

T.C.  
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM  
DALI

FOTONİK KRİSTALLERDE DEJENERE MOD UYARIMI İLE  
TEK/ÇİFT BANT FİLTRE TASARIMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ERDEM TOKABAŞ

DENİZLİ, EKİM - 2019

T.C.  
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM  
DALI



FOTONİK KRİSTALLERDE DEJENERE MOD UYARIMI İLE  
TEK/ÇİFT BANT FİLTRE TASARIMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ERDEM TOKABAŞ

DENİZLİ, EKİM - 2019

## KABUL VE ONAY SAYFASI

Erdem TOKABAŞ tarafından hazırlanan “**FOTONİK KRİSTALLERDE DEJENERE MOD UYARIMI İLE TEK/ÇİFT BANT FİLTRE TASARIMI**” adlı tez çalışmasının savunma sınavı 07.10.2019 tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen juri tarafından oy birliği / oyu eşdeğeri ile Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Danışman

Dr. Öğr. Üyesi Özgür Önder KARAKILINÇ

Üye

Prof. Dr. Ceyhun KARPUZ

Üye

Doç. Dr. Ali Kürşad GÖRÜR

Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun  
06/11/2019 tarih ve ... 44/10 sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Uğur YÜCEL

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

**Bu tezin tasarımlı, hazırlanması, yürütülmesi, araştırmalarının yapılması ve bulgularının analizlerinde bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini; bu çalışmanın doğrudan birincil ürünü olmayan bulguların, verilerin ve materyallerin bilimsel etiğe uygun olarak kaynak gösterildiğini ve alıntı yapılan çalışmalarla atfedildiğine beyan ederim.**



Erdem TOKABAS

## ÖZET

**FOTONİK KRİSTALLERDE DEJENERE MOD UYARIMI İLE TEK/ÇİFT  
BANT FİLTRE TASARIMI**

**YÜKSEK LISANS TEZİ  
ERDEM TOKABAŞ**

**PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**(TEZ DANIŞMANI:DR. ÖĞR. ÜYESİ Ö. ÖNDER KARAKILINÇ)**

**DENİZLİ, EKIM - 2019**

Bu tezde, Fotonik Kristaller(FK) kullanılarak çift mod çift bant filtre özelliği gösteren yapı tasarlanmıştır. Farklı konfigürasyonlar için transmisyon grafikleri elde edilmiştir. Öncelikle,  $0,6a$  değerinde kaviti çubuğu kullanılarak dejenere modlar elde edilmiştir. Dejenere modlar elde edildikten sonra  $90^\circ$  bükülmüş yapıda perturbasyon kullanılarak mod ayrışımı sağlanmıştır. Daha sonra iki tane  $90^\circ$  bükülmüş yapının ard arda bağlanmış halinde ise iki kaviti çubuğu arasındaki uzaklık değiştirilerek yapı pertürbe edilmiş böylelikle perturbasyon çubukları kullanılarak herhangi bir değişim göstermeyen frekans bölgesinde mod ayrışımı oluşturulabilmiştir. Yapının karakteristiklerinin analizi için Düzlem Dalga Yöntemi ve Zamanda Sonlu Farklar Yöntemi kullanılmıştır. Önerilen yapılar tüm optik haberleşme uygulamalarında etkili bir biçimde kullanılabilme özelliğindedir.

**ANAHTAR KELİMELER:** Fotonik Kristal, Dejenere Mod, Filtre, Çift Mod, Çift Bant

## **ABSTRACT**

### **SINGLE/DUAL BAND FILTER DESIGN WITH DEGENERATED MODE EXCITATION IN PHOTONIC CRYSTALS**

**MSC THESIS**

**ERDEM TOKABAŞ**

**PAMUKKALE UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE  
ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERING**

**(SUPERVISOR:ASSIST. PROF. DR. Ö. ÖNDER KARAKILINÇ)**

**DENİZLİ, OCTOBER 2019**

In this thesis, a dual-mode dual band filter using Photonic Crystals(PCs) is designed. Transmission graphs were obtained for different configurations. First, degenerate modes were obtained using a cavity rod of  $0,6a$ . After degenerate modes were obtained, on the  $90^\circ$  bend structure mode split was achieved by using perturbation. If the two  $90^\circ$  bend structure are placed one after another, the distance between the two cavity rods is changed and the structure is perturbed so that mode split can be formed in the frequency region which does not show any change by using perturbation rods. Plane Wave Method and Finite Difference Time Domain Method were used to analyze the characteristics of the structure. The proposed structures can be used effectively in all optical communication applications.

**KEYWORDS:** Photonic Crystal, Degenerate Mode, Filter, Dual Mode, Dual Band

# İÇİNDEKİLER

|  | <u>Sayfa</u> |
|--|--------------|
| ÖZET .....   | i            |
| ABSTRACT.....  | ii           |
| İÇİNDEKİLER .....  | iii          |
| ŞEKİL LİSTESİ.....   | v            |
| TABLO LİSTESİ.....   | viii         |
| SEMBOL LİSTESİ.....  | ix           |
| KISALTMALAR LİSTESİ.....   | x            |
| ÖNSÖZ .....  | xi           |
| <b>1. GİRİŞ .....</b>  | <b>1</b>     |
| 1.1    Tezin Kapsamı .....   | 1            |
| 1.2    Literatür Özeti .....   | 2            |
| <b>2. FOTONİK KRİSTALLER.....</b>  | <b>9</b>     |
| 2.1    Fotonik Kristallerin Genel Özellikleri .....  | 9            |
| 2.2    Bir Boyutlu Fotonik Kristaller .....  | 10           |
| 2.2.1    Fotonik Bant Aralıklarının Fiziksel Kaynağı .....                                 | 11           |
| 2.3    İki Boyutlu Fotonik Kristaller .....  | 13           |
| 2.3.1    Dielektrik Ortamların Kare Örgüsü .....   | 15           |
| 2.3.2    Dielektrik Damarlı Örgü.....  | 18           |
| 2.3.3    Tüm Kutuplanmalar İçin Tam Bant Aralığı .....                                     | 20           |
| 2.4    Nokta Kusurlarla Işığın Yerelleştirilmesi .....                                     | 21           |
| 2.5    Çizgisel Kusurlar ve Dalga Kılavuzları .....  | 22           |
| 2.6    Fotonik Kristal Kavitiler .....   | 24           |
| <b>3. YÖNTEM.....</b>  | <b>25</b>    |
| 3.1    Maxwell Denklemleri.....  | 25           |
| 3.2    Maxwell Denklemleri ve Öz Değer Problemi.....                                       | 27           |
| 3.3    İki Boyutlu Yapılar İçin Düzlem Dalga Açılımı Yöntemi(PWEM) ..                      | 30           |
| 3.4    İki Boyutlu Yapılar İçin Sonlu Farklar Zaman Yöntemi(FDTD) ..                       | 31           |
| 3.5    Optik Kaviti-Dalga Kılavuzu Yapılarındaki Birleşik Mod Teorisi....                  | 33           |
| 3.5.1    Modların Tanımlanması .....   | 33           |
| 3.5.1.1    Dalga Kılavuzu Modları .....  | 34           |
| 3.5.1.2    Kaviti Modları.....   | 35           |
| 3.5.2    Birleşik Mod Teorisi Denklemlerinin Türetilmesi .....                             | 36           |
| 3.5.2.1    Kaviti Modları İle Dalga Kılavuzu Modlarının Birleşimi ..                       | 36           |
| 3.5.2.2    Kavitiden İletim ve Yansıma .....   | 38           |
| 3.5.2.3    Birleşik Mod Teorisi Denklemleri.....   | 39           |
| 3.6    Bir Modun Dejenere Olup Olmadığının Tespiti .....                                   | 41           |
| 3.6.1    C <sub>6v</sub> Simetrisi için Fotonik Kristal Kavitelerinin Simetri Bağıntıları. | 41           |
| 3.6.1.1    Dipol benzeri modlar .....  | 42           |
| 3.6.1.2    Kuadropol benzeri modlar .....  | 43           |
| 3.6.1.3    Dejenere olmayan modlar.....  | 44           |
| 3.6.2    C <sub>4v</sub> Simetrisi İçin Fotonik Kristal Kavitelerinin Simetri Bağıntıları  | 45           |
| 3.6.2.1    Dipol benzeri modlar .....  | 45           |
| 3.6.2.2    Dejenere Olmayan modlar .....   | 45           |
| <b>4. BULGULAR .....</b>   | <b>46</b>    |
| 4.1    Tasarlanan Yapı 1 .....   | 47           |

|           |                                       |           |
|-----------|---------------------------------------|-----------|
| 4.1.1     | Çift Bant Filtre Karakteristiği ..... | 50        |
| 4.2       | Tasarlanan Yapı 2 .....               | 59        |
| 4.2.1     | Çift Bant Filtre Karakteristiği ..... | 60        |
| <b>5.</b> | <b>TARTIŞMA .....</b>                 | <b>72</b> |
| <b>6.</b> | <b>SONUÇ ve ÖNERİLER.....</b>         | <b>73</b> |
| <b>7.</b> | <b>KAYNAKLAR .....</b>                | <b>74</b> |
| <b>8.</b> | <b>ÖZGEÇMİŞ.....</b>                  | <b>76</b> |

## SEKİL LİSTESİ

|  | <u>Sayfa</u> |
|--|--------------|
| Şekil 1.1: Altıgensel şekilde hava boşlukları oluşturulmuş yapı.....   | 5            |
| Şekil 1.2: Pertürbe etme biçimİ.....   | 5            |
| Şekil 1.3: Mod ayrışımı.....   | 5            |
| Şekil 1.4: Altıgensel şekilde hava boşlukları oluşturulmuş yapı.....   | 6            |
| Şekil 1.5: Pertürbe etme biçimİ.....   | 6            |
| Şekil 1.6: Mod ayrışım grafiği.....  | 6            |
| Şekil 1.7: İki boyutlu fotonik kristal yapısı.....   | 7            |
| Şekil 1.8: Mod resimleri.....  | 7            |
| Şekil 1.9: Artan perturbasyon yarıçapı değerlerine göre mod ayrışımı.....  | 8            |
| Şekil 1.10: Mod ayrışımı.....  | 8            |
| Şekil 2.1: Bir, iki ve üç boyutlu fotonik kristaller.....  | 10           |
| Şekil 2.2: Çok tabakalı film. Mavi ve yeşil alanlar farklı dielektrik sabitine sahip Tabakaları, <i>a</i> ise periyodu göstermektedir. Her üç yönde de yapı sonsuzuzunluktadır.....  | 10           |
| Şekil 2.3: Üç farklı çok tabakalı filmin eksen üzeri için hesaplanan fotonik bant yapıları. Üç durumda da tabakaların genişliği $0,5a$ 'dır. a) Her bir tabakanın dielektrik sabiti 13'tür. b) Dielektrik sabitleri 13 ve 12 olan malzemeler periyodik olarak dizilmiştir. c) Dielektrik sabitleri 13 ve 1 olan malzemeler periyodik olarak dizilmiştir..... | 11           |
| Şekil 2.4: Şekil 2.3'ün ortadaki grafiğinin en düşük bant aralığıyla ilişkili modların şeması. a) Bant 1'in elektrik alanı. b) Bant 2'nin elektrik alanı c) Bant 1'in yerel enerjisi. d) Bant 2'nin yerel enerjisi. Çok tabakalı film şekillerinde koyu bölge yüksek dielektrik sabitine sahip bölgeyi gösterir.....   | 12           |
| Şekil 2.5: İki boyutlu bir fotonik kristal. Yarıçapı $r$ , dielektrik sabiti $\epsilon$ olan sütunların kare şeklinde dizilişiyle meydana gelmiştir. Yapı xy düzleminde $a$ kafes sabiti ile periyodik, z doğrultusunda ise homojendir. Soldaki küçük şekil yapının kare kafes olduğunu gösterir.....  | 13           |
| Şekil 2.6: Dielektrik kare örgünün fotonik bant yapısı. Mavi çizgiler TM modunu, kırmızı çizgiler TE modunu temsil etmektedir. Soldaki küçük şekil Brillouin bölgesini, bu şekildeki mavi boyalı alan ise indirgenemez Brillouin bölgelerini göstermektedir. Sağdaki küçük şekil ise dielektrik bölgelerinin enine kesitgörünüşünü göstermektedir.....       | 15           |
| Şekil 2.7: Kare örgünün TM kutuplanma durumundaki deplasman alanları. Renkli bölgeler deplasman alanının genlik noktalarını gösterir $\Gamma$ , X ve M noktalarındaki modlar görülmektedir. Her durumda dielektrik bandı solda, hava bandı sağdadır.....   | 16           |
| Şekil 2.8: Kare örgünün X noktasında TE kutuplanma durumundaki manyetik alanı. Sütunların pozisyonları kesikli yeşil çizgilerle gösterilmiştir. Renkli alanlar genlik noktalarını gösterir. Dielektrik bandı solda, hava bandı sağdadır.....   | 17           |
| Şekil 2.9: Dielektrik damarlı örgünün en düşük modlarının bant yapıları. Mavi çizgiler TM, kırmızı çizgiler TE modlarını göstermektedir. Soldaki küçük şekil, indirgenemez Brillouin bölgesinin simetri noktalarını göstermektedir. Sağdaki küçük şekil ise dielektrik bölgelerinin enine kesit görünümünü göstermektedir..                                  | 18           |
| Şekil 2.10: Dielektrik damarlı örgünün X noktasındaki TM modlarının deplasman alanı. Renkli bölgeler deplasman alanının genlik noktalarını göstermektedir. Dielektrik bant solda, hava bandı sağdadır.....   | 19           |

