinamik simülasyonu ile birlikte, elde edilen etki tepki fonksiyonları ve sosyal kayıp analizi aracılığıyla Türkiye ekonomisi için optimal politika karmasının işbirlikli denge çözüm ile elde edilen işbirlikli senaryo olduğu görülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Oyun Teorisi, Nash çözümü, Stackelberg Modeli, İşbirlikli Denge, Yeni Keynesyen Model, Dinamik Stokastik Genel Denge Modeli

ABSTRACT

A GAME THEORETICAL APPROACH TO THE INTERACTION BETWEEN MONETARY AND FISCAL POLICIES IN THE NEW KEYNESIAN MODEL FRAMEWORK: THE CASE OF TURKEY

TETIK Metin
Ph. D. Thesis
Department of Economics
Advisor of Thesis: Asoc. Prof. Reşat CEYLAN

December 2017, ix+167 Pages

The problem of coordination between policy makers seems to have created fundamental problems with economic and social costs, from targeted inflation, potential growth and high budget deficit. In resolving the problem in this framework, it is important to see the results of the interaction between policy makers and to propose an optimal policy strategy. The interactions between monetary and fiscal policies in our research are examined within the framework of game theory, based on the New Keynesian model. The strategic interaction between these policy maker is assessed using the DSGD (Dynamic Stochastic General Equilibrium) model for a small-scale open economy. Moving from this, the interaction between policy makers is considered within the framework of three hypothetical scenarios. The optimal monetary and fiscal policies for a small-scale open economy are derived from the Nash solution (cooperative solution), the leader-follower mechanism solution known as the Stackelberg solution, and the cooperative equilibrium solution. In this study, the game theoretical optimal policy rules, which are derived for a small-scale open economy, make a new contribution to the literature of economics. The performance of the game theorically derived optimal policy rules is evaluated through dynamic simulation within the framework of counterfactual experiments. The developed model parameters are calibrated for the Turkish economy. Game theoretical policy analysis through dynamic simulation is do for the first time in Turkish economic literature. From this point of view, the situation in which the policy mix for the Turkish economy has the least social loss (aim) is considered. It is seen that the optimal policy mix for the Turkish economy through the dynamic simulation of the models, the impulse response functions obtained and the social loss analysis is the cooperative scenario obtained by the cooperative solution.

Keywords: Game Theory, non-cooperative Nash solution, Stackelberg Model, Cooperative Solution, New Keynesian Model, Dynamic Stochastic General Equilibrium Model

İÇİNDEKİLER

3. BÖLÜM
TÜRKİYE EKONOMİSİ İÇİN PARA VE MALİYE POLİTİKALARI ETKİLEŞİMİ VE ALTERNATİF SENARYOLARIN DİNAMİK SİMÜLASYON İLE ANALİZİ

ŞEKİLLER DİZİNİ

TABLOLAR DİZİNİ

SİMGE VE KISALTMALAR DİZİNİ

AB	Avrupa Birliği
AD	Toplam Talep
AR	Ardışık Bağlanım(Autoregressive)
AS	Toplam Arz
BDDK	Bankacılık Düzenleme ve Denetleme Kurumu
CE	İşbirlikli Denge(Cooperative Equilibrium)
DSGD	Dinamik Stokastik Genel Denge
ECB	Avrupa Merkez Bankası
EMU	Avrupa Ekonomi ve Para Birliği
GSYH	Gayri Safi Yurt içi Hasıla
FL	Maliye Politika Yapıcısı Lider(Fiscal Leader)
IMF	Uluslararası Para Fonu
LRAS	Uzun Dönem Toplam Arz
NCN	İşbirliksiz Nash(Non-cooperative Nash
ML	Para Politika Yapıcısı Lider(Monetary Leader)
SPK	Sermaye Piyasası Kurulu
SVAR	Yapısal Vektör Otoregresyon(Structural Vector Autoregression)
TCMB	Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası
TMSF	Tasarruf Mevduatı Sigorta Fonu
TRlibor	Türk Lirası Alış Oranı
TÜFE	Tüketici Fiyat Endeks
TÜİK	Türkiye İstatistik Kurumu

GİRİŞ

Günümüz dünyasında makroekonomik istikrarın sağlanması açısından, iktisat politikalarının belli kurallar çerçevesinde uygulanması konusunda ortak bir görüş birliği bulunmaktadır. Bunun nedeni birbirini izleyerek(ardısal) uygulanan para ve maliye politikalarının isteğe bağlı olarak yürütülmesi ve bunların zaman tutarsız olması, politika yapıcıların gelecekte uygulayacağı politikalarda bir güvenirlik sorunu yaratmasıdır. İsteğe bağlı politikaların yarattığı güvenirlik sorunu ekonomide, politika yapıcıların taahhüt ettiği dengeden uzaklaşılması ve daha düşük refah seviyesi ile sonuçlanmaktadır(Kydland ve Prescot, 1977). Kurala dayalı politikalar ise genel olarak makroekonomik istikrarı sağlamada isteğe bağlı politikalardan daha iyi sonuçlara yol açmaktadır(Barro ve Gordon, 1983a, 1983b). Kurala dayalı politikaların sonuçları açısından güç kazanması ile birlikte geliştirilen ünlü bir politika kuralı da Taylor kuralıdır. Bir para politikası kuralı olan Taylor kuralı(1993), para politikası yapıcısının hedeflerine ulaşması için kullandığı politika aracının ne olması gerektiğini söyleyen bir kuraldır ve literatürde bu kuralı öne çıkaran bir çok çalışma yapılmıştır.

Bu çerçevede politika yapıcıları açısından optimal politika kurallarını türetmek önem kazanmaktadır. Ancak, makroekonomik açıdan güçlü etkilere sahip olan para ve maliye politikaları farklı amaçlara sahip olabilmektedir. Bu politikaları yürüten politika yapıcılarının amaçları bazen çatışabilmektedir. Politika yapıcılarının amaçları arasındaki çatışma, her politika için istikrardan/etkinlikten uzaklaşılması durumunu ortaya çıkarmaktadır. Bu nedenle, politika yapıcıları arasında sonuçlar açısından etkin bir koordinasyona ihtiyaç olduğu düşünülmektedir. Ancak, ekonomi politikası belirlenirken, her ne kadar politika yapıcılar arasında etkin bir koordinasyonun sağlanması gerektiği bilinse de, her iki politika yapıcısının da birbirinden ayrı ve büyük ölçüde bağımsız olan yetkileri olduğu unutulmamalıdır. Maliye politikası (hükümet harcamaları ve vergiler) hükümetin, para politikası(para arzı ve/veya politika faizi) ise Merkez Bankasının sorumluluk alanındadır. Her iki politika yapıcı da kendi politikalarını daraltıcı ve genişletici olarak uygulayabilir. Maliye politika yapıcısının genişletici bir tutum sergilemesi, daha düşük vergi oranları ve daha fazla hükümet harcaması anlamına gelir. Bu durumda işsizlik azalabilir fakat enflasyonist bir etki de söz konusu olabilir. Para politikası yapıcısının ise, genişletici bir tutum sergilemesi, daha düşük faiz oranları ve daha kolay borçlanma demektir; bu durumda da bir enflasyon riski söz konusudur (Blinder, 1983).

Politika yapıcıları arasındaki koordinasyon probleminin, temelde enflasyon, potansiyel çıktıdan uzaklaşma ve bütçe açığı olmak üzere sosyal refah açısından sorun yarattığı görülmektedir. Bu çerçevede oluşan problemin çözülmesinde, politika yapıcıları arasındaki etkileşimin sonuçlarını görmek ve koordinasyonun sağlanması konusunda, optimal bir politika stratejisi(politika karması) önerisinde bulunmak önem kazanmaktadır. Bu çalışma, para ve maliye politikaları arasındaki karşılıklı etkileşimi, Yeni Keynesyen model temel alınarak oyun teorisi çerçevesinde incelemektedir. Bu politikalar arasındaki stratejik etkileşim, küçük ölçekli dışa açık bir ekonomi için DSGD (Dinamik Stokastik Genel Denge) modeli kullanılarak değerlendirilmektedir. Buradan hareketle, politika yapıcıları arasındaki stratejik etkileşim varsayımsal üç farklı senaryo çerçevesinde ele alınmaktadır. Küçük ölçekli dışa açık bir ekonomi için optimal maliye ve para politikaları, Nash çözümü(işbirliksiz çözüm), Stackelberg denge çözümü olarak bilinen lider-takipçi mekanizması çözümü ve işbirlikli denge çözümü ile türetilmektedir. Küçük ölçekli dışa açık bir ekonomi için alternatif politika kurallarının elde edilmesi ile birlikte, türetilen bu politika kurallarının performansı, Türkiye ekonomisi verileri ile değerlendirilmektedir. Buradan hareketle Türkiye ekonomisi için hangi politika karmasının sosyal kayıp açısından en az olduğu duruma bakılmaktadır. Daha sonra, elde edilen bu bulgular eşliğinde Türkiye ekonomisi için optimal bir politika stratejisi önerisinde bulunulmaktadır.

Çalışmanın birinci bölümünde Yeni Keynesyen makroekonomik çerçeve üzerinde durularak, kullanılacak makroekonomik çerçeve oluşturulmaktadır. Yeni Keynesyen modelin nasıl ortaya çıktığı ve bir önceki dinamik genel denge modeli olan Reel Konjonktür modelinden ayrıldığı noktalar üzerinde durulmaktadır. Daha sonra bu bolümde politika yapıcılarının alternatif stratejik etkileşimlerinin değerlendirilebilmesi için temel alınan küçük ölçekli açık ekonomi ve bu ekonomiyi betimleyen dinamik denklemler tanıtılmaktadır. Çalışmanın ikinci bölümünde ise politika yapıcıları arasındaki etkileşim oyun teorisi çerçevesinde ele alınmaktadır. Daha sonra küçük ölçekli dışa açık ekonomide politika yapıcıları arasındaki etkileşim öncelikle, Nash oyunu olarak, işbirliksiz ve politika araçlarının eşanlı olarak belirlendiği bir senaryo olarak ele alınmaktadır. Elde edilen bulgulardan hareketle, bu senaryodaki durum için alternatif para ve maliye politika kuralları türetilmektedir. Bir sonraki senaryoda politika yapıcıları arasında lider-takipçi mekanizması oluşturulmakta ve para ve maliye politika yapıcılarının her ikisinin de lider ve takipçi olduğu durumlarda yani Stackelberg modeli çerçevesinde alternatif politika kuralları türetilmektedir. Son senaryoda ise, pazarlık teorisi referans alınarak, politika yapıcıları arasındaki etkileşim işbirlikli olarak ele alınmakta ve bu senaryodaki durum için alternatif işbirlikli denge para ve maliye politika kuralları elde edilmektedir. Çalışmanın üçüncü bölümünde, öncelikle, Türkiye ekonomisinde para ve maliye politika yapıcıları arasındaki etkileşim, tarihsel olarak incelenmektedir. Daha sonra ise, ikinci bölümde oyun teorik olarak türetilen modellerin sayısal(nümerik) analizine geçilmektedir. Bu çerçevede, DSGD modelindeki parametreler 2002-2017 yılları Türkiye ekonomisi verilerini dikkate alarak kalibre edilmekte ve her bir senaryo dinamik simülasyon aracılığıyla analiz edilmektedir. Karşı-olgusal (Counterfactual) deneyler çerçevesinde, dinamik simülasyonla elde edilen etki-tepki ve sosyal kayıp analizleri aracılığı ile, Türkiye ekonomisi için hangi politika karmasının daha az sosyal kayba yol açtığı incelenmektedir. Son bölüm ise, elde edilen bu bulgular eşliğinde Türkiye ekonomisi için optimal bir politika stratejisi önerisinin yer aldığı sonuç ve tartışma bölümünden oluşmaktadır.

1. BÖLÜM

YENİ KEYNESYEN MAKROEKONOMİK ÇERÇEVE

1.1 Yeni Keynesyen Makro İktisadın Doğuşu

Blanchard, (2000) makro iktisadın 1940'lara kadar teorik bir bütünlüğe sahip olmadığını savunmaktadır. Ancak bu dönemden sonraki çalışmalar daha çok para politikası ve iş çevrimleri üzerinde yoğunlaşmıştır. Makro iktisat, IS-LM modeline dayanan iktisadi çalışmalar sonrasında gelişerek dinamik genel denge modellerine doğru hareket etmiştir. Bu çerçevede iktisadi olayların temelinde şokların ve aktarım mekanizmalarının önemli bir yer tuttuğu vurgulanmaktadır. Bu dönem içerisinde iktisatçılar arasında bir görüş birliği oluşmuştur. İktisatçıların, klasik iktisadın temel ilkelerini modern gelir teorisi ile birleştirerek ulaştıkları bu sentez, Neo-Klasik sentez adını almıştır. Fakat Neo-Klasik Sentez, 1970'lerde yaşanan petrol şokunun yarattığı enflasyon-işsizlik sorununu açıklamadaki yetersizliği ve mikro temellere olan uzaklığı nedeniyle eleştirilere maruz kalmıştır. Rasyonel beklentileri dikkate alan Yeni Klasik yaklaşımın ortaya çıkışı da bu döneme rastlamaktadır. Lucas'ın öncülüğünde gelişen Yeni Klasik anlayışa göre bireyler, adaptif beklentilere değil rasyonel beklentilere sahiptir. Dolayısıyla Yeni klasik model, rasyonel beklentiler varsayımını dikkate alarak uygulanan iktisat politikalarının reel ekonomik aktiviteler üzerinde etkili olamayacağını ve bu nedenle kurala dayalı anlayış çerçevesinde oluşturulması gerektiğini benimsemiştir. Uygulanan politikaya yönelik veriler iktisadi birimler tarafından algılandıktan sonra, iktisadi birimlerin beklentileri ve göreli fiyatlar yeni politikaya uygun şekilde oluşacak ve böylelikle iktisat politikalarının reel ekonomik aktivite üzerindeki etkisi de ortadan kalkacaktır. "Politika etkinsizliği" olarak adlandırılan bu çıkarsama, kısa zaman içerisinde iktisat politikası tartışmalarında önemli hale gelmiştir.

Rasyonel beklentiler varsayımına dayalı Yeni Klasik iktisat modelleri her ne kadar teorik alanda başarılı olsa da ampirik alandaki başarısızlığı, Reel İş Çevrim teorisi ve Yeni Keynesyen iktisadın ortaya çıkmasına neden olmuştur. Reel İş Çevrim modelleri ekonomide ortaya çıkan çevrimsel dalgalanmaları açıklayabilmektedir ve bu modeller iktisadi birimlerin tasarruf ve yatırım kararlarındaki değişmeler gibi reel faktörlerin rolüne odaklanmaktadır(Dixon, 2008).

Reel İş Çevrim modellerinde bireylerin dönemler arası tercihlerinden yola çıkarak dinamik bir genel denge modeli geliştirilmiştir. Bu anlamda ortaya koydukları yöntemsel yenilik, daha sonra oluşacak makroekonomik uzlaşıda ana bileşen haline gelmiştir. Yeni Keynesyen iktisatçılar ise, Yeni Klasik iktisatçıların geliştirmiş olduğu rasyonel beklentiler kavramını Keynesyen işgücü piyasası katılıklarıyla birleştirerek, yeni bir model ortaya koymuştur. Yeni Keynesyenler, rasyonel beklentilere sahip bireyler ve uzun dönemli işgücü sözleşmelerinin varlığında para politikalarının çıktıyı etkileyebilme gücü olduğunu ileri sürmüşlerdir. Yeni Keynesyen modeller ile Yeni Klasik modeller arasındaki en önemli ayrılık, fiyatların belirlenmesiyle ilgilidir. Yeni Klasik modellerde, firmalar, tam rekabet şartları ve eksik bilgi altında fiyatı veri alırken, Yeni Keynesyen iktisat modelleri ise, firmaların, eksik rekabet şartları altında fiyat belirleyici konumda olduğunu vurgulamaktadır(Snowdon ve Vane., 1995).

1.1.1 Üçlü(Yeni) Konsensüs

İktisadi modellerin yapısında teorik görüş farklılıklar olsa da günümüz makro iktisadi modellerinde temel bir konsensüsten söz edilebilir. Üçlü konsensüs adını alan bu yeni makroekonomik konsensüsü dikkate alan bir makro iktisadi model; rasyonel beklentiler varsayımını, ücret ve fiyat katılıklarını ve iktisadi birimlerin optimizasyon davranışlarını içermektedir(Carlin ve Soskice, 2006). Bu konsensüs; Yeni Klasik iktisat ve Reel İş Çevrim teorisi yaklaşımlarının dönemler arası optimizasyon ve rasyonel beklentiler varsayımı ile Yeni Keynesyen iktisat yaklaşımının eksik rekabet ve maliyete dayalı fiyat ayarlama unsurlarını bir araya getirmektedir(Goodfriend ve King,1997).

Özellikle iktisadi politika analizlerinde sıkılıkla üçlü konsensüse dayalı olarak oluşturulan modeller kullanılmaktadır. Bu modeller temelde üç eşitlik ile karakterize edilmektedir.

1. Çıktı açığını reel faiz oranıyla negatif ilişkilendiren hanehalkının optimizasyon davranışından türetilen toplam talep fonksiyonu,
2. Enflasyon oranını kısa dönemde çıktı açığı ile pozitif ilişkilendiren beklentilerle geliştirilmiş Phillips eğrisi,
3. Çıktı açığı, fiili enflasyonun enflasyon hedefinden sapması ve denge reel faiz oranı tarafından belirlenen merkez bankası tepki fonksiyonu.

Üçlü konsensüs modellerinde toplam talep, çıktı ve istihdam üzerinde ancak kısa dönemli bir etkiye sahiptir. Eksik rekabet piyasalarına dayalı nominal ve reel katılıklar nedeniyle, kısa dönem Phillips eğrisi negatif eğimli olmaktadır. Uzun dönemde ise işgücü piyasasının yapısal özellikleri sebebiyle uzun dönemli Phillips eğrisi dikey olmaktadır. Para politikası kısa dönemde üretimi ve istihdamı istikrara kavuşturabilir ancak uzun dönemde etkisiz olmakta ve sadece enflasyonu etkilemektedir. Maliye politikası ise sadece fiyat istikrarını sağlamaya yönelik para politikalarının desteklenmesi ile sınırlı olmaktadır.

1.2 Temel Model: Yeni Keynesyen Makroekonomik Model

Yeni Keynesyen makroekonomik model, kısa dönem fiyat katılıkları nedeniyle toplam talebin, reel ekonomik faaliyetlerin temel belirleyicisi olduğu düşüncesini ortaya koymaktadır. Bu anlamda para politikasının reel ekonomi üzerinde güçlü etkileri vardır (Goodfriend ve King, 1997). Çalışmada bu modelin kullanılmasının sebebi; modelin ekonomik dalgalanmaların merkezine nominal fiyat ve ücret katılıklarını koyarak makroekonomik politikaların reel etkilerini ortaya çıkarmasıdır. Bu durumun açıklamasını Clarida vd, (1999) şu şekilde yapmaktadır: Mal piyasasında firmaların "menü maliyetleri" ve ürünlerine karşı artan talep karşısında fiyatlarını ayarlamada isteksiz olmaları nedeniyle, ekonomi şoklara hızlı bir şekilde tepki verememektedir. Böylece, kısa dönemde mal piyasasında eksik rekabette bulanan firmaların, fiyat belirleme davranışından kaynaklanan nominal fiyat ve ücret katılıklarının varlığı, politikaların reel etkilerini ortaya çıkarmaktadır. Ancak uzun donemde ise bu reel etkiler ortadan kalkmaktadır.

Yeni Keynesyen makroekonomik model, fiyat oluşumu bloğu için, Yeni Keynesyen Phillips eğrisi olarak da bilinen arz denklemi ve mal piyasası için IS eğrisi olarak adlandırılan ileriye yönelik toplam talep denkleminden oluşur. Buna ek olarak, politika yapıcısının uyması gereken ve optimal para ve maliye politikaları kurallarını içeren, dolayısıyla politika yapıcıları arasındaki etkileşimi temsil eden, dönemler arası bütçe kısıtı denklemi de vardır. Bu çerçevede çalışmada kullanılacak Yeni Keynesyen makroekonomik model bu üç temel bloktan oluşmaktadır ve bu üç temel denklem Yeni Keynesyen makroekonomik modelin, politik olmayan bloğunu oluşturmaktadır.

1. Toplam Talep Bloğu: Dönemler arası IS Denklemi
2. Toplam Arz Bloğu: Yeni Keynesyen Philips Eğrisi Denklemi
3. Hükümet Bütçesi: Dönemler arası Bütçe Kısıtı Denklemi

Çalışmada kullanılacak bu üç denklem hem temsili ekonominin temel dinamiklerini betimlemekte hem de bu temsili ekonominin temel kısıtlarını yansıtmaktadır. Alternatif para ve maliye politika kuralları ise, politika yapıcılar arasındaki alternatif stratejik etkileşimler oyun teorisi yaklaşımı ile dikkate alınarak ikinci bölümde türetilmektedir. Böylece, Yeni Keynesyen makroekonomik modelin, politika bloğu oluşturulmaktadır.

1.3 Dinamik Stokastik Genel Denge Modeli(DSGD)

DSGD modeli, teorik model olan Yeni Keynesyen makroekonomik modelin genişletilmiş ve tahmin ve/veya simülasyon için kullanılan halidir(Del Negro ve Schorfheide, 2012). Yeni Keynesyen çerçeve çoğunlukla optimal para ve maliye politikalarını analiz etmek için kullanılır. DSGD yaklaşımı, mikro ekonomik prensiplerden türetilen makro ekonomik modellere dayalı para ve maliye politikalarının etkilerini ve ekonomik büyüme gibi bütüncül iktisadi dalgalanmaları açıklamak için kullanılır. Hanehalkı ve firmaların zamanlar arası maksimizasyon süreçleri doğrusal olmayan denge değerleri ortaya çıkarır. DSGD modelleri bu ilişkileri durağan durum değerlerinde log-doğrusal bir yapı haline getirir. Dolayısı ile makroekonomik aktörlerin davranışlarını indirgenmiş biçimde sunar(Saulo vd. 2013). Modelde kullanılacak temsili ekonominin temel denklem sistemi, yapışkan fiyatların olduğu dinamik stokastik genel denge modeli(DSGD)' nin logaritmik forumundaki doğrusal yaklaşımı olacaktır.

1.3.1 Temsili Ekonomi: Dışa Açık Küçük Ekonomi Modeli

Bu çalışmada, para ve maliye politika yapıcıların stratejik etkileşimine dayalı politika kurallarını türetmek için gereken temsili ekonomi, Gali ve Monacelli, (2004),(2005) ve (2015) ve Çebi (2012) çalışmalarında tasvir edilen dışa açık küçük ekonomi modellerine dayalı olarak oluşturulmaktadır. Her ekonomi için yurt içi politika kararlarının dünyanın geri kalanında herhangi bir etkiye sahip olmadığı varsayılmaktadır. Ayrıca, farklı ekonomilerin ilişkili şoklara maruz kaldıklarında, aynı tercihleri, teknolojiyi ve piyasa yapısını paylaştıkları varsayılmaktadır. Değişkenlerde yer alan i ∈ [0, 1] alt simgesi, dünya ekonomisini oluşturan ekonomiler içinde i ekonomisine atıfta bulunmaktadır. Son olarak, üstünde yıldız olan değişkenler bir bütün olarak dünya ekonomisine karşılık gelmektedir.

Böyle bir ekonomi, yerleşik hanehalkı ve tekelci rekabette bulunan firmalar ve iki politika yapıcısı olan hükümet ve merkez bankası tarafından oluşmaktadır. İlk olarak tek bir ekonominin davranışı ve dünya ekonomisiyle olan etkileşimi betimlemek gerekmektedir. Burada gösterimi basitleştirmek için i-endeksi olmayan değişkenler, modellenen dışa açık küçük ekonomiye atıfta bulunmaktadır. Ancak çalışmanın asıl amacı ekonominin davranışını betimleyen denklemlerin elde edilmesi ile hükümet ve merkez bankasının işbirlikli-işbirliksiz ve lider-takipçi davranışları sonucundaki optimal politika kararlarının türetilmesi üzerinedir. Bu çerçevede ilk önce hanehalkı, firma ve politika yapıcı davranışlarından başlanarak ekonominin nasıl betimlendiğini gösteren temel denklemler elde edilmektedir. Daha sonra ekonominin temel denklemleri veri kabul edilerek hükümet ve merkez bankasının işbirlikli-işbirliksiz ve lider-takipçi davranışları sonucundaki optimal politika kararları türetilmektedir.

1.3.1.1 Hanehalkının Davranışı

Modelde hanehalkının sonsuz bir yaşam süresine sahip olduğu ve amacının faydasını maksimize etmek olduğu varsayılmaktadır. Bunu tüketim, çalışma ve kamu harcaması arasında yapacağı optimal dağılıma göre belirlemektedir. Buna göre tipik bir dışa açık küçük ekonomide hanehalkının amaç fonksiyonu aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t, G_t : \chi_t) \tag{1.1}$$

1.1 numaralı denklemde C_t, N_t, G_t sırasıyla özel tüketimi, çalışma saatini ve kamu harcamasını ifade etmektedir. β parametresi zaman tercih oranlarını tanımlayan dönemler arası iskonto oranını belirtmektedir. χ_t ise hanehalkının kamu mallarını tercih etmesini ifade eden şok değişkenidir. C_t terimini detaylandırmak gerekirse, aşağıdaki gibi tanımlanan bileşik tüketim endeksi elde edilir:

$$C_t \equiv \frac{C_{H,t}^{1-\alpha} C_{F,t}^{\alpha}}{(1-\alpha)^{(1-\alpha)} \alpha^{\alpha}} \tag{1.2}$$

1.2 numaralı denklemde sırası ile $C_{H,t}$ ve $C_{F,t}$ sırası ile sabit ikame esnekliği fonksiyonu(CES) ile tanımlanan yurtiçi malların tüketim endeksi ve ithal malların tüketim endeksidir.[1] Genel olarak bu CES fonksiyonu i alt indeksi ile şu şekilde tanımlanır:

$$C_{i,t} \equiv \left(\int_0^1 C_{i,t}(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj) \right)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}$$

Burada $j \in [0,1]$ mal çeşitliliği olarak ifade edilir. Bu her bir ülkenin farklılaşmış mal üretim sürecinin birim aralığıdır. Denklemde ε ikame esnekliğini ifade etmektedir. Ayrıca, $\varepsilon > 1$ ve sabit varsayılmaktadır. $\alpha \in [0,1]$ parametresi ise, Tüketim tercihlerinin yurtiçi mallara sapma derecesidir ve bu nedenle dışa açıklığın ölçüsü olarak kullanılabilmektedir. G_t ise kamu harcaması endeksi olarak tüketim endeksine benzer biçimde aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$G_t \equiv \left(\int_0^1 G_t(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj) \right)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}$$

Hanehalkının tüketimi sahip olduğu gelire göre belirlenmektedir. Dolayısıyla hanehalkı, aşağıdaki bütçe kısıtı altında hareket etmektedir.

$$\int_0^1 P_{H,t}(j)C_{H,t}(j)dj + \int_0^1 \int_0^1 P_{i,t}(j)C_{i,t}(j)djdi + E_t \left\{ Q_{t,t+1} D_{t,t+1} \right\} \leq D_t + W_t N_t - T_t \qquad t = 0,1,2,..., \tag{1.3}$$

1.3 numaralı denklemde $P_{i,t}(j)$, *i* ülkesinden ithal edilen *j* çeşit malın(yerli para cinsinden) fiyatıdır. D_{t+1}, hanehalkının *t* dönemi sonunda elde ettiği portföyün(ve firmalardaki hisselerini içeren) *t + 1* dönemindeki nominal getirisidir. W_t nominal ücret ve T_t götürü vergilerdir.[2] $Q_{t,t+1}$ yurtiçi hanehalkının bir dönem sonraki nominal kazançları için belirtilen stokastik indirgeme faktörüdür.

Her bir mal kategorisinde herhangi bir harcamanın optimal olarak tahsis edilmesi yurt içi ve ithal talep fonksiyonlarını verir:

---

[1] Burada $C_{H,t} \equiv \left(\int_0^1 C_{H,t}(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj) \right)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}$ dir ve $C_{F,t} \equiv \left(\int_0^1 C_{i,t}(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj) \right)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}$ dir. $C_{i,t}$ ülke i'den ithal edilen malların miktarının bir endeksidir ve yurtiçi hanehalkları tarafından tüketilmektedir.

[2] Götürü vergi(lump-sum tax) mükellefler arasında ayrım yapmaksızın , herkesten eşit olarak alınan vergi türüdür.

$$C_{H,t}(j)=\left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}}\right)^{-\varepsilon}C_{H,t} \qquad ; \qquad C_{i,t}(j)=\left(\frac{P_{i,t}(j)}{P_{i,t}}\right)^{-\varepsilon}C_{i,t} \qquad (1.4)$$

1.4 numaralı denklemde tüm $j\in[0,1]$ için $P_{H,t}\equiv\left(\int_0^1 P_{H,t}(j)^{1-\varepsilon}dj\right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$ yurtiçi fiyat endeksi iken $P_{i,t}\equiv\left(\int_0^1 P_{i,t}(j)^{1-\varepsilon}dj\right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$ i ülkesinden ithal edilen malların fiyat endeksidir. (1.4) numaralı denklemden hareketle $\int_0^1 P_{H,t}(j)^{1-\varepsilon}djC_{H,t}(j)^{1-\varepsilon}dj=P_{H,t}C_{H,t}$ ve $\int_0^1 P_{i,t}(j)^{1-\varepsilon}djC_{i,t}(j)^{1-\varepsilon}dj=P_{i,t}C_{i,t}$ elde edilir. Ayrıca, ülke tarafından ithalat mallarına yapılan harcamaların en uygun şekilde dağıtılması sonucunda aşağıdaki eşitlik elde edilir;

$$C_{i,t}(j)=\left(\frac{P_{i,t}(j)}{P_{F,t}}\right)^{-\eta}C_{F,t} \qquad (1.5)$$

1.5 numaralı denklemde tüm $j\in[0,1]$ için $P_{F,t}\equiv\left(\int_0^1 P_{i,t}(j)^{1-\eta}dj\right)^{\frac{1}{1-\eta}}$ ithal edilen tüketim malları için yerli para cinsinden ifade edilen fiyat endeksidir. η ise, yabancı ülkelerde üretilen mallar arasındaki ikame esnekliğidir. (1.5) numaralı denklemden hareketle ithal edilen mallara yapılan toplam harcama $\int_0^1 P_{i,t}C_{i,t}di=P_{F,t}C_{F,t}$ olarak yazılabilir.

Son olarak, yerel ve ithal mallar arasındaki harcamaların optimal dağılımı şöyledir:

$$P_{H,t}C_{H,t}=(1-\alpha)P_tC_t \quad ; \quad P_{F,t}C_{F,t}=\alpha P_tC_t \qquad (1.6)$$

1.6 numaralı denklemde $P_t=P_{H,t}{}^{1-\alpha}P_{F,t}{}^{\alpha}$ tüketici fiyat endeksi(TÜFE) dir. α parametresi, yurt içi tüketimin ithal mallara ayrılan kısmına karşılık gelmektedir. Bu anlamda, α'nın doğal bir dışa açıklık endeksini temsil ettiği düşünülebilir. Buna göre, hane halkı tarafından toplam tüketim harcamaları $P_{H,t}C_{H,t}+P_{H,t}C_{H,t}=P_tC_t$ şeklindedir. Böylece, dönem bütçe kısıtı şu şekilde yeniden yazılabilir:

$$P_t C_t + E_t\left\{Q_{t,t+1} D_{t+1}\right\} \leq D_t + W_t N_t + T_t \tag{1.7}$$

Aşağıda, hane halkı tercihleri iki şekilde özelleştirilmektedir. İlk olarak, dönem faydası birlikte yazılarak aşağıdaki ifade elde edilmektedir.

$$U(C_t, N_t, G_t : \chi_t) \equiv \frac{C_t^{1+\sigma}}{1+\sigma} + \chi_t \frac{G_t^{1+\sigma}}{1+\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \tag{1.8}$$

1.8 numaralı denklemde σ parametresi dönemler arası ikame esnekliği ve φ parametresi ise işgücünün arz esnekliğidir. İkinci olarak, farklı yabancı ülkelerde üretilen mallar arasında ikame esnekliği bir($\eta = 1$) olarak sınırlandırılmıştır. Bu durumda;

$$p_{F,t} = \int_0^1 p_{i,t}\,di$$

Burada $p_{F,t} = logP_{F,t}$ ve $p_{i,t} = logP_{i,t}$ dir[3]. Böylece hanehalkının problemi için kalan optimalite koşulları aşağıdaki şekilde yeniden yazıldığında standart optimalite koşulu elde edilir:

$$C_t^{\sigma} N_t^{\varphi} = \frac{W_t}{P_t} \tag{1.9}$$

1.9 numaralı denklemde dönem içi optimalite koşulu'na göre tüketimin marjinal faydası işgücünün marjinal değerine eşit olmaktadır. Ve buradan aşağıdaki eşitlik elde edilmektedir:

$$\beta\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\sigma}\left(\frac{P_t}{P_{t+1}}\right) = Q_{t,t+1} \tag{1.10}$$

1.10 numaralı denklemde her iki tarafının koşullu beklentileri alınarak ve terimler yeniden düzenlenerek klasik bir stokastik Euler denklemi elde edilir:

$$\beta E_t\left\{\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\sigma}\left(\frac{P_t}{P_{t+1}}\right)\right\} = E_t\left\{Q_{t,t+1}\right\} \tag{1.11}$$

1.11 numaralı denklemde $E_t\left\{Q_{t,t+1}\right\}$, *t + 1* döneminde bir birim yerel para ödenmesi ile elde edilen risksiz bir dönemlik iskontolu tahvilinin brüt getirisidir. $E_t\left\{Q_{t,t+1}\right\} = Q_t$ ile ifade edilirse 1.11 numaralı denklem de yeniden yazılabilir;

$$\beta E_t\left\{\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\sigma}\left(\frac{P_t}{P_{t+1}}\right)\right\} = Q_t \tag{1.12}$$

[3] Bir değişkenin küçük harfle yazılması o değişkenin logaritmasının alınmasını ifade etmektedir.

Sonraki kısımlarda kullanmak için, 1.9 numaralı denklem ve 1.12 numaralı denklem sırasıyla log-lineer hale dönüştürülerek yazılabilir:

$$w_t - p_t = \sigma c_t + \varphi n_t$$

$$c_t = E_t\{c_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma}(r_t - E_t\{\pi_{t+1}\} - \rho) \qquad (1.13)$$

1.13 numaralı denklemde $r_t \equiv -\log Q_t$ kısa dönem faiz oranı, $\pi_t \equiv p_t - p_{t-1}$ tüketici fiyat enflasyonu($p_t \equiv \log P_t$), $\rho \equiv -\log \beta$ ise zaman iskonto oranı olmaktadır.

1.3.1.1.1 Bazı Tanımlar ve Özdeşlikler

Ekonomide denge koşulunun elde edilmesine geçmeden önce, birkaç varsayım ve tanım elde edilecektir. Bunlar kapsamlı olarak kullanılan bir takım özdeşliklerdir. Yurtiçi ekonomi ile ülkeler arasındaki ikili ticaret hadleri aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$S_t = \frac{P_{F,t}}{P_{H,t}}$$

ya da logaritmik olarak $s_t \equiv \log S_t = p_{F,t} - p_{H,t}$ yazılabilir. Burada s_t (logaritmik olarak) etkin ticaret hadlerini, yani yurtiçi mallar cinsinden yabancı malların fiyatını belirtmektedir. Ayrıca TÜFE ve yurtiçi fiyat seviyelerinin $P_t = P_{H,t} S_t^{\alpha}$ 'e göre belirlendiği düşünülürse, yurt içi fiyat seviyesi logaritmik olarak;

$$p_t = p_{H,t} + \alpha s_t \qquad (1.14)$$

şeklindedir. Yurtiçi mal fiyatları endeksindeki değişim oranını gösteren yurtiçi enflasyonu $\pi_{H,t} = p_{H,t+1} - p_{H,t}$ ise TÜFE enflasyonu olarak ifade edilir:

$$\pi_t = \pi_{H,t} - \alpha \Delta s_t \qquad (1.15)$$

Dolayısıyla, iki enflasyon ölçümünün birbirinden farklı olması, ticaret hadlerindeki yüzde değişime ve dışa açıklık endeksinin oranına yani α ' ya bağlıdır. Modelimizdeki bir diğer varsayım $P_{F,t} = \varepsilon_t P_t^*$ ile ifade edilen Tek Fiyat Kanunudur. Burada ε_t yabancı ülke para biriminin yurtiçi para birimine bağlı fiyatını temsil eden nominal döviz kurudur. P_t^* ise yabancı ülke fiyatıdır. Ayrıca dışa açık küçük ekonominin payının dünyanın geri kalanına göre ihmal edilebilir olduğu varsayıldığında, bir dünya fiyat endeksi olarak da yorumlanabilir. Tek Fiyat Kanunu, etkin piyasalarda aynı mallar için tek fiyat oluşacağını ifade eden kanundur. Tek Fiyat

Kanunu hem ithalat hem de ihracat fiyatları için tüm bireysel mallarda geçerlidir. Dolayısı ile dünya fiyatları ve yurtiçi ithalat fiyatları arasındaki ilişki dengelenmektedir. Tek Fiyat Kanunu eşitliğini ifade eden denklemdeki ε_t, i ülkesinin para biriminin yurtiçi para birimine bağlı fiyatını temsil eden ikili nominal döviz kurudur.

Tek fiyat kanunu varsayımı altında bu eşitliği ticaret hadlerinin tanımı ile birleştirdiğimizde aşağıdaki denklem elde edilmektedir:

$$s_t = e_t + p_t^* - p_{H,t} \tag{1.16}$$

burada $e_t = \varepsilon_t$ 'dir.

Reel döviz kuru iki ülkenin tüketici fiyat endekslerinin oranıdır ve her ikisi de yurtiçi para birimi cinsinden ifade edilmektedir:

$$Q_t \equiv \frac{P_{F,t}}{P_{H,t}}$$

Bu denkliği, logaritmik olarak aşağıdaki gibi gösterebiliriz:

$$\begin{aligned} q_t &= p_{F,t} - p_t \\ &= s_t + p_{H,t} - p_t \\ &= (1-\alpha)s_t \end{aligned}$$

Son denklem yabancı ülkelerde üretilen mallar arasında ikame esnekliği bir olduğunda ($\eta = 1$) olduğunda sağlanmaktadır.

1.3.1.1.2 Uluslararası Risk Paylaşımı

Menkul kıymetlerin uluslararası piyasalarda el değiştirdiği ve bu piyasalarda her bir iktisadi aktörün diğer bir iktisadi aktörle her malı işlem maliyeti olmaksızın değiştirebildiği, tam rekabet piyasaların geçerli olduğu varsayımı altında benzer birinci dereceden koşul başka herhangi bir ülkedeki temsili hanehalkı için de aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\beta\left(\frac{C_{t+1}^*}{C_t^*}\right)^{-\sigma}\left(\frac{P_t^*}{P_{t+1}^*}\right)\left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{t+1}}\right) = Q_{t,t+1} \tag{1.17}$$

Reel döviz kuru tanımından hareketle (1.10) ve (1.17)'yi birleştirdiğimizde bütün dönemler için aşağıdaki tüketim eşitliği elde edilmektedir:

$$C_t = \upsilon C_t^* Q_t^{\frac{1}{\sigma}}$$

(1.18)

Tüm *t* dönemleri için, υ bir sabittir ve genellikle nispi net varlık pozisyonları, ön koşullara bağlı olacaktır. Simetrik başlangıç koşulları (diğer bir deyişle sıfır net dış varlık tutulması) altında herkes için $\upsilon = 1$ varsayılmaktadır.[4]

Dışa açık küçük ekonominin dünya'nın geri kalanına oranla küçük boyutta olması varsayımı altında, tüm *t* dönemi için $C_t^* = Y_t^*$ olur. Burada Y_t^* kişi başına dünya çıktısı olarak ifade edilir. (1.18)'in her iki tarafının logaritmasını alırsak aşağıdaki eşitlik elde edilmektedir:

$$c_t = c_t^* + \frac{1}{\sigma} q_t \qquad (1.19)^5$$

$$= y_t^* + \left(\frac{1-\alpha}{\sigma} \right) s_t$$

Görüldüğü gibi tam piyasalar kavramının uluslararası düzeyde varsayımı, yurtiçi tüketim ile dünya tüketimini ve ticaret koşullarını birbirine bağlayan basit bir ilişkiye neden olmaktadır.

1.3.1.2 Hükümet Harcamalarının Tahsisi

Bu çalışmanın başlıca amaçlarından biri, merkez bankası ve hükümetin stratejik etkileşimleri altında hükümet harcamalarının optimum düzeyinin belirlenmesini analiz etmektir. Bununla birlikte, hükümetin toplam harcama seviyesi G_t ne olursa olsun, hükümet tarafından satın alınan her mal türünün miktarları, toplam maliyetin yani $\int_0^1 P_{H,t}(j) G_t(j) dj$ 'nin minimize edilmesi için seçilmiştir. Bu, aşağıdaki hükümet talebi eşitliği ile ortaya koyulmaktadır:

$$G_t(j) = \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\varepsilon} G_t$$

---

[4] Durağan durum simetrik mükemmel öngörü altında, tüm *i*'iler için $C = C^i = C^*$ ve $Q_i = S_i = 1$ (yani satın alma gücü parametresi sabit tutulur)'in de var olduğunu kolayca gösterebiliriz.

[5] Bu denklemde $c_t^* = \int_0^1 c_t^i di$ dünya tüketim endeksidir.

Buna ek olarak, çalışmadaki amacımız toplam hükümet harcamalarının belirlenmesine odaklandığı için bu harcamaların götürü vergiler[6] yoluyla finanse edildiği varsayılmaktadır.

1.3.1.3 Firmaların Davranışı

1.3.1.3.1 Teknoloji

Yurtiçi ekonomideki tekelci rekabetçi bir firma aşağıdaki üretim fonksiyonu tarafından temsil edilen doğrusal teknoloji ile farklılaştırılmış mal üretmektedir:

$$Y_t(j) = A_t N_t(j) \tag{1.20}$$

1.20 numaralı denklemde $a_t \equiv \log A_t$ şeklindedir ve $a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a$ şeklinde bir AR(1) sürecini takip etmektedir. Ayrıca $j \in [0,1]$ firma-spesifik endeksidir. Dolayısıyla, reel marjinal maliyet (yurtiçi fiyatlarla ifade edilir) yurtiçi firmalar arasında yaygın ve şu şekilde olacaktır:

$$mc_t = -\nu + w_t - p_{H,t} - a_t$$

Burada $\nu \equiv -\log(1-\iota)$ ve ι istihdam sübvansiyonu'nu ifade etmektedir.

Toplam yurtiçi çıktı endeksi ile temsil edilen $Y_t \equiv \left[\int_0^1 Y_t(j)^{1-\frac{1}{\varepsilon}} dj \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$, daha önce ifade edilen tüketim endeksi ile benzerlik göstermektedir. Bir önceki endekste toplam istihdama ilişkin yaklaşık toplam üretim fonksiyonu türetmek yararlı olacaktır. Bu nedenle:

$$N_t \equiv \int_0^1 N_t(j)dj = \frac{Y_t Z_t}{A_t} \tag{1.21}$$

1.21 numaralı denklemde $Z_t \equiv \int_0^1 \frac{Y_t(j)}{Y_t} dj$ şeklinde ifade edilir. Böylece birinci dereceden bir yaklaştırma sonucunda bütüncül ilişki şu şekilde olmaktadır:

$$y_t = a_t + n_t$$

(1.22)

1.3.1.3.2 Fiyat Belirleme

---

[6] Götürü vergi(lump-sum tax) mükellefler arasında ayrım yapmaksızın , herkesten eşit olarak alınan vergi olarak tanımlanabilir.

Firmaların Calvo(1983)'da olduğu gibi fiyatların kademeli olarak ayarlandığı varsayılmaktadır. Özellikle, firmaların $1-\theta$ (rassal) ölçüsü her bir dönem yeni fiyatları belirlemektedir. t döneminde fiyatlarını belirleyen tipik bir firma için optimal fiyat belirleme stratejisi (logaritmik-doğrusal olarak) aşağıdaki kural tarafından tahmin edilebilir:

$$\overline{p}_{H,t} = \mu + (1-\beta\theta)\sum_{0}^{\infty}(\beta\theta)^{k} E_t\left\{mc_{t+k} + p_{H,t}\right\} \tag{1.23}$$

1.23 numaralı denklemde $\overline{p}_{H,t}$ yeni belirlenmiş yurtiçi fiyatların logaritmasını gösterir ve $\mu \equiv \log\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\right)$ durağan durumdaki brüt fiyat artışının logaritması olmaktadır(veya eş değer olarak, esnek bir fiyat ekonomisinde en iyi fiyat artışı demektir). 1.23 numaralı denkleme göre yurtiçi fiyatlar; marjinal maliyet, fiyat beklentileri ve fiyat belirleme sıklığına bağlı olarak belirlenmektedir.

1.3.1.4 Denge

1.3.1.4.1 Küçük Açık Ekonomide Toplam Talep ve Çıktı

Yurtiçi ekonomide mal piyasası temizlenme koşulu bütün $j \in [0,1]$ ve t'ler için aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir;

$$Y_t(j) = C_{H,t}(j) + \int_0^1 C^i_{H,t}(j)di + G_t(j) \tag{1.24}$$

$$= \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}}\right)^{-\varepsilon}\left[(1-\alpha)\left(\frac{P_{H,t}}{P_t}\right)^{-\eta} C_t + \alpha\int_0^1\left(\frac{P_{H,t}}{\varepsilon_{i,t}P^i_{F,t}}\right)^{-\gamma}\left(\frac{P^i_{F,t}}{P^i_i}\right)^{-\eta} C^i_t di + G_t\right]$$

Burada $C^i_{H,t}(j)$ yurtiçi ekonomide üretilen j malı için i ülkesinin talebini gösterir. İkinci denklem (1.6) no'lu eşitliklerin ülkeler arasında simetrik tercihler varsayımı ile birlikte kullanılır. Ülkeler arasında simetrik tercihler varsayımına göre $C^i_{H,t} = \alpha\left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}}\right)^{-\varepsilon}\left(\frac{P_{H,t}}{\varepsilon_{i,t}P^i_t}\right)^{-\gamma} C^i_t$ tüketim eşitliği elde edilir.

1.24 numaralı denklemin içine $Y_t \equiv \left[\int_0^1 Y_t(j)^{1-\frac{1}{\varepsilon}} dj\right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$ toplam yurtiçi çıktı için yeniden yazılırsa aşağıdaki denklem elde edilir:

$$Y_t = (1-\alpha)\left(\frac{P_{H,t}}{P_t}\right)^{-\eta} C_t + \alpha\int_0^1 \left(\frac{P_{H,t}}{\varepsilon_{i,t}P^i_{F,t}}\right)^{-\gamma}\left(\frac{P^i_{F,t}}{P^i_i}\right)^{-\eta} C^i_t di + G_t \tag{1.25}$$

$$= \left(\frac{P_{H,t}}{P_t}\right)^{-\eta}\left[(1-\alpha)C_t + \alpha\int_0^1\left(\frac{\varepsilon_{i,t}P^i_{F,t}}{P_{H,t}}\right)^{\gamma-\eta} Q^{\eta}_{i,t}C^i_t di\right] + G_t$$

$$= \left(\frac{P_{H,t}}{P_t}\right)^{-\eta} C_t\left[(1-\alpha) + \alpha\int_0^1 \left(S^i_t\right)^{\gamma-\eta} Q_{i,t}^{\eta-\frac{1}{\sigma}} di\right] + G_t$$

Son eşitlik 1.18 numaralı denklemden türetilmektedir. S^i_t, i ülkesi için t döneminde etkin ticaret hadlerini göstermektedir Yukarıdaki denklem setini $\eta = \gamma = \sigma = 1$ durumu için açık bir şekilde aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$= C_t S^{\alpha}_t + G_t$$

Daha genel bir şekilde ve $\int_0^1 s^i_t di = 0$ ifadesini tekrar hatırlayarak, yukarıdaki son denklem, birinci sıra logaritmik-doğrusal form olarak, simetrik durağan denge etrafında aşağıdaki şekilde elde edilebilir:

$$y_t = c_t + \alpha\gamma s_t + \alpha\left(\eta - \frac{1}{\sigma}\right) + g_t$$

$$= c_t + \frac{\alpha\omega}{\sigma} s_t + g_t \tag{1.26}$$

1.26 numaralı denklemde $\omega \equiv \sigma\gamma + (1-\alpha)(\sigma\eta - 1)$ dir ve $\eta = \gamma = \sigma = 1$ durumu için $\omega = 1$ olmaktadır. Yukarıdakine benzer bir koşul bütün ülkeler için sağlanabilir. Herhangi bir *i* ülkesi için bu koşulu $y^i_t = c^i_t + \frac{\alpha\omega}{\sigma} s^i_t + g^i_t$ şeklinde tekrar yazarsak bütün ülkeler için bunu topladığımızda dünya piyasası için piyasa temizlenme koşulu aşağıdaki şekilde elde edilmektedir:

$$y^*_t \equiv \int_0^1 y^i_t di$$

$$= \int_0^1 (c^i_t + \frac{\alpha\omega}{\sigma} s^i_t + g^i_t) di$$

$$= \int_0^1 (c^i_t + g^i_t) di \equiv c^*_t + g^*_t \tag{1.27}$$

1.27 numaralı denklemde sırasıyla y^*_t, c^*_t, g^*_t dünya çıktı, tüketim ve hükümet harcamaları endekslerinin logaritmalarıdır ve temel eşitlik olan

$\int_0^1 s_t^i di = \int_0^1 (e_t^i + p_t^* - p_{i,t}) di \equiv 0$ eşitliğinden türetilmektedir. 1.27 numaralı denklemi 1.19 numaralı denklem ve 1.26 numaralı denklemle birleştirdiğimizde aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$y_t = y_t^* + g_t + \frac{1}{\sigma_\alpha} s_t \qquad (1.28)$$

1.28 numaralı denklemde $\sigma_\alpha \equiv \frac{\sigma}{1+\alpha(\omega-1)}$ olmaktadır. Bu denklik sıfırdan büyüktür. Son olarak tüketimin Euler denklemi (1.13) ile (1.26)'ü birleştirerek aşağıdaki eşitlik elde edilmektedir:

$$\begin{aligned} y_t &= E_t\{y_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma}(r_t - E_t\{\pi_{t+1}\} - \rho) - E_t\{\Delta g_{t+1}\} - \frac{\alpha\omega}{\sigma} E_t\{\Delta s_{t+1}\} \\ &= E_t\{y_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma_\alpha}(r_t - E_t\{\pi_{t+1}\} - \rho) - E_t\{\Delta g_{t+1}\} - \alpha(\omega-1)(\rho_{c^*} - 1)c_t^* \qquad (1.29) \end{aligned}$$

1.29'daki denklemde, mevcut dünya çıktı düzeyinde, ekonominin dışa açılık derecesinin, yurtiçi faiz oranının çıktıya olan duyarlılığını etkilediği görülmektedir. Ekonominin dışa açıklığındaki bir artış bu duyarlılığı daha da artırmaktadır.

1.3.1.4.2 Dışa Açık Küçük Ekonomide Toplam Arz: Marjinal Maliyetler ve Enflasyon Dinamikleri

Dışa açık küçük bir ekonomide, reel marjinal maliyetler açısından yurtiçi enflasyon dinamikleri aşağıdaki eşitlik ile tanımlanmaktadır:

$$\pi_{H,t} = \beta E_t\{\pi_{H,t+1}\} + \lambda mc_t \qquad (1.30)$$

1.30 numaralı denklemde $\lambda \equiv \frac{(1-\beta\theta)(1-\theta)}{\theta}$ şeklindedir. Dışa açık küçük bir ekonomide yurtiçi çıktının bir fonksiyonu olarak reel marjinal maliyetin belirlenmesi kapalı ekonomiye kıyasla biraz farklı olabilir. Çünkü, çıktı ve tüketim arasında ve yurtiçi-tüketici fiyatları arasındaki dışa açıklığın getirdiği bir sabit fark vardır. Bundan dolayı modelde marjinal maliyet aşağıdaki denklem ile gösterilmektedir:

$$\begin{aligned} mc_t &= -\upsilon + (\omega_t - p_{H,t}) - a_t \\ &= -\upsilon + (\omega_t - p_t) + (p_t - p_{H,t}) - a_t \\ &= -\upsilon + \sigma c_t + \varphi n_t + \alpha s_t - a_t \end{aligned}$$

$$= -\upsilon + \sigma y_t^* + \varphi y_t + s_t - (1+\varphi) a_t \tag{1.31}$$

1.31 numaralı denklemi elde etmek için (1.19) ve (1.22) no'lu denklemlerden yararlanılmıştır. Bu denklemdeki s_t yerine (1.28)'i koyarak dünya çıktı düzeyinin yanı sıra yurtiçi çıktı ve verimliliğe göre reel marjinal maliyeti aşağıdaki şekilde tekrar yazabiliriz:

$$mc_t = -\nu + (\sigma_\alpha + \varphi) y_t + (\sigma - \sigma_\alpha) y_t^* - \sigma_\alpha g_t - (1+\varphi) a_t \tag{1.32}$$

1.32 numaralı denkleme göre hükümet harcamalarında bir artış reel marjinal maliyeti düşürmektedir. Bunun sonucunda 1.30 numaralı denkleme bakarak, bunun reel değer artışlarının sebep olacağı daha düşük tüketime yol açacağı söylenebilmektedir. Yurtiçi çıktıdaki bir değişim istihdam (φ) ve ticaret hadleri (σ_α) üzerindeki etkisi aracılığıyla marjinal maliyeti etkilediği görülmektedir. Dünya çıktı düzeyindeki değişim ise tüketim (σ) ve ticaret hadleri (σ_α) üzerinden marjinal maliyeti etkilemektedir.

1.3.2 Denge Dinamikleri: Temel Denklemler

Bu bölümde dışa açık küçük ekonomi için çıktı açığı, yurtiçi enflasyon ve hükümet harcamalarına göre doğrusal hale dönüştürülmüş denge dinamikleri ele alınmaktadır. Yurtiçi çıktı açığı $(\tilde{y}_t)$, (log)yurtiçi çıktının (y_t) doğal seviyesinden (y_t^N) sapması olarak tanımlanmaktadır:

$$\tilde{y}_t \equiv y_t - y_t^N$$

Dünya çıktısı y_t^*'nin yurtiçi gelişmeler ile değişmediği ve g_t 'nin yalnızca dışsal değişkenlerin (aşağıda gösterildiği gibi) bir fonksiyonu olduğu varsayımı altında, yurtiçi reel marjinal maliyet, çıktı açığı ve hükümet harcaması ilişkisi aşağıdaki şekilde ortaya çıkmaktadır:

$$mc_t = (\sigma_\alpha + \varphi)\tilde{y}_t - \sigma_\alpha \tilde{g}_t$$

Burada $\tilde{g}_t \equiv g_t - g_t^N$ nominal katılıklar olmadığında, maliye politikası değişkeni g_t ile optimal değeri arasındaki açığı belirtmektedir. Kolaylık sağlamak için $\tilde{g}_t$ 'e mali açık denebilir.

Bu eşitliği 1.30 numaralı denklemle birleştirdiğimizde dışa açık küçük ekonomi için Yeni Keynesyen Phillips eğrisi aşağıdaki şekilde elde edilmektedir:

$$\pi_{H,t} = \beta E_t \left\{ \pi_{H,t+1} \right\} + \kappa \tilde{y}_t - \sigma_\alpha \tilde{g}_t \tag{1.33}$$

1.33 numaralı denklemde $\kappa \equiv \lambda(\sigma_\alpha + \varphi)$ Yeni Keynesyen Philips eğrisinin eğimi olarak ifade edilmektedir.

1.29 numaralı denklemdeki Euler denklemlerini kullanarak dışa açık küçük ekonomi için dinamik IS denklemi çıktı açığı cinsinden aşağıdaki şekilde elde edilmektedir:

$$\tilde{y}_t = E_t\left\{\tilde{y}_{t+1}\right\} - \frac{1}{\sigma_a}\left(r_t - E_t\left\{\tilde{\pi}_{H,t+1}\right\} - r_t^N\right) - E_t\left\{\Delta\tilde{g}_{t+1}\right\} \tag{1.34}$$

1.34 numaralı denklemde $r_t^N = \sigma_\alpha(E_t\left\{y_{t+1}^N\right\} - y_t^N) - \alpha(\omega - 1)(\rho_{c^*} - 1)c_t^*$ nominal doğal faiz oranıdır. Ayrıca potansiyel çıktıyı değiştirirsek doğal verimlilik seviyesi ve dünya çıktı şokları açısından faiz oranını da göstermek mümkündür:

$$r_t^N = \frac{\sigma_\alpha(1+\varphi)(\rho_a - 1)}{(\sigma_\alpha + \varphi)} a_t + \frac{\varphi\alpha(\omega - 1)}{(\sigma_\alpha + \varphi)}(\rho_{c^*} - 1)c_t^*$$

Burada doğal verimlilik düzeyi ve dünya çıktı şokları dışsal olarak belirlenmiştir ve her iki değişkenin de bir gecikmeli ardışık bağlanımlı (AR(1)) süreci izlediği varsayılmaktadır.

Esnek fiyat ekonomisinde hükümet harcamalarının ve vergilerin sıfır olduğu varsayılmaktadır. Bu da esnek fiyat dengesi altında bir bütçe açığı veya fazlası olmadığını ifade etmektedir. Çebi (2012), Fragetta ve Kirsanova (2010) hükümet harcamalarının doğal düzeyi ile birlikte enflasyonun da doğal düzeyi $\pi_{H,t+1}^N = g_{t+1}^N = 0$ olduğunu varsaymaktadır. Dolayısıyla $\tilde{g}_{t+1} = g_{t+1}$ ve $\tilde{\pi}_{H,t+1} = \pi_{H,t+1}$ olarak yazılabilir.

1.3.2.1 Hükümet Bütçe Kısıtı

Para ve maliye politikaları arasındaki etkileşim temel olarak hükümetin zamanlar arası bütçe kısıtlamasının etkilerinden kaynaklanmaktadır. Cari bütçe açığında bir artışa sebep olabilecek maliye politikası hamlesi, gelecek vergi gelirlerinde bir artış veya para gibi nominal olarak adlandırılan hükümet yükümlülüklerinin değeri üzerinden finanse edilecektir. Bu durum, Sargent ve Wallace'ın (1981) "Hoş Olmayan Monetarist Aritmetiği" olarak literatürde adlandırılmaktadır. Dolayısıyla, bu çalışmada kullanılan varsayımsal model, bir mali kısıt tarafından tamamlanmaktadır. Fragetta ve Kirsanova

(2010) çalışmasında doğrusallaştırılmış hükümet borç ödeme kısıtlamasını (mali kısıtlama) şu şekilde ifade etmektedir:[7]

$$\tilde{b}_{t+1} = (r_t - r_t^N) + \frac{1}{\beta}(\tilde{b}_t - \pi_{H,t} + \frac{\bar{C}}{\bar{B}}\tilde{g}_t + \frac{1-\bar{C}-\tau}{\bar{B}}\tilde{y}_t) \tag{1.35}$$

1.35 numaralı denklemde $b_t = \log\left(\frac{B_t}{P_{H,t+1}}\right)$ ve B nominal borç stokudur. Sırası ile $\bar{B}$ ve $\bar{C}$ durağan durum borç/GSYH ile durağan durum tüketim/GSYH oranıdır. τ ise sabit gelir vergisi oranıdır.

Para ve maliye politika yapıcıları arasındaki stratejik etkileşimin oyun teorik olarak modellenmesi için gereken varsayımsal ekonominin sınırları, Yeni Keynesyen makroekonomik teori temel olarak alarak küçük ölçekli dışa açık bir ekonomiyi temsil eden 1.33, 1.34 ve 1.35 numaralı denklemler aracılığı ile gösterilmektedir. Para ve maliye politika yapıcılarının optimal politika kuralları(stratejileri), bu denklemlere bağlı olarak türetilmektedir. Bir sonraki bölümde ilk önce para ve maliye politika yapıcıları arasındaki stratejik etkileşim oyun teorisi çerçevesinde değerlendirilmektedir. Sonrasında ise politika yapıcıları arasındaki stratejik etkileşimin yapısına bağlı olarak, oyun teorik optimal politika kuralları türetilmektedir.

---

[7] $\tilde{\pi}_t$ enflasyonun doğal düzeyi $\pi_{H,t}^N$=0 kabul edildiği için bütçe kısıtı denkleminde bunun yerine π_t ifadesi kullanılmıştır.

2 . BÖLÜM

POLİTİKA ETKİLEŞİMİNE OYUN TEORİSİ YAKLAŞIMI

2.1 Para ve Maliye Politikaları Etkileşimi

Makroekonomik politikaların asıl amacı ekonomideki fiyatların ve çıktının istikrara kavuşmasını sağlamaktır. Ancak bunu sağlamak için iki farklı otorite vardır; Para ve maliye politikası yapıcıları. Bu politika yapıcıların kullanacakları araçlar(kurallar) farklı piyasalar üzerinden ekonomiyi etkilemektedir. Makroekonomik değişkenlerdeki dalgalanmaları en aza indirgemek ve doğal üretim seviyesine ulaşmak her ne kadar her iki politika yapıcının asıl amacı olsa da, politika yapıcılar zaman zaman birbirleriyle çelişmektedir. Böylece ekonominin genel işleyişinin daha iyi olması ve iki otorite arasındaki koordinasyonu sağlayacak bir mekanizmaya sahip olunması zorunlu hale gelmektedir. Hedeflenen amaçlara ulaşabilmek için her politika yapıcının kullanabileceği iki araç söz konusudur: Para politikası yapıcısı genel olarak faizleri(para stokunu) politika aracı olarak kullanırken, maliye politika yapıcısı harcamalarını ve/veya vergi gelirlerini politika aracı olarak kullanmaktadır. Bu politika yapıcıları arasındaki etkileşim, bütçe açığının finansmanı ve parasal yönetim ile ilgilidir. Maliye politika yapıcısının genişlemeci tutumu, toplam talebi ve bunun sonucunda da enflasyon oranını yükseltirken, para politikası yapıcısının duruşu mevcut finansal kaynakların genişlemesi veya sınırlanması ve borç servislerinin maliyetinin etkisiyle, hükümetin finans ve bütçe açığı kapasitesini etkilemektedir. Bu açıdan, bütçe açığı ve bütçe fazlası maliye politikasının amaçlarına ulaşmada kullanabileceği en önemli araçlar olmaktadır. Para politikası ekonomide para ve kredilerin dağılımı ve maliyeti ve mevcut varlıkların düzenlenmesiyle ilgilenir. Parasal ve mali politikalar bazen aktarım mekanizmaları, koşulları ve makroekonomik değişkenleri etkileme zamanları farklı olsa da birbirleriyle sıkı sıkıya bağlantılıdır. Mali ve parasal politikalar istihdam, çıktı, yatırım ve tasarrufların seviyesi ve kompozisyonu üzerinde derin etkiye sahiptir. (Hanif ve Arby, 2003).

2.2 Politika Etkileşimine Oyun Teorisi Yaklaşımı

Geleneksel olarak makroekonomik politika teorilerinde iktisadi politikaların oluşumu politika yapıcıların davranışları ile ele alınmaktadır. Eğer tek bir politika yapıcısı olsaydı bu durumda ortaya çıkan politika davranışlarını incelemek, nispeten kolay olabilirdi. Böyle bir durumda gerçek bir "oyun" kavramı kullanılamazdı. Ancak önceki bölümde belirtildiği gibi, makroekonomik politikalar farklı amaçlara sahip ve bu amaçlar bazen çatışabilen, etkileri güçlü para ve maliye politika yapıcısı tarafından uygulanmaktadır. Bu politika yapıcıları ekonominin yapısını şekillendirmek ve amaçlarına ulaşmak için optimal politika kuralını saptamakta ve uygulamaktadır. Politika yapıcılarının uyguladığı politikaların farklı amaçlara sahip olması ve bu amaçların çatışması, oluşturdukları optimal politika kurallarını birbirine bağımlı kılmakta ve makroekonomik politika oluşum sürecini etkilemektedir.

Makroekonomi politikalarının oluşum sürecinde politika yapıcılarının etkileşim halinde olması sebebiyle, bu süreci oyun teorisi çerçevesinde modellemek, bu etkileşimi daha iyi tanımlamak açısından önemli hale gelmektedir. Oyun teorik olarak ele alınan makroekonomik politika modellerinde; politika yapıcıları, hane halkı ve firmalar gibi iktisadi aktörlerde olduğu gibi amaç ve tercihleri olan ve faydasını kısıt altında maksimize etmeye çalışan bir birim olarak tanımlanmaktadır. Bu modellerde politikalar, politika yapıcılar arasındaki karşılıklı stratejik etkileşimi dikkate almaktadır. Dolayısı ile oyun teorisi çerçevesinde politika yapıcılarının bireysel amaçları, beklentileri ve tercihleri olan bir birim(oyuncu) olarak ele alındığı söylenebilmektedir.

Yeni politik ekonomi anlayışının bir sonucu olarak ortaya atılan oyun teorik politika modelleri 1980'li yıllarda politik ve ekonomik davranışı bir araya getiren bir araştırma alanı haline gelmiştir. Geçmişle kıyaslandığında, yeni politik ekonomi yaklaşımının kullandığı oyun teorisi ve ekonometri gibi yöntemler ekonomik birimlerin ekonomik ve politik davranışları arasındaki karşılıklı etkileşimin daha iyi anlaşılmasını ve daha ayrıntılı incelenebilmesini sağlamıştır(Telatar ve Erdoğan, 1997).

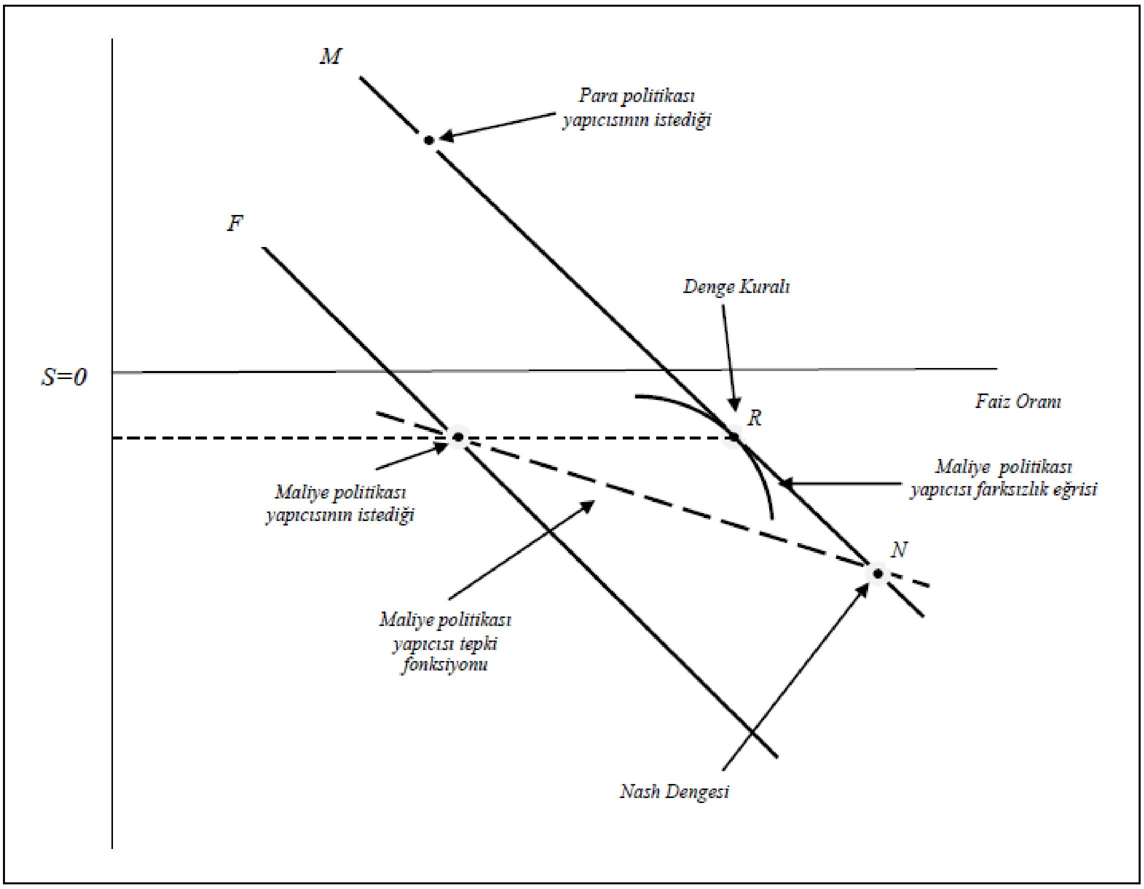
Politika yapıcıları arasındaki etkileşimi politika yapıcılarının amaçları ve bu amaçları doğrultusunda kullanacakları araçlar(hamleler), oyun teorik olarak birlikte hareket etmek(işbirliği yapmak) veya bireysel amaçları doğrultusunda işbirliğinden uzak şekilde hareket etmek çerçevesinde ele alınmaktadır. Bu doğrultuda politika yapıcıları arasında oluşan bir işbirliği probleminin, temelde enflasyon, potansiyel çıktıdan uzaklaşma ve bütçe açığı olmak üzere sosyal refaha etkisi üzerinden değerlendirilmektedir. Sosyal refah fonksiyonu politika kurallarının türetildiği bölümde ayrıntılı olarak incelenmektedir.

Para ve maliye politika yapıcılarının politika hedeflerine bakıldığında işbirliğinden uzak politika tercihleri geliştirme eğiliminde olabildikleri görülmektedir. Bunun sebebi örneğin maliye politika yapıcısı(hükümet) açısından bakıldığında, seçmenlerin daha düşük vergi oranları ve daha fazla transfer harcamaları arzulamaları eğer kısa dönemde enflasyon beklentiler ile uyumlu ise, hükümetin genişlemeci bir politika sergilemesini sağlayabilir. Para politika yapıcısı ise ekonomiye uzun vadeli bir görüşle baktığı için enflasyonun daha büyük bir sorun olduğunu düşünmektedir. Dolayısı ile politika yapıcıları birbirine zıt politika tercihlerini benimseyebilmektedir (Blinder, 1983).

Literatürde oyun teorisi çerçevesinde her iki politika yapıcısının stratejik etkileşimlerini dikkate alan çalışmalar mevcuttur. Bu çalışmalardan Bartolomeo ve Gioacchino (2004), politika yapıcılarının kararlarını bir politika karması olarak ifade etmiştir. Çalışmaya göre bu politika karmaları dört farklı stratejik hamle şeklinde düşünülebilir. Birinci politika karmasında para ve maliye politika yapıcıları eş zamanlı hareket etmektedirler. İkincisinde ise para politikası yapıcısı ilk hamle avantajına sahiptir ve maliye politika yapıcısı bu hamleyi takip eder. Üçüncü politika karmasında para politikası yapıcısı, maliye politika yapıcısının bütçe ile ilgili kararlarına ve devletin finansal ihtiyaçlarına cevap verecek şekilde hareket eder yani takipçi para politikası yapıcısı olmaktadır. Sonuncu politika karmasında ise her iki politika yapıcıları liderliği alabilmek için çaba göstermektedir. Oyun teorisinin para ve maliye politikasına ilişkin yaklaşımında politika otoriteleri bazen lider, bazen de takipçi olarak stratejilerini belirlemekte ve buna göre politika oluşturmaktadır.

Eğer her iki politika yapıcısı takipçi gibi davranırsa, bu durumda çözüm oyuncuların kararlarını rakibin davranışını bilmeden eş anlı aldıkları iki aşamalı oyun şeklinde, ikinci aşamada Nash dengesi ile sağlanacaktır. Buradaki Nash dengesi sosyal refah kaybını minimize eden bir denge olmaktan uzak olabilir. Nitekim Nordhaus, (1994) çalışmasında politika otoritelerinin işbirliği olmaksızın tepki fonksiyonlarına bağlı olarak ortaya koydukları durumu, Şekil 1'de verilen Nash dengesine benzer şekilde, hiçbir politika yapıcısının mutlu olmadığı bir denge şeklinde göstermiştir.

Şekil 1: İşbirliksiz Oyunda Tepki Fonksiyonları



Kaynak: Nordhaus, W.D. (1994) Policy Games: Co-ordination and Independence in Monetary and Fiscal Policies, Brooking Papers on Economic Activity 2: 150.

Şekil 1'de her iki politika yapıcısının tepki fonksiyonları görülmektedir. M ile gösterilen eğri optimal para politika yapıcısının tutarlı tepki fonksiyonudur. F ise maliye politika yapıcısının optimal politikasını göstermektedir ve tepki fonksiyonu parçalı olarak gösterilmiştir. Şekilden de anlaşılacağı gibi işbirliksiz oyunda Nash dengesi N noktasındadır. Bu nokta her iki politika yapıcısının da istemediği yüksek faiz oranları ve bütçe açıklarının olduğu durumdur. Bunun sebebi maliye politika yapıcısının işsizliği azaltmak ve harcamaları artırmak (bütçe açığı durumu) gibi kendisi için en iyi tepkiye karşılık, para politika yapıcısının en iyi tepkisi olan enflasyonu kontrol altında tutmak için uyguladığı yüksek faiz oranlarıdır. Dolayısıyla bu noktanın oyun teorisi literatüründe popüler bir oyun olan "mahkumlar ikilemi" durumunu yansıttığı söylenebilir.

2.2.1 Politika Yapıcıları Arasındaki Mahkumlar İkilemi Oyunu

Bağımsız iki politika yapıcısı arasındaki mahkumlar açmazı oyunu, kazanç matrisleri ile Şekil-2' deki gibi temsil edilmektedir.

Şekil 2: Politika Yapıcıları Arasındaki Kazanç Matrisi

		Maliye Politika Yapıcısı	
		Genişletici Maliye Politikası	Daraltıcı Maliye Politikası
Para Politika Yapıcısı	Genişletici Para Politikası	4,1	2,2
	Daraltıcı Para Politikası	<u>3,3</u>[8]	1,4

Kazanç matrisi içindeki her bir kutunun solundaki değer para politika yapıcısının tercih sıralamasını, sağındaki değer ise maliye politika yapıcısının tercih sıralamasını göstermektedir. Bu değerlerden ‘1’ en çok tercih edilen, ‘4’ ise en son tercih edilen politikayı temsil etmektedir. Politika yapıcıları arasındaki mahkumlar açmazı oyununda her politika yapıcının genişletici ve daraltıcı olmak üzere olarak iki stratejisi vardır. Maliye politika yapıcısının genişletici politikaları tercih ettiği varsayılırsa, bu durumda maliye politika yapıcısı için en iyi durum para politikası yapıcının da genişletici politika uygulaması, daha kötü durum ise para politikası yapıcısın daraltıcı politika uygulamasıdır. Amacı enflasyon ile mücadele etmek olan para politika yapıcısı ise ekonomide daraltıcı politikaları desteklemektedir. Para politika yapıcısının daraltıcı politikaları tercih ettiği varsayılırsa, bu durumda para politika yapıcısı için en iyi durum maliye politikası yapıcısının daraltıcı politika uygulaması, daha kötü durum ise maliye politikası yapıcısın genişletici politika uygulamasıdır. Bu çerçevede, maliye politika yapıcısı için genişlemeci politikalar baskın iken para politika yapıcısı için daraltıcı politikalar baskındır. Dolayısı ile politika yapıcılar ararsındaki bu oyunun kesin baskın strateji dengesi (Daraltıcı,Genişletici) strateji profilidir. Bu aynı zamanda oyunun Nash dengesidir ve koordinasyonun olmadığı durumda en makul politika davranışını yansıtmaktadır. Nash dengesine karşılık gelen politika karmasının aynı zamanda ekonomide yüksek faiz ve bütçe açığına karşılık geldiği görülebilir. Ancak kazanç

---

[8] Altı çizili kazançlar Nash dengesine karşılık gelen kazançları temsil etmektedir.

matrisinde de görüldüğü gibi, sağ üst kutu yani (Genişlemeci, Daraltıcı) strateji profili, Nash dengesinden daha iyi sonuç vermektedir. Politika yapıcıları arasındaki mahkumlar açmazı oyununda, tam bir koordinasyon durumunda politika yapıcılar bu politika karmasını tercih edecekleri varsayılır. Nash dengesi ise bir anlaşmanın sağlanamadığı durumda ortaya çıkan ikinci en iyi durumu temsil etmektedir. Yüksek faiz ve bütçe açığı durumu, sosyal refahı temsil eden iki önemli faktör olan çıktı ve enflasyon üzerinde olumsuz etki göstererek azaltacaktır. Böyle bir durumda problem, maliye ve para politikası arasındaki karşılıklı etkileşim için en uygun çözümün hangisi olduğudur.

Politika yapıcıları arasındaki etkileşimi Stackelberg yaklaşımı çerçevesinde ele aldığımızda, eğer bir politika yapıcısı lider gibi davranırsa, bu durumda çözüm liderin takipçisinin davranışını kendisi için optimal politikayı seçmesi ile gerçekleşecektir ve lider takipçinin davranışını hesap ederek optimal politikayı oluşturacaktır. Fakat her iki politika yapıcısı da lider olarak davranırsa çözüm genellikle savaş olarak isimlendirilir ve bu durum işbirliksiz bir oyunu temsil etmektedir. Bu açıdan bakıldığında politika yapıcıları arasında oluşturulacak işbirliği ve/veya lider ve takipçi şeklinde hareket stratejisi uygun bir çözüm olarak görülmektedir. Burada işbirliği ve lider kavramları birbiri ile çelişir görünse de, liderlik ile asıl kastedilen politika tepki ve uygulama süreleri ile karar verme süreçlerinin farklılığıdır. Bu durumda “ Hangi oyuncu ilk hamleyi yapan olmalıdır? ” sorusu önem kazanmaktadır.

Politika yapıcılarının farklı sonuçları doğuracak politika tercihleri, toplumun sosyal refahı açısından kazançlar/kayıplar yaratabilmektedir. Bu durumda politika yapıcılarının vereceği kararlar stratejik olarak ön plana çıkmaktadır. Böylece, para ve maliye politika yapıcılarının kararlarını oyun teorisi çerçevesinde modelleyerek, bu kararlarının hangi durumlarda sosyal refah kaybını minimize eden bir sonuç olduğunu gösterebilmek, bu çalışmanın temel konusu haline gelmiştir.

2.3 Para ve Maliye Politikaları Arasındaki Oyunun Tasarımı

Çalışmamızdaki oyunda iki bireysel oyuncu, para politikası yapıcısı (Merkez Bankası) ve maliye politikası yapıcısı(hükümet) bulunmaktadır. Bu oyuncuların hamlelerini(hareketlerini) faiz oranları (r) ve hükümet harcamaları (g) değişkenleri temsil edilmektedir. *Oyuncuların hamleleri ile ilgili temel varsayımlar aşağıdaki gibidir.*

- Oyuncular hamlelerini birbirinden bağımsız veya birlikte yapabilirler.
- Oyuncular, hamlelerini eş zamanlı veya farklı zamanlarda yapabilirler.
- Oyuncular, farklı zamanlarda hamle yapıyorlarsa birbirlerinin hamlelerini gözlemleyebilirler.

Para ve maliye politikaları arasındaki oyunda eğer oyuncular birbirinden bağımsız hareket ederlerse bu durumda işbirlikçi olmayan modelle, eğer hamleleri birbiri ile ilişkili ise bu durumda işbirlikçi modelle ilgileneceğiz demektir. Dolayısı ile oyun teorik olarak işbirlikçi ve işbirliksiz oyunlar başlığı altında politika yapıcılarının optimal politika kuralları türetilecektir. Ayrıca, bu oyunları şekilsel olarak iki başlık altında göstereceğiz. Bunlar normal-biçimli oyun(normal form) ve genişleyen biçimli oyun gösterimidir. Eğer modelde oyuncular hamlelerini eş zamanlı olarak yapıyorlarsa yani oyunculardan biri hamlesini yaparken diğerinin nasıl bir hamle yaptığını bilmiyorsa bu tür oyunlar normal-biçimli oyun olarak tanımlanır. Bu tür oyunlar statik oyunlardır ve matrisler kullanılarak gösterilir. Modelin Nash çözümünde kullanılan gösterim şekli normal-biçimli oyun gösterimidir.

Eğer para ve maliye politikaları arasındaki oyunda, oyuncular hamlelerini ardısal olarak yapıyorlarsa bu durum genişleyen biçimli oyun olarak gösterilir. Ardısal hamlelerin olduğu bu tür oyunlara dinamik oyunlar denir. Bu tür oyunlar ağaç biçiminde ifade edilirler. Ağaç oyunu, bir başlangıç noktası ile başlar dallar halinde genişleyerek ilerler. Bundan dolayı bu oyunlara genişleyen biçimli oyunlar denir. Oyuncuların hamle sıraları geldiğinde, karar vermeleri gereken noktalara varmışlardır. Bu tür bir oyun için hangi oyuncunun neyi ne zaman bildiği önemli bir konudur. Genişleyen biçimli oyunlar bu anlamda ikiye ayrılır. Birincisi tam bilgili oyunlar ikinci ise eksik bilgili oyunlardır. Tam bilgili oyunlarda hamle sırası geldiğinde oyuncular ağacın neresinde olduğunu bilirler ve bu oyunun tarihini tamamen biliyorsunuz demektir (Yılmaz, 2009). İktisadi açıdan bakıldığında eğer yanlızca iki oyuncu ve içlerinde herbirinin hamlesi bir kereye mahsus ise ilk hamleyi yapan oyuncuya Stackelberg lideri, son hamleyi yapana ise takipçi adı verilir. Oyun teorisinde kullanacağamız bu oyun konsepti altoyun mukemmel denge olarak bilinir. Sezgisel olarak böyle bir oyunda çözüm konsepti oyun ağacının başından sonuna doğru çözülecektir. Çalışmada oyunculardan biri (para veya maliye politikası yapıcıları) Stackelberg lider gibi hamle yapar diğeri ise bekledikten sonra buna tepki vermektedir.

Böylece buradaki Stackelberg lider-takipçi oyunu tam bilgiye dayanan, genişleyen biçimli bir oyun olarak tanımlanır. Para politika yapıcısının faiz kararını, maliye politika yapıcısının ise hükümet harcamalarını birbirlerinden bağımsız veya farklı zamanda belirlediği varsayılmaktadır. Dolayısı ile bu oyun işbirliksiz bir oyun olarak değerlendirilmektedir. Ayrıca para politika yapıcısı hamlesini yaptığında(faiz kararını belirlediğinde) maliye politika yapıcısının, para politika yapıcısının faiz kararını gözlemlediği varsayılmaktadır. Aynı şekilde maliye politika yapıcısı hamlesini yaptığında(harcama kararını belirlediğinde) para politika yapıcısının, maliye politika yapıcısının harcama kararını gözlemlediği varsayılmaktadır.

Diğer gösterimlerin yanı sıra, işbirlikçi durum, pazarlık sorunu veya sosyal refah maksimize etme problemi olarak görülebilir. Bu çalışmada Saulo vd, (2013)'teki gibi hem pazarlık problemi hem de sosyal refah sorununu sentezleyen bir tanımlama yapmaktadır. Aslında uygulanan işbirlikçi yöntem, sosyal refah kriterlerine uygulanmasına rağmen, pazarlık tanımına özel önem verilmiştir. Bunun nedeni temelde bu ölçütün gösterdiği basitliktir.

Bu çerçevede politika yapıcıları arasındaki etkileşim üç farklı senaryo ile aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Birinci Senaryo: Politika yapıcıları bu oyunda hamlelerini(politika araçlarını) bağımsız ve eş zamanlı olarak yapmaktadır. Dolayısıyla işbirlikçi olmayan bu oyun şekilsel olarak normal formdaki bir oyun ile gösterilmektedir. Bu senaryoda elde edilecek çözüm işbirlikçi olmayan Nash denge çözümü olacaktır.