|   |    |
|---|----|
| Şekil 2.11: Dielektrik damarlı örgünün X noktasındaki TE modlarının manyetik alanı. Kesikli yeşil çizgiler damarları, renkli bölgeler ise manyetik alanın genlik noktalarını göstermektedir. Dielektrik bandı solda, hava bandı sağdadır.....   | 19 |
| Şekil 2.12: Üçgen şeklinde dizilmiş dielektrik sütunlardan oluşan yapının modlarının bant yapıları. Mavi çizgiler TM, kırmızı çizgiler TE modlarını göstermektedir. Soldaki küçük şekil, indirgenemez brillouin bölgesinin köşelerinde oluşan yüksek simetri noktalarını göstermektedir. Burada tam fotonik bant aralığı oluşmuştur.....  | 20 |
| Şekil 2.13: Dielektrik bir tabanda hava boşlukları delinerek oluşturulmuş iki boyutlu bir fotonik kristal (Yapı z doğrultusunda sonsuz uzunluktadır). Sütunlar $\epsilon_r = 1$ dielektrik sabitine ve $r$ yarıçapına sahiptir. Solda üçgen kafesin üstten görünümü gösterilmektedir.....   | 21 |
| Şekil 2.14: Üçgen kafesteki spotlar ve damarlar. Üç sütun arasındaki spot, iki sütun arasındaki damardır.....   | 21 |
| Şekil 2.15: Nokta, çizgi ve yüzey kusurun nasıl oluşturulabileceğine dair bir örnek.....  | 22 |
| Şekil 2.16: Çizgi kusur ile oluşturulmuş kılavuzlanmış modun elektrik alan deseni.....  | 23 |
| Şekil 2.17: Tek bir satır kaldırılarak oluşturulan kılavuzlanmış modların bant yapısı. Mavi bölgeler uzanımlı durumları, sarı bölge bant aralığını, kırmızı çizgi ise kusur modunu göstermektedir.....  | 23 |
| Şekil 3.1: Dalga Kılavuzuna kaviti eklenmiş yapı.....   | 36 |
| Şekil 3.2: Çeşitli rezonans modları.....  | 41 |
| Şekil 3.3: Dipol benzeri modların ortagonal durumları. Tek ok dipol benzeri modun ancak $360^\circ$ döndürme uygulandığında aynı geometrik şeke sahip olacağını ifade eder.....   | 42 |
| Şekil 3.4: Kuadropol benzeri modların ortagonal durumları. Çift ok kuadropol benzeri modların ancak $180^\circ$ döndürme uygulandığında aynı geometrik şeke sahip olacağını ifade eder.....   | 43 |
| Şekil 4.1: Çizgi kusur dalga kılavuzlu kare fotonik kristal dalga TM bant yapısı ve mod yayılım grafiği.(Meep'e göre TE).....   | 47 |
| Şekil 4.2: a) İki boyutlu fotonik kristal yapısı(1. Yapı) b) Fotonik kristal yapısının üç boyutlu hali.....   | 48 |
| Şekil 4.3: Çift mod çift bant mikrokaviti.....  | 48 |
| Şekil 4.4: Perturbasyonsuz durum solda, perturbasyon eklenmiş hal sağda gösterilmiştir. a) 0,390 normalize frekansında altigen dejener modu oluşmuştur. b) 0,427 normalize frekansında dipol dejener modu oluşmuştur. c) 0,332 normalize frekans değerinde monopol dejener olmayan modu oluşmuştur. d) 0,317 normalize frekans değerinde kuadropol dejener olmayan modu oluşmuştur..... | 49 |
| Şekil 4.5: Herhangi bir perturbasyon eklenmediği durumda iletim-yansıma grafiği.....  | 51 |
| Şekil 4.6: $rp1=rp2=0,03a$ olduğu durumdaki iletim-yansıma grafiği.....   | 51 |
| Şekil 4.7: $rp1=rp2=0,035a$ olduğu durumdaki iletim-yansıma grafiği.....  | 52 |
| Şekil 4.8: $rp1=rp2=0,05a$ olduğu durumdaki iletim-yansıma grafiği.....   | 52 |
| Şekil 4.9: $rp1=rp2=0,055a$ olduğu durumdaki iletim-yansıma grafiği.....  | 53 |
| Şekil 4.10: $rp1=rp2=0,07a$ olduğu durumdaki iletim-yansıma grafiği.....  | 53 |
| Şekil 4.11: Herhangi bir perturbasyon eklenmediği durumda iletim-yansıma grafiği.....   | 54 |
| Şekil 4.12: $rp1=rp2=0,03a$ olduğu durumdaki iletim-yansıma grafiği.....  | 54 |

|  |    |
|--|----|
| Şekil 4.13: $rp_1=rp_2=0,035a$ olduğu durumdaki iletim-yansıma grafiği.....  | 55 |
| Şekil 4.14: $rp_1=rp_2=0,05a$ olduğu durumdaki iletim-yansıma grafiği.....   | 55 |
| Şekil 4.15: $rp_1=rp_2=0,055a$ olduğu durumdaki iletim-yansıma grafiği.....  | 56 |
| Şekil 4.16: $rp_1=rp_2=0,07a$ olduğu durumdaki iletim-yansıma grafiği.....   | 56 |
| Şekil 4.17: Üst banttaki giriş sinyali yayılımı a) Perturbasyonsuz durum b)<br>$rp_1=rp_2=0,055a$ değerinde perturbasyon eklenmiş durum..... | 57 |
| Şekil 4.18: Artan rp değerlerine göre mod ayırtım grafiği.....   | 58 |
| Şekil 4.19: Artan rp değerlerine göre alt frekans bölgesinin 3 dB bant genişliği<br>grafiği.....   | 58 |
| Şekil 4.20: rp'nin artan değerlerine göre kalite faktörü değerleri.....  | 59 |
| Şekil 4.21: a) İki boyutlu fotonik kristal yapısı(2. Yapı) b) Fotonik kristal yapısının<br>üç boyutlu hali.....                              | 60 |
| Şekil 4.22: 2. Yapının pertürbe edilme şekli.....  | 60 |
| Şekil 4.23: $d=3a$ olduğunda iletim-yansıma grafiği.....   | 61 |
| Şekil 4.24: $d=4a$ olduğunda iletim-yansıma grafiği.....   | 62 |
| Şekil 4.25: $d=5a$ olduğunda iletim-yansıma grafiği.....   | 62 |
| Şekil 4.26: $d=6a$ olduğunda iletim-yansıma grafiği.....   | 63 |
| Şekil 4.27: $d=7a$ olduğunda iletim-yansıma grafiği.....   | 63 |
| Şekil 4.28: $d=8a$ olduğunda iletim-yansıma grafiği.....   | 64 |
| Şekil 4.29: $d=9a$ olduğunda iletim-yansıma grafiği.....   | 64 |
| Şekil 4.30: $d=10a$ olduğunda iletim-yansıma grafiği.....  | 65 |
| Şekil 4.31: $d=11a$ olduğunda iletim-yansıma grafiği.....  | 65 |
| Şekil 4.32: $d=12a$ olduğunda iletim-yansıma grafiği.....  | 66 |
| Şekil 4.33: $d=13a$ olduğunda iletim-yansıma grafiği.....  | 66 |
| Şekil 4.34: $d=14a$ olduğunda iletim-yansıma grafiği.....  | 67 |
| Şekil 4.35: $d=15a$ olduğunda iletim-yansıma grafiği.....  | 67 |
| Şekil 4.36: $d=16a$ olduğunda iletim-yansıma grafiği.....  | 68 |
| Şekil 4.37: $d=17a$ olduğunda iletim-yansıma grafiği.....  | 68 |
| Şekil 4.38: $d=18a$ olduğunda iletim-yansıma grafiği.....  | 69 |
| Şekil 4.39: $d=16a$ olduğunda alt ve üst frekans bandındaki iletim parametreleri.  | 69 |
| Şekil 4.40: Artan d uzunluk değerlerine göre mod ayırtım grafiği.....  | 70 |
| Şekil 4.41: Artan d uzunluk değerlerine göre alt ve üst frekans bandındaki 3 dB<br>bant genişliği grafiği.....                               | 71 |
| Şekil 4.42: Artan d uzunluk değerlerine göre kalite faktörü değerleri.....   | 71 |

## TABLO LİSTESİ

|  | <u>Sayfa</u> |
|--|--------------|
| Tablo 2.1: Kare örgünün X noktasındaki en düşük frekanslı iki bandının yoğunlaşma faktörleri.....              | 17           |
| Tablo 2.2: Dielektrik damarlı örgünün X noktasındaki en düşük frekanslı İkibandının yoğunlaşma faktörleri..... | 19           |
| Tablo 4.1: $r_p$ 'nin artan değerlerine göre alt ve üst frekans bölgelerinin değerleri.57                      |              |
| Tablo 4.2: Artan d uzunluk değerlerine göre frekans bölgelerinin değerleri.....70                              |              |

## SEMBOL LİSTESİ

|                      |                                 |
|----------------------|---------------------------------|
| <b>k</b>             | : Dalga Vektörü                 |
| <b>n</b>             | : Bant Sayısı                   |
| <b>a</b>             | : Örgü Sabiti                   |
| <b>r</b>             | : Yarıçap                       |
| $\epsilon_r$         | : Bağlı Dielektrik Sabiti       |
| <b>Q</b>             | : Kalite Faktörü                |
| $\gamma$             | : Sönüm Sabiti                  |
| $\omega$             | : Frekans                       |
| <b>E</b>             | : Elektrik Alanı                |
| <b>H</b>             | : Manyetik Alanı                |
| <b>B</b>             | : Manyetik İndüksiyonu          |
| <b>D</b>             | : Elektrik Deplasmanı           |
| <b>J<sub>f</sub></b> | : Akım Yoğunluğu                |
| $\rho_f$             | : Yük Yoğunluğu                 |
| $\mu_r$              | : Göreceli Manyetik Geçirgenlik |

## KISALTMALAR LİSTESİ

- FK** : Fotonik Kristal  
**FBA** : Fotonik Bant Aralığı  
**FDTD** : Sonlu Farklar Zaman Yöntemi  
**PWEM**: Düzlem Dalga Açılımı Yöntemi  
**TE** : Enine Manyetik  
**TM** : Enine Elektrik  
**CMT** : Birleşik Mod Teorisi

## ÖNSÖZ

Öncelikle, yüksek lisans çalışmam boyunca bana yol gösteren değerli katkı ve emekleriyle verimli bir lisansüstü eğitimi geçirmemi sağlayan danışmanlarım Prof. Dr. Ceyhun Karpuz ve Dr. Öğr. Üyesi Ö. Önder Karakılınç'a teşekkür ederim.