İkinci Senaryo: Politika yapıcılarının hamlelerini yine bağımsız ancak ardısal olarak yapmaktadır. Bu senaryo ikiye ayrılmaktadır. İlk durumda, para politika yapıcısının Stackelberg lider gibi ilk hareket ettiği ve maliye politika yapıcısının bekleyerek buna olan tepkisini gösteren durum ele alınacaktır. Daha sonra ise, maliye politika yapıcısının Stackelberg lider gibi ilk hareket ettiği ve para politika yapıcısının bekleyerek buna olan tepkisini gösteren duruma bakılacaktır. Bu senaryoda elde edilecek çözümler Stackelberg çözümü olacaktır. Ancak bu çözümü elde ederken dikkat etmemiz gereken nokta, liderin hamle yaparken takipçinin optimal politikasını hesaba katmasıdır. Takipçinin optimal politikası olarak birinci senaryoda belirtildiği gibi işbirliksiz-Nash denge çözümü olacaktır.

Üçüncü Senaryo: Politika yapıcıları hamlelerini eş zamanlı olarak yaptıkları, ancak ortak bir amaç doğrultusunda birbirleriyle işbirliği yaptıkları durum ele alınmaktadır. Bu senaryoda elde edilecek çözüm ise işbirlikçi denge çözümü olacaktır.

Politika yapıcıları arasındaki oyununun tasarımına geçmeden önce normal-biçimli oyun, genişleyen biçimli oyun ve pazarlık problemi açıklanmaktadır. Bu kısımdaki modeller Gibbons (1992), Osborne ve Rubinstein(1994) ve Yılmaz (2009) çalışmaları kullanılarak tanımlanacaktır. Daha sonra da Nash, Stackelberg ve işbirlikli denge çözümleri altında her bir politika yapıcının politika kuralları türetilecektir.

2.3.1 İşbirlikli Olmayan Oyunlar

2.3.1.1 Normal-Biçimli Oyun

Normal biçimli bir oyun zaman kavramını dikkate almayan yani statik bir oyununun gösterim şeklidir. Bu tür gösterim temsili bir oyununun en basit gösterim şeklidir. Burada normal-biçimli bir oyun matematiksel notasyonlar yardımıyla gösterilecektir. Bu çerçevede normal biçimli bir oyun aşağıdaki unsurları içermektedir;

- Oyuncular kümesi:, $N = \{1, \ldots i \ldots n\}$ n sayıda oyuncunun olduğu bir oyuncular kümesidir. i burada herhangi bir oyuncuyu temsil etmektedir.
- Herhangi bir i oyuncusunun stratejiler(hamle) kümesi: $S_i = \{s_1, \ldots s_n\}$, burada s_i, i oyuncusunun herhangi bir stratejisini(hamlesi) temsil eder.[9]
- u_i herhangi bir i oyuncusunun $(s_1, \ldots s_n)$ stratejisine karşılık gelen fayda düzeyini temsil eden bir fonksiyondur;

  $$u_i = S_1 \times \cdots \times S_n \to R$$

  Burada R reel sayılar kümesini temsil etmektedir. Eğer s oyuncular tarafından uygulanan strateji kombinasyonu ise, $u_i(s)$ i oyuncusunun beklenen kazancını(expected payoff) temsil eder.

Bu unsurlar yardımı ile normal-biçimli oyunu aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz:

$$G = \{S_1, \ldots S_n; u_1, \ldots u_n\}$$

---

[9] i oyuncusu dışındaki oyuncuların strateji profillerini s_{-i} ile temsil edilir.

Eğer oyuncular kümesi N ve stratejiler kümesi S_i sonlu ise G normal biçimli oyunun da sonlu bir küme olacağı söylenebilir. Ayrıca normal-biçimli oyunlarda zaman kavramı dikkate alınmaz, statik oyunlar da kullanılır. Ancak, bu çalışmada normal biçimli oyun kavramı zamana dayalı değildir. Oyuncuların ilk ve son kez hamlelerini(stratejilerini) eş zamanlı olarak yaptığı durum çerçevesinde değerlendirilmektedir. Bir başka ifadeyle, bir oyuncunun hamlesini diğer oyuncunun ne yaptığını bilmeden yapması durumunun gösterimidir.

2.3.1.1.1 Normal Biçimli Oyunlarda Stratejiler: Pür ve Karma Strateji Ayrımı

Böyle bir oyunda stratejilerin tanımlanması önemlidir. Oyun teorisinde stratejiler temelde pür ve karma strateji olarak ikiye ayrılmaktadır. Pür strateji kesin olarak olan oynanan, anlaşılması daha basit ve gerçek hayatta sıkça karşılaştığımız bir strateji türüdür. Karma stratejiler ise oyuncuların seçtiği pür stratejilerden hangisini oynayacağını olasılık hale getirdiği stratejilerdir. Böyle bir stratejinin tam olarak ne için kullanıldığı ve nasıl yorumlanması gerektiği tartışmalıdır. Ancak genelde, *bir oyuncunun pür stratejisini olasılıklı hale getirmesi(rassallaştırma), rakip oyuncu tarafından zaten belirsizlik içeren kendi stratejisini daha da belirsiz hale getirmesi durumudur,* görüşü kabul edilmektedir. Bu çalışmada ise oyuncuların pür stratejiye sahip oldukları durum ele alınmaktadır. Böylece oyuncuların pür stratejileri şöyle tanımlanır;

Tanım 1: $G = \{S_1, \ldots S_n; u_1, \ldots u_n\}$ normal-biçimli bir oyunda i oyuncusunun pür stratejisi $s_i \in S_i$ olan herhangi bir stratejidir.

2.3.1.1.2 Normal Biçimli Oyunlarda Denge: Nash Dengesi

İktisat biliminde denge kavramı merkezi bir öneme sahiptir. Denge kavramının teorik olarak önemi, denge durumunda iktisadi birimlerin herhangi bir dışsal faktör olmadan davranışını değiştirme eğiliminde olmaması durumunu göstermesinden kaynaklanır. İktisadi birimlerin karar süreçlerinde tahminlerin temelini de işte bu "davranışta değişmeme eğilimi" oluşturmaktadır.

İktisadi birimlerin davranışlarındaki bu düzenlilik stratejik yapıların tahmini için de kullanılabilir. Bundan dolayı da genel olarak iktisadi birimlerin kendi faydalarını düşündüklerini yani "rasyonel oldukları" ve bu rasyonelliğin de herkes tarafından bilinen ortak bir bilgi olduğu düşünülmektedir. Stratejik yapılarda da görülen, rasyonel olarak sürdürülen davranış düzenliliğine iktisat bilimindeki gibi denge denmektedir. Stratejik yapılardaki en önemli denge kavramı John Nash tarafından geliştirilen Nash dengesidir(Jehle ve Reny 2011).

Nash dengesi, bir oyunda rasyonel oyuncuların rakip oyuncuların stratejilerini doğru tahmin ettiği ve bu tahminlere göre en iyi tepkiyi oynadıkları durumda ortaya çıkan strateji profilidir. Dolayısı ile Nash denge profili aynı zamanda, bir oyuncunun diğer oyuncuların stratejilerine bakarak en iyi strateji seçimini yaptığı ve oluşan dengede bu stratejiyi değiştirecek herhangi bir eğilimde olmadığı duruma denk gelen strateji profilidir.

Tanım 2: $G = \{S_1, \ldots S_n; u_1, \ldots u_n\}$ normal-biçimli bir oyunda, eğer her i oyuncusunun s_i^* stratejisi diğer $(n-1)$ oyuncunun $(s_1^*, ..., s_{i-1}^*, s_{i+1}^* ... s_n^*)$ stratejilerine en iyi tepkisi ise $s^* = (s_1^*, ..., s_n^*)$ strateji profili Nash dengesidir. Bu aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*), \forall_i \in N, \forall s_i \in S_i,$$

burada s_i^*, i oyuncusunun faydasını maksimize eden değerdir:

$$s_i^* = argmax_{s_i \in S_i} u_i(s_1^*, ..., s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, ..., s_n^*).$$

2.3.1.1.3 En İyi Tepki Fonksiyonu ve Nash Dengesi

Nash dengesini bulurken kesikli stratejiler yerine sürekli stratejiler ile karşılaşıtığımızda oyuncular fayda fonksiyonlarını maksimize edecek stratejilerini cebirsel yöntem kullanarak seçeçektir. Stratejilerin sürekli olduğu durumlarda Nash dengesini bulmak için oyuncuların en iyi tepki fonksiyonlarını bulmamız gerekmektedir.

Herhangi bir i oyuncusunun diğer oyuncuların s_{-i} stratejileri veri iken en iyi strateji kümesi $B_i(s_{-i})$ olsun. En iyi strateji kumesi şu şekilde tanımlanabilir:

$$B_i(s_{-i}) = \{ s_i \in S_i : u_i(s_i^{'}, s_{-i}) \geq u_i\left(s_i, s_{-i}\right), \forall s_i \in S_i ;$$

Buna göre $B_i(s_{-i})$ kümesinde bir i oyuncusunun herhangi bir $s_i^{'}$ stratejisi diğer oyuncuların s_{-i} stratejileri veri iken, en az diğer tüm stratejileri kadar iyi ise($u_i(s_i^{'}, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i})$) bu $s_i^{'}$ stratejisi i oyuncusunun diğer oyuncuların s_{-i} stratejilerine en iyi tepkisidir ve $B_i(s_{-i})$ ise en iyi tepki fonksiyonu olmaktadır.

Nash dengesi her oyuncunun diğer oyuncuların hamlelerine karşı en iyi tepkisidir. Eğer her oyuncunun stratejisi diğer oyuncuların stratejilerine en iyi tepki ise s_i^* strateji profili Nash dengesidir, yani:

$$s_i^* \in B_i\left(s_{-i}^*\right),\ \forall_i \in N$$

Normal biçimli bir oyunun Nash dengesini bulmanın basit bir yolu vardır. En iyi tepki fonksiyonları fayda fonksiyonlarının birinci derece koşullarından(First Order Condition, FOC) elde edilir. Yani her oyuncunun fayda fonksiyonunun kendi strateji değişkenine göre türevini alıp sıfıra eşitlenmesi ile bulunur:

$$\frac{\partial u_i\left(s_1, \ldots s_n\right)}{\partial s_i} = 0, i = 1, 2, \ldots n.$$

Her oyuncu yukarıdaki denklemin çözümünden kendi en iyi tepki fonksiyonunu diğer oyuncuların stratejileri cinsinden elde eder:

$$s_i^* = b_i\left(s_{-i}\right), i = 1, 2, \ldots n$$

Böylece oyuncu sayısı kadar tepki fonksiyonu ortaya çıkacaktır. Bu denklemler aynı anda çözüldüğünde oyunun Nash dengesi elde edilecektir.

2.3.1.1.4 Birinci Senaryo: İşbirlikçi Olmayan Nash Dengesi Uygulaması

Burada para politika yapıcısı M ile, maliye politika yapıcısı ise F simgeleri ile temsil edilmektedir. Politika yapıcıların stratejileri sırası ile para politika yapıcısının $\vec{r}$ faiz oranı vektörü ile, maliye politika yapıcısının ise $\vec{g}$ ise hükümet harcamaları vektörü ile gösterilmektedir. Son olarak, u_M ve u_F politika yapıcılarının faydalarını, L^M ve L^F her bir politika yapıcısının kayıp fonksiyonlarını ifade etmektedir.

Para ve maliye politikaları arasındaki oyun aslında her bir politika yapıcının kendi sosyal refah fonksiyonlarını maksimize etme veya kayıp fonksiyonlarını minimize etme davranışları üzerine kuruludur. Buradaki kayıp fonksiyonları her bir politika yapıcının(oyuncunun) enflasyon, potansiyel çıktı, optimal faiz ve bütçe açığı(mali açık) hedeflerinden uzaklaşmaları üzerine kuruludur.

Para politika yapıcısının amaç(kayıp) fonksiyonu;

$$L^M = \gamma_\pi \tilde{\pi}^2 + \gamma_y \tilde{y}^2 + \gamma_r \left(r - r^*\right)^2$$

Maliye politika yapıcısının amaç(kayıp) fonksiyonu;

$$L^F = \rho_\pi \tilde{\pi}^2 + \rho_y \tilde{y}^2 + \rho_g \tilde{g}^2$$

Yukarıdaki kayıp fonksiyonları her bir politika yapıcının makroekonomik dalgalanma ile mücadelesini tanımlamak için kullanılır.[10] Bu fonksiyonlar politika yapıcının enflasyon, büyüme, faiz ve bütçe(mali) açığındaki sapmaların(varyansların) bunlara verdikleri ağırlıklara göre cezalandırılması üzerine kuruludur.[11] Sosyal refah kriteri ise yukarıda bahsedilen para ve maliye politika yapıcıların kayıp fonksiyonlarına bağlı olan bir fonksiyon ile tanımlanır;

$$L^S = L^M + L^F$$

Sosyal kayıp fonksiyonu her bir politika yapıcının kayıp fonksiyonlarının toplamı olarak tanımlanmıştır. Temelde politika yapıcıların temel problemi, sosyal refahın maksimize edilmesi yani yukarıda tanımlanan sosyal kayıp fonksiyonunun minimize edilmesi üzerine kuruludur. Buradaki oyuncular, oyunda birbirinden bağımsız şekilde hamlelerini yaparlarsa(faiz kararı/harcama kararı) bu durumda oyuncular arasında işbirliği olmadığı anlaşılmaktadır. Eğer faiz/harcama kararları birbiri ile ilişkili ise bu durum işbirliği anlamına gelmektedir. Bu çerçevede her bir oyuncunun faydası şu şekilde tanımlanabilir;

$$u_M\left(\vec{r}, \vec{g}\right) = -L^M$$

---

[10] Parasal kayıp fonksiyonunda r^* ifadesi optimal ya da denge faiz oranını temsil etmektedir.
[11] Detaylı incelenmesi için Woodford (2003)'e bakılabilir.

$$u_F(\vec{r},\vec{g}) = -L^F$$

Para politikası yapıcının mevcut strateji profili $S_M = \{r_1, \ldots r_n\}$ ve maliye politikası yapıcının mevcut strateji profili $S_F = \{g_1, \ldots g_n\}$ olduğu normal-biçimli bir oyunda, Nash dengesi;

$$u_M(\vec{r}^*, \vec{g}^*) \geq u_M(\vec{r}, \vec{g}^*), \forall \vec{r} \in S_M$$

ve

$$u_M(\vec{r}^*, \vec{g}^*) \geq u_M(\vec{r}^*, g^*), \forall \vec{g} \in S_F$$

sağlayan $(\vec{r}^*, \vec{g}^*)$ pür strateji profilidir.

2.3.1.2 Genişleyen Biçimli Oyun

Normal biçimli oyunların, oyuncuların eş anlı hareket ettiği statik oyunlar için kullanılan bir gösterim olduğu üst bölümde belirtilmişti. Bu tür oyunlarda oyucuların hamlelerini aynı anda yaptıkları varsayılır. Oyunun sonucunda ise oluşan denge strateji profili ile her bir oyucunun elde ettiği fayda düzeyi belirlenir.

Genişleyen biçimli oyunlarda oyuncular arasındaki etkileşimin aynı anda gerçekleşmediği ve oyuncuların hamlelerinde bir ardısallık (sırayla gerçekleşme) durumunun söz konusu olduğu varsayılmaktadır. Böylece bir oyuncu hamle yaptığında diğer oyuncu(lar) bu oyuncunun hamlesi hakkında bilgi sahibi olmaktadır ve hamlesini bu gözlemden elde ettiği bilgi ile yapmaktadır. Örneğin iki oyunculu bir oyunda, 1. oyuncunun ilk hamle yapan oyuncu olduğunu ve L hamlesini seçtiğini düşünelim. Böylece 2. oyuncu hamle yaparken, 1. oyuncunun hamlesini gözlemleyecek ve R hamlesini buna göre yapacaktır. Bu tür oyunlarda oyunun başlangıcı doğa tarafından belirlenir. Bu yüzden ilk hareket eden oyuncu için çok sayıda başlangıç karar noktası olabilir. Bu tür oyunlar Genişleyen Biçimli Gösterim (Oyun Ağacı) ile analiz edilmektedir. Genel olarak bu tür oyunlar, yani hamlelerin ardısal olarak yapıldığı oyunlar, Dinamik Oyunlar ya da Genişleyen Biçimli Oyunlar diye nitelendirilmektedir.

Genişleyen biçimli oyunlarda hamleler ardısal olduğu için oyuncular hamle yaparken bazı bilgilere sahiptir. Ancak statik oyunlarda, oyuncular bilgilerini gözlemleyerek elde etme imkanına sahip değildirler. Genişleyen biçimli oyunlarda, statik oyunların aksine oyuncuların hamle yaparken(karar noktasında) sahip oldukları bilgi önemlidir.

2.3.1.2.1 Bilgi

Genişleyen biçimli oyunlarda oyuncuların neyi ne zaman bildikleri önemlidir. Bunu ifade edebilmek için bilgi kümesi kavramı kullanılır. Bilgi kümesi bir oyunda kimin ne hamle yaptığını bir bakıma oyunun tarihini de yansıtmaktadır. Bu tür oyunlarda oyunun bilgi yapısı şu şekilde sınıflanır:

Tablo 1: Bilgi Türüne Göre Oyunlar

Bilgi Türü	**Açıklama**	**Örnek**
Mükemmel Bilgili Oyunlar	*Hamle zamanı geldiğinde oyuncuların oyun ağacının neresinde olduğunu(oyunun tarihini) bildiği oyunlar*	Piyasaya Giriş Oyunu
Mükemmel Olmayan Bilgili Oyunlar	*Hamle zamanı geldiğinde oyuncuların oyun ağacının neresinde olduğu hakkında belirsiz oldukları oyunlar*	Tüm Statik Oyunlar
Kesin Bilgili Oyunlar	*Bir oyuncu hamle yaptıktan sonra doğa'nın hareket etmediği(şans faktörünün olmadığı) oyunlar*	Satranç
Kesin Olmayan Bilgili Oyunlar	*Bir oyuncu hamle yaptıktan sonra doğa'nın hareketlerinin olduğu oyunlar*	Tavla
Simetrik Bilgili Oyunlar	*Bir oyuncu hamle yaptığı noktada bilgi kümesinin diğer oyuncular ile aynı olduğu oyunlar*	Mahkumlar İkilemi
Asimetrik Bilgili Oyunlar	*Bir oyuncu hamle yaptığı noktada bilgi kümesinin diğer oyuncular ile farklı olduğu, bazı oyuncuların "özel bilgiye sahip olduğu" oyunlar*	Sinyalleme Oyunları

Tam Bilgili Oyunlar	*İlk olarak doğanın hamle yaptığı ve bu hamleyi tüm oyuncuların gözlemlediği oyunlar(2. tanım: oyun kurallarının tüm oyuncular tarafından bilindiği oyunlar)*	Cournot, Bertrand Stackelberg Duopol Oyunları
Eksik Bilgili Oyunlar	*İlk olarak doğanın hamle yaptığı ve bu hamlenin en az bir oyuncu tarafından gözlemlenemediği oyunlar*	Sinyalleme Oyunları

Bu çerçevede çalışmamızda kullanılacak tam bilgiye dayalı genişleyen biçimli bir oyunun formel tanımını yapmak için aşağıdaki unsurları gösterelim.

- Oyuncular kümesi: $N = \{0,1,\ldots i \ldots n\}$, n sayıda oyuncunun olduğu bir oyuncular kümesidir. i burada herhangi bir oyuncuyu temsil etmektedir. Burada 0 doğayı temsil etmektedir.
- Genişleyen biçimli bir oyun (X) sınırlı sayıda $x \in X$ karar noktası içerir.
- Herhangi bir karar noktasının önceliyicisi olmayan oyunun tüm sonuçlar (terminal noktaları) kümesi $z \in Z$ ile gösterilir. Her z , oyun ağacı boyunca patikayı yani oyunun sonucunu temsil eder.
- Oyuncu fonksiyonu $P : X \to N$ ile tanımlanır. $P(x)$ fonksiyonu, karar noktasında hangi oyuncunun hareket ettiğini belirtir.
- Oyuncuların x karar noktasındaki olası hamleler kümesi $A(x)$ ile gösterilir.
- Oyundaki karar noktalarındaki bilgi kümeleri ise $h \in H$ ile tanımlanır. $h(x)$, x karar noktasındaki oyunun bilgi kümesini(oyunun tarihini) gösterir. $P(h)$ h bilgi kümesinden sonra hamle yapacak oyucuyu gösterir. Son olarak $A(h)$ ise h bilgi kümesinde olası hareketler kümesini temsil eder.
- Sonuçların fayda karşılıkları $u_i : Z \to R$ ile temsil edilir. R reel sayılar kümesidir.

Böylece bu unsurların yardımı ile genişleyen biçimli bir oyunu şöyle tanımlayabiliriz:

$$\Gamma = \{N, X, P, A, H;\ (u_1, \ldots, u_n)\}$$

2.3.1.2.2 Genişleyen Biçimli Oyunlarda Stratejiler

Bu çalışmada oyuncuların pür stratejiye sahip oldukları durum ele alınacaktır. Bir diğer strateji kavramı olan karma stratejilerin ne olduğu önceki bölümde tanımlanmıştır. Genişleyen biçimli oyunlarda strateji kavramı statik oyunlardan farklı bir şekilde, herhangi bir i oyuncusunun stratejisi ona her bilgi kümesinde hangi hamleyi yapacağını söyleyen bir hareket planı şeklindedir. Dolayısıyla bu genişleyen biçimli oyunlarda strateji, hamle yapacak oyuncuya sıra geldiğinde elindeki bilgi durumuna bakarak nasıl bir hamle yapabileceğini gösteren bir plandır.

Tanım 3: Genişleyen biçimli bir $\Gamma = \{N, X, P, A, H; (u_1, ..., u_n)\}$ oyununda, h bilgi kümesindeki $i \in N$ oyuncusunun pür stratejisi($P(h) = i$), bu oyuncunun bilgi kümesinden hareketler kümesine tanımlanan $A(h)$ gibi bir fonksiyondur yani: $s_i : H \to A$ ve $\forall h \in H$.

Bir strateji profili, oyundaki her bir oyuncunun stratejilerinin bütününü gösterir. Bir strateji profilini dikkate aldığımızda oyun ağacı üzerinde eşsiz bir patika belirler. Dolayısı ile oyunun eşsiz bir sonuç tarihi(terminal tarihi) belirlenmiş olur.

2.3.1.2.3 Genişleyen Biçimli Oyunlarda Denge

Bu tür oyunlarda dengenin anlaşılması ve bunun Nash dengesi ile ilişkisine bakmak için geriye doğru çıkarsama teorisini açıklamak gereklidir.

2.3.1.2.3.1 Geriye Doğru Çıkarsama

Genişleyen biçimli oyunlar genellikle, oyuncuların hamle sırası geldiğinde daha önce yapılmış tüm hamleler hakkında tam bilgiye sahip oldukları yani karar noktalarının tekil olduğu($h(x) = \{x\}$) mükemmel bilgili oyunlar üzerine kuruludur. Basitçe, iki oyunculu, tam ve mükemmel bilgili bir oyunda;

1. 1.oyuncu A_1 olası hamleler kümesinden bir a_1 hamlesi seçer.
2. 2. oyuncuda a_1 hamlesini gözlemler, A_2 olası hamleler kümesinden bir a_2 hamlesini seçer(alt oyun).
3. Fayda fonksiyonları(kazançlar) $u_1(a_1, a_2)$ ve $u_2(a_1, a_2)$ şeklindedir.

Böyle bir oyun geriye doğru çıkarsama ile şu şekilde çözülebilir; 2. oyuncu oyunun ikinci bölümünde(alt oyunda) hamlesini yapar ve karşısında öncesinde 1. oyuncunun veri a_1 hamlesini dikkate aldığı şu problem vardır;

$$\max_{a_2 \in A_2} u_2\left(a_1, a_2\right)$$

A_1 olası hamleler kümesindeki her bir a_1 hamlesi için 2. oyuncunun optimizasyon problemi $b_2(a_1)$ ile ifade edilen tek bir çözümü olduğu varsayılsın. $b_2(a_1)$, 2. oyuncunun 1. oyuncuya reaksiyonu ya da en iyi tepkisi olarak ifade edilir.

Daha sonra 1. oyuncu 2. oyuncunun her bir a_1 hamlesine tepkisini öngörerek oyunun 1. bölümündeki şu problemi çözer;

$$\max_{a_1 \in A_1} u_1\left(a_1, b_2\left(a_1\right)\right)$$

2. oyuncunun optimizasyon problemi a_1^* ile ifade edilen tek bir çözümü olduğu varsayılsın. Bu durumda $(a_1^*, b_2(a_1^*))$ profili oyunun geriye doğru çıkarsama sonucu olacaktır. Geriye doğru çıkarsama metodu mükemmel bilgili oyunlarda sorunsuz uygulanabilmesine karşılık bu metot diğer tür oyunlar için hemen uygulanamaz. Bunun için bu yaklaşımın daha genel hali olan alt oyun mükemmel Nash dengesi kavramını açıklamak gerekmektedir.

2.3.1.2.3.2 Altoyun Mükemmel Nash Dengesi

Nash dengesi kavramı genişleyen biçimli oyunlardaki ardısal yapıyı ihmal etmektedir. Çünkü Nash dengesi oyun başlamadan bir kez yapılan hamle seçiminin optimal olmasını dikkate almaktadır. Genişleyen biçimli oyunda denge kavramı hamlelerin sadece oyun başlamadan değil oyunun her olası tarihinde optimal olmasını içermelidir. Genişleyen biçimli oyunda denge kavramına geçmeden öncelikle bu tür oyunun alt oyun kavramını anlamak gerekmektedir.

İlk olarak Selten(1965) tarafından geliştirilen genişleyen biçimli oyunda bir altoyun;

a) x gibi tek bir karar noktasından başlar ve bu oyunun ilk karar noktası değildir.

b) oyun ağacında n 'in bilgi kümesini takip eden terminal noktaları ve tüm kararları içerir,

c) herhangi bir bilgi kümesini kesmez.

Dolayısı ile altoyun, Γ gibi asıl bir oyunun(oyunun tümü) x gibi bir karar noktasından itibaren tanımlanan Γ_x gibi küçük bir oyundur. Yani Γ_x, x karar noktasını takip eden tüm noktaları içerir ve bilgi yapısını ve fayda düzelerini Γ asıl oyunundan devralır. Altoyun kavramı ile bulunan denge stratejilerine ise altoyun mükemmel denge stratejileri denir. Altoyunun bu genel tanımları ile beraber artık altoyun mükemmel nash dengesini tanımlayabilililiriz;

Tanım 4: (Selten 1965)**:** $\Gamma = \{N, X, P, A, H;\ (u_1,...,u_n)\}$ gibi genişleyen bir oyunda, s^* gibi bir pür strateji her altoyunda Nash dengesini oluşturuyorsa yani: $u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*)$ ise bu bir pür strateji altoyun mükemmel Nash dengesidir.

Altoyun mükemmel Nash dengesi, geriye doğru çıkarsama yaklaşımının genel bir halidir. Mükemmel bilgili her sınırlı genişleyen biçimli oyun için geriye doğru çıkarsama stratejileri kümesi pür alt oyun mükemmel Nash dengesi ile örtüşmektedir.[12]

Herhangi bir genişleyen oyunda oyunun tümünü bir altoyun olarak düşünürsek, bu oyunun pür strateji altoyunun mükemmel Nash dengesi, aynı zamanda bu oyunun pür strateji Nash dengesidir. Dolayısı ile altoyunun mükemmel Nash dengesi, Nash dengesi kavramının geliştirilmiş halidir. Dolayısı ile her altoyunun mükemmel Nash dengesi bir Nash dengesi iken, her Nash dengesi bir altoyunun mükemmel Nash dengesi değildir.

2.3.1.2.4 İkinci Senaryo: Para ve Maliye Politikası Oyunun Stackelberg Uygulaması

2.3.1.2.4.1 Para Politika Yapıcısının Liderliği Durumu

Öncelikle Nash uygulamasında olduğu gibi yine para politika yapıcısını M, maliye politika yapıcısını F ile gösterelim. Para politika yapıcısının stratejisini $\vec{r}$, maliye politika yapıcısının stratejisini $\vec{g}$ ile ifade edelim. Her bir politika yapıcısının

[12] Bu bir teoremdir. Teorimin ispatı için Yılmaz(2009)'a bakılabilir.

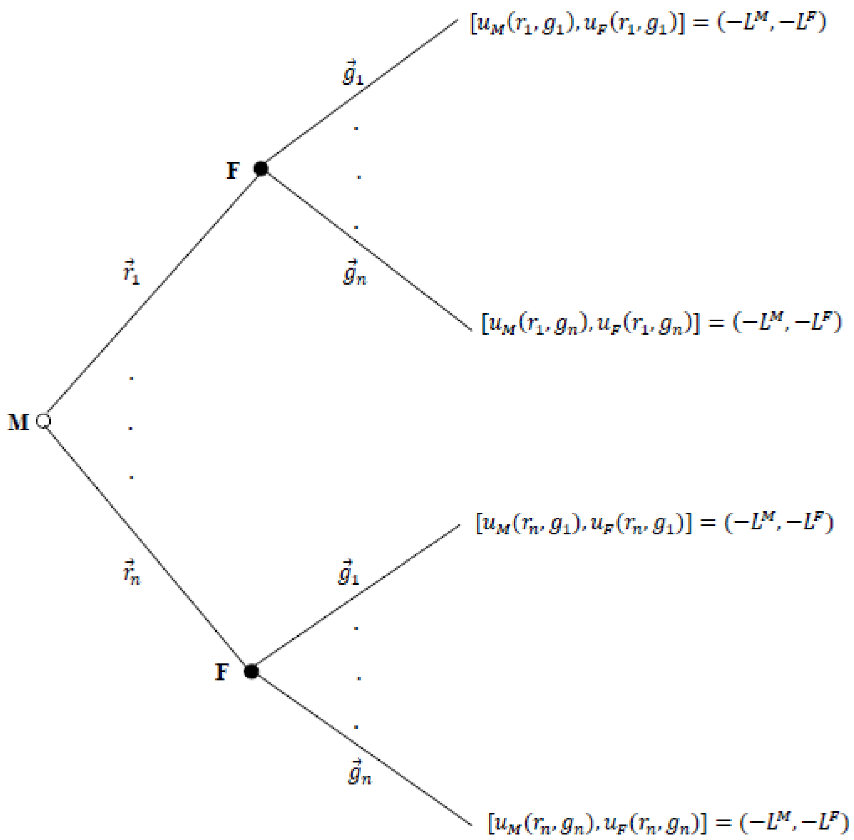
kayıp fonksiyonlarını L^M ve L^F göstermektedir. Bu çerçevede her bir oyuncunun faydası(u_M ve u_F) aynı şekilde tanımlansın;

$$u_M(\vec{r},\vec{g}) = -L^M$$

$$u_F(\vec{r},\vec{g}) = -L^F$$

Bu bilgiler ışığında, para politika yapıcısının ilk hareket ettiğini (Stackelberg Lider) düşünelim. Bu durumda para politika yapıcısı, takipçisi olan maliye politika yapıcısının optimal politikasını hesaba katarak en iyi tepkisini yapacaktır. Lider para politika yapıcısının en iyi tepkisi, takipçisi olan maliye politika yapıcısının en iyi tepkisine bağlı olacaktır. Maliye politika yapıcısının en iyi tepkisi ise optimal politikası olup Nash denge çözümüdür. İki oyunculu, tam ve mükemmel bilgili bu oyunu tasarlarsak;

Şekil 3: Para Politika Yapıcısının Stackelberg Lider Olduğu Oyun Ağacı



1. Para politika yapıcısı(M), A_M olası hamleler kümesinden bir $\vec{r}$ hamlesini seçer.
2. Maliye politika yapıcısı(F) bu $\vec{r}$ hamlesini gözlemler, A_F olası hamleler kümesinden bir $\vec{g}$ hamlesini seçer.
3. Fayda fonksiyonları(kazançlar) $u_M\left(\vec{r},\vec{g}\right)$ ve $u_F\left(\vec{r},\vec{g}\right)$ şeklindedir.

Bu oyun geriye doğru çıkarsama ile şu şekilde çözülebilir; Maliye politika yapıcısı ikinci bölümünde(alt oyunda) hamlesini yapar ve karşısında öncesinde para politika yapıcısının veri $\vec{r}$ hamlesini dikkate aldığı aşağıdaki problem vardır:

$$\max_{\vec{g}\in A_F} u_F\left(\vec{r},\vec{g}\right)$$

A_M olası hamleler kümesindeki her bir $\vec{r}$ hamlesi için maliye politika yapıcısının optimizasyon problemi $b_F\left(\vec{r}\right)$ ile yani maliye politika yapıcısının para politika yapıcısına reaksiyonu(en iyi tepkisi) ile çözülür. Sonraki aşamada, para politika yapıcısı maliye politika yapıcısının her bir $\vec{r}$ hamlesine tepkisini öngörerek oyunun 1. bölümündeki şu problemi çözer;

$$\max_{\vec{r}\in A_M} u_M\left(\vec{r},b_F\left(\vec{r}\right)\right)$$

Maliye politika yapıcısının optimizasyon problemi $\vec{r}^*$ ile ifade edilen tek bir çözümü olduğu ve bu durumda $(\vec{r}^*,b_F(\vec{r}^*))$ profili, oyunun geriye doğru çıkarsama sonucu dolayısı ile altoyun mükemmel Nash dengesi olacaktır.

2.3.1.2.4.2 Maliye Politika Yapıcısı Liderliği Durumu

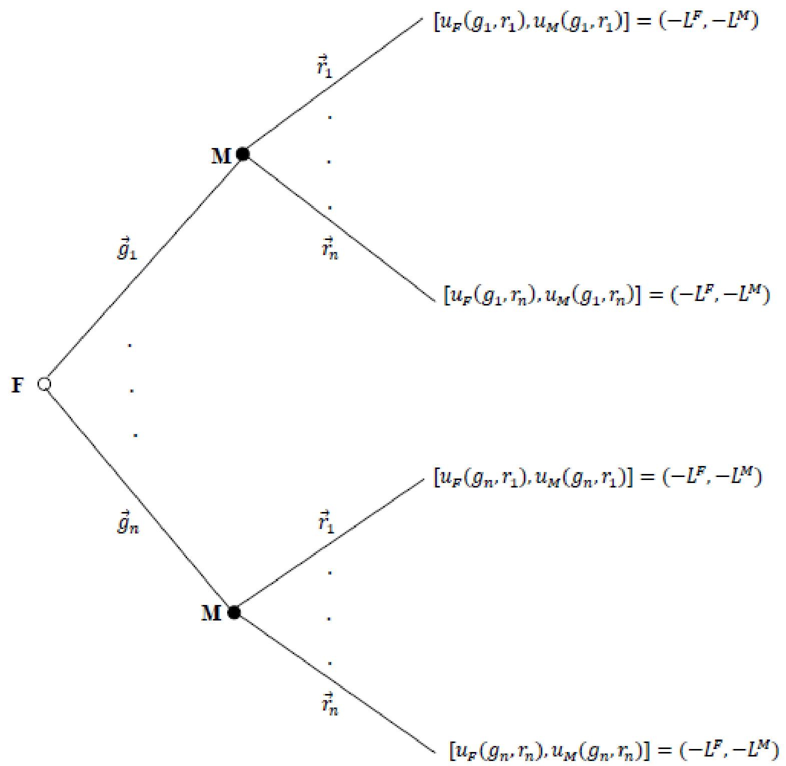
Önceki uygulamadaki temsili parametreler üzerinden hareketle her bir oyuncunun faydası diğerinden farklı şekilde aşağıdaki şekilde tanımlansın;

$$u_M\left(\vec{g},\vec{r}\right)=-L^M$$

$$u_F\left(\vec{g},\vec{r}\right)=-L^F$$

Maliye politika yapıcısının ilk hareket ettiği (Stackelberg Lider) durumda şimdi de maliye politika yapıcısı, takipçisi olan para politika yapıcısının optimal politikasını hesaba katarak en iyi tepkisini yapacaktır. Lider maliye politika yapıcısının en iyi tepkisi, takipçisi olan para politika yapıcısının en iyi tepkisine bağlı olacaktır. Maliye politika yapıcısının en iyi tepkisi ise yine Nash denge çözümüdür. İki oyunculu, tam ve mükemmel bilgili bu oyunu şimdi maliye politikasının lider olduğu durum için tasarlarsak;

Şekil 4: Maliye Politika Yapıcısının Stackelberg Lider Olduğu Oyun Ağacı



1. Maliye politika yapıcısı(F) A_F olası hamleler kümesinden bir $\vec{g}$ hamlesini seçer.
2. Para politika yapıcısı(M) bu $\vec{g}$ hamlesini gözlemler, A_M olası hamleler kümesinden bir $\vec{r}$ hamlesini seçer.
3. Fayda fonksiyonları(kazançlar) $u_M\left(\vec{g},\vec{r}\right)$ ve $u_F\left(\vec{g},\vec{r}\right)$ şeklindedir.

Geriye doğru çıkarsama ile, para politika yapıcısının karşısında öncesinde maliye politika yapıcısının veri $\vec{g}$ hamlesini dikkate aldığı şu problem vardır;

$$\max_{\vec{r}\in A_M} u_M\left(\vec{g},\vec{r}\right)$$

A_F olası hamleler kümesindeki her bir $\vec{g}$ hamlesi için para politika yapıcısının optimizasyon problemi en iyi tepki fonksiyonu olan $b_M(\vec{g})$ ile çözülür. Sonraki aşamada ise yine maliye politika yapıcısı para politika yapıcısının her bir $\vec{g}$ hamlesine tepkisini öngörerek oyunun 1. bölümündeki şu problemi çözer;

$$\max_{\vec{g} \in A_F} u_F\left(\vec{g}, b_M\left(\vec{g}\right)\right)$$

Para politika yapıcısının optimizasyon problemi $\vec{g}^*$ ile ifade edilen tek bir çözümü olduğu ve bu durumda $\left(\vec{g}^*, b_M\left(\vec{g}^*\right)\right)$ profili oyunun geriye doğru çıkarsama sonucu yani altoyun mükemmel Nash dengesi olacaktır.

2.3.2 İşbirlikli Oyunlar

Bölüm 2.4.1 ve 2.4.2'de işbirlikçi olmayan oyunlarla ilgili olarak incelenen modeller, oyuncuların birbirleriyle işbirliği yapmadığını varsaymaktadır. Bu bölümde normal biçimli oyun çerçevesinden iki oyunculu pazarlık problemi incelenmektedir.

2.3.2.1 Pazarlık Problemi

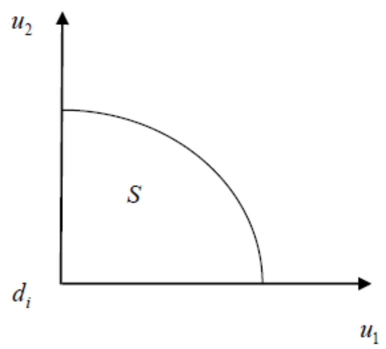
Pazarlık teorisi, sadece alıcı ve satıcının birbirlerine tekliflerde bulunduğu durumları açıklamak için kullanılan bir teori olmasının yanı sıra, aynı zamanda iktisadi oyuncuların paylaşım, kontrat ve/veya birlikte karar vermesi gereken durumları açıklayan bir teoridir. İki oyunculu pazarlık oyunları genelde işbirlikli ve işbirlikli olmayan şeklinde kendi içinde ikiye ayrılmaktadır. İşbirlikli pazarlık oyunları belirli aksiyomlara ve koşullara dayalıdır. Dolayısı ile aksiyomlara dayalı pazarlık modelleri diye de adlandırılırlar. Nash pazarlık çözümü işbirlikli pazarlık teorisi içerisinde yer alan önemli bir pazarlık çözümüdür. Bir diğeri ise Kalai-Smorodinsky pazarlık çözümüdür. Bu çalışmada Nash pazarlık çözümünü referans alarak politika yapıcıları arasında işbirlikli politika kuralları türetilecektir.

2.3.2.2 Nash Pazarlık Çözümü

Herhangi bir pazarlık durumunda pazarlığa dahil olanların üzerinde anlaşabilecekleri çok sayıda olası durum ve dolayısıyla alternatif sonuçlar kümesi (S) ve her i oyuncusunun bu küme üzerinde tanımlanan fayda fonksiyonu u_i olsun. İki oyuncu da bu kümenin unsurları üzerinde anlaşmak istemektedir. Anlaşmaya vardıktan sonra pazarlık sona erer ve iki oyuncunun fayda düzeyi belirlenir. Her iki oyuncunun pazarlığa girmesi, bu pazarlığın S kümesindeki sonuçlarının, iki oyuncunun anlaşamamaları durumundan daha fazla fayda vermesi anlamına gelmektedir. Eğer oyuncular anlaşamazlar ise mevcut durumları yani pazarlık öncesi durumları devam etmektedir. Mevcut durum veya anlaşmazlık durum faydaları d ile gösterilir.

Bu durumda iki oyuncu arasındaki pazarlık problemi (S, d_i) ikilisi ile tanımlanabilir;

Şekil 5: Oyuncuların Fayda Dağılım Kümesi



Burada S simetrik, kompakt ve konveks bir küme olduğu $S \in R^2$, $d_i = (d_1, d_2) \in R^2$ ve $S \cap \{(x_1, x_2) : x_1 \geq d_1, x_2 \geq d_2\}$ boş olmayan bir küme olduğu varsayılmaktadır. Oyuncular, stratejilerini rastlantısal yapmayı kabul ederlerse konvekslik sağlanır. Böylece, eğer u_1 ve u_2 vektörleri ve $0 \leq o \leq 1$ ise beklenen fayda $(o)u_1 + (1-o)u_2$ şeklinde olur. Bir pazarlık oyunu konveks ise bu oyunun tek bir çözümü olduğunu garanti altına alınır. Dolayısıyla şu tanım yapılabilir:

Tanım 5: İki oyunculu pazarlık oyununda olası sonuçlar kümesi S ve her i oyuncusunun bu küme üzerinden tanımlanan fayda fonksiyonu u_i olsun. Böylece;

a) her $s \in S$ için $u_1(s) \geq d_1$ ve $u_2(s) \geq d_2$

b) her $s \in S$ için en azından $u_1(s) \geq d_1$ ve $u_2(s) \geq d_2$

b) koşulu her iki oyuncuyu da anlaşmazlık durumundan daha iyi bir duruma getirmeyi garanti altına almayı amaçlar. O halde pazarlık problemi(oyunu) aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\mathrm{B} = \{S, (u_1, d_1), (u_2, d_2)\}$$

Burada S, u_1 ve a) ve b) koşulunu sağlamalıdır. Burada $s \in S$ her bir alternatif sonuç, $U = \{(u_1(s), u_2(s)) : s \in S\}$ fayda dağılım kümesi içerisinde $u_1(s)$ ve $u_2(s)$ fayda çiftlerine karşılık gelmektedir.[13] Her B pazarlık oyununun tüm karşılıklı anlaşma kümesi yani çözüm kümesi $s(\mathrm{B})$ olarak tanımlanır ve B pazarlık oyunundaki tüm tatmin edici karşılıklı anlaşmaların kümesidir. Pazarlık sürecinin bir anlaşmaya varabilmesi yani çözüme ulaşması için sonuçların her iki oyuncu için de yeterince iyi olması gerekir. Dolayısıyla bunun için bazı koşullar ya da aksiyomlar gerekmektedir. Bu aksiyomlar şu şekilde sıralanmaktadır:

Aksiyom 1: *Çözüm pareto etkindir*: a) $u_1(s) \geq u_1(s^*)$ ve $u_2(s) \geq u_2(s^*)$ ve b) En az bir i oyuncusu için $u_i(s) > u_i(s^*)$.

Aksiyom 2: *Çözüm simetriktir:* Eğer S kümesi simetrik ise oyunun çözümü konusunda elde edilen faydalar $(u_1^*, u_2^*) = (u_2^*, u_1^*)$ şeklindedir.

Aksiyom 3 : *Çözüm ilgisiz alternatif sonuçlardan bağımsızdır:* Eğer her $\mathrm{B} = \{S, (u_1, d_1), (u_2, d_2)\}$ pazarlık problemi, $s(\mathrm{B}) \subseteq T$ ve $(d_1, d_2) \in U_T$ durumunu sağlayan S 'in her altkümesi için $s(\mathrm{B}_T) = s(\mathrm{B})$ durumuna sahipse o halde çözüm ilgisiz alternatiflerden bağımsızdır.

Aksiyom 4: *Çözüm fayda fonksiyonlarının ölçeğindeki değişimlerden bağımsızdır:* $\mathrm{B} = \{S, (u_1, d_1), (u_2, d_2)\}$ pazarlık problemi ve $j_i = a_i + b_i u_i$ gibi herhangi bir doğrusal fayda fonksiyonu için eğer $\mathrm{B}^* = \{S, (j_1, a_1 + b_1 d_1), (j_2, a_2 + b_2 d_2)\}$ pazarlık oyunu $s(\mathrm{B}^*) = s(\mathrm{B})$ sağlıyorsa çözüm ilgisiz alternatiflerden bağımsızdır.

Yukarıda verilen bütün bu dört aksiyomu sağlayan bir çözüm kuralı tanımlanabilir. Bu çözüm kuralı pazarlık probleminin Nash çözümü ya da Nash pazarlık çözümü olarak adlandırılmaktadır. O halde;

---

[13] U fayda dağılım kümesi sınırlı ve kapalı yani kompakt bir küme ise U kümesi üzerinde tanımlanan sürekli fonksiyonların maksimum ve minimum değerler almasını garanti altına alır.

Teorem 1: *1, 2, 3 ve 4 no'lu aksiyomlarını sağlayan* $f_{\mathrm{B}} = S \to R$ *tek bir çözüm vardır ve bu iki oyunculu* (S, d_i) *pazarlık probleminin çözümü aşağıdaki gibidir:*

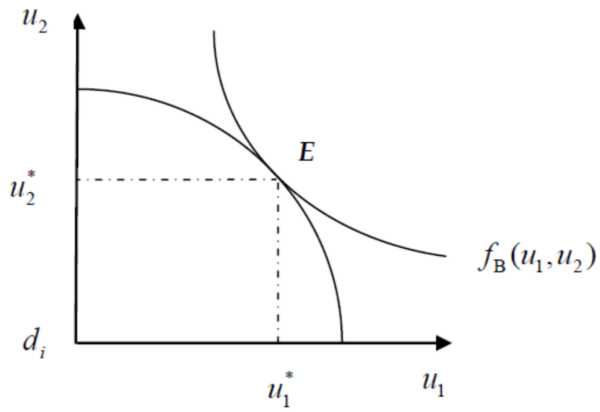
$$f_{\mathrm{B}} = [u_1(s) - d_1][u_2(s) - d_2]$$

Bu fonksiyonu maksimize eden değerlerin kümesi $\sigma(\mathrm{B})$ *ile gösterilirse;*

$$\sigma(\mathrm{B}) = \left\{ s \in S : f_{\mathrm{B}}(s) = \max_x f_{\mathrm{B}}(x) \right\}$$

B pazarlık oyunu için $\sigma(\mathrm{B})$ kümesine ait elemanları eğer varsa B pazarlık oyunun Nash dengeleri olarak tanımlanmaktadır.[14] Aşağıdaki şekilde Nash pazarlık çözümü gösterilmektedir.

Şekil 6: Nash Pazarlık Çözümü



Teorem 2: *Kompakt fayda dağılım kümeleri üzerinde tanımlanan pazarlık oyunlarındaki Nash kuralı,* $\sigma(.)$ *pareto etkin, ilgisiz alternatiflerden bağımsız ve doğrusal dönüşümlerden bağımsızdır.*

Pazarlık oyununun pareto etkinlik aksiyomuna değinecek olursak, eğer oyunun çözümü pareto etkinse diğer oyuncuların refah düzeyi aynı kalırken oyunculardan en az birinin faydasının kesin bir şekilde iyileştirmenin imkanının olmaması anlamına gelmektedir. Çözümün simetriklik aksiyomu ise oyuncuların aynı düzeyde anlaşmazlık faydaları alması durumunda herhangi bir anlaşma noktasında da eşit faydalar alması anlamına gelmektedir.[15] Çözümün ilgisiz alternatif sonuçlardan bağımsız olma

[14] U fayda dağılım kümesi kompakt bir küme ise $\sigma(\mathrm{B})$ bir boş küme değildir.

[15] Bir pazarlık oyunun çözümü simetrik olması için fayda dağılım kümesinin konveks ve simetrik olması gerekir. Yani, fayda dağılım kümesi içinde seçilen herhangi iki noktayı birleştiren doğru üzerindeki her nokta kümesi içerisinde kalıyorsa bu küme konvekstir. Eğer fayda dağılım kümesinde $(u_1, u_2) \in U$ durumu aynı zamanda $(u_2, u_1) \in U$ anlamına geliyorsa bu küme simetriktir denir.

aksiyomu ise herhangi bir kabul edilebilir çözüm kuralının oyuncuların daha az tercih ettikleri alternatiflerin atılması durumunda bile bu çözümün kabul edilebilir kalmaya devam etmesi anlamına gelmektedir. Son olarak, çözümün fayda fonksiyonlarının ölçeğindeki değişimlerden bağımsız olması aksiyomu ise bu çözüm kuralının faydayı ölçerken kullanılan birim ya da ölçekten etkilenmediğini garanti altına alması anlamına gelmektedir.

2.3.2.2.1 Üçüncü Senaryo: Para ve Maliye Politikası Arasındaki İşbirlikli Oyun Uygulaması

Sosyal refah kriteri ise yukarıda bahsedilen para ve maliye politika yapıcıların kayıp fonksiyonlarına bağlı olan $L^S = L^M + L^F$ şeklinde yani, her bir politika yapıcının kayıp fonksiyonlarının toplamı olarak tanımlanmıştır. İşbirlikli çözümünü analiz etmek için bu ölçüyü kullanmamız gerekmektedir. İşbirliği, her iki politika yapıcının da politika araç değişkenlerine pozitif bir ağırlık verdikleri bir dolaylı durum olarak gerçekleşmektedir. Bu mekanizma, diğer politika yapıcısı tarafından yapılan hamlelere doğrudan uyum sağlanmasını sağlar. Temel olarak, işbirliği problemi bir sosyal refahın en üst düzeye çıkarılması ya da sosyal kayıp fonksiyonu olan L^S 'yi en aza indirgemek üzerine kuruludur.

Para ve maliye politika yapıcılarının fayda fonksiyonunu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$u_M\left(\vec{g},\vec{r}\right) = -L^M$$

$$u_F\left(\vec{r},\vec{g}\right) = -L^F$$

Bu çerçevede, pareto etkin, simetrik, ilgisiz alternatiflerden bağımsız ve doğrusal dönüşümlerden bağımsız olma aksiyomlarını sağlayan tek bir çözüm var ise bu durumda para ve maliye politika yapıcıları arasında işbirlikçi bir çözümün var olduğu söylenebilir. Bu durumda para ve maliye politika yapıcıları arasında (S, d_i) pazarlık probleminin çözümü aşağıdaki gibidir:

$$f_{\mathrm{B}} = \left[u_M\left(\vec{g},\vec{r}\right) - d_1\right]\left[u_F\left(\vec{r},\vec{g}\right) - d_2\right]$$

Bu fonksiyonu maksimize eden değerlerin kümesi ise

$$\sigma(\mathrm{B}) = \left\{\vec{r},\vec{g} \in S : f_{\mathrm{B}}(\vec{r},\vec{g}) = \max_{\vec{r},\vec{g}} f_{\mathrm{B}}\left(u_M\left(\vec{g},\vec{r}\right), u_F\left(\vec{r},\vec{g}\right)\right)\right\}$$

şeklindedir. Bu pazarlık çözümüne rağmen, işbirliğini sosyal refah açısından yorumlayabiliriz. Böylece, politika amaç fonksiyonu, sosyal kayıp fonksiyonunu yani $L^S = L^M + L^F$ 'yi en aza indirgemek üzerine kurulacaktır.

2.4 Oyun Teorisi Yaklaşımı ile Optimal Faiz ve Harcama Kuralının Türetilmesi

Bu bölümde, para ve maliye politika yapıcıları arasındaki etkileşimin bir önceki bölümde belirtilen farklı yapıları için optimal tepki fonksiyonları türetilecektir. İlk olarak, para ve maliye politika yapıcıları eş zamanlı hareket ettiği normal biçimli oyun çerçevesinde işbirliksiz model dikkate alınacaktır. Buradan elde edilen politika kuralları Nash denge çözümleridir. İkinci olarak, politika yapıcıları arasında işbirliği olmadığı ancak hamlelerini ardısal olarak yaptığı senaryo ele alınacaktır. Bu senaryo kendi içerisinde ikiye ayrılmaktadır. İlkinde, para politika yapıcısının Stackelberg lider gibi ilk hareket ettiği ve maliye politika yapıcısının bekleyerek buna olan tepkisini gösteren durum ele alınırken, diğerinde ise, maliye politika yapıcısının Stackelberg lider gibi ilk hareket ettiği ve para politika yapıcısının bekleyerek buna olan tepkisini gösterdiği duruma bakılacaktır. Bu senaryoda elde edilecek çözümler Stackelberg çözümü olacaktır. Üçüncüsünde ise, politika yapıcıları arasındaki ilişkiyi işbirlikli olarak değerlendirerek işbirlikli denge çözümleri elde edilecektir.

Burada para ve maliye politika yapıcılarının amaçları ekonomin denge koşuluna denk gelen kayıp fonksiyonlarını minimize etmektir. Politika yapıcıları kendi optimal politika kurallarını taahhüt ederek optimizasyon problemini çözmektedirler. Optimizasyon problemlerinin çözümü için Gioanni ve Woodford (2001), Gioanni ve Woodford (2003) ve Saulo vd. (2013) çalışmalarındaki Lagrange tekniği yaklaşımı kullanılacaktır. Bu yaklaşım para politikası literatüründe oldukça yaygın kullanılmaktadır. Bu yaklaşım politika kurallarının arzulanan denge ile tutarlı, zaman tutarlı özellikleri ilişkisini sağladığı ve ekonominin istatistiksel özellikleri ne olursa olsun optimal olmayı sürdürdüğünden dolayı bu çalışmada kullanılmıştır.[16] Lagrange tekniği yaklaşımı ile politika yapıcılarının her bir senaryoya ait optimizasyon problemlerinin tarafımca yapılan çözümleri, Maple 11 paket programı ile de kontrol

[16] Gioanni ve Woodford (2003) bu yaklaşım sonucunda türetilen optimal politika kuralını, "Sağlam(Robustly) Optimal Politika Kuralı" olarak ifade etmektedir. Bu yaklaşım ile türetilen politika kuralları modelde dışsal olarak belirlenen şokların özelliklerine bağlı olmamaktadır. Dolayısı ile Gioanni ve Woodford türetilen optimal politika kurallarının eksik tanımlama(misspecification) konusunda "sağlam" olduğunu belirtmektedir.

edilmiştir. Politika kurallarının nasıl türetildiğine geçmeden makroekonomik modelimizdeki oyuncuların yani para ve maliye politika yapıcılarının amaç ve kısıt denklemleri bu kısımda tekrardan gösterilmektedir.

Para ve maliye politikaları arasındaki oyun aslında her bir politika yapıcının kendi sosyal refah fonksiyonları maksimize etme veya kayıp fonksiyonlarını minimize etme davranışları üzerine kurulu olduğu daha önceki bölümde ele alınmıştı. Bu kayıp fonksiyonlarına zaman kavramını eklersek[17];

Para politika yapıcısının amaç(kayıp) fonksiyonu:

$$L_t^M = \gamma_\pi \pi_t^2 + \gamma_y \tilde{y}_t^2 + \gamma_r \left(r_t - r^*\right)^2 \tag{2.1}$$

Maliye politika yapıcısının amaç(kayıp) fonksiyonu:[18]

$$L_t^F = \rho_\pi \pi_t^2 + \rho_y \tilde{y}_t^2 + \rho_g \tilde{g}_t^2 \tag{2.2}$$

elde edilir. Bu fonksiyonlar her iki politika yapıcısının amaç fonksiyonlarını temsil etmektedir. Parasal ve mali kayıp fonksiyonlarında ekonominin denge koşuluna göre; sırasıyla pozitif ağırlıklı γ_π ve ρ_π parametreleri enflasyon hedefinden sapma, γ_y ve ρ_y parametreleri çıktı açığından sapma, γ_r parametresi optimal faiz oranından sapma ve son olarak ρ_g parametresi optimal hükümet harcamasından sapmadan oluşmaktadır.

Kısıt denklemleri için ise birinci bölümde dışa açık küçük ekonomi için tanıtılan toplam talep denklemi yani 1.34 numaralı denklem, toplam arz denklemi yani 1.33 numaralı denklem ve son olarak hükümet bütçesi denklemi yani 1.35 numaralı denklem kullanılmıştır.

Toplam Talep Bloku: IS Eğrisi Denklemi;

$$\tilde{y}_t = E_t\left\{\tilde{y}_{t+1}\right\} - \frac{1}{\sigma_a}\left(r_t - E_t\left\{\pi_{H,t+1}\right\} - r_t^N\right) - E_t\left\{\Delta\tilde{g}_{t+1}\right\}$$ [19]

---

[17] Enflasyonun doğal düzeyi $\pi_{H,t}^N$=0 kabul edildiği için temel denklemlerde $\tilde{\pi}_{H,t}^2$ ve $\tilde{\pi}_{H,t}$ yerine $\pi_{H,t}^2$ ve $\pi_{H,t}$ ifadesi kullanılmıştır.

[18] Esnek fiyat ekonomisinde hükümet harcamalarının ve vergilerin sıfır olduğunu varsayılmıştır, bu da esnek fiyat dengesi altında bir bütçe açığı veya fazlası olmadığı anlamına gelmektedir. Dolayısı ile g_{t+1}^N=0 dır. Bu durumda harcama düzeyi g_t=$\tilde{g}_t$ olarak kullanmakta bir sakınca görülmemektedir.

Toplam Arz Bloku: Phillips Eğrisi Denklemi:

$$\pi_{H,t} = \beta E_t\left\{\pi_{H,t+1}\right\} + \kappa\tilde{y}_t - \sigma_\alpha\tilde{g}_t + \varepsilon_t^\pi$$

Hükümet Bütçesi Denklemi:

$$\tilde{b}_{t+1} = (r_t - r_t^N) + \frac{1}{\beta}(\tilde{b}_t - \pi_{H,t} + \frac{\bar{C}}{\bar{B}}\tilde{g}_t + \frac{1-\bar{C}-\tau}{\bar{B}}\tilde{y}_t) + \varepsilon_t^b$$

şeklindedir. Bir sonraki bölümde ilk olarak para ve maliye politika yapıcılarının hamlelerini eş anlı olarak yaptığı işbirliksiz durum incelenmektedir.

2.4.1 Birinci Senaryo İçin Çözümler: İşbirliksiz Nash Denge Çözümleri

2.4.1.1 İşbirliksiz Nash Oyunu Çerçevesinde Optimal Faiz Kuralı

Para politika yapıcısı ekonomin denge koşuluna denk gelen 2.1 numaralı kayıp fonksiyonunu minimize etmeyi amaçlamaktadır.

$$L_t^M = \gamma_\pi\pi_t^2 + \gamma_y\tilde{y}_t^2 + \gamma_r\left(r_t - r^*\right)^2$$

Böylece para politika yapıcısı hamlelerin eş anlı yapıldığı durumda optimal politika kuralını yerine getirecektir. Kayıp fonksiyonundaki γ_π, γ_x ve γ_i parametreleri sırası ile cari enflasyonun enflasyon hedefinden sapmasının karesi, çıktı açığının karesi ve faiz oranının denge faiz oranından sapmasının karesi üzerindeki pozitif ağırlıklardır. Para politika yapıcısının problemi, ekonomideki kısıtları da dikkate alarak aşağıdaki problemi çözmektir.

$$\min E_0\left\{\frac{1}{2}\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left(L_t^M\right)\right\}$$ [20]

Sırasıyla 1.34 ve 1.33 numaralı denklemler kısıt denklemleridir:

---

[19] IS eğrisi denkleminin daha açık bir şekilde gösterimi şu şekildedir:

$$\tilde{y}_t = E_t\{\tilde{y}_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma_a}\left(r_t - E_t\{\pi_{H,t+1}\} - r_t^N\right) - E_t\{\tilde{g}_{t+1}\} + \tilde{g}_t$$

[20] Bu problemdeki 1/2 sabiti optimaliteyi etkilemeyen, ancak optimizayon probleminin çözümünü biraz basitleştiren yalnızca ölçeklendirme terimidir.

$$\tilde{y}_t = E_t\left\{\tilde{y}_{t+1}\right\} - \frac{1}{\sigma_a}\left(r_t - E_t\left\{\pi_{H,t+1}\right\} - r_t^N\right) - E_t\left\{\tilde{g}_{t+1}\right\} + \tilde{g}_t$$

$$\pi_{H,t} = \beta E_t\left\{\pi_{H,t+1}\right\} + \kappa\tilde{y}_t - \sigma_\alpha\tilde{g}_t + \varepsilon_t^\pi$$

Bu problemler; Woodford(2003)'teki gibi Lagrange denklemi halinde yazarak ve daha sonra bunların birinci sıra koşullarını çözerek optimal faiz oranı kuralını($\hat{r}_t^{NCN}$) elde ederiz(NCN:Non-Cooperative Nash). Bu problemin Lagrange yapısı şu şekildedir:

$$\mathrm{L} = E_0\left\{\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left(\begin{array}{c}\frac{1}{2}\gamma_\pi\pi_{H,t}^2 + \frac{1}{2}\gamma_y\tilde{y}_t^2 + \frac{1}{2}\gamma_r\left(r_t - r^*\right)^2 \\ +\Lambda_{1,t}\left(\tilde{y}_t - \tilde{y}_{t+1} + \frac{1}{\sigma_a}\left((r_t - r_t^N) - \pi_{H,t+1}\right) + \tilde{g}_{t+1} - \tilde{g}_t\right) \\ +\Lambda_{2,t}\left(\pi_{H,t} - \beta\pi_{H,t+1} - \kappa\tilde{y}_t + \sigma_\alpha\tilde{g}_t - \varepsilon_t^\pi\right)\end{array}\right)\right\}$$

Birinci derece koşulları yazmak için, bu denklemde $\left(r_t - r^*\right)$aracına ve durum değişkenlerine($\pi_{H,t}$ ve $\tilde{y}_t$) göre türev alınmalıdır. İlerlemeden önce kısıt içinde beklenti terimlerini nasıl ele alacağımızı düşünmeliyiz. Bu taahhüt altındaki bir politika olduğundan, beklenti operatörünün çıkarılması, politika yapıcıların gelecekte izlenecek eski bir kural seçme fikrini yakalamaktadır. Dolayısıyla, t+1'deki enflasyon, çıktı açığı ve hükümet harcaması beklenti operatörü kaldırılmıştır. Örneğin, politika yapıcının belirlediği enflasyon oranı, hem cari hem de beklenen enflasyona etki ediyorsa, o zaman, ikisini birden doğrudan optimize edebilir(Saulo ve vd., 2013). Diğer optimal kuralları türetmek için benzer bir süreç kullanılacaktır. Bu çerçevede birinci derece koşullar şunlardır:

$$\frac{dL}{d\pi_{H,t}} = \gamma_\pi\pi_{H,t} - \beta^{-1}\sigma_\alpha^{-1}\Lambda_{1,t-1} + \Lambda_{2,t} - \beta^{-1}\beta\Lambda_{2,t-1} = 0$$

$$\frac{dL}{d\tilde{y}_t} = \gamma_y\tilde{y}_t + \Lambda_{1,t} - \beta^{-1}\Lambda_{1,t-1} - \kappa\Lambda_{2,t} = 0$$

$$\frac{dL}{d\left(r_t - r^*\right)} = \gamma_r\left(r_t - r^*\right) + \sigma_\alpha^{-1}\Lambda_{1,t} = 0$$

Lagrange çarpanlarından hareketle $\Lambda_{1,t} = -\sigma_\alpha \gamma_r \left(r_t - r^*\right)$ ve $\Lambda_{1,t-1} = -\sigma_\alpha \gamma_r (r_{t-1} - r^*)$ bulunmuştur. Gerekli yerine koyma ve ayrıştırma işlemi sonucunda optimal nominal faiz kuralı şu şekilde elde edilmiştir[21];

$$r_t^{NCN} = \Theta_{r,1} r_{t-1} - \Theta_{r,2} r_{t-2} + \Theta_{\pi,0} \pi_{H,t} + \Theta_{y,0} \tilde{y}_t - \Theta_{y,1} \tilde{y}_{t-1} - \Theta_{r^*} r^* \qquad (2.3)$$

2.3 numaralı denklemde sırasıyla $\Theta_{r,1} = \dfrac{(\sigma_\alpha \kappa + \beta + 1)}{\beta}$, $\Theta_{r,2} = \dfrac{1}{\beta}$, $\Theta_{\pi,0} = \dfrac{\gamma_\pi \kappa}{\gamma_r \sigma_\alpha}$, $\Theta_{y,1} = \Theta_{y,0} = \dfrac{\gamma_y}{\gamma_r \sigma_\alpha}$ ve $\Theta_{r^*} = \dfrac{\sigma_\alpha \kappa}{\beta}$ şeklindedir.

2.3. numaralı denklem para politika yapıcısının takip etmeyi taahhüt ettiği kuraldır ve bu kural işbirliksiz Nash faiz kuralı olarak adlandırılabilir. İşbirliksiz Nash faiz kuralı enflasyona eşzamanlı, çıktı açığına ise eşzamanlı ve gecikmeli tepkiye sahiptir. Ayrıca, geçmiş faiz oranlarına bağlı olduğu için tarih bağımlılığını da kapsamaktadır. Öte yandan, İşbirliksiz Nash faiz kuralına göre faiz sapmalarına verilen ağırlıktaki bir artış(γ_r), politika değişkeni olan faiz oranının enflasyona ve çıktı açığı sapmalarına olan tepkisini azaltmaktadır. Zamanlararası ikame esnekliği yani σ, para politika yapıcısının tepki fonksiyonunda da önemli bir rol oynamaktadır. Örneğin, σ 'nın daha yüksek bir değeri, teknoloji yeniliğinin standart sapması olarak tanımlanan σ_α 'nın da yüksek değeri demektir. Dolayısı ile σ 'nın daha yüksek bir değeri politika değişkeni olan faiz oranının hem enflasyon hem de çıktı açığından sapmalara daha zayıf tepki vereceğini ifade etmektedir. Dahası σ 'nın daha yüksek bir değeri, politika değişkeni olan faiz oranının bir dönem gecikmesine olan tepkisini de artırmaktadır.

2.4.1.2 İşbirliksiz Nash Oyunu Çerçevesinde Optimal Harcama Kuralı

Maliye politika yapıcısı ekonomin denge koşuluna denk gelen 2.2 numaralı kayıp fonksiyonunu minimize etmeyi amaçlamaktadır:[22]

$$L_t^F = \rho_\pi \pi_t^2 + \rho_y \tilde{y}_t^2 + \rho_g \tilde{g}_t^2$$

[21] Ek Tablo 1'de işbirliksiz Nash oyunu çerçevesinde optimal faiz kuralının Maple 11 ile çözümü verilmektedir.

[22] Bu kayıp fonksiyonu Kirsanova vd. (2005) çalışması ile benzerdir.

Böylece maliye politika yapıcısı hamlelerin eş anlı yapıldığı durumda optimal politika kuralını yerine getirecektir. Kayıp fonksiyonudaki ρ_π , ρ_y ve ρ_g parametreleri sırası ile enflasyonun enflasyon hedefinden sapmasının karesi, çıktı açığının karesi ve hükümet harcamalarının dengeden sapmaların karesi üzerindeki pozitif ağırlıklardır. Maliye politika yapıcısının problemi, ekonomideki kısıtları da göz önünde olarak aşağıdaki problemi çözmektir.;

$$\min E_0 \left\{ \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(L_t^F \right) \right\}$$

Sırasıyla 1.34, 1.33 ve 1.35 numaralı denklemler kısıt denklemleridir:

$$\tilde{y}_t = E_t \left\{ \tilde{y}_{t+1} \right\} - \frac{1}{\sigma_a} \left(r_t - E_t \left\{ \pi_{H,t+1} \right\} - r_t^N \right) - E_t \left\{ \tilde{g}_{t+1} \right\} + \tilde{g}_t$$

$$\pi_{H,t} = \beta E_t \left\{ \pi_{H,t+1} \right\} + \kappa \tilde{y}_t - \sigma_\alpha \tilde{g}_t + \varepsilon_t^\pi$$

$$\tilde{b}_{t+1} = (r_t - r_t^N) + \frac{1}{\beta} (\tilde{b}_t - \pi_{H,t} + \frac{\bar{C}}{\bar{B}} \tilde{g}_t + \frac{1 - \bar{C} - \tau}{\bar{B}} \tilde{y}_t) + \varepsilon_t^b$$

Yine bu problemler Lagrange denklemi formunda yazılarak ve daha sonra bunların birinci sıra koşullarını çözerek optimal harcama kuralını $\tilde{g}_t^{NCN}$ elde ederiz. Bu problemin Lagrange yapısı şu şekildedir;

$$\mathrm{L} = E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\begin{array}{c} \frac{1}{2} \rho_\pi \tilde{\pi}_{H,t}^2 + \frac{1}{2} \rho_y \tilde{y}_t^2 + \frac{1}{2} \rho_g \tilde{g}^2 \\ + \Lambda_{1,t} \left(\tilde{y}_t - \tilde{y}_{t+1} + \frac{1}{\sigma_a} \left(r_t - \pi_{H,t+1} - r_t^N \right) + \tilde{g}_{t+1} - \tilde{g}_t \right) \\ + \Lambda_{2,t} \left(\pi_{H,t} - \beta \pi_{H,t+1} - \kappa \tilde{y}_t + \sigma_\alpha \tilde{g}_t - \varepsilon_t^\pi \right) \\ + \Lambda_{3,t} \left(\tilde{b}_{t+1} - (r_t - r_t^N) - \frac{1}{\beta} (\tilde{b}_t - \tilde{\pi}_{H,t} + \frac{\bar{C}}{\bar{B}} \tilde{g}_t + \frac{1 - \bar{C} - \tau}{\bar{B}} \tilde{y}_t) - \varepsilon_t^b \right) \end{array} \right) \right\}$$

Bu çerçevede birinci derece koşullar şunlardır:

$$\frac{dL}{d\pi_{H,t}} = \rho_\pi \pi_{H,t} - \beta^{-1} \sigma_\alpha^{-1} \Lambda_{1,t-1} + \Lambda_{2,t} - \beta^{-1} \beta \Lambda_{2,t-1} + \beta^{-1} \Lambda_{3,t} = 0$$

$$\frac{dL}{d\tilde{y}_t}=\rho_y\tilde{y}_t+\Lambda_{1,t}-\beta^{-1}\Lambda_{1,t-1}-\kappa\Lambda_{2,t}-\beta^{-1}\frac{1-\bar{C}-\tau}{\bar{B}}\Lambda_{3,t}=0$$

$$\frac{dL}{d\tilde{g}_t}=\rho_g\tilde{g}_t+\beta^{-1}\Lambda_{1,t-1}-\Lambda_{1,t}+\sigma_\alpha\Lambda_{2,t}-\beta^{-1}\frac{\bar{C}}{\bar{B}}\Lambda_{3,t}=0$$

$$\frac{dL}{d\tilde{b}_t}=\beta^{-1}\Lambda_{3,t-1}-\beta^{-1}\Lambda_{3,t}=0$$

Lagrange çarpanlarından hareketle ilk olarak son eşitlikteki $\Lambda_{3,t}=\Lambda_{3,t-1}$ elde edilir. Bu durumda $\Lambda_{3,t}$ parametresinin zaman boyutundan bağımsız sabit bir parametre olduğu düşünülerek $\Lambda_{3,t}=\Lambda_{3,t-1}=\alpha$ olarak belirlenmiştir. Bu α parametresinin türetilen politika kuralları üzerinde hiç bir etkisi olmayacaktır. Bu bilgi ışığında $\Lambda_{2,t}$ yanlız bırakılarak $\Lambda_{2,t}=-\dfrac{\rho_y\tilde{y}_t\bar{B}\rho_g\tilde{g}_t\bar{B}-\alpha+\alpha\tau}{\bar{B}\left(\sigma_\alpha+\kappa\right)}$ bulunmuştur. $\Lambda_{2,t-1}=-\dfrac{\rho_y\tilde{y}_{t-1}\bar{B}\rho_g\tilde{g}_{t-1}\bar{B}-\alpha+\alpha\tau}{\bar{B}\left(\sigma_\alpha+\kappa\right)}$ şeklinde tanımlanarak daha sonra ilk eşitlikteki $\Lambda_{1,t-1}$ bulunmuştur. Sonrasında, $\Lambda_{1,t-1}$ zamana göre uyarlanıp $\Lambda_{1,t}$ elde edilmiştir. Gerekli yerine koyma ve ayrıştırma işlemi sonucunda işbirliksiz optimal nominal harcama kuralı şu şekilde elde edilmiştir[23];

$$\begin{aligned}\tilde{g}_t^{NCN}&=-sabit+\Psi_{g,+1}E_t\left\{\tilde{g}_{t+1}\right\}+\Psi_{g,1}\tilde{g}_{t-1}+\Psi_{y,+1}E_t\left\{\tilde{y}_{t+1}\right\}-\Psi_{y,0}\tilde{y}_t+\Psi_{y,1}\tilde{y}_{t-1}\\&-\Psi_{\pi,+1}E_t\left\{\pi_{H,t+1}\right\}+\Psi_{\pi,0}\pi_{H},\end{aligned}\qquad(2.4)$$

2.4 numaralı denklemde sırasıyla, $\Psi_{g,+1}=\dfrac{\beta\sigma_\alpha}{D}$, $\Psi_{g,1}=\dfrac{\sigma_\alpha}{D}$, $\Psi_{y,+1}=\dfrac{\beta\sigma_\alpha\rho_y}{\rho_g D}$, $\Psi_{y,0}=\dfrac{\rho_y\sigma_\alpha(\beta+2)}{\rho_g D}$, $\Psi_{y,1}=\dfrac{\rho_y\sigma_\alpha}{\rho_g D}$, $\Psi_{\pi,+1}=\dfrac{\beta\sigma_\alpha\rho_\pi(\sigma_\alpha-\kappa)}{\rho_g D}$, $\Psi_{\pi,0}=\dfrac{\sigma_\alpha\rho_\pi(\sigma_\alpha-\kappa)}{\rho_g D}$ ve son olarak $sabit=\dfrac{\alpha(-\sigma_\alpha+\bar{C}\sigma_\alpha-\bar{C}\kappa+\tau\sigma_\alpha-\bar{B}\sigma_\alpha{}^2+\bar{B}\sigma_\alpha\kappa+\bar{B}\beta\sigma_\alpha{}^2-\bar{B}\beta\sigma_\alpha\kappa)}{\bar{B}\beta\rho_g D}$'dir.

Ayrıca burada basitlik amacı ile $D=\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa$ şeklinde tanımlanmıştır.

[23] Ek Tablo 2'de işbirliksiz Nash oyunu çerçevesinde optimal harcama kuralının Maple 11 ile çözümü verilmektedir.

2.4. numaralı denklem maliye politika yapıcısının takip etmeyi taahhüt ettiği kuraldır ve bu kural işbirliksiz Nash haracama kuralı olarak adlandırılabilir. İşbirliksiz Nash harcama kuralı beklenen ve cari enflasyona, beklenen, cari ve geçmiş çıktı açığına ve son olarak geçmiş ve beklenen hükümet harcamalarına bağlı bulunmuştur. Harcama kuralı geçmiş ve gelecek hükümet harcamalarına tepki verdiği için ileriye ve geriye dönük bağımlılığı kapsamaktadır. İşbirliksiz Nash harcama kuralına göre hükümet harcamalarına getirilen ağırlığın(ρ_g) artması, politika kuralı olan hükümet harcamalarının enflasyona ve çıktı açığı sapmalarına olan tepkisini azaltmaktadır.

2.4.2 İkinci Senaryo İçin Çözümler: Stackelberg Liderliği Denge Çözümleri

Oyun teorisinde kullanacağamız bu oyun konseptindeki denge kavramı altoyun mükemmel Nash dengesi olarak bilinir. Sezgisel olarak böyle bir oyunda çözüm konsepti oyun ağacının sonundan başa doğru geriye doğru çıkarsama yöntemi ile çözülecektir. Çalışmada oyunculardan biri Stackelberg lider gibi hamle yapar diğer oyuncu ise bu hamleyi gözlemledikten sonra hamlesini yapar.

Bu bölümde bakacağımız ilk durum, para politika yapıcısının Stackelberg lider gibi ilk hamle yaptığı, maliye politika yapıcısının takipçi olarak hamle yaptığı dengeyi bulmaktır. İkinci durumda, maliye politika yapıcısının Stackelberg lider gibi ilk hamlesini yaptığı, para politika yapıcısının ise takipçi olarak hamle yaptığı dengeyi bulmaktır. Bu analizi yaparken dikkat etmemiz gereken nokta, liderin hamle yaparken takipçinin optimal politikasını hesaba katmasıdır. Takipçinin optimal politikası ise belirtildiği gibi Nash denge çözümü olacaktır.

2.4.2.1 Para Politika Yapıcısı Liderliği

Merkez Bankası olarak temsil edilen para politika yapıcısı, cari dönemde aşağıda da verilen 2.1 numaralı kayıp fonksiyonunu minimize etmeye çalışmaktadır.

$$L_t^M = \gamma_\pi \pi_t^2 + \gamma_y \tilde{y}_t^2 + \gamma_r \left(r_t - r^*\right)^2$$

Para politika yapıcısının lider olduğu durumda takipçi maliye politika yapıcısıdır. Dolayısı ile takipçinin optimal politika kuralını türetmemiz gerekmektedir. Bu ise dinamik oyun sisteminde ya da oyun ağacındaki alt oyunda bulunan maliye politika yapıcısının en iyi tepkisine($\tilde{g}^{BR}$) tekabül etmektedir. Alt oyunda maliye politika yapıcısı ekonomin denge koşuluna denk gelen kayıp fonksiyonu olan 2.2 numaralı denklemi yani $L_t^F = \rho_\pi \pi_t^2 + \rho_y \tilde{y}_t^2 + \rho_g \tilde{g}_t^2$'yi minimize etmeyi amaçlamaktadır. Yani, alt oyunda maliye politika yapıcısı ekonomideki kısıtları da göz önüne olarak $\min E_0 \left\{ \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(L_t^F \right) \right\}$ problemini çözmekte ve dolayısı ile işbirliksiz optimal nominal harcama kuralı takipçi maliye politika yapıcısının alt oyundaki en iyi tepkisi olmaktadır.

$$b_F(\vec{r}) = \tilde{g}^{BR} = sabit + \Psi_{g,+1} E_t\{\tilde{g}_{t+1}\} + \Psi_{g,1}\tilde{g}_{t-1} + \Psi_{y,+1} E_t\{\tilde{y}_{t+1}\} - \Psi_{y,0}\tilde{y}_t + \Psi_{y,1}\tilde{y}_{t-1}$$
$$-\Psi_{\pi,+1} E_t\{\pi_{H,t+1}\} + \Psi_{\pi,0}\pi_{H,t+1}$$

Sonraki aşamada, para politika yapıcısının problemi, ekonomideki kısıtları göz önüne alarak ve maliye politika yapıcısının her bir $\vec{r}$ hamlesine en iyi tepkisini öngörerek oyunun 1. bölümündeki şu problemi çözmektir:[24]

$$\min E_0 \left\{ \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(L_t^M \right) \right\}$$

Bu model kısıtsız optimizasyon şeklinde aşağıdaki gibi O amaç fonksiyonu ile gösterilen bir problem haline getirilmiştir. Dolayısı ile bu O problemi çözülerek para politika yapıcısının lider olduğu durumda optimal faiz oranı kuralı(r_t^{ML}) elde edilmektedir:

$$O = E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{1}{2}\gamma_\pi \pi_{H,t}^2 + \frac{1}{2}\gamma_y \tilde{y}_t^2 + \frac{1}{2}\gamma_r \left(r_t - r^* \right)^2 \right) \right\}$$

Ana denklemler ve takipçinin(maliye politika yapıcısı) politika kuralı amaç fonksiyonun O'da yerine konarak aşağıdaki minimizasyon problemi elde edilir:

---

[24] Bu problemler Woodford(2003)'teki gibi Lagrange denklemi halinde yazılarak ve daha sonra bunların birinci sıra koşullarını çözerek optimal faiz oranı kuralını(r_t^{ML}) elde edilmeye çalışılmıştır. Ancak elde edilen denklem sisteminin analitik bir çözümü olmadığı için kısıtsız optimizasyon tekniğine başvurulmuştur. Bu teknikle türetilen optimal politika kuralını, "Sağlam(Robustly) Optimal Politika Kuralı" olarak ifade edilemez. Çünkü türetilen politika kuralları modelde dışsal olarak belirlenen şokların özelliklerine bağlı olmaktadır.

$$O = E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\begin{array}{l} \frac{1}{2}\gamma_\pi (\beta \pi_{H,t+1} + \kappa \tilde{y}_t + \sigma_\alpha \tilde{g}_t^{BR} + \varepsilon_t^\pi)^2 \\ + \frac{1}{2}\gamma_y (\tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma_a}\left(r_t - \pi_{H,t+1} - r_t^N\right) - \tilde{g}_{t+1} + \tilde{g}_t^{BR})^2 \\ + \frac{1}{2}\gamma_r \left(r_t - r^*\right)^2 \end{array} \right) \right\}$$

Daha sonra lider politika yapıcı olan para politikası hedef değişkenine göre birinci derece koşulu elde edilir:

$$\frac{dO}{d\left(r_t - r^*\right)} = -\gamma_y \sigma_\alpha^{-1} \left(\begin{array}{l} \tilde{y}_{t+1} - \tilde{g}_{t+1} + \left(\begin{array}{l} sabit + \Psi_{g,+1}\tilde{g}_{t+1} + \Psi_{g,1}\tilde{g}_{t-1} + \Psi_{y,+1}\tilde{y}_{t+1} \\ -\Psi_{y,0}\tilde{y}_t + \Psi_{y,1}\tilde{y}_{t-1} - \Psi_{\pi,+1}\pi_{H,t+1} + \Psi_{\pi,0}\pi_{H,t+1} \end{array} \right) \\ -\sigma_\alpha^{-1}\left(r_t - \pi_{H,t+1} - r_t^N\right) \end{array} \right) + \gamma_r \left(r_t - r^*\right) = 0$$

Bu durumda gerekli yerine koyma ve ayrıştırma işlemi sonucunda para politika yapıcısının lider olduğu durumda optimal faiz kuralı şu şekilde elde edilmiştir[25];

$$\begin{aligned} r_t^{ML} &= sabit - \Upsilon_{g,+1}E_t\left\{\tilde{g}_{t+1}\right\} + \Upsilon_{g,1}\tilde{g}_{t-1} + \Upsilon_{y,+1}E_t\left\{\tilde{y}_{t+1}\right\} - \Upsilon_{y,0}\tilde{y}_t + \Upsilon_{y,1}\tilde{y}_{t-1} \\ &+ \Upsilon_{\pi,+1}E_t\left\{\pi_{t+1}\right\} - \Upsilon_{\pi,0}\pi_t + r^* + \Upsilon_{r^N,0}r_t^N \end{aligned} \tag{2.5}$$

2.5 numaralı denklemde sırasıyla, $\Upsilon_{g,+1} = \frac{\gamma_y \sigma_\alpha (\kappa + \sigma_\alpha)}{V}$, $\Upsilon_{g,1} = \frac{\gamma_y \sigma_\alpha^{\ 2}}{V}$,

$\Upsilon_{y,+1} = \frac{\gamma_y \sigma_\alpha (\rho_g \kappa + \rho_g \beta \sigma_\alpha + \rho_g \sigma_\alpha + \beta \sigma_\alpha \rho_y)}{\rho_g V}$, $\Upsilon_{y,0} = \frac{\gamma_y \rho_y \sigma_\alpha^{\ 2} (\beta + 2)}{\rho_g V}$, $\Upsilon_{y,1} = \frac{\gamma_y \rho_y \sigma_\alpha^{\ 2}}{\rho_g V}$,

$\Upsilon_{\pi,+1} = \frac{\gamma_y (-\beta \sigma_\alpha^{\ 2} \rho_\pi \kappa - \rho_g \beta \sigma_\alpha - \rho_g \sigma_\alpha + \beta \sigma_\alpha^{\ 3} \rho_\pi - \rho_g \kappa)}{\rho_g V}$, $\Upsilon_{\pi,0} = \frac{\gamma_y \rho_\pi \sigma_\alpha^{\ 2} (\sigma_\alpha - \kappa)}{\rho_g V}$,

$z = \frac{\gamma_y \sigma_\alpha}{\gamma_y + \gamma_r \sigma_\alpha^{\ 2}}$, $\Upsilon_{r^N,0} = \frac{\gamma_y}{\gamma_r \sigma_\alpha^{\ 2} + \gamma_y}$ ve son olarak

$sabit = -\frac{\gamma_y \sigma_\alpha \alpha (\sigma_\alpha \tau - \sigma_\alpha - \bar{C}\kappa + \sigma_\alpha^{\ 2}\bar{B}\beta - \sigma_\alpha \bar{B}\beta\kappa - \sigma_\alpha^{\ 2}\bar{B} + \sigma_\alpha \bar{C} + \sigma_\alpha \bar{B}\kappa)}{\rho_g \bar{B}\beta V}$ şeklindedir.