Eğitim ve öğrenim hayatım boyunca beni koşulsuz destekleyen ve her türlü imkânı sunan aileme şükranlarımı sunarım. Ayrıca; yüksek lisans eğitimim süresince beni destekleyen ve çeşitli yardımlarına başvurduğum tüm arkadaş ve yakınlarına teşekkür ederim.

# **1. GİRİŞ**

Bu bölümde tezin kapsamı açıklanmıştır. Ayrıca tezin bu bölümünde fotonik kristaller konusuyla ilgili olarak önceki çalışmaların yer aldığı literatür özeti kısmı yer almaktadır.

## **1.1 Tezin Kapsamı**

Fotonik kristallerde ışığı bir noktada hapsetmek için fotonik kristalin yapısında kusur oluşturulur. ışığı bir noktadan diğerine iletmek için ise dalga kılavuzu yapısından yararlanılır. Kusurun veya rezonatörün yapısında değişiklik oluşturularak ışık kontrol altına alınabilir. Böylelikle gelişmiş sinyal işleme için çeşitli fonksiyonların gerçekleşebildiği tüm-optik fotonik devreler oluşturulabilir.

Terahertz haberleşme teknolojisindeki gelişmelerle nedeniyle optik işleme için filtrelemenin, modülasyonun ve anahtarlamaların ana elemanı optik rezonatör entegre optik haberleşme sistemlerinde çok gereklidir. Bu tezin amacı temel fotonik kristal blok yapılarında yer alan kaviti tabanlı tüm-optik haberleşme cihazları geliştirmektir. Bunun için fotonik kristaller kullanılarak kaviti ortamında dejener modlar elde edilmiş ve elde edilen dejener modlar vasıtasyyla bant geçiren filtre yapısı gerçekleştirilmiştir. MPB yazılımıyla Düzlem Dalga Açılmı (PWEM) yöntemine göre bant yapısı hesaplanmıştır. MEEP yazılımı ise Zamanda Sonlu Farklar Yöntemine (FDTD) göre iletim spektrumları hesaplanmış ve rezonans modları elde edilmiştir (Bermel ve diğ. 2010). Bunlarla birlikte elde edilen verilere göre grafik çizdirilmiştir.

Tezin başlangıcında fotonik kristallerin genel özellikleri açıklanmıştır. Yöntem kısmında ise fotonik kristallerdeki dalga yayılımının matematiksel alt yapısı özetlenmiştir; ayrıca tezin konusu olan dejener modları nasıl tespit edeceğimize ilişkin metod anlatılmıştır. Daha sonraki kısımda ise iki tane spektral filtre tasarımları gerçekleştirilmiştir.

Birinci tasarımda  $90^\circ$  bükülmüş yapıda kaviti oluşturulmuştur. Böylelikle kaviti modları elde edilmiştir. Daha sonra kavitiye iki tane perturbasyon eklenerek dejenere mod çiftinin ayrışımı sağlanmıştır. Belirlenen perturbasyon yarıçapı değerleri için iletim spektrumu grafikleri çizilmiştir. Daha sonra sonuçlar kalite faktörü grafiği ile mod ayrışım grafiği ve tablosu şeklinde verilmiş, 3 dB bant genişliği grafiği çizilmiştir.

İkinci tasarım ard arda bağlı iki tane  $90^\circ$  bükülmüş yapı içermektedir. Bu yapıda diğerinden farklı bir perturbasyon işlemi uygulanmıştır. Perturbasyon oluşturabilmek için kullanılan yöntem iki kavitinin birbirinden uzaklaştırılmasıdır. Belirlenen uzaklık değerleri için iletim spektrumu grafikleri çıkartılmıştır. Daha sonra sonuçlar kalite faktörü grafiği ile mod ayrışım grafiği ve tablosu şeklinde verilmiş, 3 dB bant genişliği grafiği çizilmiştir.

## 1.2 Literatür Özeti

Fotonik kristaller dielektrik sabitinin periyodik olarak değiştiği yapay malzemelerdir. Fotonik kristaller doğal olarak bulunmamasına rağmen laboratuvar ortamında elde edilebilir. Fotonik kristallerde oluşturulabilen yasaklı bant aralıkları sayesinde elektromanyetik dalgalar kontrol altına alınabilmektedir. Fotonik kristaller bu özelliği nedeniyle aktif bir araştırma konusudur. Elektromanyetik dalgaların periyodik yapılar üzerinde nasıl ilerlediği ilk kez 1887 yılında Lord Rayleigh tarafından gösterildi. Bundan sonra fotonik kristallere olan ilgi her geçen gün daha da arttı. 1946 yılında Edward Purcell elektromanyetik alanlardaki bağlantı sorununu bir kaviti sistemi koyarak çözülebileceğini açıkladı. Yaklaşık 40 yıl sonra Klepner kendiliğinden yayılımı kaviti sistemi ile kontrol alma fikrini yeniden araştırdı. Daha sonra Yablonovich kendiliğinden yayılımı kontrol altına almayı fotonik bant aralıklı malzemelerle gerçekleştirmeyi başardı. Başlangıçtaki çalışmalar mikrodalga aletlerin kaviti yapılarına yoğunlaşmıştır. Fakat nanometre boyutlarında fotonik kristal yapılarının üretilmesiyle birlikte kendiliğinden yayılının kontrolünün optik mikrokaviti ile yapılması bu alanda çalışanlar tarafından büyük ilgi görmektedir (Painter ve diğ. 1999).

Çok tabakalı filmin soğurma ve yansımıma katsayılarını içeren hesaplar 1997 yılında Hecht ve Zajac tarafından bulundu. 1975 yılında çok tabakalı filmleri optiksel aletlerde kullanan Fowles bunları Fabry-Perot filtreleri için de tasarladı. Çok tabakalı filmlerin çok yönelimli yansımaları fikri 1998'de Win tarafından düşünüldü ve bu durumun deneysel uygulaması da aynı yıl Fink tarafından yapıldı. 2001'de Johnson ve Joannopoulos tarafından ayrıntılı bir şekilde bant yapısı ve özkipleri hesaplamaları yapıldı. Chen tarafından ilk defa 1981'de iki boyutlu fotonik kristallerde TM kutuplanmasının analitik çözümü yapıldı. Plaka içerisinde oluşturulan hava boşlukları ve hava içerisinde gömülü dielektrik çubuklar kullanılarak yapılan çalışmalar Johnson tarafından gerçekleştirildi. Bu çalışmalar aynı zamanda fotonik kristallerin plaka kalınlığının fotonik bant aralığına etkisini de göstermektedir (Erdiven 2012).

Yerelleşen kılavuzlu modlarla ilgili çalışma 1997 yılında Foresi tarafından yapıldı. Bu çalışmalarda fotonik kristal plakası üzerinde ayarlı boşluklar bulunmaktadır ve bu yapı demiryoluna benzetilmektedir. Plakanın merkezinin her iki tarafında iki boşluk ve arasında da kaviti bulunmaktadır. Bu kaviti modun fotonik bant aralığı içinde bir frekansta yerelleşmesini sağlamaktadır. Foresi tarafından yapılan bu çalışma fotonik bant aralığı içinde yerelleşen modun yüksek kalite faktörüne sahip olduğunu göstermektedir.

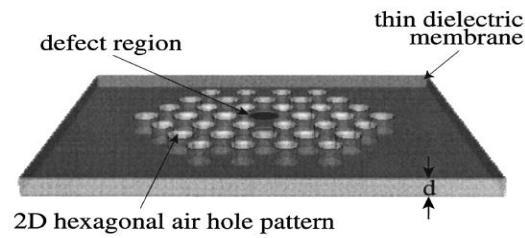
Fotonik kristalde bir sıra çubuğun kaldırılmasıyla dalga kılavuzu da oluşturulabilir. Bu yapılar genellikle silikon temellidir. Böyle bir yapıda oluşturulan dalga kılavuzunda  $1,5 \mu\text{m}$  dalga boyunda yüksek verimlilikle iletilmesi Lin tarafından başarılı oldu.  $90^\circ$  büükümüş yapı ise Johnson tarafından çalışıldı. Birbirine dik iki sıra boyunca çubukların kaldırılmasıyla  $90^\circ$  büükümüş yapı oluşturmaktadır ve böylece ışığın büükülmesi sağlanmaktadır. Fotonik kristal  $90^\circ$  büükümüş yapıları hüzme ayırcı görevi de yapabilir. Bu konu teorik olarak Fan tarafından 2001 yılında çalışıldı. Hüzme ayırcı görevi gören dalga kılavuzu yapıları farklı geometrilere de uygulanmıştır. Y şeklindeki yapı Boscolo tarafından 2002, Wilson tarafından 2003, Borel tarafından 2005 yılında çalışılmıştır. Birbirine dik iki dalga kılavuzu yapısında giriş portlarından gönderilen dalgalar kesişim bölgesinde birbirine girişim yapmadan karşı tarafa geçebilmektedir. Böyle bir yapının teorik olarak tanımlanması 1998 yılında Johnson tarafından yapılmıştır. Fotonik dalga kılavuzu yapılarındaki gelişme

her geçen yıl daha da fazla olmuştur. Aynı yapı içerisinde merkezleri farklı N tane bir sıra boyunca çubuğu ortadan kaldırılması H. Kurt tarafından 2009 yılında teorik olarak çalışılmıştır. Işık bir noktadan geldiğinde böyle bir yapı içerisinde N tane kola ayrılarak iletilmektedir. Dalga kılavuzu yapısında; yani bir sıra boyunca silindirik çubukların ortadan kaldırılması ile ışık yavaşlatılabilir. Işığın yavaşlatılması konusu Schulz tarafından 2010 yılında deneysel olarak çalışıldı. Bu çalışmada bazı silindir boşluklarının yarıçapları ve yapının periyodu değiştirilmiştir.

Fotonik kristal dalga kılavuzları Mach-Zhender interferometre yapısı olarak kullanılabilmektedir ve fotonik kristal Mach-Zhender interferometre yapısı Camargo ve Suh tarafından 2003'te; Datta ve Kelly tarafından 2004'te; Pruessner tarafından 2003, 2005 ve 2006'da; Liang tarafından 2011'de çalışılmıştır. Chen tarafından 2011 yılında gerçekleştirilen Mach-Zhender interferometre yapısı silindirik boşlukların polarizasyon hüzme ayıracı sistemini içermekle birlikte, oluşturulan bu yapı öz kolimasyon etkisi gösteren bir çalışmadır.

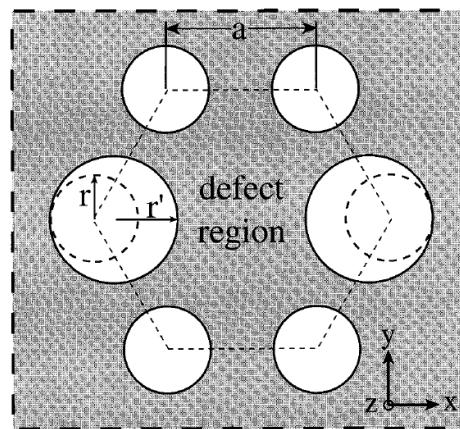
Fotonik kristallerin optiksel filtre görevi görmesini sağlayan çalışmalar da vardır. Bu çalışmalarдан biri Fan tarafından 1998 yılında yapıldı. Oluşturulan örgü kusuru rezonatör olarak çalışmakta ve bu rezonatör bazı frekanslarda ışığın geri döndürmesini bazı frekanslarda ise iletimini sağlamaktadır. Doğal yüzük görevi gören bu yapıya benzer bir başka çalışma ise Mahmoud 2012'de yapmıştır. Optiksel filtre özelliği gösteren başka bir dalga kılavuzu yapısı ile ilgili nümerik çalışma Stoffer tarafından 2000 yılında gerçekleştirildi. Pek çok silindirik çubuğu kaldırılmasıyla elde edilen optiksel filtre yapısını 2004 yılında Kim çalışmıştır. 2011 yılında Badaoui tarafından yapılan çalışma; fotonik kristal dalga kılavuzu içerisindeki silindirik boşluklar yardımıyla yapının frekans seçici bir özelliğe sahip olduğunu göstermiştir.

Dejenere modlar da literatürde yapılan çalışmalara konu olmuştur. Bir çalışmada; dielektrik malzemedede altıgensel desen şeklinde hava boşlukları oluşturulmuş bir yapı kullanılmıştır. Bu yapı Şekil 1.1'de gösterilmiştir (Painter ve dig. 1999).

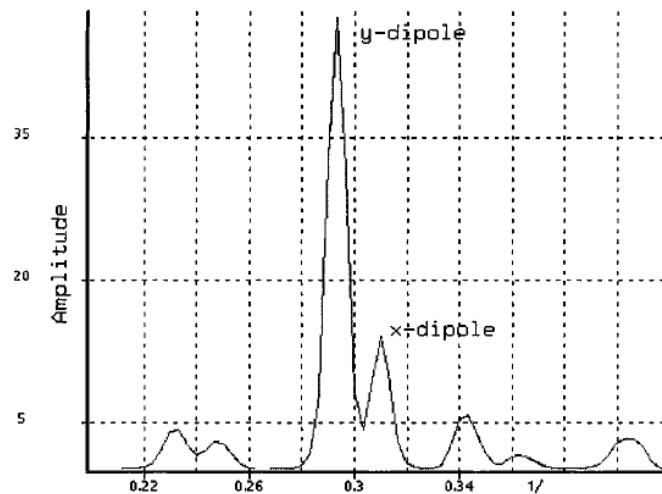


**Şekil 1.1:** Altıgensel şekilde hava boşlukları oluşturulmuş yapı (Painter ve diğ. 1999)

Böyle bir yapıda öncelikle kaviti oluşturularak dejenere mod çifti elde edilmiş daha sonra Şekil 1.2'de gösterildiği gibi kaviti etrafındaki iki hava boşluğunun çapları değiştirilerek dejenere mod çiftinin ayrışımı sağlanmıştır. Mod ayrışımı Şekil 1.3'te gösterilmektedir.

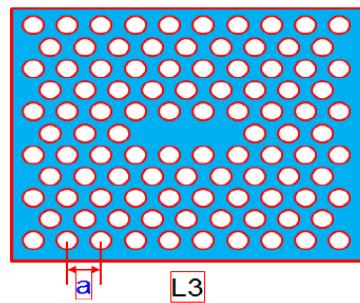


**Şekil 1.2:** Pertürbe etme biçimi (Painter ve diğ. 1999)



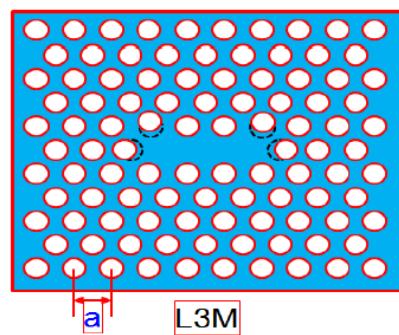
**Şekil 1.3:** Mod ayrışımı (Painter ve diğ. 1999)

Başka bir çalışmada; yine Şekil 1.4'teki gibi altıgensel desen şeklinde hava boşlukları oluşturulmuş bir yapı kullanılmıştır (Daraei ve Khozeymeh 2013).

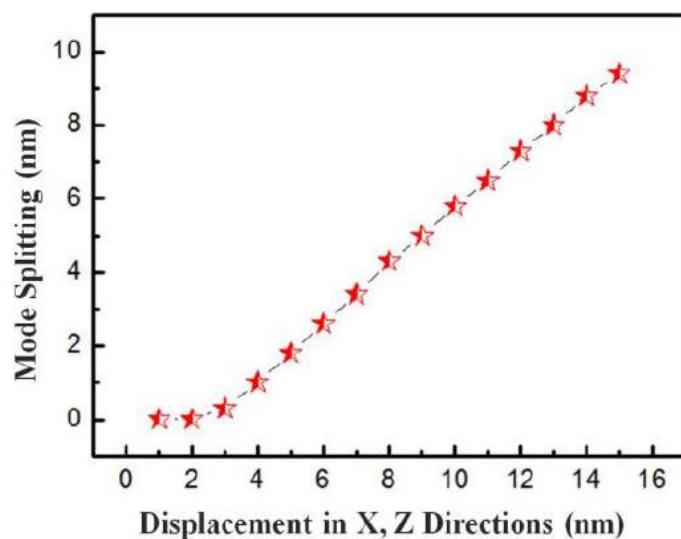


**Şekil 1.4:** Altgensel şekilde hava boşlukları oluşturulmuş yapı (Daraei ve Khozeymeh 2013)

Bu defa Şekil 1.5'te gösterildiği gibi kaviti etrafındaki dairesel boşlukların yerleri değiştirilerek dejenere mod çiftinin ayrışımı sağlanmıştır. Mod ayrışım grafiği Şekil 1.6'da gösterilmektedir.

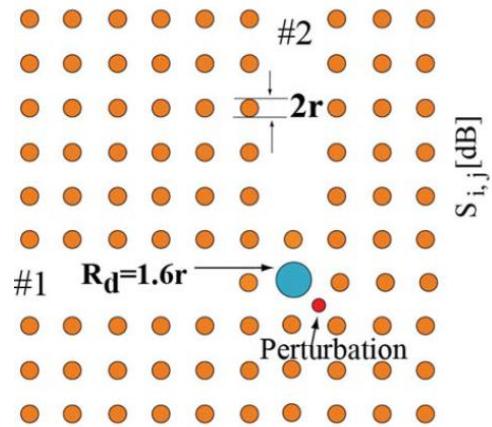


**Şekil 1.5:** Pertürbe etme biçimi (Daraei ve Khozeymeh 2013)

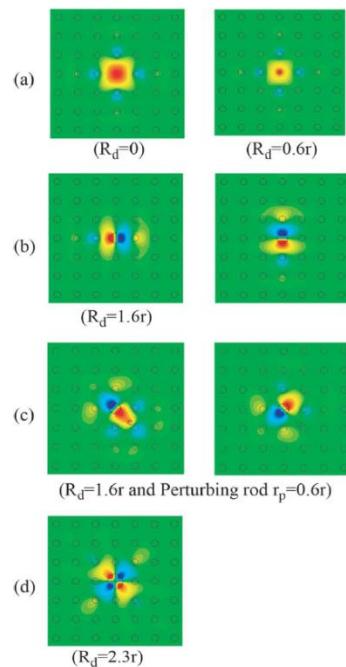


**Şekil 1.6:** Mod ayrışım grafiği (Daraei ve Khozeymeh 2013)

Başka bir çalışmada Şekil 1.7'deki gibi  $90^\circ$  bükülmüş yapıda kusur oluşturulmuştur ve böylece dejenere mod çifti elde edilmiştir. Elde edilen modlar Şekil 1.8'de gösterilmektedir (Anada ve dig. 2013).

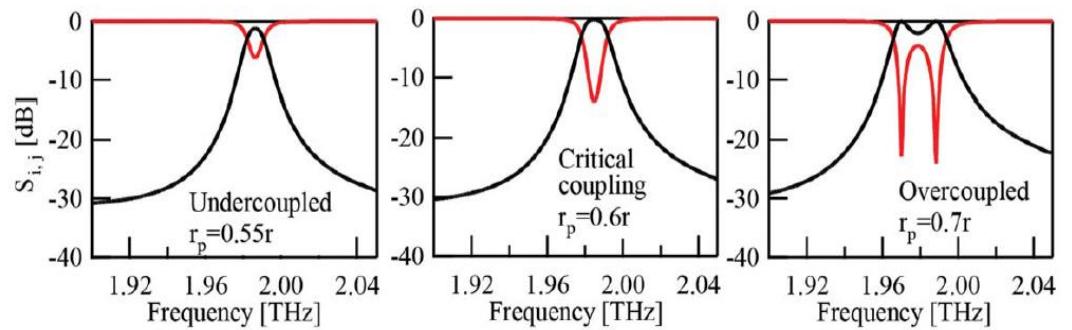


**Şekil 1.7:** İki boyutlu fotonik kristal yapısı (Anada ve dig. 2013)

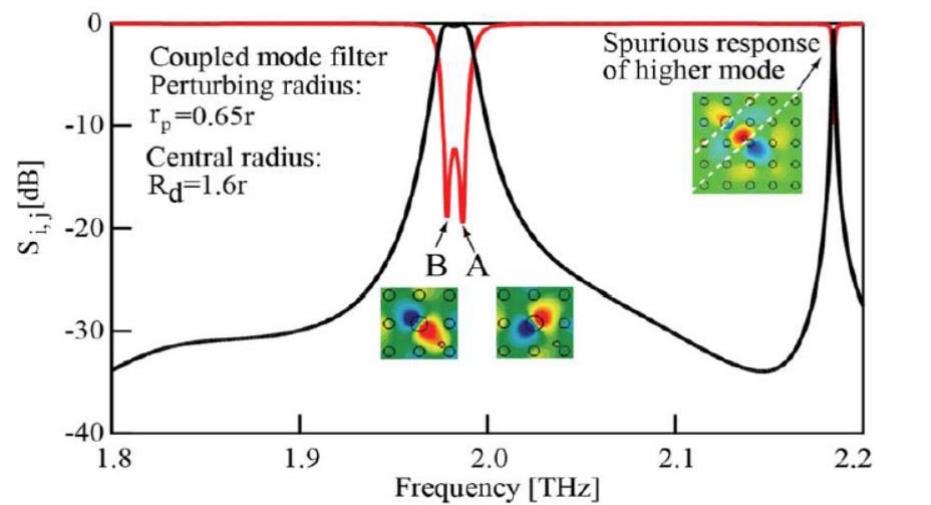


**Şekil 1.8:** Mod resimleri(Anada ve dig. 2013)

Yapıya daha sonra perturbasyon eklenerek dejenere mod çiftinin ayrışımı sağlanmıştır. Mod ayrışım grafikleri Şekil 1.9 ve Şekil 1.10'da gösterilmiştir.