Burada basitleştirmek için kullanılan $V = \gamma_y \beta \sigma_\alpha + \gamma_y \sigma_\alpha + \gamma_y \kappa + \gamma_r \beta \sigma_\alpha^{\ 3} + \gamma_r \sigma_\alpha^{\ 3} + \gamma_r \sigma_\alpha^{\ 2} \kappa$ olmaktadır.

---

[25] Ek Tablo 3'te Stackelberg para politika yapıcısının lider olduğu durumda optimal faiz kuralının Maple 11 ile çözümü verilmektedir.

2.5 numaralı denklem para politika yapıcısının lider olduğu durumda takip etmeyi taahhüt ettiği faiz kuralıdır ve bu kural beklenen ve cari enflasyona, beklenen, cari ve geçmiş çıktı açığına, geçmiş ve beklenen hükümet harcamalarına ve son olarak denge ve doğal faiz oranına bağlı bulunmuştur. İşbirliksiz Nash oyunda elde edilen faiz kuralından farklı olarak bu politika kuralında, diğer politika aracı olan hükümet harcamalarına ve doğal faiz oranına da tepkiler vardır.

Para politika yapıcısının lider olduğu durumda türetilen politika kuralını incelersek, faiz sapmalarına(γ_r) ve hükümet harcamalarına getirilen ağırlığın(ρ_g) birbirinden bağımsız şekilde ayrı ayrı artması, politika değişkeni olan faiz oranının mevcut ve geçmiş enflasyon ve çıktı açığı sapmalarına olan tepkisini azaltmaktadır. Ancak, politika değişkeni olan faiz oranının enflasyona ve çıktı açığı sapmalarına olan tepkisi hükümet harcamalarına getirilen ağırlığın artması sonucunda, faiz sapmalarına getirilen ağırlığın artmasına göre daha fazla azaltmaktadır. Dahası, faiz sapmalarına ve hükümet harcamalarına getirilen ağırlığın aynı anda artması, politika değişkeni olan faiz oranının mevcut ve geçmiş enflasyon ve çıktı açığı sapmalarına olan tepkisi diğer durumlara göre daha fazla azaltmaktadır.

Buna ek olarak, faiz sapmalarına getirilen ağırlığın artması politika değişkeni olan faiz oranının beklenen enflasyon ve çıktı açığı sapmalarına olan tepkisini azaltmakta ancak hükümet harcamalarına getirilen ağırlığın artmasının faiz oranının beklenen enflasyon ve çıktı açığı sapmalarına olan tepkisini değiştirmemektedir. Ayrıca, faiz sapmalarına getirilen ağırlığın artması politika değişkeni olan faiz oranının doğal olan tepkisini azaltırken hükümet harcamalarına getirilen ağırlığın artması faiz oranının talep şoklarına olan tepkisini değiştirmemektedir.

Bunların dışında her iki politika değişkeninin etkileşimine bakıldığında faiz sapmalarına getirilen ağırlığın artması politika değişkeni olan faiz oranının hükümet haracamalarına olan tepkisini de azalmaktadır. Ancak, hükümet harcamalarına getirilen ağırlığın artması faiz oranının hükümet haracamalarına olan tepkisini değiştirmemektedir.

2.4.2.2 Maliye Politika Yapıcısı Liderliği

Hükümet olarak temsil edilen maliye politika yapıcısı 2.2 numaralı kayıp fonksiyonunu minimize etmeye çalışır.

$$L_t^F = \rho_\pi \pi_t^2 + \rho_y \tilde{y}_t^2 + \rho_g \tilde{g}_t^2$$

Bu sefer maliye politika yapıcısının lider takipçi ise para politika yapıcısıdır. Dolayısı ile yine takipçinin optimal politika kuralını türetmemiz gerekmektedir. Alt oyunda bulunan para politika yapıcısının en iyi tepkisine(r_t^{BR}) tekabül etmektedir. Alt oyunda para politika yapıcısı ekonomin denge koşuluna denk gelen parasal kayıp fonksiyonu olan 2.1 numaralı $L_t^M = \gamma_\pi \pi_t^2 + \gamma_y \tilde{y}_t^2 + \gamma_r \left(r_t - r^*\right)^2$'yi minimize etmeyi amaçlamaktadır. Yani, alt oyunda para politika yapıcısı ekonomideki kısıtları da göz önüne olarak $\min E_0 \left\{ \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(L_t^M \right) \right\}$ problemini çözmekte ve dolayısı ile işbirliksiz optimal faiz kuralı takipçi para politika yapıcısının alt oyundaki en iyi tepkisi olmaktadır.

$$b_M\left(\vec{g}\right) = r_t^{BR} = \Theta_{r,1} r_{t-1} - \Theta_{r,2} r_{t-2} + \Theta_{\pi,0} \pi_{H,t} + \Theta_{y,0} \tilde{y}_t - \Theta_{y,1} \tilde{y}_{t-1} + \Theta_{r^*} r^*$$

Sonraki aşamada, maliye politika yapıcısının problemi ekonomideki kısıtları göz önüne alarak ve para politika yapıcısının her bir $\vec{g}$ hamlesine en iyi tepkisini öngörerek oyunun 1. bölümündeki şu problemi çözmektir:[26]

$$\min E_0 \left\{ \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(L_t^F \right) \right\}$$

Bu model yine kısıtsız optimizasyon şeklinde aşağıdaki gibi O amaç fonksiyonu ile gösterilen bir problem haline getirilmiştir ve bu O problemi çözülerek

---

[26] Bu problemler Woodford(2003)'teki gibi Lagrange denklemi halinde yazılarak ve daha sonra bunların birinci sıra koşullarını çözerek optimal harcama kuralını($\tilde{g}_t^{FL}$) elde edilmeye çalışılmıştır. Ancak yine elde edilen denklem sisteminin analitik bir çözümü olmadığı için kısıtsız optimizasyon tekniğine başvurulmuştur. Bir önceki dipnotta da belirdildiği gibi bu teknikle türetilen optimal politika kuralı modelde dışsal olarak belirlenen şokların özelliklerine bağlı olması sebebiyle "Sağlam(Robustly) Optimal Politika Kuralı" olarak ifade edemeyiz.

maliye politika yapıcısının lider olduğu durumda optimal harcama kuralı($\tilde{g}^{ML}$) elde edilmektedir:

$$O = E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{1}{2}\gamma_\pi \pi_{H,t}^2 + \frac{1}{2}\gamma_y \tilde{y}_t^2 + \frac{1}{2}\gamma_r \tilde{g}^2 \right) \right\}$$

Ana denklemler ve takipçinin(para politika yapıcısı) politika kuralı amaç fonksiyonu O'da yerine konarak aşağıdaki minimizasyon problemi elde edilir:

$$O = E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\begin{array}{l} \frac{1}{2}\rho_\pi (\beta \pi_{H,t+1} + \kappa \tilde{y}_t + \sigma_\alpha \tilde{g}_t + \varepsilon_t^\pi)^2 \\ + \frac{1}{2}\rho_y (\tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma_a}\left(r_t^{BR} - \pi_{H,t+1} - r_t^N\right) - \tilde{g}_{t+1} + \tilde{g}_t)^2 \\ + \frac{1}{2}\rho_g \tilde{g}_t^{\,2} \end{array} \right) \right\}$$

Daha sonra lider politika yapıcı olan maliye polikası hedef değişkenine göre birinci sıra koşul elde edilir:

$$\begin{array}{l} \frac{dO}{d\tilde{g}_t} = -\sigma_\alpha \rho_\pi \left(\beta \pi_{H,t+1} + \kappa \tilde{y}_t + \sigma_\alpha \tilde{g}_t + \varepsilon_t^\pi \right) \\ +\rho_y \beta^{-1} \left(\tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma_a} \left(\left(\begin{array}{l} \Theta_{r,1} r_{t-1} - \Theta_{r,2} r_{t-2} \\ +\Theta_{\pi,0}\pi_{H,t} + \Theta_{y,0}\tilde{y}_t - \Theta_{y,1}\tilde{y}_{t-1} + r_t^N - \Theta_0 r_t^N \end{array} \right) - \pi_{H,t+1} \right) - \tilde{g}_{t+1} + \tilde{g}_t \right) \\ +\rho_g \tilde{g}_t = 0 \end{array}$$

Bu durumda gerekli yerine koyma ve ayrıştırma işlemi sonucunda maliye politika yapıcısının lider olduğu durumda optimal faiz kuralı şu şekilde elde edilmiştir[27];

$$\begin{array}{l} \tilde{g}_t^{FL} = \Xi_{g,+1} E_t\left\{\tilde{g}_{t+1}\right\} - \Xi_{r^*} r^* - \Xi_{r^N,0} r_t^N + \Xi_{r,1} r_{t-1} - \Xi_{r,2} r_{t-2} - \Xi_{\pi,+1} E_t\left\{\pi_{H,t+1}\right\} + \Xi_{\pi,0}\pi_{H,t} \\ -\Xi_{y,+1} E_t\left\{\tilde{y}_{t+1}\right\} + \Xi_{y,0}\tilde{y}_t - \Xi_{y,1}\tilde{y}_{t-1} + w\varepsilon_t^\pi \end{array} \qquad (2.6)$$

[27] Ek Tablo 4'te Stackelberg maliye politika yapıcısının lider olduğu durumda optimal harcama kuralının Maple 11 ile çözümü verilmektedir

2.6 numaralı denklemde sırasıyla, $\Xi_{g,+1}=\frac{\rho_y}{J}$, $\Xi_{r^*}=\frac{\rho_y\kappa}{\beta J}$, $\Xi_{r^N}=\frac{\rho_y}{\sigma_\alpha J}$, $\Xi_{r,1}=\frac{\rho_y(\sigma_\alpha\kappa+\beta+1)}{\sigma_\alpha\beta J}$, $\Xi_{r,2}=\frac{\rho_y}{\sigma_\alpha\beta J}$, $\Xi_{\pi,+1}=\frac{(-\rho_\pi\sigma_\alpha{}^2\beta+\rho_y)}{\sigma_\alpha J}$, $\Xi_{\pi,0}=\frac{\rho_y\gamma_\pi\kappa}{\sigma_\alpha{}^2\gamma_r J}$, $\Xi_{y,+1}=\frac{\rho_y}{J}$, $\Xi_{y,0}=\frac{(\rho_y\gamma_y+\rho_\pi\sigma_\alpha{}^3\gamma_r\kappa)}{\sigma_\alpha{}^2\gamma_r J}$, $\Xi_{y,1}=\frac{\rho_y\gamma_y}{\sigma_\alpha{}^2\gamma_r J}$ ve son olarak $w=\frac{\rho_\pi\sigma_\alpha}{J}$ şeklindedir. Burada basitlik amacıyla sonradan tanımlanan $J=\rho_g+\rho_y+\rho_\pi\sigma_\alpha{}^2$ şeklindedir.

2.6 numaralı denklem maliye politika yapıcısının lider olduğu durumda takip etmeyi taahhüt ettiği harcama kuralıdır ve bu kural beklenen ve cari enflasyona, beklenen, cari ve geçmiş çıktı açığına, beklenen hükümet harcamalarına, arz şoklarına denge, doğal ve geçmiş faiz oranlarına bağlı bulunmuştur. İşbirliksiz Nash oyunda elde edilen harcama kuralından farklı olarak bu politika kuralında, faiz oranlarına da tepkiler vardır. Ayırca arz şoklarına tepki verildiği tüm senaryolar içindeki tek kuraldır.

Maliye politika yapıcısının lider olduğu durumda türetilen politika kuralını incelersek, faiz sapmalarına(γ_r) ve hükümet harcamalarına getirilen ağırlığın(ρ_g) birbirinden bağımsız şekilde ayrı ayrı artması, politika değişkeni olan hükümet harcamalarının mevcut ve geçmiş enflasyon ve çıktı açığı sapmalarına olan tepkisini azaltmaktadır. Ancak, bu senaryoda politika değişkeni olan hükümet harcamalarının enflasyona ve çıktı açığı sapmalarına olan tepkisi, faiz sapmalarına(γ_r) getirilen ağırlığın artması sonucunda hükümet harcamalarına getirilen ağırlığın(ρ_g) artması sonucuna göre daha fazla azaltmaktadır. Dahası, faiz sapmalarına(γ_r) ve hükümet harcamalarına getirilen ağırlığın(ρ_g) aynı anda artması, politika değişkeni olan hükümet harcamalarının mevcut ve geçmiş enflasyon ve çıktı açığı sapmalarına olan tepkisi diğer durumlara göre daha fazla azaltmaktadır. Ayrıca, bu senaryoda faiz sapmalarına getirilen ağırlığın artması politika değişkeni olan hükümet harcamalarının arz şoklarına olan tepkisini değiştirmez iken hükümet harcamalarına getirilen ağırlığın artmasının hükümet harcamalarının arz şoklarına olan tepkisini azaltmaktadır.

Buna ek olarak, hükümet harcamalarına getirilen ağırlığın(ρ_g) artmasının politika değişkeni olan hükümet haracamalarının beklenen enflasyon ve çıktı açığı sapmalarına olan tepkisini azaltmakta ancak faiz sapmalarına(γ_r) getirilen ağırlığın artması hükümet harcamalarının beklenen enflasyon ve çıktı açığı sapmalarına olan tepkisini değiştirmemektedir.

Her iki politika değişkenin etkileşimine bakıldığında faiz sapmalarına(γ_r) getirilen ağırlığın artması politika değişkeni olan hükümet haracamalarının faiz oranına olan tepkisini değiştirmez iken hükümet harcamalarına getirilen ağırlığın(ρ_g) artmasının hükümet harcamalarının faiz oranlarına olan tepkisini azaltmaktadır.

2.4.3 Üçüncü Senaryo İçin Çözümler İşbirlikli Denge Çözümleri

2.4.3.1 İşbirlikli Oyun Çerçevesinde Optimal Faiz ve Harcama Kuralı

Bu bölümde para ve maliye politika yapıcılarının ortak bir amaç doğrultusunda işbirliği yapması durumundaki politika kurallarının türetilmesi analiz edilmektedir. Bu durumda her bir politika yapıcı diğerinin tepkisini fonksiyonunu dikkate alacaktır. Önceki bölümde belirtildiği gibi işbirliksiz durumda bir politika yapıcısının türetilen poltika kuralı diğer politika yapıcısının hamlesini dikkate almamaktadır.

İşbirliğinin olduğu durumda para ve maliye politika yapıcısı ekonomin denge koşuluna denk gelen sosyal kayıp fonksiyonunu minimize etmeyi amaçlamaktadır. Sosyal kayıp fonksiyonu 2.1 ve 2.2 numaralı para ve maliye politika yapıcıların kayıp fonksiyonlarına bağlı olan bir fonksiyondur ve her bir politika yapıcının kayıp fonksiyonlarının toplamı olarak tanımlanmıştır.

$$L_t^S = L_t^M + L_t^F$$

$$L_t^S = \gamma_\pi \pi_{H,t}^2 + \gamma_y \tilde{y}_t^2 + \gamma_r \left(r_t - r^*\right)^2 + \rho_\pi \pi_{H,t}^2 + \rho_y \tilde{y}_t^2 + \rho_g \tilde{g}_t^2$$

$$L_t^S = \delta_\pi \pi_{H,t}^2 + \delta_y \tilde{y}_t^2 + \delta_r \left(r_t - r^*\right)^2 + \delta_g \tilde{g}_t^2 \tag{2.7}$$

2.7 numaralı denklemde $\delta_\pi = \gamma_\pi + \rho_\pi$, $\delta_y = \gamma_y + \rho_y$, $\delta_r = \gamma_r$ ve $\delta_g = \rho_g$ ' dir. Bu durumda politika yapıcılarının ortak problemini Lagrange denklemi halinde yazılarak ve daha sonra bunların birinci sıra koşullarını çözerek optimal faiz oranı kuralını(r_t^{CE}) ve harcama kuralı($\tilde{g}_t^{CE}$) elde ederiz*(CE:Cooperative Equilibrium).*

$$\mathrm{L}=E_0\left\{\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left(\begin{array}{c}\frac{1}{2}\delta_\pi\pi_{H,t}^2+\frac{1}{2}\delta_y\tilde{y}_t^2+\frac{1}{2}\delta_r\left(r_t-r^*\right)^2+\frac{1}{2}\delta_g\tilde{g}_t^2\\ +\Lambda_{1,t}\left(\tilde{y}_t-\tilde{y}_{t+1}+\frac{1}{\sigma_a}\left(r_t-\pi_{H,t+1}-r_t^N\right)+\tilde{g}_{t+1}-\tilde{g}_t\right)\\ +\Lambda_{2,t}\left(\pi_{H,t}-\beta\pi_{H,t+1}-\kappa\tilde{y}_t+\sigma_\alpha\tilde{g}_t-\varepsilon_t^\pi\right)\\ +\Lambda_{3,t}\left(\tilde{b}_{t+1}-(r_t-r_t^N)-\frac{1}{\beta}(\tilde{b}_t-\tilde{\pi}_{H,t}+\frac{\bar{C}}{\bar{B}}\tilde{g}_t+\frac{1-\bar{C}-\tau}{\bar{B}}\tilde{y}_t)-\varepsilon_t^b\right)\end{array}\right)\right\}$$

Bu çerçevede birinci mertebeden koşullar şunlardır:

$$\frac{dL}{d\pi_{H,t}}=\delta_\pi\pi_{H,t}-\beta^{-1}\sigma_\alpha^{-1}\Lambda_{1,t-1}+\Lambda_{2,t}-\beta^{-1}\beta\Lambda_{2,t-1}+\beta^{-1}\Lambda_{3,t}=0$$

$$\frac{dL}{d\tilde{y}_t}=\delta_y\tilde{y}_t+\Lambda_{1,t}-\beta^{-1}\Lambda_{1,t-1}-\kappa\Lambda_{2,t}-\beta^{-1}\frac{1-\bar{C}-\tau}{\bar{B}}\Lambda_{3,t}=0$$

$$\frac{dL}{d\left(r_t-r^*\right)}=\delta_r\left(r_t-r^*\right)+\sigma_\alpha^{-1}\Lambda_{1,t}-\Lambda_{3,t}=0$$

$$\frac{dL}{d\tilde{g}_t}=\delta_g\tilde{g}_t+\beta^{-1}\Lambda_{1,t-1}-\Lambda_{1,t}+\sigma_\alpha\Lambda_{2,t}-\beta^{-1}\frac{\bar{C}}{\bar{B}}\Lambda_{3,t}=0$$

Lagrange çarpanlarından hareketle son eşitlikteki sırasıyla $\Lambda_{2,t}$, $\Lambda_{3,t}$ ve $\Lambda_{1,t}$ elde edilmiştir. $\Lambda_{2,t}=-\frac{\rho_y\tilde{y}_t\bar{B}\beta+\rho_g\tilde{g}_t\bar{B}\beta-\Lambda_{3,t}+\Lambda_{3,t}\tau}{\beta\bar{B}\left(\sigma_\alpha+\kappa\right)}$ bulunmuştur. $\Lambda_{2,t-1}=-\frac{\rho_y\tilde{y}_{t-1}\bar{B}\beta+\rho_g\tilde{g}_{t-1}\bar{B}\beta-\Lambda_{3,t}+\Lambda_{3,t}\tau}{\beta\bar{B}\left(\sigma_\alpha+\kappa\right)}$ ise bu durumda gerekli yerine koyma ve ayrıştırma işlemi sonucunda işbirlikli optimal faiz kuralı şu şekilde elde edilmiştir[28];

$$\begin{aligned}r_t^{CE}&=\Phi_{r,1}r_{t-1}-\Phi_{r,2}r_{t-2}-\Phi_{g,0}\tilde{g}_t+\Phi_{g,1}\tilde{g}_{t-1}-\Phi_{g,2}\tilde{g}_{t-2}-\Phi_{y,0}\tilde{y}_t+\Phi_{y,1}\tilde{y}_{t-1}-\Phi_{y,2}\tilde{y}_{t-2}\\&+\Phi_{\pi,0}\pi_{H,t}-\Phi_{\pi,1}\pi_{H,t-1}-\Phi_{r^*}r^*\end{aligned}\qquad(2.8)$$

Yukarıda tanımlanan 2.8 numaralı denklemde sırasıyla:

$\Phi_{r,1}=\frac{\sigma_\alpha\bar{B}\kappa+2\tau\sigma_\alpha+\bar{C}\sigma_\alpha-\bar{C}\kappa-2\sigma_\alpha+\sigma_\alpha\tau\beta-\beta\sigma_\alpha-\sigma_\alpha{}^2\bar{B}}{\sigma_\alpha\beta F}$, $\Phi_{r,2}=\frac{(-1+\tau)}{\beta F}$,

[28] Ek Tablo 5'te işbirlikli oyun çerçevesinde optimal faiz kuralının Maple 11 ile çözümü verilmektedir.

$$\Phi_{g,0}=\frac{\delta_g(-1+\bar{B}\kappa+\tau+\bar{B}\beta\sigma_\alpha+\bar{C})}{\sigma_\alpha\delta_r F},\qquad \Phi_{g,1}=\frac{\delta_g(\bar{B}\kappa-1+\bar{C}+\bar{B}\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha\bar{B}+\tau)}{\sigma_\alpha\delta_r F},$$

$$\Phi_{g,2}=\frac{\bar{B}\delta_g}{\delta_r F},\ \Phi_{y,0}=\frac{\delta_y(\bar{B}\beta\sigma_\alpha+\bar{C}+\sigma_\alpha\bar{B})}{\sigma_\alpha\delta_r F},\ \Phi_{y,1}=\frac{\delta_y(\bar{C}+2\sigma_\alpha\bar{B}+\bar{B}\beta\sigma_\alpha)}{\sigma_\alpha\delta_r F},\ \Phi_{y,2}=\frac{\delta_y\bar{B}}{\delta_r F},$$

$$\Phi_{\pi,0}=\frac{\delta_\pi(\bar{C}\sigma_\alpha-\sigma_\alpha+\tau\sigma_\alpha+\sigma_\alpha{}^2\beta\bar{B}-\sigma_\alpha\beta\bar{B}\kappa-\bar{C}\kappa)}{\sigma_\alpha\delta_r F},\qquad \Phi_{\pi,1}=\frac{\bar{B}\delta_\pi(\sigma_\alpha-\kappa)}{\delta_r F}\qquad \text{ve}$$

$$\Phi_{r^*}=\frac{-\bar{C}\kappa-\sigma_\alpha-\bar{B}\sigma_\alpha{}^2+\bar{B}\sigma_\alpha\kappa+\sigma_\alpha\tau+\bar{C}\sigma_\alpha\bar{B}\beta\sigma_\alpha{}^2-\bar{B}\beta\sigma_\alpha\kappa}{\sigma_\alpha\beta F}$$ şeklindedir. Burada basitlik amacıyla $F=-\sigma_\alpha\bar{B}-1+\bar{B}\kappa+\tau$ şeklinde tanımlanmıştır.

İşbirlikli optimal harcama kuralı için lagrange çarpanlarından hareketle yine gerekli yerine koyma ve ayrıştırma işlemi sonucunda işbirlikli optimal harcama kuralı şu şekilde elde edilmiştir[29];

$$\begin{aligned}\tilde{g}_t^{CE}&=\Omega_{r,0}\left(r_t-r^*\right)+\Omega_{r,1}\left(r_{t-1}-r^*\right)-\Omega_{r,2}\left(r_{t-2}-r^*\right)+\Omega_{g,1}\tilde{g}_{t-1}-\Omega_{g,2}\tilde{g}_{t-2}\\&-\Omega_{y,0}\tilde{y}_t+\Omega_{y,1}\tilde{y}_{t-1}-\Omega_{y,2}\tilde{y}_{t-2}+\Omega_{\pi,0}\pi_{H,0}-\Omega_{\pi,1}\pi_{H,t-1}\end{aligned}\tag{2.9}$$

Yukarıda elde edilen 2.9 numaralı denklemde sırasıyla;

$$\Omega_{r,0}=\frac{\sigma_\alpha\delta_r(1+\bar{B}\sigma_\alpha-\tau-\bar{B}\kappa)}{\delta_g T},$$

$$\Omega_{r,1}=\frac{\delta_r(2\tau\sigma_\alpha-\sigma_\alpha{}^2\bar{B}-2\sigma_\alpha+\sigma_\alpha\tau\beta+\sigma_\alpha\bar{B}\kappa-\beta\sigma_\alpha+\bar{C}\sigma_\alpha-\bar{C}\kappa)}{\delta_g\beta T},\qquad \Omega_{r,2}=\frac{\sigma_\alpha\delta_r(1+\tau)}{\delta_g\beta T},$$

$$\Omega_{g,1}=\frac{T+\bar{B}\sigma_\alpha}{T},\qquad \Omega_{g,2}=\frac{\sigma_\alpha\bar{B}}{T},\qquad \Omega_{y,0}=\frac{\delta_y(\beta\bar{B}\sigma_\alpha+\bar{B}\sigma_\alpha+\bar{C})}{\delta_g T},$$

$$\Omega_{y,1}=\frac{\delta_y(\beta\bar{B}\sigma_\alpha+\bar{C}+2\bar{B}\sigma_\alpha)}{\delta_g T},\qquad \Omega_{y,2}=\frac{\sigma_\alpha\delta_y\bar{B}}{\delta_g T},$$

$$\Omega_{\pi,0}=\frac{\delta_\pi(-\sigma_\alpha-\bar{C}\kappa+\sigma_\alpha{}^2\beta\bar{B}+\tau\sigma_\alpha+\bar{C}\sigma_\alpha+\sigma_\alpha\beta\bar{B}\kappa)}{\delta_g T},\qquad \Omega_{\pi,1}=\frac{\sigma_\alpha\bar{B}\delta_\pi(\sigma_\alpha-\kappa)}{\delta_g T}$$

şeklindedir. Burada basitlik amacıyla $T=\beta\bar{B}\sigma_\alpha-1+\tau+\bar{B}\kappa+\bar{C}$ şeklinde tanımlanmıştır.

[29] Ek Tablo 6'da işbirlikli oyun çerçevesinde optimal harcama kuralının Maple 11 ile çözümü verilmektedir.

Politika yapıcılarının işbirliği yaptığı senaryoda türetilen politika kuralları, işbirliksiz Nash ve Stackelberg oyununda elde edilen kurallara benzerdir. Fakat, her iki politika kuralında, diğer politika aracına eş anlı tepkiler vardır. Yani, optimal nominal faiz kuralı, cari hükümet harcama kuralına tepki verirken, optimal harcama kuralı cari faiz oranına tepki vermektedir. İşbirliğinin, bu çapraz eş anlı tepkiler yoluyla gerçekleştiği düşünülmektedir.

2.8 numaralı denklem yani işbirlikli denge faiz kuralı cari ve geçmiş enflasyon, çıktı açığı, hükümet harcamaları ve denge ve geçmiş faiz oranlarına bağlı bulunmuştur. İşbirlikli harcama kuralı ise cari ve geçmiş enflasyon, çıktı açığı ve faiz oranlarına ve geçmiş hükümet harcamalarına bağlı bulunmuştur.

İlk olarak işbirlikli denge faiz kuralını incelersek, faiz sapmalarına(δ_r) getirilen ağırlığın artması, politika değişkeni olan faiz oranının mevcut ve geçmiş enflasyon ve çıktı açığı sapmalarına olan tepkisini azaltmaktadır. Ancak, hükümet harcamalarına getirilen ağırlığın(δ_g) artması politika değişkeni olan faiz oranının mevcut ve geçmiş enflasyon ve çıktı açığı sapmalarına olan tepkisini değiştirmemektedir. Politika değişkenin etkileşimine bakıldığında faiz sapmalarına(δ_r) getirilen ağırlığın artması politika değişkeni olan faiz oranının hükümet haracamalarına olan tepkisini azaltmakta iken hükümet harcamalarına getirilen ağırlığın(δ_g) artması politika değişkeni olan faiz oranının hükümet harcamalarına olan tepkisini artırmaktadır.

2.9 numaralı denklem yani işbirlikli denge harcama kuralını incelediğimizde, hükümet harcamalarına getirilen ağırlığın(δ_g) artması, politika değişkeni olan hükümet harcamalarının mevcut ve geçmiş enflasyon ve çıktı açığı sapmalarına olan tepkisini azaltmaktadır. Ancak, faiz sapmalarına(δ_r) getirilen ağırlığın artması politika değişkeni olan faiz oranının mevcut ve geçmiş enflasyon ve çıktı açığı sapmalarına olan tepkisini değiştirmemektedir. Yine, politika değişkenleri etkileşimine bakıldığında faiz sapmalarına(δ_r) getirilen ağırlığın artması politika değişkeni olan hükümet harcamalarının faiz oranına olan tepkisini artırmakta iken hükümet harcamalarına getirilen ağırlığın(δ_g) artması politika değişkeni olan hükümet haracamalarının faiz oranına olan tepkisini azaltmaktadır.

Türetilen işbirliksiz Nash ve Stackelberg lider politika kurallarından farklı olarak işbirlikli denge politika kuralları durağan durum borç/GSYH oranı($\bar{B}$) durağan durum tüketim/GSYH oranı($\bar{C}$) ve sabit gelir vergisi oranına(τ) bağlıdır. Durağan durum borç/GSYH oranı($\bar{B}$), tüketim/GSYH oranı($\bar{C}$) ve sabit gelir vergisi oranındaki(τ) artışlar işbirlikli faiz kuralına göre, politika değişkeni olan faiz oranının mevcut ve geçmiş enflasyon ve çıktı açığı sapmalarına, geçmiş faiz oranlarına ve mevcut ve geçmiş hükümet harcamalarına olan tepkisini artırmaktadır. Tam tersine, işbirlikli harcama kuralına göre durağan durum borç/GSYH oranı($\bar{B}$), tüketim/GSYH oranı($\bar{C}$) ve sabit gelir vergisi oranındaki(τ) artışlar, politika değişkeni olan hükümet harcamalarının mevcut ve geçmiş enflasyon ve çıktı açığı sapmalarına, mevcut geçmiş faiz oranlarına ve geçmiş hükümet harcamalarına olan tepkisini azaltmaktadır.

3 . BÖLÜM

TÜRKİYE EKONOMİSİ İÇİN PARA VE MALİYE POLİTİKALARI ETKİLEŞİMİ VE ALTERNATİF SENARYOLARIN DİNAMİK SİMÜLASYON İLE ANALİZİ

3.1 Türkiye Ekonomisi Açısından Para ve Maliye Politikalarının Etkileşimi

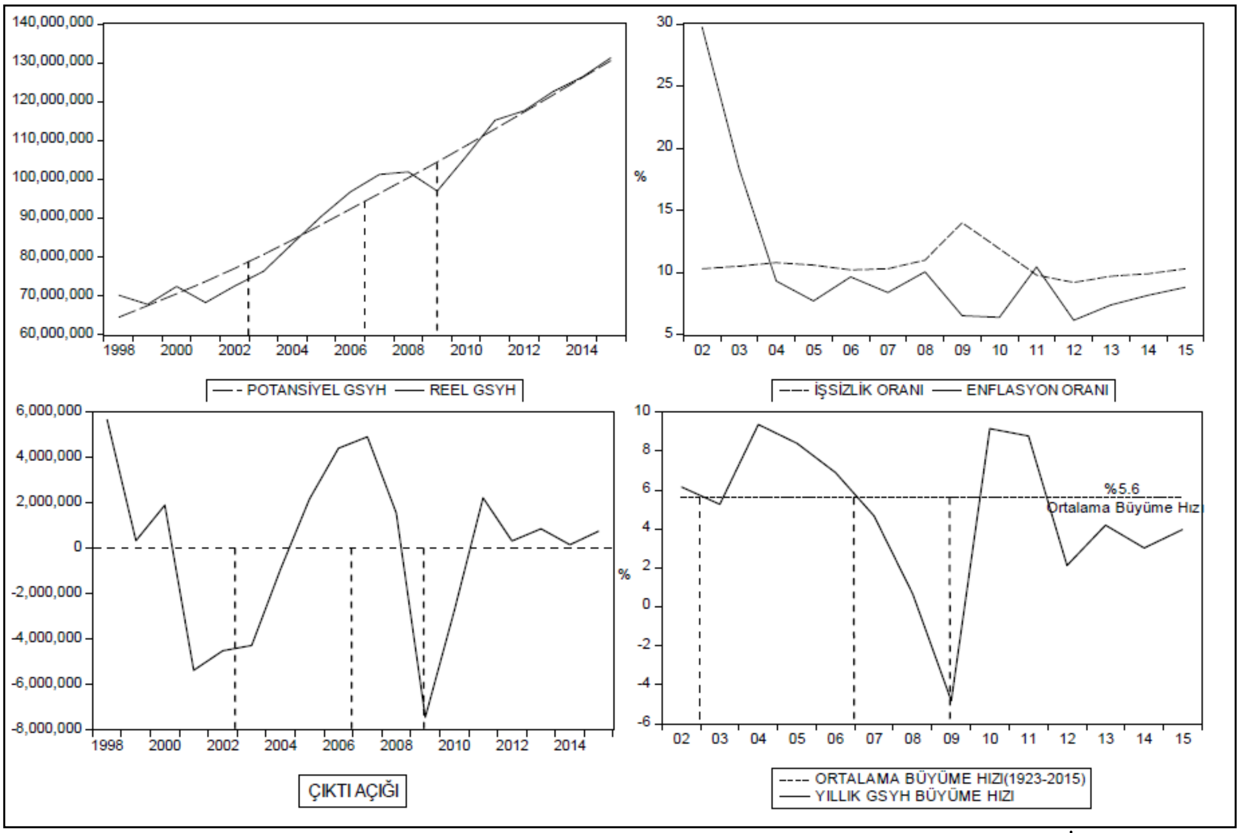
Türkiye ekonomisinin liberal sermaye, ihracata dayalı büyüme, enflasyon hedeflemesi gibi makro ekonomik bir çok gelişme evresinden geçtiği bilinmektedir. Türkiye ekonomisi büyük bütçe açıkları yaşadığı 2000 öncesi dönemde aynı zamanda cari işlemler açığı da vermiştir. Bunun sonucunda bu problemlere ticari bankaların rasyonel olmayacak şekilde üstlendiği borç yükleri de eklenince 2000 sonrasında Türk ekonomi tarihinin en önemli krizlerinden biri ortaya çıkmıştır. 2001 Şubat ayında yaşanan bu krizle birlikte Türkiye ekonomisinin bazı yapısal eksikliklerinin ortaya çıktığı bilinmektedir. Bu tarihten itibaren bir dizi yapısal reform yapılmıştır. 22 şubat 2001 tarihinden itibaren sabit döviz kuru rejimi yerini dalgalı döviz kuru rejimine bırakmıştır. Ardından dünya ile neredeyse aynı zamanda uygulanan kapsamlı istikrar programının Türkiye ekonomisi için önemli bir dönüm noktası olduğu düşünülmektedir. Uygulamaya geçirilen istikrar programı, para ve maliye politikalarının ve bankacılık sisteminin düzenlenmesi üzerinedir. Maliye politikası açısından bakıldığında bu istikrar programı ile birlikte hükümet bütçesi kontrol altına alınmıştır. Para politikası açısından değerlendirildiğinde ise bu politika yapıcısı TCMB' nin artık kanunen araç ve amaç bağımsız olmasına karar verilmiştir. Ayrıca bu kanunda TCMB' nin temel hedefinin fiyat istikrarını sürdürmek olduğu açıkça belirtilmiştir.

Ekonomi politikası açısından bir diğer dönüm noktası ise 2008 yılında yaşanan ve tüm dünyayı etkisi altına alan küresel finansal kriz nedeniyle sistemik riskleri ortadan kaldırmak ve böylelikle finans sisteminde yaşanan olumsuzlukların ekonominin tümünü etkilemesinin önüne geçecek politikalar üretilmesine yönelik çalışmalara ağırlık vermek amacı ile politika yapıcılarının "makro ihtiyati politikalar" adı altında bir strateji izlemesidir. Makro ihtiyati politikalar stratejisi, finans sektöründe yaşanan olumsuz durumların, reel ekonomide yarattığı düşük büyüme oranları, hükümet bütçesinde oluşturduğu ciddi bozulmalar ve para politikalarının ekonomiyi yönlendirme ve fiyat istikrarını sağlama kabiliyetlerinin olumsuz etkileme olasılığı durumlarını yarattığı için uygulanmıştır. Makro ihtiyati politikalar stratejisi, bu problemlerin çözümü için, finansal sistemin tümüne yönelik etkili önlem ve düzenlemeler bütünü olduğu söylenebilir.

Hazine Müsteşarlığı, Bankacılık Düzenleme ve Denetleme Kurumu (BDDK), Sermaye Piyasası Kurulu (SPK), Tasarruf Mevduatı Sigorta Fonu (TMSF) ve TCMB finansal istikrarı sağlamakta sorumlu olan başlıca kurumlardır. Makro ihtiyati politikalar ile bu kurumlar arasında iş birliği, eş güdüm ve bilgi paylaşımı ile, finansal istikrarın sağlanması ve korunması, sistemik riskin izlenmesi ve önlenmesine katkı sağlamak amaçlanmıştır.

Çalışmanın bu kısmı 2001 yılı sonrası dönemde Türkiye için bir para ve maliye politikası çerçevesi oluşturmak üzerine kuruludur. Ancak öncelik olarak sosyal refahı temsil eden makro ekonomik değişkenlerin görünüme bakmakta fayda olduğu düşünülmektedir. Bu çerçevede, Şekil 7' de 2002-2016 dönemleri arasında Türkiye ekonomisi için çıktı(GSYH), işsizlik ve enflasyon oranlarına ait görünümleri verilmektedir.

Şekil 7: Türkiye Ekonomisi Sosyal Refah Göstergeleri



Kaynak: Potansiyel ve Reel GSYH, Çıktı Açığı, Büyüme hızı ve Enflasyon Oranı verileri TCMB, İşsizlik Oranı verisi TÜİK, Ortalama Büyüme Hızı verisi Kalkınma Bakanlığı veritabanlarından sağlanmıştır.

Şekil 7'ye bakıldığında ilk önce Türkiye'de 2001 sonrası büyüme rakamlarının etkileyici görünümü ortaya çıkmaktadır. Çıktıdaki büyüme oranı 2006'yılından sonra yavaşlamaya başlamış, 2009 yılında yaşanan küresel finans krizi ile beraber negatif seyretmiş, Türkiye ekonomisi daralmıştır. Bu daralma kısa süreli olmuş krizin 2010-2011 yıllarında etkisinin azalması ile birlikte çıktı artış göstermiştir. Ancak çıktıdaki büyüme 2002-2006 yılları arasındaki ortalama %7.2 seviyesinin altında hatta %5.6 olan 92 yıllık tarihsel ortalamasının bile altında kalmıştır.[30] Hodrick-Prescott filtresine dayalı potansiyel GSYH ile fiili GSYH kıyaslanarak elde edilen çıktı açığına bakıldığında 2001 krizi sonrası ve 2009 küresel finans krizi ile birlikte çıktı açığının arttığı, ancak politika yapıcıların toplam talebi artırmaya yönelik genişlemeci politikalar sonucunda bu çıktı açığının kapandığı görülmektedir.

---

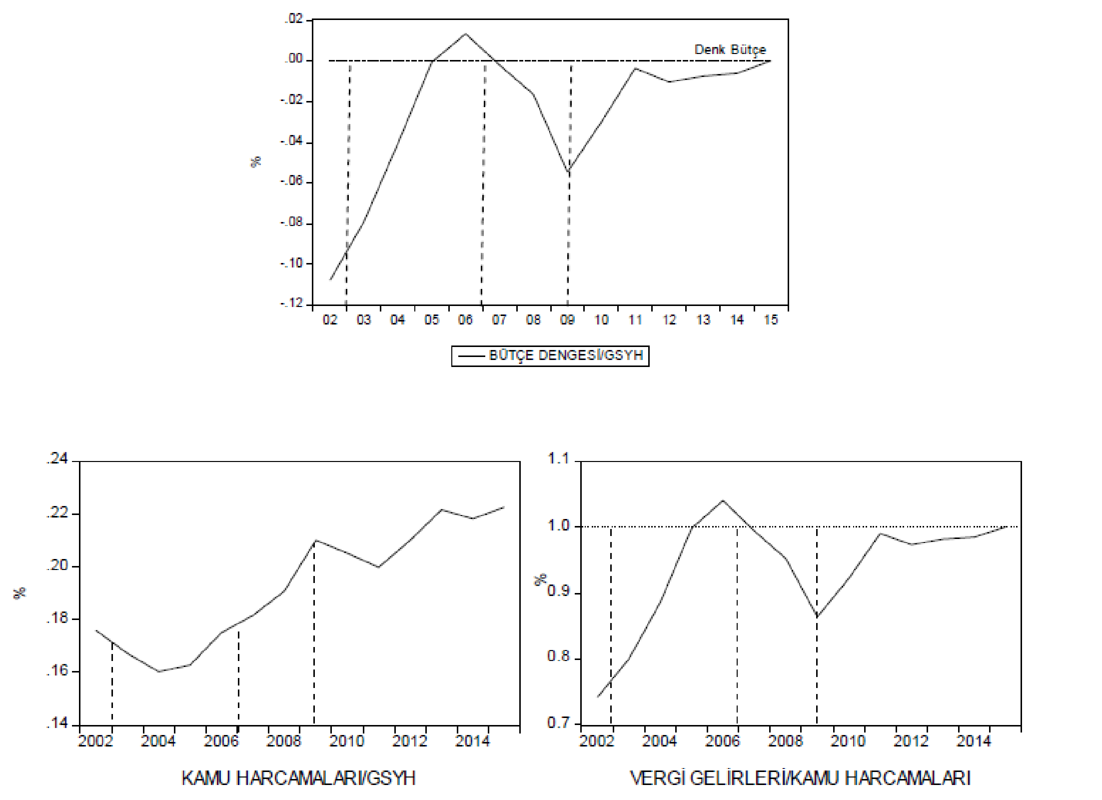
[30] *Türkiye Ekonomisi'nin büyüme hızı verileri 1923'ten itibaren Kalkınma Bakanlığı tarafından yayımlanmıştır.* Türkiye Ekonomisi'nin 92 yıllık döneminin ortalaması alındığında % 4,8 oranında büyüdüğü görülmektedir. Ancak bu rakamdan 2. Dünya Savaşı yıllarını çoğu iktisatçının bu yılları analizlerinde dönemin koşullardan dolayı ayrı tutmasından dolayı ***T****ürkiye Ekonomisinin ortalama büyüme hızı % 5,6 büyüdüğü sonucuna ulaşılabilmektedir. Detaylı veriler için: http://www.kalkinma.gov.tr/Pages/EkonomikSosyalGostergeler.aspx adresine bakılabilir.*

İşsizlik oranına bakıldığında ise bu oran %10 civarında seyretmektedir. Yüksek büyüme dönemlerinde ve düşük işgücüne katılım dönemlerinde bile bu oran aşağı yukarı değişmemektedir. Bakış, (2015) çalışmasında bu durumun sebebini yetersiz kamusal eğitim ve işgücü piyasasını çok katı hale getiren çeşitli kurumsal faktörler olduğunu belirtmiştir. Enflasyon oranına bakıldığında ise 2001 yılından sonra hızlı bir şekilde enflasyon oranının düştüğü görülmektedir. 2005 yılından sonra durağan bir durumda tek haneli seviyelerde kaldığı görülse de açık enflasyon hedeflemesi dönemi ile birlikte TCMB önceden açıkladığı enflasyon hedeflerini yakalayamadığı görülmektedir.

3.1.1 Maliye Politikası Yapıcısının Duruşu

Türkiye ekonomisinde maliye politika yapıcısının davranışını değerlendirmek için bu dönemde bütçe dengesinin, hükümet harcamalarının ve vergi gelirlerinin durumuna bakmakta fayda olduğu düşünülmektedir.

Şekil 8: Maliye Politikası Yapıcısının Duruşu



Kaynak: Bütçe Dengesi Hükümet harcamaları ve Vergi gelirleri Maliye Bakanlığı veritabanlarından sağlanmıştır.

Şekil 8'den de anlaşılacağı üzere bütçe açığının 2001 sonrası dönemde hızlıca azaldığı görülmektedir. Bu durumun, uygulanan istikrar programının ikiz açıklar(bütçe açığı ve cari işlemler açığı) döngüsünden uzaklaşması açısından gerekli bir koşul olduğu düşünülmektedir. Bu güçlü mali yapının 2009 küresel finans krizi sonucunda Türkiye ekonomisinde yaşanan durgunluğun kısa süreli olmasında önemli bir etken olduğu sonucuna ulaşılabilir. Maliye politika yapıcısının küresel finans krizinde özel kesim talebindeki düşüşü telafi etmek için genişleyici bir tutum sergileme taahhüdü ile artan faiz dışı harcamalar sonucunda 2009 yılında bütçe açığının GSYH'ya oranı %5.5 seviyelerine çıktığı ancak bu durumun geçici olduğu görülmektedir. Bütçe açığındaki artışın geçici oluşu maliye politika yapıcısının daraltıcı bir tutuma geçmiş olmasından kaynaklanmamakta, tersine, maliye politika yapıcısı genişlemeci tutumuna devam ettiği hükümet harcamaları/GSYH grafiğinden görülmektedir.

Hükümet harcamaları 2009 küresel finans krizi ile birlikte kalıcı olarak artmıştır. Toplam talebi destekleyici olarak artan hükümet harcamalarının GSYH büyüme hızını artırarak çıktı açığını kapattığı sonucuna varılabilir. Ancak genişlemeci tutumun bütçe açığını artırmama sebebi şekilden de anlaşılacağı üzere vergi gelirlerinde bir artıştan kaynaklanmamaktadır. Bu durumun daha çok para ve maliye politika yapıcıları arasındaki etkileşimden kaynaklandığı düşünülmektedir. Artan hükümet harcamaları ve bu dönemde TCMB'nin politika faiz oranlarını düşürmesi ile birlikte değerlendirilmelidir. Bu durum bir alt bölümde para politika yapıcısının duruşu kısmında da ele alınmaktadır. TCMB'nin faiz oranlarını düşürmesi hükümetin faiz harcamalarında bir düşüş etkisi yaratmış bunu takiben hafif ölçekteki bir vergi geliri artışı sonucunda bütçe açığı bu durumdan olumlu bir şekilde etkilenmiştir. 2009 küresel finans krizi maliye politika yapıcısının genişlemeci bir tutum sergilemesine sebep olmuştur. Ancak krizin çıktı açığı üzerindeki etkisi azalmasına rağmen maliye politika yapıcısının genişlemeci tutumundan vazgeçmediği Şekil 8'de görülmektedir.

3.1.2 Para Politikası Yapıcısının Duruşu

2001 yılında TCMB' nin bağımsız olmasına karar verilmiş ve bu çerçevede TCMB amacının fiyat istikrarını sağlamak olduğunu belirterek enflasyon hedeflemesi stratejisini benimsemiştir. 2002-2005 yılları arasında örtük olarak uyguladığı enflasyon hedeflemesi stratejisini, 2006 yılından itibaren açık enflasyon hedeflemesine dönüştürmüştür. Uygulamaya geçirilen enflasyon hedeflemesi ile birlikte Türkiye'de enflasyon oranlarının çift haneli rakamlardan tek haneli rakamlara indiği görülmektedir.

2009 yılında yaşanan küresel krizle birlikte TCMB'nin uyguladığı genişlemeci politikanın toparlanmaya katkıda bulunduğu söylenebilir. Ancak TCMB'nin politika hamlelerindeki karmaşık yapısından dolayı(faiz koridoru, politika faizi vs.) bu toparlanmaya ne kadar katkı yaptığını ölçmek zor olmuştur. 2010 yılından sonra TCMB'nin cari açık, sermaye akımları gibi diğer ekonomik problemlere de odaklanması neticesinde enflasyon hedeflemesi stratejisinden uzaklaştığı söylenebilmektedir(Gürkaynak vd., 2015). Davig ve Gürkaynak (2015) çalışmalarında maliye politika yapıcısının uygun olan araçlarını, ortaya çıkan problemler için etkinsiz kullanması durumunda para politikası yapıcısının oluşan bu etkinsizliği gidermeye çalışmasının refah seviyesini düşürmeye neden olabileceğini ortaya koymuşlardır. Bu dönemdeki durum, burada yer alan tanıma uymaktadır. Dolayısı ile bu çalışmanın önemini bir kez daha ortaya -koymaktadır.

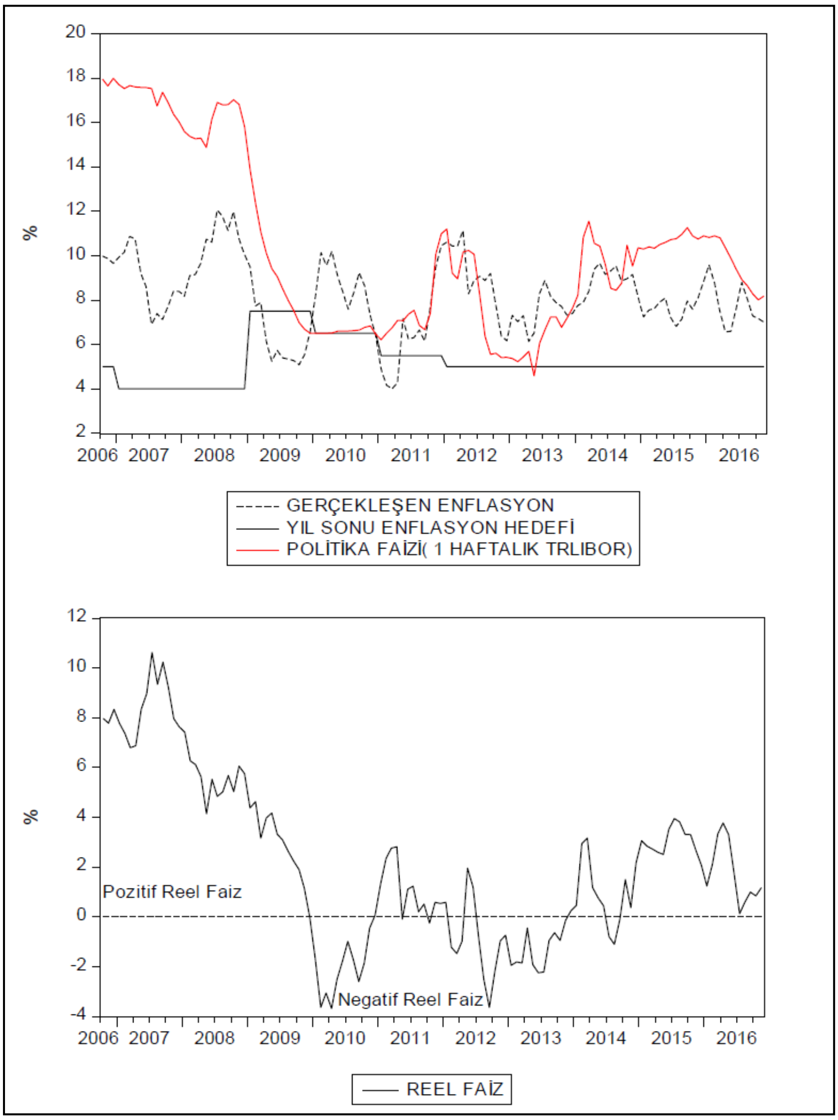
2010 yılından itibaren TCMB'nin uyguladığı politika faizinin piyasa faiz oranından farklılık göstermesi TCMB'nin politika faizinin aslında para politikası tutumu hakkında bize bilgi vermeyen bir araç olduğu anlamına gelmektedir.[31] Nitekim TCMB finansal istikrar raporlarında bankalar arası para piyasası faiz oranlarının politika faiz oranlarından daha yüksek düzeyde olacağını belirtmiştir. Bu belirsizlik nedeniyle TCMB'nin politika duruşu için resmi politika faizinden farklı bir ölçüme ihtiyaç olduğu düşünülmektedir.

Alp vd., (2010) çalışmalarında bir hafta vadeli Türk Lirası alış oranını(TRlibor) para politikası kararlarını en iyi tahmin etme gücüne sahip olan araç olduğunu belirtmektedirler. Bu oranı kullanarak 2006 döneminden sonra TCMB'nin politika duruşu ve hedef değişkeni olan enflasyon oranı Şekil 9'daki gibi gösterilmektedir.

---

[31] Gürkaynak vd. (2015) bunun için; kısmen TCMB'ye düşük faiz oranı baskısı yapan politikacıların sınırlı ekonomik anlayışından faydalanmak için yapıldığını savunmuşlardır. Böylece çalışmada TCMB'nin düşük politika faizi uyguladığı ancak faiz koridorunu geniş tutarak(dolayısı ile bankalar arası faiz oranının yüksek olmasına izin vererek) örtülü bir daraltıcı politika uyguladığını savunmuşlardır.

Şekil 9: Para Politikası Yapıcısının Duruşu



Gerçekleşen Enflasyon Oranı ve Enflasyon hedefi verileri TCMB, Politika faizi(Trlibor) verisi ise TBB veritabanlarından sağlanmıştır.

Şekil 9'da görüldüğü gibi TCMB enflasyon hedeflemesi çerçevesinde politika faizlerini 2002 yılından itibaren yaptığı gibi 2006-2011 yılları arasında kademeli olarak indirmiştir. 2009 yılında etkisi derinden hissedilen küresel ekonomik kriz sürecinde TCMB para politikası olarak politika faiz oranlarını yakın tarihindeki en düşük düzeylere indirmiştir.[32] Şekil 8'e bakıldığında küresel finans krizinde Türkiye ekonomisinde negatif reel faiz oranları görülmektedir. Bu dönemde hem maliye politikası yapıcısının hem de para politikası yapıcısının genişlemeci tutumu sonucu 2010 yılı sonrasında Türkiye ekonomisinin performansı giderek yükselmiştir. Para politika yapıcısı duruşu konusunda önemli bir gösterge 2012-2013 yıllarındaki faizlerin

[32] Detaylı bilgi için bakınız; TCMB (2009), "Enflasyon Raporu" 2009-IV

seyridir. Bu dönemler arasında herhangi bir durgunluk görünmemesine rağmen hala genişletici bir tutumda kalarak negatif reel faiz durumu devam ettiği görülmektedir. 2013 yılından itibaren ise fiyat istikrarındaki bozulma neticesinde politika faizinin pozitif yönlü olduğu görülmektedir.

3.1.3 Para ve Maliye Politikalarının Etkileşiminin Sosyal Refah Açısından Değerlendirilmesi

Türkiye ekonomisi açısından politika işbirliğinin etkinliği sağlanması konusunda önemli bir örnek para politikası yapıcısı TCMB'nin 2002-2005 yılında parasal ve enflasyon hedefleme çıpaları ile uygulamaya geçirdiği örtük enflasyon hedeflemesi dönemidir. Bu dönemde yıllık TÜFE enflasyonunu yüzde 68'lerden yüzde 7,7 seviyesine gerilemiş, Türkiye ekonomisi ise yıllık ortalama yüzde 7 büyüme oranlarına ulaşmıştır. İstikrarlı büyüme oranı aynı zamanda çıktıdaki oynaklığın da azalmasını sağlamıştır. Ayrıca döviz kurları ve finansal piyasalardaki oynaklık azalmış ve risk primi de düşmüştür. Sosyal refah açısından bakıldığında oluşan bu olumlu gelişmelerin önemli nedenlerinden biri enflasyon hedeflerinin hükümet ile birlikte belirlenerek para ve maliye politikalarının işbirliği içerisinde uygulanmasıdır. Bu dönemde maliye politika yapıcısı hükümet mali disiplin konusunda, faiz dışı fazla hedeflerini tutturarak, kamu borç stokunu azaltmıştır. Enflasyon hedeflerine ulaşılması ve mali disiplinin sağlanması, uygulanan para politikalarına olan güveni artırmıştır. (Bari, 2013)[33].

Türkiye ekonomisi açısından politika etkinsizliği konusunda önemli bir örnek ise 2012-2013 yılları arasındadır. Çıktı açığının olmadığı bu dönemde para politika yapıcısı negatif reel faizle toplam talebi canlandırmaya devam etmiştir. Maliye politika yapıcısının da genişlemeci tutumu sürdürmesi sonucunda ekonomide oluşan aşırı ısınma, enflasyonun hedefin çok üstünde seyretmesine sebep olduğu görülmektedir.

Türkiye ekonomisi açısından politika etkinsizliği konusunda önemli başka bir örnek ise 2013 yılından itibaren gerçekleşen politika karması olduğu söylenebilir. 2013 yılından itibaren fiyat istikrarında bozulmanın da etkisi ile birlikte TCMB politika faizlerini artırdığı şekil 9'da görülmektedir. Özellikle 2008 krizi ile beraber hükümetin

---

[33] Bahsedilen dönemlerde TCMB'nin uyguladığı genişlemeci para politikası ile hükümetin mali disiplin çerçevesinde uyguladığı daraltıcı maliye politikası, daha önce belirtilen politika yapıcıları arasındaki mahkumlar açmazı oyununda her iki politika yapıcısı için işbirlikli durumu(pareto etkin) temsil ettiği söylenebilir.

ise hükümet harcamalarını artırması ve bunu vergi gelirleri ile finanse etme çabası şekil 8'de görülebilmektedir. Ancak, bu politik görünümün hükümetin mali disiplinden bir miktar saptığı ve daha çok genişlemeci bir tutum sergilemesi şeklinde yorumlanabilir. Böyle bir daraltıcı para ve genişlemeci maliye politika karmasının daha önce de bahsedildiği gibi politika yapıcıları arasında bir koordinasyon problemi olduğu durumu yansıttığı söylenebilir.[34]

Çalışmamız politika yapıcıları arasındaki işbirliği probleminin yarattığı enflasyon, büyüme ve bütçe açığına dayalı sosyal refah problemi üzerine kuruludur. Bu problemin çözülmesinde, Türkiye ekonomisi için, politika yapıcıları arasındaki etkileşimin sonuçlarını görmeyi ve optimal bir politika stratejisi önerisinde bulunmayı amaçlamaktayız.

3.2 Ampirik Literatür

Para ve maliye politikası arasındaki etkileşimi inceleyen literatüre bakıldığında, genellikle bu etkileşimde para politika yapıcısının hedefine ulaşmasında uygulanan maliye politikalarının önemi vurgulanmaktadır. Politika etkileşiminin analizi ise genellikle ekonomide dışsal bir şok olması durumunda gerçekleşen politika tepkilerine bakılarak yapılmaktadır. Böylece politika yapıcılar arasındaki etkileşim işbirlikli ve işbirliksiz davranışlar açısından da değerlendirilebilir hale gelmektedir. Bu çalışmalardan biri olan Beetsma ve Uhlig (1999) çalışmasında, Avrupa Birliği Ekonomik Parasal Birliği(EMU)'nde uygulanan maliye politikalarının yarattığı sorunlar üzerinde durulmuştur. Böylece bozucu bir hükümet harcamasının doğal ve fiili çıktı arasındaki açığı artırabileceği, ancak bu durumda merkez bankasının enflasyonist politikalara yönelebileceği vurgulanmaktadır. Bu durum, politika yapıcıları arasında bir politika çatışması olarak değerlendirilebilir. Bir diğer çalışmada Beddies (1999), özel sektör, para otoritesi ve mali otorite arasındaki etkileşimi incelemiştir. Merkez bankası politikalarının arz yönlü şok durumunda optimal olamayabileceğini, ayrıca merkez bankasının tek hedefinin fiyat istikrarı olsa bile pozitif enflasyon hedefinin, fiyat istikrarının yanı sıra, kamu finansmanı için de önemli olduğu bulgusuna ulaşmıştır.

[34] Böyle bir politika karmasının, Nordhaus(1994) çalışmasındaki politika yapıcıları arasındaki işbirliksiz oyundaki Nash denge strateji profiline(mahkumlar açmazı durumu) karşılık geldiği düşünülmektedir. Bu çerçevede Ek-Şekil 2'de Türkiye ekonomisinde 2006-2016 yılları arasındaki politika yapıcıları arasındaki etkileşim, bütçe açığı/GSYH ve faiz oranları verileri ile gösterilmektedir. 2008, 2009 ve 2016 yılları, hem bütçe açığının hem de faiz oranlarının yüksek olduğu dönemler olarak görülmektedir.

Dixit (2001) çalışmasında Avrupa Birliği(AB) üye ülkelerinin farklı amaçları olması durumunda, EMU ve Avrupa Merkez Bankası(ECB) için alternatif modeller oluşturmaktadır. Bu çerçevede, ulusal çıkarlarını önemseyen ülkelerin, orta derecede ve istikrarlı bir enflasyona neden olabileceği tespit edilmiştir. Çalışmaya göre, negatif bir şok karşısında ekonomide oluşan bu şokun etkilerini hafifletmek için, uygulanan politika kurallarında bir miktar esnemeye gidilmelidir. Çalışmada ayrıca, bağımsız bir şekilde uygulanan ulusal maliye politikaların, ECB' nin uyguladığı para politikalarının gücünü zayıflattığı öne sürülmektedir.

Beetsma ve Debrun (2004) çalışmalarında EMU'daki para ve maliye politikaları arasındaki etkileşimler üzerine yapılan son araştırmalara genel bir bakış sunarak, literatürdeki bir çok çalışmanın genellikle, mali disiplininin bir para birliğindeki para politikasının güvenilirliğini nasıl etkilediği ve para politikasının (asimetrik) şokları dengelenmesinde, maliye politikasının rolünün önemli olduğu öne sürülmektedir. Bu durumu destekleyen bir diğer çalışma ise Muscatelli vd. (2002)' nin çalışmalarıdır. G7 ülkeleri için yapılan çalışmada, para ve maliye politikasının makroekonomik hedeflere olan tepkisini ve iki politika aracının birbirine bağımlılığını incelemekte ve para ve maliye politikalarının giderek stratejik tamamlayıcı olarak kullanıldığı belirtilmektedir.

Leith ve Wren-Lewis (2000) çalışmalarında, para ve maliye politika kuralları arasındaki etkileşimi aktif ve pasif politikalar çerçevesinde inceleyerek, maliye politikasındaki kısıtlamaların enflasyon kontrolünü kolaylaştırdığı sonucuna varmışlardır. Para politikası, aşırı enflasyona tepki olarak reel faiz oranlarını yükseltmeye çalışırken, modelin istikrarını sağlamak için kendi kendini istikrara kavuşturan bir maliye politikasına ihtiyaç olduğunu vurgulanmaktadır. Von Thadden (2004) ise çalışmasında, maliye politikası "pasif" iken para politikasının "aktif" olduğu durumlarda sabit parasal büyüme kuralı ve katı enflasyon hedeflemesi kuralları arasındaki özellikleri karşılaştırmaktadır. Bu karşılaştırma, dinamik simülasyon analizleri çerçevesinde yapılmaktadır. Böylece para politikasının kamu borç stoku üzerindeki etkisi de incelenmektedir. Maliye politikası pasif, para politikasının aktif olduğu durumlarda para politikasının kendi hedeflerine bağlı kalarak maliye politikasını kısıtlayabileceği gösterilmektedir. Para politikasının sabit parasal büyüme kuralı şeklinde uygulanmasıyla enflasyonist şoklara karşı hükümetin borç dinamikleri otomatik istikrarlandırıcı niteliğinde tepkiler ortaya çıkarmaktadır. Para otoritesinin yürüttüğü enflasyon hedeflemesi politikasının ise kamu borç stokunu sabit kalmasına yol açarak ekonomik istikrarı negatif etkileyeceği sonucuna varılmıştır. Munoz ve Allard (2008), bir Yeni Keynesyen dışa açık ekonomi genel denge modeli olan Küresel Bütünleşik Para ve Mali Modülünü (GIMF) kullandıkları çalışmalarında, Çek Cumhuriyeti için para ve maliye politikalarının bütünsel bir değerlendirmesini yapmaktadırlar. Çalışmada, alınan mali önlemlerle birlikte, enflasyonist problemlerle mücadele edilebileceği ancak bu önlemlerin negatif şokların etkilerini hafifletmek için para politikasına desteğinin olamayacağı sonucuna ulaşılmıştır. Bofinger ve Mayer (2007) ise çalışmalarında Euro Bölgesi için farklı varsayımlara sahip Phillips eğrisi çerçevesinde para ve maliye politikası etkileşimini incelemektedirler. Asimetrik şoklar ve ürün piyasalarının bütünleşmesi karşısında, bunun para birliğine olan etkisine bakılmaktadır. Çalışma, ulusal hükümetlerin maliye politikalarının negatif etkileri karşısında sıkı para politika kurallarının gerekli olduğunu göstermektedir.

Zoli, (2005) çalışmasında ise, maliye politikasının gelişmekte olan ülkelerdeki para politikasını nasıl etkilediğini analiz etmektedir. Bu çerçevede para otoritesinin yedi gelişmekte olan ekonomi(Brezilya, Arjantin, Polonya, Tayland, Şili, Kolombiya ve Meksika) için tepki fonksiyonunu VAR modeli tahmin ederek, maliye politikasının baskınlık durumunu test etmektedir. Sonuçlar 1990-2000 yılları arasında Arjantin ve Brezilya'da maliye politikasının baskın olduğunu tespit etmektedir. Çalışma ayrıca incelenen ülkelerde para politikasının yürütülmesinin mali duruştan doğrudan etkilenmediğini ortaya koymaktadır.

Para ve maliye politikaları arasındaki etkileşimi işbirlikli ve işbirliksiz çerçevede inceleyen bir çalışma ise Dixit ve Lambertini (2002) çalışmasıdır. Zaman tutarlılığının olduğu ve olmadığı modellerin ayrı ayrı incelendiği çalışmada, istikrarsız politika kuralları durumunda işbirlikli ve işbirliksiz davranışın sonuçları arasındaki fark incelenmiştir. Çalışmanın sonucuna göre; zaman tutarlılığının olmadığı modelde, hem para otoritesi ve hem de mali otorite sosyal refah açısından aynı çıktı ve fiyat amaçlı hareket etmelidir. Zaman tutarlı modelde ise enflasyon hedefi daha düşük olmalıdır. Ancak bu durumda her iki otoritenin çıktı ve enflasyon hedefinin aynı olması çok önemlidir. Bir diğer çalışmada Neck vd. (1999), Avrupa Para Birliği içinde farklı kurumsal düzenlemeler altında küresel bir makroekonomik modelin simülasyonu ile politika yapıcıların dışsal şoklar karşısında optimal tepkilerini inceleyerek, takdire bağlı veya kural temelli politikaların ve Avrupa için işbirliksiz veya işbirlikçi politikaların, zamanlararası amaç fonksiyonlarıyla hangi etkileşimin daha iyi bir performans ile sonuçlanıp sonuçlanmadığı araştırmaktadır. Çalışma, model performanslarının şokun doğasına büyük ölçüde bağlı olduğunu göstermektedir. Negatif bir arz şoku için, kurala dayalı, negatif bir talep şoku karşısında ise işbirlikçi politikaların en iyi sonuç verdiği görülmektedir.

Literatürde optimal para ve maliye politikası etkileşimini analiz etmek için yapılan çalışmalar da bulunmaktadır. Bu çalışmalardan biri olan Benigno ve Woodford (2003) çalışmalarında, yapışkan fiyatlar ve bozucu vergilerin olduğu varsayılan bir ekonomide optimal para ve maliye politikaların etkileşimini incelemektedir. DSGD modeli kullanarak ve bu çalışmada kullanılan tekniğe benzer bir teknikle türetilen politika kurallarının şoklara tepkileri incelenmiştir. Sonuç olarak, bozucu vergilerdeki değişimlerin, çıktı ve enflasyon istikrarının sağlanmasında para politikası ile aynı hedef doğrultusunda hareket etmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Bu sonuç, çıktı ve enflasyon istikrarı için politika yapıcıları arasında işbirlikli hareketin önemi şeklinde yorumlanabilir. Gali ve Monacelli (2008) çalışmalarında ise, Avrupa Para Birliği için optimal para ve maliye politikası etkileşimini analiz etmek için bir model geliştirmektedir. Para otoritesi birlik için ortak bir faiz oranı belirlerken maliye politikası kamu harcamaları yoluyla ülke düzeyinde uygulanmaktadır. Ülkelere özgü şoklar ve nominal katılıklar göz önüne alındığında, birlik açısından optimal politika karmasında, enflasyonun ortak merkez bankası tarafından birlik düzeyinde istikrar kazanması gerekmektedir. Maliye politikasında ise ülkeye özgü bir istikrar gerektiği vurgulanmaktadır. Bir diğer çalışmada Schmitt-Grohe ve Uribe (2007), yapışkan fiyat ve stokastik hükümet harcamaları varsayımı altında gerçek bir iş çevriminde optimal para ve maliye politikasını hesaplamaya çalışmaktadır. Bu çerçevede vergiler, toplam devlet borçlarının bir fonksiyonu olarak belirlenirken nominal faiz oranının çıktı ve enflasyonun bir fonksiyonu olarak belirlendiği basit politika kurallarını göz önüne almaktadırlar. Para politikası kuralında enflasyon katsayısının büyüklüğünün refah için küçük bir rol oynadığını belirtmektedirler. Optimal para politikasının çıktıya yumuşak bir tepki verdiğini ve çıktıya pozitif tepki veren para politikası faiz kurallarının önemli refah kayıplarına yol açabileceğini ortaya koymuşlardır.

Bianchi ve Ilut 2017 çalışmalarında ise, para ve maliye politika karmalarındaki değişimleri ele alan mikro temelli bir modeli, ABD ekonomisi için tahmin etmişlerdir. Ayrıca, kullanılan simülasyon ve etki tepki analizleri ile, hangi politika karmalarının uygulanmasıyla ortaya çıkan makroekonomik problemlerin etkisinin da az olabileceği tartışılmıştır. ABD ekonomisindeki tarihsel olarak enflasyondaki düşüş ve yükselişin para ve maliye politika yapıcıları arasındaki(dönemin hükümeti ve merkez bankası olarak belirtilerek) güç dengelerindeki değişiklikle açıklanabileceğini göstermişlerdir. Maliye politika yapıcısı lider olduğunda, ortaya çıkan bütçe dengesizlikleri enflasyonda kalıcı ve sürekli artışlar meydana getirerek, para otoritesinin enflasyonu kontrol altına alma kabiliyetini engelleyeceğini belirtmişlerdir. Dahası, para politikası yapıcının maliye politika yapıcısının desteği olmaksızın enflasyonu kontrol edemeyeceğini savunmuşlardır. Maliye politika yapıcısı, para politika yapıcısının davranışına uygun hareket ettiğinde ise, enflasyonun hızlıca düştüğü, ekonominin resesyona girdiğini ve borç/GSYH oranının artmaya başladığını belirtmişlerdir.

Türkiye ekonomisi için para ve maliye politikaları arasındaki etkileşimi inceleyen çalışmalara bakıldığında, kullanılan yöntem ve model açısından ön plana çıkan çalışma Çebi (2012)' nin çalışmasıdır. Çebi (2012) çalışmasında, Türkiye ekonomisi için 2002-2009 çeyrek dönemlik verilerini kullanarak para ve maliye politikası arasındaki etkileşimi, küçük ölçekli Yeni Keynesyen açık ekonomi DSGD modeli kullanarak Bayesci tahmin yöntemi ile analiz etmiştir. Elde edilen bulgulara göre tahmin edilen politika parametreleri, gelişmiş ülkelerin bulguları ile genel olarak tutarlıdır. Parametre tahminleri, para otoritesinin enflasyona daha güçlü bir şekilde tepki verdiği halde, çıktı açığına tepkisinin zayıf olduğunu göstermiştir. Önsel ve sonsal dağılımlar, verilerin tüm politika parametrelerinin bilgilendirici olduğunu göstermiştir. Araştırmanın diğer önemli bulgusu maliye politikasının, hem harcama hem de vergi geliri için borç konusundaki geri bildirimleridir. Bu çerçevede maliye politikası bulguları, borç dengesi(istikrarı) konusunda katkıda bulunmuş ancak mali açıdan aktif bir çıktı açığı istikrarı politikasının izine rastlanmamıştır. Phillips eğrisi ile ilgili tahmin sonuçları, geçmiş ve gelecek enflasyon oranının cari enflasyonu belirlemede önemli role sahip olduğunu ortaya çıkarmıştır.

Bir diğer çalışmada İlgün (2010), para ve maliye politikaları arasındaki etkileşimin Türkiye ekonomisi üzerindeki etkilerini ve politika yapıcıları arasındaki koordinasyonu iş çevrimlerindeki dalgalanmalar çerçevesinde incelemektedir. Para ve maliye politikası araçları arasındaki bu etkileşim yapısal vektör hata düzeltme modeli ile analiz edilmiştir. Çalışmadan elde edilen bulgular, politika değişkenleri arasındaki etkileşimin kısa dönemli olduğu, politikaların birbirlerinin amaçlarına etki ettiği şeklindedir. Ayrıca çalışma, politika yapıcıların, etkin istikrar politikalarının belirlenmesinde söz konusu etkileşimi dikkate almaları gerektiğini ortaya koymaktadır. Çevik (2012) çalışmasında ise, Türkiye ekonomisi için fiyat düzeyinin mali teorisini temel alarak, para ve maliye politikalarının yapıları, politika kurallarına dayalı olarak belirlemeye çalışmaktadır. Bu çerçevede politika etkileşimi açısından kriz dönemlerinde her iki politika yapıcının da pasif olduğu, ancak kriz öncesi dönemlerde maliye politika yapıcının aktif olduğu tespit edilmiştir.

Türkiye'de para ve maliye politikaları arasındaki etkileşimini inceleyen bir diğer çalışmada, Tetik ve Ceylan (2016) SVAR modelini kullanarak bu etkileşimi analiz etmektedir. SVAR modelinden elde edilen etki-tepki fonksiyonlarına göre pozitif talep ve negatif arz yönlü şoklar karşısında merkez bankasının daraltıcı bir para politikası uyguladığı, mali otoritenin ise genişleyici bir maliye politika uyguladığı görülmektedir. Dolayısıyla negatif bir arz şokunun politika çatışmasına yol açabileceği vurgulanmaktadır.

Literatürde para ve maliye politika yapıcılarının davranışlarını, oyun teorisi çerçevesinde ele alan çalışmalara bakıldığında;

Nordhaus (1994) çalışmasında para ve maliye politikaları arasındaki etkileşimi oyun teorik olarak bağımsızlık ve koordinasyon çerçevesinde incelemiştir. Analitik olarak incelenen politika etkileşimi daha sonra, ABD ekonomisi için, VAR modeli ve simülasyon tekniği kullanılarak, etki-tepki analizi aracılığı ile değerlendirilmiştir. VAR modeli sonucunda para politikasının maliye politikasına tepki vermediği, maliye politikasının ise faiz oranı ile pozitif ilişkisi olduğu tespit edilmiştir. Simülasyon sonuçlarına göre ise, kısa dönemde para otoritesinin ilişkili maliye politikasını dengeleyemeyeceği ve bunun için aşırı tepki vermesi gerektiği belirtilmiştir. Kötü zamanlanmış daraltıcı maliye politikalarının kısa dönemde işsizliği artırabileceği dahası para politikası yapıcısı işbirlikçi değilse bu politikanın bütçe açığını azaltıcı etkisinin olamayacağı ayrıca tüketimi de azaltacağı belirtilmiştir. Bu bilgiler ışığında politika koordinasyonun önemi vurgulanmaktadır. Van Aarle vd. (1995) çalışmasında ise para ve maliye politikası arasındaki stratejik ilişkiyi borç istikrarı çerçevesinde incelemiştir. Açık döngülü Nash ve Stackelberg dengesini dikkate aldıkları çalışmalarında merkez bankasının daha bağımsız politika üretmesi gerektiği sonucunu ortaya koymuşlardır.

Bir diğer çalışmada Henry vd. (1999), para politika yapıcısının düşük enflasyonu sağlayacak şekilde politikasını ayarlamasını, politika yapıcıları arasındaki koordinasyon yapısı ve merkez bankasının bağımsızlığı çerçevesinde incelenmektedir. Politika yapıcıları arasındaki koordinasyon yapısı ilk önce oyun teorik alınmakta daha sonra İngiltere ekonomisi için ampirik olarak incelemektedir. Çalışmanın bulgularına göre, enflasyon sapmasına verilen önemin artması enflasyonist etkiyi azaltmaktadır. Politika yapıcılar arasında koordinasyonun olmadığı bir durumda şoklar istikrarsızlık yaratmaktadır. Bunun sebebi politika hedeflerinin çatışması olarak nitelendirilmektedir. İşbirlikli ve işbirliksiz(Nash) durumlar için geliştirilen çözümlerden, sonuçlar açısından önemli tespitler elde edilmektedir. İşbirliksiz durumda genişletici maliye politikasının yüksek faiz oranlarına neden olduğu, ayrıca, enflasyonla mücadele konusunda problemler yarattığı belirtilmiştir. Bunun sebebi ise, merkez bankasının enflasyonu kontrol altına alabilmek için faiz oranlarını normalden daha fazla artırmak zorunda kalması olarak açıklanmıştır. Yüksek faiz oranlarının ise çıktıda azalmaya neden olduğu belirtilmektedir. İşbirliği durumunda ise çıktının daha az etkilenerek enflasyonun düşürülebileceği vurgulanmaktadır. Dolayısı ile politikalar arasında işbirliksiz durumun daha düşük büyüme oranına aşırı değerlenmiş döviz kuru ve dış ticarette azalmaya sebep olduğu vurgulanmaktadır.

Neck (1999) çalışmasında ise Avusturya ekonomisi verileri ile para ve maliye politikası arasındaki dinamik oyun modelini incelemiştir. İşbirlikli ve işbirliksiz çözümler için tahmin edilen modellerde, çok küçük farklar olduğunu göstermiştir. Buna ilaveten, makroekonomik hedefler açısından hükümetin rolünün merkez bankasından daha güçlü olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Buti vd. (2001) çalışmasında, merkez bankası ile mali otorite arasında etkileşimi basit bir oyun şeklinde analiz etmektedir. Politika yapıcıları arasındaki tamamlayıcılık veya ikame edilebilirliğin, büyük ölçüde ekonomiye etki eden şok türüne bağlı olduğunu belirtmektedir. Hükümetin çıktıyı doğal seviyesinin üzerine çıkaracak politika uygulaması durumunda, işbirliksiz durumda bir çıktı açığı sapması olmaktadır. Ancak, işbirliği durumunda hem 'çıktı açığı sapması' hem de 'enflasyon sapması' ile karşılaşılmaktadır. Bununla birlikte, hükümet yalnızca çevrimsel istikrarı sürdürürse, bu sapmalar ortadan kaybolacaktır.

Van Aarle vd. (2002) çalışmalarında ise EMU' da politika yapıcıları arasındaki işbirliğinin etkilerini incelemek için farklı dinamik oyun senaryoları kurmaktadırlar. Bu senaryolar, (i) işbirliksiz para ve maliye politikaları, (ii) kısmi işbirliği ve (iii) ülkelerin yapısal özelliklerine, politika tercihlerine ve / veya pazarlık gücüne göre farklılık gösteren simetrik ve asimetrik ayarlarda tam işbirliği senaryolarıdır. Bu senaryoları değerlendirmek için ise dinamik simülasyon tekniği kullanılmıştır. Sonuç olarak belirli bir koalisyonun sürdürülebilirliğinin ve optimal stratejiler ve sonuçta ortaya çıkan makroekonomik ayarlamanın etkileri, tercihlerin başlangıç kalibrasyonlara ve yapısal model parametrelerine oldukça duyarlıdır. İşbirliği genellikle maliye politika yapıcısı için etkilidir. İşbirlikçi olmayan Nash dengesi, Avrupa Parasal Birliğindeki ülkeler için varsayımlar asimetrik bir yapıda olduğunda ortaya çıkan bir sonuçtur. Çoğu simülasyonda, tam işbirliği, ECB için Pareto iyileştirme sağlamaz. ECB'nin bir hükümetle diğerine karşı işbirliği yaptığı durumlar genellikle para ve maliye politikalarında istikrarı iyileştirici politikalar üretmemektedir.

Bu konuda bir diğer çalışma Lambertini ve Rovelli (2003)'ün para ve maliye politikası arasındaki ilişkiyi makroekonomik istikrar açısından teorik olarak incelediği çalışmadır. Model kapalı ve basit bir ekonomi için toplam talep(AD) ve toplam arz(AS) çerçevesinde analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular, Stackelberg çözümünün Nash çözümüne göre tercih edilebilir olduğunu göstermiştir.

Kirsanova vd. (2005) çalışmasında yine para ve maliye politikası arasındaki etkileşimi dinamik yapıda ekonomik şoklara karşı davranışlar çerçevesinde incelemiştir. Çalışmada; ilk olarak her iki politika yapıcısının da iyimser olduğu duruma bakılmış ve bu durumda sosyal kayıp açısından en iyi sonuca ulaşılmıştır. Buradaki iyimserlikten kasıt, mali otoritenin neredeyse makroekonomik istikrar açısından tüm yükü parasal otoritenin hedefine göre belirlemesi durumudur. İkinci olarak, eğer para otoritesinin iyimser ancak mali otoritenin hedeften sapması durumunda Nash dengesi açısından en büyük refah kaybı yaşanmaktadır. Bu durumda her otorite tek taraflı bireysel çabası ile ekonomik istikrarı sağlamaya çalışırsa hızlı bir kamu borcu birikimi ortaya çıkmaktadır. Üçüncü olarak eğer para otoritesi iyimser, mali otorite hedeften saparsa ve mali otorite lider olursa sonuç neredeyse her iki politika yapıcının iyimser olduğu durum kadar iyi çıkmaktadır.

Fragetta ve Kirsanova (2010) çalışmasında yine para ve maliye politikası arasındaki etkileşimi lider politika çerçevesinde Birleşik Krallık, Birleşik Devletler ve İsveç verileri için dışa açık küçük ekonomi modeli kullanarak bayesci tahmin yöntemi ile analiz etmiştir. Çalışmada, para ve maliye otoritelerinin stratejik olarak işbirliksiz politika oyunlarındaki gibi davrandıkları varsayılmış ve farklı liderlik rejimleri karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak mikro tabanlı sosyal tercihlere göre, Birleşik Krallık ve İsveç için en uygun modelin maliye politikasının lider olduğu, Birleşik Devletler için ise Nash ya da işbirliksiz rejimin en uygun model olduğu sonucuna varılmıştır.

Saulo vd. (2013) çalışmalarında, para ve maliye politikası arasındaki etkileşimi oyun teorisi çerçevesinde Brezilya verileri ile analiz etmiştir. Küçük ölçekli dışa kapalı bir ekonomi için Nash ve Stackelberg çözümlerini türettikleri ve analiz ettikleri modelde en düşük sosyal refah kaybın para otoritesinin lider olduğu durumda ortaya çıktığı tespit edilmiştir.

Para ve maliye politikaları arasındaki etkileşimi inceleyen literatüre bakıldığında, çalışmaların bir kısmı ülkeler açısından politika etkileşiminin yapısının incelenmesi üzerine kuruludur. Bu çerçevede, politika yapıcılarının kararlarının sadece kendi hedeflerini değil aynı zamanda diğer politika yapıcısının hedefini olumlu ya da olumsuz etkilediği görülmektedir. Literatürdeki diğer çalışmalar ise etkin politika koordinasyonun nasıl sağlanması gerektiği üzerine kuruludur. Teorik modellerin yapısından ve bu modellerin uygulanan ülkelere göre değişmesi nedeniyle etkin koordinasyonun, çalışmalara göre farklılaştığı görülmektedir. Bu çalışmada Yeni Keynesyen makroekonomi modeli temel alınarak, küçük ölçekli dışa açık bir ekonomi için alternatif politika etkileşimleri oyun teorik olarak incelenmektedir. Bu çerçevede alternatif senaryolara göre politika yapıcılarının davranışları modellenmektedir. Modellerin çözümü için Gioanni ve Woodford (2001), Gioanni ve Woodford (2003) çalışmalarına, oyun teorik kurgu için Saulo vd. (2013) çalışmalarına başvurulmuştur.