**Şekil 1.9:** Artan perturbasyon yarıçapı değerlerine göre mod ayrışımı (Anada ve diğ. 2013)



**Şekil 1.10:** Mod ayrışımı (Anada ve diğ. 2013)

Bir çalışmada ise dejenere mod ve dejenere olmayan modların nasıl belirlenebileceğinin matematiksel ispatı yapılmıştır (Kim ve Lee 2003).

## **2. FOTONİK KRİSTALLER**

Tezin bu bölümünde bir ve iki boyutlu fotonik kristallerden bahsedilmiştir. Ayrıca bir ve iki boyutlu fotonik kristallerde hangi durumlarda fotonik bant aralığının oluştuğundan söz edilmiştir. Bölümün sonunda ise nokta kusur, çizgisel kusur ve kaviti anlatılmıştır.

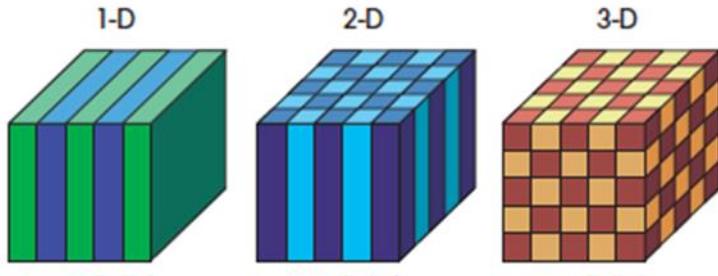
### **2.1 Fotonik Kristallerin Genel Özellikleri**

Fotonik Kristaller dielektrik sabitinin periyodik olarak değiştiği yapay malzemeler olarak bilinmektedir. Geometrik yapılarına ve kırılma indislerine bağlı olarak farklı frekanslarda fotonik bant aralıklarına sahiptirler. Bu benzersiz özelliklerinden dolayı, ışık dalgalarını kontrol etmede vazgeçilmez malzemelerdir. Zaten, gelecekte; anahtarlama, hafıza ve lojik cihazlar gibi çeşitli fonksiyonel elemanlar gerektiren ultra hızlı tüm-optik sinyal işleme için entegre fotonik devreler kullanılacağı öngörmektedir. Ayrıca; fotonik kristaller teknolojide minyatürasyonu ve geniş elektromanyetik spektrumda entegre fotonik devreleri de mümkün kılmaktadır (Bağcı 2013) (Dinleyici ve Karakılınç 2015).

Fotonik Kristallerin üç çeşidi vardır. Bunlar; bir boyutlu, iki boyutlu ve üç boyutlu fotonik kristaller olarak Şekil 2.1'de görüldüğü gibi sınıflandırılır. Dielektrik sabitinin bir yönde periyodik olarak değiştiği, diğer iki yönde homojen olduğu yapılar bir boyutlu; iki yönde periyodik olarak değiştiği, diğer yönde homojen olduğu yapılar iki boyutlu; üç yönde periyodik olarak değiştiği yapılar ise üç boyutlu Fotonik kristal olarak adlandırılır. Bir boyutlu fotonik kristal farklı iki dielektrik malzemenin üst üste sırayla yığılmasıyla oluşturulur. İki ve üç boyutlu fotonik kristal, dielektrik sütunları farklı geometrilerde dizerek veya dielektrik malzemenin içinde boşluklar oluşturularak elde edilmektedir. Bu tezde iki boyutlu fotonik kristal yapıları kullanılacaktır.

Fotonik kristallerin yapısı yarıiletken malzemelerle benzerlik gösterir. Fotonik kristallerde; yarıiletkenlerdeki atom ve moleküllerin yerini farklı dielektrik

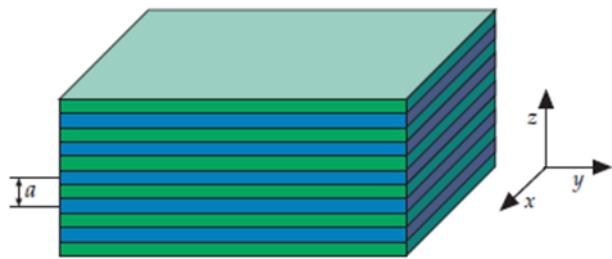
sabitlerine sahip makroskopik ortam almıştır ve periyodik potansiyel periyodik dielektrik fonksiyonla yer değiştirmiştir. Eğer böyle bir düzenlemeye iki malzemenin dielektrik sabitleri arasındaki fark yeterince büyükse ve dielektrik malzemelerin ışığı soğurması en az düzeyde ise fotonik bant aralığı (FBA) elde edilebilir. Eğer fotonik kristal herhangi bir açıya ve herhangi bir kutuplanmaya sahip ışığı yansıtıyorsa tam fotonik bant aralığına sahiptir denir (Joannopoulos ve dig. 2008).



**Şekil 2.1:** Bir, iki ve üç boyutlu fotonik kristaller (Joannopoulos ve dig. 2008)

## 2.2 Bir Boyutlu Fotonik Kristaller

En basit fotonik kristal Şekil 2.2'de görüldüğü gibi çok tabaklı filmdir. Bu yapı farklı dielektrik sabitlerine sahip tabakalarından oluşur. Bu düzenlemeye sahip fotonik kristal belirlenen bir frekans aralığındaki ışık için Bragg yansıtıcısı gibi davranır ve yapısında herhangi bir kusur varsa ışık modları yerelleşebilir.



**Şekil 2.2 :** Çok tabaklı film. Mavi ve yeşil alanlar farklı dielektrik sabitine sahip tabakaları,  $a$  ise periyodu göstermektedir. Her üç yönde de yapı sonsuz uzunluktadır (Joannopoulos ve dig. 2008).

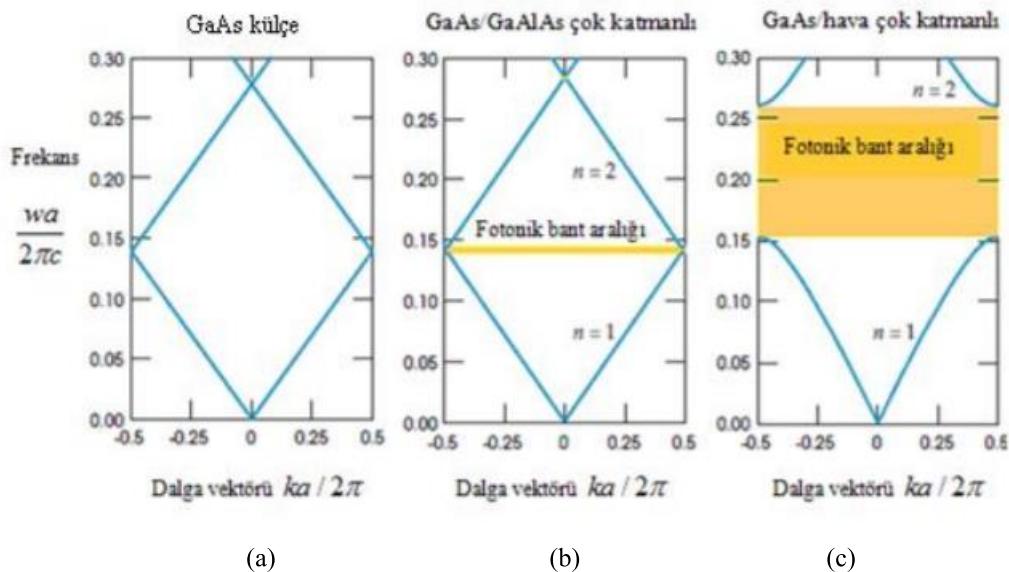
Çok tabaklı film z yönünde periyodik, xy düzleminde homojen olduğu için  $\mathbf{k}_{||}$ (Düzlemdeki dalga vektörü),  $k_z$ ( z yönündeki dalga vektörü) ve  $n$ ( Bant sayısı)'yi kullanarak modları sınıflandırabiliriz. Dalga vektörleri belirli operatörlere göre

modların nasıl dönüştüğünü belirtir ve bant sayısı frekansla birlikte artar. Modlar, Bloch formunda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\mathbf{H}_{n,k_z,k_{||}}(\mathbf{r}) = e^{ik_{||}\cdot\mathbf{p}} e^{ik_z z} \mathbf{u}_{n,k_z,k_{||}}(z) \quad (2.1)$$

$\mathbf{u}(z)$  fonksiyonu periyodiktir. Kristal xy düzleminde sürekli öteleme simetrisine sahip olduğundan dolayı  $\mathbf{k}_{||}$  ‘yı herhangi bir değer alabiliriz. Fakat  $k_z$  sonlu aralıkta sınırlıdır(Bir boyutlu Brillouin bölgesi). Bunun nedeni ise yapının z yönünde ayrik öteleme simetrisine sahip olmasıdır. İlkel kafes vektörü  $a\hat{\mathbf{z}}$  ve ilkel reciprocal kafes vektörü  $2\pi/a\hat{\mathbf{z}}$  olduğunda Brillouin bölgesi  $-\frac{\pi}{a} < k_z < \frac{\pi}{a}$  olur(Joannopoulos ve dig. 2008).

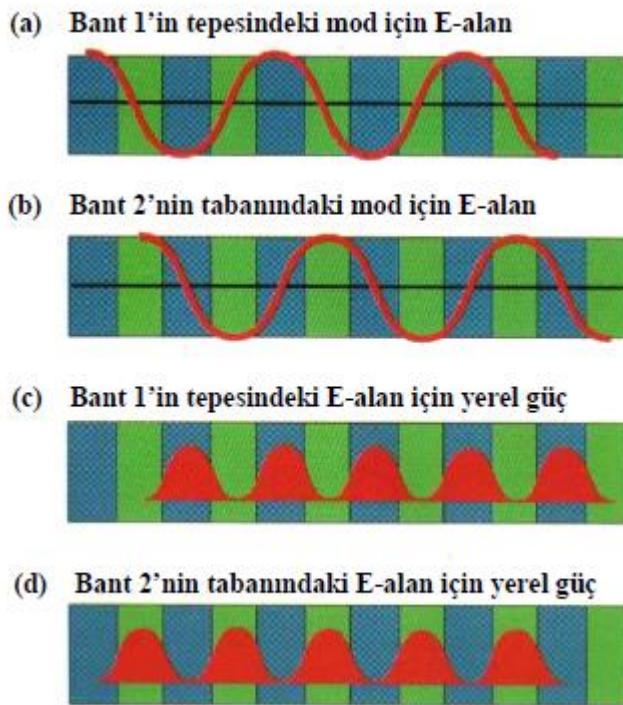
### 2.2.1 Fotonik Bant Aralıklarının Fiziksel Kaynağı



**Şekil 2.3:** Üç farklı çok tabaklı filmin eksen üzeri için hesaplanan fotonik bant yapıları. Üç durumda da tabakaların genişliği  $0,5a$ ’dır a) Her bir tabakanın dielektrik sabiti 13’tür, b) Dielektrik sabitleri 13 ve 12 olan malzemeler periyodik olarak dizilmişdir, c) Dielektrik sabitleri 13 ve 1 olan malzemeler periyodik olarak dizilmişdir (Kılıç 2013).

Şekil 2.3’te 3 farklı yapı için  $w_n(k)$  grafiği çizilmiştir. Sol taraftaki grafik, tüm tabakaları aynı dielektrik sabitine sahip bir malzemeye aittir. Ortadaki grafik, dielektrik sabitleri 13 ve 12 olan iki farklı maddeden oluşmuş bir yapıya aittir. Sağ taraftaki grafikte ise dielektrik sabitleri arasındaki fark daha fazladır. Bu yapıyı oluşturan maddelerin dielektrik sabitleri 13 ve 1’dır. Sol taraftaki grafikte fotonik

bant aralığı oluşturmamıştır. Ortadaki grafikte bir aralık oluşmuştur. Bu aralıkta hiçbir mod yayılamaz. Bu aralığı fotonik bant aralığı olarak adlandırırız. Sağ taraftaki grafikte ise ortanca grafiğe göre daha geniş bir fotonik bant aralığı oluşmuştur. Yani fotonik bant aralığı elde edebilmek için dielektrik sabitleri farklı iki maddeye ihtiyacımız vardır. Bu iki maddenin dielektrik sabitleri arasındaki fark arttığında ise fotonik bant aralığı büyümektedir.



**Şekil 2.4:** Şekil 2.3'ün ortadaki grafiğinin en düşük bant aralığıyla ilişkili modların şeması a) Bant 1'in elektrik alanı, b) Bant 2'nin elektrik alanı, c) Bant 1'in yerel enerjisi, d) Bant 2'nin yerel enerjisi. Çok tabaklı film şekillerinde koyu bölge yüksek dielektrik sabitine sahip bölgeyi gösterir (Demir 2005).

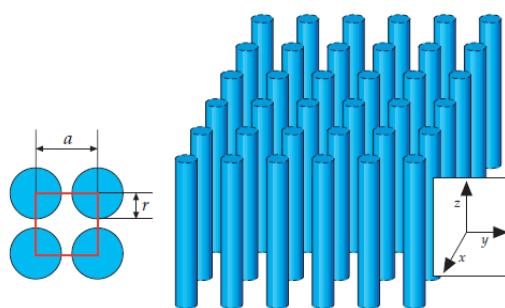
Fotonik bant aralığının niçin olduğunu anlayabilmek için aralığın altında ve üstündeki durumların elektrik mod profillerini inceleyebiliriz. Numaraları  $n = 1$  ve  $n = 2$  olan bantlar arasında oluşan boşluk, Brillouin bölgesinin kenarında;  $k = \pi/a$  noktasında oluşur. Şu an için, homojen sistemde küçük bir perturbasyon ile oluşturduğumuz ortadaki çizimin bant yapısına yoğunlaşalım.  $k = \pi/a$  için modlar kafes sabitinin iki katı büyüklüğünde dalga boyuna sahiptir. Bu tip bir düzenlemeye sahip yapının modunu merkezlemenin iki yolu vardır. Dalganın düğümlerini, Şekil 2.4(a) ve Şekil 2.4(b)'de görüldüğü gibi düşük dielektrik katsayılı bölgeye veya yüksek dielektrik katsayılı bölgeye yerlestirebiliriz. Bunun dışındaki her konum, birim hücrenin merkezindeki simetrisini bozacaktır.

Elektromanyetik enerji ve varyasyon prensibine göre: Düşük frekanslı modlar enerjilerini yüksek dielektrik sabitli bölgelere yoğunlaştırmaktadır. Yüksek Frekanslı modlar ise enerjilerini düşük dielektrik sabitli bölgelere yoğunlaştırmaktadır. Bu bilgiye göre, iki durum arasında niçin frekans farklılığı olduğu anlaşılabılır. Boşluğun altındaki mod, Şekil 2.4(c)'de görüldüğü gibi enerjisinin çoğunu dielektrik sabiti 13 olan bölgeye yoğunlaştırmıştır. Şekil 2.4(d)'de görülen diğer mod (Boşluğun üstündeki) enerjisinin çoğunu dielektrik sabiti 12 olan bölgeye yoğunlaştırmıştır. Bu enerji farkı ise fotonik bant aralığını oluşturmuştur.

Dielektrik sabitleri arasındaki farkın fazla olduğu durumda ise her iki bant da enerjisini yüksek dielektrik sabitli bölgeye yoğunlaştırır. Fakat ilk bant enerjisini ikinci banda göre yüksek dielektrik sabitli bölgeye daha fazla yoğunlaştırmaktadır (Joannopoulos ve dig. 2008).

### 2.3 İki Boyutlu Fotonik Kristaller

İki boyutlu fotonik kristal iki yönde periyodik, üçüncü yönde homojen olan bir yapıdır. Şekil 2.5'te kare şeklinde dizilmiş dielektrik sütunlardan oluşan iki boyutlu Fotonik kristal örneği gösterilmiştir. Dielektrik sütunların sonsuz uzunlukta olduğunu varsayılmıştır. Dielektrik sütunlar arasındaki belirli uzunluk değerlerine göre xy düzleminde fotonik bant aralığı oluşabilmektedir. Fotonik bant aralığının içinde uzanımlı durum oluşturmamaktadır. Çok tabaklı filmden farklı olarak, iki boyutlu fotonik kristal düzlem içinde herhangi bir yönde ışığın yayılmasını engelleyebilmektedir.



**Şekil 2.5:** İki boyutlu bir fotonik kristal. Yarıçapı  $r$ , dielektrik sabiti  $\epsilon$  olan sütunların kare şeklinde dizilişiyle meydana gelmiştir. Yapı xy düzleminde  $a$  kafes sabiti ile periyodik, z doğrultusunda ise homojendir. Soldaki küçük şekil yapının kare kafes olduğunu gösterir (Joannopoulos ve dig. 2008).

Kristalin simetri özelliklerini kristalin elektromanyetik modlarını tanımlamak için kullanabiliriz. Sistem z yönünde homojen olduğundan dolayı modlar bu yönde salınımlı olmalıdır. Ayrıca dalga vektörü  $k_z$  sınırsızdır. Bununla birlikte sistem xy düzleminde ayrık öteleme simetrisi özelliğine sahiptir. Özel olarak,  $\mathbf{R}$ ;  $a\hat{x}$  ve  $a\hat{y}$ 'nin lineer kombinasyonu olduğunda  $\varepsilon_r(\mathbf{r}) = \varepsilon_r(\mathbf{r} + \mathbf{R})$  olur.

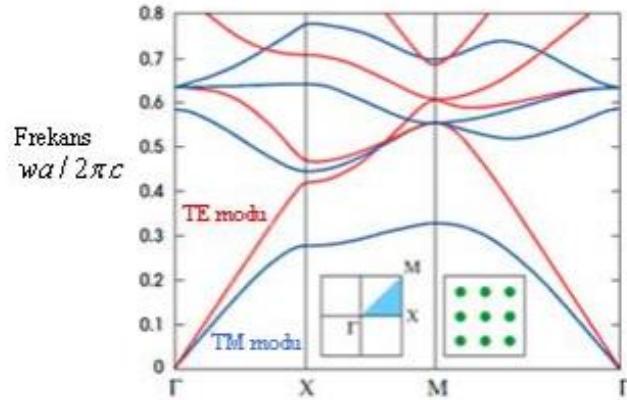
$k_z, \mathbf{k}_{||}, n$  cinsinden mod dizinini tanımlarsak;

$$\mathbf{H}_{(n, k_z, \mathbf{k}_{||})}(\mathbf{r}) = e^{ik_{||}\cdot\mathbf{p}} e^{ik_z z} \mathbf{u}_{(n, k_z, \mathbf{k}_{||})}(\mathbf{p}) \quad (2.2)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikte;  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{r}$ 'nin xy düzlemindeki izdüşümüdür.  $\mathbf{u}(\mathbf{p})$  periyodik fonksiyondur.  $\mathbf{R}$ 'nin tüm kafes vektörleri için  $\mathbf{u}(\mathbf{p}) = \mathbf{u}(\mathbf{p} + \mathbf{r})$ 'dır. (2.2) eşitliğinin (2.1) eşitliğine benzerliği dikkat çekmektedir. Bu eşitliğin (2.1) eşitliğinden en önemli farkı,  $\mathbf{k}_{||}$ 'nın Brillouin bölgesinde sınırlandırılmış olmasıdır.  $k_z$  ise sınırsızdır. Çok tabakalı filmde ise  $\mathbf{k}_{||}$  sınırsız,  $k_z$  Brillouin bölgesinde sınırlandırılmıştır. Ayrıca eşitlik (2.2)'de  $\mathbf{u}$  düzlemdede periyodik, (2.1) eşitliğinde ise  $\mathbf{u}$  z yönünde periyodiktir.

Herhangi bir mod için  $k_z = 0$ 'dır. Ayna simetrisine göre modları iki ayrı polarizasyona göre TM(Enine Elektrik) ve TE(Enine Manyetik) olarak sınıflandırılabilir. TE ve TM modlarının bant yapıları tamamen farklı olabilir. Örneğin bir polarizasyonda fotonik bant aralığı oluşabilirken diğerinde oluşmayabilmektedir (Joannopoulos ve diğ. 2008).

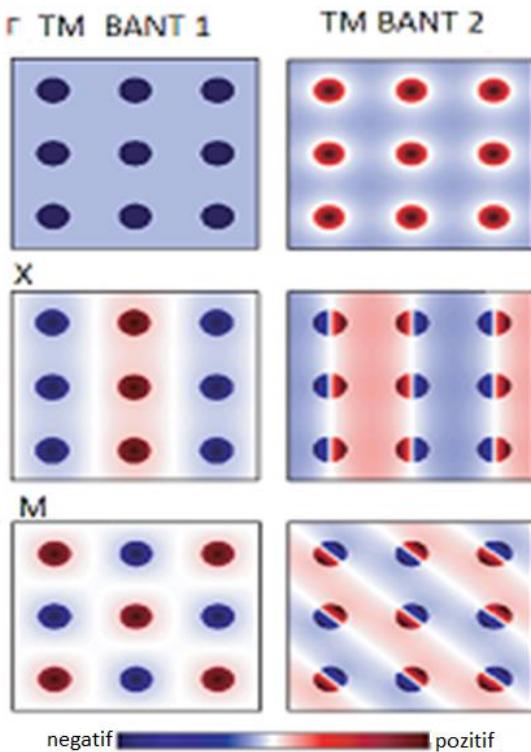
### 2.3.1 Dielektrik Ortamların Kare Örgüsü



**Şekil 2.6:** Dielektrik kare örgünün fotonik bant yapısı. Mavi çizgiler TM modunu, kırmızı çizgiler TE modunu temsil etmektedir. Soldaki küçük şekil Brillouin bölgesini, bu şekildeki mavi boyalı alan ise indirgenemez Brillouin bölgesini göstermektedir. Sağdaki küçük şekil ise dielektrik bölgelerinin enine kesit görünüşünü göstermektedir (Kılıç 2013).

Şekil 2.5'teki gibi kare şeklinde dizilmiş dielektrik sütunlardan oluşan, kafes sabiti  $a$  olan bir yapıda ışığın yayıldığını varsayıyalım. Kristal alüminyum çubuklarından oluşmuştur ve bant yapısı Şekil 2.6'daki gibidir. Çubukların çapı  $r=2a$ 'dır. Şekil 2.6'de hem TM hem TE modları gösterilmiştir. Yatay eksen düzlem dalga vektörü  $\mathbf{k}_{||}$ 'nın değerini göstermektedir. Yatay eksende soldan sağa doğru ilerlediğimizde,  $\mathbf{k}_{||}$  ekli şemada gösterildiği gibi üçgen şeklindeki indirgenemez Brillouin bölgesinin kenarlarında hareket eder.