Okuyucuya basitlik sunması açısından Tablo 2'de ilgili literatürde ön plana çıkan çalışmalar özetlenmiş halde verilmektedir.

Tablo 2: Para ve Maliye Politikası Arasındaki Etkileşimi İnceleyen Çalışmaların Özeti

Yazar	Yıl	Amaç	Yöntem	Sonuç
Van Aarle vd.	2002	Avrupa Parasal Birliğinde politika yapıcıları arasındaki işbirliğinin etkilerini dinamik bir oyun senaryosu ile incelemek	Dinamik Simülasyon: Nümerik Analiz	Senaryoların makroekonomik etkileri, başlangıç kalibrasyonlara parametrelere duyarlıdır. İşbirliği genellikle maliye politika yapıcısı için etkilidir. tam bir işbirliği genellikle para ve maliye politikalarında istikrarı iyileştirici politikalar üretmemektedir.
Leith, C. ve Wren-Lewis, S.	2000	Para ve maliye politika kuralları arasındaki etkileşimi aktif ve pasif politikaları incelemek	Dinamik Simülasyon: Nümerik Analiz	Para politikası, aşırı enflasyona tepki olarak reel faiz oranlarını yükseltmeye çalışırken, modelin istikrarını sağlamak için kendi kendini istikrara kavuşturan bir maliye politikasına ihtiyaç olduğu vurgulanmaktadır
Çebi	2012	Türkiye Ekonomisi için para ve maliye politikası arasındaki etkileşimi incelemek	Bayesci Tahmin Yöntemi	Para otoritesinin enflasyona daha güçlü bir şekilde tepki verdiği halde, çıktı açığına tepkisinin zayıf olduğunu göstermiştir. maliye politikası bulguları, borç dengesi(istikrarı) konusunda katkıda bulunmuş ancak mali açıdan aktif bir çıktı açığı istikrarı politikasının izine rastlanmamıştır.
Dixit ve Lambertini	2002	Zaman tutarlılığı çerçevesinde para ve maliye politikası arasındaki etkileşimi incelemek	Teorik	Zaman tutarlılığının olmadığı modelde, hem para otoritesi ve hem de mali otorite sosyal refah açısından aynı çıktı ve fiyat amaçlı hareket etmelidir. Zaman tutarlı modelde ise enflasyon hedefi daha düşük olmalıdır.
Beetsma ve Uhlig	1999	Avrupa Parasal Birliği'nde uygulanan maliye politikalarının yarattığı sorunları incelemek	Teorik	Bozucu bir hükümet harcamasının doğal ve fiili çıktı arasındaki açığı artırdığını ve böylece merkez bankasının enflasyonist politikalara yönelebileceğini göstermektedir.
Beddies	1999	Enflasyon hedeflemesi çerçevesinde çerçevesinde para ve maliye politikası arasındaki etkileşimi incelek	Teorik	Merkez bankasının tek hedefinin fiyat istikrarı olsa bile pozitif enflasyon hedefinin, fiyat istikrarının yanı sıra, kamu finansmanı için de önemli olduğu sonucuna varılmıştır.
Saulo vd	2013	Brezilya Ekonomisi için para ve maliye politikası arasındaki etkileşimi oyun teorisi çerçevesinde incelemek	Dinamik Simülasyon: Nümerik Analiz	Para otoritesinin lider olduğu durumda en düşük refah kaybı bulunmuştur.
Fragetta ve Kirsanova	2010	Birleşik Krallık, Birleşik Devletler ve İsveç için para ve maliye politikası arasındaki etkileşimi lider politika çerçevesinde incelemek	Bayesci Tahmin Yöntemi	Birleşik Krallık ve İsveç için en uygun modelin maliye politikasının lider olduğu, Birleşik Devletler için ise Nash ya da işbirliksiz rejimin en uygun model olduğu sonucuna varılmıştır.

Kirsanova vd.	2005	Para ve maliye politikası arasındaki etkileşimi iyimser tutumları çerçevesinde incelemek	Dinamik Simülasyon: Nümerik Analiz	Her iki politika yapıcısının da iyimser olduğu durumda en iyi sonuca ulaşılmıştır. Eğer para otoritesinin iyimser ancak mali otoritenin hedeften sapması durumu ise en kötü durumdur. Eğer para otoritesi iyimser, mali otorite hedeften saparsa sonuç neredeyse her iki politika yapıcının iyimser olduğu durum kadar iyi çıkmaktadır.
Lambertini ve Rovelli	2003	Makroekonomik istikrar sürecinde para ve maliye politikaları arasındaki ilişkileri incelemek	Teorik	Her iki politika yapıcı için de Stackelberg çözümleri Nash çözümüne tercih edilmektedir.
Neck	1999	Avusturya ekonomisi için para ve maliye politikası arasındaki etkileşimi incelemek	Zaman Serisi Regresyon Modeli	Makroekonomik hedefler açısından hükümetin rolünün merkez bankasından daha güçlü olduğu sonucuna ulaşılmıştır.
Neck vd.	1999	Avrupa Para Birliği içinde politika yapıcıların takdire veya bağlı politika kurallarının dışsal şoklar karşısındaki optimal tepkilerini incelemek	Dinamik Simülasyon: Nümerik Analiz	Negatif bir arz şoku için, kural tabanlı, negatif bir talep şoku karşısında ise işbirlikçi politikaların en iyi sonuç verdiği görülmektedir
Dixit	2001	AB üye ülkelerinin maliye politikalarının Avrupa merkez bankasının politikalarının etkilerini incelemek	Teorik	Ulusal maliye politikalarının özgürlüğünün Avrupa merkez bankasının para politikalarını zayıflattığını öne sürmektedir.
Aerle vd.	1995	Para ve maliye politikası arasındaki stratejik ilişkiyi borç istikrarı çerçevesinde incelemek	Teorik	Merkez bankasının daha bağımsız politika üretmesi gerektiği sonucunu keşfetmişlerdir.
Buti vd.	2001	Merkez bankası ile mali otorite arasında etkileşimi dışsal bir şok çerçevesinde basit bir oyun şeklinde incelemek	Teorik	Politika yapıcıları arasındaki etkileşim büyük ölçüde ekonomiye etki eden şok türüne bağlıdır. Mali şoklar işbirliksiz durumda bir çıktı açığı sapmasına, işbirliği durumunda ise hem çıktı açığı sapması hem de enflasyon sapmasına neden olmaktadır.
Bofinger ve Mayer	2007	Euro Bölgesi'nde farklı varsayımlara sahip Phillips eğrisi çerçevesinde para ve maliye politikası etkileşimini incelemek	Teorik	Ulusal hükümetlerin maliye politikalarının negatif etkileri karşısında sıkı para politikası kuralların gerekli olduğunu göstermektedir.
Beetsma ve Debrun	2004	Avrupa Para Birliğindeki para ve maliye politikaları arasındaki etkileşimler üzerine literatür araştırması	Tarama	Literatürdeki çoğu çalışmanın mali disiplinin bir para birliğindeki para politikasının güvenilirliğini nasıl etkilediği ve para politikasının (asimetrik) şokları dengelenmesinde maliye politikasının rolü üzerinedir.

Muscatelli	2002	G7 ülkeleri için iki politika aracının birbirine bağımlılığını incelemek	Bayesci VAR modelleri	Para ve maliye politikalarının giderek stratejik tamamlayıcı olarak kullanıldığı,
Çevik	2012	Türkiye'de para ve maliye politikaları arasındaki etkileşimi incelemek	Zaman serileri: Markov rejim değişim tekniği	Kriz dönemlerinde her iki politika yapıcının da pasif olduğu, ancak kriz öncesi dönemlerde maliye politika yapıcının aktif olduğu tespit edilmiştir.
Schmitt-Grohe ve Uribe	2007	Optimal basit ve uygulanabilir para ve maliye politikalarını incelemek	Dinamik Simülasyon: Nümerik Analiz	Para politikası kuralında enflasyon katsayısının büyüklüğünün refah için küçük bir rol oynadığını belirtmektedirler. Optimal para politikasının çıktıya yumuşak bir tepki verdiğini ve çıktıya pozitif tepki veren para politikası faiz kurallarının önemli refah kayıplarına yol açabileceği ortaya koymuşlardır.
Zoli	2005	Gelişmekte olan ülkelerde maliye politikasının para politikasını nasıl etkilediğini analiz etmek	VAR modeli	Gelişmekte olan ülkelerde genellikle para politikasının yürütülmesinin mali duruştan doğrudan etkilenmediğini ortaya koymaktadır.
Allard ve Munoz	2008	Çek Cumhuriyeti'nin karşı karşıya bulunduğu para politikası sorunlarını analiz etmek	Dinamik Simülasyon: Nümerik Analiz	Çalışmada mali önlemlerle enflasyonist problemler mücadele edileceği ancak negatif şokların etkilerini hafifletmek için para politikasına desteğinin olmayacağı sonucuna ulaşılmıştır.
Tetik ve Ceylan	2016	Türkiye'de para ve maliye politikaları arasındaki etkileşimi incelemek	SVAR	Pozitif talep ve negatif arz yönlü şoklar karşısında merkez bankasının daraltıcı bir para politikası uyguladığı, mali otoritenin ise genişleyici bir maliye politika uyguladığı görülmektedir. Dolayısıyla negatif bir arz şokunun politika çatışmasına yol açabileceğini belirtmişlerdir.
İlgün	2010	Türkiye ekonomisinde politika yapıcıları arasındaki koordinasyonu iş çevrimlerindeki dalgalanmalar çerçevesinde incelemek	Yapısal vektör hata düzeltme modeli	Politika yapıcıların, etkin istikrar politikalarının belirlenmesinde söz konusu etkileşimi dikkate almaları gerektiğini ortaya koymaktadır.
Henry vd.	1999	Para politika yapıcısının düşük enflasyonu sağlayacak şekilde politikasını ayarlamasını, politika yapıcıları arasındaki koordinasyon yapısı ve merkez bankasının bağımsızlığı çerçevesinde incelemek	Teorik ve veri analizi	Politika yapıcılar arasında koordinasyonun olmadığı bir durumda şoklar istikrarsızlık yaratmaktadır. politikalar arasında işbirliksiz durumun daha düşük büyüme oranına aşırı değerlenmiş döviz kuru ve dış ticarette azalmaya sebep olmakta olduğu vurgulanmaktadır.

Benigno ve Woodford	2003	Optimal para ve maliye politikaların etkileşimini incelemek	Dinamik Simülasyon	Bozucu vergilerdeki değişimlerin, çıktı ve enflasyon istikrarının sağlanmasında para politikası ile aynı hedef doğrultusunda hareket etmesi gerektiğini belirtmişlerdir.
Nordhaus	1994	Para ve maliye politikalar arasında etkileşimi bağımsızlık ve koordinasyon çerçevesinde incelemek	VAR modeli ve Dinamik Simülasyon	Kötü zamanlanmış daraltıcı maliye politikalarının kısa dönemde işsizliği artırabileceği dahası para politikası yapıcısı işbirlikçi değilse bu politikanın bütçe açığını azaltıcı etkisinin olamayacağı ayrıca tüketimi de azaltacağı belirtilmiştir. Bu bilgiler ışığında politika koordinasyonun önemi vurgulanmaktadır.
Thadden	2004	Maliye politikası pasif para politikası aktif olduğu durumlarda sabit parasal büyüme kuralı ve katı enflasyon hedeflemesi kurallarını karşılaştırılmak	Dinamik Simülasyon	Para politikasının kendi hedeflerine bağlı kalarak maliye politikasını kısıtlayabileceği, para politikasının sabit parasal büyüme kuralı şeklinde uygulanmasıyla enflasyonist şoklara karşı hükümetin borç dinamikleri otomatik istikrarlandırıcı niteliğinde tepkiler verdiği enflasyon hedeflemesi politikasının ise kamu borç stokunu sabit kalmasına yol açarak ekonomik istikrarı negatif etkileyeceği sonucuna varılmıştır.
Gali ve Monacelli	2008	Para birliği için optimal para ve maliye politikası etkileşimini analiz etmek	Teorik ve Dinamik Simülasyon	Optimal politika karmasında, enflasyonun ortak merkez bankası tarafından birlik düzeyinde istikrar kazanması gerekmektedir. Maliye politikasında ise ülkeye özgü bir istikrar gerektiği vurgulamaktadır.
Bianchi ve Ilut 2017	2017	ABD ekonomisi için para ve maliye politika karmalarındaki değişimleri ve etkilerini incelemek	Amprik Analiz ve Dinamik Simülasyon	Enflasyondaki düşüş ve yükseliş gibi bir çok makro ekonomik problem para ve maliye politika yapıcıları arasındaki güç dengelerindeki değişikliğine bağlıdır. Etkin bir politika karması bu problemlerin yarattığı negatif etkileri yumuşatmaktadır.

Yeni Keynesyen çerçeve çoğunlukla optimal para ve maliye politikalarını analiz etmek için kullanılır. Kullanılan denklemler sistemi, yapışkan fiyatların olduğu dinamik stokastik genel denge modeli(dynamic stochastic general equilibrium (DSGE) nin logaritmik forumundaki doğrusal yaklaşımıdır. DSGD yaklaşımı mikro ekonomik prensiplerden türetilen makroekonomik modellere dayalı para ve maliye politikalarının etkilerini ve ekonomik büyüme gibi bütüncül iktisadi dalgalanmaları açıklamak için kullanılır. Bu çerçevede literatürde DSGD modellerini değerlendirmek ve tahmin etmek için farklı yöntemler kullanılmaktadır. Bu tekniklerden bazıları, VAR modeli(vektör otoregresyon modeli)'den türetilen etki tepki fonksiyonları arasındaki aralığa dayalı bir yöntem olan Minimum Aralık Tahmini (MDE), dinamik simülasyon, genelleştirilmiş momentler metodu(GMM) ve bayesci tahmin yöntemidir.

Tablo 2'de para ve maliye politikaları arasındaki etkileşimi inceleyen 30 adet çalışma, yazarlarına, yayınlandıkları yıllara, amaçlarına, yöntemlerine ve bulgularına göre gösterilmektedir. Bu çalışma da dışa açık küçük ekonomi için para ve maliye politikalarını arasındaki etkileşim oyun teorik olarak ele almaktadır. Bu çerçevede politika yapıcılar arasındaki stratejik etkileşimlerinin yapısına göre yani oyun teorik senaryolara göre yeni politika kuralları türetilmektedir. Bu çerçevede her bir senaryo, literatürde ön plana çıkan dinamik simülasyon yöntemi ile analiz edilmektedir.

3.3 Alternatif Senaryoların Uygulaması: Dinamik Simülasyon

Bu bölümde politika yapıcıları arasındaki alternatif senaryolar için türetilen modelin stokastik simülasyonu yapılmaktadır. Bu, her bir senaryo için türetilen optimal para ve maliye politikalarının performansını değerlendirmek için yapılmaktadır. Simülasyon sonucunda etki tepki fonksiyonları aracılığı ile her bir senaryonun dışsal şoklara tepkilerine bakılarak sosyal kayıp üzerindeki etkileri analiz edilmektedir. Daha sonra hangi senaryonun en düşük sosyal kayba yol açtığını bulmak için kayıp analizi yapılmaktadır.

Alternatif senaryolar için elde edilen optimal para ve maliye politikalarının performansı, dinamik IS eğrisi denklemi, Yeni Keynesyen Phillips eğrisi denklemi, hükümet bütçesi kısıtı denklemi ve optimal para ve maliye politika kurallarının kullanıldığı bir simülasyon ile değerlendirilmektedir. Bunun için modelin kalibre edilmesi gerekmektedir. Kalibrasyon sürecinde Türkiye ekonomisinin 2006-2017 yılları arasındaki performansı dikkate alınmıştır. Böylece model içindeki hesaplamalara dayalı parametre değerleri, Türkiye Ekonomisi için 2006:1-2017:3 dönemi referans alınarak kalibre edilmiştir. Modeldeki diğer parametreler ise önceki çalışmalar kullanılarak kalibre edilmiştir. Kalibre edilen değerler Tablo 3'te gösterilmektedir.

Tablo 3: Kalibrasyon Değerleri

Parametre	Tanımı	Değer
θ	Yurtiçi fiyat yapışkanlığı derecesi	0.5
σ	Tüketimin dönemler arası ikamesinin ters esnekliği	3
α	Dışa açıklık derecesi	0.27
φ	İşgücü arzının ters esnekliği	2
β	İskonto faktörü	0.99
σ_{α}	Teknolojik yeniliğin standart sapması	1
ρ_a	Teknolojinin AR katsayısı	0.8
ρ_{c^*}	Yurtdışı tüketimin AR katsayısı	0.8
γ_{π}	Parasal kayıp fonksiyonlarında ekonominin denge koşuluna göre enflasyonun hedefinden sapma parametresi	1
ρ_{π}	Mali kayıp fonksiyonunda ekonominin denge koşuluna göre enflasyonun hedefinden sapma parametresi	0.5
γ_y	Parasal kayıp fonksiyonunda ekonominin denge koşuluna göre çıktının potansiyel düzeyinden sapma parametresi	0.4
ρ_y	Mali kayıp fonksiyonunda ekonominin denge koşuluna göre çıktının potansiyel düzeyinden sapma parametresi	1
γ_r	Parasal kayıp fonksiyonunda ekonominin denge koşuluna göre denge faiz oranından sapma parametresi	0.5
ρ_g	Mali kayıp fonksiyonunda ekonominin denge koşuluna göre denge hükümet harcamasından(ya da mali açıktan) sapma parametresi	0.2

Literatürde fiyat sözleşmelerinin ortalama süresinin 6 ay olduğunun ön plana çıkmasıyla, yurtiçi fiyat yapışkanlığı için Calvo parametresi 0.50 kullanılmıştır. Tüketimin dönemler arası ikamesinin ters esnekliğinin parametre değeri Çebi (2011)'deki gibi 3 olarak kullanılmıştır. Bu tüketimdeki ikame esnekliğinin 0,33 (1/3) olduğunu ifade eder.

Dışa açıklık derecesi α ise, 2006-2017 dönemleri arasında Çebi (2012)'deki gibi ortalama ithalatın GSYH'ye oranını dikkate alarak 0.27 olarak belirlenmiştir. Diğer taraftan benzer bir hesaplama ile aynı dönemler arasında durağan durum borç/GSYH oranı yani $\bar{B}$, 0.21 ve durağan durum tüketim/GSYH oranı yani $\bar{C}$, 0.62 olarak belirlenmiştir. Sabit gelir vergisi oranı ise Gelir Vergisi Kanununun 103 üncü maddesinde yer alan gelir vergisine tabi gelirlerin vergilendirilmesinde esas alınan tarife dikkate alarak belirlenmiştir. Bu tarife yıllara göre değişiklik göstermemekte sadece gelir kategorilerine göre değişmektedir. Çalışmada sabit gelir vergisi bu gelir kategorilerinin ortalaması olarak 0.2425 değeri kullanılmıştır.

İskonto faktörü β, yıllık durağan durum reel faiz oranının %4 olarak kabul edilmesinden dolayı 0.99 olarak belirlenmiştir. Lubik ve Schorfheide (2007) çalışmasından hareketle yurtiçi ve yurtdışı mallar arasındaki ikame esnekliği η ve farklı ülkelerde üretilen mallar arasındaki ikame esnekliği γ, 1 olarak belirlenmiştir. Buradan ω ve λ katsayıları elde edilerek Çebi (2012)'deki gibi $\sigma_a = 1$ olarak belirlenmiştir.

Parasal ve mali kayıp fonksiyonlarında ekonominin denge koşuluna göre enflasyon,çıktı, optimal faiz ve hükümet harcamasından sapma parametreleri Fragetta ve Kirsanova (2010), Çebi (2012), Flotho (2012) ve Saulo vd(2013) çalışmalarına göre belirlenmiştir. Parasal kayıp fonksiyonunda ekonominin denge koşuluna göre enflasyonun hedefinden sapma parametresi 1, çıktının potansiyel düzeyinden sapma parametresi 0.4 ve denge faiz oranından sapma parametresi 0.5 olarak belirlenmiştir. Mali kayıp fonksiyonunda ise ekonominin denge koşuluna göre enflasyonun hedefinden sapma parametresi 0.5, çıktının potansiyel düzeyinden sapma parametresi 1 ve denge hükümet harcamasından sapma parametresi 0.2 olarak belirlenmiştir.

3.3.1 İçsel ve Dışsal Değişkenler

Genel denge modelindeki içsel değişkenler veriye dayalı olarak elde edilen değişkenler olarak tanımlanmaktadır. Dışsal değişkenler yani şok değişkenleri ise ekonominin kendi iç dinamiklerinden kaynaklanmayan şokları ifade eden değişkenlerdir.

Bu çerçevede genel denge modelindeki değişkenler Tablo 4'te özetlenmiştir.

Tablo 4: Değişkenlerin Tanımı

İçsel Değişkenler	Çıktı Açığı	$\tilde{y}_t$
	Yurt içi Enflasyon	$\pi_{H,t}$
	Borç Stoku	$\tilde{b}_t$
	Nominal Faiz Oranı	r_t
	Hükümet Harcaması(Mali Açık)	$\tilde{g}_t$
Dışsal Değişkenler	Faiz Oranı Doğal Seviyesi	r_t^N
	Teknolojik Yenilik	a_t
	Dış Dünya Tüketimi	c_t^*
	Yurt içi Fiyat Şoku	ε_t^{π}
	Faiz Şoku	ε_t^{r}
	Harcama Şoku	ε_t^{g}

Modelde kullanılan içsel değişkenler sırasıyla çıktı açığı, yurt içi enflasyon oranı, borç stoku, nominal faiz oranı ve hükümet harcamasıdır. Dışsal değişkenler ise faiz oranı doğal seviyesi, teknolojik yenilik, dış dünya tüketimi, yurt içi fiyat, faiz ve harcama şoklarıdır. Bu şoklardan yurt içi fiyat, faiz ve harcama şokları, veriye dayalı değişkenlere verilen şoklar sonrası ilgili dönem için gerçek değişimleri ortaya çıkarmaktadır. Ancak, faiz oranı doğal seviyesi, teknolojik yenilik ve dış dünya tüketimi, ekonominin kendi iç dinamiklerinden kaynaklanmayan şokları ifade etmektedir.

3.3.2 İşbirliksiz Nash Oyunu Çerçevesinde Dinamik Genel Denge Modeli

Politikalar arasındaki etkileşimi işbirliksiz Nash oyunu çerçevesinde ele alan genel denge modeli içerisindeki içsel süreçleri, sırasıyla, dinamik IS denklemi, Yeni Keynesyen Phillips eğrisi, hükümet borç ödeme kısıtı denklemi ve işbirliksiz Nash faiz ve harcama politika kuralları oluşturmaktadır. Yurt içi enflasyon, faiz ve harcama şokunu elde edebilmek için Yeni Keynesyen Phillips eğrisine, işbirliksiz Nash faiz ve harcama politika kurallarına dışsal olarak şok değişkenleri eklenmiştir.

Dışsal süreçlerde ise öncelikle doğal faiz oranı, dışa açık bir ekonomi modelinde tanımı yapılan diğer değişkenler kullanılmak suretiyle model içerisinde türetilmektedir. Teknoloji ve dış dünya tüketimi (üretimi) modelde şok olarak yer almaktadır. Bunlar, tıpkı yurt içi enflasyon, faiz ve harcama şoku gibi AR(1) süreci olarak tanımlanmaktadır. Ekonominin genel dengesi, dışa açık ekonomi modelini temsil eden denklemler ve bu senaryo için oyun teorik olarak elde edilen politika kuralları Tablo 5'te gösterilmektedir.

Tablo 5: Birinci Senaryo: İşbirliksiz Nash Oyunu Çerçevesinde Dinamik Genel Denge Modeli

İçsel Süreçler	Dışsal Süreçler
$\tilde{y}_t = E_t\{\tilde{y}_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma_a}\left(r_t - E_t\{\pi_{H,t+1}\} - r_t^N\right) - E_t\{\Delta\tilde{g}_{t+1}\}$	$r_t^N = \frac{\sigma_\alpha(1+\varphi)(\rho_a-1)}{(\sigma_\alpha+\varphi)} a_t + \frac{\varphi\alpha(\omega-1)}{(\sigma_\alpha+\varphi)}(\rho_{c^*} - 1)c_t^*$
$\pi_{H,t} = \beta E_t\{\pi_{H,t+1}\} + \kappa\tilde{y}_t - \sigma_\alpha\tilde{g}_t + \varepsilon_t^\pi$	$a_t = \zeta_a a_{t-1} + e_t^a$
$\tilde{b}_{t+1} = (r_t - r_t^N) + \frac{1}{\beta}(\tilde{b}_t - \pi_{H,t} + \frac{\bar{C}}{\bar{B}}\tilde{g}_t + \frac{1-\bar{C}-\tau}{\bar{B}}\tilde{y}_t)$	$c_t^* = \zeta_{c^*} c_{t-1}^* + e_t^{c^*}$
$r_t = \Theta_{r,1}r_{t-1} - \Theta_{r,2}r_{t-2} + \Theta_{\pi,0}\pi_{H,t} + \Theta_{y,0}\tilde{y}_t - \Theta_{y,1}\tilde{y}_{t-1} - \Theta_{r^*}r^* + \varepsilon_t^r$	$\varepsilon_t^\pi = \zeta_{\varepsilon^\pi}\varepsilon_{t-1}^\pi + e_t^\pi$
$\tilde{g}_t = -sabit + \Psi_{g,+1}E_t\{\tilde{g}_{t+1}\} + \Psi_{g,1}\tilde{g}_{t-1} + \Psi_{y,+1}E_t\{\tilde{y}_{t+1}\} - \Psi_{y,0}\tilde{y}_t + \Psi_{y,1}\tilde{y}_{t-1}$	$\varepsilon_t^r = \zeta_r\varepsilon_{t-1}^r + e_t^r$
$-\Psi_{\pi,+1}E_t\{\pi_{H,t+1}\} + \Psi_{\pi,0}\pi_H + \varepsilon_t^g$	$\varepsilon_t^g = \zeta_g\varepsilon_{t-1}^g + e_t^g$

3.3.3 Stackelberg Liderliği Durumunda Dinamik Genel Denge Modeli

Para politika yapıcısının lider olarak ele alındığı Stackelberg oyunu çerçevesindeki genel denge modelinde içsel süreçler yine dinamik IS denklemi, Yeni Keynesyen Phillips eğrisi, hükümet borç ödeme kısıtı denklemlerini içermektedir. Bununla birlikte, faiz ve harcama kuralları, liderin para politika yapıcısı, takipçinin ise maliye politika yapıcısı olduğu senaryo sonucunda elde edilen denklemlerden oluşmaktadır.

İşbirliksiz Nash oyunu modelinde olduğu gibi Yeni Keynesyen Phillips eğrisine, faiz ve harcama politika kurallarına dışsal olarak şok değişkenleri eklenmiştir. Dışsal süreçler de işbirliksiz Nash oyunu modelinde olduğu gibi doğal faiz oranı, AR(1) süreci olarak tanımlanan teknoloji ve dış dünya tüketimi şeklindedir. Ekonominin genel dengesi, dışa açık ekonomi modeli temsil eden denklemler ve bu senaryo için oyun teorik olarak elde edilen politika kuralları Tablo 6'da gösterilmektedir.

Tablo 6: İkinci Senaryo A: Para Politika Yapıcısının Liderliği Durumunda Dinamik Genel Denge Modeli

İçsel Süreçler	Dışsal Süreçler
$\tilde{y}_t = E_t\{\tilde{y}_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma_a}\left(r_t - E_t\{\pi_{H,t+1}\} - r_t^N\right) - E_t\{\Delta\tilde{g}_{t+1}\}$	$r_t^N = \frac{\sigma_\alpha(1+\varphi)(\rho_a-1)}{(\sigma_\alpha+\varphi)} a_t + \frac{\varphi\alpha(\omega-1)}{(\sigma_\alpha+\varphi)}(\rho_{c^*}-1)c_t^*$
$\pi_{H,t} = \beta E_t\{\pi_{H,t+1}\} + \kappa\tilde{y}_t - \sigma_\alpha\tilde{g}_t + \varepsilon_t^\pi$	$a_t = \zeta_a a_{t-1} + e_t^a$
$\tilde{b}_{t+1} = (r_t - r_t^N) + \frac{1}{\beta}(\tilde{b}_t - \pi_{H,t} + \frac{\bar{C}}{\bar{B}}\tilde{g}_t + \frac{1-\bar{C}-\tau}{\bar{B}}\tilde{y}_t)$	$c_t^* = \zeta_{c^*} c_{t-1}^* + e_t^{c^*}$
$r_t = sabit - \Upsilon_{g,+1}E_t\{\tilde{g}_{t+1}\} + \Upsilon_{g,1}\tilde{g}_{t-1} + \Upsilon_{y,+1}E_t\{\tilde{y}_{t+1}\} - \Upsilon_{y,0}\tilde{y}_t + \Upsilon_{y,1}\tilde{y}_{t-1}$ $+\Upsilon_{\pi,+1}E_t\{\pi_{t+1}\} - \Upsilon_{\pi,0}\pi_t + r^* + \Upsilon_{r^N,0}r_t^N + \varepsilon_t^r$	$\varepsilon_t^\pi = \zeta_{\varepsilon^\pi}\varepsilon_{t-1}^\pi + e_t^\pi$
$\tilde{g}_t = -sabit + \Psi_{g,+1}E_t\{\tilde{g}_{t+1}\} + \Psi_{g,1}\tilde{g}_{t-1} + \Psi_{y,+1}E_t\{\tilde{y}_{t+1}\} - \Psi_{y,0}\tilde{y}_t + \Psi_{y,1}\tilde{y}_{t-1}$ $-\Psi_{\pi,+1}E_t\{\pi_{H,t+1}\} + \Psi_{\pi,0}\pi_H + \varepsilon_t^g$	$\varepsilon_t^r = \zeta_r\varepsilon_{t-1}^r + e_t^r$
	$\varepsilon_t^g = \zeta_g\varepsilon_{t-1}^g + e_t^g$

Maliye politika yapıcısının lider olarak ele alındığı Stackelberg oyunu çerçevesindeki genel denge modeli para politika yapıcısının lider olduğu modele benzerdir. Ancak, faiz ve harcama kuralları, liderin maliye politika yapıcısı, takipçinin ise para politika yapıcısı olduğu senaryo sonucunda elde edilen denklemlerden oluşmaktadır. Ekonominin genel dengesi, dışa açık ekonomi modelini temsil eden denklemler ve oyun teorik olarak, bu senaryo için oyun teorik olarak elde edilen politika kuralları Tablo 7'de gösterilmektedir.

Tablo 7: İkinci Senaryo B: Maliye Politika Yapıcısının Liderliği Durumunda Dinamik Genel Denge Modeli

İçsel Süreçler	Dışsal Süreçler
$\tilde{y}_t = E_t\{\tilde{y}_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma_a}\left(r_t - E_t\{\pi_{H,t+1}\} - r_t^N\right) - E_t\{\Delta\tilde{g}_{t+1}\}$	$r_t^N = \frac{\sigma_\alpha(1+\varphi)(\rho_a-1)}{(\sigma_\alpha+\varphi)} a_t + \frac{\varphi\alpha(\omega-1)}{(\sigma_\alpha+\varphi)}(\rho_{c^*}-1)c_t^*$
$\pi_{H,t} = \beta E_t\{\pi_{H,t+1}\} + \kappa\tilde{y}_t - \sigma_\alpha\tilde{g}_t + \varepsilon_t^\pi$	$a_t = \zeta_a a_{t-1} + e_t^a$
$\tilde{b}_{t+1} = (r_t - r_t^N) + \frac{1}{\beta}(\tilde{b}_t - \pi_{H,t} + \frac{\bar{C}}{\bar{B}}\tilde{g}_t + \frac{1-\bar{C}-\tau}{\bar{B}}\tilde{y}_t)$	$c_t^* = \zeta_{c^*} c_{t-1}^* + e_t^{c^*}$
$r_t = \Theta_{r,1}r_{t-1} - \Theta_{r,2}r_{t-2} + \Theta_{\pi,0}\pi_{H,t} + \Theta_{y,0}\tilde{y}_t - \Theta_{y,1}\tilde{y}_{t-1} - \Theta_{r^*}r^* + \varepsilon_t^r$	$\varepsilon_t^\pi = \zeta_{\varepsilon^\pi}\varepsilon_{t-1}^\pi + e_t^\pi$
$\tilde{g}_t = \Xi_{g,+1}E_t\{\tilde{g}_{t+1}\} - \Xi_{r^*}r^* - \Xi_{r^N,0}r_t^N + \Xi_{r,1}r_{t-1} - \Xi_{r,2}r_{t-2} - \Xi_{\pi,+1}E_t\{\pi_{H,t+1}\}$	$\varepsilon_t^r = \zeta_r\varepsilon_{t-1}^r + e_t^r$
$+\Xi_{\pi,0}\pi_{H,t} - \Xi_{y,+1}E_t\{\tilde{y}_{t+1}\} + \Xi_{y,0}\tilde{y}_t - \Xi_{y,1}\tilde{y}_{t-1} + w\varepsilon_t^\pi + \varepsilon_t^g$	$\varepsilon_t^g = \zeta_g\varepsilon_{t-1}^g + e_t^g$

3.3.4 İşbirlikli Oyun Çervesinde Dinamik Genel Denge Modeli

Politikalar arasındaki etkileşimi işbirlikli oyun çerçevesinde ele alan genel denge modeli içerisindeki içsel ve dışsal süreçler diğer modellere benzemektedir. Ancak, faiz ve harcama kuralları, para ve maliye politika yapıcısı arasında işbirliğinin olduğu senaryo sonucunda elde edilen denklemlerden oluşmaktadır. Bu senaryo için, ekonominin genel dengesi, dışa açık ekonomi modelini temsil eden denklemler ve oyun teorik olarak elde edilen politika kuralları Tablo 8'de gösterilmektedir.

Tablo 8: Üçüncü Senaryo: İşbirlikli Oyun Çerçevesinde Dinamik Genel Denge Modeli

İçsel Süreçler	Dışsal Süreçler
$\tilde{y}_t = E_t\left\{\tilde{y}_{t+1}\right\} - \frac{1}{\sigma_a}\left(r_t - E_t\left\{\pi_{H,t+1}\right\} - r_t^N\right) - E_t\left\{\Delta\tilde{g}_{t+1}\right\}$	$r_t^N = \frac{\sigma_\alpha(1+\varphi)(\rho_a-1)}{(\sigma_\alpha+\varphi)} a_t + \frac{\varphi\alpha(\omega-1)}{(\sigma_\alpha+\varphi)}(\rho_{c^*}-1)c_t^*$
$\pi_{H,t} = \beta E_t\left\{\pi_{H,t+1}\right\} + \kappa\tilde{y}_t - \sigma_\alpha\tilde{g}_t + \varepsilon_t^\pi$	$a_t = \zeta_a a_{t-1} + e_t^a$
$\tilde{b}_{t+1} = (r_t - r_t^N) + \frac{1}{\beta}(\tilde{b}_t - \pi_{H,t} + \frac{\bar{C}}{\bar{B}}\tilde{g}_t + \frac{1-\bar{C}-\tau}{\bar{B}}\tilde{y}_t)$	$c_t^* = \zeta_{c^*} c_{t-1}^* + e_t^{c^*}$
$r_t = \Phi_{r,1}r_{t-1} - \Phi_{r,2}r_{t-2} - \Phi_{g,0}\tilde{g}_t + \Phi_{g,1}\tilde{g}_{t-1} - \Phi_{g,2}\tilde{g}_{t-2} - \Phi_{y,0}\tilde{y}_t + \Phi_{y,1}\tilde{y}_{t-1}$ $-\Phi_{y,2}\tilde{y}_{t-2} + \Phi_{\pi,0}\pi_{H,t} - \Phi_{\pi,1}\pi_{H,t-1} - \Phi_{r^*}r^* + \varepsilon_t^r$	$\varepsilon_t^\pi = \zeta_{\varepsilon^\pi}\varepsilon_{t-1}^\pi + e_t^\pi$
$\tilde{g}_t = \Omega_{r,0}\left(r_t - r^*\right) + \Omega_{r,1}\left(r_{t-1} - r^*\right) - \Omega_{r,2}\left(r_{t-2} - r^*\right) + \Omega_{g,1}\tilde{g}_{t-1} - \Omega_{g,2}\tilde{g}_{t-2}$ $-\Omega_{y,0}\tilde{y}_t + \Omega_{y,1}\tilde{y}_{t-1} - \Omega_{y,2}\tilde{y}_{t-2} + \Omega_{\pi,0}\pi_{H,0} - \Omega_{\pi,1}\pi_{H,t-1}$	$\varepsilon_t^r = \zeta_r\varepsilon_{t-1}^r + e_t^r$ $\varepsilon_t^g = \zeta_g\varepsilon_{t-1}^g + e_t^g$

3.4 Nümerik Analiz Bulguları

Çalışmanın bu kısmında karşı-olgusal deneylerle, geliştirilen oyun teorik modellerin stokastik simülasyon sonuçları tartışılmaktadır. Daha önce de belirtildiği gibi model dinamik IS denklemi, Yeni Keynesyen Phillips eğrisi denklemi, hükümet borç ödeme kısıtı denklemi ile her bir senaryo için türetilen faiz ve harcama politika kurallarından oluşmaktadır. Bu çalışmada her bir senaryonun işlem adımları için MATLAB programı üzerinde çalışan ve Dinamik Stokastik Genel Denge Modellerinin tahmini için geliştirilen DYNARE araç kutusu (toolbox) kullanılmaktadır.

Yeni Keynesyen makro ekonomik modeller genellikle bir ekonomideki dışsal şokların bozucu etkileriyle ve bu ekonominin şoklara verdiği tepkilerle ilgilenme eğilimindedir(Snowdon ve Vane, 2005). Stokastik simülasyon ile, politika yapıcıları arasındaki etkileşime dayalı her bir senaryo için, dengede olduğu varsayılan ekonomide oluşacak bir şok sonucunda çıktı, enflasyon, borç stoku ve faiz oranlarının verdiği tepkiler gösterilmektedir. Buradaki etki-tepki fonksiyonları parametrelerin kalibrasyon değerlerine dayalı olarak elde edilmektedir. Böylece ekonomideki şokların sosyal refah göstergeleri olduğu düşünülen değişkenler üzerindeki etkisinin ne zaman başladığını ve ne kadar sürdüğünü bize göstermektedir. Bu şekilde, her bir senaryo için, dengede olduğu varsayılan ekonomide oluşacak şoklara içsel değişkenlerin verdikleri tepkiler kıyaslanarak hangi senaryonun daha etkin olduğu ve elde edilen modellerin denge dinamikleri analiz edilmektedir.

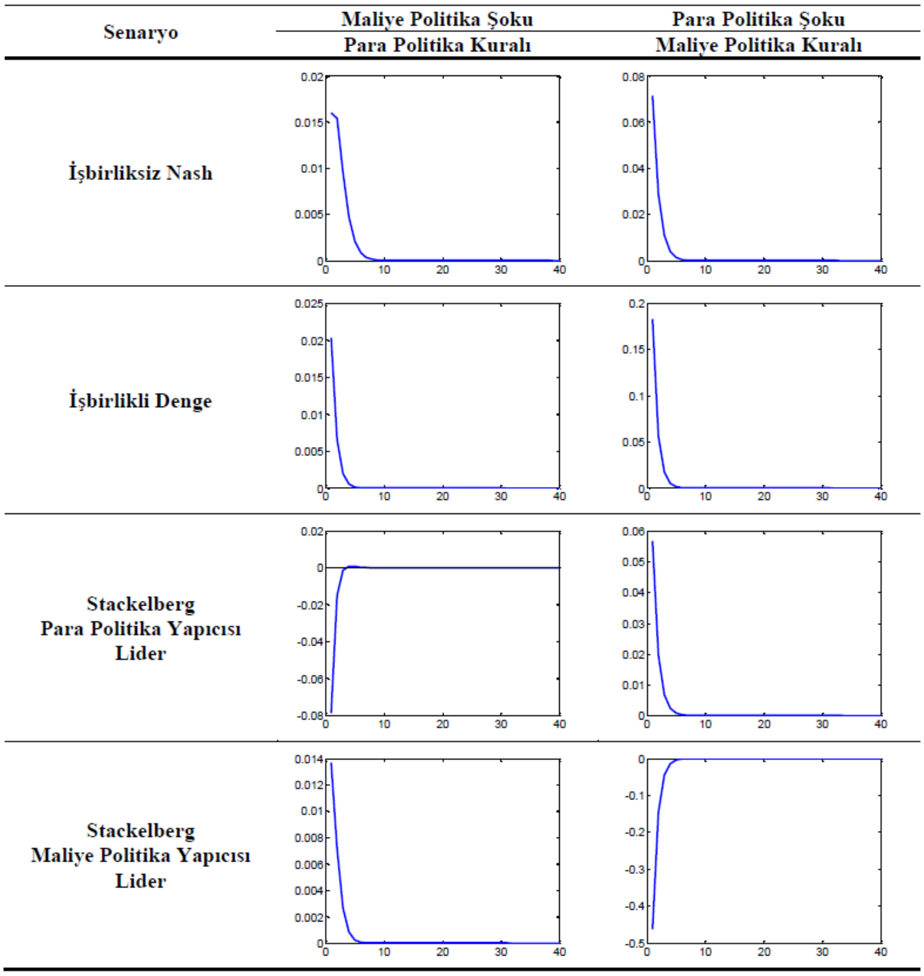
Etki tepki analizlerine bağlı olarak, politika yapıcıları arasındaki etkileşimin dinamik yapısı da analiz edilmektedir. Bu çerçevede her bir senaryo için para politikası şoklarının harcama kuralı üzerindeki etkileri ve maliye politikası şoklarının faiz kuralı üzerindeki etkileri görülebilmektedir. Böylece politika yapıcıları arasındaki işbirlikli-işbirliksiz ve lider takipçi mekanizmalarının dinamik yapıları incelenerek, oyun teorik olarak kurgulanan senaryolar analiz edilmektedir.

Ayrıca, stokastik simülasyon ile birlikte değişkenlerin optimal patikalarının varyansları elde edilmektedir. Böylece her bir senaryo için dengedeki ekonominin sosyal kayıp fonksiyonunun beklenen değeri hesaplanmaktadır. Bu şekilde hangi senaryonun sosyal kayıp fonksiyonunu minimize ettiği incelenmektedir. Buradan hareketle elde edilen bulgular, optimal politika etkileşiminin hangisi olduğu konusunda etki-tepki analizi dışında bir yön çizmektedir.

3.4.1 Politika Etkileşiminin Dinamik Yapısı

Bu kısımda stokastik simülasyon sonucunda elde edilen etki tepki analizlerine bağlı olarak, politika yapıcıları arasındaki etkileşimin dinamik yapısı incelenmektedir. Her bir senaryo için para politikası şoklarının harcama kuralı üzerindeki etkileri ve maliye politikası şoklarının faiz kuralı üzerindeki etkileri incelenerek politika yapıcıları arasındaki işbirlikli-işbirliksiz ve lider takipçi mekanizmalarının dinamik yapılarına bakılmaktadır. Şekil 10'da politika yapıcıları arasındaki etkileşim etki tepki fonksiyonları grafikleri ile gösterilmektedir.

Şekil 10: Politika Yapıcıları Arasındaki Etki ve Tepki Analizi[35]



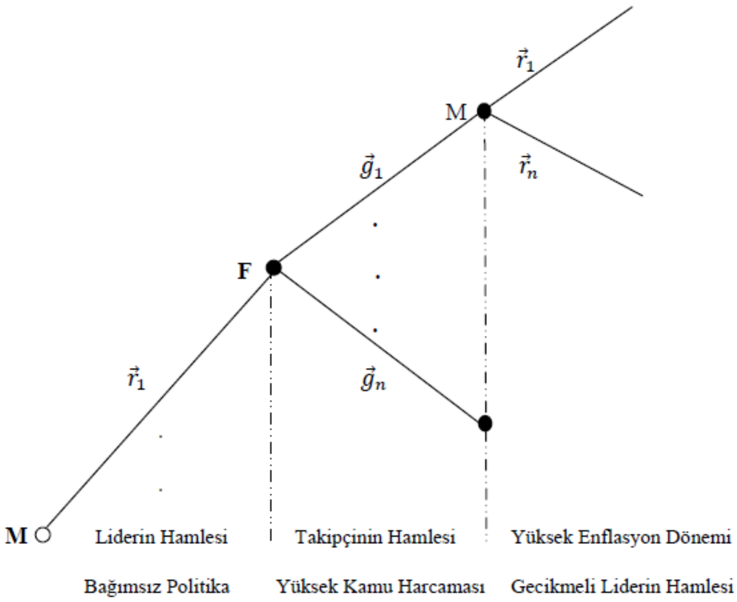
Şekil 10'da ilk sütunda maliye politikasında yaşanan bir pozitif şoka(genişletici maliye politikası) her bir senaryo için türetilen faiz kuralının verdiği tepki ile ikinci sütunda para politikasında yaşanan bir pozitif şoka(daraltıcı para politikası) yine, her bir senaryo için türetilen harcama kuralının verdiği tepkiler görülmektedir.

Para politika yapıcısı açısından bakıldığında, maliye politika yapıcısının genişletici politika hamlesine, politik önceliği fiyat istikrarı olduğu düşünülen para politika yapıcısının üç senaryoda yani, Nash, işbirlikli denge ve Stackelberg maliye politika yapıcısı lider olduğu senaryolarda daraltıcı bir tepki verdiği görülmektedir. Dolayısıyla bu senaryolarda para politika yapıcısının politika tercihini genişletici etkinin yaratmış olduğu enflasyonist baskının giderilmesinden yana kullanmakta olduğu

[35] Şekil 10'daki ve diğer tüm etki-tepki analizi grafiklerinde, dikey eksen tepkinin büyüklüğünü, yatay eksen ise tepkinin süresini göstermektedir.

söylenebilir. Ancak, Stackelberg para politika yapıcısının lider olduğu senaryoda bu tepkinin gecikmeli olarak ortaya çıktığı görülmektedir. Şekil 11'de bu etkileşim oyun ağacı ile açıklanmaya çalışılmıştır.

Şekil 11: Para Politika Yapıcısının Gecikmeli Tepkisi

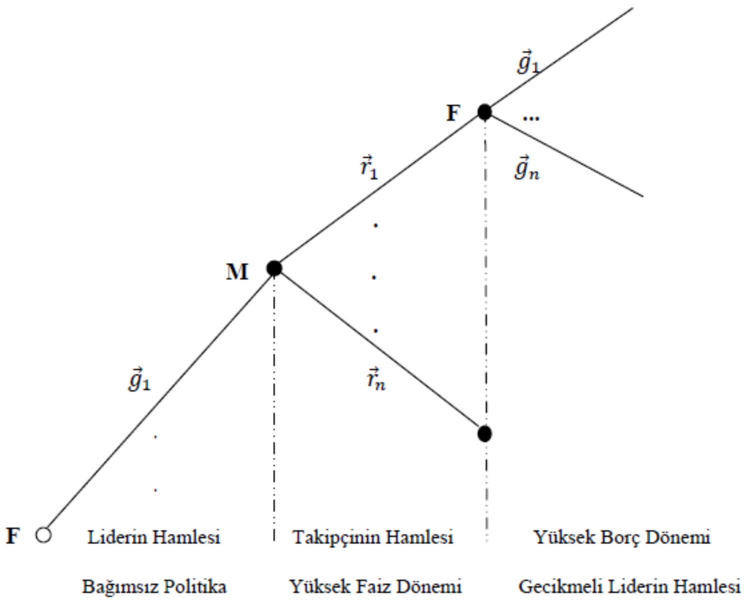


Blinder(1983) çalışmasında belirtildiği gibi, lider-takipçi durumu oyun ağacında ilk olarak lider para politika yapıcısının takipçisinin hamlesinden bağımsız olarak politika kuralını belirlediği ve zaman periyodu olarak da takipçisinin hamlesinden sonra, gecikmeli olarak tepki verebileceği şeklinde yorumlanabilir. Yani, lider para politika yapıcısının hamle yaptığı dönemin, yüksek enflasyon ve borç stoku dönemi olarak değerlendirilebilir. Bu çerçevede, maliye politikası şokunun ekonomin genel dengesi üzerinde etkisine bakmak daha faydalı olacaktır. Bu durum daha ayrıntılı bir şekilde, para ve maliye politikası şokları(nominal faiz şoku ve kamu harcama şoku) bölümünde tartışılmaktadır.

Şekil 10'daki ikinci sütunda, para politikası şoklarının harcama kuralı üzerindeki etkileri her bir senaryo üzerinde ayrı ayrı görülebilmektedir. Maliye politika yapıcısı açısından bakıldığında ise, para politika yapıcısının daraltıcı politika hamlesine, politik önceliği çıktı artışı ve istikrarı olduğu düşünülen maliye politika yapıcısının üç senaryoda yani, işbirliksiz Nash, işbirlikli denge ve Stackelberg para politika yapıcısı lider olduğu senaryolarda genişletici bir tepki verdiği görülmektedir. Ancak, Stackelberg maliye politika yapıcısı lider olduğu senaryoda daraltıcı bir tepki verdiği görülmektedir. Para politikasında yaşanan bir pozitif şok yani nominal faizlerdeki artışın daraltıcı etkisinde, maliye politika yapıcısı işbirliksiz Nash, işbirlikli denge ve Stackelberg para politika yapıcısı lider olduğu senaryolarda genişletici bir politika tutumu sergilemesine sebep olduğu söylenebilir. Yani, bu senaryolarda maliye politika yapıcısı politika tercihini daraltıcı etkinin giderilmesinden yana kullanmaktadır. Bu tercih enflasyonist bir etki yaratabilir. Bu kısımda politika etkileşimine odaklanıldığı için, bu tercihin etkileri bir alt bölümde para politika şokunun ekonomin genel dengesi üzerinde etkisi konusunda tartışılmaktadır.

Stackelberg maliye politika yapıcısı lider olduğu senaryoda ise, para politikasında yaşanan bir pozitif şok yani nominal faizlerdeki artışın daraltıcı etkisinde, maliye politika yapıcısı da daraltıcı bir politika tutumu sergilediği görülmektedir. Blinder(1983) çalışmasında belirtildiği gibi, bu durum oyun ağacında lider maliye politika yapıcısının takipçisinin hamlesinden sonra yani gecikmeli olarak tepki verebileceği şeklinde yorumlanmaktadır. Aşağıdaki şekilde bu durum oyun ağacı ile açıklanmaya çalışılmıştır.

Şekil 12: Maliye Politika Yapıcısının Gecikmeli Tepkisi



Bu gecikme sonucu, takipçi olan para politika yapıcısının neden olduğu yüksek faiz oranlarının yüksek borç birikimine yol açması nedeniyle, maliye politika yapıcısının borç stokunu istikrara kavuşturmak için hükümet harcamalarını azaltmaya gittiği şeklinde yorumlanabilir. Para politikası şokunun ekonomin genel dengesi üzerinde etkisi daha ayrıntılı bir şekilde, para ve maliye politikası şokları bölümünde tartışılmaktadır.

3.4.2 Yapısal Şoklarının Analizi: Etki Tepki Analizi

Literatürdeki Yeni Keynesyen DSGD modelleri üzerine yapılan çalışmalar, genellikle araştırmacıların geliştirdikleri DSGD modelleri ile iş çevrim dalgalanmaları ve bu dalgalanmaların dinamik yapılarının incelenmesi üzerine kuruludur. Ekonomideki iş çevrimlerinin kaynaklarını açıklayabilmek için çeşitli yapısal şokların ekonomi üzerindeki aktarımı incelenmektedir. Bunlar etki-tepki analizleri ile yapılmaktadır. Bu çalışmada tanımlanan yapısal şoklar; arz(maliyet itişli şoklar), teknoloji, yurtdışı talep[36] ve politika şoklarıdır.

Bir negatif arz şoku sırasında, politika yapıcılar arasındaki koordinasyon önemli hale gelmektedir. Eğer politika yapıcıları arasında bir koordinasyon sağlanamaz ise bu durumda çelişkili politikalar izleyebilirler. Örneğin maliye politikası yapıcısı negatif arz şoku sonucunda oluşacak negatif çıktı açığını potansiyel düzeyine çekmek için genişletici bir politika tercih edebilir. Para politika yapıcı ise negatif arz şokunun yarattığı yüksek fiyat artışını dizginlemek için daraltıcı bir politika uygulayabilir. Dışsal faktörlere dayalı olumlu veya olumsuz bir talep şoku enflasyon veya deflasyona neden olabilir. Burada da yine para ve maliye politikalarının koordinasyonu önemli hale gelmektedir. Politika yapıcılar, toplam talebi azaltmak ve enflasyonu kontrol altına almak için olumlu bir talep şoku sırasında daraltıcı politikaları takip ederken, olumsuz bir talep şoku durumunda genişleme politikalarını izleyebilirler.

Çalışmanın bu kısımda yapısal şokların politika yapıcıları arasındaki etkileşimin yapısına göre ekonomiye nasıl etki ettiğini ve politika yapıcıları arasındaki hangi senaryonun bu şoku daha iyi yönettiği araştırılmaktadır.

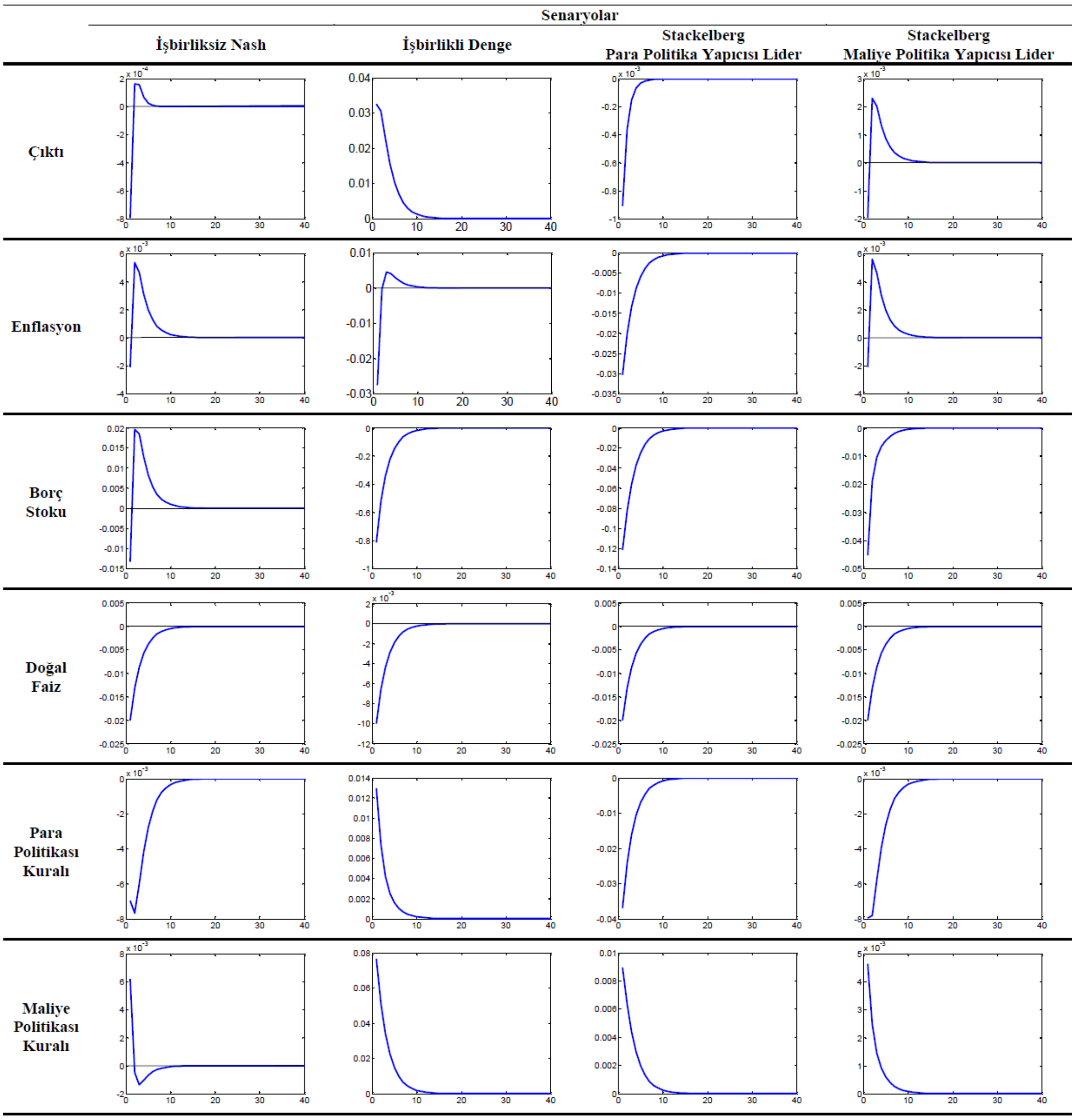
---

[36] Yurt dışı tüketim, modelde yurt dışı talebi yansıtan bir değişkenidir. Ek Şekil 1'de yurtdışı tüketim şokunun, politika yapıcıları arasındaki etkileşimin yapısına göre ekonomiye nasıl etki ettiği, etki tepki analizi sonuçları görülmektedir.

3.4.2.1 Pozitif Arz Şoku: Teknoloji Şoku

İş çevrimlerindeki dalgalanmalar ve bunun yarattığı istikrarsızlık, toplam arzda ve/veya toplam talepte ortaya çıkan şoklar sebebi ile olmaktadır. Toplam arz şokları verimlilikte yaşanan büyük değişimler olarak düşünülmektedir. Verimlilik değişimine sebep olan etmenler eğer olumlu ise bu durumda toplam üretim de olumlu yönde etkilenecektir. Verimlilik değişimine olumlu etki eden etmenler; yeni yönetim ve üretim tekniklerinin geliştirilmesi, üretim girdilerinin niteliğindeki olumlu değişimler olarak tanımlanabilir ve bu gelişmeler toplam üretimi artıracaktır. Makro ekonomik literatürde bu tür şoklar teknoloji veya verimlilik şokları olarak adlandırılmaktadır. Reel iş çevirimi teorisi, bahsedilen bu teknoloji şokunun tamamen rastlantısal olduğunu varsaymaktadır. Şekil 13'te bir teknolojik şokun, politika yapıcıları arasındaki etkileşimin yapısına göre ekonomiye nasıl etki ettiği, etki tepki analizi sonuçları görülmektedir.

Şekil 13: Verimlilik Şokunun Senaryolara Göre Etki-Tepki Sonuçları



Teorik olarak, pozitif bir verimlilik şoku marjinal maliyetleri olumlu yönde etkilemektedir. Marjinal maliyetlerin düşmesi sonucu enflasyon da düşmektedir. Bununla beraber doğal faiz oranındaki düşüş ekonomiyi canlandıracaktır.

Şekil 13'in birinci sütununda para ve maliye politika yapıcıları arasında işbirliksiz Nash oyununun olduğu durumda böyle bir teknoloji şokuna değişkenlerin tepkileri görülmektedir. Pozitif bir verimlilik şoku marjinal maliyetleri olumlu yönde etkileyerek enflasyonu düşürmektedir. Ancak olumlu bu etki bir dönem(çeyrek) sürmektedir. Aynı zamanda doğal faiz oranındaki düşüş bir dönem gecikmeli de olsa çıktıyı pozitif yönde etkilemektedir.[37] Gecikmeli bu etki ekonomideki ücret/fiyat katılıkları ile açıklanabilir. Çıktıdaki bu artış beş dönem sürmektedir. Bu şok karşısında politika yapıcıları arasındaki etkileşime bakıldığında, her iki politika yapıcısının genişleyici bir politika ile tepki verdiği görülmektedir. Nitekim, Gali ve Monacelli, (2008) çalışmasında bir verimlilik şoku karşısında uygulanacak optimal politika karmasının, zaman içindeki fiyat ayarlamasını yumuşatarak arzulanan çıktı artışını sağlamak amaçlı olduğunu vurgulamaktadır. Dolayısıyla talebin artmasını sağlamak için mali açığın genişletilmesinin(kamu harcamalarının artırılması) gerektiği belirtilmektedir. Ancak, böyle bir politika karmasının ekonomide enflasyona ve borç stokunda artışa sebep olduğu görülmektedir. Böyle bir duruma her iki politika yapıcısının genişletici politikalar uygulamasının neden olduğu söylenebilir. Nitekim, bu senaryoda politika yapıcılarının bu tepkileri birinci dönemin sonunda enflasyonist bir etki yarattığı görülmektedir. Bu enflasyonist etki onuncu dönemin sonunda kaybolmaktadır.

Şekil 13'te ikinci sütunda ise para ve maliye politika yapıcıları arasında işbirliği olduğu durumda, teknoloji şokuna değişkenlerin tepkileri görülmektedir. Bu senaryoda da pozitif bir verimlilik şoku enflasyonu düşürmekte ve bu etki üç dönem sürmektedir. Doğal faiz oranındaki düşüş ise çıktıyı pozitif yönde ve borç stokunu negatif yönde etkilemektedir. Pozitif bir arz şoku karşısında para politika yapıcısı daraltıcı bir politika ile tepki verirken, maliye politika yapıcısının ise genişleyici bir politika ile tepki verdiği görülmektedir. Bu durumun Gali ve Monacelli, (2008)'de belirtildiği gibi zaman içindeki fiyat ayarlamasını yumuşatarak, arzulanan çıktı artışını sağlayan bir politika etkileşimi olduğu söylenebilir. Böyle bir politika koordinasyonunun, ekonomide istikrarı daha iyi bir yoldan sağladığı ve bu durumun, politika yapıcılar arasındaki işbirliğinin önemini ortaya çıkardığı düşünülmektedir. Nitekim, böyle bir politika karması, pozitif arz şoku karşısında etkisini on iki dönem sürdüren bir çıktı artışı yaratırken, yedi dönemlik bir enflasyonist etki bıraktığı söylenebilir.

Şekil 13'teki üçüncü sütunda, Stackelberg para politika yapıcısının lider, maliye politika yapıcısının ise takipçi olduğu durumda, bir teknoloji şokuna değişkenlerin tepkileri görülmektedir. Bu senaryoda teknoloji şoku ekonomide enflasyonu azaltmıştır.

---

[37] Yeni Keynesyen teoride, verimlilik şokunun uzun dönem arz eğrisini(LRAS) sağa doğru kaydıracağı, bu durumda çıktının doğal seviyesinin(y^N) artacağı dolayısı ile başlangıçta çıktı açığının artacağı şeklinde şeklinde belirtilmektedir. Bu fiili çıktının neden negatiften başladığı konusunda bize fikir vermektedir.

Bu şokun etkileri on dönem sonra kaybolmaktadır. Bu şok karşısında politika yapıcıları arasındaki etkileşime bakıldığında, her iki politika yapıcısının genişleyici bir politika ile tepki verdiği görülmektedir. Bu senaryoda, böyle bir şokun ve politika karmasının enflasyon ve borç stoku üzerinde olumlu etkisi bulunsa da, arzulanan çıktı artışını sağlamadığı görülmektedir.

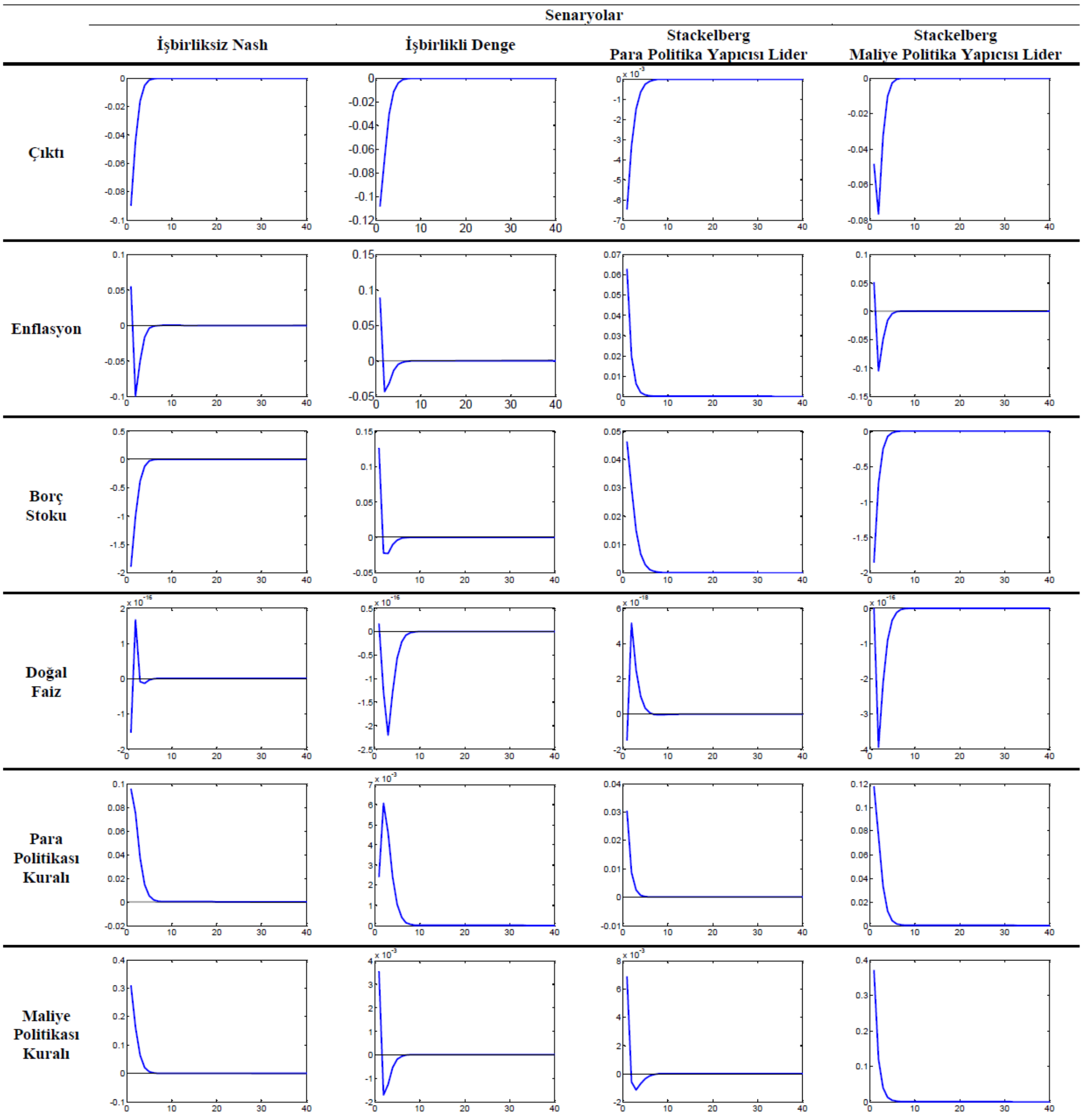
Şekil 13'ün dördüncü sütununda ise Stackelberg maliye politika yapıcısının lider ve para politika yapıcısının takipçi olduğu durumda, teknoloji şokuna değişkenlerin tepkileri görülmektedir. Pozitif bir verimlilik şoku marjinal maliyetler üzerinden enflasyonu düşürmektedir. Ancak bu olumlu etki bir dönem sürmektedir. Doğal faiz oranındaki düşüş ve her iki politika yapıcısının genişleyici politika tepkileri, çıktıyı pozitif yönde etkilemektedir. Ancak bu tepkinin ücret/fiyat katılıkları sebebi ile gecikmeli olduğu düşünülmektedir. Genişleyici politika tepkilerinin işbirliksiz Nash çözümünde olduğu gibi ekonomide enflasyona sebep olduğu görülmektedir. Genişlemeci politikaların yaratmış olduğu etkiler onuncu dönemde kaybolmaktadır.

3.4.2.2 Negatif Arz Şoku: Maliyet İtişli Şoklar

Toplam arz şoklarının verimlilikte yaşanan büyük değişimler olduğuna daha önce değinilmiştir. Verimlilik değişimine sebep olan etmen eğer olumsuz ise bu toplam üretimi de olumsuz yönde etkileyecektir. Örneğin, maliyetlerin artışına sebep olan bir enerji fiyatları artışı, siyasi karışıklıklar, işçi eylemleri, teşviklere zarar verecek hükümet düzenlemeleri, kuraklık, deprem veya savaşlar gibi etmenler verimliliği de olumsuz etkileyerek toplam arzı düşürecektir. Teoride, maliyet itişli şoklar, marjinal maliyetleri yükselterek kısa dönem arz eğrisini(AS) sola kaydırır. Bu durumda çıktı azalırken enflasyon yükselmektedir. Para ve maliye politika yapıcıların bu şoka verecekleri tepki ile beraber değişkenlerin tepkileri de değişmektedir. Negatif arz şokları durumunda genellikle para ve maliye politika yapıcılarının amaçları çatışma eğilimine girmektedir. Para politika yapıcısı fiyat istikrarını önemseyerek daraltıcı bir politika uygulama eğiliminde iken, maliye politika yapıcısı çıktı istikrarını önemseyerek genişlemeci bir tutum sergileyebilmektedir. Nitekim Tetik ve Ceylan (2016) Türkiye'de para ve maliye politikaları arasındaki etkileşimi incelediği çalışmada negatif arz yönlü şoklar karşısında merkez bankasının daraltıcı bir para politikası uyguladığı, mali otoritenin ise genişleyici bir maliye politika uyguladığını tespit etmişlerdir. Dolayısıyla negatif bir arz şokunun Tükiye'de politika çatışmasına yol açabileceğini belirtmişlerdir.

Şekil 14'te de negatif bir arz şokunun, politika yapıcıları arasındaki etkileşimin yapısına göre ekonomiye nasıl etki ettiği, etki tepki analizi sonuçları görülmektedir.

Şekil 14: Yurtiçi Fiyat Şokunun Senaryolara Göre Etki-Tepki Sonuçları



Şekil 14'te birinci sütunda para ve maliye politika yapıcıları arasında işbirliksiz Nash oyunun olduğu durumda negatif bir arz şokuna değişkenlerin tepkileri görülmektedir. Bu senaryoda, negatif bir arz şoku ekonomide enflasyonu artırmıştır. Ancak bu enflasyonist etki bir dönem sürmektedir. Enflasyonu istikrara kavuşturmak isteyen para politika yapıcısı güçlü bir daraltıcı para politikası uygulamaktadır. Daraltıcı para politikasının faizleri artırması çıktıyı azaltmakta hatta bunun ikinci ve beşinci dönemler arasında deflasyonist bir etki yarattığı da görülmektedir. Çıktıyı istikrara kavuşturmak isteyen maliye politika yapıcısının ise genişletici bir maliye politikası uyguladığı görülmektedir. Dolayısı ile işbirliksiz Nash senaryosunda, negatif bir şoku durumunun bir politika çatışmasına yol açacağı şeklinde yorumlanabilir. Sonrasında ise, Enflasyonun yol açtığı borç stokundaki azalış hükümet harcamalarındaki artış ile beraber beşinci dönemin sonunda başlangıç konumuna geri dönmektedir.

Para ve maliye politika yapıcıları arasında işbirliği olduğu durumda, negatif bir arz şokuna değişkenlerin tepkileri ise Şekil 14'ün ikinci sütununda görülmektedir. Bu senaryoda negatif bir arz şoku ekonomide enflasyonu artırmıştır ve bu etki iki dönem sürmektedir. Enflasyonu istikrara kavuşturmak isteyen para politika yapıcısı, yumuşak bir daraltıcı para politikası uygulamaktadır. Bunun sebebi şekilden de görüldüğü üzere maliye politika yapıcısının da daraltıcı bir politika sergilemesi olduğu düşünülmektedir. Bu şekilde politika çatışması durumu da ortadan kalkmaktadır. Bu politika karmasının tepkileri optimal etkileşimi araştıran Çebi (2008) ve Fregetta ve Kirsanova, (2010)'daki tepkiler ile benzerdir. Her iki politika yapıcının da daraltıcı politika benimsemesi çıktıyı azalttığı ve işbirliksiz senaryoda olduğu gibi ikinci ve beşinci dönemler arasında deflasyonist bir etki yarattığı söylenebilir. Ancak buradaki deflasyonist etki işbirliksiz senaryodaki kadar yüksek değildir. Bu senaryoda politika karmasının yol açtığı faiz oranındaki azalma ile beraber çıktının uyarılarak beşinci dönemin sonunda başlangıç konuma döndüğü görülmektedir.

Şekil 14'te üçüncü sütunda ise Stackelberg para politika yapıcısı lider, maliye politika yapıcısının ise takipçi olduğu durumda, negatif bir arz şokuna değişkenlerin verdiği tepkiler görülmektedir. Bu senaryoda da negatif bir arz şoku ekonomide enflasyonu artırmıştır ve bu etki dört dönem sürmektedir. Para politika yapıcısı daraltıcı para politikası uygulamaktadır. Daraltıcı para politikasının faizleri artırması çıktıyı azaltmaktadır. Maliye politika yapıcısının ise işbirlikli çözümündeki gibi gecikmeli bir daraltıcı politika benimsediği görülmektedir. Bu senaryodaki politika karmasının da etkisi ile beraber negatif arz şokuna borç stokunun pozitif bir tepki verdiği görülmektedir. Takipçi maliye politika yapıcısının daha sonra hükümet harcamalarını azalttığı ve artan faiz oranları ile beraber borç stokunun düştüğü görülmektedir. Bu politika karması ile beraber beşinci dönemin sonunda ekonomi başlangıç konumuna geri dönmektedir.

Stackelberg maliye politika yapıcısının lider ve para politika yapıcısının takipçi olduğu durumda, negatif bir arz şokuna değişkenlerin tepkileri ise Şekil 14'ün dördüncü sütununda görülmektedir. Bu senaryoda da negatif bir arz şoku ekonomide etkisi bir dönem süren enflasyona ve etkisi beş dönem süren bir çıktı azalmasına sebep olmuştur. Bu şok karşısında maliye politika yapıcısı genişlemeci bir politika benimsediği ve diğer senaryolara göre en yüksek tepkiyi verdiği görülmektedir. Takipçi olan para politika yapıcısı ise diğer senaryolara göre en güçlü daraltıcı politika tutumunu sergilemiştir. Bu politika karması sonucunda deflasyonist bir durum ortaya çıktığı görülmektedir. Dahası, bu senaryodaki deflasyonist etki işbirliksiz senaryodakinden daha yüksektir.

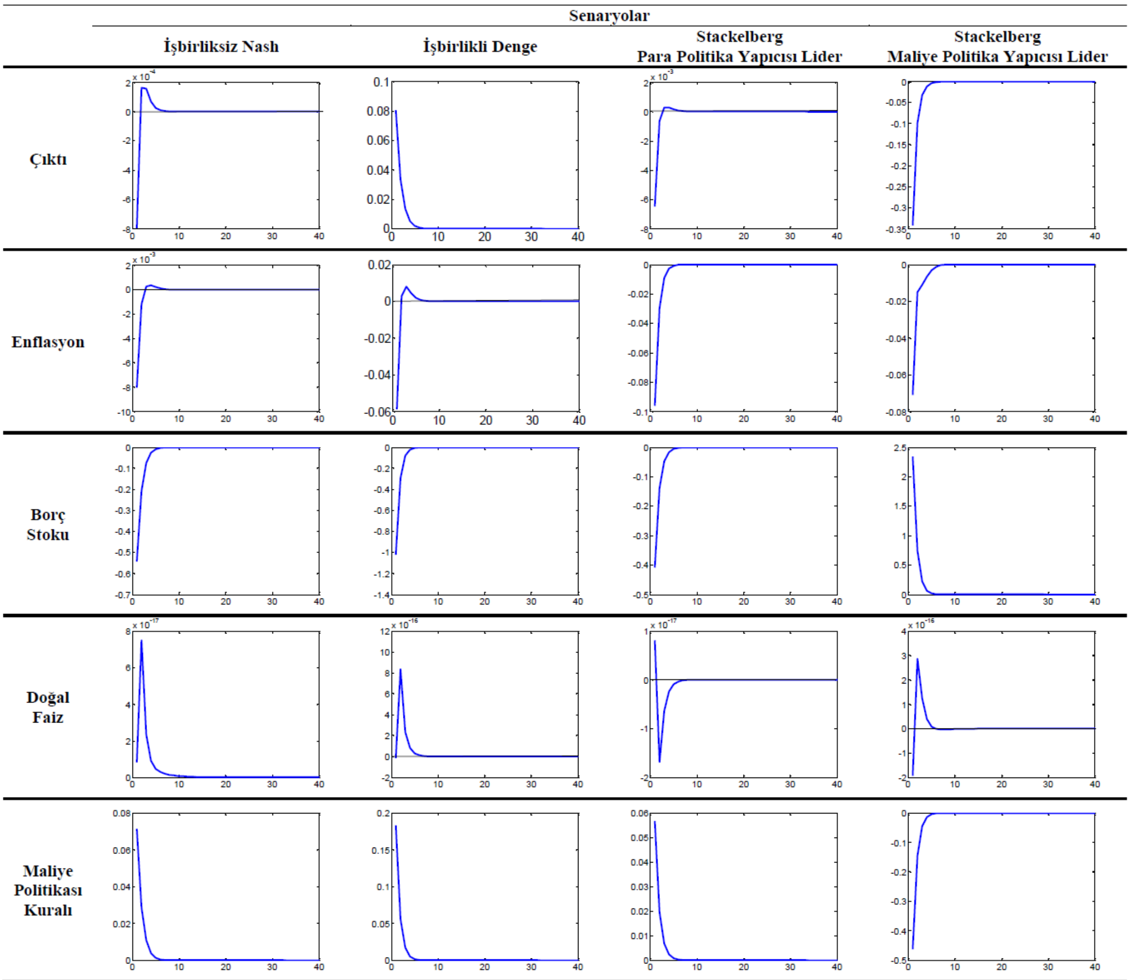
3.4.2.3 Para ve Maliye Politikası Şokları

Para ve maliye politikası hedefleri ile araçları arasındaki uyum, politika koordinasyonu için önemlidir. Dolayısıyla temelde ekonomik bir politikanın etkinliği hedeflerin ve araçların uyumlu bir şekilde çalışmasına dayanmaktadır. Politika yapıcıları arasındaki etkin bir koordinasyon, politika karar alma süreçlerinde yer alan tüm oyuncular arasında bir bilgi paylaşımını gerektirir. İyi yürütülemeyen bir para politikası, başarılı ve etkin bir maliye politikasının uygulanmasını da engelleyebileceği gibi, kötü yürütülen bir maliye politikası da başarılı ve etkin bir para politika uygulanmasını engelleyebilir.

Örneğin, aşırı kısıtlayıcı bir para politikası, faiz oranlarının hızla artmasına ve böylece hükümet borç ödeme maliyetlerinin artmasına ve mali istikrarı tehdit etmesine neden olabilir (IMF ve Dünya Bankası, 2003). Para politikasında ise öncelikle hedefi fiyat istikrarıdır. Eğer fiyat istikrarı doğrudan tehdit altında değilse, politika yapıcıların çok kısıtlayıcı önlemler alınması tavsiye edilmemektedir.

Aşırı genişlemeci bir maliye politikası davranışı da yüksek enflasyon, bütçe açığı ve düşük ekonomik büyüme gibi birçok ekonomik ve sosyal sorunun temel sebebi olabilmektedir. Bu problemlerin çözümü için ülkelerin uygun mali düzenlemelere ihtiyacı olmaktadır. Böyle bir politika yürüten maliye politika yapıcısı, aşırı borçlanma ile para politika yapıcısını yanlış bir politika tutumu sergilemeye itebilir. Koordinasyonsuzluk sonucunda uygun para politikası önlemlerinin alınamaması kredi piyasasından uzaklaştırılarak özel sektöre zarar verebilir ve kötü bir maliye politikasının uygulanmasının nihai sonucu olarak, ekonomik büyüme yavaşlayabilir (Raspudic G., Z., 2012). Şekil 15 ve 16'da sırasıyla pozitif bir nominal faiz şokunun(daraltıcı bir para politika şoku) ve pozitif bir hükümet harcaması şokunun(genişlemeci maliye politikası şoku), politika yapıcıları arasındaki etkileşimin yapısına göre ekonomiye nasıl etki ettiği, etki tepki analizi sonuçları görülmektedir.

Şekil 15: Faiz Şokunun Senaryolara Göre Etki-Tepki Sonuçları



Şekil 15'te birinci sütunda para ve maliye politika yapıcıları arasında işbirliksiz Nash oyunun olduğu durumda daraltıcı para politikası şokuna değişkenlerin tepkileri görülmektedir. Bu senaryoda faizlerdeki artış ile beraber ekonomide enflasyon ve çıktı azalmaktadır ve bu etki iki dönem sürmektedir. Bu daraltıcı politikanın sonucu olarak ekonomideki doğal faizler de artmakta, borç stoku ise azalmaktadır. Çıktıyı istikrara kavuşturmak isteyen maliye politika yapıcısı, bu daraltıcı politikaya genişletici bir maliye politika tepkisi vermektedir. Genişletici maliye politikasının etkileri ile beraber çıktı ikinci dönemden sonra artmakta, borç başlangıç seviyesine dönmektedir. Bu maliye politika tercihinin beşinci dönem sonrasında enflasyonist bir etki yarattığı görülmektedir. Daha sonra bu politika karmasının sonucu daha da artan doğal faiz oranları çıktıyı ve enflasyonu altıncı dönem sonunda başlangıç konumuna getirmektedir.

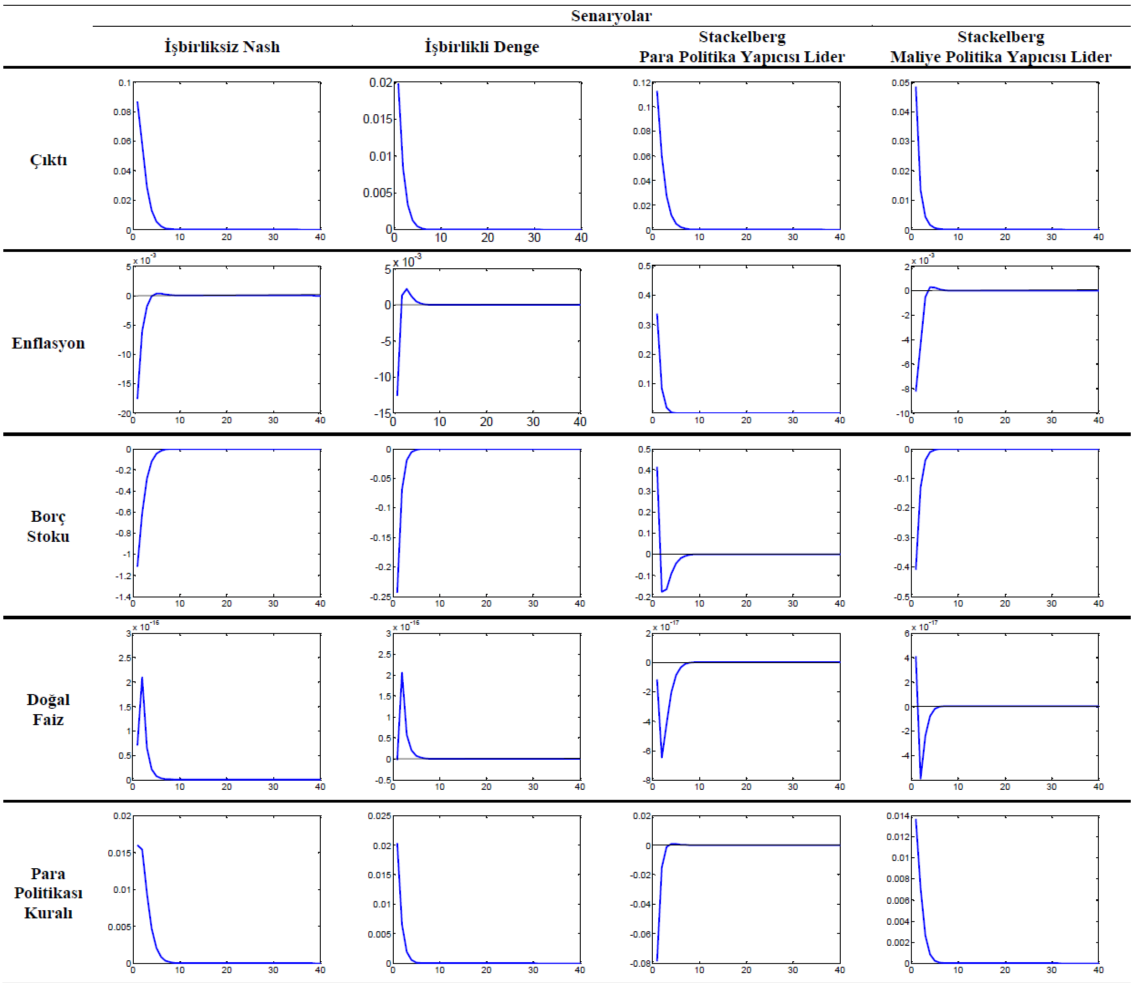
Para ve maliye politika yapıcıları arasında işbirliği olduğu durumda, daraltıcı para politikası şokuna değişkenlerin tepkileri, Şekil 15'in ikinci sütununda görülmektedir. Bu senaryoda faizlerdeki artış ile beraber ekonomide enflasyon azalmaktadır ve bu etki iki dönem sürmektedir. Politika yapıcıları arasındaki işbirliğine dayandırdığımız bir sonuç olarak, genişlemeci maliye politikasının uygulanması sonucu çıktı azalmamaktadır. Aksine, pozitif bir tepki verildiği görülmektedir. Genişletici maliye politikasının etkileri ile beraber çıktının artması, borç seviyesi başlangıç konumuna getirmekte, ve ikinci dönemin sonunda ise enflasyonist bir etkiye sebep olduğu görülmektedir. Daha sonra artan doğal faiz oranları beşinci dönemin sonunda çıktıyı ve enflasyonu başlangıç konumuna getirmektedir.

Şekil 15'te üçüncü sütunda ise Stackelberg para politika yapıcısı lider, maliye politika yapıcısının ise takipçi olduğu durumda, para politikası şokuna değişkenlerin tepkileri görülmektedir. Bu senaryoda, faizlerdeki artış ile beraber ekonomide enflasyon ve çıktı azalmaktadır. Çıktı istikrarını önemsediği düşünülen maliye politika yapıcısının, bu daraltıcı politikaya genişletici bir maliye politika tepkisi verdiği görülmektedir. Genişletici maliye politikasının etkileri ile beraber çıktı üçüncü dönem sonunda artmakta, borç başlangıç seviyesine geri dönmektedir. Para politika yapıcının lider olduğu senaryoda, takipçi olan maliye politika yapıcısının genişlemeci politika tercihinin enflasyonist olmayan bir çıktı artışı sağladığı görülmektedir.

Şekil 15'te son sütunda ise Stackelberg maliye politika yapıcısı lider, para politika yapıcısının takipçi olduğu durumda, para politikası şokuna değişkenlerin tepkileri görülmektedir. Bu senaryoda faizlerdeki artış ile beraber ekonomide enflasyon ve çıktı diğer iki senaryoda olduğu gibi azalmaktadır. Maliye politika yapıcısı açısından bakıldığında, para politika yapıcısının daraltıcı politika hamlesine, politik önceliği çıktı artışı ve istikrarı olduğu düşünülen maliye politika yapıcısının diğer üç senaryoda genişletici bir tepki verdiği görülmektedir. Ancak, Stackelberg maliye politika yapıcısı lider olduğu senaryoda daraltıcı bir tepki verdiği görülmektedir. Bu duruma politika etkileşiminin dinamik yapısı kısmında değinilmiştir. Yani, oyun ağacında lider maliye politika yapıcısının takipçisinin hamlesinden sonra, bir başka deyişle gecikmeli olarak tepki verebileceği şeklinde değerlendirilmişti. Bu gecikmenin sonucu olarak, takipçi olan para politika yapıcısının neden olduğu yüksek faiz oranlarının yüksek borç birikimine yol açması nedeniyle, maliye politika yapıcısının borç stokunu istikrara kavuşturmak için hükümet harcamalarını azaltmaya gittiği şeklinde yorumlanabilir. Nitekim, diğer senaryolarla kıyaslandığında pozitif borç stoku sadece bu senaryoda karşımıza çıkmaktadır. Bu politika karması sonucunda çıktı beşinci dönemin sonunda enflasyon ise altıncı dönemin sonunda başlangıç konumuna dönmektedir.

Şekil 16'da ise pozitif bir hükümet harcaması şokunun(genişlemeci maliye politikası şoku), politika yapıcıları arasındaki etkileşimin yapısına göre ekonomiye nasıl etki ettiği, etki tepki analizi sonuçları görülmektedir.

Şekil 16: Hükümet Harcama Şokunun Senaryolara Göre Etki-Tepki Sonuçları



Şekil 16'da birinci sütunda para ve maliye politika yapıcıları arasında işbirliksiz Nash oyunun olduğu durumda genişletici maliye politikası şokuna değişkenlerin tepkileri görülmektedir. Para politika yapıcısı açısından bakıldığında, maliye politika yapıcısının genişletici politika hamlesine, politik önceliği fiyat istikrarı olduğu düşünülen para politika yapıcısının daraltıcı bir tepki verdiği görülmektedir. Dolayısıyla bu senaryoda para politika yapıcısının politika tercihini genişletici etkinin yaratmış olduğu enflasyonist baskının giderilmesinden yana kullanmakta olduğu söylenebilir. Hükümet harcamalarında yaşanan pozitif şok çıktıyı artırmaktadır. Ancak para politika yapıcısının daraltıcı hamlesi ve hükümet harcamaları ile marjinal maliyetler arasındaki negatif ilişkinin doğası gereği[38] enflasyon negatif tepki vermektedir. Dolayısı ile hükümet harcamalarının enflasyonist etkisi beşinci dönemden sonra ortaya çıkmaktadır. Ekonomideki doğal faiz oranlarındaki yükselme ile beraber çıktı ve enflasyon altıncı dönemin sonunda başlangıç konuma dönmektedir.

Şekil 16'nın ikinci sütununda ise para ve maliye politika yapıcıları arasında işbirliği olduğu durumda, genişletici maliye politikası şokuna değişkenlerin tepkileri görülmektedir. Değişkenlerin tepkileri işbirliksiz Nash oyununa benzer olduğu için aynı şekilde yorumlanabilir. Ancak borç stokunun ve faizin başlangıç seviyesine dönmesi işbirliksiz Nash oyununa göre daha hızlıdır.

Stackelberg para politika yapıcısı lider, maliye politika yapıcısının ise takipçi olduğu durumda, maliye politikası şokuna değişkenlerin tepkileri Şekil 16'da üçüncü sütununda görülmektedir. Maliye politika yapıcısının genişletici politika hamlesine, politik önceliği fiyat istikrarı olduğu düşünülen para politika yapıcısının aslında üç senaryoda yani, Nash, işbirlikli denge ve Stackelberg para politika yapıcısı lider olduğu senaryolarda daraltıcı bir tepki verdiği görülmektedir. Yani, para politika yapıcısının politika tercihini genişletici etkinin yaratmış olduğu enflasyonist baskının giderilmesinden yana kullanmakta olduğu söylenebilir. Ancak, Stackelberg para politika yapıcısı lider olduğu senaryoda dört dönem gecikmeli olarak bu tepki görülmektedir. Bu duruma politika etkileşiminin dinamik yapısı kısmında değinilmiştir. Yani, ilk olarak lider para politika yapıcısının takipçisinin hamlesinden bağımsız olarak politika kuralını belirlediği ve zaman periyodu olarak da takipçisinin hamlesinden sonra, gecikmeli olarak tepki verebileceği şeklinde yorumlanmaktadır. Bu gecikmeli tepkinin sonucunda, hükümet harcamalarında yaşanan pozitif şok çıktıyı ve enflasyonu artırmaktadır. Bununla beraber borç stoku da artmıştır. Enflasyonun ve borç stokunun bu tepkisi sadece para politika yapıcısının lider olduğu durumda görülmektedir. Gecikmeli olarak

---

[38]Gali ve Monacelli, (2008) çalışmasında marjinal maliyet ile hükümet harcamaları arasındaki negatif ilişkinin kaynağını açıklamıştır. Veri bir çıktı seviyesinde, hükümet harcamalarındaki artış, yurt içi tüketimi artırır ve / veya reel değerlenme yaratır. Bu iki durum ürün ücreti(beklenen işçilik maliyeti) üzerindeki negatif etkileri ile reel marjinal maliyeti negatif etkileme eğilimindedir.

faizlerin yükselmesi sonucu enflasyon azalarak beşinci dönemin sonunda, çıktı ise yedinci dönemden başlangıç konumuna dönmektedir.

Stackelberg maliye politika yapıcısı lider, para politika yapıcısının takipçi olduğu durumda, maliye politikası şokuna değişkenlerin tepkileri ise Şekil 16'nın son sütununda görülmektedir. Değişkenlerin tepkileri Nash ve işbirlikli oyununa benzer olduğu için aynı şekilde yorumlanabilir.

Etki-tepki analizleri ile birlikte, ekonomide verimlilik, negatif arz, yurtdışı tüketim ve politika şoklarının etkileri her bir senaryo için ayrı ayrı incelenmiştir. Dışsal şokların sosyal refahı temsil eden çıktı, enflasyon, borç stoku ve faiz gibi değişkenler üzerindeki etki yönleri ve büyüklüklerine bakılarak en iyi politika koordinasyonunun hangisi olduğunu söyleyebiliriz. Bu çerçevede küçük ölçekli dışa açık bir ekonomi için politika etkileşimini oyun teorik olarak modelleyerek elde ettiğimiz işbirlikli çözüm yani politika yapıcıları arasındaki işbirlikli durumunun Türkiye ekonomisi için en etkin politika koordinasyonu olduğunu söyleyebiliriz. Bu yorumu dayandırdığımız temel gerekçe, ilk olarak teknoloji şoku karşısında çıktının eşanlı pozitif tepki verdiği tek senaryo olmasıdır. İkinci gerekçe ise, işbirlikli ve para politika yapıcısının lider olduğu senaryoda, negatif arz şoku karşısında oluşabilecek politika çatışmasının ortadan kaldırmaya yönelik politika tercihlerinin görülmesidir. Son olarak, hükümet harcaması şoku sonucunda çıktının azalmadığı tek senaryo olması, etki tepki analizlerine bağlı olarak, Türkiye ekonomisi için en etkin politika koordinasyonunun işbirlikli çözüm olduğu şeklinde bir sonuca götürmektedir.

Teorik alt yapısı olarak bu çalışmaya benzer bir çalışma Saulo vd. (2013)'nin çalışmalarıdır. Ancak Saulo vd. (2013)'nin çalışmaları dışa kapalı bir ekonomi için geliştirilmiş, ve dahası Brezilya ekonomisi için değerlendirilmiştir. Saulo vd. (2013) çalışmalarında etki-tepki analizleri sonucunda Brezilya ekonomisi için etkin politika koordinasyonunun para politika yapıcısının lider olduğu durum olduğunu ortaya koymaktadırlar. Bu çalışma sonucunda elde edilen bulguyu diğer çalışmalar ile kıyaslamanın bazı zorlukları mevcuttur. Çünkü, küçük ölçekli dışa açık bir ekonomi için geliştirdiğimiz para ve maliye politikaları arasındaki oyun teorik analizi literatüre yeni bir katkı yapmaktadır. Ayrıca, Türkiye ekonomisi için de daha önce bu yönde bir karşı-olgusal deneyler çerçevesinde politika analizi yapılmamıştır. Ancak, etki-tepki analizleri ile elde ettiğimiz bu bulgu, politika yapıcıları arasında işbirliğini ön plana çıkaran Nordhaus (1994) , Henry vd. (1999), Dixit ve Lambertini (2002) ve Benigno ve Woodford (2003) çalışmaları ile uyumlu olduğu söylenebilir.

3.4.3 Alternatif Senaryolar için Sosyal Kayıp Analizi

Küçük ölçekli dışa açık bir ekonomide, alternatif senaryolar için türetilen politika kurallarının elde edilmesi ile birlikte, türetilen bu politika kurallarının performansı, Türkiye ekonomisi verileri ile kalibre edilmiş modeller aracılığı ile değerlendirilmektedir. Buradan hareketle, ilk önce etki tepki analizi aracığıyla her bir senaryo ve bu senaryolara ait politika kurallarının yapısal şoklar karşısındaki davranışları incelenmiştir. Bu kısımda ise, Türkiye ekonomisi için hangi politika karmasının, yol açtığı sosyal kayıp açısından, en az olduğu duruma bakılmaktadır. Bu çerçevede her bir sosyal kayıp aynı zamanda farklı κ değerleri için elde edilmektedir.

3.4.3.1 Alternatif κ Parametreleri ve Önemi

κ parametresi enflasyon açığının çıktı açığına duyarlılığıdır. Yani, Phillips eğrisinin eğimi olarak düşünülebilir. Bu çerçevede politika yapıcılarının uyguladığı daraltıcı ve genişletici politikaların etkinliği bu eğrinin eğimine bağlıdır. Politika yapıcıları açısından bakıldığında, daha yüksek eğimli bir Phillips eğrisi pozitif bir çıktı açığının daha az enflasyona dönüşeceği anlamına gelirken, enflasyonun düşürülmesi maliyetinin artacağını da göstermektedir(Kuttner ve Robinson 2010). Dolayısıyla, alternatif κ parametre değerlerine göre sosyal kaybı değerlendirmek önemli hale gelmektedir.

Birinci bölümde temsili ekonominin denge dinamikleri çıkarılırken dışa açık küçük ekonomi için 1.33 numaralı Yeni Keynesyen Phillips eğrisi denklemi ve içerisinde κ parametresi aşağıdaki gibi tanımlanmıştır;

$$\pi_{H,t} = \beta E_t \left\{ \pi_{H,t+1} \right\} + \kappa \tilde{y}_t - \sigma_\alpha \tilde{g}_t$$

κ parametresi $\kappa \equiv \lambda(\sigma_\alpha + \varphi)$ şeklinde bir özdeşlik halinde ve λ parametresi ise $\lambda \equiv \dfrac{(1-\beta\theta)(1-\theta)}{\theta}$ şeklinde tanımlanmıştır. Bu tanımlamalar içerisinde sırasıyla φ, işgücü arzının ters esnekliğini, θ ise yurtiçi fiyat yapışkanlığı derecesini temsil etmektedir.[39]

κ parametresinin işgücü arzının esnekliğini ve yurtiçi fiyat yapışkanlığı derecesi ile ilişkisine bakıldığında; işgücü arzının ters esnekliğini arttıkça ve/veya yurtiçi fiyat yapışkanlığı derecesi azaldıkça κ parametresinin değeri de azalmaktadır. Tam tersi durumda, işgücü arzının ters esnekliğini azaldıkça ve/veya yurtiçi fiyat yapışkanlığı derecesi artıkça κ parametresinin değeri de artmaktadır. Pratik olarak yapılan bu çıkarsama teoriye de uygundur. Dolayısıyla κ parametresi işgücü arzının ters esnekliği ile ters ve yurtiçi fiyat yapışkanlığı derecesi ile doğru orantılıdır. Böylece yapacağımız sosyal kayıp analizinde, κ parametresindeki değişimleri işgücü arzının ters esnekliği ve yurtiçi fiyat yapışkanlığı derecesindeki değişimler olarak da yorumlanabilir.

Literatürde κ parametresindeki değişimleri daha çok yurtiçi fiyat yapışkanlığı derecesindeki değişimler üzerinden incelenmiştir. Bu çerçevede Kuttner ve Robinson (2010) çalışmasında Yeni Keynesyen Phillips eğrisinin eğimindeki değişimin sebebini temelde fiyat belirleme davranışında bir değişiklik olduğunu öne sürmektedir. Fiyat belirleme davranışındaki değişikliğe sebep olan etkileri ise Rogoff (2003) ve Rogoff (2006) çalışmalarında iki farklı şekilde açıklamaktadır. Birincisi, küreselleşmenin fiyat esnekliklerini artırmasıdır(yani, θ'nın azalması). İkincisi ise artan rekabetin, mal ve hizmet fiyat artışlarını(mark-up) azaltmasıdır. Rogoff, bu etkilerin her ikisinin de Yeni Keynesyen Phillips eğrisinin eğimini arttıracağını savunmaktadır. Dolayısı ile politika yapıcıların Yeni Keynesyen Phillips eğrisinin eğiminin artması ile *kısa dönemli* çıktı-enflasyon dengesi ile karşı karşıya olduğunu ortaya atmıştır. Bu çerçevede politika yapıcıların çıktıyı artırmaya yönelik genişletici politikalar izlemekten kaçınmasını savunmaktadır.

Rogoff'un hipotezi bazı açılardan problemlidir. Çünkü θ'nın azalması yani fiyat esnekliklerinin artması aslında Yeni Keynesyen Phillips eğrisinin eğimini azaltarak daha dik bir hal almasını sağlamaktadır. Nitekim, Ball (2006) çalışmasında Rogoff hipotezinin Yeni Keynesyen Phillips eğrisinin eğimi ile ilgili çıkarsamasının çok kusurlu olduğunu savunmuştur. Ball (2006)'ya göre Yeni Keynesyen Phillips eğrisinin

[39] Burada, θ fiyatların değişmezliğini gösterirken (1-θ) ölçüsü firmaların fiyatlarını belirlemektedir. Firmaların fiyat ayarlamaları arasında beklenen zaman ise $\frac{1}{1-\theta}$ olmaktadır.

eğimi Rogoff hipotezindekinin tam tersidir, yani, bahsedilen etkilerin(θ'nın azalması ile mal ve hizmet fiyat artışların azaltması) Yeni Keynesyen Phillips eğrisini daha da dikleştirmektedir. Dolayısı ile politika yapıcıların çıktıyı artırmaya yönelik genişletici politikalar izlemekten kaçınmasının sebebi Phillips eğrisinin daha da dik hale gelmesidir.

Bu bilgiler ışığında $\tilde{g}_t$ veri iken, Yeni Keynesyen Phillips eğrisinin eğimi κ parametresidir. Dolayısıyla ekonomik faaliyetin reel düzeyi ile ilişkili olarak daha düşük marjinal maliyet esnekliği[40], daha düşük bir κ'ya (daha dik bir eğime) yol açmaktadır[41]. Çıktının kısa dönemde trendden yüksek derece sapması, daha düşük enflasyon seviyelerine neden olacaktır. Tam tersine, daha yüksek bir κ (yani daha yatay bir eğimli Yeni Keynesyen Phillips eğrisi) ise, çıktının kısa dönemde trendden yüksek derece sapmasının daha yüksek enflasyon seviyelerine neden olacağı şeklinde yorumlanabilir(McAdam ve Willman 2013).

3.4.3.2 Sosyal Kayıp Analizi Bulguları

Sosyal kayıp Woodford(2003) ve Saulo vd(2013) çalışmalarındaki gibi koşulsuz varyans kullanılarak hesaplanmaktadır. Para ve maliye politika yapıcısının amaç(kayıp) fonksiyonunun beklenen kaybının hesaplanması için bu kayıp fonksiyonlarının aşağıdaki şekildeki sürece benzer bir tanımlama ile yapılmaktadır;

$$L_t^M = \gamma_\pi \pi_t^2 + \gamma_y \tilde{y}_t^2 + \gamma_r \left(r_t - r^*\right)^2 \rightarrow L_t^M = \gamma_\pi^2 \operatorname{var}(\pi_t) + \gamma_y^2 \operatorname{var}(\tilde{y}_t^2) + \gamma_r^2 \operatorname{var}\left(r_t - r^*\right)$$

$$L_t^F = \rho_\pi \pi_t^2 + \rho_y \tilde{y}_t^2 + \rho_g \tilde{g}_t^2 \rightarrow L_t^F = \rho_\pi^2 \operatorname{var}(\pi_t) + \rho_y^2 \operatorname{var}(\tilde{y}_t) + \rho_g^2 \operatorname{var}(\tilde{g}_t)$$

Tablo 2'deki kalibre edilen parametreler ışığında her bir politika yapıcının farklı κ değerleri için varyans ve sosyal kayıp değerleri Tablo 9'da gösterilmiştir.

---

[40] Marjinal maliyetlerin $mc_t = (\sigma_\alpha + \varphi)\tilde{y}_t - \sigma_\alpha \tilde{g}_t$ olduğu bilgisi ile marjinal maliyetleri içeren Yeni Keynesyen Phillips eğrisi denklemi $\pi_{H,t} = \beta E_t \left\{\pi_{H,t+1}\right\} + \kappa mc_t$ şeklinde ele alınmaktadır.

[41] Bu durum Yeni Keynesyen Phillips eğrisinin kısa dönemden uzun döneme doğru yaklaşması olarak da yorumlanabilir.

Tablo 8: Alternatif Senaryoların Sosyal Kayıp Değerleri

$$L_t^M = \pi_t^2 + 0.4\tilde{y}_t^2 + 0.5\left(r_t - r^*\right)^2$$
$$L_t^F = 0.5\pi_t^2 + \tilde{y}_t^2 + 0.2\tilde{g}_t^2$$
$$L_t^S = L_t^M + L_t^F$$

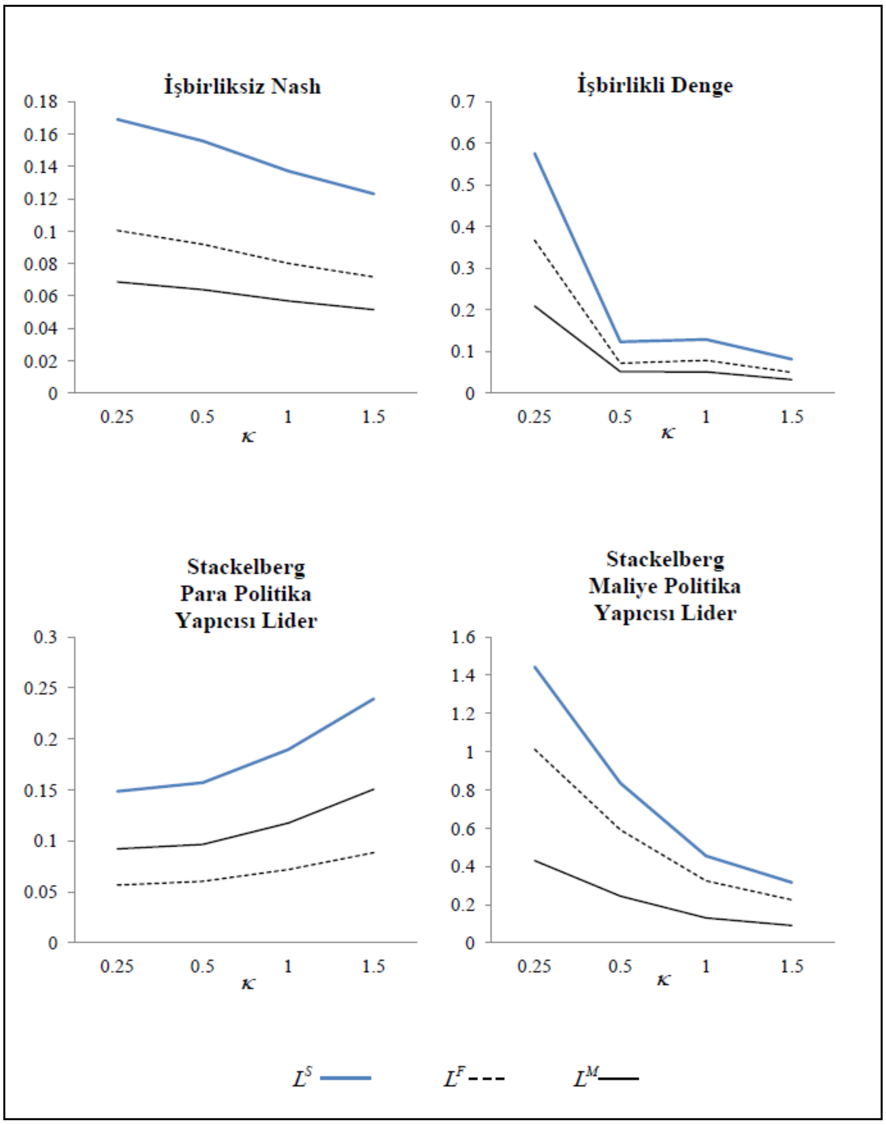
Senaryo	κ	Varyans Değerleri $\pi_{H,t}$	$\tilde{y}_t$	$\tilde{b}_t$	r_t	$\tilde{g}_t$	L_t^M	L_t^F	L_t^S
İşbirliksiz Nash	1.5	0.0341	0.0216	6.8467	0.0175	0.1650	0.0515	0.0716	0.1231
	1	0.0365	0.0261	7.2318	0.0199	0.1787	0.0569	0.0801	0.1371
	0.5	0.0396	0.0318	8.0429	0.0231	0.2010	0.0638	0.0918	0.1557
	0.25	0.0416	0.0357	8.7828	0.0253	0.2190	0.0686	0.1004	0.1691
İşbirlikli Denge	1.5	0.0154	0.0306	4.0274	0.0083	0.0546	0.0318	0.0493	0.0811
	1	0.0245	0.0548	4.3694	0.0083	0.0546	0.0506	0.0781	0.1287
	0.5	0.0341	0.0216	6.8467	0.0175	0.1650	0.0515	0.0716	0.1231
	0.25	0.0774	0.3171	8.1759	0.0093	0.0534	0.2089	0.3665	0.5755
Stackelberg Para Politika Yapıcısı Lider	1.5	0.1382	0.0169	0.4682	0.0115	0.0124	0.1507	0.0885	0.2393
	1	0.0976	0.0199	0.5187	0.0237	0.0164	0.1175	0.0720	0.1896
	0.5	0.0644	0.0237	0.5940	0.0455	0.0227	0.0966	0.0604	0.1571
	0.25	0.0497	0.0262	0.6537	0.0638	0.0276	0.0921	0.0566	0.1487
Stackelberg Maliye Politika Yapıcısı Lider	1.5	0.0215	0.1357	10.184	0.0315	0.3905	0.0916	0.2246	0.3162
	1	0.0212	0.2372	10.068	0.0279	0.3837	0.1301	0.3246	0.4547
	0.5	0.0303	0.5027	9.7837	0.0258	0.3651	0.2443	0.5909	0.8353
	0.25	0.0485	0.9197	9.4122	0.0288	0.3420	0.4308	1.0124	1.4433

Tablo 9'daki değerler oyun teorik olarak ele alınan politika yapıcıları arasındaki etkileşimin alternatif senaryoları sonucunda elde edilen sosyal kayıp fonksiyonu değerlerini göstermektedir. Türkiye verileri ile kalibre edilen modellerde κ değeri 1.5 olarak bulunmuştur. Bu değer veri iken, sosyal kayıp değeri minimize olan senaryo yani politika yapıcıları arasındaki en başarılı koordinasyon senaryosu $L_t^S = 0.0811$ değeri ile işbirliğine dayalı denge çözümü olarak bulunmuştur. Buna ilave olarak, alternatif tüm κ değerleri arasında da sosyal kaybı en düşük değerli senaryo yine $L_t^S = 0.0811$ değeri ile işbirlikli bir etkileşimin olduğu senaryodur. Türkiye verileri ile kalibre edilen modellerde κ değeri 1.5 olarak bulunmuştur.

κ değeri 1.5 iken, sosyal kayıp değeri en yüksek olan senaryo ise $L_t^S = 0.3162$ değeri ile maliye politika yapıcısının lider olduğu senaryo olarak bulunmuştur. Dahası, alternatif tüm κ değerleri arasında sosyal kaybın en yüksek değere sahip olduğu senaryonun $L_t^S = 1.4433$ değeri ile maliye politika yapıcısının lider senaryo olduğu görülmektedir. Bu sonuç sosyal refah açısından Türkiye için en başarısız politika koordinasyonunun maliye politika yapıcısının lider durum olduğunu göstermektedir.

Alternatif κ değerlerinin teorik olarak Yeni Keynesyen Phillips eğrisi ilgili bize bir takım çıkarsamalar verdiğine daha önce de değinilmiştir. Alternatif κ değerleri ile yani fiyat esnekliklerinin artması ya da azalması(kısa ve uzun dönem ayırımı) hangi senaryonun daha iyi sonuç verdiğini incelemek için hem Tablo 8'i ya da daha açık bir şekilde Şekil 17'de alternatif κ değerine bağlı olarak, her bir senaryoda hesaplanan parasal, mali ve sosyal kayıp fonksiyonlarının davranışına bakılabilir.

Şekil 17: Alternatif κ Değerine Göre Parasal, Mali ve Sosyal Kayıp Değerleri Davranışı



Sosyal kayıp değerlerinin dönemsel boyutta değişimleri için sonuçlar Şekil 16'da karşımıza çıkmaktadır. Şekil 17'ye bakıldığında alternatif κ değerleri değiştikçe sosyal kayıp değerlerinin de değiştiği görülmektedir. Örneğin, alternatif κ değerleri azaldıkça (yani uzun dönem koşullarına yaklaştıkça) sosyal kayıp değeri Stackelberg para politika yapıcısı lider olduğu senaryoda azalırken diğer üç senaryoda artmaktadır. Tam tersine, alternatif κ değerleri arttıkça (yani kısa dönem koşullarına yaklaştıkça) sosyal kayıp değeri Stackelberg para politika yapıcısı lider senaryo senaryoda artarken diğer üç senaryoda azalmaktadır. Bu çerçevede κ'nın en küçük değeri olarak verilen 0.25 değerinde sosyal kaybı en düşük değere ulaştığı senaryo para politika yapıcısının lider olduğu Stackelberg para politika yapıcısı lider senaryo olarak bulunmuştur. κ'nın en büyük değeri olarak verilen 1.5 değerinde ise, sosyal kaybı en düşük değere ulaşan senaryo, politika yapıcıları arasında işbirlikli bir etkileşimin varsayıldığı senaryo olduğu görülmektedir.

Rogoff (2006) ve Ball (2006) çalışmalarından elde edilen bilgi ile beraber, Yeni Keynesyen Phillips eğrisinin eğiminin durumuna göre *kısa/uzun dönemli* çıktı-enflasyon dengesi çerçevesinde politika yapıcıların izleyecekleri politikalar Tablo 8 ve Şekil 17'den elde edilen bulgular ile tekrardan yorumlanabilir. Türkiye Ekonomisi için Yeni Keynesyen Phillips eğrisinin eğiminin yüksek olduğu varsayımıyla(fiyat esnekliği az/kısa dönem) politika yapıcıların arasında işbirlikli bir stratejik etkileşimin sağlanması sosyal kayıp için daha iyi bir sonuç vereceği söylenebilir. Ayrıca, Yeni Keynesyen Phillips eğrisinin eğiminin düşük olduğu durum için ise(fiyat esnekliği yüksek/uzun dönem), politika yapıcıların arasında para politika yapıcısının lider olduğu maliye politika yapıcısının takipçi olduğu bir stratejik etkileşimin sağlanmasının sosyal kayıp için daha iyi bir sonuç vereceği söylenebilir.

SONUÇ

Bu çalışma Yeni Keynesyen makroekonomik modeli temel alarak, para ve maliye politikaları arasındaki etkileşimi oyun teorisi çerçevesinde incelemektedir. Çalışma, dışa açık bir ekonomi için, politika yapıcıları arasındaki etkileşimi oyun teorik olarak modelleyerek, bu çerçevede optimal para ve maliye politika kuralları türetmeyi hedeflemektedir. Sonrasında ise politika yapıcıları arasındaki stratejik etkileşimin yapısına bağlı olarak, Türkiye Ekonomisi için optimal bir politika karması önerisinde bulunmayı amaçlamaktadır.

Para ve maliye politikaları arasındaki etkileşimin oyun teorik olarak ele alınabilmesi için öncelikle bu oyunun tanımlanması gerekmektedir. Bir etkileşimin oyun olarak tanımlanabilmesi için ise, bu oyunun bazı bileşenlerinin kontrol edilmesi gerekmektedir. Bir oyunun bileşenleri sırası ile oyuncular, oyuncuların stratejileri(ya da hamleleri) ve oyuncuların kazanç(fayda) fonksiyonundan oluşmaktadır. Bu çalışmada oyunun ilk bileşenini oluşturan oyuncular, para ve maliye politika yapıcısı(Merkez Bankası ve Hükümet) olarak tanımlanmıştır.

Bu oyunun diğer bileşeni olan oyuncuların stratejileri ise para ve maliye politika yapıcısının uygulayacakları para ve maliye politikalarıdır. Bu politika stratejileri genişlemeci ya da daraltıcı politikalar uygulamaları şeklindedir. Oyuncuların stratejilerini oluşturan politika uygulamaları her bir politika yapıcısının bağımsız olarak belirlediği kabul edilen politika araçları ile temsil edilir. Bu çerçevede çalışmada bir basitleştirme ile para politikası aracı nominal faiz oranları, maliye politika aracı ise kamu harcamaları olarak kabul edilmektedir. Böylece, örneğin para politika yapıcısının genişlemeci politika stratejisi nominal faizleri düşürmesi, daraltıcı politika stratejisi ise nominal faizleri artırması anlamına gelmektedir. Diğer oyuncu açısından, maliye politika yapıcısının genişlemeci politika stratejisi kamu harcamalarını artırması(mali açık vermesi), daraltıcı politika stratejisi ise kamu harcamalarını düşürmesi(mali fazla vermesi) anlamına gelmektedir.

Bu oyunun son bileşeni olan oyuncuların kazanç(fayda) fonksiyonu, ülkenin sosyal refahı ile temsil edilmektedir. Bir ülkenin sosyal refahı, çıktı, enflasyon, bütçe, faiz gibi makroekonomik değişkenlerin istikrarı ile tanımlanabilmektedir. Buna doğrudan makroekonomik istikrar diyebiliriz. Makroekonomik istikrarın sağlanmasında oyuncular arasındaki, yani, para ve maliye politika yapıcıları arasındaki stratejik etkileşim önemli hale gelmektedir. Çünkü, politika yapıcıların stratejileri, amaçları ve hedefleri açısından bakıldığında, çatışma eğiliminde olabilmektedir. Örneğin maliye politika yapıcısı seçmenlerin daha düşük vergi oranları ve daha fazla transfer harcamaları arzulamaları nedeniyle genişlemeci bir politika stratejini benimseyebilir. Bu politika stratejisi sosyal refah açısından çıktı artışı sağlayabilir ancak para politika yapıcısının amacı ve hedefi olan fiyat istikrarını olumsuz yönde etkileyebilmektedir. Bu durum, talebi kontrol etmeye çalışan para politika yapıcısına, maliye politika yapıcısının olumsuz etkisi olarak değerlendirilmektedir. Dolayısı ile böyle bir politika çatışması, oyuncuların kazanç fonksiyonunu temsil eden sosyal refahı olumsuz etkileyecektir. Sonuç olarak, para ve maliye politika yapıcıları arasındaki stratejik etkileşimin incelenmesi önemli hale gelmektedir.

Bu çalışmada politika yapıcıları arasındaki stratejik etkileşimin incelenmesi için oyun teorisi ve bu teorinin sunduğu bakış açısından faydalanılmaktadır. Ancak, politika yapıcıları arasındaki oyunun modellenmesi için oyuncuların bu oyunu nerede, nasıl ve hangi kurallar çerçevesinde oynanacağını bize gösteren bir varsayımsal ekonomi gerekmektedir. Çalışmada, bu varsayımsal ekonominin sınırlarını belirlemek için Yeni Keynesyen makroekonomik teori temel olarak alınmaktadır. Yeni Keynesyen makroekonomik teori, mikroekonomik temellere sahiptir. Yeni Keynesyen makroekonomik modelde, hanehalkı ve firmaların rasyonel beklentilere sahip olduğu, mal piyasasında tekelci rekabet koşullarının varlığı, fiyat ve ücret yapışkanlığına bağlı olarak da, ekonomide piyasa başarısızlıklarının olduğu varsayılmaktadır. Yeni Keynesyenler, piyasa başarısızlığı varsayımı altında, ekonomide tam istihdamın kendi kendine sağlanamayacağı, bunun için politika yapıcıları tarafından sağlanan makroekonomik istikrarın sosyal refah açısından daha etkin olacağını savunmaktadırlar. Yani, Bu çalışmada, özellikle Yeni Keynesyen makroekonomik teoriyi kullanmaktaki temel sebep budur.

Para ve maliye politika etkileşimini inceleyen Yeni Keynesyen makroekonomik modelin, politik olmayan bloğu üç denkleme dayalı olarak oluşturulur. Bunlar; fiyat oluşumu bloğu için, Yeni Keynesyen Phillips eğrisi olarak da bilinen arz denklemi, mal piyasası için IS eğrisi olarak adlandırılan ileriye yönelik toplam talep denklemi ve son olarak politika yapıcıları arasındaki etkileşimi temsil eden dönemler arası bütçe kısıtı denklemlerinden oluşmaktadır. Bu denklemlerden Yeni Keynesyen Phillips eğrisi denklemi, karını maksimize etmeye çalışan firmaların, IS eğrisi olarak adlandırılan ileriye yönelik toplam talep denklemi ise faydasını maksimize etmeye çalışan hanehalklarının(tüketicilerin) optimizasyona dayalı mikroekonomik denklemlerinden türetilmektedir.

Para ve maliye politikası yapıcıları arasındaki stratejik etkileşim bu denklemler temel alınarak değerlendirilmektedir. Bu modelde para ve maliye politikası yapıcısı birer amaç fonksiyonuna sahiptir. Fiyat istikrarını önemsediği varsayılan para politika yapıcısının amaç fonksiyonundaki hedef değişkenleri enflasyon, çıktı ve faiz iken, çıktı istikrarını önemsediği varsayılan maliye politika yapıcısının amaç fonksiyonundaki hedef değişkenleri enflasyon, çıktı ve bütçe açığı (mali açık) değişkenleridir. Bu değişkenlerin davranışı, politika yapıcılar tarafından karar süreçlerinde kullanılan sosyal refah ölçümüne dönüştürülmektedir. Politika yapıcıların amaç fonksiyonları kayıp fonksiyonu olarak belirlendiği için, politika yapıcıları gelecekte beklenen sosyal refah kayıplarını minimize etmeye çalışmaktadır. Para politikası yapıcısının sosyal refah kayıpları, enflasyonun, çıktının ve faizin ilgili hedef değerlerinden sapması sonucu ortaya çıkmaktadır. Maliye politikası yapıcısının sosyal refah kayıpları ise enflasyonun, çıktının ve bütçe açığının(mali açığın) ilgili hedef değerlerinden sapması sonucu ortaya çıkmaktadır.

Bu çalışmada para ve maliye politika yapıcıları arasındaki stratejik etkileşimin oyun teorik olarak modellenmesi için gereken varsayımsal ekonominin sınırları, Yeni Keynesyen makroekonomik teori temel olarak alınarak oluşturulmaktadır. Dolayısıyla bu oyunda, para ve maliye politika yapıcılarının optimal politika kuralları(stratejileri), Yeni Keynesyen makroekonomik çerçeve dikkate alınarak belirlenecektir. Bu çerçevede, politika yapıcıları arasındaki etkileşim üç farklı oyun teorik senaryoda değerlendirilmektedir. Birinci senaryoda; politika yapıcıları hamlelerini(politika araçlarını) bağımsız ve eş zamanlı olarak yapmaktadır. Politika yapıcıların işbirlikçi olmadığı bu oyunun dengesinin bulunması ile birlikte her bir politika yapıcısı için işbirliksiz-Nash politika kuralları türetilmektedir. İkinci senaryoda ise, politika yapıcılarının hamlelerini yine bağımsız ancak birbirini izleyerek(ardısal) olarak yapmaktadır. Politika yapıcıları arasında işbirliğinin olmadığı bu senaryo ikiye ayrılmaktadır. İlk durumda, para politika yapıcısının Stackelberg lider gibi ilk hareket ettiği ve maliye politika yapıcısının bekleyerek buna olan tepkisini gösteren durum ele alınmaktadır. Sonrasında ise, maliye politika yapıcısının Stackelberg lider gibi ilk hareket ettiği ve para politika yapıcısının bekleyerek buna olan tepkisini gösteren duruma bakılmaktadır. Bu senaryoların da dengelerinin çözülmesi ile birlikte Stackelberg lider para ve maliye politika kuralları türetilmektedir. Son senaryoda ise politika yapıcıları hamlelerini eş zamanlı olarak yaptıkları, ancak ortak bir amaç doğrultusunda birbirleriyle işbirliği yaptıkları durum ele alınmaktadır. Bu senaryonun da dengesinin çözümü ile birlikte işbirlikçi para ve maliye politika kuralları türetilmektedir.

Bu çalışmada küçük ölçekli dışa açık bir ekonomi için oyun teorik olarak türetilen optimal para ve maliye politika kuralları, iktisat literatüre yeni bir katkı yapmaktadır. Oyun teorik olarak türetilen bu politika kuralları ile beraber Yeni Keynesyen makroeokonomik çerçevenin politika bloğu da iki denklem aracılığı ile oluşturulmaktadır. Bunlardan birincisi para politika yapıcısının nominal faiz oranını tepki fonksiyonu olarak kullandığı para politikası kuralıdır.(Nash, Stackelberg ve işbirlikli denge) İkincisi ise maliye politika yapıcısının harcama(mali açık) tepki fonksiyonu olarak ifade edilen maliye politikası kuralıdır.(Nash, Stackelberg ve işbirlikli denge) Türetilen politika kuralları her bir senaryodaki politika yapıcıları arasındaki stratejik etkileşimin yapısı gereği birbirinden farklıdır. Örneğin, para politikası kuralı açısından bakıldığında, işbirliksiz Nash faiz kuralı cari enflasyona, cari ve geçmiş çıktı açığına ve geçmiş faiz oranlarına bağlı bir denklem iken, para politika yapıcısının lider olduğu durumda faiz kuralı beklenen ve cari enflasyona, beklenen, cari ve geçmiş çıktı açığına, geçmiş ve beklenen hükümet harcamalarına ve son olarak denge ve doğal faiz oranına bağlı bir denklemdir. İşbirlikli denge faiz kuralı ise cari ve geçmiş enflasyon, çıktı açığı, hükümet harcamaları ve denge ve geçmiş faiz oranlarına bağlı bulunmuştur. Maliye politikası kuralı açısından bakıldığında ise, örneğin işbirliksiz Nash harcama kuralı beklenen ve cari enflasyona, beklenen, cari ve geçmiş çıktı açığına ve son olarak geçmiş ve beklenen hükümet harcamalarına bağlı iken, maliye politika yapıcısının lider olduğu durumdaki harcama kuralı beklenen ve cari enflasyona, beklenen, cari ve geçmiş çıktı açığına, beklenen hükümet harcamalarına, arz şoklarına, denge, doğal ve geçmiş faiz oranlarına bağlı bulunmuştur. İşbirlikli harcama kuralı ise cari ve geçmiş enflasyon, çıktı açığı ve faiz oranlarına ve geçmiş hükümet harcamalarına bağlı bir denklem olarak bulunmuştur.

Yeni Keynesyen makroekonomik model temel alınarak genişletilmiş modellerin tahmini ve/veya simülasyonu için geliştirilmiş hali DSGD modeli olarak adlandırılmaktadır. DSGD modelleri son yıllarda politika analizlerinde sıkça kullanılan ve geliştirilmeye devam edilen modellerdir. DSGD modelleri, Yeni Keynesyen modellerde geleceğe yönelik politika analizlerinin gerçekleştirilebilmesi ve teorik modellerin politika uygulamalarında, iktisatçılara deneysel bir ortam sunması nedeniyle, politika analizleri için sıkça kullanılmaktadır. DSGD modellerini değerlendirmek ve/veya tahmin etmek için ise minimum aralık tahmini, dinamik simülasyon, genelleştirilmiş momentler metodu ve Bayesci tahmin gibi yöntemler kullanılmaktadır. Dinamik simülasyon ve Bayesci tahmin yöntemi ise ekonomideki mevcut koşullara göre modelin adapte edilebilmesi ve geliştirilen modellerin kıyaslamalarını yönetme imkanı vermesi nedeniyle daha öne çıkmaktadır.

Bu çalışmada, oyun teorik olarak geliştirilen senaryolara ait türetilen modellerin değerlendirilmesi için dinamik simülasyon yöntemi kullanılmaktadır. Böylece her bir senaryo için türetilen optimal para ve maliye politikalarının performansını değerlendirilebilir hale gelinmektedir. Bu yöntemde, modeldeki bazı parametreler önceki çalışmalar kullanılarak, bazıları ise tarafımdan yapılan hesaplamalara göre Türkiye ekonomisi için kalibre edilmiştir. Hesaplamalara dayalı parametrelerin kalibrasyonunda Türkiye ekonomisinin 2006-2017 yılları arasındaki performansı dikkate alınmıştır. Bu dönem, TCMB'nin açık enflasyon hedeflemesine geçtiği dönem ve sonrası olarak değerlendirilebilir.

Türkiye ekonomisinde para ve maliye politikaları arasındaki etkileşimi ampirik olarak değerlendirilmesinde, özellikle 2001 ve 2008 yıllarında ortaya çıkan ekonomik krizler dikkate alınmalıdır. Çünkü bu yıllarda politika yapıcılar "enflasyon hedeflemesi" ve "makro ihtiyati politikalar" gibi, uyguladıkları politikalarda, yapısal değişiklere gitmişlerdir. Yıllar itibarıyla politika etkileşiminin görünüme bakıldığında, TCMB'nin enflasyon hedeflemesi çerçevesinde politika faizlerini 2002-2011 yılları arasında kademeli olarak indirdiği, yani genişlemeci bir politika stratejisi uyguladığı görülmektedir. Hükümetin ise 2002-2008 yılları arasında mali disiplini ön plana çıkararak daraltıcı bir politika benimsediği söylenebilmektedir. 2002-2008 yılları arasında, çevrimsel gelişmelerin yanında uygulanan bu politika karması sonucunda enflasyon, çıktı, faiz ve bütçe konusunda bir istikrarın sağlandığı söylenebilir. Bu dönemin, Türkiye ekonomisinde para ve maliye politika yapıcıları arasında işbirliği yaptığı dönem olarak yorumlanmasında bir sakınca görülmemektedir. Nitekim, bu yıllar arasında uygulanan politika karmasının, politika yapıcılar arasındaki mahkumlar açmazı oyunundaki işbirlikli davranışı temsil eden strateji profiline karşılık geldiği söylenebilir.

2009 yılında etkisi derinden hissedilen kriz ile birlikte, TCMB'nin genişlemeci tutumuna devam etmesi, hükümetin de genişlemeci tutum sergilemesi sonucunda bu politika karmasının özellikle fiyat istikrarının bozulmasına sebep olduğu görülmektedir. 2012 yılından itibaren yükselen enflasyon oranları ile birlikte özellikle 2013 yılı ve sonrası TCMB'nin politika faizlerini artırdığı, hükümetin ise kriz dönemi sonrası mali disiplinden bir miktar ödün verdiği görülmektedir. Böyle bir politika karmasının makro ekonomik istikrarı olumsuz yönde etkilediği söylenebilir. Bu durumda, uygulanan politika karmasının, aynı zamanda politika yapıcılar arasındaki mahkumlar açmazı oyunundaki işbirliksiz denge davranışını temsil eden strateji profiline karşılık geldiği söylenebilir.

Bu çalışmada, varsayımsal üç farklı senaryo çerçevesinde, küçük ölçekli dışa açık bir ekonomi için oyun teorik optimal maliye ve para politikaları ile geliştirilen her bir genel denge modelinin, karşı-olgusal deneyler çerçevesinde dinamik simülasyon uygulaması yapılmaktadır. Modellerin simülasyonu, MATLAB programı üzerinde DYNARE yazılım platformu ile yapılmaktadır. Böylece, Türkiye ekonomisi için kalibre edilen modellerin simülasyonu ile birlikte, elde edilen etki tepki fonksiyonları aracılığıyla, her bir senaryonun dışsal şoklara tepkilerine bakılarak, sosyal kayıp üzerindeki etkileri analiz edilmektedir. Modeldeki dışsal şoklar; teknolojik yenilik, dış dünya tüketimi, yurt içi fiyat, politika faizi ve harcama şokları olarak tanımlanmaktadır. Sonrasında ise hangi senaryonun en düşük sosyal kayba yol açtığını bulmak için sosyal kayıp analizi yapılmaktadır. Elde edilen bulgular Van Aerle vd. çalışmasındaki gibi parametrelerin başlangıç kalibrasyonuna duyarlıdır. Farklı parametre değerleri, modellerin simülasyonu ile birlikte, etki-tepki ve sosyal kayıp analizi bulgularını değiştirmektedir. Bu durum, çalışmada oyun teorik olarak türetilen optimal maliye ve para politikaları ile geliştirilen her bir genel denge modelinin, diğer ülke ekonomileri için farklı bulgular elde edeceğini bize göstermektedir. Ayrıca, hatalı parametre kalibrasyonunun yanlış bulgulara yol açabileceği de söylenebilir.

Para ve maliye politika yapıcıları arasındaki stratejik etkileşimin yapısına bağlı olarak geliştirilen genel denge modelinde, dışsal bir teknoloji şokuna değişkenlerin tepkileri incelendiğinde, para ve maliye politika yapıcısı işbirliksiz Nash, Stackelberg para politika yapıcısı lider ve Stackelberg maliye politika yapıcısı lider senaryolarda(tüm işbirliksiz senaryolarda) genişletici bir politika karması uyguladığı görülmektedir. İşbirlikli senaryoda ise para politika yapıcısı daraltıcı bir politika tepkisi verirken maliye politika yapıcısı genişlemeci bir politika tepkisi vermektedir. Böyle bir şok ve böyle bir politika karması ile her bir senaryoda enflasyonun negatif tepki verdiği görülmektedir. Ancak çıktının tepkisi bahsedilen üç işbirliksiz senaryoda negatif ve gecikmeli bir pozitif olurken, işbirlikli senaryoda doğrudan pozitif yöndedir. Borç stoku ise sadece işbirliksiz Nash senaryosunda pozitif bir eğilim göstermektedir. Şokun etkisi tüm senaryolarda benzer dönemde kaybolmaktadır. Olumlu bir teknoloji şokunun dinamik yapısı incelendiğinde sosyal refah açısından en iyi politika karması performansının işbirlikli senaryoda olduğu düşünülmektedir.

Dışsal bir yurt içi fiyat(negatif arz) şokuna değişkenlerin tepkileri incelendiğinde ise, tüm senaryolarda para politika yapıcısı daraltıcı bir politika tepkisi verirken, maliye politika yapıcısı genişlemeci bir politika tepkisi vermektedir. Bu politika karmalarının tepkileri optimal etkileşimi araştıran Çebi (2008) ve Fregetta ve Kirsanova, (2010)'daki tepkiler ile benzerdir. Benzer tepkileri kıyaslamak açısından tepkilerin ,büyüklüklerine bakılmıştır. Diğer üç işbirliksiz senaryoda politika tepkileri işbirlikli senaryodan daha büyük görülmektedir. Bu durum enflasyonu istikrara kavuşturmak isteyen para politika yapıcısının, yumuşak bir daraltıcı para politikası uygulaması olarak yorumlanmıştır. Çünkü maliye politika yapıcısı gecikmeli de olsa bu senaryoda daraltıcı bir politika sergilemektedir. Negatif bir arz şoku ve uygulanan politika karmaları ile her bir senaryoda enflasyonun pozitif, çıktının ise negatif bir tepki verdiği görülmektedir. Bu şokun etkisi de tüm senaryolarda benzer dönemde kaybolmaktadır. Negatif bir arz şokunun dinamik yapısı incelendiğinde, tepki büyüklükleri kıyaslandığında yine en iyi politika karması performansının işbirlikli senaryoda olduğu, en kötü politika karması performansının ise maliye politika yapıcısının lider olduğu senaryo olduğu düşünülmektedir.

Pozitif bir nominal faiz şokunun(daraltıcı bir para politika şoku) ve pozitif bir hükümet harcaması şokunun(genişlemeci maliye politikası şoku), politika yapıcıları arasındaki etkileşimin yapısına göre ekonomiye etkisi kısmında stratejik etkileşim açısından önemli bir bulgu ile karşılaşılmaktadır. Para politika yapıcısının daraltıcı politika hamlesine, maliye politika yapıcısının üç senaryoda yani, işbirliksiz Nash, işbirlikli denge ve Stackelberg para politika yapıcısı lider olduğu senaryolarda genişletici bir tepki verirken, Stackelberg maliye politika yapıcısı lider olduğu senaryoda ise daraltıcı bir tepki verdiği görülmektedir. Bu farklılık, maliye politika yapıcısının lider olduğu senaryoda maliye politika yapıcısının takipçisinin hamlesinden sonra yani gecikmeli olarak tepki vermesinden kaynaklanmaktadır. Gecikmenin etkisi ile, takipçi olan para politika yapıcısının neden olduğu yüksek faiz oranları yüksek borç birikimine yol açmaktadır. Nitekim, etki tepki analizinde borç stokunun pozitif tepki verdiği tek senaryo Stackelberg maliye politika yapıcısının lider olduğu senaryodur. Bu çerçevede maliye politika yapıcısının borç stokunu istikrara kavuşturmak için hükümet harcamalarını azaltmaya giderek daraltıcı bir maliye politikası uygulamaktadır. Maliye politika yapıcısının genişletici politika hamlesine ise, para politika yapıcısının üç senaryoda yani, Nash, işbirlikli denge ve Stackelberg maliye politika yapıcısı lider olduğu senaryolarda daraltıcı bir tepki verdiği görülmektedir. Ancak, Stackelberg para politika yapıcısının lider olduğu senaryoda bu tepkinin gecikmeli olarak ortaya çıktığı görülmektedir. Lider para politika yapıcısının takipçisinin hamlesinden bağımsız olarak politika kuralını belirlemesi ve takipçisinin hamlesinden(genişlemeci maliye politikası) sonra gecikmeli olarak tepki vermesi, para politika yapıcısının hamle yaptığı dönemin, yüksek enflasyon ve borç stoku dönemi olarak değerlendirilmektedir. Nitekim, enflasyonun ve borç stokunun tek pozitif tepki verdiği senaryo, Stackelberg para politika yapıcısının lider olduğu senaryo olarak karşımıza çıkmaktadır.

Nominal faiz ve harcama tepkilerinin politika karması performansı açısından değerlendirdiğimizde ön plana çıkan politika karması yine işbirlikli oyunda karşımıza çıkmaktadır. Bu senaryoda özellikle nominal faizlerdeki artış ile beraber ekonomide işbirliğine dayandırdığımız bir sonuç olarak, genişlemeci maliye politikasının uygulanması sonucu çıktı azalmamaktadır.

Etki-tepki analizleri sonucunda, şokların dinamik yapısı incelendiğinde sosyal refah açısından en iyi politika karması performansının işbirlikli senaryoda olduğu görülmektedir. Ancak bu bulgunun güçlendirilmeye ihtiyacı olduğu düşünülmektedir. Bu çerçevede Türkiye ekonomisi için hangi politika karmasının, yol açtığı sosyal kayıp açısından, en az olduğu durum incelenmektedir. Bu analiz içersinde, politika yapıcılarının uyguladığı daraltıcı ve genişletici politikaların etkinliği üzerinde etkisi olan Phillips eğrisinin eğimi de dikkate alınmaktadır.

Oyun teorik olarak ele alınan politika yapıcıları arasındaki etkileşimin alternatif senaryoları sonucunda, Türkiye ekonomisi için sosyal kayıp değerini minimize eden senaryonun yine işbirlikli senaryo olduğu görülmektedir. Phillips eğrisinin eğimi yüksek iken(yani kısa dönem koşullarına yaklaştıkça) sosyal kayıp değerini minimize eden senaryo, işbirlikli senaryo olarak karşımıza çıkmaktadır. Ancak, Phillips eğrisinin eğimi azaldıkça(yani uzun dönem koşullarına yaklaştıkça) sosyal kayıp değerini minimize eden senaryonun, Stackelberg para politika yapıcısı lider olduğu senaryo olduğu görülmektedir.

Türkiye'de politika yapıcıları, yayınladıkları raporlarda makroekonomik istikrarın sağlanması konusunda, sıklıkla koordinasyonun önemini ve işbirliği içerisinde çalıştıklarını vurgulamaktadır. Ancak buradaki sorun, politika yapıcıları arasındaki koordinasyonun, uygulamada ve ekonomik şoklar karşısında ne tür bir politika karması ile sağlanacağıdır. Bu çalışma, Türkiye ekonomisi için enflasyonla mücadele eden para politika yapıcısı ve bu hedefe yardım eden/etmeyen maliye politika yapıcısı arasında koordinasyonun sağlanmasına yönelik bir politika önerisinde bulunmaktadır. Bu politika önerisi, politika yapıcıları arasındaki stratejik etkileşimin yapısına bağlı bir şekilde temellendirilmektedir.

Türkiye ekonomisi için, politika koordinasyonun sonuçları bakımından etkin politika karmasının işbirlikli senaryo olduğu ve politika yapıcılar arasındaki işbirlikli bir etkileşimin sosyal refahı daha iyi bir yoldan sağlayacağı sonucuna varılmaktadır. Bu sonuç, uygulamada ve ekonomik şoklar karşısında makroekonomik istikrarın sağlanması konusunda, Türkiye'deki politika yapıcılarına politika önerisi sunması açısından önem taşımaktadır. İktisadi politika analizlerinin, deneysel çerçevede uygulama imkanının olmaması ve makroekonomik modellerin oyun teorik değerlendirilmesinin zorluğu göz önünde bulundurulduğunda, bu sonucun önemi daha da artmaktadır. Dolayısıyla bu çalışma, Türkiye ekonomisi için, para ve maliye politikaları arasındaki etkileşimi oyun teorik ele alması ve bu stratejik etkileşimi analiz etmesi ile, Türkçe iktisat literatürüne yeni bir katkı sunmaktadır. Dahası, türetilen politika kuralları ve bu çerçevede geliştirilen modellerin araştırmacılara ve politika uygulayıcılarına ekonominin değişen koşullarına bağlı olarak optimal tercihleri yorumlama konusunda yardımcı olacağı düşünülmektedir.

Sonraki çalışmalarda, oyun teorik olarak türetilen optimal maliye ve para politikaları ile geliştirilen her bir küçük ölçekli dışa açık dinamik stokastik genel denge modeli, Türkiye ve/veya diğer ülkeler için tahmin edilebilir. Türkiye için yapılan tahminler özellikle politika yapıcıları arasında işbirlikli-işbirliksiz etkileşimlerin görüldüğü dönemlere ayrılarak ayrı ayrı tahminlerin yapılması uygun olabilir. Bu çalışmada türetilen oyun teorik olarak türetilen optimal maliye ve para politikaları buna olanak sağlamaktadır.

KAYNAKLAR VE EKLER

Alp, H., Gürkaynak, R., Kara, H., Keleş, G., & Orak, M. (2010). Türkiye'de piyasa göstergelerinden para politikası beklentilerinin ölçülmesi. *İktisat İşletme ve Finans*, *25*(295), 21-45.

Ball, L. M. (2006). *Has globalization changed inflation?* (No. w12687). National Bureau of Economic Research.

Bakış, O. (2015). Türkiye İşgücü Piyasasında Güncel Eğilimler. *İktisat İşletme ve Finans*, *30*(351), 73-110.

Bari, B. (2013). Yeni Keynesyen Modelde Optimum Para Politikası: Türkiye İçin Dinamik Stokastik Genel Denge Modeli Tahmini. *Yayınlanmamış Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eskişehir*.

Barro, R. J., & Gordon, D. B. (1983). Rules, discretion and reputation in a model of monetary policy. *Journal of monetary economics*, *12*(1), 101-121.

Barro, R. J., & Gordon, D. B. (1983). A positive theory of monetary policy in a natural rate model. *Journal of political economy*, *91*(4), 589-610.

Beddies, C. H. (1999). Monetary policy and public finances: inflation targets in a new perspective. *IMF Staff Papers*, 293-314.

Beetsma, R. M. W. J., & Debrun, X. (2004). The interaction between monetary and fiscal policies in a monetary union: a review of recent literature. *Fiscal Policies, Monetary Policies and Labour Markets: Key Aspects of European Macroeconomic Policies After Monetary Unification, Cambridge*, 91-133.

Beetsma, R., & Uhlig, H. (1999). An analysis of the Stability and Growth Pact. *The Economic Journal*, *109*(458), 546-571.

Bénassy, J. P. (2007). *Money, interest and policy: dynamic general equilibrium in a non-Ricardian world*. Cambridge: MIT Press.

Benigno, P., & Woodford, M. (2003). Optimal monetary and fiscal policy: A linear-quadratic approach. *NBER macroeconomics annual*, *18*, 271-333.

Bianchi, F., & Ilut, C. (2017). Monetary/fiscal policy mix and agents' beliefs. *Review of Economic Dynamics*, *26*, 113-139.

Blanchard, O. (2000). What do we know about macroeconomics that Fisher and Wicksell did not?. *De Economist*, *148*(5), 571-601.

Blinder, A. S. (1983). Issues in the coordination of monetary and fiscal policy.

Bofinger, P., & Mayer, E. (2007). Monetary and Fiscal Policy Interaction in the Euro Area with different assumptions on the Phillips curve. Open Economies Review, 18(3), 291-305.

Buti, M., Roeger, W., & Veld, J. I. T. (2001). Stabilizing Output and Inflation: Policy Conflicts and Co-operation under a Stability Pact. JCMS: Journal of Common Market Studies, 39(5), 801-828.

Calvo, G. A. (1983). Staggered prices in a utility maximizing framework. *Journal of Monetary Economics*, *12*, 383–398.

Carlin, W., & Soskice, D. (2006). Macroeconomics: Imperfections. *Institutions, and Policies*.

Clarida, R., Gali, J., & Gertler, M. (1999). *The science of monetary policy: a new Keynesian perspective* (No. w7147). National bureau of economic research.

Çebi, C. (2012). The interaction between monetary and fiscal policies in Turkey: An estimated New Keynesian DSGE model. *Economic Modelling*, *29*(4), 1258-1267.

Canzoneri, M., Cumby, R., & Diba, B. (2011). The interaction between monetary and fiscal policy. *Handbook of monetary economics*, *3*, 935-99.

Davig, T., & Gurkaynak, R. S. (2015). Is optimal monetary policy always optimal?

Del Negro, M., & Schorfheide, F. (2012). DSGE Model&Based Forecasting, prepared for Handbook of Economic Forecasting.

Di Bartolomeo, G., & Di Gioacchino, D. (2004). Fiscal-monetary policy coordination and debt management: a two stage dynamic analysis. *University of Roma "La Sapienza", mimeo*.

Dixit, A., & Lambertini, L. (2001). Monetary–fiscal policy interactions and commitment versus discretion in a monetary union. *European Economic Review*, *45*(4), 977-987.

Dixit, A., & Lambertini, L. (2003). Interactions of commitment and discretion in monetary and fiscal policies. *The American Economic Review*, *93*(5), 1522-1542.

Dixon, H. D. (2008). New keynesian macroeconomics. *The New Palgrave Dictionary of Economics. Palgrave Macmillan, New York,*.

Flotho, S. (2012). *Monetary and fiscal policy in monetary union under the zero lower bound constraint* (No. 20). Discussion Paper Series, University of Freiburg, Department of International Economic Policy.

Fragetta, M., & Kirsanova, T. (2010). Strategic monetary and fiscal policy interactions: An empirical investigation. *European Economic Review*, *54*(7), 855-879.

Gali, J., & Monacelli, T. (2004). Optimal fiscal policy in a monetary union. *Manuscript, Universitat Pompeu Fabra*.

Gali, J., & Monacelli, T. (2005). *Optimal monetary and fiscal policy in a currency union* (No. w11815). National Bureau of Economic Research.

Gali, J., & Monacelli, T. (2008). Optimal monetary and fiscal policy in a currency union. *Journal of international economics*, *76*(1), 116-132.

Galí, J. (2015). *Monetary policy, inflation, and the business cycle: an introduction to the new Keynesian framework and its applications*. Princeton University Press.

Giannoni, M. P., & Woodford, M. (2002a). *NBER working paper series: Vol. 9419. Optimal interest-rate rules: I. General theory*.

Giannoni, M. P., & Woodford, M. (2002b). *NBER working paper series: Vol. 9420. Optimal interest-rate rules: II. Applications*.

Gibbons, R. (1992). *Game theory for applied economists*. Princeton University Press.

Goodfriend, M., & King, R. G. (1997). The new neoclassical synthesis and the role of monetary policy. *NBER macroeconomics annual*, *12*, 231-283.

Gürkaynak, R. S., Kantur, Z., Taş, M. A., & Yıldırım, S. (2015). Monetary policy in Turkey after Central Bank independence.

Hanif, Muhammad Nadeem, and Muhammad Farooq Arby. "Monetary and Fiscal Policy Coordination‖." *Munich Personal RePEc Archive (MPRA) Paper No. 10307, September* 6 (2003): 2008.

Hein, E., & Stockhammer, E. (2010). Macroeconomic policy mix, employment and inflation in a Post-Keynesian alternative to the New Consensus model. *Review of Political Economy*, *22*(3), 317-354.

Henry, B., Nixon, J., & Hall, S. (1999). Central Bank Independence and Co-ordinating Monetary and Fiscal Policy. *Economic Outlook*, *23*(2), 7-13.

IMF and World Bank, 2003. Guidelines for Public Debt Management. Washington, D.C.:IMF.

İlgün, M. F. (2010). Para ve Maliye Politikaları Arasında Koordinasyonun Konjonktürel Dalgalanmalar Üzerindeki Etkisi. *Yayınlanmamış Doktora Tezi, Erciyes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Kayseri*.

Jehle, G. A., & Reny, P. J. (2011). Advanced Microecomic Theory.

Juillard, M., & Pelgrin, F. (2007). *Computing optimal policy in a timeless-perspective: an application to a small-open economy*. Working papers, 07–32, Bank of Canada.

Koop, G., Poirier, D. J., & Tobias, J. L. (2007). *Bayesian econometric methods*. Cambridge University Press.

Kırcı, Ç, N. (2012). Para ve maliye politikaları arasındaki etkileşimin zaman serileri ile analizi: Türkiye örneği (Doctoral dissertation, DEÜ Sosyal Bilimleri Enstitüsü).

Kirsanova, T., Stehn, S. J., & Vines, D. (2005). The interactions between fiscal policy and monetary policy. *Oxford Review of Economic Policy*, *21*(4), 532-564.

Kuttner, K., & Robinson, T. (2010). Understanding the flattening Phillips curve. *The North American Journal of Economics and Finance*, *21*(2), 110-125.

Kydland, F. E., & Prescott, E. C. (1977). Rules rather than discretion: The inconsistency of optimal plans. *The journal of political Economy*, 473-491.

Lambertini, L., & Rovelli, R. (2003). Monetary and fiscal policy coordination and macroeconomic stabilization. A theoretical analysis.

Leith, C., & Wren-Lewis, S. (2000). Interactions between monetary and fiscal policy rules. The Economic Journal, 110(462), 93-108.

McAdam, P., & Willman, A. (2013). Technology, Utilization, and Inflation: What Drives the New Keynesian Phillips Curve?. *Journal of Money, Credit and Banking*, *45*(8), 1547-1579.

Muñoz, M. S., & Allard, C. (2008). *Challenges to Monetary Policy in the Czech Republic: L3794An Integrated Monetary and Fiscal Analysis* (No. 8-72). International Monetary Fund.

Muscatelli, A., Tirelli, P., & Trecroci, C. (2002). Monetary and fiscal policy interactions over the cycle: Some empirical evidence.

Muscatelli, V., Tirelli, P., & Trecroci, C. (2004). Fiscal and monetary policy interactions: empirical evidence and optimal policy using a structural new-Keynesian model. *Journal of Macroeconomics*, *26*, 257–280.

Neck, R. (1999). Dynamic games of fiscal and monetary policiesfor Austria. *Annals of Operations Research*, *88*, 233-249.

Neck, R., Haber, G., & McKibbin, W. J. (1999). Macroeconomic policy design in the European Monetary Union: a numerical game approach. Empirica, 26(4), 319-335.

Nordhaus, W. D. (1994) "Policy Games: Co-ordination and Independence in Monetary and Fiscal Policeis", *Brookings Papers on Economic Activity*, 2, 139-216.

Osborne, M. J., & Rubinstein, A. (1994). *A course in game theory*. MIT press.

Raspudić, G., Z. (2012). Coordination between the monetary and public debt management policies in Croatia. *Financial Theory and Practice*, *36*(2), 109-138.

Rogoff, K. (2003). Globalization and global disinflation. *Economic Review-Federal Reserve Bank of Kansas City*, *88*(4), 45.

Rogoff, K. (2006, August). Impact of globalization on monetary policy. In *a symposium sponsored by the Federal Reserve Bank of Kansas City on "The new economic geography: effects and policy implications", Jackson Hole, Wyoming* (pp. 24-26).

Selten, R. (1965). Spieltheoretische behandlung eines oligopolmodells mit nachfrageträgheit: Teil i: Bestimmung des dynamischen preisgleichgewichts. *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft/Journal of Institutional and Theoretical Economics*, (H. 2), 301-324.

Sargent, T. J., & Wallace, N. (1984). Some unpleasant monetarist arithmetic. In *Monetarism in the United Kingdom* (pp. 15-41). Palgrave Macmillan UK.

Saulo, H., Rêgo, L. C., & Divino, J. A. (2013). Fiscal and monetary policy interactions: a game theory approach. *Annals of Operations Research*, *206*(1), 341-366.

Schmitt-Grohé, S., & Uribe, M. (2007). Optimal simple and implementable monetary and fiscal rules. *Journal of monetary Economics*, *54*(6), 1702-1725.

Snowdon, B., & Vane, H. (1995). New-Keynesian economics today: the empire strikes back. *The American Economist*, *39*(1), 48-65.

Snowdon, B., & Vane, H. R. (2005). *Modern macroeconomics: its origins, development and current state*. Edward Elgar Publishing.

Taylor, J. B. (1993, December). Discretion versus policy rules in practice. In *Carnegie-Rochester conference series on public policy* (Vol. 39, pp. 195-214). North-Holland.

Telatar, Erdinç, Funda Erdoğan. (1997), Para Politikası Oyununda İnandırıcılık, Ankara: Hacettepe Üniv. İ.İ.B.F. Yayınları, No:25.

Tetik, M., & Ceylan, R. (2016). Investigation of Interaction Between Monetary and Fiscal Policy in Turkey: SVAR Approach. *Journal of Multidisciplinary Developments*, *1*(1), 113-121.

Van Aarle, B., Di Bartolomeo, G., Engwerda, J., & Plasmans, J. (2002). Monetary and fiscal policy design in the EMU: an overview. *Open economies review*, *13*(4), 321-340.

Van Aarle, B., Bovenberg, L., & Raith, M. (1995). Monetary and fiscal policy interaction and government debt stabilization. *Journal of Economics*, *62*(2), 111-140.

Von Thadden, L. (2004). Active monetary policy, passive fiscal policy and the value of public debt: Some further monetarist arithmetic. *Journal of Macroeconomics*, *26*(2), 223-251.

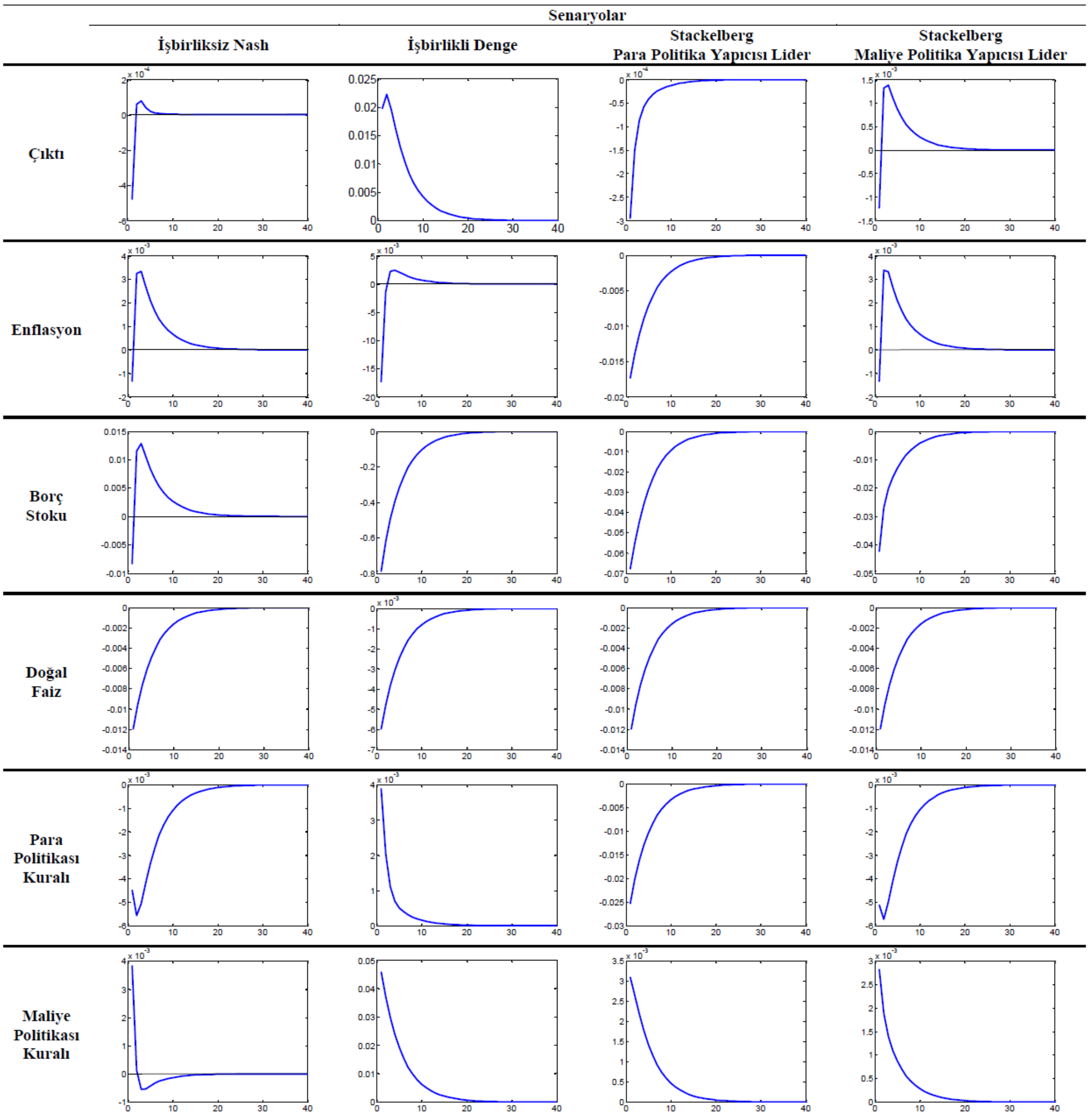
Woodford, M. (2003). *Interest and prices: foundations of a theory of monetary policy*. Princeton: Princeton University Press.

Yılmaz, E. (2009). *Oyun teorisi*. Literatür Yayıncılık.

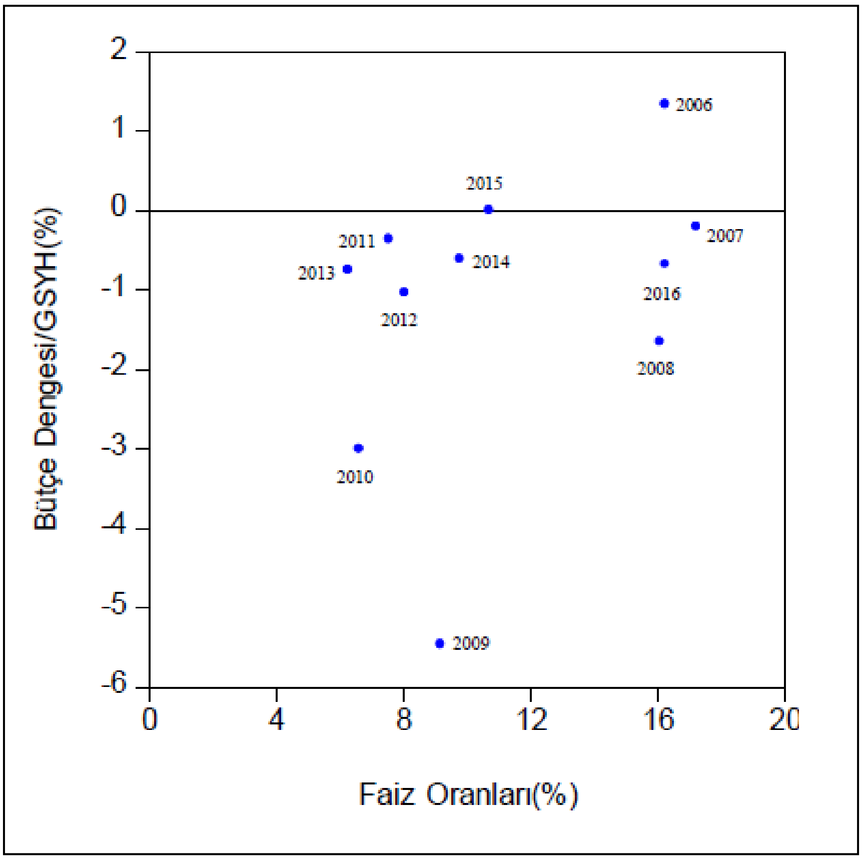
Zoli, E. (2005). How does fiscal policy affect monetary policy in emerging market countries?