Şekil 2.7'de indirgenemez Brillouin bölgesinin özel noktalarında elektromanyetik modların alan profilleri gösterilmiştir.  $\Gamma$  noktasında, her birim hücre birbirinin aynısıdır.  $X$  noktasında,  $y$  eksene paralel olarak yani dalga vektörü  $k_x$  boyunca hücreler değişimlidir.  $M$  noktasında ise her bir birim hücre komşusuyla değişimlidir.



**Şekil 2.7:** Kare örgünün TM kutuplanma durumundaki deplasman alanları. Renkli bölgeler deplasman alanının genlik noktalarını gösterir.  $\Gamma$ , X ve M noktalarındaki modlar görülmektedir. Her durumda dielektrik bandı solda, hava bandı sağdadır (Joannopoulos ve dig. 2008).

TM modu için fotonik kristal birinci ve ikinci bant arasında 31.4% aralık-orta aralık oranlı fotonik bant aralığına sahiptir. TE modunda ise fotonik bant aralığına sahip değildir. Şekil 2.7 ve Şekil 2.8'deki alan desenlerini inceleyerek bu durumları açıklayabiliriz. En düşük TM modu(dielektrik bandı) enerjisinin çoğunu dielektrik bölgelerine yoğunlaştırması, hava bandında ise bu durumun tersi gözlenmesi TM modunda tam fotonik bant aralığı olmasını açıklamaktadır. Dielektrik bandında ve hava bandında hangi oranda yoğunlaşma olduğu yoğunlaşma faktörü ile açıklanır.

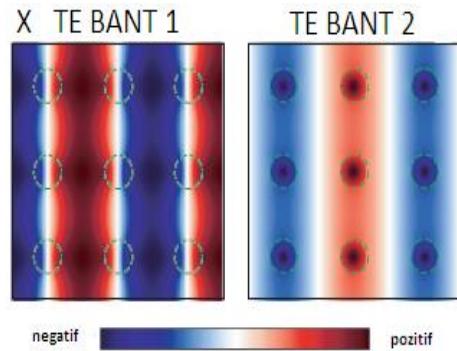
Yoğunlaşma Faktörü (2.3) eşitliği ile tanımlanır.

$$\text{Yoğunlaşma Faktörü} \triangleq \frac{\int_{z=8,9} d^3 r \epsilon_r(\mathbf{r}) |E(\mathbf{r})|^2}{\int d^3 r \epsilon_r(\mathbf{r}) |E(\mathbf{r})|^2} \quad (2.3)$$

Tablo 2.1'de elektrik alanın ve manyetik alanın yoğunlaşma faktörleri gösterilmiştir. TM modunda dielektrik bandının yoğunlaşma faktörü 83%, hava bandının ise 32%'dir. Bu ardışık modlar arasındaki enerji dağılım farkı TM modunda tam fotonik bant aralığı oluşturmuştur.

Şekil 2.8'de TE modu için en düşük frekanslı iki bandın manyetik alan konfigürasyonları gösterilmiştir. Deplasman alanı her iki mod'ta da hava

bölgelerinde yoğunluktadır. Yani dielektrik çubuklar arasında bir geçit olmadığından deplasman alanı, hava bölgelerinde yoğunlaşmak durumunda kalmıştır. Böylece TE modunda fotonik bant aralığı gözlenmemiştir. Bu durum Tablo 2.1'deki yoğunlaşma faktörleri oranı incelenerek de doğrulanabilir. Tablo 2.1'de görüldüğü gibi, TE modunda yoğunlaşma faktörleri arasındaki farkın az olması, fotonik bant aralığı oluşmamasını açıklamaktadır (Joannopoulos ve dig. 2008).

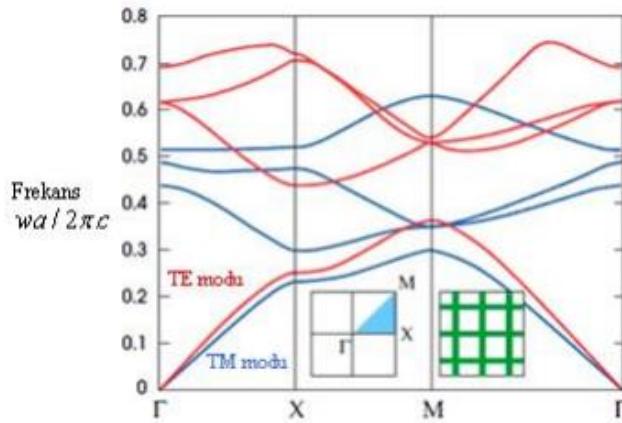


**Şekil 2.8:** Kare örgünün X noktasında TE kutuplanma durumundaki manyetik alanı. Sütunların pozisyonları kesikli yeşil çizgilerle gösterilmiştir. Renkli alanlar genlik noktalarını gösterir. Dielektrik bandı solda, hava bandı sağdadır (Joannopoulos ve dig. 2008).

**Tablo 2.1:** Kare örgünün X noktasındaki en düşük frekanslı iki bandının yoğunlaşma faktörleri (Joannopoulos ve dig. 2008)

| Bant Türü        | TM  | TE  |
|------------------|-----|-----|
| Dielektrik Bandı | 83% | 23% |
| Hava Bandı       | 32% | 9%  |

### 2.3.2 Dielektrik Damarlı Örgü

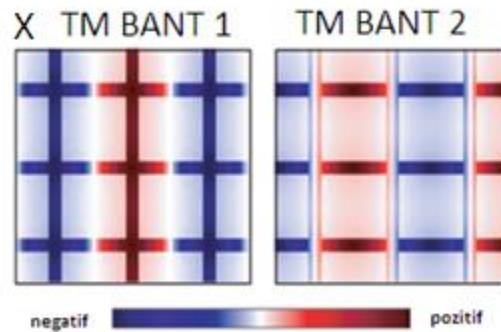


**Şekil 2.9:** Dielektrik damarlı örgünün en düşük modlarının bant yapıları. Mavi çizgiler TM, kırmızı çizgiler TE modlarını göstermektedir. Soldaki küçük şekil, indirgenemez Brillouin bölgesinin simetri noktalarını göstermektedir. Sağdaki küçük şekil ise dielektrik bölgelerinin enine kesit görünümünü göstermektedir (Kılıç 2013).

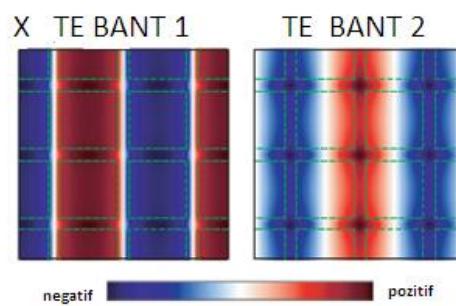
Diğer bir iki boyutlu fotonik kristal Şekil 2.9'da görülen kare ızgara şeklinde dielektrik damarlardan oluşan yapıdır. Damarların kalınlığı  $0,165a$ 'dır. Bu yapı bağıntılı yapısından dolayı önceki bölümde açıklanan yapıdan ayrılr. Yüksek dielektrik bölgeleri ayrık spotlar yerine xy düzleminde bağıntılı yol figüründedir. Bu yapının bant yapısı Şekil 2.9'da gösterilmiştir. Burada TE modu 18,9% oranında bir boşluğa sahipken, TM modunda boşluk oluşmamıştır. Bu sonuç bir önceki bölümde açıklanan yapıda elde edilen sonuca göre zıtlık gösterir.

Boşluğun neden olduğunu anlayabilmek için birinci ve ikinci bandın modlarının alan desenlerini incelemeliyiz. TM ve TE modları için alan desenleri sırasıyla; Şekil 2.10 ve Şekil 2.11'de gösterilmiştir. İlk iki banttaki TM alan desenine baktığımızda, her iki modun yüksek dielektrik bölgelerine yoğunlaştiği görülmektedir. Yani ardışık modlar enerjilerini dielektrik damar düzenlemesi nedeniyle yüksek dielektrik bölgelerine yoğunlaşmıştır ve böylelikle geniş bir frekans sıçraması olmamıştır. Bu sonuç, alan konfigürasyonlarının yoğunlaşma faktörleri hesaplanarak da doğrulanabilir. TM ve TE modlarına ait yoğunlaşma faktörleri Tablo 2.2'de gösterilmiştir.

TE modunda ise ardışık modlar enerjilerini dielektrik damar düzenlemesiyle yüksek- $\epsilon$ 'lu ve düşük- $\epsilon$ 'lu bölgeye yoğunlaştırmıştır. Yani TE modunda fotonik bant aralığı oluşmuştur. Bu durum Tablo 2.2'den de anlaşılmaktadır (Joannopoulos ve diğ. 2008).



**Şekil 2.10:** Dielektrik damarlı örgünün X noktasındaki TM modlarının deplasman alanı. Renkli bölgeler deplasman alanının genlik noktalarını göstermektedir. Dielektrik bant solda, hava bandı sağdadır (Joannopoulos ve diğ. 2008).

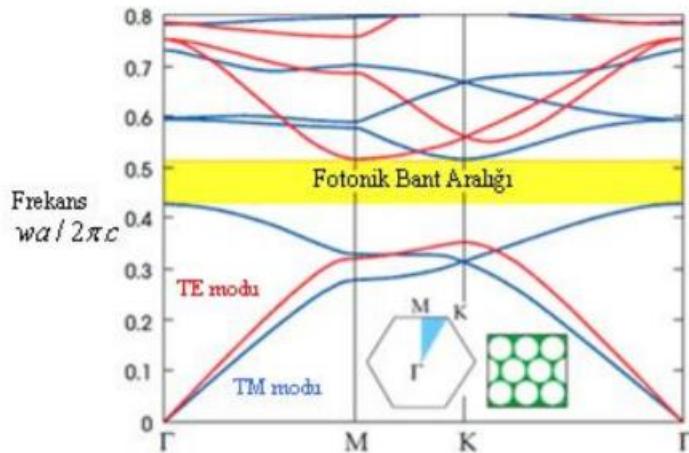


**Şekil 2.11:** Dielektrik damarlı örgünün X noktasındaki TE modlarının manyetik alanı. Kesikli yeşil çizgiler damarları, renkli bölgeler ise manyetik alanın genlik noktalarını göstermektedir. Dielektrik bandı solda, hava bandı sağdadır (Joannopoulos ve diğ. 2008).

**Tablo 2.2:** Dielektrik damarlı örgünün X noktasındaki en düşük frekanslı iki bandının yoğunlaşma faktörleri (Joannopoulos ve diğ. 2008)

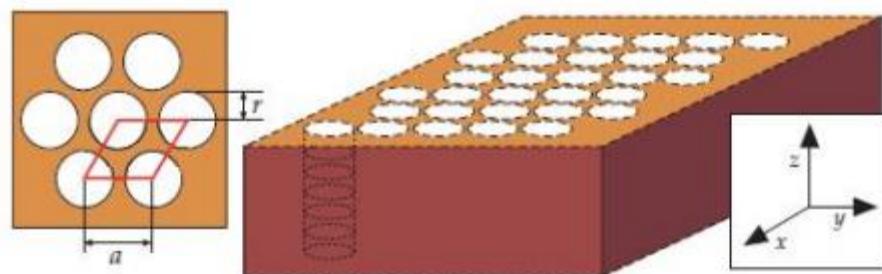
| Bant Türü        | TM  | TE  |
|------------------|-----|-----|
| Dielektrik Bandı | 89% | 83% |
| Hava Bandı       | 77% | 14% |

### 2.3.3 Tüm Kutuplanmalar İçin Tam Bant Aralığı

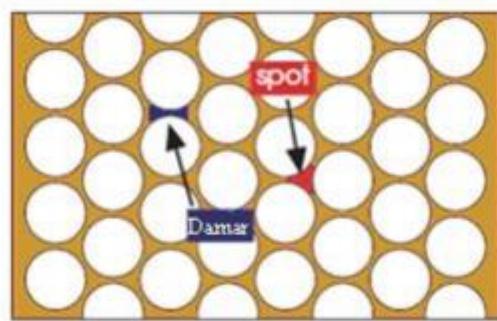


**Şekil 2.12:** Üçgen şeklinde dizilmiş dielektrik sütunlardan oluşan yapının modlarının bant yapıları. Mavi çizgiler TM, kırmızı çizgiler TE modlarını göstermektedir. Soldaki küçük, indirgenemez Brillouin bölgesinin köşelerinde oluşan yüksek simetri noktalarını göstermektedir. Burada tam fotonik bant aralığı olmuştur (Kılıç 2013).