EKLER

Ek Şekil 1: Yurt Dışı Tüketim Şokunun Senaryolara Göre Etki-Tepki Sonuçları



Ek Şekil 2: Türkiye'de 2006-2016 Yılları Arası Bütçe Dengesi ve Faiz Oranları



Ek Tablo 1: İşbirliksiz Nash Oyunu Çerçevesinde Optimal Faiz Kuralı Maple Çözümü

```
> restart;
> eq1:=gamma[pi]*pi[t]-beta^(-1)*sigma*Lambda[1,t-1]+Lambda[2,t]-beta*beta^(-1)*Lambda[2,t-1]=0;
```

$$eq1 := \gamma_\pi \pi_t - \frac{\sigma \Lambda_{1,t-1}}{\beta} + \Lambda_{2,t} - \Lambda_{2,t-1} = 0$$

```
> eq2:=gamma[y]*y[t]+Lambda[1,t]-beta^(-1)*Lambda[1,t-1]-kappa*Lambda[2,t]=0;
```

$$eq2 := \gamma_y y_t + \Lambda_{1,t} - \frac{\Lambda_{1,t-1}}{\beta} - \kappa \Lambda_{2,t} = 0$$

```
> eq3:=gamma[r]*(r[t]-rn[t])+sigma^(-1)*Lambda[1,t];
```

$$eq3 := \gamma_r (r_t - rn_t) + \frac{\Lambda_{1,t}}{\sigma}$$

```
> eq3 := isolate(gamma[r]*(r[t]-rn[t])+1/sigma*Lambda[1,t],Lambda[1,t]);
```

$$eq3 := \Lambda_{1,t} = -\gamma_r (r_t - rn_t)\, \sigma$$

```
> eq3m1:=subs(t=t-1,eq3);eq3m2:=subs(t=t-2,eq3);eq2m1:=subs(t=t-1,eq2); eq1m1:=subs(t=t-1,eq1);
```

$$eq3m1 := \Lambda_{1,t-1} = -\gamma_r (r_{t-1} - rn_{t-1})\, \sigma$$

$$eq3m2 := \Lambda_{1,t-2} = -\gamma_r (r_{t-2} - rn_{t-2})\, \sigma$$

$$eq2m1 := \gamma_y y_{t-1} + \Lambda_{1,t-1} - \frac{\Lambda_{1,t-2}}{\beta} - \kappa \Lambda_{2,t-1} = 0$$

$$eq1m1 := \gamma_\pi \pi_{t-1} - \frac{\sigma \Lambda_{1,t-2}}{\beta} + \Lambda_{2,t-1} - \Lambda_{2,t-2} = 0$$

```
> Lambda[1,t] := -gamma[r]*(rr[t])*sigma;
```

$$\Lambda_{1,t} := -\gamma_r\, rr_t\, \sigma$$

```
> Lambda[1,t-1] := -gamma[r]*(rr[t-1])*sigma;
```

$$\Lambda_{1,t-1} := -\gamma_r\, rr_{t-1}\, \sigma$$

```
> eq2;
```

$$\gamma_y y_t - \gamma_r\, rr_t\, \sigma + \frac{\gamma_r\, rr_{t-1}\, \sigma}{\beta} - \kappa \Lambda_{2,t} = 0$$

```
> R := isolate( gamma[y]*y[t]-gamma[r]*rr[t]*sigma+1/beta*gamma[r]*rr[t-1]*sigma-kappa*Lambda[2,t] = 0, Lambda[2,t] );
```

$$R := \Lambda_{2,t} = -\frac{-\gamma_y y_t + \gamma_r\, rr_t\, \sigma - \frac{\gamma_r\, rr_{t-1}\, \sigma}{\beta}}{\kappa}$$

```
> Lambda[2,t] := -(-gamma[y]*y[t]+gamma[r]*rr[t]*sigma-1/beta*gamma[r]*rr[t-1]*sigma)/kappa;
```

$$\Lambda_{2,t} := -\frac{-\gamma_y y_t + \gamma_r\, rr_t\, \sigma - \frac{\gamma_r\, rr_{t-1}\, \sigma}{\beta}}{\kappa}$$

```
> Lambda[1,t-2] := -gamma[r]*(rr[t-2])*sigma;
```

$$\Lambda_{1,t-2} := -\gamma_r\, rr_{t-2}\, \sigma$$

```
> Lambda[2,t-1] := -(-gamma[y]*y[t-1]+gamma[r]*rr[t-1]*sigma-1/beta*gamma[r]*rr[t-2]*sigma)/kappa;
```

$$\Lambda_{2,t-1} := -\frac{-\gamma_y y_{t-1} + \gamma_r\, rr_{t-1}\, \sigma - \frac{\gamma_r\, rr_{t-2}\, \sigma}{\beta}}{\kappa}$$

```
> eq1;
```

$$\gamma_\pi \pi_t + \frac{\sigma^2 \gamma_r\, rr_{t-1}}{\beta} - \frac{-\gamma_y y_t + \gamma_r\, rr_t\, \sigma - \frac{\gamma_r\, rr_{t-1}\, \sigma}{\beta}}{\kappa} + \frac{-\gamma_y y_{t-1} + \gamma_r\, rr_{t-1}\, \sigma - \frac{\gamma_r\, rr_{t-2}\, \sigma}{\beta}}{\kappa} = 0$$

```
> gamma[pi]*pi[t]+1/beta*sigma^2*gamma[r]*(r[t-1]-rn[t])-(-gamma[y]*y[t]+gamma[r]*(r[t]-rn[t])*sigma-1/beta*gamma[r]*(r[t-1]-rn[t])*sigma)/kappa+(-gamma[y]*y[t-1]+gamma[r]*(r[t-1]-rn[t])*sigma-1/beta*gamma[r]*(r[t-2]-rn[t])*sigma)/kappa = 0;
```

$$\gamma_\pi \pi_t + \frac{\sigma^2 \gamma_r (r_{t-1} - rn_t)}{\beta} - \frac{-\gamma_y y_t + \gamma_r (r_t - rn_t)\, \sigma - \frac{\gamma_r (r_{t-1} - rn_t)\, \sigma}{\beta}}{\kappa} + \frac{-\gamma_y y_{t-1} + \gamma_r (r_{t-1} - rn_t)\, \sigma - \frac{\gamma_r (r_{t-2} - rn_t)\, \sigma}{\beta}}{\kappa} = 0$$

```
> R0 := isolate( gamma[pi]*pi[t]+1/beta*sigma^2*gamma[r]*(r[t-1]-
rn[t])-(-gamma[y]*y[t]+gamma[r]*(r[t]-rn[t])*sigma-
1/beta*gamma[r]*(r[t-1]-rn[t])*sigma)/kappa+(-gamma[y]*y[t-
1]+gamma[r]*(r[t-1]-rn[t])*sigma-1/beta*gamma[r]*(r[t-2]-
rn[t])*sigma)/kappa = 0, r[t] );
```

```
> collect(%,pi[t]);
```

$$r_t = \frac{\gamma_\pi \kappa \pi_t}{\gamma_r \sigma} + \frac{-\left(-\frac{\sigma^2 \gamma_r (r_{t-1} - rn_t)}{\beta} - \frac{-\gamma_y y_{t-1} + \gamma_r (r_{t-1} - rn_t)\sigma - \frac{\gamma_r (r_{t-2} - rn_t)\sigma}{\beta}}{\kappa}\right)\kappa + \gamma_y y_t + \frac{\gamma_r (r_{t-1} - rn_t)\sigma}{\beta}}{\gamma_r \sigma} + rn_t$$

```
> collect(%,y[t]);
```

$$r_t = \frac{\gamma_y y_t}{\gamma_r \sigma} + \frac{\gamma_\pi \kappa \pi_t}{\gamma_r \sigma} + \frac{-\left(-\frac{\sigma^2 \gamma_r (r_{t-1} - rn_t)}{\beta} - \frac{-\gamma_y y_{t-1} + \gamma_r (r_{t-1} - rn_t)\sigma - \frac{\gamma_r (r_{t-2} - rn_t)\sigma}{\beta}}{\kappa}\right)\kappa + \frac{\gamma_r (r_{t-1} - rn_t)\sigma}{\beta}}{\gamma_r \sigma} + rn_t$$

```
> collect(%,y[t-1]);
```

$$r_t = -\frac{\gamma_y y_{t-1}}{\gamma_r \sigma} + \frac{\gamma_y y_t}{\gamma_r \sigma} + \frac{\gamma_\pi \kappa \pi_t}{\gamma_r \sigma} + \frac{-\left(-\frac{\sigma^2 \gamma_r (r_{t-1} - rn_t)}{\beta} - \frac{\gamma_r (r_{t-1} - rn_t)\sigma - \frac{\gamma_r (r_{t-2} - rn_t)\sigma}{\beta}}{\kappa}\right)\kappa + \frac{\gamma_r (r_{t-1} - rn_t)\sigma}{\beta}}{\gamma_r \sigma} + rn_t$$

```
> collect(%,rn[t]);
```

$$r_t = \left(\frac{-\left(\frac{\sigma^2 \gamma_r}{\beta} - \frac{-\gamma_r \sigma + \frac{\gamma_r \sigma}{\beta}}{\kappa}\right)\kappa - \frac{\gamma_r \sigma}{\beta}}{\gamma_r \sigma} + 1\right) rn_t - \frac{\gamma_y y_{t-1}}{\gamma_r \sigma} + \frac{\gamma_y y_t}{\gamma_r \sigma} + \frac{\gamma_\pi \kappa \pi_t}{\gamma_r \sigma} + \frac{-\left(-\frac{\sigma^2 \gamma_r r_{t-1}}{\beta} - \frac{\gamma_r r_{t-1} \sigma - \frac{\gamma_r r_{t-2} \sigma}{\beta}}{\kappa}\right)\kappa + \frac{\gamma_r r_{t-1} \sigma}{\beta}}{\gamma_r \sigma}$$

```
> collect(%,r[t-1]);
```

$$r_t = \frac{\left(-\left(-\frac{\sigma^2 \gamma_r}{\beta} - \frac{\gamma_r \sigma}{\kappa}\right)\kappa + \frac{\gamma_r \sigma}{\beta}\right) r_{t-1}}{\gamma_r \sigma} + \left(\frac{-\left(\frac{\sigma^2 \gamma_r}{\beta} - \frac{-\gamma_r \sigma + \frac{\gamma_r \sigma}{\beta}}{\kappa}\right)\kappa - \frac{\gamma_r \sigma}{\beta}}{\gamma_r \sigma} + 1\right) rn_t - \frac{\gamma_y y_{t-1}}{\gamma_r \sigma} + \frac{\gamma_y y_t}{\gamma_r \sigma} + \frac{\gamma_\pi \kappa \pi_t}{\gamma_r \sigma} - \frac{r_{t-2}}{\beta}$$

```
> collect(%,r[t-2]);
```

$$r_t = \frac{\left(-\left(-\frac{\sigma^2 \gamma_r}{\beta} - \frac{\gamma_r \sigma}{\kappa}\right)\kappa + \frac{\gamma_r \sigma}{\beta}\right) r_{t-1}}{\gamma_r \sigma} + \left(\frac{-\left(\frac{\sigma^2 \gamma_r}{\beta} - \frac{-\gamma_r \sigma + \frac{\gamma_r \sigma}{\beta}}{\kappa}\right)\kappa - \frac{\gamma_r \sigma}{\beta}}{\gamma_r \sigma} + 1\right) rn_t - \frac{\gamma_y y_{t-1}}{\gamma_r \sigma} + \frac{\gamma_y y_t}{\gamma_r \sigma} + \frac{\gamma_\pi \kappa \pi_t}{\gamma_r \sigma} - \frac{r_{t-2}}{\beta}$$

```
> r[t] = simplify((-(-1/beta*sigma^2*gamma[r]-
gamma[r]*sigma/kappa)*kappa+1/beta*gamma[r]*sigma)/gamma[r]/sigma)
*r[t-1]+simplify(((-(1/beta*sigma^2*gamma[r]-(-
gamma[r]*sigma+1/beta*gamma[r]*sigma)/kappa)*kappa-
1/beta*gamma[r]*sigma)/gamma[r]/sigma+1))*rn[t]-
gamma[y]/gamma[r]/sigma*y[t-
1]+gamma[y]/gamma[r]/sigma*y[t]+gamma[pi]*kappa/gamma[r]/sigma*pi[
t]-1/beta*r[t-2];
```

$$r_t = \frac{(\sigma \kappa + \beta + 1)\, r_{t-1}}{\beta} - \frac{\sigma \kappa\, rn_t}{\beta} - \frac{\gamma_y y_{t-1}}{\gamma_r \sigma} + \frac{\gamma_y y_t}{\gamma_r \sigma} + \frac{\gamma_\pi \kappa \pi_t}{\gamma_r \sigma} - \frac{r_{t-2}}{\beta}$$

Ek Tablo 2: İşbirliksiz Nash Oyunu Çerçevesinde Optimal Harcama Kuralı Maple Çözümü

```
> restart;
> eq1:=rho[pi]*pi[t]-beta^(-1)*sigma[alpha]^(-1)*Lambda[1,t-1]+Lambda[2,t]-Lambda[2,t-1]+beta^(-1)*Lambda[3,t]=0;
>
```

$$eq1 := \rho_\pi \pi_t - \frac{\Lambda_{1,t-1}}{\beta \sigma_\alpha} + \Lambda_{2,t} - \Lambda_{2,t-1} + \frac{\Lambda_{3,t}}{\beta} = 0$$

```
> eq2:=rho[y]*y[t]+Lambda[1,t]-beta^(-1)*Lambda[1,t-1]-kappa*Lambda[2,t]-beta^(-1)*(1-C-tau)/B*Lambda[3,t]=0;
```

$$eq2 := \rho_y y_t + \Lambda_{1,t} - \frac{\Lambda_{1,t-1}}{\beta} - \kappa \Lambda_{2,t} - \frac{(1 - C - \tau) \Lambda_{3,t}}{\beta B} = 0$$

```
> eq3:=rho[g]*g[t]+beta^(-1)*Lambda[1,t-1]-Lambda[1,t]+sigma[alpha]*Lambda[2,t]-beta^(-1)*(C/B)*Lambda[3,t]=0;
```

$$eq3 := \rho_g g_t + \frac{\Lambda_{1,t-1}}{\beta} - \Lambda_{1,t} + \sigma_\alpha \Lambda_{2,t} - \frac{C \Lambda_{3,t}}{\beta B} = 0$$

```
> eq4:beta^(-1)*Lambda[3,t-1]-beta^(-1)*Lambda[3,t]=0;
```

$$\frac{\Lambda_{3,t-1}}{\beta} - \frac{\Lambda_{3,t}}{\beta} = 0$$

```
> isolate(1/beta*Lambda[3,t-1]-1/beta*Lambda[3,t],Lambda[3,t]) = 0;
```

$$(\Lambda_{3,t} = \Lambda_{3,t-1}) = 0$$

```
> Lambda[3,t]:=alpha;
```

$$\Lambda_{3,t} := \alpha$$

```
> eq1m1:=subs(t=t-1,eq1);eq2m1:=subs(t=t-1,eq2);eq3m1:=subs(t=t-1,eq3);eq4m1:=subs(t=t-1,eq3);
```

$$eq1m1 := \rho_\pi \pi_{t-1} - \frac{\Lambda_{1,t-2}}{\beta \sigma_\alpha} + \Lambda_{2,t-1} - \Lambda_{2,t-2} + \frac{\alpha}{\beta} = 0$$

$$eq2m1 := \rho_y y_{t-1} + \Lambda_{1,t-1} - \frac{\Lambda_{1,t-2}}{\beta} - \kappa \Lambda_{2,t-1} - \frac{(1 - C - \tau)\, \alpha}{\beta B} = 0$$

$$eq3m1 := \rho_g g_{t-1} + \frac{\Lambda_{1,t-2}}{\beta} - \Lambda_{1,t-1} + \sigma_\alpha \Lambda_{2,t-1} - \frac{C \alpha}{\beta B} = 0$$

$$eq4m1 := \rho_g g_{t-1} + \frac{\Lambda_{1,t-2}}{\beta} - \Lambda_{1,t-1} + \sigma_\alpha \Lambda_{2,t-1} - \frac{C \alpha}{\beta B} = 0$$

```
> eq1;
```

$$\rho_\pi \pi_t - \frac{\Lambda_{1,t-1}}{\beta \sigma_\alpha} + \Lambda_{2,t} - \Lambda_{2,t-1} + \frac{\alpha}{\beta} = 0$$

```
> eq2;
```

$$\rho_y y_t + \Lambda_{1,t} - \frac{\Lambda_{1,t-1}}{\beta} - \kappa \Lambda_{2,t} - \frac{(1 - C - \tau)\, \alpha}{\beta B} = 0$$

```
> eq3;
```

$$\rho_g g_t + \frac{\Lambda_{1,t-1}}{\beta} - \Lambda_{1,t} + \sigma_\alpha \Lambda_{2,t} - \frac{C \alpha}{\beta B} = 0$$

```
> solve({eq1,eq2,eq3},[Lambda[1,t-1],Lambda[2,t],Lambda[1,t]]);
```

$$\Big[\Big[\Lambda_{1,t-1} = -\sigma_\alpha (-B \rho_\pi \pi_t \beta \sigma_\alpha + B \rho_\pi \pi_t \beta \kappa + \rho_y y_t \beta B + \rho_g g_t \beta B - \alpha + \alpha \tau + B \Lambda_{2,t-1} \beta \sigma_\alpha - B \Lambda_{2,t-1} \beta \kappa - B \alpha \sigma_\alpha + B \alpha \kappa) \big/ (B (\sigma_\alpha - \kappa)),\ \Lambda_{2,t} = -\frac{\rho_y y_t \beta B + \rho_g g_t \beta B - \alpha + \alpha \tau}{\beta B (\sigma_\alpha - \kappa)},\ \Lambda_{1,t} = -(\rho_g g_t \beta B \sigma_\alpha + \rho_g g_t \beta B \kappa - B \rho_\pi \pi_t \beta \sigma_\alpha^{2} + B \rho_\pi \pi_t \beta \sigma_\alpha \kappa + 2 \sigma_\alpha \rho_y y_t \beta B - 2 \alpha \sigma_\alpha + 2 \sigma_\alpha \alpha \tau + B \Lambda_{2,t-1} \beta \sigma_\alpha^{2} - B \Lambda_{2,t-1} \beta \sigma_\alpha \kappa - B \alpha \sigma_\alpha^{2} + B \alpha \sigma_\alpha \kappa + \alpha C \sigma_\alpha - \alpha C \kappa) \big/ (\beta B (\sigma_\alpha - \kappa))\Big]\Big]$$

```
> Lambda[2,t] := -(rho[y]*y[t]*beta*B+rho[g]*g[t]*beta*B-alpha+alpha*tau)/beta/B/(sigma-kappa);
```

$$\Lambda_{2,t} := -\frac{\rho_y y_t \beta B + \rho_g g_t \beta B - \alpha + \alpha \tau}{\beta B (\sigma - \kappa)}$$

```
> Lambda[2,t-1] := -(rho[y]*y[t-1]*beta*B+rho[g]*g[t-1]*beta*B-alpha+alpha*tau)/beta/B/(sigma-kappa);
```

$$\Lambda_{2,t-1} := -\frac{\rho_y y_{t-1} \beta B + \rho_g g_{t-1} \beta B - \alpha + \alpha \tau}{\beta B (\sigma - \kappa)}$$

```
> eq1;
```

$$\rho_\pi \pi_t - \frac{\Lambda_{1,t-1}}{\beta \sigma_\alpha} - \frac{\rho_y y_t \beta B + \rho_g g_t \beta B - \alpha + \alpha \tau}{\beta B (\sigma - \kappa)} + \frac{\rho_y y_{t-1} \beta B + \rho_g g_{t-1} \beta B - \alpha + \alpha \tau}{\beta B (\sigma - \kappa)} + \frac{\alpha}{\beta} = 0$$

```
> R := isolate( rho[pi]*pi[t]-1/beta/sigma[alpha]*Lambda[1,t-1]-(rho[y]*y[t]*beta*B+rho[g]*g[t]*beta*B-alpha+alpha*tau)/beta/B/(sigma-kappa)+(rho[y]*y[t-1]*beta*B+rho[g]*g[t-1]*beta*B-alpha+alpha*tau)/beta/B/(sigma-kappa)+1/beta*alpha = 0, Lambda[1,t-1] );
```

$$R := \Lambda_{1,t-1} = -\left(-\rho_\pi \pi_t + \frac{\rho_y y_t \beta B + \rho_g g_t \beta B - \alpha + \alpha \tau}{\beta B (\sigma - \kappa)} - \frac{\rho_y y_{t-1} \beta B + \rho_g g_{t-1} \beta B - \alpha + \alpha \tau}{\beta B (\sigma - \kappa)} -$$

```
> Lambda[1,t-1] := -(-rho[pi]*pi[t]+(rho[y]*y[t]*beta*B+rho[g]*g[t]*beta*B-alpha+alpha*tau)/beta/B/(sigma-kappa)-(rho[y]*y[t-1]*beta*B+rho[g]*g[t-1]*beta*B-alpha+alpha*tau)/beta/B/(sigma-kappa)-1/beta*alpha)*beta*sigma[alpha];
```

$$\Lambda_{1,t-1} := -\left(-\rho_\pi \pi_t + \frac{\rho_y y_t \beta B + \rho_g g_t \beta B - \alpha + \alpha \tau}{\beta B (\sigma - \kappa)} - \frac{\rho_y y_{t-1} \beta B + \rho_g g_{t-1} \beta B - \alpha + \alpha \tau}{\beta B (\sigma - \kappa)} - \frac{\alpha}{\beta}\right) \beta \sigma$$

```
> Lambda[1,t] := subs(t=t+1,Lambda[1,t-1]);
```

$$\Lambda_{1,t} := -\left(-\rho_\pi \pi_{t+1} + \frac{\rho_y y_{t+1} \beta B + \rho_g g_{t+1} \beta B - \alpha + \alpha \tau}{\beta B (\sigma - \kappa)} - \frac{\rho_y y_t \beta B + \rho_g g_t \beta B - \alpha + \alpha \tau}{\beta B (\sigma - \kappa)} - \frac{\alpha}{\beta}\right) \beta \sigma$$

```
> eq2;
```

$$\rho_y y_t - \left(-\rho_\pi \pi_{t+1} + \frac{\rho_y y_{t+1} \beta B + \rho_g g_{t+1} \beta B - \alpha + \alpha \tau}{\beta B (\sigma - \kappa)} - \frac{\rho_y y_t \beta B + \rho_g g_t \beta B - \alpha + \alpha \tau}{\beta B (\sigma - \kappa)} - \frac{\alpha}{\beta}\right) \beta \sigma_\alpha + \left(-\rho_\pi \pi_t + \frac{\rho_y y_t \beta B + \rho_g g_t \beta B - \alpha + \alpha \tau}{\beta B (\sigma - \kappa)} - \frac{\rho_y y_{t-1} \beta B + \rho_g g_{t-1} \beta B - \alpha + \alpha \tau}{\beta B (\sigma - \kappa)} - \frac{\alpha}{\beta}\right) \sigma_\alpha + \frac{\kappa (\rho_y y_t \beta B + \rho_g g_t \beta B - \alpha + \alpha \tau)}{\beta B (\sigma - \kappa)} - \frac{(1 - C - \tau) \alpha}{\beta B} = 0$$

```
> R0 := isolate( rho[y]*y[t]-(-rho[pi]*pi[t+1]+(rho[y]*y[t+1]*beta*B+rho[g]*g[t+1]*beta*B-alpha+alpha*tau)/beta/B/(sigma-kappa)-(rho[y]*y[t]*beta*B+rho[g]*g[t]*beta*B-alpha+alpha*tau)/beta/B/(sigma-kappa)-1/beta*alpha)*beta*sigma[alpha]+(-rho[pi]*pi[t]+(rho[y]*y[t]*beta*B+rho[g]*g[t]*beta*B-alpha+alpha*tau)/beta/B/(sigma-kappa)-(rho[y]*y[t-1]*beta*B+rho[g]*g[t-1]*beta*B-alpha+alpha*tau)/beta/B/(sigma-kappa)-1/beta*alpha)*sigma[alpha]+kappa*(rho[y]*y[t]*beta*B+rho[g]*g[t]*beta*B-alpha+alpha*tau)/beta/B/(sigma-kappa)-1/beta*(1-C-tau)/B*alpha = 0, g[t] );
```

$$R0 := g_t = \left(\left(-\rho_y y_t + \frac{(1 - C - \tau) \alpha}{\beta B}\right) \beta B (\sigma - \kappa) - B \beta^2 \sigma_\alpha \rho_\pi \pi_{t+1} \sigma + B \beta^2 \sigma_\alpha \rho_\pi \pi_{t+1} \kappa + B \beta^2 \sigma_\alpha \rho_y y_{t+1} + B \beta^2 \sigma_\alpha \rho_g g_{t+1} - B \beta^2 \sigma_\alpha \rho_y y_t - B \beta \sigma_\alpha \alpha \sigma + B \beta \sigma_\alpha \alpha \kappa + B \sigma_\alpha \rho_\pi \pi_t \beta \sigma - B \rho_\pi \pi_t \beta \sigma_\alpha \kappa - \sigma_\alpha \rho_y y_t \beta B + B \sigma_\alpha \rho_y y_{t-1} \beta + B \sigma_\alpha \rho_g g_{t-1} \beta + B \sigma_\alpha \alpha \sigma - B \alpha \sigma_\alpha \kappa - \kappa \rho_y y_t \beta B + \alpha \kappa - \kappa \alpha \tau\right) \Big/ (B \beta^2 \sigma_\alpha \rho_g + B \sigma_\alpha \rho_g \beta + \kappa \rho_g \beta B)$$

```
> g[t] := ((-rho[y]*y[t]+1/beta*(1-C-tau)/B*alpha)*beta*B*(sigma-kappa)-B*beta^2*sigma[alpha]^2*rho[pi]*pi[t+1]+B*beta^2*sigma[alpha]*rho[pi]*pi[t+1]*kappa+B*beta^2*sigma[alpha]*rho[y]*y[t+1]+B*beta^2*sigma[alpha]*rho[g]*g[t+1]-B*beta^2*sigma[alpha]*rho[y]*y[t]-B*beta*sigma[alpha]^2*alpha+B*beta*sigma[alpha]*alpha*kappa+B*rho[pi]*pi[t]*beta*sigma[alpha]^2-B*rho[pi]*pi[t]*beta*sigma[alpha]*kappa-sigma*rho[y]*y[t]*beta*B+sigma[alpha]*rho[y]*y[t-1]*beta*B+sigma[alpha]*rho[g]*g[t-1]*beta*B+B*alpha*sigma[alpha]^2-B*alpha*sigma[alpha]*kappa-rho[y]*y[t]*beta*B*kappa+alpha*kappa-kappa*alpha*tau)/(B*beta^2*sigma[alpha]*rho[g]+B*sigma[alpha]*rho[g]*beta+kappa*rho[g]*beta*B);
```

$$g_t := \left(\left(-\rho_y y_t + \frac{(1 - C - \tau) \alpha}{\beta B}\right) \beta B (\sigma - \kappa) - B \beta^2 \sigma_\alpha^2 \rho_\pi \pi_{t+1} + B \beta^2 \sigma_\alpha \rho_\pi \pi_{t+1} \kappa + B \beta^2 \sigma_\alpha \rho_y y_{t+1} + B \beta^2 \sigma_\alpha \rho_g g_{t+1} - B \beta^2 \sigma_\alpha \rho_y y_t - B \beta \sigma_\alpha^2 \alpha + B \beta \sigma_\alpha \alpha \kappa + B \rho_\pi \pi_t \beta \sigma_\alpha^2 - B \rho_\pi \pi_t \beta \sigma_\alpha \kappa - \sigma \rho_y y_t \beta B + B \sigma_\alpha \rho_y y_{t-1} \beta + B \sigma_\alpha \rho_g g_{t-1} \beta + B \alpha \sigma_\alpha^2 - B \alpha \sigma_\alpha \kappa - \kappa \rho_y y_t \beta B + \alpha \kappa - \kappa \alpha \tau\right) \Big/ (B \beta^2 \sigma_\alpha \rho_g + B \sigma_\alpha \rho_g \beta + \kappa \rho_g \beta B)$$

```
> collect(%,pi[t+1]);
```

$$\frac{(-B\beta^2\sigma_\alpha^{2}\rho_\pi + B\beta^2\sigma_\alpha\rho_\pi\kappa)\pi_{t+1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \Bigg(\left(-\rho_y y_t + \frac{(1-C-\tau)\alpha}{\beta B}\right)\beta B(\sigma-\kappa) - B\alpha\sigma_\alpha\kappa - \kappa\rho_y y_t\beta B + B\beta^2\sigma_\alpha\rho_y y_{t+1} + B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g g_{t+1} - B\beta^2\sigma_\alpha\rho_y y_t - B\beta\sigma_\alpha^{2}\alpha + B\beta\sigma_\alpha\alpha\kappa + B\rho_\pi\pi_t\beta\sigma_\alpha^{2} - B\rho_\pi\pi_t\beta\sigma_\alpha\kappa - \sigma\rho_y y_t\beta B + B\sigma_\alpha\rho_y y_{t-1}\beta + B\sigma_\alpha\rho_g g_{t-1}\beta + B\alpha\sigma_\alpha^{2} + \alpha\kappa - \kappa\alpha\tau\Bigg) \Big/ (B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B)$$

```
> collect(%,pi[t]);
```

$$\frac{(B\rho_\pi\beta\sigma_\alpha^{2} - B\rho_\pi\beta\sigma_\alpha\kappa)\pi_t}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{(-B\beta^2\sigma_\alpha^{2}\rho_\pi + B\beta^2\sigma_\alpha\rho_\pi\kappa)\pi_{t+1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \Bigg(\left(-\rho_y y_t + \frac{(1-C-\tau)\alpha}{\beta B}\right)\beta B(\sigma-\kappa) - B\alpha\sigma_\alpha\kappa - \kappa\rho_y y_t\beta B + B\beta^2\sigma_\alpha\rho_y y_{t+1} + B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g g_{t+1} - B\beta^2\sigma_\alpha\rho_y y_t - B\beta\sigma_\alpha^{2}\alpha + B\beta\sigma_\alpha\alpha\kappa + B\sigma_\alpha\rho_g g_{t-1}\beta + B\alpha\sigma_\alpha^{2} - \sigma\rho_y y_t\beta B + B\sigma_\alpha\rho_y y_{t-1}\beta + \alpha\kappa - \kappa\alpha\tau\Bigg) \Big/ (B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B)$$

```
> collect(%,y[t+1]);
```

$$\frac{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_y y_{t+1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{(B\rho_\pi\beta\sigma_\alpha^{2} - B\rho_\pi\beta\sigma_\alpha\kappa)\pi_t}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{(-B\beta^2\sigma_\alpha^{2}\rho_\pi + B\beta^2\sigma_\alpha\rho_\pi\kappa)\pi_{t+1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \Bigg(\left(-\rho_y y_t + \frac{(1-C-\tau)\alpha}{\beta B}\right)\beta B(\sigma-\kappa) - B\alpha\sigma_\alpha\kappa - \kappa\rho_y y_t\beta B + B\beta\sigma_\alpha\alpha\kappa + B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g g_{t+1} - B\beta^2\sigma_\alpha\rho_y y_t - B\beta\sigma_\alpha^{2}\alpha + B\sigma_\alpha\rho_y y_{t-1}\beta + B\sigma_\alpha\rho_g g_{t-1}\beta + B\alpha\sigma_\alpha^{2} - \sigma\rho_y y_t\beta B + \alpha\kappa - \kappa\alpha\tau\Bigg) \Big/ (B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B)$$

```
> collect(%,y[t]);
```

$$\frac{(-\kappa\rho_y\beta B - B\beta^2\sigma_\alpha\rho_y - \sigma\rho_y\beta B - \rho_y\beta B(\sigma-\kappa))y_t}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_y y_{t+1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{(B\rho_\pi\beta\sigma_\alpha^{2} - B\rho_\pi\beta\sigma_\alpha\kappa)\pi_t}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{(-B\beta^2\sigma_\alpha^{2}\rho_\pi + B\beta^2\sigma_\alpha\rho_\pi\kappa)\pi_{t+1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + ((1-C-\tau)\alpha(\sigma-\kappa) + B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g g_{t+1} - B\alpha\sigma_\alpha\kappa - B\beta\sigma_\alpha^{2}\alpha + B\beta\sigma_\alpha\alpha\kappa + B\sigma_\alpha\rho_g g_{t-1}\beta + B\alpha\sigma_\alpha^{2} + B\sigma_\alpha\rho_y y_{t-1}\beta - \kappa\alpha\tau + \alpha\kappa) \Big/ (B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B)$$

```
> collect(%,y[t-1]);
```

$$\frac{B\sigma_\alpha\rho_y\beta y_{t-1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{(-\kappa\rho_y\beta B - B\beta^2\sigma_\alpha\rho_y - \sigma\rho_y\beta B - \rho_y\beta B(\sigma-\kappa))y_t}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_y y_{t+1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{(B\rho_\pi\beta\sigma_\alpha^{2} - B\rho_\pi\beta\sigma_\alpha\kappa)\pi_t}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{(-B\beta^2\sigma_\alpha^{2}\rho_\pi + B\beta^2\sigma_\alpha\rho_\pi\kappa)\pi_{t+1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + ((1-C-\tau)\alpha(\sigma-\kappa) + B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g g_{t+1} - B\alpha\sigma_\alpha\kappa - B\beta\sigma_\alpha^{2}\alpha + B\beta\sigma_\alpha\alpha\kappa + B\sigma_\alpha\rho_g g_{t-1}\beta + B\alpha\sigma_\alpha^{2} - \kappa\alpha\tau + \alpha\kappa) \Big/ (B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B)$$

```
> collect(%,g[t-1]);
```

$$\frac{B\sigma_\alpha\rho_g\beta g_{t-1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{B\sigma_\alpha\rho_y\beta y_{t-1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{(-\kappa\rho_y\beta B - B\beta^2\sigma_\alpha\rho_y - \sigma\rho_y\beta B - \rho_y\beta B(\sigma-\kappa))y_t}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_y y_{t+1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{(B\rho_\pi\beta\sigma_\alpha^{2} - B\rho_\pi\beta\sigma_\alpha\kappa)\pi_t}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{(-B\beta^2\sigma_\alpha^{2}\rho_\pi + B\beta^2\sigma_\alpha\rho_\pi\kappa)\pi_{t+1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{(1-C-\tau)\alpha(\sigma-\kappa) + B\beta^2}{}$$

```
> collect(%,g[t+1]);
```

$$\frac{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g g_{t+1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{B\sigma_\alpha\rho_g\beta g_{t-1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{B\sigma_\alpha\rho_y\beta y_{t-1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{(-\kappa\rho_y\beta B - B\beta^2\sigma_\alpha\rho_y - \sigma\rho_y\beta B - \rho_y\beta B(\sigma-\kappa))y_t}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_y y_{t+1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{(B\rho_\pi\beta\sigma_\alpha^{2} - B\rho_\pi\beta\sigma_\alpha\kappa)\pi_t}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{(-B\beta^2\sigma_\alpha^{2}\rho_\pi + B\beta^2\sigma_\alpha\rho_\pi\kappa)\pi_{t+1}}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B} + \frac{(1-C-\tau)\alpha(\sigma-\kappa) + B\alpha\sigma_\alpha^{2} - B\alpha\sigma_\alpha\kappa - B\beta\sigma_\alpha^{2}\alpha + B\beta\sigma_\alpha\alpha\kappa - \kappa\alpha\tau + \alpha\kappa}{B\beta^2\sigma_\alpha\rho_g + B\sigma_\alpha\rho_g\beta + \kappa\rho_g\beta B}$$

```
g[t]:=B*beta^2*sigma[alpha]*rho[g]/(B*beta^2*sigma[alpha]*rho[g]+B
*sigma[alpha]*rho[g]*beta+kappa*rho[g]*beta*B)*g[t+1]+B*sigma[alph
a]*rho[g]*beta/(B*beta^2*sigma[alpha]*rho[g]+B*sigma[alpha]*rho[g]
*beta+kappa*rho[g]*beta*B)*g[t-
1]+sigma[alpha]*rho[y]*beta*B/(B*beta^2*sigma[alpha]*rho[g]+B*sigm
a[alpha]*rho[g]*beta+kappa*rho[g]*beta*B)*y[t-1]+(-
rho[y]*beta*B*kappa-B*beta^2*sigma[alpha]*rho[y]-
sigma*rho[y]*beta*B-rho[y]*beta*B*(sigma-
kappa))/(B*beta^2*sigma[alpha]*rho[g]+B*sigma[alpha]*rho[g]*beta+k
appa*rho[g]*beta*B)*y[t]+B*beta^2*sigma[alpha]*rho[y]/(B*beta^2*si
gma[alpha]*rho[g]+B*sigma[alpha]*rho[g]*beta+kappa*rho[g]*beta*B)*
y[t+1]+(B*rho[pi]*beta*sigma[alpha]^2-
B*rho[pi]*beta*sigma[alpha]*kappa)/(B*beta^2*sigma[alpha]*rho[g]+B
*sigma[alpha]*rho[g]*beta+kappa*rho[g]*beta*B)*pi[t]+(-
B*beta^2*sigma[alpha]^2*rho[pi]+B*beta^2*sigma[alpha]*rho[pi]*kapp
a)/(B*beta^2*sigma[alpha]*rho[g]+B*sigma[alpha]*rho[g]*beta+kappa*
rho[g]*beta*B)*pi[t+1]+((1-C-tau)*alpha*(sigma-
kappa)+B*alpha*sigma[alpha]^2-B*alpha*sigma[alpha]*kappa-
B*beta*sigma[alpha]^2*alpha+B*beta*sigma[alpha]*alpha*kappa-
kappa*alpha*tau+alpha*kappa)/(B*beta^2*sigma[alpha]*rho[g]+B*sigma
[alpha]*rho[g]*beta+kappa*rho[g]*beta*B);
```

$$g_t := \frac{B\,\beta^2\,\sigma_\alpha\,\rho_g\,g_{t+1}}{B\,\beta^2\,\sigma_\alpha\,\rho_g + B\,\sigma_\alpha\,\rho_g\,\beta + \kappa\,\rho_g\,\beta\,B} + \frac{B\,\sigma_\alpha\,\rho_g\,\beta\,g_{t-1}}{B\,\beta^2\,\sigma_\alpha\,\rho_g + B\,\sigma_\alpha\,\rho_g\,\beta + \kappa\,\rho_g\,\beta\,B}$$
$$+ \frac{B\,\sigma_\alpha\,\rho_y\,\beta\,y_{t-1}}{B\,\beta^2\,\sigma_\alpha\,\rho_g + B\,\sigma_\alpha\,\rho_g\,\beta + \kappa\,\rho_g\,\beta\,B} + \frac{(-\kappa\,\rho_y\,\beta\,B - B\,\beta^2\,\sigma_\alpha\,\rho_y - \sigma\,\rho_y\,\beta\,B - \rho_y\,\beta\,B\,(\sigma-\kappa))\,y_t}{B\,\beta^2\,\sigma_\alpha\,\rho_g + B\,\sigma_\alpha\,\rho_g\,\beta + \kappa\,\rho_g\,\beta\,B}$$
$$+ \frac{B\,\beta^2\,\sigma_\alpha\,\rho_y\,y_{t+1}}{B\,\beta^2\,\sigma_\alpha\,\rho_g + B\,\sigma_\alpha\,\rho_g\,\beta + \kappa\,\rho_g\,\beta\,B} + \frac{(B\,\rho_\pi\,\beta\,\sigma_\alpha^{\ 2} - B\,\rho_\pi\,\beta\,\sigma_\alpha\,\kappa)\,\pi_t}{B\,\beta^2\,\sigma_\alpha\,\rho_g + B\,\sigma_\alpha\,\rho_g\,\beta + \kappa\,\rho_g\,\beta\,B}$$
$$+ \frac{(-B\,\beta^2\,\sigma_\alpha^{\ 2}\,\rho_\pi + B\,\beta^2\,\sigma_\alpha\,\rho_\pi\,\kappa)\,\pi_{t+1}}{B\,\beta^2\,\sigma_\alpha\,\rho_g + B\,\sigma_\alpha\,\rho_g\,\beta + \kappa\,\rho_g\,\beta\,B}$$
$$+ \frac{(1-C-\tau)\,\alpha\,(\sigma-\kappa) + B\,\alpha\,\sigma_\alpha^{\ 2} - B\,\alpha\,\sigma_\alpha\,\kappa - B\,\beta\,\sigma_\alpha^{\ 2}\,\alpha + B\,\beta\,\sigma_\alpha\,\alpha\,\kappa - \kappa\,\alpha\,\tau + \alpha\,\kappa}{B\,\beta^2\,\sigma_\alpha\,\rho_g + B\,\sigma_\alpha\,\rho_g\,\beta + \kappa\,\rho_g\,\beta\,B}$$

```
g[t]:=simplify(B*beta^2*sigma[alpha]*rho[g]/(B*beta^2*sigma[alpha]
*rho[g]+B*sigma[alpha]*rho[g]*beta+kappa*rho[g]*beta*B)*g[t+1])+si
mplify(B*sigma[alpha]*rho[g]*beta/(B*beta^2*sigma[alpha]*rho[g]+B*
sigma[alpha]*rho[g]*beta+kappa*rho[g]*beta*B)*g[t-
1])+simplify(sigma[alpha]*rho[y]*beta*B/(B*beta^2*sigma[alpha]*rho
[g]+B*sigma[alpha]*rho[g]*beta+kappa*rho[g]*beta*B)*y[t-
1])+simplify((-rho[y]*beta*B*kappa-B*beta^2*sigma[alpha]*rho[y]-
sigma[alpha]*rho[y]*beta*B-rho[y]*beta*B*(sigma[alpha]-
kappa))/(B*beta^2*sigma[alpha]*rho[g]+B*sigma[alpha]*rho[g]*beta+k
appa*rho[g]*beta*B)*y[t])+simplify(B*beta^2*sigma[alpha]*rho[y]/(B
*beta^2*sigma[alpha]*rho[g]+B*sigma[alpha]*rho[g]*beta+kappa*rho[g
]*beta*B)*y[t+1])+simplify((B*rho[pi]*beta*sigma[alpha]^2-
B*rho[pi]*beta*sigma[alpha]*kappa)/(B*beta^2*sigma[alpha]*rho[g]+B
*sigma[alpha]*rho[g]*beta+kappa*rho[g]*beta*B)*pi[t])+simplify((-
B*beta^2*sigma[alpha]^2*rho[pi]+B*beta^2*sigma[alpha]*rho[pi]*kapp
a)/(B*beta^2*sigma[alpha]*rho[g]+B*sigma[alpha]*rho[g]*beta+kappa*
rho[g]*beta*B)*pi[t+1])+simplify(((1-C-tau)*alpha*(sigma[alpha]-
kappa)+B*alpha*sigma[alpha]^2-B*alpha*sigma[alpha]*kappa-
B*beta*sigma[alpha]^2*alpha+B*beta*sigma[alpha]*alpha*kappa-
kappa*alpha*tau+alpha*kappa)/(B*beta^2*sigma[alpha]*rho[g]+B*sigma
[alpha]*rho[g]*beta+kappa*rho[g]*beta*B));
```

$$g_t := \frac{\beta\,\sigma_\alpha\,g_{t+1}}{\beta\,\sigma_\alpha + \sigma_\alpha + \kappa} + \frac{\sigma_\alpha\,g_{t-1}}{\beta\,\sigma_\alpha + \sigma_\alpha + \kappa} + \frac{\sigma_\alpha\,\rho_y\,y_{t-1}}{\rho_g\,(\beta\,\sigma_\alpha + \sigma_\alpha + \kappa)} - \frac{\rho_y\,\sigma_\alpha\,(\beta+2)\,y_t}{\rho_g\,(\beta\,\sigma_\alpha + \sigma_\alpha + \kappa)} + \frac{\beta\,\sigma_\alpha\,\rho_y\,y_{t+1}}{\rho_g\,(\beta\,\sigma_\alpha + \sigma_\alpha + \kappa)}$$
$$+ \frac{\rho_\pi\,\sigma_\alpha\,(\sigma_\alpha-\kappa)\,\pi_t}{\rho_g\,(\beta\,\sigma_\alpha + \sigma_\alpha + \kappa)} - \frac{\beta\,\sigma_\alpha\,\rho_\pi\,(\sigma_\alpha-\kappa)\,\pi_{t+1}}{\rho_g\,(\beta\,\sigma_\alpha + \sigma_\alpha + \kappa)}$$
$$- \frac{\alpha\,(-\sigma_\alpha + C\,\sigma_\alpha - C\,\kappa + \tau\,\sigma_\alpha - B\,\sigma_\alpha^{\ 2} + B\,\sigma_\alpha\,\kappa + B\,\beta\,\sigma_\alpha^{\ 2} - B\,\beta\,\sigma_\alpha\,\kappa)}{B\,\beta\,\rho_g\,(\beta\,\sigma_\alpha + \sigma_\alpha + \kappa)}$$

Ek Tablo 3: Stackelberg Para Politika Yapıcısının Lider Olduğu Durumda Optimal Faiz Kuralı Maple Çözümü

```
> restart;
> Lm=1/2*gamma[y]*(E[t]*(y[t+1])-E[t]*(g[t+1])+E[t]*(g[t])-
sigma[alpha]^(-1)*r[t]+sigma[alpha]^(-
1)*E[t]*(pi[t+1])+sigma[alpha]^(-
1)*rn[t])^2+1/2*gamma[pi]*(beta*E[t]*pi[t+1]+kappa*y[t]-
sigma[alpha]*g[t]+e[pi])^2+1/2*gamma[r]*(r[t])^2;
```

$$Lm = \frac{1}{2}\gamma_y\left(E_t\, y_{t+1} - E_t\, g_{t+1} + E_t\, g_t - \frac{r_t}{\sigma_\alpha} + \frac{E_t\, \pi_{t+1}}{\sigma_\alpha} + \frac{rn_t}{\sigma_\alpha}\right)^2 + \frac{1}{2}\gamma_\pi\left(\beta E_t\, \pi_{t+1} + \kappa y_t - \sigma_\alpha g_t + e_\pi\right)^2 + \frac{1}{2}\gamma_r r_t^2$$

```
> Lm := 1/2*gamma[y]*(y[t+1]-g[t+1]+g[t]-
1/sigma[alpha]*r[t]+1/sigma[alpha]*pi[t+1]+sigma[alpha]^(-
1)*rn[t])^2+1/2*gamma[pi]*(beta*pi[t+1]+kappa*y[t]-
sigma[alpha]*g[t]+e[pi])^2+1/2*gamma[r]*r[t]^2;
```

$$Lm := \frac{1}{2}\gamma_y\left(y_{t+1} - g_{t+1} + g_t - \frac{r_t}{\sigma_\alpha} + \frac{\pi_{t+1}}{\sigma_\alpha} + \frac{rn_t}{\sigma_\alpha}\right)^2 + \frac{1}{2}\gamma_\pi\left(\beta \pi_{t+1} + \kappa y_t - \sigma_\alpha g_t + e_\pi\right)^2 + \frac{1}{2}\gamma_r r_t^2$$

```
> g[t] :=
beta*sigma[alpha]*g[t+1]/(beta*sigma[alpha]+sigma[alpha]+kappa)+si
gma[alpha]*g[t-
1]/(beta*sigma[alpha]+sigma[alpha]+kappa)+sigma[alpha]*rho[y]*y[t-
1]/rho[g]/(beta*sigma[alpha]+sigma[alpha]+kappa)-
rho[y]*sigma[alpha]*(beta+2)*y[t]/rho[g]/(beta*sigma[alpha]+sigma[
alpha]+kappa)+beta*sigma[alpha]*rho[y]*y[t+1]/rho[g]/(beta*sigma[a
lpha]+sigma[alpha]+kappa)+rho[pi]*sigma[alpha]*(sigma[alpha]-
kappa)*pi[t]/rho[g]/(beta*sigma[alpha]+sigma[alpha]+kappa)-
beta*sigma[alpha]*rho[pi]*(sigma[alpha]-
kappa)*pi[t+1]/rho[g]/(beta*sigma[alpha]+sigma[alpha]+kappa)-
alpha*(-sigma[alpha]+C*sigma[alpha]-C*kappa+tau*sigma[alpha]-
B*sigma[alpha]^2+B*sigma[alpha]*kappa+B*beta*sigma[alpha]^2-
B*beta*sigma[alpha]*kappa)/B/beta/rho[g]/(beta*sigma[alpha]+sigma[
alpha]+kappa);
```

$$g_t := \frac{\beta\sigma_\alpha g_{t+1}}{\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa} + \frac{\sigma_\alpha g_{t-1}}{\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa} + \frac{\sigma_\alpha\rho_y y_{t-1}}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} - \frac{\rho_y\sigma_\alpha(\beta+2)y_t}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} + \frac{\beta\sigma_\alpha\rho_y y_{t+1}}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} + \frac{\rho_\pi\sigma_\alpha(\sigma_\alpha-\kappa)\pi_t}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} - \frac{\beta\sigma_\alpha\rho_\pi(\sigma_\alpha-\kappa)\pi_{t+1}}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} - \frac{\alpha(-\sigma_\alpha+C\sigma_\alpha-C\kappa+\tau\sigma_\alpha-B\sigma_\alpha^2+B\sigma_\alpha\kappa+B\beta\sigma_\alpha^2-B\beta\sigma_\alpha\kappa)}{B\beta\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)}$$

```
> Lm;
```

$$\frac{1}{2}\gamma_y\left(y_{t+1} - g_{t+1} + \frac{\beta\sigma_\alpha g_{t+1}}{\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa} + \frac{\sigma_\alpha g_{t-1}}{\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa} + \frac{\sigma_\alpha\rho_y y_{t-1}}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} - \frac{\rho_y\sigma_\alpha(\beta+2)y_t}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} + \frac{\beta\sigma_\alpha\rho_y y_{t+1}}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} + \frac{\rho_\pi\sigma_\alpha(\sigma_\alpha-\kappa)\pi_t}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} - \frac{\beta\sigma_\alpha\rho_\pi(\sigma_\alpha-\kappa)\pi_{t+1}}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} - \frac{\alpha(-\sigma_\alpha+C\sigma_\alpha-C\kappa+\tau\sigma_\alpha-B\sigma_\alpha^2+B\sigma_\alpha\kappa+B\beta\sigma_\alpha^2-B\beta\sigma_\alpha\kappa)}{B\beta\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} - \frac{r_t}{\sigma_\alpha} + \frac{\pi_{t+1}}{\sigma_\alpha} + \frac{rn_t}{\sigma_\alpha}\right)^2 + \frac{1}{2}\gamma_\pi\left(\beta\pi_{t+1} + \kappa y_t - \sigma_\alpha\left(\frac{\beta\sigma_\alpha g_{t+1}}{\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa} + \frac{\sigma_\alpha g_{t-1}}{\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa} + \frac{\sigma_\alpha\rho_y y_{t-1}}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} - \frac{\rho_y\sigma_\alpha(\beta+2)y_t}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} + \frac{\beta\sigma_\alpha\rho_y y_{t+1}}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} + \frac{\rho_\pi\sigma_\alpha(\sigma_\alpha-\kappa)\pi_t}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} - \frac{\beta\sigma_\alpha\rho_\pi(\sigma_\alpha-\kappa)\pi_{t+1}}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} - \frac{\alpha(-\sigma_\alpha+C\sigma_\alpha-C\kappa+\tau\sigma_\alpha-B\sigma_\alpha^2+B\sigma_\alpha\kappa+B\beta\sigma_\alpha^2-B\beta\sigma_\alpha\kappa)}{B\beta\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)}\right) + e_\pi\right)^2 + \frac{1}{2}\gamma_r r_t^2$$

```
> R := diff(Lm, r[t]);
```

$$R := -\gamma_y\left(y_{t+1} - g_{t+1} + \frac{\beta\sigma_\alpha g_{t+1}}{\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa} + \frac{\sigma_\alpha g_{t-1}}{\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa} + \frac{\sigma_\alpha\rho_y y_{t-1}}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} - \frac{\rho_y\sigma_\alpha(\beta+2)y_t}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} + \frac{\beta\sigma_\alpha\rho_y y_{t+1}}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} + \frac{\rho_\pi\sigma_\alpha(\sigma_\alpha-\kappa)\pi_t}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} - \frac{\beta\sigma_\alpha\rho_\pi(\sigma_\alpha-\kappa)\pi_{t+1}}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} - \frac{\alpha(-\sigma_\alpha+C\sigma_\alpha-C\kappa+\tau\sigma_\alpha-B\sigma_\alpha^2+B\sigma_\alpha\kappa+B\beta\sigma_\alpha^2-B\beta\sigma_\alpha\kappa)}{B\beta\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)} - \frac{r_t}{\sigma_\alpha} + \frac{\pi_{t+1}}{\sigma_\alpha} + \frac{rn_t}{\sigma_\alpha}\right) \Big/ \sigma_\alpha + \gamma_r r_t$$

```
> R := -gamma[y]*(y[t+1]-
g[t+1]+beta*sigma[alpha]*g[t+1]/(beta*sigma[alpha]+sigma[alpha]+ka
ppa)+sigma[alpha]*g[t-
1]/(beta*sigma[alpha]+sigma[alpha]+kappa)+sigma[alpha]*rho[y]*y[t-
1]/rho[g]/(beta*sigma[alpha]+sigma[alpha]+kappa)-
rho[y]*sigma[alpha]*(beta+2)*y[t]/rho[g]/(beta*sigma[alpha]+sigma[
alpha]+kappa)+beta*sigma[alpha]*rho[y]*y[t+1]/rho[g]/(beta*sigma[a
lpha]+sigma[alpha]+kappa)+rho[pi]*sigma[alpha]*(sigma[alpha]-
kappa)*pi[t]/rho[g]/(beta*sigma[alpha]+sigma[alpha]+kappa)-
beta*sigma[alpha]*rho[pi]*(sigma[alpha]-
kappa)*pi[t+1]/rho[g]/(beta*sigma[alpha]+sigma[alpha]+kappa)-
alpha*(-sigma[alpha]+C*sigma[alpha]-C*kappa+tau*sigma[alpha]-
B*sigma[alpha]^2+B*sigma[alpha]*kappa+B*beta*sigma[alpha]^2-
B*beta*sigma[alpha]*kappa)/B/beta/rho[g]/(beta*sigma[alpha]+sigma[
alpha]+kappa)-1/sigma[alpha]*(r[t]-
rs)+1/sigma[alpha]*pi[t+1]+1/sigma[alpha]*rn[t])/sigma[alpha]+gamm
a[r]*(r[t]-rs);
```

$$\begin{aligned}R := &-\gamma_y\left(y_{t+1}-g_{t+1}+\frac{\beta\sigma_\alpha g_{t+1}}{\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa}+\frac{\sigma_\alpha g_{t-1}}{\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa}+\frac{\sigma_\alpha\rho_y y_{t-1}}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)}-\frac{\rho_y\sigma_\alpha(\beta+2)y_t}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)}\right.\\
&+\frac{\beta\sigma_\alpha\rho_y y_{t+1}}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)}+\frac{\rho_\pi\sigma_\alpha(\sigma_\alpha-\kappa)\pi_t}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)}-\frac{\beta\sigma_\alpha\rho_\pi(\sigma_\alpha-\kappa)\pi_{t+1}}{\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)}\\
&\left.-\frac{\alpha(-\sigma_\alpha+C\sigma_\alpha-C\kappa+\tau\sigma_\alpha-B\sigma_\alpha^2+B\sigma_\alpha\kappa+B\beta\sigma_\alpha^2-B\beta\sigma_\alpha\kappa)}{B\beta\rho_g(\beta\sigma_\alpha+\sigma_\alpha+\kappa)}-\frac{r_t-rs}{\sigma_\alpha}+\frac{\pi_{t+1}}{\sigma_\alpha}+\frac{rn_t}{\sigma_\alpha}\right)\Big/\sigma_\alpha\\
&+\gamma_r(r_t-rs)\end{aligned}$$

```
> R := isolate(R,r[t]);
```

$$\begin{aligned}R := r_t = (&-\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^2-\gamma_y\sigma_\alpha^2 g_{t-1}\rho_g B\beta-\gamma_y\sigma_\alpha^2\rho_y y_{t-1}B\beta-\gamma_y\beta^2\sigma_\alpha^2\rho_y y_{t+1}B-\gamma_y y_{t+1}\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha^2\\
&-\gamma_y y_{t+1}\rho_g B\beta\sigma_\alpha^2-\gamma_y y_{t+1}\rho_g B\beta\sigma_\alpha\kappa+\gamma_y g_{t+1}\rho_g B\beta\sigma_\alpha^2+\gamma_y g_{t+1}\rho_g B\beta\sigma_\alpha\kappa\\
&+2\gamma_y\rho_y\sigma_\alpha^2 y_t B\beta+\gamma_y\rho_y\sigma_\alpha^2 y_t B\beta^2-\gamma_y\rho_\pi\sigma_\alpha^3\pi_t B\beta+\gamma_y\rho_\pi\sigma_\alpha^2\pi_t B\beta\kappa+\gamma_y\beta^2\sigma_\alpha^3\rho_\pi\pi_{t+1}B\\
&-\gamma_y\beta^2\sigma_\alpha^2\rho_\pi\pi_{t+1}B\kappa-\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^2 B\beta\kappa-\gamma_y\rho_g B\beta^2 rs\,\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\, rs\,\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\, rs\,\kappa\\
&-\gamma_y\pi_{t+1}\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha-\gamma_y\pi_{t+1}\rho_g B\beta\sigma_\alpha-\gamma_y\pi_{t+1}\rho_g B\beta\kappa-\gamma_y rn_t\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha-\gamma_y rn_t\rho_g B\beta\sigma_\alpha\\
&-\gamma_y rn_t\rho_g B\beta\kappa+\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^3 B\beta+\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^2 B\kappa-\gamma_y\alpha\sigma_\alpha C\kappa-\gamma_r\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha^3 rs-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^3 rs\\
&-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^2 rs\,\kappa-\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^3 B+\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^2\tau+\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^2 C)\Big/(\\
&-\gamma_y\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\kappa-\gamma_r\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha^3-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^3-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^2\kappa)\end{aligned}$$

```
> collect(%,pi[t+1]);
```

$$\begin{aligned}r_t = &\frac{(-\gamma_y\rho_g B\beta\kappa+\gamma_y\beta^2\sigma_\alpha^3\rho_\pi B-\gamma_y\beta^2\sigma_\alpha^2\rho_\pi B\kappa-\gamma_y\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\sigma_\alpha)\pi_{t+1}}{-\gamma_y\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\kappa-\gamma_r\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha^3-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^3-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^2\kappa}+(\\
&-\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^2-\gamma_y\sigma_\alpha^2 g_{t-1}\rho_g B\beta-\gamma_y\sigma_\alpha^2\rho_y y_{t-1}B\beta-\gamma_y\beta^2\sigma_\alpha^2\rho_y y_{t+1}B-\gamma_y y_{t+1}\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha^2\\
&-\gamma_y y_{t+1}\rho_g B\beta\sigma_\alpha^2-\gamma_y y_{t+1}\rho_g B\beta\sigma_\alpha\kappa+\gamma_y g_{t+1}\rho_g B\beta\sigma_\alpha^2+\gamma_y g_{t+1}\rho_g B\beta\sigma_\alpha\kappa\\
&+2\gamma_y\rho_y\sigma_\alpha^2 y_t B\beta+\gamma_y\rho_y\sigma_\alpha^2 y_t B\beta^2-\gamma_y\rho_\pi\sigma_\alpha^3\pi_t B\beta+\gamma_y\rho_\pi\sigma_\alpha^2\pi_t B\beta\kappa-\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^2 B\beta\kappa\\
&-\gamma_y\rho_g B\beta^2 rs\,\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\, rs\,\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\, rs\,\kappa-\gamma_y rn_t\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha-\gamma_y rn_t\rho_g B\beta\sigma_\alpha\\
&-\gamma_y rn_t\rho_g B\beta\kappa+\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^3 B\beta+\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^2 B\kappa-\gamma_y\alpha\sigma_\alpha C\kappa-\gamma_r\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha^3 rs-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^3 rs\\
&-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^2 rs\,\kappa-\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^3 B+\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^2\tau+\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^2 C)\Big/(\\
&-\gamma_y\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\kappa-\gamma_r\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha^3-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^3-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^2\kappa)\end{aligned}$$

```
> collect(%,y[t+1]);
```

$$\begin{aligned}r_t = &\frac{(-\gamma_y\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha^2-\gamma_y\rho_g B\beta\sigma_\alpha^2-\gamma_y\rho_g B\beta\sigma_\alpha\kappa-\gamma_y\beta^2\sigma_\alpha^2\rho_y B)y_{t+1}}{-\gamma_y\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\kappa-\gamma_r\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha^3-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^3-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^2\kappa}\\
&+\frac{(-\gamma_y\rho_g B\beta\kappa+\gamma_y\beta^2\sigma_\alpha^3\rho_\pi B-\gamma_y\beta^2\sigma_\alpha^2\rho_\pi B\kappa-\gamma_y\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\sigma_\alpha)\pi_{t+1}}{-\gamma_y\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\kappa-\gamma_r\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha^3-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^3-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^2\kappa}+(\\
&-\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^2-\gamma_y\sigma_\alpha^2 g_{t-1}\rho_g B\beta-\gamma_y\sigma_\alpha^2\rho_y y_{t-1}B\beta+\gamma_y g_{t+1}\rho_g B\beta\sigma_\alpha^2+\gamma_y g_{t+1}\rho_g B\beta\sigma_\alpha\kappa\\
&+2\gamma_y\rho_y\sigma_\alpha^2 y_t B\beta+\gamma_y\rho_y\sigma_\alpha^2 y_t B\beta^2-\gamma_y\rho_\pi\sigma_\alpha^3\pi_t B\beta+\gamma_y\rho_\pi\sigma_\alpha^2\pi_t B\beta\kappa-\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^2 B\beta\kappa\\
&-\gamma_y\rho_g B\beta^2 rs\,\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\, rs\,\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\, rs\,\kappa-\gamma_y rn_t\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha-\gamma_y rn_t\rho_g B\beta\sigma_\alpha\\
&-\gamma_y rn_t\rho_g B\beta\kappa+\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^3 B\beta+\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^2 B\kappa-\gamma_y\alpha\sigma_\alpha C\kappa-\gamma_r\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha^3 rs-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^3 rs\\
&-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^2 rs\,\kappa-\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^3 B+\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^2\tau+\gamma_y\alpha\sigma_\alpha^2 C)\Big/(\\
&-\gamma_y\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\sigma_\alpha-\gamma_y\rho_g B\beta\kappa-\gamma_r\rho_g B\beta^2\sigma_\alpha^3-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^3-\gamma_r\rho_g B\beta\sigma_\alpha^2\kappa)\end{aligned}$$

```
> collect(%,g[t+1]);
```

$$r_t = \frac{\left(\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha \kappa + \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2\right) g_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$
$$+ \frac{\left(-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^2 - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha \kappa - \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^2 \rho_y B\right) y_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$
$$+ \frac{\left(-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa + \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^3 \rho_\pi B - \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^2 \rho_\pi B \kappa - \gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha\right) \pi_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa} + ($$
$$-\gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 - \gamma_y \sigma_\alpha^2 g_{t-1} \rho_g B \beta - \gamma_y \sigma_\alpha^2 \rho_y y_{t-1} B \beta + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^3 B \beta + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 B \kappa + 2 \gamma_y \rho_y \sigma_\alpha^2 y_t B \beta$$
$$+ \gamma_y \rho_y \sigma_\alpha^2 y_t B \beta^2 - \gamma_y \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \pi_t B \beta + \gamma_y \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \pi_t B \beta \kappa - \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 B \beta \kappa - \gamma_y \rho_g B \beta^2 rs \sigma_\alpha$$
$$- \gamma_y \rho_g B \beta rs \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta rs \kappa - \gamma_y rn_t \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y rn_t \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y rn_t \rho_g B \beta \kappa$$
$$- \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 rs - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 rs \kappa - \gamma_y \alpha \sigma_\alpha C \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 rs + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 C - \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^3 B$$
$$+ \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 \tau) \big/ ($$
$$-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa)$$

```
> collect(%,pi[t]);
```

$$r_t = \frac{\left(-\gamma_y \rho_\pi \sigma_\alpha^3 B \beta + \gamma_y \rho_\pi \sigma_\alpha^2 B \beta \kappa\right) \pi_t}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$
$$+ \frac{\left(\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha \kappa + \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2\right) g_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$
$$+ \frac{\left(-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^2 - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha \kappa - \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^2 \rho_y B\right) y_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$
$$+ \frac{\left(-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa + \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^3 \rho_\pi B - \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^2 \rho_\pi B \kappa - \gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha\right) \pi_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa} + ($$
$$-\gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 - \gamma_y \sigma_\alpha^2 g_{t-1} \rho_g B \beta - \gamma_y \sigma_\alpha^2 \rho_y y_{t-1} B \beta + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^3 B \beta + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 B \kappa + 2 \gamma_y \rho_y \sigma_\alpha^2 y_t B \beta$$
$$+ \gamma_y \rho_y \sigma_\alpha^2 y_t B \beta^2 + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 C - \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^3 B - \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 B \beta \kappa - \gamma_y \rho_g B \beta^2 rs \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta rs \sigma_\alpha$$
$$- \gamma_y \rho_g B \beta rs \kappa - \gamma_y rn_t \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y rn_t \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y rn_t \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 rs$$
$$- \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 rs \kappa - \gamma_y \alpha \sigma_\alpha C \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 rs + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 \tau) \big/ ($$
$$-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa)$$

```
> collect(%,y[t]);
```

$$r_t = \frac{\left(2 \gamma_y \rho_y \sigma_\alpha^2 B \beta + \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^2 \rho_y B\right) y_t}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$
$$+ \frac{\left(-\gamma_y \rho_\pi \sigma_\alpha^3 B \beta + \gamma_y \rho_\pi \sigma_\alpha^2 B \beta \kappa\right) \pi_t}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$
$$+ \frac{\left(\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha \kappa + \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2\right) g_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$
$$+ \frac{\left(-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^2 - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha \kappa - \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^2 \rho_y B\right) y_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$
$$+ \frac{\left(-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa + \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^3 \rho_\pi B - \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^2 \rho_\pi B \kappa - \gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha\right) \pi_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa} + ($$
$$-\gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 - \gamma_y \sigma_\alpha^2 g_{t-1} \rho_g B \beta - \gamma_y \sigma_\alpha^2 \rho_y y_{t-1} B \beta + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^3 B \beta + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 B \kappa - \gamma_y \alpha \sigma_\alpha C \kappa$$
$$- \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 rs + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 C - \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^3 B - \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 B \beta \kappa - \gamma_y \rho_g B \beta^2 rs \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta rs \sigma_\alpha$$
$$- \gamma_y \rho_g B \beta rs \kappa - \gamma_y rn_t \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y rn_t \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y rn_t \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 rs$$
$$- \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 rs \kappa + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 \tau) \big/ ($$
$$-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa)$$

```
> collect(%,y[t-1]);
```

$$r_t = -\frac{\gamma_y \rho_y \sigma_\alpha^2 B \beta y_{t-1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$

$$+ \frac{(2 \gamma_y \rho_y \sigma_\alpha^2 B \beta + \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^2 \rho_y B)\, y_t}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$

$$+ \frac{(-\gamma_y \rho_\pi \sigma_\alpha^3 B \beta + \gamma_y \rho_\pi \sigma_\alpha^2 B \beta \kappa)\, \pi_t}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$

$$+ \frac{(\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha \kappa + \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2)\, g_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$

$$+ \frac{(-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^2 - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha \kappa - \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^2 \rho_y B)\, y_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$

$$+ \frac{(-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa + \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^3 \rho_\pi B - \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^2 \rho_\pi B \kappa - \gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha)\, \pi_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa} + ($$

$$-\gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 - \gamma_y \sigma_\alpha^2 g_{t-1} \rho_g B \beta - \gamma_y rn_t \rho_g B \beta \kappa + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^3 B \beta + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 B \kappa - \gamma_y \alpha \sigma_\alpha C \kappa$$
$$- \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 rs + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 C - \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^3 B - \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 B \beta \kappa - \gamma_y \rho_g B \beta^2 rs \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta rs \sigma_\alpha$$
$$- \gamma_y \rho_g B \beta rs \kappa - \gamma_y rn_t \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y rn_t \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 rs - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 rs \kappa$$
$$+ \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 \tau) \Big/ ($$
$$-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa)$$

```
> collect(%,g[t-1]);
```

$$r_t = -\frac{\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 g_{t-1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$

$$- \frac{\gamma_y \rho_y \sigma_\alpha^2 B \beta y_{t-1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$

$$+ \frac{(2 \gamma_y \rho_y \sigma_\alpha^2 B \beta + \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^2 \rho_y B)\, y_t}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$

$$+ \frac{(-\gamma_y \rho_\pi \sigma_\alpha^3 B \beta + \gamma_y \rho_\pi \sigma_\alpha^2 B \beta \kappa)\, \pi_t}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$

$$+ \frac{(\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha \kappa + \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2)\, g_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$

$$+ \frac{(-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^2 - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha \kappa - \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^2 \rho_y B)\, y_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$

$$+ \frac{(-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa + \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^3 \rho_\pi B - \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^2 \rho_\pi B \kappa - \gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha)\, \pi_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa} + ($$

$$-\gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 - \gamma_y rn_t \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y rn_t \rho_g B \beta \kappa + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^3 B \beta + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 B \kappa - \gamma_y \alpha \sigma_\alpha C \kappa$$
$$- \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 rs + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 C - \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^3 B - \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 B \beta \kappa - \gamma_y \rho_g B \beta^2 rs \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta rs \sigma_\alpha$$
$$- \gamma_y \rho_g B \beta rs \kappa - \gamma_y rn_t \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 rs - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 rs \kappa + \gamma_y \alpha \sigma_\alpha^2 \tau) \Big/ ($$
$$-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa)$$

```
> collect(%,rs);
```

$$rs - \frac{\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 g_{t-1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$

$$- \frac{\gamma_y \rho_y \sigma_\alpha^2 B \beta y_{t-1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$

$$+ \frac{(2 \gamma_y \rho_y \sigma_\alpha^2 B \beta + \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^2 \rho_y B)\, y_t}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$

$$+ \frac{(-\gamma_y \rho_\pi \sigma_\alpha^3 B \beta + \gamma_y \rho_\pi \sigma_\alpha^2 B \beta \kappa)\, \pi_t}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$

$$+ \frac{(\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha \kappa + \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2)\, g_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$

$$+ \frac{(-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^2 - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha \kappa - \gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha^2 \rho_y B)\, y_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha - \gamma_y \rho_g B \beta \kappa - \gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^3 - \gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha^2 \kappa}$$

$$+\frac{\left(-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa+\gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha{}^3 \rho_\pi B-\gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha{}^2 \rho_\pi B \kappa-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha\right) \pi_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa-\gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^2 \kappa}+\Big($$

$$-\gamma_y \alpha \sigma_\alpha{}^2-\gamma_y rn_t \rho_g B \beta \sigma_\alpha-\gamma_y rn_t \rho_g B \beta \kappa+\gamma_y \alpha \sigma_\alpha{}^3 B \beta+\gamma_y \alpha \sigma_\alpha{}^2 B \kappa-\gamma_y \alpha \sigma_\alpha C \kappa+\gamma_y \alpha \sigma_\alpha{}^2 C$$

$$-\gamma_y \alpha \sigma_\alpha{}^3 B-\gamma_y \alpha \sigma_\alpha{}^2 B \beta \kappa+\gamma_y \alpha \sigma_\alpha{}^2 \tau-\gamma_y rn_t \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha\Big) \Big/ \Big($$

$$-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa-\gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^2 \kappa\Big)$$

```
> collect(%,rn[t]);
```

$$r_t=\frac{\left(-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa-\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha\right) rn_t}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa-\gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^2 \kappa}+rs$$

$$-\frac{\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^2 g_{t-1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa-\gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^2 \kappa}$$

$$-\frac{\gamma_y \rho_y \sigma_\alpha{}^2 B \beta y_{t-1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa-\gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^2 \kappa}$$

$$+\frac{\left(2 \gamma_y \rho_y \sigma_\alpha{}^2 B \beta+\gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha{}^2 \rho_y B\right) y_t}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa-\gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^2 \kappa}$$

$$+\frac{\left(-\gamma_y \rho_\pi \sigma_\alpha{}^3 B \beta+\gamma_y \rho_\pi \sigma_\alpha{}^2 B \beta \kappa\right) \pi_t}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa-\gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^2 \kappa}$$

$$+\frac{\left(\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha \kappa+\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^2\right) g_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa-\gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^2 \kappa}$$

$$+\frac{\left(-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha{}^2-\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^2-\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha \kappa-\gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha{}^2 \rho_y B\right) y_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa-\gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^2 \kappa}$$

$$+\frac{\left(-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa+\gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha{}^3 \rho_\pi B-\gamma_y \beta^2 \sigma_\alpha{}^2 \rho_\pi B \kappa-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha\right) \pi_{t+1}}{-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa-\gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^2 \kappa}+\Big($$

$$-\gamma_y \alpha \sigma_\alpha{}^2-\gamma_y \alpha \sigma_\alpha C \kappa+\gamma_y \alpha \sigma_\alpha{}^2 C+\gamma_y \alpha \sigma_\alpha{}^3 B \beta+\gamma_y \alpha \sigma_\alpha{}^2 B \kappa+\gamma_y \alpha \sigma_\alpha{}^2 \tau-\gamma_y \alpha \sigma_\alpha{}^3 B$$

$$-\gamma_y \alpha \sigma_\alpha{}^2 B \beta \kappa\Big) \Big/ \Big($$

$$-\gamma_y \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \sigma_\alpha-\gamma_y \rho_g B \beta \kappa-\gamma_r \rho_g B \beta^2 \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^3-\gamma_r \rho_g B \beta \sigma_\alpha{}^2 \kappa\Big)$$

```
> r[t] = simplify(r[t]);
```

$$r_t=\frac{\gamma_y rn_t}{\gamma_r \sigma_\alpha{}^2+\gamma_y}+rs+\frac{\gamma_y \sigma_\alpha{}^2 g_{t-1}}{\gamma_r \beta \sigma_\alpha{}^3+\gamma_r \sigma_\alpha{}^3+\gamma_r \sigma_\alpha{}^2 \kappa+\gamma_y \beta \sigma_\alpha+\gamma_y \sigma_\alpha+\gamma_y \kappa}$$

$$+\frac{\gamma_y \rho_y \sigma_\alpha{}^2 y_{t-1}}{\rho_g \left(\gamma_r \beta \sigma_\alpha{}^3+\gamma_r \sigma_\alpha{}^3+\gamma_r \sigma_\alpha{}^2 \kappa+\gamma_y \beta \sigma_\alpha+\gamma_y \sigma_\alpha+\gamma_y \kappa\right)}$$

$$-\frac{\gamma_y \rho_y \sigma_\alpha{}^2 (\beta+2) y_t}{\rho_g \left(\gamma_r \beta \sigma_\alpha{}^3+\gamma_r \sigma_\alpha{}^3+\gamma_r \sigma_\alpha{}^2 \kappa+\gamma_y \beta \sigma_\alpha+\gamma_y \sigma_\alpha+\gamma_y \kappa\right)}$$

$$+\frac{\gamma_y \rho_\pi \sigma_\alpha{}^2 (\sigma_\alpha-\kappa) \pi_t}{\rho_g \left(\gamma_r \beta \sigma_\alpha{}^3+\gamma_r \sigma_\alpha{}^3+\gamma_r \sigma_\alpha{}^2 \kappa+\gamma_y \beta \sigma_\alpha+\gamma_y \sigma_\alpha+\gamma_y \kappa\right)}$$

$$-\frac{\gamma_y \sigma_\alpha (\sigma_\alpha+\kappa) g_{t+1}}{\gamma_r \beta \sigma_\alpha{}^3+\gamma_r \sigma_\alpha{}^3+\gamma_r \sigma_\alpha{}^2 \kappa+\gamma_y \beta \sigma_\alpha+\gamma_y \sigma_\alpha+\gamma_y \kappa}$$

$$+\frac{\gamma_y \sigma_\alpha \left(\beta \sigma_\alpha \rho_y+\rho_g \beta \sigma_\alpha+\rho_g \sigma_\alpha+\rho_g \kappa\right) y_{t+1}}{\rho_g \left(\gamma_r \beta \sigma_\alpha{}^3+\gamma_r \sigma_\alpha{}^3+\gamma_r \sigma_\alpha{}^2 \kappa+\gamma_y \beta \sigma_\alpha+\gamma_y \sigma_\alpha+\gamma_y \kappa\right)}$$

$$-\frac{\gamma_y \left(\beta \sigma_\alpha{}^3 \rho_\pi-\beta \sigma_\alpha{}^2 \rho_\pi \kappa-\rho_g \beta \sigma_\alpha-\rho_g \sigma_\alpha-\rho_g \kappa\right) \pi_{t+1}}{\rho_g \left(\gamma_r \beta \sigma_\alpha{}^3+\gamma_r \sigma_\alpha{}^3+\gamma_r \sigma_\alpha{}^2 \kappa+\gamma_y \beta \sigma_\alpha+\gamma_y \sigma_\alpha+\gamma_y \kappa\right)}$$

$$-\frac{\gamma_y \alpha \sigma_\alpha \left(-\sigma_\alpha+C \sigma_\alpha-C \kappa+\tau \sigma_\alpha-B \sigma_\alpha{}^2+B \sigma_\alpha \kappa+B \beta \sigma_\alpha{}^2-B \beta \sigma_\alpha \kappa\right)}{\rho_g B \beta \left(\gamma_r \beta \sigma_\alpha{}^3+\gamma_r \sigma_\alpha{}^3+\gamma_r \sigma_\alpha{}^2 \kappa+\gamma_y \beta \sigma_\alpha+\gamma_y \sigma_\alpha+\gamma_y \kappa\right)}$$

Ek Tablo 4: Stackelberg Maliye Politika Yapıcısının Lider Olduğu Durumda Optimal Harcama Kuralı Maple Çözümü

```
> restart;
> Lm=1/2*rho[y]*(E[t]*(y[t+1])-E[t]*(g[t+1])+E[t]*(g[t])-
sigma[alpha]^(-1)*r[t]+sigma[alpha]^(-
1)*E[t]*(pi[t+1])+sigma[alpha]^(-
1)*rn[t])^2+1/2*rho[pi]*(beta*E[t]*pi[t+1]+kappa*y[t]-
sigma[alpha]*g[t]+e[pi])^2+1/2*rho[g]*(g[t])^2;
```

$$Lm = \frac{1}{2}\rho_y\left(E_t\,y_{t+1} - E_t\,g_{t+1} + E_t\,g_t - \frac{r_t}{\sigma_\alpha} + \frac{E_t\,\pi_{t+1}}{\sigma_\alpha} + \frac{rn_t}{\sigma_\alpha}\right)^2 + \frac{1}{2}\rho_\pi\left(\beta\,E_t\,\pi_{t+1} + \kappa\,y_t - \sigma_\alpha\,g_t + e_\pi\right)^2 + \frac{1}{2}\rho_g\,g_t^2$$

```
> Lm := 1/2*rho[y]*(y[t+1]-g[t+1]+g[t]-
1/sigma[alpha]*r[t]+1/sigma[alpha]*pi[t+1]+sigma[alpha]^(-
1)*rn[t])^2+1/2*rho[pi]*(beta*pi[t+1]+kappa*y[t]-
sigma[alpha]*g[t]+e[pi])^2+1/2*rho[g]*g[t]^2;
>
```

$$Lm := \frac{1}{2}\rho_y\left(y_{t+1} - g_{t+1} + g_t - \frac{r_t}{\sigma_\alpha} + \frac{\pi_{t+1}}{\sigma_\alpha} + \frac{rn_t}{\sigma_\alpha}\right)^2 + \frac{1}{2}\rho_\pi\left(\beta\,\pi_{t+1} + \kappa\,y_t - \sigma_\alpha\,g_t + e_\pi\right)^2 + \frac{1}{2}\rho_g\,g_t^2$$

```
> r[t] := (sigma*kappa+beta+1)/beta*r[t-1]-sigma*kappa/beta*rs-
gamma[y]/gamma[r]/sigma*y[t-
1]+gamma[y]/gamma[r]/sigma*y[t]+gamma[pi]*kappa/gamma[r]/sigma*pi[
t]-1/beta*r[t-2];
```

$$r_t := \frac{(\sigma\,\kappa + \beta + 1)\,r_{t-1}}{\beta} - \frac{\sigma\,\kappa\,rs}{\beta} - \frac{\gamma_y\,y_{t-1}}{\gamma_r\,\sigma} + \frac{\gamma_y\,y_t}{\gamma_r\,\sigma} + \frac{\gamma_\pi\,\kappa\,\pi_t}{\gamma_r\,\sigma} - \frac{r_{t-2}}{\beta}$$

```
> Lm;
```

$$\frac{1}{2}\rho_y\left(y_{t+1} - g_{t+1} + g_t - \frac{\frac{(\sigma\,\kappa + \beta + 1)\,r_{t-1}}{\beta} - \frac{\sigma\,\kappa\,rs}{\beta} - \frac{\gamma_y\,y_{t-1}}{\gamma_r\,\sigma} + \frac{\gamma_y\,y_t}{\gamma_r\,\sigma} + \frac{\gamma_\pi\,\kappa\,\pi_t}{\gamma_r\,\sigma} - \frac{r_{t-2}}{\beta}}{\sigma_\alpha} + \frac{\pi_{t+1}}{\sigma_\alpha} + \frac{rn_t}{\sigma_\alpha}\right)^2 + \frac{1}{2}\rho_\pi\left(\beta\,\pi_{t+1} + \kappa\,y_t - \sigma_\alpha\,g_t + e_\pi\right)^2 + \frac{1}{2}\rho_g\,g_t^2$$

```
> R := diff(1/2*rho[y]*(y[t+1]-g[t+1]+g[t]-
1/sigma[alpha]*((sigma*kappa+beta+1)/beta*r[t-1]-
sigma*kappa/beta*rs-gamma[y]/gamma[r]/sigma*y[t-
1]+gamma[y]/gamma[r]/sigma*y[t]+gamma[pi]*kappa/gamma[r]/sigma*pi[
t]-1/beta*r[t-
2])+1/sigma[alpha]*pi[t+1]+1/sigma[alpha]*rn[t])^2+1/2*rho[pi]*(be
ta*pi[t+1]+kappa*y[t]-
sigma[alpha]*g[t]+e[pi])^2+1/2*rho[g]*g[t]^2, g[t]);
```

$$R := \rho_y\left(y_{t+1} - g_{t+1} + g_t - \frac{\frac{(\sigma\,\kappa + \beta + 1)\,r_{t-1}}{\beta} - \frac{\sigma\,\kappa\,rs}{\beta} - \frac{\gamma_y\,y_{t-1}}{\gamma_r\,\sigma} + \frac{\gamma_y\,y_t}{\gamma_r\,\sigma} + \frac{\gamma_\pi\,\kappa\,\pi_t}{\gamma_r\,\sigma} - \frac{r_{t-2}}{\beta}}{\sigma_\alpha} + \frac{\pi_{t+1}}{\sigma_\alpha} + \frac{rn_t}{\sigma_\alpha}\right) - \rho_\pi\left(\beta\,\pi_{t+1} + \kappa\,y_t - \sigma_\alpha\,g_t + e_\pi\right)\sigma_\alpha + \rho_g\,g_t$$

```
>
> rho[y]*(y[t+1]-g[t+1]+g[t]-
1/sigma[alpha]*((sigma*kappa+beta+1)/beta*r[t-1]-
sigma*kappa/beta*rs-gamma[y]/gamma[r]/sigma*y[t-
1]+gamma[y]/gamma[r]/sigma*y[t]+gamma[pi]*kappa/gamma[r]/sigma*pi[
t]-1/beta*r[t-2])+1/sigma[alpha]*pi[t+1]+1/sigma[alpha]*rn[t])-
rho[pi]*(beta*pi[t+1]+kappa*y[t]-
sigma[alpha]*g[t]+e[pi])*sigma[alpha]+rho[g]*g[t];
```

$$\rho_y\left(y_{t+1} - g_{t+1} + g_t - \frac{\frac{(\sigma\,\kappa + \beta + 1)\,r_{t-1}}{\beta} - \frac{\sigma\,\kappa\,rs}{\beta} - \frac{\gamma_y\,y_{t-1}}{\gamma_r\,\sigma} + \frac{\gamma_y\,y_t}{\gamma_r\,\sigma} + \frac{\gamma_\pi\,\kappa\,\pi_t}{\gamma_r\,\sigma} - \frac{r_{t-2}}{\beta}}{\sigma_\alpha} + \frac{\pi_{t+1}}{\sigma_\alpha} + \frac{rn_t}{\sigma_\alpha}\right) - \rho_\pi\left(\beta\,\pi_{t+1} + \kappa\,y_t - \sigma_\alpha\,g_t + e_\pi\right)\sigma_\alpha + \rho_g\,g_t$$

```
> R0 := isolate( rho[y]*(y[t+1]-g[t+1]+g[t]-
1/sigma[alpha]*((sigma*kappa+beta+1)/beta*r[t-1]-
sigma*kappa/beta*rs-gamma[y]/gamma[r]/sigma*y[t-
1]+gamma[y]/gamma[r]/sigma*y[t]+gamma[pi]*kappa/gamma[r]/sigma*pi[
t]-1/beta*r[t-2])+1/sigma[alpha]*pi[t+1]+1/sigma[alpha]*rn[t])-
rho[pi]*(beta*pi[t+1]+kappa*y[t]-
sigma[alpha]*g[t]+e[pi])*sigma[alpha]+rho[g]*g[t], g[t] );
```

$$\begin{aligned} R0 := g_t = (&-\rho_y\,y_{t+1}\,\sigma_\alpha\,\beta\,\gamma_r\,\sigma + \rho_y\,g_{t+1}\,\sigma_\alpha\,\beta\,\gamma_r\,\sigma + \rho_y\,r_{t-1}\,\gamma_r\,\sigma^2\,\kappa + \rho_y\,r_{t-1}\,\gamma_r\,\sigma\,\beta + \rho_y\,r_{t-1}\,\gamma_r\,\sigma \\ &- \rho_y\,\sigma^2\,\kappa\,rs\,\gamma_r - \rho_y\,\gamma_y\,y_{t-1}\,\beta + \rho_y\,\gamma_y\,y_t\,\beta + \rho_y\,\gamma_\pi\,\kappa\,\pi_t\,\beta - \rho_y\,r_{t-2}\,\gamma_r\,\sigma - \rho_y\,\pi_{t+1}\,\beta\,\gamma_r\,\sigma - \rho_y\,rn_t\,\beta\,\gamma_r\,\sigma \\ &+ \rho_\pi\,\sigma_\alpha^{\,2}\,\beta^2\,\gamma_r\,\sigma\,\pi_{t+1} + \rho_\pi\,\sigma_\alpha^{\,2}\,\beta\,\gamma_r\,\sigma\,\kappa\,y_t + \rho_\pi\,\sigma_\alpha^{\,2}\,\beta\,\gamma_r\,\sigma\,e_\pi) \Big/ (\\ &\rho_g\,\sigma_\alpha\,\beta\,\gamma_r\,\sigma + \rho_y\,\sigma_\alpha\,\beta\,\gamma_r\,\sigma + \rho_\pi\,\sigma_\alpha^{\,3}\,\beta\,\gamma_r\,\sigma) \end{aligned}$$

```
> collect(%,pi[t+1]);
```

$$g_t = \frac{(\rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta^2 \gamma_r \sigma - \rho_y \beta \gamma_r \sigma)\, \pi_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + (-\rho_y y_{t+1} \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y g_{t+1} \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y r_{t-1} \gamma_r \sigma^2 \kappa + \rho_y r_{t-1} \gamma_r \sigma \beta + \rho_y r_{t-1} \gamma_r \sigma - \rho_y \sigma^2 \kappa\, rs\, \gamma_r - \rho_y \gamma_y y_{t-1} \beta + \rho_y \gamma_y y_t \beta + \rho_y \gamma_\pi \kappa \pi_t \beta - \rho_y r_{t-2} \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma e_\pi - \rho_y rn_t \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma \kappa y_t) \Big/ (\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma)$$

```
> collect(%,y[t+1]);
```

$$g_t = -\frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma y_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta^2 \gamma_r \sigma - \rho_y \beta \gamma_r \sigma)\, \pi_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + (\rho_y r_{t-1} \gamma_r \sigma + \rho_y g_{t+1} \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y r_{t-1} \gamma_r \sigma^2 \kappa + \rho_y r_{t-1} \gamma_r \sigma \beta + \rho_y \gamma_\pi \kappa \pi_t \beta - \rho_y \sigma^2 \kappa\, rs\, \gamma_r - \rho_y \gamma_y y_{t-1} \beta + \rho_y \gamma_y y_t \beta + \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma \kappa y_t - \rho_y r_{t-2} \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma e_\pi - \rho_y rn_t \beta \gamma_r \sigma) \Big/ (\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma)$$

```
> collect(%,g[t+1]);
```

$$g_t = \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma g_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma y_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta^2 \gamma_r \sigma - \rho_y \beta \gamma_r \sigma)\, \pi_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + (\rho_y r_{t-1} \gamma_r \sigma - \rho_y \sigma^2 \kappa\, rs\, \gamma_r + \rho_y r_{t-1} \gamma_r \sigma^2 \kappa + \rho_y r_{t-1} \gamma_r \sigma \beta + \rho_y \gamma_\pi \kappa \pi_t \beta - \rho_y r_{t-2} \gamma_r \sigma - \rho_y \gamma_y y_{t-1} \beta + \rho_y \gamma_y y_t \beta + \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma \kappa y_t + \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma e_\pi - \rho_y rn_t \beta \gamma_r \sigma) \Big/ (\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma)$$

```
> collect(%,pi[t]);
```

$$g_t = \frac{\rho_y \gamma_\pi \kappa \beta \pi_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma g_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma y_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta^2 \gamma_r \sigma - \rho_y \beta \gamma_r \sigma)\, \pi_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + (\rho_y r_{t-1} \gamma_r \sigma - \rho_y \sigma^2 \kappa\, rs\, \gamma_r + \rho_y r_{t-1} \gamma_r \sigma^2 \kappa + \rho_y r_{t-1} \gamma_r \sigma \beta + \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma \kappa y_t - \rho_y r_{t-2} \gamma_r \sigma - \rho_y \gamma_y y_{t-1} \beta + \rho_y \gamma_y y_t \beta + \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma e_\pi - \rho_y rn_t \beta \gamma_r \sigma) \Big/ (\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma)$$

```
> collect(%,y[t]);
```

$$g_t = \frac{(\rho_y \gamma_y \beta + \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma \kappa)\, y_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_y \gamma_\pi \kappa \beta \pi_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma g_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma y_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta^2 \gamma_r \sigma - \rho_y \beta \gamma_r \sigma)\, \pi_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + (\rho_y r_{t-1} \gamma_r \sigma - \rho_y \sigma^2 \kappa\, rs\, \gamma_r + \rho_y r_{t-1} \gamma_r \sigma^2 \kappa + \rho_y r_{t-1} \gamma_r \sigma \beta + \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma e_\pi - \rho_y r_{t-2} \gamma_r \sigma - \rho_y \gamma_y y_{t-1} \beta - \rho_y rn_t \beta \gamma_r \sigma) \Big/ (\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma)$$

```
> collect(%,y[t-1]);
```

$$g_t = -\frac{\rho_y \gamma_y \beta y_{t-1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_y \gamma_y \beta + \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma \kappa)\, y_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_y \gamma_\pi \kappa \beta \pi_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma g_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma y_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta^2 \gamma_r \sigma - \rho_y \beta \gamma_r \sigma)\, \pi_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \rho_y r_{t-1} \gamma_r \sigma - \rho$$

```
> collect(%,r[t-1]);
```

$$g_t = \frac{(\rho_y \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \gamma_r \sigma + \rho_y \gamma_r \sigma^2 \kappa)\, r_{t-1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \gamma_y \beta y_{t-1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_y \gamma_y \beta + \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma \kappa)\, y_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_y \gamma_\pi \kappa \beta \pi_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma g_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma y_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta^2 \gamma_r \sigma - \rho_y \beta \gamma_r \sigma)\, \pi_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma e_\pi - \rho_y \sigma^2 \kappa\, rs\, \gamma_r - \rho_y rn_t \beta \gamma_r \sigma - \rho_y r_{t-2} \gamma_r \sigma}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma}$$

```
> collect(%,r[t-2]);
```

$$g_t = -\frac{\rho_y \gamma_r \sigma r_{t-2}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_y \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \gamma_r \sigma + \rho_y \gamma_r \sigma^2 \kappa) r_{t-1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \gamma_y \beta y_{t-1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_y \gamma_y \beta + \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma \kappa) y_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_y \gamma_\pi \kappa \beta \pi_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma g_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma y_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta^2 \gamma_r \sigma - \rho_y \beta \gamma_r \sigma) \pi_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma e_\pi - \rho_y \sigma^2 \kappa rs \gamma_r - \rho_y rn_t \beta \gamma_r \sigma}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma}$$

```
> collect(%,rn[t]);
```

$$g_t = -\frac{\rho_y \beta \gamma_r \sigma rn_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \gamma_r \sigma r_{t-2}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_y \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \gamma_r \sigma + \rho_y \gamma_r \sigma^2 \kappa) r_{t-1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \gamma_y \beta y_{t-1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_y \gamma_y \beta + \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma \kappa) y_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_y \gamma_\pi \kappa \beta \pi_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma g_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma y_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta^2 \gamma_r \sigma - \rho_y \beta \gamma_r \sigma) \pi_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma e_\pi - \rho_y \sigma^2 \kappa rs \gamma_r}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma}$$

```
> collect(%,rs);
```

$$g_t = -\frac{\rho_y \gamma_r \sigma^2 \kappa rs}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \beta \gamma_r \sigma rn_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \gamma_r \sigma r_{t-2}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_y \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \gamma_r \sigma + \rho_y \gamma_r \sigma^2 \kappa) r_{t-1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \gamma_y \beta y_{t-1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_y \gamma_y \beta + \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma \kappa) y_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_y \gamma_\pi \kappa \beta \pi_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma g_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma y_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta^2 \gamma_r \sigma - \rho_y \beta \gamma_r \sigma) \pi_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma e_\pi}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma}$$

```
> collect(%,y[t]);
```

$$g_t = -\frac{\rho_y \gamma_r \sigma^2 \kappa rs}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \beta \gamma_r \sigma rn_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \gamma_r \sigma r_{t-2}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_y \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \gamma_r \sigma + \rho_y \gamma_r \sigma^2 \kappa) r_{t-1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \gamma_y \beta y_{t-1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_y \gamma_y \beta + \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma \kappa) y_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_y \gamma_\pi \kappa \beta \pi_t}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma g_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} - \frac{\rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma y_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{(\rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta^2 \gamma_r \sigma - \rho_y \beta \gamma_r \sigma) \pi_{t+1}}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma} + \frac{\rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta \gamma_r \sigma e_\pi}{\rho_g \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_y \sigma_\alpha \beta \gamma_r \sigma + \rho_\pi \sigma_\alpha^3 \beta \gamma_r \sigma}$$

```
> g[t] := simplify(g[t]);
```

$$g_t := -\frac{\rho_y \sigma \kappa rs}{\sigma_\alpha \beta (\rho_g + \rho_y + \rho_\pi \sigma_\alpha^2)} - \frac{\rho_y rn_t}{\sigma_\alpha (\rho_g + \rho_y + \rho_\pi \sigma_\alpha^2)} - \frac{\rho_y r_{t-2}}{\sigma_\alpha \beta (\rho_g + \rho_y + \rho_\pi \sigma_\alpha^2)}$$
$$+ \frac{\rho_y (\sigma \kappa + \beta + 1) r_{t-1}}{\sigma_\alpha \beta (\rho_g + \rho_y + \rho_\pi \sigma_\alpha^2)} - \frac{\rho_y \gamma_y y_{t-1}}{\sigma_\alpha \gamma_r \sigma (\rho_g + \rho_y + \rho_\pi \sigma_\alpha^2)} + \frac{(\rho_y \gamma_y + \rho_\pi \sigma_\alpha^2 \gamma_r \sigma \kappa) y_t}{\sigma_\alpha \gamma_r \sigma (\rho_g + \rho_y + \rho_\pi \sigma_\alpha^2)}$$
$$+ \frac{\rho_y \gamma_\pi \kappa \pi_t}{\sigma_\alpha \gamma_r \sigma (\rho_g + \rho_y + \rho_\pi \sigma_\alpha^2)} + \frac{\rho_y g_{t+1}}{\rho_g + \rho_y + \rho_\pi \sigma_\alpha^2} - \frac{\rho_y y_{t+1}}{\rho_g + \rho_y + \rho_\pi \sigma_\alpha^2} - \frac{(-\rho_\pi \sigma_\alpha^2 \beta + \rho_y) \pi_{t+1}}{\sigma_\alpha (\rho_g + \rho_y + \rho_\pi \sigma_\alpha^2)}$$
$$+ \frac{\rho_\pi \sigma_\alpha e_\pi}{\rho_g + \rho_y + \rho_\pi \sigma_\alpha^2}$$

Ek Tablo 5: İşbirlikli Oyun Çerçevesinde Optimal Faiz Kuralı Maple Çözümü

```
> restart;
> eq1:=delta[pi]*pi[t]-beta^(-1)*sigma^(-1)*Lambda[1,t-1]+Lambda[2,t]-Lambda[2,t-1]+beta^(-1)*Lambda[3,t]=0;
```

$$eq1 := \delta_\pi \pi_t - \frac{\Lambda_{1,t-1}}{\beta\,\sigma} + \Lambda_{2,t} - \Lambda_{2,t-1} + \frac{\Lambda_{3,t}}{\beta} = 0$$

```
> eq2:=delta[y]*y[t]+Lambda[1,t]-beta^(-1)*Lambda[1,t-1]-kappa*Lambda[2,t]-beta^(-1)*(1-C-tau)/B*Lambda[3,t]=0;
```

$$eq2 := \delta_y y_t + \Lambda_{1,t} - \frac{\Lambda_{1,t-1}}{\beta} - \kappa\,\Lambda_{2,t} - \frac{(1-C-\tau)\,\Lambda_{3,t}}{\beta\,B} = 0$$

```
> eq3:=delta[r]*(r[t]-rn[t])+sigma^(-1)*Lambda[1,t]-Lambda[3,t]=0;
```

$$eq3 := \delta_r (r_t - rn_t) + \frac{\Lambda_{1,t}}{\sigma} - \Lambda_{3,t} = 0$$

```
> eq4:=delta[g]*g[t]+beta^(-1)*Lambda[1,t-1]-Lambda[1,t]+sigma*Lambda[2,t]-beta^(-1)*(C/B)*Lambda[3,t]=0;
```

$$eq4 := \delta_g g_t + \frac{\Lambda_{1,t-1}}{\beta} - \Lambda_{1,t} + \sigma\,\Lambda_{2,t} - \frac{C\,\Lambda_{3,t}}{\beta\,B} = 0$$

```
> eq1m1:=subs(t=t-1,eq1);eq2m1:=subs(t=t-1,eq2);eq3m1:=subs(t=t-1,eq3);eq4m1:=subs(t=t-1,eq4);
```

$$eq1m1 := \delta_\pi \pi_{t-1} - \frac{\Lambda_{1,t-2}}{\beta\,\sigma} + \Lambda_{2,t-1} - \Lambda_{2,t-2} + \frac{\Lambda_{3,t-1}}{\beta} = 0$$

$$eq2m1 := \delta_y y_{t-1} + \Lambda_{1,t-1} - \frac{\Lambda_{1,t-2}}{\beta} - \kappa\,\Lambda_{2,t-1} - \frac{(1-C-\tau)\,\Lambda_{3,t-1}}{\beta\,B} = 0$$

$$eq3m1 := \delta_r (r_{t-1} - rn_{t-1}) + \frac{\Lambda_{1,t-1}}{\sigma} - \Lambda_{3,t-1} = 0$$

$$eq4m1 := \delta_g g_{t-1} + \frac{\Lambda_{1,t-2}}{\beta} - \Lambda_{1,t-1} + \sigma\,\Lambda_{2,t-1} - \frac{C\,\Lambda_{3,t-1}}{\beta\,B} = 0$$

```
> solve({eq1,eq2,eq4},[Lambda[1,t-1],Lambda[2,t],Lambda[1,t]]);
```

$$\Big[\Big[\Lambda_{1,t-1} = -\sigma\,(-B\,\delta_\pi \pi_t\,\beta\,\sigma + B\,\delta_\pi \pi_t\,\beta\,\kappa + \delta_y y_t\,\beta\,B + \delta_g g_t\,\beta\,B - \Lambda_{3,t} + \Lambda_{3,t}\,\tau + B\,\Lambda_{2,t-1}\,\beta\,\sigma - B\,\Lambda_{2,t-1}\,\beta\,\kappa - B\,\Lambda_{3,t}\,\sigma + B\,\Lambda_{3,t}\,\kappa)/(B\,(\sigma-\kappa)),\ \Lambda_{2,t} = -\frac{\delta_y y_t\,\beta\,B + \delta_g g_t\,\beta\,B - \Lambda_{3,t} + \Lambda_{3,t}\,\tau}{\beta\,B\,(\sigma-\kappa)},\ \Lambda_{1,t} = -(\delta_g g_t\,\beta\,B\,\sigma + \delta_g g_t\,\beta\,B\,\kappa - B\,\delta_\pi \pi_t\,\beta\,\sigma^2 + B\,\delta_\pi \pi_t\,\beta\,\sigma\,\kappa + 2\,\sigma\,\delta_y y_t\,\beta\,B - 2\,\Lambda_{3,t}\,\sigma + 2\,\sigma\,\Lambda_{3,t}\,\tau + B\,\Lambda_{2,t-1}\,\beta\,\sigma^2 - B\,\Lambda_{2,t-1}\,\beta\,\sigma\,\kappa - B\,\Lambda_{3,t}\,\sigma^2 + B\,\Lambda_{3,t}\,\sigma\,\kappa + \Lambda_{3,t}\,C\,\sigma - \Lambda_{3,t}\,C\,\kappa)/(\beta\,B\,(\sigma-\kappa))\Big]\Big]$$

```
> Lambda[2,t] := -(delta[y]*y[t]*beta*B+delta[g]*g[t]*beta*B-Lambda[3,t]+Lambda[3,t]*tau)/beta/B/(sigma-kappa);
```

$$\Lambda_{2,t} := -\frac{\delta_y y_t\,\beta\,B + \delta_g g_t\,\beta\,B - \Lambda_{3,t} + \Lambda_{3,t}\,\tau}{\beta\,B\,(\sigma-\kappa)}$$

```
> Lambda[2,t-1]:=subs(t=t-1,Lambda[2,t]);
```

$$\Lambda_{2,t-1} := -\frac{\delta_y y_{t-1}\,\beta\,B + \delta_g g_{t-1}\,\beta\,B - \Lambda_{3,t-1} + \Lambda_{3,t-1}\,\tau}{\beta\,B\,(\sigma-\kappa)}$$

```
> eq3;
```

$$\delta_r (r_t - rn_t) + \frac{\Lambda_{1,t}}{\sigma} - \Lambda_{3,t} = 0$$

```
> R := isolate( delta[r]*(r[t]-rn[t])+1/sigma*Lambda[1,t]-Lambda[3,t] = 0, Lambda[1,t] );
```

$$R := \Lambda_{1,t} = (-\delta_r (r_t - rn_t) + \Lambda_{3,t})\,\sigma$$

```
> Lambda[1,t] := (-delta[r]*(rr[t])+Lambda[3,t])*sigma;
```

$$\Lambda_{1,t} := (-\delta_r\,rr_t + \Lambda_{3,t})\,\sigma$$

```
> Lambda[1,t-1]:=subs(t=t-1,Lambda[1,t]);
```

$$\Lambda_{1,t-1} := (-\delta_r\,rr_{t-1} + \Lambda_{3,t-1})\,\sigma$$

```
> eq2;
```

$$\delta_y y_t + (-\delta_r\,rr_t + \Lambda_{3,t})\,\sigma - \frac{(-\delta_r\,rr_{t-1} + \Lambda_{3,t-1})\,\sigma}{\beta} + \frac{\kappa\,(\delta_y y_t\,\beta\,B + \delta_g g_t\,\beta\,B - \Lambda_{3,t} + \Lambda_{3,t}\,\tau)}{\beta\,B\,(\sigma-\kappa)} - \frac{(1-C-\tau)\,\Lambda_{3,t}}{\beta\,B} = 0$$

```
> eq1;
```

$$\delta_{\pi}\,\pi_t - \frac{-\delta_r\, rr_{t-1} + \Lambda_{3,t-1}}{\beta} - \frac{\delta_y\, y_t\,\beta\, B + \delta_g\, g_t\,\beta\, B - \Lambda_{3,t} + \Lambda_{3,t}\,\tau}{\beta\, B\,(\sigma-\kappa)} + \frac{\delta_y\, y_{t-1}\,\beta\, B + \delta_g\, g_{t-1}\,\beta\, B - \Lambda_{3,t-1} + \Lambda_{3,t-1}\,\tau}{\beta\, B\,(\sigma-\kappa)} + \frac{\Lambda_{3,t}}{\beta} = 0$$

```
> solve({eq1,eq2},[Lambda[3,t],Lambda[3,t-1]]);
```

$$\begin{aligned}
&[[\Lambda_{3,t} = B\,(-\sigma^2\,\delta_r\, rr_{t-1} - 2\,B\,\sigma^2\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta\,\kappa + B\,\sigma\,\kappa^2\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta + B\,\sigma^2\,\delta_y\, y_{t-1}\,\beta - B\,\sigma\,\kappa\,\delta_y\, y_{t-1}\,\beta \\
&\quad - \tau\,\sigma\,\delta_r\, rr_{t-1}\,\kappa + \sigma\,\delta_r\, rr_{t-1}\,\kappa + \tau\,\sigma^2\,\delta_r\, rr_{t-1} - 2\,\sigma^2\,B\,\delta_y\, y_t\,\beta + 2\,\kappa\,B\,\delta_y\, y_t\,\beta\,\sigma + \tau\,\delta_y\, y_t\,\beta\,\sigma \\
&\quad + B\,\sigma^3\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta - \sigma\,\beta\,\delta_r\, rr_t\,\kappa + \sigma^3\,B\,\beta\,\delta_r\, rr_t - 2\,\sigma^2\,B\,\beta\,\delta_r\, rr_t\,\kappa + \kappa^2\,B\,\sigma\,\beta\,\delta_r\, rr_t - \tau\,\sigma^2\,\beta\,\delta_r\, rr_t \\
&\quad + \tau\,\sigma\,\beta\,\delta_r\, rr_t\,\kappa + \sigma^2\,\beta\,\delta_r\, rr_t - \delta_y\, y_t\,\beta\,\sigma + \kappa^2\,B\,\delta_g\, g_t\,\beta + \tau\,\kappa\,\delta_g\, g_t\,\beta - B\,\sigma^2\,\delta_g\, g_t\,\beta - \kappa\,\delta_g\, g_t\,\beta \\
&\quad + B\,\sigma^2\,\delta_g\, g_{t-1}\,\beta - B\,\sigma\,\kappa\,\delta_g\, g_{t-1}\,\beta) \big/ (C\,\sigma - \sigma\,\tau^2 + 2\,\sigma\,\tau - C\,\kappa - B^2\,\sigma^3 + B\,\beta\,\sigma^2 - 2\,B\,\sigma^2 - \sigma \\
&\quad - B\,\beta\,\sigma\,\kappa + 2\,B\,\sigma\,\kappa + \sigma^3\,B^2\,\beta + \sigma^2\,B\,C + 2\,\sigma^2\,B\,\tau + \kappa^2\,B\,C - \tau\,C\,\sigma + \tau\,C\,\kappa + 2\,B^2\,\sigma^2\,\kappa \\
&\quad - 2\,\sigma^2\,B^2\,\beta\,\kappa - 2\,\sigma\,B\,C\,\kappa + \kappa^2\,B^2\,\sigma\,\beta - 2\,\kappa\,B\,\sigma\,\tau - \tau\,\sigma^2\,\beta\,B + \tau\,\sigma\,\beta\,B\,\kappa - B^2\,\sigma\,\kappa^2),\ \Lambda_{3,t-1} = (\\
&\quad -2\,\sigma^2\,\delta_r\, rr_{t-1} - \delta_g\, g_{t-1}\,\beta^2\,B\,\sigma\,\kappa + \delta_g\, g_{t-1}\,\beta^2\,B\,\sigma^2 + \delta_g\, g_{t-1}\,\beta\,\sigma\,\tau - \delta_y\, y_{t-1}\,\beta\,C\,\kappa + \delta_y\, y_{t-1}\,\beta^2\,B\,\sigma^2 \\
&\quad - 2\,\delta_r\, rr_{t-1}\,\sigma\,C\,\kappa + \delta_r\, rr_{t-1}\,\sigma^3\,B\,\beta - 2\,\delta_r\, rr_{t-1}\,\sigma^2\,B\,\beta\,\kappa - \kappa^2\,B\,\sigma\,\delta_r\, rr_{t-1} - 2\,\tau\,\sigma\,\delta_r\, rr_{t-1}\,\kappa \\
&\quad + 2\,\sigma^2\,B\,\delta_r\, rr_{t-1}\,\kappa + \delta_r\, rr_{t-1}\,\kappa^2\,B\,\beta\,\sigma - \sigma^3\,B\,\delta_r\, rr_{t-1} + \delta_r\, rr_{t-1}\,\sigma^2\,C + \delta_r\, rr_{t-1}\,\kappa^2\,C + 2\,\sigma\,\delta_r\, rr_{t-1}\,\kappa \\
&\quad + 2\,\tau\,\sigma^2\,\delta_r\, rr_{t-1} - \sigma^2\,B\,\delta_y\, y_t\,\beta + \kappa\,B\,\delta_y\, y_t\,\beta\,\sigma - \delta_y\, y_t\,\beta\,C\,\sigma + \delta_y\, y_t\,\beta\,C\,\kappa - \delta_y\, y_t\,\beta^2\,B\,\sigma^2 \\
&\quad + \delta_y\, y_t\,\beta^2\,B\,\sigma\,\kappa - \delta_\pi\,\pi_t\,\beta\,\kappa\,\sigma\,\tau + \delta_\pi\,\pi_t\,\beta\,\kappa^2\,C + \delta_\pi\,\pi_t\,\beta^2\,\kappa^2\,B\,\sigma + \delta_\pi\,\pi_t\,\beta\,\kappa\,\sigma + \delta_\pi\,\pi_t\,\beta^2\,\sigma^3\,B \\
&\quad - 2\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta^2\,\sigma^2\,B\,\kappa + \delta_\pi\,\pi_t\,\beta\,\sigma^2\,\tau - 2\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta\,\sigma\,C\,\kappa + \delta_\pi\,\pi_t\,\beta\,\sigma^2\,C + \delta_g\, g_t\,\beta\,\sigma - \sigma\,\beta\,\delta_r\, rr_t\,\kappa \\
&\quad + \sigma^3\,B\,\beta\,\delta_r\, rr_t - 2\,\sigma^2\,B\,\beta\,\delta_r\, rr_t\,\kappa + \kappa^2\,B\,\sigma\,\beta\,\delta_r\, rr_t - \tau\,\sigma^2\,\beta\,\delta_r\, rr_t + \tau\,\sigma\,\beta\,\delta_r\, rr_t\,\kappa - \delta_g\, g_{t-1}\,\beta\,\sigma \\
&\quad + \sigma^2\,\beta\,\delta_r\, rr_t - \delta_\pi\,\pi_t\,\beta\,\sigma^2 + \kappa^2\,B\,\delta_g\, g_t\,\beta + \tau\,\kappa\,\delta_g\, g_t\,\beta - \sigma\,B\,\kappa\,\delta_g\, g_t\,\beta + \delta_g\, g_t\,\beta^2\,B\,\sigma\,\kappa - \delta_g\, g_t\,\beta\,C\,\sigma \\
&\quad - \delta_g\, g_t\,\beta\,\sigma\,\tau + \delta_g\, g_t\,\beta\,C\,\kappa - \delta_g\, g_t\,\beta^2\,B\,\sigma^2 - \kappa\,\delta_g\, g_t\,\beta - \delta_g\, g_{t-1}\,\beta\,C\,\kappa + \delta_g\, g_{t-1}\,\beta\,C\,\sigma \\
&\quad - \delta_y\, y_{t-1}\,\beta^2\,B\,\sigma\,\kappa + \delta_y\, y_{t-1}\,\beta\,C\,\sigma + \delta_y\, y_{t-1}\,\beta\,\sigma\,\tau - \delta_y\, y_{t-1}\,\beta\,\sigma)\,B \big/ (C\,\sigma - \sigma\,\tau^2 + 2\,\sigma\,\tau - C\,\kappa \\
&\quad - B^2\,\sigma^3 + B\,\beta\,\sigma^2 - 2\,B\,\sigma^2 - \sigma - B\,\beta\,\sigma\,\kappa + 2\,B\,\sigma\,\kappa + \sigma^3\,B^2\,\beta + \sigma^2\,B\,C + 2\,\sigma^2\,B\,\tau + \kappa^2\,B\,C - \tau\,C\,\sigma \\
&\quad + \tau\,C\,\kappa + 2\,B^2\,\sigma^2\,\kappa - 2\,\sigma^2\,B^2\,\beta\,\kappa - 2\,\sigma\,B\,C\,\kappa + \kappa^2\,B^2\,\sigma\,\beta - 2\,\kappa\,B\,\sigma\,\tau - \tau\,\sigma^2\,\beta\,B + \tau\,\sigma\,\beta\,B\,\kappa \\
&\quad - B^2\,\sigma\,\kappa^2)]]
\end{aligned}$$

```
> Lambda[3,t] := B*(sigma^2*delta[r]*rr[t-
1]+2*sigma^2*B*beta*delta[r]*rr[t]*kappa+kappa*delta[g]*g[t]*beta-
sigma^2*beta*delta[r]*rr[t]+delta[y]*y[t]*beta*sigma-
sigma*delta[r]*rr[t-1]*kappa-tau*sigma^2*delta[r]*rr[t-1]-
B*kappa^2*delta[g]*g[t]*beta-
tau*kappa*delta[g]*g[t]*beta+sigma^2*B*delta[g]*g[t]*beta+sigma*be
ta*delta[r]*rr[t]*kappa-sigma^3*B*beta*delta[r]*rr[t]-
B*kappa^2*sigma*beta*delta[r]*rr[t]+tau*sigma^2*beta*delta[r]*rr[t
]-
tau*sigma*beta*delta[r]*rr[t]*kappa+2*sigma^2*B*delta[y]*y[t]*beta
-2*B*kappa*delta[y]*y[t]*beta*sigma-tau*delta[y]*y[t]*beta*sigma-
sigma^3*B*delta[pi]*pi[t]*beta+2*sigma^2*B*delta[pi]*pi[t]*beta*ka
ppa-sigma*B*kappa^2*delta[pi]*pi[t]*beta-sigma^2*B*delta[g]*g[t-
1]*beta+sigma*B*kappa*delta[g]*g[t-1]*beta-sigma^2*B*delta[y]*y[t-
1]*beta+sigma*B*kappa*delta[y]*y[t-
1]*beta+tau*sigma*delta[r]*rr[t-1]*kappa)/(tau^2*sigma-
2*tau*sigma-C*sigma+sigma^3*B^2+C*kappa-
sigma^2*beta*B+2*sigma^2*B+sigma+sigma*beta*B*kappa-
2*sigma*B*kappa-sigma^3*B^2*beta-sigma^2*B*C-2*sigma^2*B*tau-
B*kappa^2*C+tau*C*sigma-tau*C*kappa-
2*sigma^2*B^2*kappa+sigma*B^2*kappa^2+2*sigma^2*B^2*beta*kappa+2*s
igma*B*C*kappa-
B^2*kappa^2*sigma*beta+2*B*kappa*tau*sigma+tau*sigma^2*beta*B-
tau*sigma*beta*B*kappa);
```

$$\begin{aligned}
\Lambda_{3,t} &:= B\,(\sigma^2\,\delta_r\, rr_{t-1} + 2\,B\,\sigma^2\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta\,\kappa - B\,\sigma\,\kappa^2\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta - B\,\sigma^2\,\delta_y\, y_{t-1}\,\beta + B\,\sigma\,\kappa\,\delta_y\, y_{t-1}\,\beta + \tau\,\sigma\,\delta_r\, rr_{t-1}\,\kappa \\
&\quad - \sigma\,\delta_r\, rr_{t-1}\,\kappa - \tau\,\sigma^2\,\delta_r\, rr_{t-1} + 2\,\sigma^2\,B\,\delta_y\, y_t\,\beta - 2\,\kappa\,B\,\delta_y\, y_t\,\beta\,\sigma - \tau\,\delta_y\, y_t\,\beta\,\sigma - B\,\sigma^3\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta \\
&\quad + \sigma\,\beta\,\delta_r\, rr_t\,\kappa - \sigma^3\,B\,\beta\,\delta_r\, rr_t + 2\,\sigma^2\,B\,\beta\,\delta_r\, rr_t\,\kappa - \kappa^2\,B\,\sigma\,\beta\,\delta_r\, rr_t + \tau\,\sigma^2\,\beta\,\delta_r\, rr_t - \tau\,\sigma\,\beta\,\delta_r\, rr_t\,\kappa \\
&\quad - \sigma^2\,\beta\,\delta_r\, rr_t + \delta_y\, y_t\,\beta\,\sigma - \kappa^2\,B\,\delta_g\, g_t\,\beta - \tau\,\kappa\,\delta_g\, g_t\,\beta + B\,\sigma^2\,\delta_g\, g_t\,\beta + \kappa\,\delta_g\, g_t\,\beta - B\,\sigma^2\,\delta_g\, g_{t-1}\,\beta \\
&\quad + B\,\sigma\,\kappa\,\delta_g\, g_{t-1}\,\beta) \big/ (-C\,\sigma + \sigma\,\tau^2 - 2\,\sigma\,\tau + C\,\kappa + B^2\,\sigma^3 - B\,\beta\,\sigma^2 + 2\,B\,\sigma^2 + \sigma + B\,\beta\,\sigma\,\kappa - 2\,B\,\sigma\,\kappa \\
&\quad - \sigma^3\,B^2\,\beta - \sigma^2\,B\,C - 2\,\sigma^2\,B\,\tau - \kappa^2\,B\,C + \tau\,C\,\sigma - \tau\,C\,\kappa - 2\,B^2\,\sigma^2\,\kappa + 2\,\sigma^2\,B^2\,\beta\,\kappa + 2\,\sigma\,B\,C\,\kappa \\
&\quad - \kappa^2\,B^2\,\sigma\,\beta + 2\,\kappa\,B\,\sigma\,\tau + \tau\,\sigma^2\,\beta\,B - \tau\,\sigma\,\beta\,B\,\kappa + B^2\,\sigma\,\kappa^2)
\end{aligned}$$

```
> Lambda[1,t];
```

$$(-\delta_r rr_t + B(\sigma^2 \delta_r rr_{t-1} + 2B\sigma^2 \delta_\pi \pi_t \beta\kappa - B\sigma\kappa^2 \delta_\pi \pi_t \beta - B\sigma^2 \delta_y y_{t-1} \beta + B\sigma\kappa\delta_y y_{t-1} \beta + \tau\sigma\delta_r rr_{t-1} \kappa$$
$$- \sigma\delta_r rr_{t-1} \kappa - \tau\sigma^2 \delta_r rr_{t-1} + 2\sigma^2 B\delta_y y_t \beta - 2\kappa B\delta_y y_t \beta\sigma - \tau\delta_y y_t \beta\sigma - B\sigma^3 \delta_\pi \pi_t \beta$$
$$+ \sigma\beta\delta_r rr_t \kappa - \sigma^3 B\beta\delta_r rr_t + 2\sigma^2 B\beta\delta_r rr_t \kappa - \kappa^2 B\sigma\beta\delta_r rr_t + \tau\sigma^2 \beta\delta_r rr_t - \tau\sigma\beta\delta_r rr_t \kappa$$
$$- \sigma^2 \beta\delta_r rr_t + \delta_y y_t \beta\sigma - \kappa^2 B\delta_g g_t \beta - \tau\kappa\delta_g g_t \beta + B\sigma^2 \delta_g g_t \beta + \kappa\delta_g g_t \beta - B\sigma^2 \delta_g g_{t-1} \beta$$
$$+ B\sigma\kappa\delta_g g_{t-1} \beta) / (-C\sigma + \sigma\tau^2 - 2\sigma\tau + C\kappa + B^2 \sigma^3 - B\beta\sigma^2 + 2B\sigma^2 + \sigma + B\beta\sigma\kappa - 2B\sigma\kappa$$
$$- \sigma^3 B^2 \beta - \sigma^2 BC - 2\sigma^2 B\tau - \kappa^2 BC + \tau C\sigma - \tau C\kappa - 2B^2 \sigma^2 \kappa + 2\sigma^2 B^2 \beta\kappa + 2\sigma BC\kappa$$
$$- \kappa^2 B^2 \sigma\beta + 2\kappa B\sigma\tau + \tau\sigma^2 \beta B - \tau\sigma\beta B\kappa + B^2 \sigma\kappa^2)) \sigma$$

```
> Lambda[1,t-1]:=subs(t=t-1,Lambda[1,t]);
```

$$\Lambda_{1,t-1} := (-\delta_r rr_{t-1} + B(2B\sigma^2 \delta_y y_{t-1} \beta - 2B\sigma\kappa\delta_y y_{t-1} \beta - \delta_r rr_{t-1} \sigma^3 B\beta + 2\delta_r rr_{t-1} \sigma^2 B\beta\kappa$$
$$- \delta_r rr_{t-1} \kappa^2 B\beta\sigma - \sigma\delta_r rr_{t-2} \kappa - \tau\sigma^2 \delta_r rr_{t-2} - \sigma^2 \beta\delta_r rr_{t-1} + \kappa\delta_g g_{t-1} \beta + \tau\sigma^2 \beta\delta_r rr_{t-1}$$
$$- \tau\sigma\beta\delta_r rr_{t-1} \kappa - \kappa^2 B\delta_g g_{t-1} \beta - \tau\kappa\delta_g g_{t-1} \beta - B\sigma^2 \delta_g g_{t-2} \beta + B\sigma\kappa\delta_g g_{t-2} \beta + B\sigma\kappa\delta_y y_{t-2} \beta$$
$$+ \tau\sigma\delta_r rr_{t-2} \kappa - B\sigma^3 \delta_\pi \pi_{t-1} \beta + \sigma\beta\delta_r rr_{t-1} \kappa + 2B\sigma^2 \delta_\pi \pi_{t-1} \beta\kappa - B\sigma\kappa^2 \delta_\pi \pi_{t-1} \beta + \sigma^2 \delta_r rr_{t-2}$$
$$- B\sigma^2 \delta_y y_{t-2} \beta + B\sigma^2 \delta_g g_{t-1} \beta - \delta_y y_{t-1} \beta\sigma\tau + \delta_y y_{t-1} \beta\sigma) / (-C\sigma + \sigma\tau^2 - 2\sigma\tau + C\kappa + B^2 \sigma^3$$
$$- B\beta\sigma^2 + 2B\sigma^2 + \sigma + B\beta\sigma\kappa - 2B\sigma\kappa - \sigma^3 B^2 \beta - \sigma^2 BC - 2\sigma^2 B\tau - \kappa^2 BC + \tau C\sigma - \tau C\kappa$$
$$- 2B^2 \sigma^2 \kappa + 2\sigma^2 B^2 \beta\kappa + 2\sigma BC\kappa - \kappa^2 B^2 \sigma\beta + 2\kappa B\sigma\tau + \tau\sigma^2 \beta B - \tau\sigma\beta B\kappa + B^2 \sigma\kappa^2)) \sigma$$

```
> Lambda[3,t-1]:=subs(t=t-1,Lambda[3,t]);
```

$$\Lambda_{3,t-1} := B(2B\sigma^2 \delta_y y_{t-1} \beta - 2B\sigma\kappa\delta_y y_{t-1} \beta - \delta_r rr_{t-1} \sigma^3 B\beta + 2\delta_r rr_{t-1} \sigma^2 B\beta\kappa - \delta_r rr_{t-1} \kappa^2 B\beta\sigma$$
$$- \sigma\delta_r rr_{t-2} \kappa - \tau\sigma^2 \delta_r rr_{t-2} - \sigma^2 \beta\delta_r rr_{t-1} + \kappa\delta_g g_{t-1} \beta + \tau\sigma^2 \beta\delta_r rr_{t-1} - \tau\sigma\beta\delta_r rr_{t-1} \kappa$$
$$- \kappa^2 B\delta_g g_{t-1} \beta - \tau\kappa\delta_g g_{t-1} \beta - B\sigma^2 \delta_g g_{t-2} \beta + B\sigma\kappa\delta_g g_{t-2} \beta + B\sigma\kappa\delta_y y_{t-2} \beta + \tau\sigma\delta_r rr_{t-2} \kappa$$
$$- B\sigma^3 \delta_\pi \pi_{t-1} \beta + \sigma\beta\delta_r rr_{t-1} \kappa + 2B\sigma^2 \delta_\pi \pi_{t-1} \beta\kappa - B\sigma\kappa^2 \delta_\pi \pi_{t-1} \beta + \sigma^2 \delta_r rr_{t-2} - B\sigma^2 \delta_y y_{t-2} \beta$$
$$+ B\sigma^2 \delta_g g_{t-1} \beta - \delta_y y_{t-1} \beta\sigma\tau + \delta_y y_{t-1} \beta\sigma) / (-C\sigma + \sigma\tau^2 - 2\sigma\tau + C\kappa + B^2 \sigma^3 - B\beta\sigma^2$$
$$+ 2B\sigma^2 + \sigma + B\beta\sigma\kappa - 2B\sigma\kappa - \sigma^3 B^2 \beta - \sigma^2 BC - 2\sigma^2 B\tau - \kappa^2 BC + \tau C\sigma - \tau C\kappa$$
$$- 2B^2 \sigma^2 \kappa + 2\sigma^2 B^2 \beta\kappa + 2\sigma BC\kappa - \kappa^2 B^2 \sigma\beta + 2\kappa B\sigma\tau + \tau\sigma^2 \beta B - \tau\sigma\beta B\kappa + B^2 \sigma\kappa^2)$$

```
> eq2;
```

$$_t + (-\delta_r rr_t + B(\sigma^2 \delta_r rr_{t-1} + 2B\sigma^2 \delta_\pi \pi_t \beta\kappa - B\sigma\kappa^2 \delta_\pi \pi_t \beta - B\sigma^2 \delta_y y_{t-1} \beta + B\sigma\kappa\delta_y y_{t-1} \beta$$
$$+ \tau\sigma\delta_r rr_{t-1} \kappa - \sigma\delta_r rr_{t-1} \kappa - \tau\sigma^2 \delta_r rr_{t-1} + 2\sigma^2 B\delta_y y_t \beta - 2\kappa B\delta_y y_t \beta\sigma - \tau\delta_y y_t \beta\sigma$$
$$- B\sigma^3 \delta_\pi \pi_t \beta + \sigma\beta\delta_r rr_t \kappa - \sigma^3 B\beta\delta_r rr_t + 2\sigma^2 B\beta\delta_r rr_t \kappa - \kappa^2 B\sigma\beta\delta_r rr_t + \tau\sigma^2 \beta\delta_r rr_t$$
$$- \tau\sigma\beta\delta_r rr_t \kappa - \sigma^2 \beta\delta_r rr_t + \delta_y y_t \beta\sigma - \kappa^2 B\delta_g g_t \beta - \tau\kappa\delta_g g_t \beta + B\sigma^2 \delta_g g_t \beta + \kappa\delta_g g_t \beta$$
$$- B\sigma^2 \delta_g g_{t-1} \beta + B\sigma\kappa\delta_g g_{t-1} \beta) / (-C\sigma + \sigma\tau^2 - 2\sigma\tau + C\kappa + B^2 \sigma^3 - B\beta\sigma^2 + 2B\sigma^2 + \sigma$$
$$+ B\beta\sigma\kappa - 2B\sigma\kappa - \sigma^3 B^2 \beta - \sigma^2 BC - 2\sigma^2 B\tau - \kappa^2 BC + \tau C\sigma - \tau C\kappa - 2B^2 \sigma^2 \kappa$$
$$+ 2\sigma^2 B^2 \beta\kappa + 2\sigma BC\kappa - \kappa^2 B^2 \sigma\beta + 2\kappa B\sigma\tau + \tau\sigma^2 \beta B - \tau\sigma\beta B\kappa + B^2 \sigma\kappa^2)) \sigma - (-\delta_r rr_{t-1}$$
$$+ B(2B\sigma^2 \delta_y y_{t-1} \beta - 2B\sigma\kappa\delta_y y_{t-1} \beta - \delta_r rr_{t-1} \sigma^3 B\beta + 2\delta_r rr_{t-1} \sigma^2 B\beta\kappa - \delta_r rr_{t-1} \kappa^2 B\beta\sigma$$
$$- \sigma\delta_r rr_{t-2} \kappa - \tau\sigma^2 \delta_r rr_{t-2} - \sigma^2 \beta\delta_r rr_{t-1} + \kappa\delta_g g_{t-1} \beta + \tau\sigma^2 \beta\delta_r rr_{t-1} - \tau\sigma\beta\delta_r rr_{t-1} \kappa$$
$$- \kappa^2 B\delta_g g_{t-1} \beta - \tau\kappa\delta_g g_{t-1} \beta - B\sigma^2 \delta_g g_{t-2} \beta + B\sigma\kappa\delta_g g_{t-2} \beta + B\sigma\kappa\delta_y y_{t-2} \beta + \tau\sigma\delta_r rr_{t-2} \kappa$$
$$- B\sigma^3 \delta_\pi \pi_{t-1} \beta + \sigma\beta\delta_r rr_{t-1} \kappa + 2B\sigma^2 \delta_\pi \pi_{t-1} \beta\kappa - B\sigma\kappa^2 \delta_\pi \pi_{t-1} \beta + \sigma^2 \delta_r rr_{t-2} - B\sigma^2 \delta_y y_{t-2} \beta$$
$$+ B\sigma^2 \delta_g g_{t-1} \beta - \delta_y y_{t-1} \beta\sigma\tau + \delta_y y_{t-1} \beta\sigma) / (-C\sigma + \sigma\tau^2 - 2\sigma\tau + C\kappa + B^2 \sigma^3 - B\beta\sigma^2$$
$$+ 2B\sigma^2 + \sigma + B\beta\sigma\kappa - 2B\sigma\kappa - \sigma^3 B^2 \beta - \sigma^2 BC - 2\sigma^2 B\tau - \kappa^2 BC + \tau C\sigma - \tau C\kappa$$
$$- 2B^2 \sigma^2 \kappa + 2\sigma^2 B^2 \beta\kappa + 2\sigma BC\kappa - \kappa^2 B^2 \sigma\beta + 2\kappa B\sigma\tau + \tau\sigma^2 \beta B - \tau\sigma\beta B\kappa + B^2 \sigma\kappa^2)) \sigma /$$
$$\beta + \kappa(\delta_y y_t \beta B + \delta_g g_t \beta B - B(\sigma^2 \delta_r rr_{t-1} + 2B\sigma^2 \delta_\pi \pi_t \beta\kappa - B\sigma\kappa^2 \delta_\pi \pi_t \beta - B\sigma^2 \delta_y y_{t-1} \beta$$
$$+ B\sigma\kappa\delta_y y_{t-1} \beta + \tau\sigma\delta_r rr_{t-1} \kappa - \sigma\delta_r rr_{t-1} \kappa - \tau\sigma^2 \delta_r rr_{t-1} + 2\sigma^2 B\delta_y y_t \beta - 2\kappa B\delta_y y_t \beta\sigma$$
$$- \tau\delta_y y_t \beta\sigma - B\sigma^3 \delta_\pi \pi_t \beta + \sigma\beta\delta_r rr_t \kappa - \sigma^3 B\beta\delta_r rr_t + 2\sigma^2 B\beta\delta_r rr_t \kappa - \kappa^2 B\sigma\beta\delta_r rr_t$$
$$+ \tau\sigma^2 \beta\delta_r rr_t - \tau\sigma\beta\delta_r rr_t \kappa - \sigma^2 \beta\delta_r rr_t + \delta_y y_t \beta\sigma - \kappa^2 B\delta_g g_t \beta - \tau\kappa\delta_g g_t \beta + B\sigma^2 \delta_g g_t \beta$$
$$+ \kappa\delta_g g_t \beta - B\sigma^2 \delta_g g_{t-1} \beta + B\sigma\kappa\delta_g g_{t-1} \beta) / (-C\sigma + \sigma\tau^2 - 2\sigma\tau + C\kappa + B^2 \sigma^3 - B\beta\sigma^2$$
$$+ 2B\sigma^2 + \sigma + B\beta\sigma\kappa - 2B\sigma\kappa - \sigma^3 B^2 \beta - \sigma^2 BC - 2\sigma^2 B\tau - \kappa^2 BC + \tau C\sigma - \tau C\kappa$$
$$- 2B^2 \sigma^2 \kappa + 2\sigma^2 B^2 \beta\kappa + 2\sigma BC\kappa - \kappa^2 B^2 \sigma\beta + 2\kappa B\sigma\tau + \tau\sigma^2 \beta B - \tau\sigma\beta B\kappa + B^2 \sigma\kappa^2) + B$$
$$(\sigma^2 \delta_r rr_{t-1} + 2B\sigma^2 \delta_\pi \pi_t \beta\kappa - B\sigma\kappa^2 \delta_\pi \pi_t \beta - B\sigma^2 \delta_y y_{t-1} \beta + B\sigma\kappa\delta_y y_{t-1} \beta + \tau\sigma\delta_r rr_{t-1} \kappa$$
$$- \sigma\delta_r rr_{t-1} \kappa - \tau\sigma^2 \delta_r rr_{t-1} + 2\sigma^2 B\delta_y y_t \beta - 2\kappa B\delta_y y_t \beta\sigma - \tau\delta_y y_t \beta\sigma - B\sigma^3 \delta_\pi \pi_t \beta$$
$$+ \sigma\beta\delta_r rr_t \kappa - \sigma^3 B\beta\delta_r rr_t + 2\sigma^2 B\beta\delta_r rr_t \kappa - \kappa^2 B\sigma\beta\delta_r rr_t + \tau\sigma^2 \beta\delta_r rr_t - \tau\sigma\beta\delta_r rr_t \kappa$$
$$- \sigma^2 \beta\delta_r rr_t + \delta_y y_t \beta\sigma - \kappa^2 B\delta_g g_t \beta - \tau\kappa\delta_g g_t \beta + B\sigma^2 \delta_g g_t \beta + \kappa\delta_g g_t \beta - B\sigma^2 \delta_g g_{t-1} \beta$$

$$+ B\,\sigma\,\kappa\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta)\,\tau \big/ (-C\,\sigma + \sigma\,\tau^2 - 2\,\sigma\,\tau + C\,\kappa + B^2\,\sigma^3 - B\,\beta\,\sigma^2 + 2\,B\,\sigma^2 + \sigma + B\,\beta\,\sigma\,\kappa$$
$$- 2\,B\,\sigma\,\kappa - \sigma^3\,B^2\,\beta - \sigma^2\,B\,C - 2\,\sigma^2\,B\,\tau - \kappa^2\,B\,C + \tau\,C\,\sigma - \tau\,C\,\kappa - 2\,B^2\,\sigma^2\,\kappa + 2\,\sigma^2\,B^2\,\beta\,\kappa$$
$$+ 2\,\sigma\,B\,C\,\kappa - \kappa^2\,B^2\,\sigma\,\beta + 2\,\kappa\,B\,\sigma\,\tau + \tau\,\sigma^2\,\beta\,B - \tau\,\sigma\,\beta\,B\,\kappa + B^2\,\sigma\,\kappa^2))/(\beta\,B\,(\sigma-\kappa)) - (1 - C - \tau)$$
$$(\sigma^2\,\delta_r\,rr_{t-1} + 2\,B\,\sigma^2\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta\,\kappa - B\,\sigma\,\kappa^2\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta - B\,\sigma^2\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta + B\,\sigma\,\kappa\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta + \tau\,\sigma\,\delta_r\,rr_{t-1}\,\kappa$$
$$- \sigma\,\delta_r\,rr_{t-1}\,\kappa - \tau\,\sigma^2\,\delta_r\,rr_{t-1} + 2\,\sigma^2\,B\,\delta_y\,y_t\,\beta - 2\,\kappa\,B\,\delta_y\,y_t\,\beta\,\sigma - \tau\,\delta_y\,y_t\,\beta\,\sigma - B\,\sigma^3\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta$$
$$+ \sigma\,\beta\,\delta_r\,rr_t\,\kappa - \sigma^3\,B\,\beta\,\delta_r\,rr_t + 2\,\sigma^2\,B\,\beta\,\delta_r\,rr_t\,\kappa - \kappa^2\,B\,\sigma\,\beta\,\delta_r\,rr_t + \tau\,\sigma^2\,\beta\,\delta_r\,rr_t - \tau\,\sigma\,\beta\,\delta_r\,rr_t\,\kappa$$
$$- \sigma^2\,\beta\,\delta_r\,rr_t + \delta_y\,y_t\,\beta\,\sigma - \kappa^2\,B\,\delta_g\,g_t\,\beta - \tau\,\kappa\,\delta_g\,g_t\,\beta + B\,\sigma^2\,\delta_g\,g_t\,\beta + \kappa\,\delta_g\,g_t\,\beta - B\,\sigma^2\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta$$
$$+ B\,\sigma\,\kappa\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta) \big/ (\beta\,(-C\,\sigma + \sigma\,\tau^2 - 2\,\sigma\,\tau + C\,\kappa + B^2\,\sigma^3 - B\,\beta\,\sigma^2 + 2\,B\,\sigma^2 + \sigma + B\,\beta\,\sigma\,\kappa$$
$$- 2\,B\,\sigma\,\kappa - \sigma^3\,B^2\,\beta - \sigma^2\,B\,C - 2\,\sigma^2\,B\,\tau - \kappa^2\,B\,C + \tau\,C\,\sigma - \tau\,C\,\kappa - 2\,B^2\,\sigma^2\,\kappa + 2\,\sigma^2\,B^2\,\beta\,\kappa$$
$$+ 2\,\sigma\,B\,C\,\kappa - \kappa^2\,B^2\,\sigma\,\beta + 2\,\kappa\,B\,\sigma\,\tau + \tau\,\sigma^2\,\beta\,B - \tau\,\sigma\,\beta\,B\,\kappa + B^2\,\sigma\,\kappa^2)) = 0$$

```
> R0 := isolate(eq2 = 0, rr[t] );
```

$$R0 := rr_t = ((-\delta_y\,y_t + (-\delta_r\,rr_{t-1} + B\,(2\,B\,\sigma^2\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta - 2\,B\,\sigma\,\kappa\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta - \delta_r\,rr_{t-1}\,\sigma^3\,B\,\beta$$
$$+ 2\,\delta_r\,rr_{t-1}\,\sigma^2\,B\,\beta\,\kappa - \delta_r\,rr_{t-1}\,\kappa^2\,B\,\beta\,\sigma - \sigma\,\delta_r\,rr_{t-2}\,\kappa - \tau\,\sigma^2\,\delta_r\,rr_{t-2} - \sigma^2\,\beta\,\delta_r\,rr_{t-1} + \kappa\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta$$
$$+ \tau\,\sigma^2\,\beta\,\delta_r\,rr_{t-1} - \tau\,\sigma\,\beta\,\delta_r\,rr_{t-1}\,\kappa - \kappa^2\,B\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta - \tau\,\kappa\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta - B\,\sigma^2\,\delta_g\,g_{t-2}\,\beta + B\,\sigma\,\kappa\,\delta_g\,g_{t-2}\,\beta$$
$$+ B\,\sigma\,\kappa\,\delta_y\,y_{t-2}\,\beta + \tau\,\sigma\,\delta_r\,rr_{t-2}\,\kappa - B\,\sigma^3\,\delta_\pi\,\pi_{t-1}\,\beta + \sigma\,\beta\,\delta_r\,rr_{t-1}\,\kappa + 2\,B\,\sigma^2\,\delta_\pi\,\pi_{t-1}\,\beta\,\kappa$$
$$- B\,\sigma\,\kappa^2\,\delta_\pi\,\pi_{t-1}\,\beta + \sigma^2\,\delta_r\,rr_{t-2} - B\,\sigma^2\,\delta_y\,y_{t-2}\,\beta + B\,\sigma^2\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta - \delta_y\,y_{t-1}\,\beta\,\sigma\,\tau + \delta_y\,y_{t-1}\,\beta\,\sigma) \big/ ($$
$$-C\,\sigma + \sigma\,\tau^2 - 2\,\sigma\,\tau + C\,\kappa + B^2\,\sigma^3 - B\,\beta\,\sigma^2 + 2\,B\,\sigma^2 + \sigma + B\,\beta\,\sigma\,\kappa - 2\,B\,\sigma\,\kappa - \sigma^3\,B^2\,\beta - \sigma^2\,B\,C$$
$$- 2\,\sigma^2\,B\,\tau - \kappa^2\,B\,C + \tau\,C\,\sigma - \tau\,C\,\kappa - 2\,B^2\,\sigma^2\,\kappa + 2\,\sigma^2\,B^2\,\beta\,\kappa + 2\,\sigma\,B\,C\,\kappa - \kappa^2\,B^2\,\sigma\,\beta + 2\,\kappa\,B\,\sigma\,\tau$$
$$+ \tau\,\sigma^2\,\beta\,B - \tau\,\sigma\,\beta\,B\,\kappa + B^2\,\sigma\,\kappa^2))\,\sigma/\beta)\,\beta\,(C\,\sigma - \sigma\,\tau^2 + 2\,\sigma\,\tau - C\,\kappa - B^2\,\sigma^3 + B\,\beta\,\sigma^2 - 2\,B\,\sigma^2 - \sigma$$
$$- B\,\beta\,\sigma\,\kappa + 2\,B\,\sigma\,\kappa + \sigma^3\,B^2\,\beta + \sigma^2\,B\,C + 2\,\sigma^2\,B\,\tau + \kappa^2\,B\,C - \tau\,C\,\sigma + \tau\,C\,\kappa + 2\,B^2\,\sigma^2\,\kappa$$
$$- 2\,\sigma^2\,B^2\,\beta\,\kappa - 2\,\sigma\,B\,C\,\kappa + \kappa^2\,B^2\,\sigma\,\beta - 2\,\kappa\,B\,\sigma\,\tau - \tau\,\sigma^2\,\beta\,B + \tau\,\sigma\,\beta\,B\,\kappa - B^2\,\sigma\,\kappa^2) - \sigma^2\,\delta_r\,rr_{t-1}$$
$$- B\,\sigma^2\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta\,\kappa - \tau\,B\,\sigma^3\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta + \tau\,B\,\sigma^2\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta\,\kappa - \tau\,B\,\sigma^2\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta + 2\,\tau\,\sigma^2\,B\,\delta_y\,y_t\,\beta$$
$$- 2\,\tau\,\kappa\,B\,\delta_y\,y_t\,\beta\,\sigma + \tau\,B\,\sigma^2\,\delta_g\,g_t\,\beta - \tau^2\,\delta_y\,y_t\,\beta\,\sigma + B\,\sigma^2\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta - \delta_r\,rr_{t-1}\,\sigma\,C\,\kappa + \delta_r\,rr_{t-1}\,\sigma^3\,B\,\beta$$
$$- \delta_r\,rr_{t-1}\,\sigma^2\,B\,\beta\,\kappa - \delta_y\,y_t\,\beta\,\tau\,C\,\sigma + \delta_y\,y_t\,\beta\,\tau\,C\,\kappa + \delta_y\,y_t\,\beta\,B^2\,\sigma^2\,\kappa - 3\,\delta_y\,y_t\,\beta^2\,\sigma^2\,B^2\,\kappa$$
$$- 3\,\delta_y\,y_t\,\beta\,\sigma\,B\,C\,\kappa + \delta_y\,y_t\,\beta^2\,\kappa^2\,B^2\,\sigma - \delta_y\,y_t\,\beta^2\,\tau\,\sigma^2\,B + \delta_y\,y_t\,\beta^2\,\tau\,\sigma\,B\,\kappa - \delta_y\,y_t\,\beta\,B^2\,\sigma\,\kappa^2$$
$$- \tau\,B\,\sigma^2\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta + 2\,\delta_y\,y_t\,\beta^2\,\sigma^3\,B^2 + 2\,\delta_y\,y_t\,\beta\,\sigma^2\,B\,C + \delta_y\,y_t\,\beta\,\kappa^2\,B\,C + \delta_r\,rr_{t-1}\,\sigma^2\,C$$
$$+ \delta_g\,g_t\,\beta^2\,\sigma^3\,B^2 + \delta_g\,g_t\,\beta\,\sigma^2\,B\,C + \delta_g\,g_t\,\beta\,B^2\,\sigma^2\,\kappa - \delta_g\,g_t\,\beta^2\,\sigma^2\,B^2\,\kappa - \delta_g\,g_t\,\beta\,\sigma\,B\,C\,\kappa$$
$$- \delta_g\,g_t\,\beta\,\kappa\,B\,\sigma\,\tau - \delta_g\,g_t\,\beta\,B^2\,\sigma\,\kappa^2 + 2\,\tau\,\sigma^2\,\delta_r\,rr_{t-1} - 2\,\sigma^2\,B\,\delta_y\,y_t\,\beta + 2\,\kappa\,B\,\delta_y\,y_t\,\beta\,\sigma + \delta_y\,y_t\,\beta\,C\,\sigma$$
$$- \delta_y\,y_t\,\beta\,C\,\kappa + \delta_y\,y_t\,\beta^2\,B\,\sigma^2 - \delta_y\,y_t\,\beta^2\,B\,\sigma\,\kappa + 2\,\tau\,\delta_y\,y_t\,\beta\,\sigma - \sigma^4\,\beta^2\,B^2\,\delta_\pi\,\pi_t - \sigma^3\,\beta^2\,B^2\,\delta_g\,g_{t-1}$$
$$+ 2\,C\,B\,\sigma^2\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta\,\kappa - C\,B\,\sigma\,\kappa^2\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta - C\,B\,\sigma^2\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta + C\,B\,\sigma\,\kappa\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta + C\,\tau\,\sigma\,\delta_r\,rr_{t-1}\,\kappa$$
$$- C\,\tau\,\sigma^2\,\delta_r\,rr_{t-1} - C\,B\,\sigma^3\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta + B\,\sigma^3\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta - C\,B\,\sigma^2\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta + C\,B\,\sigma\,\kappa\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta$$
$$+ \sigma^2\,\beta\,B\,\tau\,\delta_r\,rr_{t-1}\,\kappa - \sigma^3\,\beta\,B\,\tau\,\delta_r\,rr_{t-1} + 2\,\sigma^3\,\beta^2\,B^2\,\delta_\pi\,\pi_t\,\kappa - \sigma^3\,\beta^2\,B^2\,\delta_y\,y_{t-1} + \sigma^2\,\beta^2\,B^2\,\delta_y\,y_{t-1}\,\kappa$$
$$+ \sigma^2\,\beta^2\,B^2\,\delta_g\,g_{t-1}\,\kappa - \sigma^2\,\beta^2\,B^2\,\delta_\pi\,\pi_t\,\kappa^2 - \delta_y\,y_t\,\beta\,\sigma + \sigma\,B\,\kappa\,\delta_g\,g_t\,\beta - B\,\sigma^2\,\delta_g\,g_t\,\beta + B\,\sigma^2\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta$$
$$- \tau^2\,\sigma^2\,\delta_r\,rr_{t-1}) \big/ ($$
$$-\tau\,\sigma^3\,B\,\beta\,\delta_r + \tau\,\sigma^2\,B\,\beta\,\delta_r\,\kappa + \sigma^3\,B\,\beta\,\delta_r - \sigma^2\,B\,\beta\,\delta_r\,\kappa + \sigma^4\,\beta\,\delta_r\,B^2 - 2\,\sigma^3\,\beta\,\delta_r\,B^2\,\kappa + \sigma^2\,\beta\,\delta_r\,B^2\,\kappa^2)$$

```
> rr[t] := simplify(rr[t]);
```

$$rr_t := -(-\delta_g\,g_{t-1}\,\beta - B\,\sigma^2\,\delta_r\,rr_{t-1} + \sigma\,\delta_r\,rr_{t-2} + \kappa\,B\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta - \delta_r\,rr_{t-1}\,C\,\kappa - \sigma\,B\,\delta_g\,g_{t-2}\,\beta + B\,\sigma\,\delta_r\,rr_{t-1}\,\kappa$$
$$- B\,\delta_y\,y_t\,\beta\,\sigma - B\,\kappa\,\delta_g\,g_t\,\beta - \delta_y\,y_t\,\beta\,C + \delta_r\,rr_{t-1}\,C\,\sigma + 2\,\delta_r\,rr_{t-1}\,\sigma\,\tau + 2\,B\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta\,\sigma + \delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,\tau$$
$$- \delta_g\,g_t\,\beta\,C - \delta_g\,g_t\,\beta\,\tau + \delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,C + \delta_y\,y_{t-1}\,\beta\,C - \delta_\pi\,\pi_t\,\beta\,C\,\kappa - 2\,\delta_r\,rr_{t-1}\,\sigma + \delta_g\,g_t\,\beta - \sigma\,\tau\,\delta_r\,rr_{t-2}$$
$$- \sigma\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta - \sigma\,\beta\,\delta_r\,rr_{t-1} + \sigma^2\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta^2\,B - \sigma^2\,B\,\delta_\pi\,\pi_{t-1}\,\beta + \sigma\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,B - \sigma\,\beta^2\,B\,\delta_y\,y_t$$
$$+ \sigma\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta^2\,B + \sigma\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta^2\,B + \sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r\,rr_{t-1} + \sigma\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta\,\tau + \sigma\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta\,C - \sigma\,B\,\delta_y\,y_{t-2}\,\beta$$
$$- \sigma\,\delta_g\,g_t\,\beta^2\,B - \sigma\,\delta_\pi\,\pi_t\,\beta^2\,B\,\kappa + \sigma\,B\,\delta_\pi\,\pi_{t-1}\,\beta\,\kappa) \big/ (\sigma\,\beta\,(1 - \tau + \sigma\,B - \kappa\,B)\,\delta_r)$$

>

```
r[t]:= -1/sigma/beta*(-2*delta[r]*(r[t-1]-
rn[t])*sigma+2*B*beta*y[t-1]*delta[y]*sigma+B*kappa*delta[g]*g[t-
1]*beta+beta*g[t]*delta[g]-beta*g[t]*delta[g]*C-
beta*g[t]*delta[g]*tau+beta*g[t-1]*delta[g]*tau-
sigma*tau*delta[r]*(r[t-2]-rn[t])-sigma*beta*delta[r]*(r[t-1]-
rn[t])-sigma*delta[pi]*pi[t]*beta-beta*g[t-1]*delta[g]-
sigma^2*B*delta[pi]*pi[t-
1]*beta+sigma^2*delta[pi]*pi[t]*beta^2*B+delta[r]*(r[t-1]-
rn[t])*sigma*B*kappa+beta*g[t-1]*delta[g]*C+beta*y[t-
1]*delta[y]*C-delta[pi]*pi[t]*beta*C*kappa-
sigma*delta[pi]*pi[t]*beta^2*B*kappa-
sigma*delta[y]*y[t]*beta*B+sigma*delta[g]*g[t-1]*beta*B-
sigma*beta^2*y[t]*delta[y]*B+sigma*delta[pi]*pi[t]*beta*C+sigma*de
lta[pi]*pi[t]*beta*tau+sigma*beta^2*g[t-
1]*delta[g]*B+sigma*beta^2*y[t-
1]*delta[y]*B+sigma*tau*beta*delta[r]*(r[t-1]-rn[t])-
sigma*B*delta[g]*g[t-2]*beta-sigma*B*delta[y]*y[t-
2]*beta+sigma*B*delta[pi]*pi[t-1]*beta*kappa-
sigma*beta^2*g[t]*delta[g]*B+2*delta[r]*(r[t-1]-
rn[t])*tau*sigma+delta[r]*(r[t-1]-rn[t])*C*sigma-delta[r]*(r[t-1]-
rn[t])*C*kappa-delta[r]*(r[t-1]-rn[t])*sigma^2*B-
B*kappa*delta[g]*g[t]*beta+sigma*delta[r]*(r[t-2]-rn[t])-
beta*y[t]*delta[y]*C)/(sigma*B+1-B*kappa-tau)/delta[r]+rn[t];
```

$$\begin{aligned} r_t := -\big(&-\delta_g g_{t-1}\beta+\sigma\delta_r(r_{t-2}-rn_t)+\kappa B\delta_g g_{t-1}\beta-\sigma B\delta_g g_{t-2}\beta-B\delta_y y_t\beta\sigma-B\kappa\delta_g g_t\beta-\delta_y y_t\beta C \\ &+2B\delta_y y_{t-1}\beta\sigma+\delta_g g_{t-1}\beta\tau-\delta_g g_t\beta C-\delta_g g_t\beta\tau+\delta_g g_{t-1}\beta C+\delta_y y_{t-1}\beta C-\delta_\pi\pi_t\beta C\kappa \\ &-2\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\sigma+\delta_g g_t\beta-\sigma\delta_\pi\pi_t\beta-\sigma\tau\delta_r(r_{t-2}-rn_t)-\sigma\beta\delta_r(r_{t-1}-rn_t) \\ &+\delta_r(r_{t-1}-rn_t)C\sigma-\delta_r(r_{t-1}-rn_t)C\kappa-\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\sigma^2 B+2\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\tau\sigma+\sigma^2\delta_\pi\pi_t\beta^2 B \\ &-\sigma^2 B\delta_\pi\pi_{t-1}\beta+\sigma\delta_g g_{t-1}\beta B-\sigma\beta^2 B\delta_y y_t+\sigma\delta_g g_{t-1}\beta^2 B+\sigma\delta_y y_{t-1}\beta^2 B+\sigma\delta_\pi\pi_t\beta\tau \\ &+\sigma\delta_\pi\pi_t\beta C-\sigma B\delta_y y_{t-2}\beta-\sigma\delta_g g_t\beta^2 B-\sigma\delta_\pi\pi_t\beta^2 B\kappa+\sigma B\delta_\pi\pi_{t-1}\beta\kappa+\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\sigma B\kappa \\ &+\sigma\tau\beta\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\big)\big/\big(\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r\big)+rn_t \end{aligned}$$

```
> collect(%,pi[t]);
```

$$\begin{aligned} &-\frac{(\sigma\delta_\pi\beta\tau-\delta_\pi\beta C\kappa-\sigma\delta_\pi\beta-\sigma\delta_\pi\beta^2 B\kappa+\sigma\delta_\pi\beta C+\sigma^2\delta_\pi\beta^2 B)\pi_t}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}-\big(-\delta_g g_{t-1}\beta+\sigma\delta_r(r_{t-2}-rn_t) \\ &+\kappa B\delta_g g_{t-1}\beta-\sigma B\delta_g g_{t-2}\beta-B\delta_y y_t\beta\sigma-B\kappa\delta_g g_t\beta-\delta_y y_t\beta C+2B\delta_y y_{t-1}\beta\sigma+\delta_g g_{t-1}\beta\tau \\ &-\delta_g g_t\beta C-\delta_g g_t\beta\tau+\delta_g g_{t-1}\beta C+\delta_y y_{t-1}\beta C-2\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\sigma+\delta_g g_t\beta-\sigma\tau\delta_r(r_{t-2}-rn_t) \\ &-\sigma\beta\delta_r(r_{t-1}-rn_t)+\delta_r(r_{t-1}-rn_t)C\sigma-\delta_r(r_{t-1}-rn_t)C\kappa-\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\sigma^2 B \\ &+2\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\tau\sigma-\sigma^2 B\delta_\pi\pi_{t-1}\beta+\sigma\delta_g g_{t-1}\beta B-\sigma\beta^2 B\delta_y y_t+\sigma\delta_g g_{t-1}\beta^2 B \\ &+\sigma\delta_y y_{t-1}\beta^2 B-\sigma B\delta_y y_{t-2}\beta-\sigma\delta_g g_t\beta^2 B+\sigma B\delta_\pi\pi_{t-1}\beta\kappa+\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\sigma B\kappa \\ &+\sigma\tau\beta\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\big)\big/\big(\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r\big)+rn_t \end{aligned}$$

```
>collect(%,y[t]);
```

$$\begin{aligned} &-\frac{(-\delta_y\beta C-\sigma\beta^2 B\delta_y-B\delta_y\beta\sigma)y_t}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r} \\ &\quad-\frac{(\sigma\delta_\pi\beta\tau-\delta_\pi\beta C\kappa-\sigma\delta_\pi\beta-\sigma\delta_\pi\beta^2 B\kappa+\sigma\delta_\pi\beta C+\sigma^2\delta_\pi\beta^2 B)\pi_t}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}-\big(-\delta_g g_{t-1}\beta \\ &\quad+\sigma\delta_r(r_{t-2}-rn_t)+\kappa B\delta_g g_{t-1}\beta-\sigma B\delta_g g_{t-2}\beta-B\kappa\delta_g g_t\beta+2B\delta_y y_{t-1}\beta\sigma+\delta_g g_{t-1}\beta\tau \\ &\quad-\delta_g g_t\beta C-\delta_g g_t\beta\tau+\delta_g g_{t-1}\beta C+\delta_y y_{t-1}\beta C-2\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\sigma+\delta_g g_t\beta-\sigma\tau\delta_r(r_{t-2}-rn_t) \\ &\quad-\sigma\beta\delta_r(r_{t-1}-rn_t)+\delta_r(r_{t-1}-rn_t)C\sigma-\delta_r(r_{t-1}-rn_t)C\kappa-\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\sigma^2 B \\ &\quad+2\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\tau\sigma-\sigma^2 B\delta_\pi\pi_{t-1}\beta+\sigma\delta_g g_{t-1}\beta B+\sigma\delta_g g_{t-1}\beta^2 B+\sigma\delta_y y_{t-1}\beta^2 B \\ &\quad-\sigma B\delta_y y_{t-2}\beta-\sigma\delta_g g_t\beta^2 B+\sigma B\delta_\pi\pi_{t-1}\beta\kappa+\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\sigma B\kappa+\sigma\tau\beta\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\big)\big/\big(\sigma \\ &\quad\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r\big)+rn_t \end{aligned}$$

```
> collect(%,g[t]);
```

$$\begin{aligned} &-\frac{(-B\kappa\delta_g\beta-\delta_g\beta C-\delta_g\beta\tau-\sigma\delta_g\beta^2 B+\delta_g\beta)g_t}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}-\frac{(-\delta_y\beta C-\sigma\beta^2 B\delta_y-B\delta_y\beta\sigma)y_t}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r} \\ &\quad-\frac{(\sigma\delta_\pi\beta\tau-\delta_\pi\beta C\kappa-\sigma\delta_\pi\beta-\sigma\delta_\pi\beta^2 B\kappa+\sigma\delta_\pi\beta C+\sigma^2\delta_\pi\beta^2 B)\pi_t}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}-\big(-\delta_g g_{t-1}\beta \\ &\quad+\sigma\delta_r(r_{t-2}-rn_t)+\kappa B\delta_g g_{t-1}\beta-\sigma B\delta_g g_{t-2}\beta-\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\sigma^2 B+2B\delta_y y_{t-1}\beta\sigma \\ &\quad+\delta_g g_{t-1}\beta\tau+\sigma\delta_g g_{t-1}\beta B+\sigma\delta_g g_{t-1}\beta^2 B+\delta_g g_{t-1}\beta C+\delta_y y_{t-1}\beta C-2\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\sigma \\ &\quad+\sigma B\delta_\pi\pi_{t-1}\beta\kappa-\sigma\tau\delta_r(r_{t-2}-rn_t)-\sigma\beta\delta_r(r_{t-1}-rn_t)+\delta_r(r_{t-1}-rn_t)C\sigma-\delta_r(r_{t-1}-rn_t)C\kappa \\ &\quad+2\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\tau\sigma-\sigma^2 B\delta_\pi\pi_{t-1}\beta+\sigma\delta_y y_{t-1}\beta^2 B-\sigma B\delta_y y_{t-2}\beta+\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\sigma B\kappa \\ &\quad+\sigma\tau\beta\delta_r(r_{t-1}-rn_t)\big)\big/\big(\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r\big)+rn_t \end{aligned}$$

```
> collect(%,pi[t-1]);
```

$$
\begin{aligned}
&-\frac{(\sigma B\,\delta_\pi\,\beta\,\kappa-\sigma^2 B\,\delta_\pi\,\beta)\,\pi_{t-1}}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}-\frac{(-B\,\kappa\,\delta_g\,\beta-\delta_g\,\beta\,C-\delta_g\,\beta\,\tau-\sigma\,\delta_g\,\beta^2 B+\delta_g\,\beta)\,g_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}\\
&\quad-\frac{(-\delta_y\,\beta\,C-\sigma\,\beta^2 B\,\delta_y-B\,\delta_y\,\beta\,\sigma)\,y_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}\\
&\quad-\frac{(\sigma\,\delta_\pi\,\beta\,\tau-\delta_\pi\,\beta\,C\,\kappa-\sigma\,\delta_\pi\,\beta-\sigma\,\delta_\pi\,\beta^2 B\,\kappa+\sigma\,\delta_\pi\,\beta\,C+\sigma^2\,\delta_\pi\,\beta^2 B)\,\pi_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}-(-\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\\
&\quad+\sigma\,\delta_r\,(r_{t-2}-rn_t)+\kappa\,B\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta-\sigma\,B\,\delta_g\,g_{t-2}\,\beta-\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,\sigma^2 B+2\,B\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta\,\sigma\\
&\quad+\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,\tau+\sigma\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,B+\sigma\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta^2 B+\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,C+\delta_y\,y_{t-1}\,\beta\,C-2\,\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,\sigma\\
&\quad-\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,C\,\kappa-\sigma\,\tau\,\delta_r\,(r_{t-2}-rn_t)-\sigma\,\beta\,\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)+\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,C\,\sigma-\sigma\,B\,\delta_y\,y_{t-2}\,\beta\\
&\quad+2\,\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,\tau\,\sigma+\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)+\sigma\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta^2 B+\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,\sigma\,B\,\kappa)\,\big/\,(\sigma\,\beta\\
&\quad(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r)+rn_t
\end{aligned}
$$

```
> collect(%,y[t-2]);
```

$$
\begin{aligned}
&\frac{B\,\delta_y\,y_{t-2}}{(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}-\frac{(\sigma B\,\delta_\pi\,\beta\,\kappa-\sigma^2 B\,\delta_\pi\,\beta)\,\pi_{t-1}}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}\\
&\quad-\frac{(-B\,\kappa\,\delta_g\,\beta-\delta_g\,\beta\,C-\delta_g\,\beta\,\tau-\sigma\,\delta_g\,\beta^2 B+\delta_g\,\beta)\,g_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}-\frac{(-\delta_y\,\beta\,C-\sigma\,\beta^2 B\,\delta_y-B\,\delta_y\,\beta\,\sigma)\,y_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}\\
&\quad-\frac{(\sigma\,\delta_\pi\,\beta\,\tau-\delta_\pi\,\beta\,C\,\kappa-\sigma\,\delta_\pi\,\beta-\sigma\,\delta_\pi\,\beta^2 B\,\kappa+\sigma\,\delta_\pi\,\beta\,C+\sigma^2\,\delta_\pi\,\beta^2 B)\,\pi_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}-(-\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\\
&\quad+\sigma\,\delta_r\,(r_{t-2}-rn_t)+\kappa\,B\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta-\sigma\,B\,\delta_g\,g_{t-2}\,\beta-\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,\sigma^2 B+2\,B\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta\,\sigma\\
&\quad+\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,\tau+\sigma\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,B+\sigma\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta^2 B+\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,C+\delta_y\,y_{t-1}\,\beta\,C-2\,\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,\sigma\\
&\quad-\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,C\,\kappa-\sigma\,\tau\,\delta_r\,(r_{t-2}-rn_t)-\sigma\,\beta\,\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)+\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,C\,\sigma\\
&\quad+\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,\sigma\,B\,\kappa+2\,\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,\tau\,\sigma+\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)+\sigma\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta^2 B)\,\big/\,(\sigma\,\beta\\
&\quad(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r)+rn_t
\end{aligned}
$$

```
> collect(%,g[t-2]);
```

$$
\begin{aligned}
&\frac{B\,\delta_g\,g_{t-2}}{-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}+\frac{B\,\delta_y\,y_{t-2}}{(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}-\frac{(\sigma B\,\delta_\pi\,\beta\,\kappa-\sigma^2 B\,\delta_\pi\,\beta)\,\pi_{t-1}}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}\\
&\quad-\frac{(-B\,\kappa\,\delta_g\,\beta-\delta_g\,\beta\,C-\delta_g\,\beta\,\tau-\sigma\,\delta_g\,\beta^2 B+\delta_g\,\beta)\,g_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}-\frac{(-\delta_y\,\beta\,C-\sigma\,\beta^2 B\,\delta_y-B\,\delta_y\,\beta\,\sigma)\,y_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}\\
&\quad-\frac{(\sigma\,\delta_\pi\,\beta\,\tau-\delta_\pi\,\beta\,C\,\kappa-\sigma\,\delta_\pi\,\beta-\sigma\,\delta_\pi\,\beta^2 B\,\kappa+\sigma\,\delta_\pi\,\beta\,C+\sigma^2\,\delta_\pi\,\beta^2 B)\,\pi_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}-(-\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\\
&\quad+\sigma\,\delta_r\,(r_{t-2}-rn_t)+\kappa\,B\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta+\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,\sigma\,B\,\kappa-\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,\sigma^2 B+2\,B\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta\,\sigma\\
&\quad+\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,\tau+\sigma\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,B+\sigma\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta^2 B+\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,C+\delta_y\,y_{t-1}\,\beta\,C-2\,\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,\sigma\\
&\quad-\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,C\,\kappa-\sigma\,\tau\,\delta_r\,(r_{t-2}-rn_t)-\sigma\,\beta\,\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)+\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,C\,\sigma\\
&\quad+2\,\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,\tau\,\sigma+\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)+\sigma\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta^2 B)\,\big/\,(\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r)+rn_t
\end{aligned}
$$

```
> collect(%,r[t-2]);
```

$$
\begin{aligned}
&\frac{(\sigma\,\delta_r-\sigma\,\tau\,\delta_r)\,r_{t-2}}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}+\frac{B\,\delta_g\,g_{t-2}}{(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}+\frac{B\,\delta_y\,y_{t-2}}{(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}\\
&\quad-\frac{(\sigma B\,\delta_\pi\,\beta\,\kappa-\sigma^2 B\,\delta_\pi\,\beta)\,\pi_{t-1}}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}-\frac{(-B\,\kappa\,\delta_g\,\beta-\delta_g\,\beta\,C-\delta_g\,\beta\,\tau-\sigma\,\delta_g\,\beta^2 B+\delta_g\,\beta)\,g_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}\\
&\quad-\frac{(-\delta_y\,\beta\,C-\sigma\,\beta^2 B\,\delta_y-B\,\delta_y\,\beta\,\sigma)\,y_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}\\
&\quad-\frac{(\sigma\,\delta_\pi\,\beta\,\tau-\delta_\pi\,\beta\,C\,\kappa-\sigma\,\delta_\pi\,\beta-\sigma\,\delta_\pi\,\beta^2 B\,\kappa+\sigma\,\delta_\pi\,\beta\,C+\sigma^2\,\delta_\pi\,\beta^2 B)\,\pi_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}-(-\delta_g\,g_{t-1}\,\beta-\sigma\,\delta_r\,rn_t\\
&\quad+2\,B\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta\,\sigma+\kappa\,B\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta+\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,\sigma\,B\,\kappa-\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,\sigma^2 B+\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,C\\
&\quad+\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,\tau+\sigma\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,B+\sigma\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta^2 B+\sigma\,\tau\,\delta_r\,rn_t+\delta_y\,y_{t-1}\,\beta\,C-2\,\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,\sigma\\
&\quad-\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,C\,\kappa+2\,\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,\tau\,\sigma+\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)-\sigma\,\beta\,\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\\
&\quad+\delta_r\,(r_{t-1}-rn_t)\,C\,\sigma+\sigma\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta^2 B)\,\big/\,(\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r)+rn_t
\end{aligned}
$$

```
> collect(%,r[t-1]);
```

$$-\frac{(-2\,\sigma\,\delta_r-\delta_r\,C\,\kappa+2\,\sigma\,\tau\,\delta_r+\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r-\beta\,\sigma\,\delta_r-\sigma^2\,\delta_r\,B+\delta_r\,C\,\sigma+\sigma\,\delta_r\,B\,\kappa)\,r_{t-1}}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}$$

$$-\frac{(\sigma\,\delta_r-\sigma\,\tau\,\delta_r)\,r_{t-2}}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}+\frac{B\,\delta_g\,g_{t-2}}{(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}+\frac{B\,\delta_y\,y_{t-2}}{(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}$$

$$-\frac{(\sigma\,B\,\delta_\pi\,\beta\,\kappa-\sigma^2\,B\,\delta_\pi\,\beta)\,\pi_{t-1}}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}-\frac{(-B\,\kappa\,\delta_g\,\beta-\delta_g\,\beta\,C-\delta_g\,\beta\,\tau-\sigma\,\delta_g\,\beta^2\,B+\delta_g\,\beta)\,g_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}$$

$$-\frac{(-\delta_y\,\beta\,C-\sigma\,\beta^2\,B\,\delta_y-B\,\delta_y\,\beta\,\sigma)\,y_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}$$

$$-\frac{(\sigma\,\delta_\pi\,\beta\,\tau-\delta_\pi\,\beta\,C\,\kappa-\sigma\,\delta_\pi\,\beta-\sigma\,\delta_\pi\,\beta^2\,B\,\kappa+\sigma\,\delta_\pi\,\beta\,C+\sigma^2\,\delta_\pi\,\beta^2\,B)\,\pi_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}-(-\delta_g\,g_{t-1}\,\beta+\sigma\,\delta_r\,rn_t$$
$$+2\,B\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta\,\sigma+\kappa\,B\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta-\sigma\,\delta_r\,rn_t\,B\,\kappa-\sigma\,\tau\,\delta_r\,rn_t+\delta_r\,rn_t\,\sigma^2\,B-\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r\,rn_t+\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,C$$
$$+\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,\tau+\sigma\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,B+\sigma\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta^2\,B+\delta_y\,y_{t-1}\,\beta\,C+\delta_r\,rn_t\,C\,\kappa+\beta\,\sigma\,\delta_r\,rn_t-\delta_r\,rn_t\,C\,\sigma$$
$$+\sigma\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta^2\,B)\,\big/\,(\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r)+rn_t$$

```
> collect(%,g[t-1]);
```

$$-\frac{(\delta_g\,\beta\,\tau+\delta_g\,\beta\,C-\delta_g\,\beta+\sigma\,B\,\delta_g\,\beta+\sigma\,\delta_g\,\beta^2\,B+B\,\kappa\,\delta_g\,\beta)\,g_{t-1}}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}$$

$$-\frac{(-2\,\sigma\,\delta_r-\delta_r\,C\,\kappa+2\,\sigma\,\tau\,\delta_r+\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r-\beta\,\sigma\,\delta_r-\sigma^2\,\delta_r\,B+\delta_r\,C\,\sigma+\sigma\,\delta_r\,B\,\kappa)\,r_{t-1}}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}$$

$$-\frac{(\sigma\,\delta_r-\sigma\,\tau\,\delta_r)\,r_{t-2}}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}+\frac{B\,\delta_g\,g_{t-2}}{(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}+\frac{B\,\delta_y\,y_{t-2}}{(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}$$

$$-\frac{(\sigma\,B\,\delta_\pi\,\beta\,\kappa-\sigma^2\,B\,\delta_\pi\,\beta)\,\pi_{t-1}}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}-\frac{(-B\,\kappa\,\delta_g\,\beta-\delta_g\,\beta\,C-\delta_g\,\beta\,\tau-\sigma\,\delta_g\,\beta^2\,B+\delta_g\,\beta)\,g_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}$$

$$-\frac{(-\delta_y\,\beta\,C-\sigma\,\beta^2\,B\,\delta_y-B\,\delta_y\,\beta\,\sigma)\,y_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}$$

$$-\frac{(\sigma\,\delta_\pi\,\beta\,\tau-\delta_\pi\,\beta\,C\,\kappa-\sigma\,\delta_\pi\,\beta-\sigma\,\delta_\pi\,\beta^2\,B\,\kappa+\sigma\,\delta_\pi\,\beta\,C+\sigma^2\,\delta_\pi\,\beta^2\,B)\,\pi_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}-(\delta_r\,rn_t\,C\,\kappa+\sigma\,\delta_r\,rn_t$$
$$+2\,B\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta\,\sigma+\sigma\,\delta_y\,y_{t-1}\,\beta^2\,B-\sigma\,\delta_r\,rn_t\,B\,\kappa-\sigma\,\tau\,\delta_r\,rn_t+\delta_r\,rn_t\,\sigma^2\,B-\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r\,rn_t+\delta_y\,y_{t-1}\,\beta\,C$$
$$+\beta\,\sigma\,\delta_r\,rn_t-\delta_r\,rn_t\,C\,\sigma)\,\big/\,(\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r)+rn_t$$

```
> collect(%,y[t-1]);
```

$$-\frac{(\sigma\,\beta^2\,B\,\delta_y+\delta_y\,\beta\,C+2\,B\,\delta_y\,\beta\,\sigma)\,y_{t-1}}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}-\frac{(\delta_g\,\beta\,\tau+\delta_g\,\beta\,C-\delta_g\,\beta+\sigma\,B\,\delta_g\,\beta+\sigma\,\delta_g\,\beta^2\,B+B\,\kappa\,\delta_g\,\beta)\,g_{t-1}}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}$$

$$-\frac{(-2\,\sigma\,\delta_r-\delta_r\,C\,\kappa+2\,\sigma\,\tau\,\delta_r+\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r-\beta\,\sigma\,\delta_r-\sigma^2\,\delta_r\,B+\delta_r\,C\,\sigma+\sigma\,\delta_r\,B\,\kappa)\,r_{t-1}}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}$$

$$-\frac{(\sigma\,\delta_r-\sigma\,\tau\,\delta_r)\,r_{t-2}}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}+\frac{B\,\delta_g\,g_{t-2}}{(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}+\frac{B\,\delta_y\,y_{t-2}}{(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}$$

$$-\frac{(\sigma\,B\,\delta_\pi\,\beta\,\kappa-\sigma^2\,B\,\delta_\pi\,\beta)\,\pi_{t-1}}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}-\frac{(-B\,\kappa\,\delta_g\,\beta-\delta_g\,\beta\,C-\delta_g\,\beta\,\tau-\sigma\,\delta_g\,\beta^2\,B+\delta_g\,\beta)\,g_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}$$

$$-\frac{(-\delta_y\,\beta\,C-\sigma\,\beta^2\,B\,\delta_y-B\,\delta_y\,\beta\,\sigma)\,y_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}$$

$$-\frac{(\sigma\,\delta_\pi\,\beta\,\tau-\delta_\pi\,\beta\,C\,\kappa-\sigma\,\delta_\pi\,\beta-\sigma\,\delta_\pi\,\beta^2\,B\,\kappa+\sigma\,\delta_\pi\,\beta\,C+\sigma^2\,\delta_\pi\,\beta^2\,B)\,\pi_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}$$

$$-\frac{\delta_r\,rn_t\,C\,\kappa+\sigma\,\delta_r\,rn_t+\delta_r\,rn_t\,\sigma^2\,B-\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r\,rn_t-\sigma\,\delta_r\,rn_t\,B\,\kappa-\sigma\,\tau\,\delta_r\,rn_t-\delta_r\,rn_t\,C\,\sigma+\beta\,\sigma\,\delta_r\,rn_t}{\sigma\,\beta\,(1-\tau+\sigma\,B-\kappa\,B)\,\delta_r}$$

$$+rn_t$$

```
> collect(%,rn[t]);
```

$$\left(-\frac{\delta_r C\kappa+\sigma\delta_r+\sigma^2\delta_r B-\sigma\tau\beta\delta_r-\sigma\delta_r B\kappa-\sigma\tau\delta_r-\delta_r C\sigma+\beta\sigma\delta_r}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}+1\right)rn_t$$
$$-\frac{(\sigma\beta^2 B\delta_y+\delta_y\beta C+2B\delta_y\beta\sigma)\,y_{t-1}}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}$$
$$-\frac{(\delta_g\beta\tau+\delta_g\beta C-\delta_g\beta+\sigma B\delta_g\beta+\sigma\delta_g\beta^2 B+B\kappa\delta_g\beta)\,g_{t-1}}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}$$
$$-\frac{(-2\sigma\delta_r-\delta_r C\kappa+2\sigma\tau\delta_r+\sigma\tau\beta\delta_r-\beta\sigma\delta_r-\sigma^2\delta_r B+\delta_r C\sigma+\sigma\delta_r B\kappa)\,r_{t-1}}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}$$
$$-\frac{(\sigma\delta_r-\sigma\tau\delta_r)\,r_{t-2}}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}+\frac{B\delta_g\,g_{t-2}}{(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}+\frac{B\delta_y\,y_{t-2}}{(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}$$
$$-\frac{(\sigma B\delta_\pi\beta\kappa-\sigma^2 B\delta_\pi\beta)\,\pi_{t-1}}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}-\frac{(-B\kappa\delta_g\beta-\delta_g\beta C-\delta_g\beta\tau-\sigma\delta_g\beta^2 B+\delta_g\beta)\,g_t}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}$$
$$-\frac{(-\delta_y\beta C-\sigma\beta^2 B\delta_y-B\delta_y\beta\sigma)\,y_t}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}$$
$$-\frac{(\sigma\delta_\pi\beta\tau-\delta_\pi\beta C\kappa-\sigma\delta_\pi\beta-\sigma\delta_\pi\beta^2 B\kappa+\sigma\delta_\pi\beta C+\sigma^2\delta_\pi\beta^2 B)\,\pi_t}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}$$

```
> r[t]:=(-1/sigma/beta*(beta*sigma*delta[r]+delta[r]*C*kappa-
sigma*delta[r]*B*kappa+sigma*delta[r]-tau*sigma*delta[r]-
delta[r]*C*sigma-
tau*sigma*beta*delta[r]+sigma^2*delta[r]*B)/(sigma*B+1-B*kappa-
tau)/delta[r]+1)*rn[t]-
1/sigma/beta*(2*sigma*delta[y]*beta*B+sigma*beta^2*delta[y]*B+beta
*delta[y]*C)/(sigma*B+1-B*kappa-tau)/delta[r]*y[t-1]-
1/sigma/beta*(beta*delta[g]*C+beta*delta[g]*tau+sigma*B*delta[g]*b
eta+B*kappa*delta[g]*beta+sigma*beta^2*delta[g]*B-
beta*delta[g])/(sigma*B+1-B*kappa-tau)/delta[r]*g[t-1]-
1/sigma/beta*(2*tau*sigma*delta[r]-2*sigma*delta[r]-
sigma^2*delta[r]*B-
delta[r]*C*kappa+sigma*delta[r]*B*kappa+delta[r]*C*sigma+tau*sigma
*beta*delta[r]-beta*sigma*delta[r])/(sigma*B+1-B*kappa-
tau)/delta[r]*r[t-1]-1/sigma/beta*(sigma*delta[r]-
tau*sigma*delta[r])/(sigma*B+1-B*kappa-tau)/delta[r]*r[t-
2]+B*delta[g]/(sigma*B+1-B*kappa-tau)/delta[r]*g[t-
2]+delta[y]*B/(sigma*B+1-B*kappa-tau)/delta[r]*y[t-2]-
1/sigma/beta*(sigma*B*delta[pi]*beta*kappa-
sigma^2*B*delta[pi]*beta)/(sigma*B+1-B*kappa-tau)/delta[r]*pi[t-
1]-1/sigma/beta*(-beta*delta[g]*C+beta*delta[g]-
sigma*beta^2*delta[g]*B-B*kappa*delta[g]*beta-
beta*delta[g]*tau)/(sigma*B+1-B*kappa-tau)/delta[r]*g[t]-
1/sigma/beta*(-sigma*delta[y]*beta*B-sigma*beta^2*delta[y]*B-
beta*delta[y]*C)/(sigma*B+1-B*kappa-tau)/delta[r]*y[t]-
1/sigma/beta*(-sigma*delta[pi]*beta-
sigma*delta[pi]*beta^2*B*kappa-
delta[pi]*beta*C*kappa+sigma*delta[pi]*beta*C+sigma*delta[pi]*beta
*tau+sigma^2*delta[pi]*beta^2*B)/(sigma*B+1-B*kappa-
tau)/delta[r]*pi[t];
```

$$r_t:=\left(-\frac{\delta_r C\kappa+\sigma\delta_r+\sigma^2\delta_r B-\sigma\tau\beta\delta_r-\sigma\delta_r B\kappa-\sigma\tau\delta_r-\delta_r C\sigma+\beta\sigma\delta_r}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}+1\right)rn_t$$
$$-\frac{(\sigma\beta^2 B\delta_y+\delta_y\beta C+2B\delta_y\beta\sigma)\,y_{t-1}}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}$$
$$-\frac{(\delta_g\beta\tau+\delta_g\beta C-\delta_g\beta+\sigma B\delta_g\beta+\sigma\delta_g\beta^2 B+B\kappa\delta_g\beta)\,g_{t-1}}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}$$
$$-\frac{(-2\sigma\delta_r-\delta_r C\kappa+2\sigma\tau\delta_r+\sigma\tau\beta\delta_r-\beta\sigma\delta_r-\sigma^2\delta_r B+\delta_r C\sigma+\sigma\delta_r B\kappa)\,r_{t-1}}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}$$
$$-\frac{(\sigma\delta_r-\sigma\tau\delta_r)\,r_{t-2}}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}+\frac{B\delta_g\,g_{t-2}}{(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}+\frac{B\delta_y\,y_{t-2}}{(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}$$
$$-\frac{(\sigma B\delta_\pi\beta\kappa-\sigma^2 B\delta_\pi\beta)\,\pi_{t-1}}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}-\frac{(-B\kappa\delta_g\beta-\delta_g\beta C-\delta_g\beta\tau-\sigma\delta_g\beta^2 B+\delta_g\beta)\,g_t}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}$$
$$-\frac{(-\delta_y\beta C-\sigma\beta^2 B\delta_y-B\delta_y\beta\sigma)\,y_t}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}$$
$$-\frac{(\sigma\delta_\pi\beta\tau-\delta_\pi\beta C\kappa-\sigma\delta_\pi\beta-\sigma\delta_\pi\beta^2 B\kappa+\sigma\delta_\pi\beta C+\sigma^2\delta_\pi\beta^2 B)\,\pi_t}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\delta_r}$$

```
> r[t] := simplify((-
1/sigma/beta*(beta*sigma*delta[r]+delta[r]*C*kappa-
sigma*delta[r]*B*kappa+sigma*delta[r]-tau*sigma*delta[r]-
delta[r]*C*sigma-
tau*sigma*beta*delta[r]+sigma^2*delta[r]*B)/(sigma*B+1-B*kappa-
tau)/delta[r]+1))*rn[t]-
simplify(1/sigma/beta*(2*sigma*delta[y]*beta*B+sigma*beta^2*delta[
y]*B+beta*delta[y]*C)/(sigma*B+1-B*kappa-tau)/delta[r])*y[t-1]-
simplify(1/sigma/beta*(beta*delta[g]*C+beta*delta[g]*tau+sigma*B*d
elta[g]*beta+B*kappa*delta[g]*beta+sigma*beta^2*delta[g]*B-
beta*delta[g])/(sigma*B+1-B*kappa-tau)/delta[r])*g[t-1]-
simplify(1/sigma/beta*(2*tau*sigma*delta[r]-2*sigma*delta[r]-
sigma^2*delta[r]*B-
delta[r]*C*kappa+sigma*delta[r]*B*kappa+delta[r]*C*sigma+tau*sigma
*beta*delta[r]-beta*sigma*delta[r])/(sigma*B+1-B*kappa-
tau)/delta[r])*r[t-1]-simplify(1/sigma/beta*(sigma*delta[r]-
tau*sigma*delta[r])/(sigma*B+1-B*kappa-tau)/delta[r])*r[t-
2]+simplify(B*delta[g]/(sigma*B+1-B*kappa-tau)/delta[r])*g[t-
2]+simplify(delta[y]*B/(sigma*B+1-B*kappa-tau)/delta[r])*y[t-2]-
simplify(1/sigma/beta*(sigma*B*delta[pi]*beta*kappa-
sigma^2*B*delta[pi]*beta)/(sigma*B+1-B*kappa-tau)/delta[r])*pi[t-
1]-simplify(1/sigma/beta*(-beta*delta[g]*C+beta*delta[g]-
sigma*beta^2*delta[g]*B-B*kappa*delta[g]*beta-
beta*delta[g]*tau)/(sigma*B+1-B*kappa-tau)/delta[r])*g[t]-
simplify(1/sigma/beta*(-sigma*delta[y]*beta*B-
sigma*beta^2*delta[y]*B-beta*delta[y]*C)/(sigma*B+1-B*kappa-
tau)/delta[r])*y[t]-simplify(1/sigma/beta*(-sigma*delta[pi]*beta-
sigma*delta[pi]*beta^2*B*kappa-
delta[pi]*beta*C*kappa+sigma*delta[pi]*beta*C+sigma*delta[pi]*beta
*tau+sigma^2*delta[pi]*beta^2*B)/(sigma*B+1-B*kappa-
tau)/delta[r])*pi[t];
```

$$
\begin{aligned}
r_t :=\ & \frac{(-C\kappa-\sigma-B\sigma^2+B\sigma\kappa+\sigma\tau+C\sigma+B\beta\sigma^2-B\beta\sigma\kappa)\,rn_t}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)}-\frac{\delta_y(B\beta\sigma+C+2\sigma B)\,y_{t-1}}{\sigma(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}\\
&-\frac{\delta_g(\tau+C-1+\sigma B+B\beta\sigma+\kappa B)\,g_{t-1}}{\sigma(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}\\
&-\frac{(-2\sigma-C\kappa+2\sigma\tau+\sigma\tau\beta-\beta\sigma-B\sigma^2+C\sigma+B\sigma\kappa)\,r_{t-1}}{\sigma\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)}+\frac{(-1+\tau)\,r_{t-2}}{\beta(1-\tau+\sigma B-\kappa B)}\\
&+\frac{B\,\delta_g\,g_{t-2}}{(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}+\frac{B\,\delta_y\,y_{t-2}}{(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}+\frac{B\,\delta_\pi(\sigma-\kappa)\,\pi_{t-1}}{(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}\\
&+\frac{\delta_g(\kappa B+C+\tau+B\beta\sigma-1)\,g_t}{\sigma(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}+\frac{\delta_y(C+B\beta\sigma+\sigma B)\,y_t}{\sigma(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}\\
&-\frac{\delta_\pi(B\beta\sigma^2-B\beta\sigma\kappa-\sigma+C\sigma-C\kappa+\sigma\tau)\,\pi_t}{\sigma(1-\tau+\sigma B-\kappa B)\,\delta_r}
\end{aligned}
$$

Ek Tablo 6: İşbirlikli Oyun Çerçevesinde Optimal Harcama Kuralı Maple Çözümü

```
> restart;
> eq1:=delta[pi]*pi[t]-beta^(-1)*sigma^(-1)*Lambda[1,t-1]+Lambda[2,t]-Lambda[2,t-1]+beta^(-1)*Lambda[3,t]=0;
```

$$eq1 := \delta_{\pi}\,\pi_t - \frac{\Lambda_{1,t-1}}{\beta\,\sigma} + \Lambda_{2,t} - \Lambda_{2,t-1} + \frac{\Lambda_{3,t}}{\beta} = 0$$

```
> eq2:=delta[y]*y[t]+Lambda[1,t]-beta^(-1)*Lambda[1,t-1]-kappa*Lambda[2,t]-beta^(-1)*(1-C-tau)/B*Lambda[3,t]=0;
```

$$eq2 := \delta_y\,y_t + \Lambda_{1,t} - \frac{\Lambda_{1,t-1}}{\beta} - \kappa\,\Lambda_{2,t} - \frac{(1-C-\tau)\,\Lambda_{3,t}}{\beta\,B} = 0$$

```
> eq3:=delta[r]*(r[t]-rn[t])+sigma^(-1)*Lambda[1,t]-Lambda[3,t]=0;
```

$$eq3 := \delta_r\,(r_t - rn_t) + \frac{\Lambda_{1,t}}{\sigma} - \Lambda_{3,t} = 0$$

```
> eq4:=delta[g]*g[t]+beta^(-1)*Lambda[1,t-1]-Lambda[1,t]+sigma*Lambda[2,t]-beta^(-1)*(C/B)*Lambda[3,t]=0;
```

$$eq4 := \delta_g\,g_t + \frac{\Lambda_{1,t-1}}{\beta} - \Lambda_{1,t} + \sigma\,\Lambda_{2,t} - \frac{C\,\Lambda_{3,t}}{\beta\,B} = 0$$

```
> eq1m1:=subs(t=t-1,eq1);eq2m1:=subs(t=t-1,eq2);eq3m1:=subs(t=t-1,eq3);eq4m1:=subs(t=t-1,eq4);
```

$$eq1m1 := \delta_{\pi}\,\pi_{t-1} - \frac{\Lambda_{1,t-2}}{\beta\,\sigma} + \Lambda_{2,t-1} - \Lambda_{2,t-2} + \frac{\Lambda_{3,t-1}}{\beta} = 0$$

$$eq2m1 := \delta_y\,y_{t-1} + \Lambda_{1,t-1} - \frac{\Lambda_{1,t-2}}{\beta} - \kappa\,\Lambda_{2,t-1} - \frac{(1-C-\tau)\,\Lambda_{3,t-1}}{\beta\,B} = 0$$

$$eq3m1 := \delta_r\,(r_{t-1} - rn_{t-1}) + \frac{\Lambda_{1,t-1}}{\sigma} - \Lambda_{3,t-1} = 0$$

$$eq4m1 := \delta_g\,g_{t-1} + \frac{\Lambda_{1,t-2}}{\beta} - \Lambda_{1,t-1} + \sigma\,\Lambda_{2,t-1} - \frac{C\,\Lambda_{3,t-1}}{\beta\,B} = 0$$

```
> solve({eq1,eq2,eq4},[Lambda[1,t-1],Lambda[2,t],Lambda[1,t]]);
```

$$\Big[\Big[\Lambda_{1,t-1} = -\sigma\,(-B\,\delta_{\pi}\,\pi_t\,\beta\,\sigma + B\,\delta_{\pi}\,\pi_t\,\beta\,\kappa + \delta_y\,y_t\,\beta\,B + \delta_g\,g_t\,\beta\,B - \Lambda_{3,t} + \Lambda_{3,t}\,\tau + B\,\Lambda_{2,t-1}\,\beta\,\sigma - B\,\Lambda_{2,t-1}\,\beta\,\kappa - B\,\Lambda_{3,t}\,\sigma + B\,\Lambda_{3,t}\,\kappa)/(B\,(\sigma-\kappa)),\ \Lambda_{2,t} = -\frac{\delta_y\,y_t\,\beta\,B + \delta_g\,g_t\,\beta\,B - \Lambda_{3,t} + \Lambda_{3,t}\,\tau}{\beta\,B\,(\sigma-\kappa)},\ \Lambda_{1,t} = -(\delta_g\,g_t\,\beta\,B\,\sigma + \delta_g\,g_t\,\beta\,B\,\kappa - B\,\delta_{\pi}\,\pi_t\,\beta\,\sigma^2 + B\,\delta_{\pi}\,\pi_t\,\beta\,\sigma\,\kappa + 2\,\sigma\,\delta_y\,y_t\,\beta\,B - 2\,\Lambda_{3,t}\,\sigma + 2\,\sigma\,\Lambda_{3,t}\,\tau + B\,\Lambda_{2,t-1}\,\beta\,\sigma^2 - B\,\Lambda_{2,t-1}\,\beta\,\sigma\,\kappa - B\,\Lambda_{3,t}\,\sigma^2 + B\,\Lambda_{3,t}\,\sigma\,\kappa + \Lambda_{3,t}\,C\,\sigma - \Lambda_{3,t}\,C\,\kappa)/(\beta\,B\,(\sigma-\kappa))\Big]\Big]$$

```
> Lambda[2,t] := -(delta[y]*y[t]*beta*B+delta[g]*g[t]*beta*B-Lambda[3,t]+Lambda[3,t]*tau)/beta/B/(sigma-kappa);
```

$$\Lambda_{2,t} := -\frac{\delta_y\,y_t\,\beta\,B + \delta_g\,g_t\,\beta\,B - \Lambda_{3,t} + \Lambda_{3,t}\,\tau}{\beta\,B\,(\sigma-\kappa)}$$

```
> Lambda[2,t-1]:=subs(t=t-1,Lambda[2,t]);
```

$$\Lambda_{2,t-1} := -\frac{\delta_y\,y_{t-1}\,\beta\,B + \delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,B - \Lambda_{3,t-1} + \Lambda_{3,t-1}\,\tau}{\beta\,B\,(\sigma-\kappa)}$$

```
> eq3;
```

$$\delta_r\,(r_t - rn_t) + \frac{\Lambda_{1,t}}{\sigma} - \Lambda_{3,t} = 0$$

```
> R := isolate( delta[r]*(r[t]-rn[t])+1/sigma*Lambda[1,t]-Lambda[3,t] = 0, Lambda[1,t] );
```

$$R := \Lambda_{1,t} = (-\delta_r\,(r_t - rn_t) + \Lambda_{3,t})\,\sigma$$

```
> Lambda[1,t] := (-delta[r]*(rr[t])+Lambda[3,t])*sigma;
```

$$\Lambda_{1,t} := (-\delta_r\,rr_t + \Lambda_{3,t})\,\sigma$$

```
> Lambda[1,t-1]:=subs(t=t-1,Lambda[1,t]);
```

$$\Lambda_{1,t-1} := (-\delta_r\,rr_{t-1} + \Lambda_{3,t-1})\,\sigma$$

```
> eq2;
```

$$\delta_y\,y_t + (-\delta_r\,rr_t + \Lambda_{3,t})\,\sigma - \frac{(-\delta_r\,rr_{t-1} + \Lambda_{3,t-1})\,\sigma}{\beta} + \frac{\kappa\,(\delta_y\,y_t\,\beta\,B + \delta_g\,g_t\,\beta\,B - \Lambda_{3,t} + \Lambda_{3,t}\,\tau)}{\beta\,B\,(\sigma-\kappa)} - \frac{(1-C-\tau)\,\Lambda_{3,t}}{\beta\,B} = 0$$

```
> eq1;
```

$$\delta_\pi \pi_t - \frac{-\delta_r rr_{t-1} + \Lambda_{3,t-1}}{\beta} - \frac{\delta_y y_t \beta B + \delta_g g_t \beta B - \Lambda_{3,t} + \Lambda_{3,t} \tau}{\beta B (\sigma - \kappa)} + \frac{\delta_y y_{t-1} \beta B + \delta_g g_{t-1} \beta B - \Lambda_{3,t-1} + \Lambda_{3,t-1} \tau}{\beta B (\sigma - \kappa)} + \frac{\Lambda_{3,t}}{\beta} = 0$$

```
> solve({eq1,eq2},[Lambda[3,t],Lambda[3,t-1]]);
```

$$\begin{aligned}
&[[\Lambda_{3,t} = B(-\sigma^2 \delta_r rr_{t-1} + \sigma^3 B \beta \delta_r rr_t + B \kappa^2 \delta_g g_t \beta + \tau \sigma^2 \delta_r rr_{t-1} - 2\sigma^2 B \delta_\pi \pi_t \beta \kappa - \kappa \delta_g g_t \beta \\
&+ \sigma^2 \beta \delta_r rr_t - \delta_y y_t \beta \sigma + \sigma \delta_r rr_{t-1} \kappa + \tau \kappa \delta_g g_t \beta - \sigma^2 B \delta_g g_t \beta - \sigma \beta \delta_r rr_t \kappa - 2\sigma^2 B \beta \delta_r rr_t \kappa \\
&+ B \kappa^2 \sigma \beta \delta_r rr_t - \tau \sigma^2 \beta \delta_r rr_t + \tau \sigma \beta \delta_r rr_t \kappa - 2\sigma^2 B \delta_y y_t \beta + 2 B \kappa \delta_y y_t \beta \sigma + \tau \delta_y y_t \beta \sigma \\
&+ \sigma^3 B \delta_\pi \pi_t \beta + \sigma B \kappa^2 \delta_\pi \pi_t \beta + \sigma^2 B \delta_g g_{t-1} \beta - \sigma B \kappa \delta_g g_{t-1} \beta + \sigma^2 B \delta_y y_{t-1} \beta - \sigma B \kappa \delta_y y_{t-1} \beta \\
&- \tau \sigma \delta_r rr_{t-1} \kappa) \big/ (2\tau\sigma - \sigma^3 B^2 - C\kappa + C\sigma - \tau^2 \sigma - \sigma + \sigma^2 \beta B - 2\sigma^2 B - \sigma \beta B \kappa + 2\sigma B \kappa \\
&+ \sigma^3 B^2 \beta + \sigma^2 B C + 2\sigma^2 B \tau + B \kappa^2 C - \tau C \sigma + \tau C \kappa + 2\sigma^2 B^2 \kappa - \sigma B^2 \kappa^2 - 2\sigma^2 B^2 \beta \kappa \\
&- 2\sigma B C \kappa + B^2 \kappa^2 \sigma \beta - 2 B \kappa \tau \sigma - \tau \sigma^2 \beta B + \tau \sigma \beta B \kappa),\ \Lambda_{3,t-1} = (-2\sigma^2 \delta_r rr_{t-1} + \sigma^3 B \beta \delta_r rr_t \\
&- 2\delta_r rr_{t-1} \sigma C \kappa + B \kappa^2 \delta_g g_t \beta + 2\tau \sigma^2 \delta_r rr_{t-1} + \delta_\pi \pi_t \beta \kappa^2 C - B \kappa^2 \sigma \delta_r rr_{t-1} - \beta g_t \delta_g C \sigma \\
&- \kappa \delta_g g_t \beta + \beta g_t \delta_g \sigma + \sigma^2 \beta \delta_r rr_t - \delta_\pi \pi_t \beta \sigma^2 - \beta g_{t-1} \delta_g \sigma - \beta y_{t-1} \delta_y \sigma + 2\sigma \delta_r rr_{t-1} \kappa \\
&- \sigma B \kappa \delta_g g_t \beta + \tau \kappa \delta_g g_t \beta - \beta g_t \delta_g \tau \sigma + \beta g_t \delta_g C \kappa - \beta^2 g_t \delta_g \sigma^2 B + \beta^2 g_t \delta_g \sigma B \kappa - \sigma \beta \delta_r rr_t \kappa \\
&- 2\sigma^2 B \beta \delta_r rr_t \kappa + B \kappa^2 \sigma \beta \delta_r rr_t - \tau \sigma^2 \beta \delta_r rr_t + \tau \sigma \beta \delta_r rr_t \kappa - \sigma^2 B \delta_y y_t \beta + B \kappa \delta_y y_t \beta \sigma \\
&+ \beta y_t \delta_y C \kappa - \beta y_t \delta_y C \sigma - \beta^2 y_t \delta_y \sigma^2 B + \beta^2 y_t \delta_y \sigma B \kappa + \delta_\pi \pi_t \beta \sigma^2 \tau - 2\delta_\pi \pi_t \beta \sigma C \kappa \\
&+ \delta_\pi \pi_t \beta \sigma^2 C + \delta_\pi \pi_t \beta^2 \sigma^3 B - 2\delta_\pi \pi_t \beta^2 \sigma^2 B \kappa - \delta_\pi \pi_t \beta \kappa \tau \sigma + \delta_\pi \pi_t \beta^2 \kappa^2 \sigma B + \delta_\pi \pi_t \beta \kappa \sigma \\
&+ \beta g_{t-1} \delta_g \tau \sigma - \beta g_{t-1} \delta_g C \kappa + \beta g_{t-1} \delta_g C \sigma + \beta^2 g_{t-1} \delta_g \sigma^2 B - \beta^2 g_{t-1} \delta_g \sigma B \kappa + \beta y_{t-1} \delta_y C \sigma \\
&+ \beta y_{t-1} \delta_y \tau \sigma - \beta y_{t-1} \delta_y C \kappa + \beta^2 y_{t-1} \delta_y \sigma^2 B - \beta^2 y_{t-1} \delta_y \sigma B \kappa - \sigma^3 B \delta_r rr_{t-1} + \delta_r rr_{t-1} \sigma^2 C \\
&+ \delta_r rr_{t-1} \kappa^2 C - 2\tau \sigma \delta_r rr_{t-1} \kappa + 2\sigma^2 B \delta_r rr_{t-1} \kappa + \delta_r rr_{t-1} \sigma^3 \beta B - 2\delta_r rr_{t-1} \sigma^2 \beta B \kappa \\
&+ \delta_r rr_{t-1} \kappa^2 \sigma \beta B) B \big/ (2\tau\sigma - \sigma^3 B^2 - C\kappa + C\sigma - \tau^2 \sigma - \sigma + \sigma^2 \beta B - 2\sigma^2 B - \sigma \beta B \kappa \\
&+ 2\sigma B \kappa + \sigma^3 B^2 \beta + \sigma^2 B C + 2\sigma^2 B \tau + B \kappa^2 C - \tau C \sigma + \tau C \kappa + 2\sigma^2 B^2 \kappa - \sigma B^2 \kappa^2 \\
&- 2\sigma^2 B^2 \beta \kappa - 2\sigma B C \kappa + B^2 \kappa^2 \sigma \beta - 2 B \kappa \tau \sigma - \tau \sigma^2 \beta B + \tau \sigma \beta B \kappa)]]
\end{aligned}$$

```
> Lambda[3,t];
```

$$\begin{aligned}
&\Lambda_{3,t} := B(\sigma^2 \delta_r rr_{t-1} - \sigma^3 B \beta \delta_r rr_t - B \kappa^2 \delta_g g_t \beta - \tau \sigma^2 \delta_r rr_{t-1} + 2\sigma^2 B \delta_\pi \pi_t \beta \kappa + \kappa \delta_g g_t \beta - \sigma^2 \beta \delta_r rr_t \\
&+ \delta_y y_t \beta \sigma - \sigma \delta_r rr_{t-1} \kappa - \tau \kappa \delta_g g_t \beta + \sigma^2 B \delta_g g_t \beta + \sigma \beta \delta_r rr_t \kappa + 2\sigma^2 B \beta \delta_r rr_t \kappa - B \kappa^2 \sigma \beta \delta_r rr_t \\
&+ \tau \sigma^2 \beta \delta_r rr_t - \tau \sigma \beta \delta_r rr_t \kappa + 2\sigma^2 B \delta_y y_t \beta - 2 B \kappa \delta_y y_t \beta \sigma - \tau \delta_y y_t \beta \sigma - \sigma^3 B \delta_\pi \pi_t \beta \\
&- \sigma B \kappa^2 \delta_\pi \pi_t \beta - \sigma^2 B \delta_g g_{t-1} \beta + \sigma B \kappa \delta_g g_{t-1} \beta - \sigma^2 B \delta_y y_{t-1} \beta + \sigma B \kappa \delta_y y_{t-1} \beta + \tau \sigma \delta_r rr_{t-1} \kappa \\
&) \big/ (-2\tau\sigma + \sigma^3 B^2 + C\kappa - C\sigma + \tau^2 \sigma + \sigma - \sigma^2 \beta B + 2\sigma^2 B + \sigma \beta B \kappa - 2\sigma B \kappa - \sigma^3 B^2 \beta \\
&- \sigma^2 B C - 2\sigma^2 B \tau - B \kappa^2 C + \tau C \sigma - \tau C \kappa - 2\sigma^2 B^2 \kappa + \sigma B^2 \kappa^2 + 2\sigma^2 B^2 \beta \kappa + 2\sigma B C \kappa \\
&- B^2 \kappa^2 \sigma \beta + 2 B \kappa \tau \sigma + \tau \sigma^2 \beta B - \tau \sigma \beta B \kappa)
\end{aligned}$$

```
> Lambda[1,t];
```

$$\begin{aligned}
&(-\delta_r rr_t + B(\sigma^2 \delta_r rr_{t-1} - \sigma^3 B \beta \delta_r rr_t - B \kappa^2 \delta_g g_t \beta - \tau \sigma^2 \delta_r rr_{t-1} + 2\sigma^2 B \delta_\pi \pi_t \beta \kappa + \kappa \delta_g g_t \beta \\
&- \sigma^2 \beta \delta_r rr_t + \delta_y y_t \beta \sigma - \sigma \delta_r rr_{t-1} \kappa - \tau \kappa \delta_g g_t \beta + \sigma^2 B \delta_g g_t \beta + \sigma \beta \delta_r rr_t \kappa + 2\sigma^2 B \beta \delta_r rr_t \kappa \\
&- B \kappa^2 \sigma \beta \delta_r rr_t + \tau \sigma^2 \beta \delta_r rr_t - \tau \sigma \beta \delta_r rr_t \kappa + 2\sigma^2 B \delta_y y_t \beta - 2 B \kappa \delta_y y_t \beta \sigma - \tau \delta_y y_t \beta \sigma \\
&- \sigma^3 B \delta_\pi \pi_t \beta - \sigma B \kappa^2 \delta_\pi \pi_t \beta - \sigma^2 B \delta_g g_{t-1} \beta + \sigma B \kappa \delta_g g_{t-1} \beta - \sigma^2 B \delta_y y_{t-1} \beta + \sigma B \kappa \delta_y y_{t-1} \beta \\
&+ \tau \sigma \delta_r rr_{t-1} \kappa) \big/ (-2\tau\sigma + \sigma^3 B^2 + C\kappa - C\sigma + \tau^2 \sigma + \sigma - \sigma^2 \beta B + 2\sigma^2 B + \sigma \beta B \kappa - 2\sigma B \kappa \\
&- \sigma^3 B^2 \beta - \sigma^2 B C - 2\sigma^2 B \tau - B \kappa^2 C + \tau C \sigma - \tau C \kappa - 2\sigma^2 B^2 \kappa + \sigma B^2 \kappa^2 + 2\sigma^2 B^2 \beta \kappa \\
&+ 2\sigma B C \kappa - B^2 \kappa^2 \sigma \beta + 2 B \kappa \tau \sigma + \tau \sigma^2 \beta B - \tau \sigma \beta B \kappa)) \sigma
\end{aligned}$$

```
> Lambda[1,t-1]:=subs(t=t-1,Lambda[1,t]);
```

$$\begin{aligned}
&\Lambda_{1,t-1} := (-\delta_r rr_{t-1} + B(\sigma^2 \delta_r rr_{t-2} - \tau \kappa \delta_g g_{t-1} \beta + \beta y_{t-1} \delta_y \sigma + \sigma^2 B \delta_g g_{t-1} \beta - \beta y_{t-1} \delta_y \tau \sigma \\
&+ 2\sigma^2 B \delta_y y_{t-1} \beta - 2\sigma B \kappa \delta_y y_{t-1} \beta - \tau \sigma^2 \delta_r rr_{t-2} + \kappa \delta_g g_{t-1} \beta - \sigma^2 \beta \delta_r rr_{t-1} - \sigma \delta_r rr_{t-2} \kappa \\
&- \delta_r rr_{t-1} \sigma^3 \beta B + 2\delta_r rr_{t-1} \sigma^2 \beta B \kappa - \delta_r rr_{t-1} \kappa^2 \sigma \beta B - B \kappa^2 \delta_g g_{t-1} \beta + 2\sigma^2 B \delta_\pi \pi_{t-1} \beta \kappa \\
&+ \sigma \beta \delta_r rr_{t-1} \kappa + \tau \sigma^2 \beta \delta_r rr_{t-1} - \tau \sigma \beta \delta_r rr_{t-1} \kappa - \sigma^3 B \delta_\pi \pi_{t-1} \beta - \sigma B \kappa^2 \delta_\pi \pi_{t-1} \beta \\
&- \sigma^2 B \delta_g g_{t-2} \beta + \sigma B \kappa \delta_g g_{t-2} \beta - \sigma^2 B \delta_y y_{t-2} \beta + \sigma B \kappa \delta_y y_{t-2} \beta + \tau \sigma \delta_r rr_{t-2} \kappa) \big/ (-2\tau\sigma \\
&+ \sigma^3 B^2 + C\kappa - C\sigma + \tau^2 \sigma + \sigma - \sigma^2 \beta B + 2\sigma^2 B + \sigma \beta B \kappa - 2\sigma B \kappa - \sigma^3 B^2 \beta - \sigma^2 B C \\
&- 2\sigma^2 B \tau - B \kappa^2 C + \tau C \sigma - \tau C \kappa - 2\sigma^2 B^2 \kappa + \sigma B^2 \kappa^2 + 2\sigma^2 B^2 \beta \kappa + 2\sigma B C \kappa - B^2 \kappa^2 \sigma \beta \\
&+ 2 B \kappa \tau \sigma + \tau \sigma^2 \beta B - \tau \sigma \beta B \kappa)) \sigma
\end{aligned}$$

```
> Lambda[3,t-1]:=subs(t=t-1,Lambda[3,t]);
```

$$\Lambda_{3,t-1} := B\,(\sigma^2 \delta_r rr_{t-2} - \tau \kappa \delta_g g_{t-1} \beta + \beta y_{t-1} \delta_y \sigma + \sigma^2 B \delta_g g_{t-1} \beta - \beta y_{t-1} \delta_y \tau \sigma + 2 \sigma^2 B \delta_y y_{t-1} \beta$$
$$- 2 \sigma B \kappa \delta_y y_{t-1} \beta - \tau \sigma^2 \delta_r rr_{t-2} + \kappa \delta_g g_{t-1} \beta - \sigma^2 \beta \delta_r rr_{t-1} - \sigma \delta_r rr_{t-2} \kappa - \delta_r rr_{t-1} \sigma^3 \beta B$$
$$+ 2 \delta_r rr_{t-1} \sigma^2 \beta B \kappa - \delta_r rr_{t-1} \kappa^2 \sigma \beta B - B \kappa^2 \delta_g g_{t-1} \beta + 2 \sigma^2 B \delta_\pi \pi_{t-1} \beta \kappa + \sigma \beta \delta_r rr_{t-1} \kappa$$
$$+ \tau \sigma^2 \beta \delta_r rr_{t-1} - \tau \sigma \beta \delta_r rr_{t-1} \kappa - \sigma^3 B \delta_\pi \pi_{t-1} \beta - \sigma B \kappa^2 \delta_\pi \pi_{t-1} \beta - \sigma^2 B \delta_g g_{t-2} \beta$$
$$+ \sigma B \kappa \delta_g g_{t-2} \beta - \sigma^2 B \delta_y y_{t-2} \beta + \sigma B \kappa \delta_y y_{t-2} \beta + \tau \sigma \delta_r rr_{t-2} \kappa) \big/ (-2 \tau \sigma + \sigma^3 B^2 + C \kappa - C \sigma$$
$$+ \tau^2 \sigma + \sigma - \sigma^2 \beta B + 2 \sigma^2 B + \sigma \beta B \kappa - 2 \sigma B \kappa - \sigma^3 B^2 \beta - \sigma^2 B C - 2 \sigma^2 B \tau - B \kappa^2 C + \tau C \sigma$$
$$- \tau C \kappa - 2 \sigma^2 B^2 \kappa + \sigma B^2 \kappa^2 + 2 \sigma^2 B^2 \beta \kappa + 2 \sigma B C \kappa - B^2 \kappa^2 \sigma \beta + 2 B \kappa \tau \sigma + \tau \sigma^2 \beta B$$
$$- \tau \sigma \beta B \kappa)$$

```
> eq4;
```

$$\delta_g g_t + (-\delta_r rr_{t-1} + B\,(\sigma^2 \delta_r rr_{t-2} - \tau \kappa \delta_g g_{t-1} \beta + \beta y_{t-1} \delta_y \sigma + \sigma^2 B \delta_g g_{t-1} \beta - \beta y_{t-1} \delta_y \tau \sigma$$
$$+ 2 \sigma^2 B \delta_y y_{t-1} \beta - 2 \sigma B \kappa \delta_y y_{t-1} \beta - \tau \sigma^2 \delta_r rr_{t-2} + \kappa \delta_g g_{t-1} \beta - \sigma^2 \beta \delta_r rr_{t-1} - \sigma \delta_r rr_{t-2} \kappa$$
$$- \delta_r rr_{t-1} \sigma^3 \beta B + 2 \delta_r rr_{t-1} \sigma^2 \beta B \kappa - \delta_r rr_{t-1} \kappa^2 \sigma \beta B - B \kappa^2 \delta_g g_{t-1} \beta + 2 \sigma^2 B \delta_\pi \pi_{t-1} \beta \kappa$$
$$+ \sigma \beta \delta_r rr_{t-1} \kappa + \tau \sigma^2 \beta \delta_r rr_{t-1} - \tau \sigma \beta \delta_r rr_{t-1} \kappa - \sigma^3 B \delta_\pi \pi_{t-1} \beta - \sigma B \kappa^2 \delta_\pi \pi_{t-1} \beta$$
$$- \sigma^2 B \delta_g g_{t-2} \beta + \sigma B \kappa \delta_g g_{t-2} \beta - \sigma^2 B \delta_y y_{t-2} \beta + \sigma B \kappa \delta_y y_{t-2} \beta + \tau \sigma \delta_r rr_{t-2} \kappa) \big/ (-2 \tau \sigma$$
$$+ \sigma^3 B^2 + C \kappa - C \sigma + \tau^2 \sigma + \sigma - \sigma^2 \beta B + 2 \sigma^2 B + \sigma \beta B \kappa - 2 \sigma B \kappa - \sigma^3 B^2 \beta - \sigma^2 B C$$
$$- 2 \sigma^2 B \tau - B \kappa^2 C + \tau C \sigma - \tau C \kappa - 2 \sigma^2 B^2 \kappa + \sigma B^2 \kappa^2 + 2 \sigma^2 B^2 \beta \kappa + 2 \sigma B C \kappa - B^2 \kappa^2 \sigma \beta$$
$$+ 2 B \kappa \tau \sigma + \tau \sigma^2 \beta B - \tau \sigma \beta B \kappa))\, \sigma/\beta - (-\delta_r rr_t + B\,(\sigma^2 \delta_r rr_{t-1} - \sigma^3 B \beta \delta_r rr_t - B \kappa^2 \delta_g g_t \beta$$
$$- \tau \sigma^2 \delta_r rr_{t-1} + 2 \sigma^2 B \delta_\pi \pi_t \beta \kappa + \kappa \delta_g g_t \beta - \sigma^2 \beta \delta_r rr_t + \delta_y y_t \beta \sigma - \sigma \delta_r rr_{t-1} \kappa - \tau \kappa \delta_g g_t \beta$$
$$+ \sigma^2 B \delta_g g_t \beta + \sigma \beta \delta_r rr_t \kappa + 2 \sigma^2 B \beta \delta_r rr_t \kappa - B \kappa^2 \sigma \beta \delta_r rr_t + \tau \sigma^2 \beta \delta_r rr_t - \tau \sigma \beta \delta_r rr_t \kappa$$
$$+ 2 \sigma^2 B \delta_y y_t \beta - 2 B \kappa \delta_y y_t \beta \sigma - \tau \delta_y y_t \beta \sigma - \sigma^3 B \delta_\pi \pi_t \beta - \sigma B \kappa^2 \delta_\pi \pi_t \beta - \sigma^2 B \delta_g g_{t-1} \beta$$
$$+ \sigma B \kappa \delta_g g_{t-1} \beta - \sigma^2 B \delta_y y_{t-1} \beta + \sigma B \kappa \delta_y y_{t-1} \beta + \tau \sigma \delta_r rr_{t-1} \kappa) \big/ (-2 \tau \sigma + \sigma^3 B^2 + C \kappa - C \sigma$$
$$+ \tau^2 \sigma + \sigma - \sigma^2 \beta B + 2 \sigma^2 B + \sigma \beta B \kappa - 2 \sigma B \kappa - \sigma^3 B^2 \beta - \sigma^2 B C - 2 \sigma^2 B \tau - B \kappa^2 C + \tau C \sigma$$
$$- \tau C \kappa - 2 \sigma^2 B^2 \kappa + \sigma B^2 \kappa^2 + 2 \sigma^2 B^2 \beta \kappa + 2 \sigma B C \kappa - B^2 \kappa^2 \sigma \beta + 2 B \kappa \tau \sigma + \tau \sigma^2 \beta B$$
$$- \tau \sigma \beta B \kappa))\, \sigma - \sigma\,(\delta_y y_t \beta B + \delta_g g_t \beta B - B\,(\sigma^2 \delta_r rr_{t-1} - \sigma^3 B \beta \delta_r rr_t - B \kappa^2 \delta_g g_t \beta$$
$$- \tau \sigma^2 \delta_r rr_{t-1} + 2 \sigma^2 B \delta_\pi \pi_t \beta \kappa + \kappa \delta_g g_t \beta - \sigma^2 \beta \delta_r rr_t + \delta_y y_t \beta \sigma - \sigma \delta_r rr_{t-1} \kappa - \tau \kappa \delta_g g_t \beta$$
$$+ \sigma^2 B \delta_g g_t \beta + \sigma \beta \delta_r rr_t \kappa + 2 \sigma^2 B \beta \delta_r rr_t \kappa - B \kappa^2 \sigma \beta \delta_r rr_t + \tau \sigma^2 \beta \delta_r rr_t - \tau \sigma \beta \delta_r rr_t \kappa$$
$$+ 2 \sigma^2 B \delta_y y_t \beta - 2 B \kappa \delta_y y_t \beta \sigma - \tau \delta_y y_t \beta \sigma - \sigma^3 B \delta_\pi \pi_t \beta - \sigma B \kappa^2 \delta_\pi \pi_t \beta - \sigma^2 B \delta_g g_{t-1} \beta$$
$$+ \sigma B \kappa \delta_g g_{t-1} \beta - \sigma^2 B \delta_y y_{t-1} \beta + \sigma B \kappa \delta_y y_{t-1} \beta + \tau \sigma \delta_r rr_{t-1} \kappa) \big/ (-2 \tau \sigma + \sigma^3 B^2 + C \kappa - C \sigma$$
$$+ \tau^2 \sigma + \sigma - \sigma^2 \beta B + 2 \sigma^2 B + \sigma \beta B \kappa - 2 \sigma B \kappa - \sigma^3 B^2 \beta - \sigma^2 B C - 2 \sigma^2 B \tau - B \kappa^2 C + \tau C \sigma$$
$$- \tau C \kappa - 2 \sigma^2 B^2 \kappa + \sigma B^2 \kappa^2 + 2 \sigma^2 B^2 \beta \kappa + 2 \sigma B C \kappa - B^2 \kappa^2 \sigma \beta + 2 B \kappa \tau \sigma + \tau \sigma^2 \beta B$$
$$- \tau \sigma \beta B \kappa) + B\,(\sigma^2 \delta_r rr_{t-1} - \sigma^3 B \beta \delta_r rr_t - B \kappa^2 \delta_g g_t \beta - \tau \sigma^2 \delta_r rr_{t-1} + 2 \sigma^2 B \delta_\pi \pi_t \beta \kappa$$
$$+ \kappa \delta_g g_t \beta - \sigma^2 \beta \delta_r rr_t + \delta_y y_t \beta \sigma - \sigma \delta_r rr_{t-1} \kappa - \tau \kappa \delta_g g_t \beta + \sigma^2 B \delta_g g_t \beta + \sigma \beta \delta_r rr_t \kappa$$
$$+ 2 \sigma^2 B \beta \delta_r rr_t \kappa - B \kappa^2 \sigma \beta \delta_r rr_t + \tau \sigma^2 \beta \delta_r rr_t - \tau \sigma \beta \delta_r rr_t \kappa + 2 \sigma^2 B \delta_y y_t \beta - 2 B \kappa \delta_y y_t \beta \sigma$$
$$- \tau \delta_y y_t \beta \sigma - \sigma^3 B \delta_\pi \pi_t \beta - \sigma B \kappa^2 \delta_\pi \pi_t \beta - \sigma^2 B \delta_g g_{t-1} \beta + \sigma B \kappa \delta_g g_{t-1} \beta - \sigma^2 B \delta_y y_{t-1} \beta$$
$$+ \sigma B \kappa \delta_y y_{t-1} \beta + \tau \sigma \delta_r rr_{t-1} \kappa)\, \tau \big/ (-2 \tau \sigma + \sigma^3 B^2 + C \kappa - C \sigma + \tau^2 \sigma + \sigma - \sigma^2 \beta B + 2 \sigma^2 B$$
$$+ \sigma \beta B \kappa - 2 \sigma B \kappa - \sigma^3 B^2 \beta - \sigma^2 B C - 2 \sigma^2 B \tau - B \kappa^2 C + \tau C \sigma - \tau C \kappa - 2 \sigma^2 B^2 \kappa + \sigma B^2 \kappa^2$$
$$+ 2 \sigma^2 B^2 \beta \kappa + 2 \sigma B C \kappa - B^2 \kappa^2 \sigma \beta + 2 B \kappa \tau \sigma + \tau \sigma^2 \beta B - \tau \sigma \beta B \kappa))/(\beta B (\sigma - \kappa)) - C\,($$
$$\sigma^2 \delta_r rr_{t-1} - \sigma^3 B \beta \delta_r rr_t - B \kappa^2 \delta_g g_t \beta - \tau \sigma^2 \delta_r rr_{t-1} + 2 \sigma^2 B \delta_\pi \pi_t \beta \kappa + \kappa \delta_g g_t \beta - \sigma^2 \beta \delta_r rr_t$$
$$+ \delta_y y_t \beta \sigma - \sigma \delta_r rr_{t-1} \kappa - \tau \kappa \delta_g g_t \beta + \sigma^2 B \delta_g g_t \beta + \sigma \beta \delta_r rr_t \kappa + 2 \sigma^2 B \beta \delta_r rr_t \kappa - B \kappa^2 \sigma \beta \delta_r rr_t$$
$$+ \tau \sigma^2 \beta \delta_r rr_t - \tau \sigma \beta \delta_r rr_t \kappa + 2 \sigma^2 B \delta_y y_t \beta - 2 B \kappa \delta_y y_t \beta \sigma - \tau \delta_y y_t \beta \sigma - \sigma^3 B \delta_\pi \pi_t \beta$$
$$- \sigma B \kappa^2 \delta_\pi \pi_t \beta - \sigma^2 B \delta_g g_{t-1} \beta + \sigma B \kappa \delta_g g_{t-1} \beta - \sigma^2 B \delta_y y_{t-1} \beta + \sigma B \kappa \delta_y y_{t-1} \beta + \tau \sigma \delta_r rr_{t-1} \kappa$$
$$) \big/ (\beta\,(-2 \tau \sigma + \sigma^3 B^2 + C \kappa - C \sigma + \tau^2 \sigma + \sigma - \sigma^2 \beta B + 2 \sigma^2 B + \sigma \beta B \kappa - 2 \sigma B \kappa - \sigma^3 B^2 \beta$$
$$- \sigma^2 B C - 2 \sigma^2 B \tau - B \kappa^2 C + \tau C \sigma - \tau C \kappa - 2 \sigma^2 B^2 \kappa + \sigma B^2 \kappa^2 + 2 \sigma^2 B^2 \beta \kappa + 2 \sigma B C \kappa$$
$$- B^2 \kappa^2 \sigma \beta + 2 B \kappa \tau \sigma + \tau \sigma^2 \beta B - \tau \sigma \beta B \kappa)) = 0$$

```
> R0 := isolate(eq4 = 0, g[t] );
```

$$:= g_t = (-\sigma \delta_r rr_{t-1} + \sigma \delta_y y_{t-1} \beta B - \sigma \delta_r rr_{t-1} \beta B \kappa + B \delta_\pi \pi_t \beta \sigma^2 - B \delta_\pi \pi_t \beta \sigma \kappa + \delta_r rr_t \tau \sigma^2 \beta B$$
$$- \delta_r rr_t \tau \sigma \beta B \kappa - \delta_r rr_t B^2 \kappa^2 \sigma \beta + 2 \delta_r rr_t \sigma^2 B^2 \beta \kappa - B^2 \kappa \delta_y y_t \beta \sigma + \sigma^2 B^2 \delta_y y_t \beta - \delta_r rr_t \sigma^2 \beta B$$
$$+ \delta_r rr_t \sigma \beta B \kappa - \delta_r rr_t \sigma^3 B^2 \beta - \delta_r rr_{t-1} C \kappa + 2 \sigma \tau \delta_r rr_{t-1} + \sigma \delta_r rr_{t-1} C - \sigma \tau^2 \delta_r rr_{t-1}$$
$$- \delta_y y_t \beta B C \kappa - C B \kappa^2 \delta_\pi \pi_t \beta + C B \kappa \delta_g g_{t-1} \beta + C B \kappa \delta_y y_{t-1} \beta + C \tau \delta_r rr_{t-1} \kappa - \sigma^3 \beta^2 B^2 \delta_\pi \pi_t$$
$$+ \sigma^2 \delta_r rr_{t-1} \beta B - \sigma^2 \tau B \delta_\pi \pi_t \beta + 2 \sigma^2 \beta^2 B^2 \delta_\pi \pi_t \kappa - \sigma^2 \beta B \tau \delta_r rr_{t-1} - \sigma^2 C B \delta_\pi \pi_t \beta$$
$$+ \sigma^2 \delta_y y_t \beta^2 B^2 - \sigma^2 \beta^2 B^2 \delta_y y_{t-1} - \sigma^2 \beta^2 B^2 \delta_g g_{t-1} + \sigma \delta_g g_{t-1} \beta B - \sigma C \tau \delta_r rr_{t-1}$$
$$- \sigma \tau B \delta_g g_{t-1} \beta + \sigma \tau B \delta_\pi \pi_t \beta \kappa - \sigma \tau B \delta_y y_{t-1} \beta + \sigma \delta_y y_t \beta B C + \sigma \beta B \tau \delta_r rr_{t-1} \kappa$$
$$- \sigma \delta_y y_t \beta^2 B^2 \kappa - \sigma \beta^2 B^2 \kappa^2 \delta_\pi \pi_t + \sigma \beta^2 B^2 \kappa \delta_y y_{t-1} + \sigma \beta^2 B^2 \delta_g g_{t-1} \kappa + 2 \sigma C B \delta_\pi \pi_t \beta \kappa$$
$$- \sigma C B \delta_g g_{t-1} \beta - \sigma C B \delta_y y_{t-1} \beta + (-\delta_r rr_{t-1} + B\,(\sigma^2 \delta_r rr_{t-2} - \tau \kappa \delta_g g_{t-1} \beta + \beta y_{t-1} \delta_y \sigma$$
$$+ \sigma^2 B \delta_g g_{t-1} \beta - \beta y_{t-1} \delta_y \tau \sigma + 2 \sigma^2 B \delta_y y_{t-1} \beta - 2 \sigma B \kappa \delta_y y_{t-1} \beta - \tau \sigma^2 \delta_r rr_{t-2} + \kappa \delta_g g_{t-1} \beta$$

$$-\sigma^2\beta\delta_r rr_{t-1}-\sigma\delta_r rr_{t-2}\kappa-\delta_r rr_{t-1}\sigma^3\beta B+2\delta_r rr_{t-1}\sigma^2\beta B\kappa-\delta_r rr_{t-1}\kappa^2\sigma\beta B$$
$$-B\kappa^2\delta_g g_{t-1}\beta+2\sigma^2 B\delta_\pi \pi_{t-1}\beta\kappa+\sigma\beta\delta_r rr_{t-1}\kappa+\tau\sigma^2\beta\delta_r rr_{t-1}-\tau\sigma\beta\delta_r rr_{t-1}\kappa$$
$$-\sigma^3 B\delta_\pi \pi_{t-1}\beta-\sigma B\kappa^2\delta_\pi \pi_{t-1}\beta-\sigma^2 B\delta_g g_{t-2}\beta+\sigma B\kappa\delta_g g_{t-2}\beta-\sigma^2 B\delta_y y_{t-2}\beta$$
$$+\sigma B\kappa\delta_y y_{t-2}\beta+\tau\sigma\delta_r rr_{t-2}\kappa)\big/(-2\tau\sigma+\sigma^3B^2+C\kappa-C\sigma+\tau^2\sigma+\sigma-\sigma^2\beta B+2\sigma^2 B$$
$$+\sigma\beta B\kappa-2\sigma B\kappa-\sigma^3B^2\beta-\sigma^2BC-2\sigma^2B\tau-B\kappa^2C+\tau C\sigma-\tau C\kappa-2\sigma^2B^2\kappa+\sigma B^2\kappa^2$$
$$+2\sigma^2B^2\beta\kappa+2\sigma BC\kappa-B^2\kappa^2\sigma\beta+2B\kappa\tau\sigma+\tau\sigma^2\beta B-\tau\sigma\beta B\kappa))\,(2\tau\sigma-\sigma^3B^2-C\kappa$$
$$+C\sigma-\tau^2\sigma-\sigma+\sigma^2\beta B-2\sigma^2B-\sigma\beta B\kappa+2\sigma B\kappa+\sigma^3B^2\beta+\sigma^2BC+2\sigma^2B\tau+B\kappa^2C$$
$$-\tau C\sigma+\tau C\kappa+2\sigma^2B^2\kappa-\sigma B^2\kappa^2-2\sigma^2B^2\beta\kappa-2\sigma BC\kappa+B^2\kappa^2\sigma\beta-2B\kappa\tau\sigma-\tau\sigma^2\beta B$$
$$+\tau\sigma\beta B\kappa))\big/(B^2\kappa^2\delta_g\beta-B\kappa\delta_g\beta+B\tau\kappa\delta_g\beta+\delta_g\beta BC\kappa-\sigma^2\delta_g\beta^2B^2+\sigma\delta_g\beta B$$
$$-\sigma\tau B\delta_g\beta-\sigma\delta_g\beta B^2\kappa+\sigma\delta_g\beta^2B^2\kappa-\sigma\delta_g\beta BC)$$

```
> g[t] = simplify(g[t]);
```

$$g_t=(-2\sigma\delta_r rr_{t-1}+2\sigma\delta_y y_{t-1}\beta B-\beta g_{t-1}\delta_g+\delta_r rr_{t-1}\sigma B\kappa-\sigma\beta\delta_r rr_{t-1}-\sigma\tau\delta_r rr_{t-2}-\sigma\delta_\pi \pi_t\beta$$
$$+\sigma\beta\delta_r rr_t-\delta_r rr_{t-1}\sigma^2B+\sigma\delta_\pi\pi_t\beta C-\sigma\tau\beta\delta_r rr_t+\sigma B\delta_\pi\pi_{t-1}\beta\kappa+B\kappa\delta_g g_{t-1}\beta$$
$$-\sigma B\delta_g g_{t-2}\beta-\sigma B\delta_y y_{t-2}\beta-\sigma\delta_y y_t\beta B+\sigma\beta^2y_{t-1}\delta_y B+\sigma\tau\beta\delta_r rr_{t-1}+\sigma\delta_\pi\pi_t\beta\tau$$
$$+\sigma\beta^2g_{t-1}\delta_g B-\sigma\beta^2y_t\delta_y B-\sigma\delta_\pi\pi_t\beta^2B\kappa+\beta y_{t-1}\delta_y C+\beta g_{t-1}\delta_g C+\sigma^2\delta_\pi\pi_t\beta^2B$$
$$-\sigma^2B\delta_\pi\pi_{t-1}\beta+\sigma\delta_r rr_{t-2}+\delta_r rr_t\sigma^2\beta B-\delta_r rr_t\sigma\beta B\kappa-\delta_r rr_{t-1}C\kappa+2\sigma\tau\delta_r rr_{t-1}$$
$$+\sigma\delta_r rr_{t-1}C+\tau\delta_g g_{t-1}\beta-\beta y_t\delta_y C+\sigma\delta_g g_{t-1}\beta B-\delta_\pi\pi_t\beta C\kappa)\big/((\beta B\sigma-1+\tau+B\kappa+C)$$
$$\delta_g\beta)$$

```
> collect(%, pi[t]);
```

$$g_t=\frac{(\sigma^2\delta_\pi\beta^2B+\sigma\delta_\pi\beta C+\sigma\delta_\pi\beta\tau-\sigma\delta_\pi\beta-\sigma\delta_\pi\beta^2B\kappa-\delta_\pi\beta C\kappa)\,\pi_t}{(\beta B\sigma-1+\tau+B\kappa+C)\,\delta_g\beta}+(-2\sigma\delta_r rr_{t-1}$$
$$+2\sigma\delta_y y_{t-1}\beta B-\beta g_{t-1}\delta_g+\delta_r rr_{t-1}\sigma B\kappa-\sigma\beta\delta_r rr_{t-1}-\sigma\tau\delta_r rr_{t-2}+\sigma\beta\delta_r rr_t-\delta_r rr_{t-1}\sigma^2B$$
$$-\sigma\tau\beta\delta_r rr_t+\sigma B\delta_\pi\pi_{t-1}\beta\kappa+B\kappa\delta_g g_{t-1}\beta-\sigma B\delta_g g_{t-2}\beta-\sigma B\delta_y y_{t-2}\beta-\sigma\delta_y y_t\beta B$$
$$+\sigma\beta^2y_{t-1}\delta_y B+\sigma\tau\beta\delta_r rr_{t-1}+\sigma\beta^2g_{t-1}\delta_g B-\sigma\beta^2y_t\delta_y B+\beta y_{t-1}\delta_y C+\beta g_{t-1}\delta_g C$$
$$-\sigma^2B\delta_\pi\pi_{t-1}\beta+\sigma\delta_r rr_{t-2}+\delta_r rr_t\sigma^2\beta B-\delta_r rr_t\sigma\beta B\kappa-\delta_r rr_{t-1}C\kappa+2\sigma\tau\delta_r rr_{t-1}$$
$$+\sigma\delta_r rr_{t-1}C+\tau\delta_g g_{t-1}\beta-\beta y_t\delta_y C+\sigma\delta_g g_{t-1}\beta B)\big/((\beta B\sigma-1+\tau+B\kappa+C)\,\delta_g\beta)$$

```
> collect(%, y[t]);
```

$$g_t=\frac{(-\sigma\delta_y\beta B-\beta\delta_y C-\sigma\beta^2\delta_y B)\,y_t}{(\beta B\sigma-1+\tau+B\kappa+C)\,\delta_g\beta}$$
$$+\frac{(\sigma^2\delta_\pi\beta^2B+\sigma\delta_\pi\beta C+\sigma\delta_\pi\beta\tau-\sigma\delta_\pi\beta-\sigma\delta_\pi\beta^2B\kappa-\delta_\pi\beta C\kappa)\,\pi_t}{(\beta B\sigma-1+\tau+B\kappa+C)\,\delta_g\beta}+(-2\sigma\delta_r rr_{t-1}$$
$$+2\sigma\delta_y y_{t-1}\beta B-\beta g_{t-1}\delta_g+\delta_r rr_{t-1}\sigma B\kappa-\sigma\beta\delta_r rr_{t-1}-\sigma\tau\delta_r rr_{t-2}+\sigma\beta\delta_r rr_t-\delta_r rr_{t-1}\sigma^2B$$
$$-\sigma\tau\beta\delta_r rr_t+\sigma B\delta_\pi\pi_{t-1}\beta\kappa+B\kappa\delta_g g_{t-1}\beta-\sigma B\delta_g g_{t-2}\beta-\sigma B\delta_y y_{t-2}\beta+\sigma\beta^2y_{t-1}\delta_y B$$
$$+\sigma\tau\beta\delta_r rr_{t-1}+\sigma\beta^2g_{t-1}\delta_g B+\beta y_{t-1}\delta_y C+\beta g_{t-1}\delta_g C-\sigma^2B\delta_\pi\pi_{t-1}\beta+\sigma\delta_r rr_{t-2}$$
$$+\delta_r rr_t\sigma^2\beta B-\delta_r rr_t\sigma\beta B\kappa-\delta_r rr_{t-1}C\kappa+2\sigma\tau\delta_r rr_{t-1}+\sigma\delta_r rr_{t-1}C+\tau\delta_g g_{t-1}\beta$$
$$+\sigma\delta_g g_{t-1}\beta B)\big/((\beta B\sigma-1+\tau+B\kappa+C)\,\delta_g\beta)$$

```
> collect(%, rr[t]);
```

$$g_t=\frac{(-\sigma\tau\beta\delta_r+\sigma\beta\delta_r+\delta_r\sigma^2\beta B-\delta_r\sigma\beta B\kappa)\,rr_t}{(\beta B\sigma-1+\tau+B\kappa+C)\,\delta_g\beta}+\frac{(-\sigma\delta_y\beta B-\beta\delta_y C-\sigma\beta^2\delta_y B)\,y_t}{(\beta B\sigma-1+\tau+B\kappa+C)\,\delta_g\beta}$$
$$+\frac{(\sigma^2\delta_\pi\beta^2B+\sigma\delta_\pi\beta C+\sigma\delta_\pi\beta\tau-\sigma\delta_\pi\beta-\sigma\delta_\pi\beta^2B\kappa-\delta_\pi\beta C\kappa)\,\pi_t}{(\beta B\sigma-1+\tau+B\kappa+C)\,\delta_g\beta}+(-2\sigma\delta_r rr_{t-1}$$
$$+2\sigma\delta_y y_{t-1}\beta B-\beta g_{t-1}\delta_g+\delta_r rr_{t-1}\sigma B\kappa-\sigma\beta\delta_r rr_{t-1}-\sigma\tau\delta_r rr_{t-2}+\sigma\delta_r rr_{t-2}-\delta_r rr_{t-1}\sigma^2B$$
$$-\sigma B\delta_y y_{t-2}\beta+\sigma B\delta_\pi\pi_{t-1}\beta\kappa+B\kappa\delta_g g_{t-1}\beta-\sigma B\delta_g g_{t-2}\beta+\beta y_{t-1}\delta_y C+\sigma\beta^2y_{t-1}\delta_y B$$
$$+\sigma\tau\beta\delta_r rr_{t-1}+\sigma\beta^2g_{t-1}\delta_g B+\sigma\delta_r rr_{t-1}C+\beta g_{t-1}\delta_g C-\sigma^2B\delta_\pi\pi_{t-1}\beta+2\sigma\tau\delta_r rr_{t-1}$$
$$+\tau\delta_g g_{t-1}\beta-\delta_r rr_{t-1}C\kappa+\sigma\delta_g g_{t-1}\beta B)\big/((\beta B\sigma-1+\tau+B\kappa+C)\,\delta_g\beta)$$

```
> collect(%, pi[t-1]);
```

$$g_t=\frac{(-\sigma^2B\delta_\pi\beta+\sigma B\delta_\pi\beta\kappa)\,\pi_{t-1}}{(\beta B\sigma-1+\tau+B\kappa+C)\,\delta_g\beta}+\frac{(-\sigma\tau\beta\delta_r+\sigma\beta\delta_r+\delta_r\sigma^2\beta B-\delta_r\sigma\beta B\kappa)\,rr_t}{(\beta B\sigma-1+\tau+B\kappa+C)\,\delta_g\beta}$$
$$+\frac{(-\sigma\delta_y\beta B-\beta\delta_y C-\sigma\beta^2\delta_y B)\,y_t}{(\beta B\sigma-1+\tau+B\kappa+C)\,\delta_g\beta}$$
$$+\frac{(\sigma^2\delta_\pi\beta^2B+\sigma\delta_\pi\beta C+\sigma\delta_\pi\beta\tau-\sigma\delta_\pi\beta-\sigma\delta_\pi\beta^2B\kappa-\delta_\pi\beta C\kappa)\,\pi_t}{(\beta B\sigma-1+\tau+B\kappa+C)\,\delta_g\beta}+(-2\sigma\delta_r rr_{t-1}$$
$$+2\sigma\delta_y y_{t-1}\beta B-\beta g_{t-1}\delta_g+\delta_r rr_{t-1}\sigma B\kappa-\sigma\beta\delta_r rr_{t-1}-\sigma\tau\delta_r rr_{t-2}+\sigma\delta_r rr_{t-2}-\delta_r rr_{t-1}\sigma^2B$$
$$-\sigma B\delta_y y_{t-2}\beta+\sigma\delta_g g_{t-1}\beta B+B\kappa\delta_g g_{t-1}\beta-\sigma B\delta_g g_{t-2}\beta+\beta y_{t-1}\delta_y C+\sigma\beta^2y_{t-1}\delta_y B$$
$$+\sigma\tau\beta\delta_r rr_{t-1}+\sigma\beta^2g_{t-1}\delta_g B+\sigma\delta_r rr_{t-1}C+\beta g_{t-1}\delta_g C+2\sigma\tau\delta_r rr_{t-1}+\tau\delta_g g_{t-1}\beta$$
$$-\delta_r rr_{t-1}C\kappa)\big/((\beta B\sigma-1+\tau+B\kappa+C)\,\delta_g\beta)$$

```
> collect(%, y[t-1]);
```

$$g_t = \frac{(\sigma\,\beta^2\,\delta_y\,B + 2\,\sigma\,\delta_y\,\beta\,B + \beta\,\delta_y\,C)\,y_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} + \frac{(-\sigma^2\,B\,\delta_\pi\,\beta + \sigma\,B\,\delta_\pi\,\beta\,\kappa)\,\pi_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(-\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r + \sigma\,\beta\,\delta_r + \delta_r\,\sigma^2\,\beta\,B - \delta_r\,\sigma\,\beta\,B\,\kappa)\,\mathit{rr}_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} + \frac{(-\sigma\,\delta_y\,\beta\,B - \beta\,\delta_y\,C - \sigma\,\beta^2\,\delta_y\,B)\,y_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(\sigma^2\,\delta_\pi\,\beta^2\,B + \sigma\,\delta_\pi\,\beta\,C + \sigma\,\delta_\pi\,\beta\,\tau - \sigma\,\delta_\pi\,\beta - \sigma\,\delta_\pi\,\beta^2\,B\,\kappa - \delta_\pi\,\beta\,C\,\kappa)\,\pi_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} + (-2\,\sigma\,\delta_r\,\mathit{rr}_{t-1}$$
$$+ \sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r\,\mathit{rr}_{t-1} - \beta\,g_{t-1}\,\delta_g + \delta_r\,\mathit{rr}_{t-1}\,\sigma\,B\,\kappa - \sigma\,\beta\,\delta_r\,\mathit{rr}_{t-1} - \sigma\,\tau\,\delta_r\,\mathit{rr}_{t-2} + \sigma\,\delta_r\,\mathit{rr}_{t-2} - \delta_r\,\mathit{rr}_{t-1}\,\sigma^2\,B$$
$$- \sigma\,B\,\delta_y\,y_{t-2}\,\beta + \sigma\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,B + B\,\kappa\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta - \sigma\,B\,\delta_g\,g_{t-2}\,\beta + \sigma\,\delta_r\,\mathit{rr}_{t-1}\,C + \beta\,g_{t-1}\,\delta_g\,C$$
$$+ 2\,\sigma\,\tau\,\delta_r\,\mathit{rr}_{t-1} + \sigma\,\beta^2\,g_{t-1}\,\delta_g\,B - \delta_r\,\mathit{rr}_{t-1}\,C\,\kappa + \tau\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta) \Big/ ((\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta)$$

```
> collect(%, rr[t-1]);
```

$$g_t = \frac{(\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r + \delta_r\,\sigma\,B\,\kappa + \sigma\,\delta_r\,C - 2\,\sigma\,\delta_r + 2\,\sigma\,\tau\,\delta_r - \delta_r\,\sigma^2\,B - \delta_r\,C\,\kappa - \sigma\,\beta\,\delta_r)\,\mathit{rr}_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(\sigma\,\beta^2\,\delta_y\,B + 2\,\sigma\,\delta_y\,\beta\,B + \beta\,\delta_y\,C)\,y_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} + \frac{(-\sigma^2\,B\,\delta_\pi\,\beta + \sigma\,B\,\delta_\pi\,\beta\,\kappa)\,\pi_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(-\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r + \sigma\,\beta\,\delta_r + \delta_r\,\sigma^2\,\beta\,B - \delta_r\,\sigma\,\beta\,B\,\kappa)\,\mathit{rr}_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} + \frac{(-\sigma\,\delta_y\,\beta\,B - \beta\,\delta_y\,C - \sigma\,\beta^2\,\delta_y\,B)\,y_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(\sigma^2\,\delta_\pi\,\beta^2\,B + \sigma\,\delta_\pi\,\beta\,C + \sigma\,\delta_\pi\,\beta\,\tau - \sigma\,\delta_\pi\,\beta - \sigma\,\delta_\pi\,\beta^2\,B\,\kappa - \delta_\pi\,\beta\,C\,\kappa)\,\pi_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} + (\beta\,g_{t-1}\,\delta_g\,C$$
$$- \sigma\,\tau\,\delta_r\,\mathit{rr}_{t-2} - \beta\,g_{t-1}\,\delta_g - \sigma\,B\,\delta_g\,g_{t-2}\,\beta + \tau\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta + \sigma\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta\,B + \sigma\,\delta_r\,\mathit{rr}_{t-2} + \sigma\,\beta^2\,g_{t-1}\,\delta_g\,B$$
$$- \sigma\,B\,\delta_y\,y_{t-2}\,\beta + B\,\kappa\,\delta_g\,g_{t-1}\,\beta) \Big/ ((\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta)$$

```
> collect(%, g[t-1]);
```

$$g_t = \frac{(\beta\,\delta_g\,C + \sigma\,\delta_g\,\beta\,B - \beta\,\delta_g + \sigma\,\beta^2\,\delta_g\,B + \tau\,\delta_g\,\beta + B\,\kappa\,\delta_g\,\beta)\,g_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r + \delta_r\,\sigma\,B\,\kappa + \sigma\,\delta_r\,C - 2\,\sigma\,\delta_r + 2\,\sigma\,\tau\,\delta_r - \delta_r\,\sigma^2\,B - \delta_r\,C\,\kappa - \sigma\,\beta\,\delta_r)\,\mathit{rr}_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(\sigma\,\beta^2\,\delta_y\,B + 2\,\sigma\,\delta_y\,\beta\,B + \beta\,\delta_y\,C)\,y_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} + \frac{(-\sigma^2\,B\,\delta_\pi\,\beta + \sigma\,B\,\delta_\pi\,\beta\,\kappa)\,\pi_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(-\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r + \sigma\,\beta\,\delta_r + \delta_r\,\sigma^2\,\beta\,B - \delta_r\,\sigma\,\beta\,B\,\kappa)\,\mathit{rr}_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} + \frac{(-\sigma\,\delta_y\,\beta\,B - \beta\,\delta_y\,C - \sigma\,\beta^2\,\delta_y\,B)\,y_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(\sigma^2\,\delta_\pi\,\beta^2\,B + \sigma\,\delta_\pi\,\beta\,C + \sigma\,\delta_\pi\,\beta\,\tau - \sigma\,\delta_\pi\,\beta - \sigma\,\delta_\pi\,\beta^2\,B\,\kappa - \delta_\pi\,\beta\,C\,\kappa)\,\pi_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{-\sigma\,B\,\delta_y\,y_{t-2}\,\beta - \sigma\,\tau\,\delta_r\,\mathit{rr}_{t-2} + \sigma\,\delta_r\,\mathit{rr}_{t-2} - \sigma\,B\,\delta_g\,g_{t-2}\,\beta}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$

```
> collect(%, y[t-2]);
```

$$g_t = -\frac{\sigma\,\delta_y\,B\,y_{t-2}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g} + \frac{(\beta\,\delta_g\,C + \sigma\,\delta_g\,\beta\,B - \beta\,\delta_g + \sigma\,\beta^2\,\delta_g\,B + \tau\,\delta_g\,\beta + B\,\kappa\,\delta_g\,\beta)\,g_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r + \delta_r\,\sigma\,B\,\kappa + \sigma\,\delta_r\,C - 2\,\sigma\,\delta_r + 2\,\sigma\,\tau\,\delta_r - \delta_r\,\sigma^2\,B - \delta_r\,C\,\kappa - \sigma\,\beta\,\delta_r)\,\mathit{rr}_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(\sigma\,\beta^2\,\delta_y\,B + 2\,\sigma\,\delta_y\,\beta\,B + \beta\,\delta_y\,C)\,y_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} + \frac{(-\sigma^2\,B\,\delta_\pi\,\beta + \sigma\,B\,\delta_\pi\,\beta\,\kappa)\,\pi_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(-\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r + \sigma\,\beta\,\delta_r + \delta_r\,\sigma^2\,\beta\,B - \delta_r\,\sigma\,\beta\,B\,\kappa)\,\mathit{rr}_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} + \frac{(-\sigma\,\delta_y\,\beta\,B - \beta\,\delta_y\,C - \sigma\,\beta^2\,\delta_y\,B)\,y_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(\sigma^2\,\delta_\pi\,\beta^2\,B + \sigma\,\delta_\pi\,\beta\,C + \sigma\,\delta_\pi\,\beta\,\tau - \sigma\,\delta_\pi\,\beta - \sigma\,\delta_\pi\,\beta^2\,B\,\kappa - \delta_\pi\,\beta\,C\,\kappa)\,\pi_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{-\sigma\,\tau\,\delta_r\,\mathit{rr}_{t-2} + \sigma\,\delta_r\,\mathit{rr}_{t-2} - \sigma\,B\,\delta_g\,g_{t-2}\,\beta}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$

```
> collect(%, rr[t-2]);
```

$$g_t = \frac{(-\sigma\,\tau\,\delta_r + \sigma\,\delta_r)\, rr_{t-2}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} - \frac{\sigma\,\delta_y\,B\,y_{t-2}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g}$$
$$+ \frac{(\beta\,\delta_g\,C + \sigma\,\delta_g\,\beta\,B - \beta\,\delta_g + \sigma\,\beta^2\,\delta_g\,B + \tau\,\delta_g\,\beta + B\,\kappa\,\delta_g\,\beta)\,g_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r + \delta_r\,\sigma\,B\,\kappa + \sigma\,\delta_r\,C - 2\,\sigma\,\delta_r + 2\,\sigma\,\tau\,\delta_r - \delta_r\,\sigma^2\,B - \delta_r\,C\,\kappa - \sigma\,\beta\,\delta_r)\,rr_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(\sigma\,\beta^2\,\delta_y\,B + 2\,\sigma\,\delta_y\,\beta\,B + \beta\,\delta_y\,C)\,y_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} + \frac{(-\sigma^2\,B\,\delta_\pi\,\beta + \sigma\,B\,\delta_\pi\,\beta\,\kappa)\,\pi_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(-\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r + \sigma\,\beta\,\delta_r + \delta_r\,\sigma^2\,\beta\,B - \delta_r\,\sigma\,\beta\,B\,\kappa)\,rr_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} + \frac{(-\sigma\,\delta_y\,\beta\,B - \beta\,\delta_y\,C - \sigma\,\beta^2\,\delta_y\,B)\,y_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(\sigma^2\,\delta_\pi\,\beta^2\,B + \sigma\,\delta_\pi\,\beta\,C + \sigma\,\delta_\pi\,\beta\,\tau - \sigma\,\delta_\pi\,\beta - \sigma\,\delta_\pi\,\beta^2\,B\,\kappa - \delta_\pi\,\beta\,C\,\kappa)\,\pi_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} - \frac{\sigma\,B\,g_{t-2}}{\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C}$$

```
> collect(%, g[t-2]);
```

$$g_t = \frac{(-\sigma\,\tau\,\delta_r + \sigma\,\delta_r)\, rr_{t-2}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} - \frac{\sigma\,\delta_y\,B\,y_{t-2}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g}$$
$$+ \frac{(\beta\,\delta_g\,C + \sigma\,\delta_g\,\beta\,B - \beta\,\delta_g + \sigma\,\beta^2\,\delta_g\,B + \tau\,\delta_g\,\beta + B\,\kappa\,\delta_g\,\beta)\,g_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r + \delta_r\,\sigma\,B\,\kappa + \sigma\,\delta_r\,C - 2\,\sigma\,\delta_r + 2\,\sigma\,\tau\,\delta_r - \delta_r\,\sigma^2\,B - \delta_r\,C\,\kappa - \sigma\,\beta\,\delta_r)\,rr_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(\sigma\,\beta^2\,\delta_y\,B + 2\,\sigma\,\delta_y\,\beta\,B + \beta\,\delta_y\,C)\,y_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} + \frac{(-\sigma^2\,B\,\delta_\pi\,\beta + \sigma\,B\,\delta_\pi\,\beta\,\kappa)\,\pi_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(-\sigma\,\tau\,\beta\,\delta_r + \sigma\,\beta\,\delta_r + \delta_r\,\sigma^2\,\beta\,B - \delta_r\,\sigma\,\beta\,B\,\kappa)\,rr_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} + \frac{(-\sigma\,\delta_y\,\beta\,B - \beta\,\delta_y\,C - \sigma\,\beta^2\,\delta_y\,B)\,y_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta}$$
$$+ \frac{(\sigma^2\,\delta_\pi\,\beta^2\,B + \sigma\,\delta_\pi\,\beta\,C + \sigma\,\delta_\pi\,\beta\,\tau - \sigma\,\delta_\pi\,\beta - \sigma\,\delta_\pi\,\beta^2\,B\,\kappa - \delta_\pi\,\beta\,C\,\kappa)\,\pi_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} - \frac{\sigma\,B\,g_{t-2}}{\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C}$$

```
> g[t] := -simplify((delta[r]*tau*sigma-
delta[r]*sigma)/(beta*B*sigma+B*kappa-1+C+tau)/delta[g]/beta*rr[t-
2])-simplify(B*delta[y]*sigma/(beta*B*sigma+B*kappa-
1+C+tau)/delta[g]*y[t-2])-simplify((-beta*delta[g]*C-
sigma*beta^2*delta[g]*B+beta*delta[g]-tau*delta[g]*beta-
sigma*delta[g]*beta*B-
B*kappa*delta[g]*beta)/(beta*B*sigma+B*kappa-
1+C+tau)/delta[g]/beta*g[t-1])-simplify((-
2*delta[r]*tau*sigma+delta[r]*sigma^2*B+2*delta[r]*sigma-
sigma*tau*beta*delta[r]-
delta[r]*sigma*B*kappa+sigma*beta*delta[r]-
delta[r]*C*sigma+delta[r]*C*kappa)/(beta*B*sigma+B*kappa-
1+C+tau)/delta[g]/beta*rr[t-1])-simplify((-
sigma*beta^2*delta[y]*B-beta*delta[y]*C-
2*B*delta[y]*beta*sigma)/(beta*B*sigma+B*kappa-
1+C+tau)/delta[g]/beta*y[t-1])-simplify((-
sigma*B*delta[pi]*beta*kappa+sigma^2*B*delta[pi]*beta)/(beta*B*sig
ma+B*kappa-1+C+tau)/delta[g]/beta*pi[t-1])-simplify((-
sigma*beta*delta[r]-
delta[r]*sigma^2*beta*B+sigma*tau*beta*delta[r]+delta[r]*sigma*bet
a*B*kappa)/(beta*B*sigma+B*kappa-1+C+tau)/delta[g]/beta*rr[t])-
simplify((sigma*beta^2*delta[y]*B+B*delta[y]*beta*sigma+beta*delta
[y]*C)/(beta*B*sigma+B*kappa-1+C+tau)/delta[g]/beta*y[t])-
simplify((sigma*delta[pi]*beta*delta[pi]*beta*C*kappa-
sigma^2*delta[pi]*beta^2*B-sigma*delta[pi]*beta*tau-
sigma*delta[pi]*beta*C+sigma*delta[pi]*beta^2*B*kappa)/(beta*B*sig
ma+B*kappa-1+C+tau)/delta[g]/beta*pi[t])-simplify(sigma*B*g[t-
2]/(beta*B*sigma+B*kappa-1+C+tau));
```

$$g_t := -\frac{\sigma\,\delta_r\,(-1+\tau)\,rr_{t-2}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} - \frac{\sigma\,\delta_y\,B\,y_{t-2}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g}$$
$$+ \frac{(C + \beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\sigma + B\,\kappa)\,g_{t-1}}{\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C}$$
$$+ \frac{\delta_r\,(2\,\tau\,\sigma - \sigma^2\,B - 2\,\sigma + \sigma\,\tau\,\beta + \sigma\,B\,\kappa - \beta\,\sigma + C\,\sigma - C\,\kappa)\,rr_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g\,\beta} + \frac{\delta_y\,(\beta\,B\,\sigma + C + 2\,B\,\sigma)\,y_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g}$$
$$- \frac{\sigma\,B\,\delta_\pi\,(\sigma - \kappa)\,\pi_{t-1}}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g} + \frac{\sigma\,\delta_r\,(1 + B\,\sigma - \tau - B\,\kappa)\,rr_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g} - \frac{\delta_y\,(\beta\,B\,\sigma + B\,\sigma + C)\,y_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g}$$
$$+ \frac{\delta_\pi\,(-\sigma - C\,\kappa + \sigma^2\,\beta\,B + \tau\,\sigma + C\,\sigma - \sigma\,\beta\,B\,\kappa)\,\pi_t}{(\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C)\,\delta_g} - \frac{\sigma\,B\,g_{t-2}}{\beta\,B\,\sigma - 1 + \tau + B\,\kappa + C}$$

```
> Burada rr[t] tanım gereği aşağıdaki gibidir;
```

$$rr_t = r_t - rs$$

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER
Adı ve Soyadı: Metin TETİK
Doğum Tarihi: 08.04.1986
Medeni Durumu: Evli
Yabancı Dil: İngilizce
E-posta: metin.tetik@usak.edu.tr

EĞİTİM
Lise: Fethiye Lisesi, 2000-2003
Lisans: Pamukkale Üniversitesi, İİBF, İktisat Bölümü 2005-2009
Yüksek Lisans: Pamukkale Üniversitesi, SBE, İktisat ABD, 2009-2011
Doktora: Pamukkale Üniversitesi, SBE, İktisat ABD, 2012-2017

İŞ DENEYİMİ
Öğrenci Asistanı, Pamukkale Üniversitesi, İİBF İktisat Bölümü, 2011- 2012
Öğretim Görevlisi, Uşak Üniversitesi, UBYO, Uluslararası Lojistik ve Taşımacılık Bölümü 2013-

YAYINLAR

1. TETİK, M, and CEYLAN, R. (2017). Prisoner Dilemma Between Policy Makers: Evidence From Turkey. BizInfo (Blace) Journal of Economics, Management and Informatics, 8(2).(in printing).

2. TETİK METİN, ÖZEN ERCAN (2016). Overreaction Hypothesis and Reaction of Borsa Istanbul to Dow Jones. Business and Economic Research, 6(2), 412, Doi: 10.5296/ber.v6i2.10353 (Yayın No: 3027285).

3. TETİK METİN, CEYLAN REŞAT (2016). Investigation of Interaction Between Monetary and Fiscal Policy in Turkey SVAR Approach. Journal of Multidisciplinary Developments, 1(1), 113-121. (Yayın No: 3027761).

4. TETIK METIN, CEYLAN RESAT (2015). Analysis of the Effect of Interest Rate Corridor Strategy on Common Stock and Exchange Rate. Business and Economics Research Journal, 6(4), 55-69.

5. ÖZEN ERCAN, TETIK METIN (2014). The Effect of Inflation and Interest Rate on Turkish Banking System's Incomes. International Journal of Economic Perspectives(4).

6. TETIK METİN, IVRENDI MEHMET (2013). Para Politikası Beklentilerinin Finansal Yatırım Araçları Üzerindeki Etkileri: Türkiye Örnegi. Iktisat Isletme ve Finans, 28(333), 107-136., Doi: 10.3848/iif.2013.333.3890.