Her iki polarizasyon durumu için de bant aralığına sahip fotonik kristal yapısı mümkündür. Örgünün boyutlarını ayarlayıp bant aralıklarının üst üste binmelerini sağlayarak her iki polarizasyon için tam bant aralığı oluşturulabilir. Rehber kural, TM modunun yüksek- $\epsilon$ 'lu bölgelerin öngüsünü, TE modunun ise bağlantılı öngüyü tercih etmeyecektir. Dielektrik malzemenin hem yalıtılmış noktalarına hem de bağlantılı bölgelerine sahip fotonik kristal düzenlenmemektedir. Ancak hem pratik olarak yalıtılmış hem de bağlantılı yüksek- $\epsilon$ 'lu bölgelere sahip kristaller düşünülebilir. Böyle bir sisteme Şekil 2.13'te görülen hava sütunlarının üçgen öngüsü örmektir. Böyle bir yapıda Şekil 2.14'te görüldüğü gibi spot ve damar oluşturulabilir.  $r/a = 0,48$  büyüklüğünde özel bir yarıçap ve dielektrik sabiti  $\epsilon_r = 13$  olan bir malzemeyle bu boşluklar örtüşür. Böylelikle tüm kutuplanma durumları için Şekil 2.12'de görüldüğü gibi tam fotonik bant aralığı elde edilebilir (Joannopoulos ve diğ. 2008).



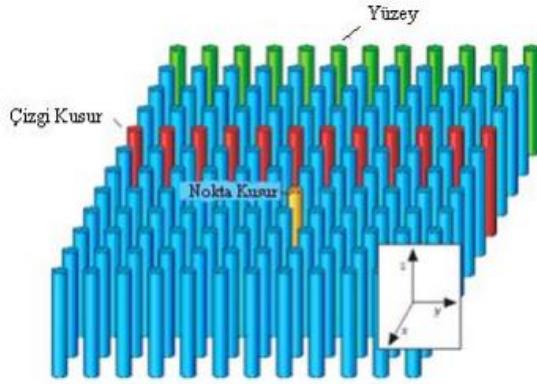
**Şekil 2.13:** Dielektrik bir tabanda hava boşlukları delinerek oluşturulmuş iki boyutlu bir fotonik kristal (Yapı z doğrultusunda sonsuz uzunluktadır). Sütunlar  $\epsilon_r=1$  dielektrik sabitine ve  $r$  yarıçapına sahiptir. Solda üçgen kafesin üstten görünümü gösterilmektedir (Joannopoulos ve diğ. 2008).



**Şekil 2.14:** Üçgen kafesteki spotlar ve damarlar. Üç sütun arasındaki spot, iki sütun arasındaki damardır (Kılıç 2013)

## 2.4 Nokta Kusurlarla Işığın Yerelleştirilmesi

Düzlem-içi yayılma için fotonik bant aralığına sahip fotonik kristallerde bant aralığı içinde yerleşen modların sayısı sıfırdır. Ancak bir tek örgü yerini pertürbe ederek, bant boşluğu içinde tek bir yerleşmiş mod veya birbirine yakın aralıklı modlar seti oluşturabiliriz. Şekil 2.15'te görüldüğü gibi tek bir diziyi pertürbe etmek çizgi kusur, tek bir örgüyü pertürbe etmek nokta kusur, diğer ise yüzey kusur olarak adlandırılır.

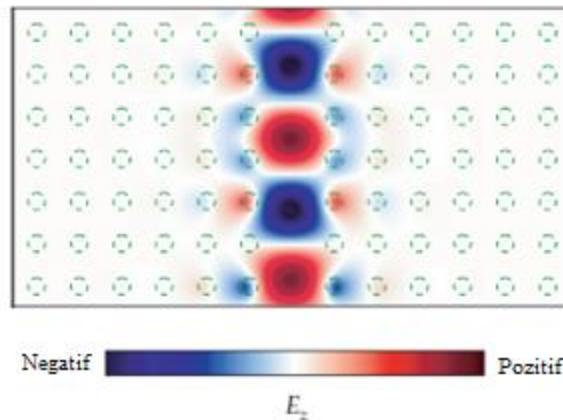


**Şekil 2.15:** Nokta, çizgi ve yüzey kusurun nasıl oluşturulabileceği dair bir örnek (Kılıç 2013)

İki boyutlu fotonik kristalde kusur oluşturmak için çeşitli yollar vardır. Bunlar tek bir örgüyü tamamen kaldırırmak; örgünün yarıçapını, şeklini değiştirmek veya kaldırılan örgü yerine dielektrik sabiti farklı bir malzeme koymak olarak sıralanabilir. Örgüden bir sütun kaldırıldığında yansıtıcı duvarlarla çevrilmiş etkili bir kaviti oluşturulmuş olur. Eğer kaviti bant aralığı içindeki modu desteklemek için uygunsa ışık hiçbir yere kaçamaz ve böylelikle kusura modu bağlayabiliriz (Joannopoulos ve dig. 2008).

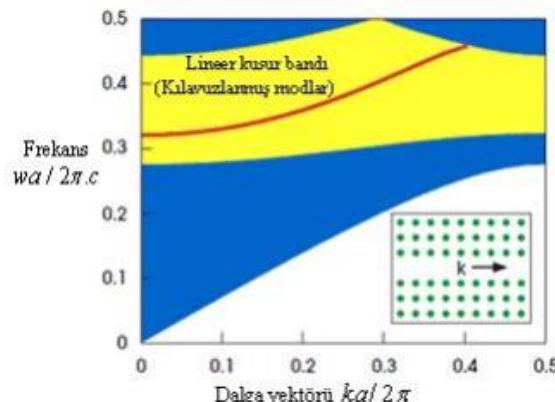
## 2.5 Çizgisel Kusurlar ve Dalga Kılavuzları

Fotonik kristallerde nokta kusurları ışığı hapsetmek için kullanmıştık. Çizgi kusurları ise ışığı bir noktadan diğerine iletmek için kullanacağız. Dalga kılavuzu oluşturmak için temel fikir, Şekil 2.15'de gösterildiği gibi kusursuz bir Fotonik kristalde düz bir sıra halindeki birim hücreyi modifiye etmektir. Bu yapılığında belli bir frekansa sahip ışık; kusurla sınırlandırılmış bant aralığı içinde ve kusur boyunca Şekil 2.16'de gösterildiği gibi yayılmaktadır. Çizgisel kusura sahip bir yapı tek doğrultuda ayrık öteleme simetrisini korumaktadır. Bu durum için y doğrultusunda simetrisini korumaktadır. Böylelikle  $k_y$  değerini korumuştur. Ayrıca sürekli öteleme simetrisi z doğrultusunda korunduğundan  $k_z$ 'de korunmuştur. Bu durumda yapımızı  $k_z = 0$  ile sınırlayabiliriz. Sadece TM polarizeli durumu ele alınmaktadır. Şekil 2.17'de  $w$ 'ye karşılık gelen  $k_y$  diyagramında kılavuz modlarının bant aralığı içinde yerelleştiğini görülmektedir. Aralığın dışında, Şekil 2.17'deki mavi bölgede modlar kristalin içinde uzanır ve buna uygun olarak sürekli frekans aralığını kapsamaktadır.



**Şekil 2.16:** Çizgi kusur ile oluşturulmuş kılavuzlanmış modun elektrik alan deseni (Joannopoulos ve dig. 2008).

Çizgisel kusur ile nokta kusur arasındaki temel fark şudur: Nokta kusurda, bir mod fotonik bant aralığında bir frekansa sahip olduğunda yerelleşmektedir. Çizgisel kusurda ise modun davranışları sadece frekansın bir fonksiyonu olarak değil dalga vektörü  $k_y$ 'nin de bir fonksiyonu olarak düşünülmektedir.



**Şekil 2.17:** Tek bir satır kaldırılarak oluşturulan kılavuzlanmış modların bant yapısı. Mavi bölgeler uzanımlı durumları, sarı bölge bant aralığını, kırmızı çizgi ise kusur modunu göstermektedir (Kılıç 2013).

Ceşitli yollarla çizgisel kusur oluşturulup buna karşılık gelen kılavuzlanmış modlar elde edilebilir. Bunun için ihtiyacımız olan tek şey bir doğrultuda ayrık öteleme simetrisini korumamız gerektidir. Tek- modlu dalga kılavuzu oluşturmak için tek satır kaldırılır. Bu tür bir dalga kılavuzu belli bir frekansta en çok bir kılavuzlanmış modun bulunması özelliğindedir. Çok-modlu dalga kılavuzu oluşturmak için birden çok satır yapıımızda kaldırılmamalıdır. Tek -modlu dalga kılavuzları bilgi aktarımında çok-modlu dalga kılavuzlarına göre daha çok tercih edilir (Joannopoulos ve dig. 2008).

## 2.6 Fotonik Kristal Kavitiler

Optik kaviti rezonans olduğu frekansta ışığı depolamaktadır. Fotonik kristallerde en basit anlamda nokta kusurlarla kaviti oluşturulabilir. Bunun için tek fotonik kristal çubuğu veya deliğin yarıçapı arttırılabilir, azaltılabilir veya dielektrik sabiti farklı bir çubuk kullanılabilir ya da dielektrik çubuk tamamen kaldırılabilir. Kusurdan dolayı fotonik kristalin öteleme simetrisi bozulur ve bu nedenle modlar  $\mathbf{k}$  dalga vektörü ile sınıflandırılamaz. Kaviti boyutunun uygun şekilde ayarlanmasıyla fotonik bant aralığı içinde frekanslara sahip modlar kaviti içinde yerelleşir ve dışarı çıkmaz. Yerelleşmiş modların alanları kusurdan uzaklaşıkça üstel bir şekilde azalır. Kavitiler Q faktörü ve mod hacmi ile ifade edilir. Bir kavitide rezonansa uğramış olan modun frekansı genel olarak kompleks bir değerdir ve  $\omega_c = \omega_0 - i\gamma/2$  ile ifade edilir. Burada  $\omega_c$  modun rezonans frekansı,  $\omega_0$  bu ifadenin gerçek kısmı,  $\gamma$  ise sönümlü sabittir. Modun alanı  $e^{-\gamma t/2}$  ile, modun enerjisi ise  $e^{-\gamma t}$  ile değişim göstermektedir. Boyutsuz olmasını sağlamak için Q faktörü  $Q = \omega_0 / \Delta\omega$  olarak tanımlanmıştır.  $\Delta\omega$  iletim spektrumunda rezonans modun eğrisinin bant genişliğinin yarısı kadardır. Kalite faktörü; Q, enerjinin  $e^{-2\pi}$  kadar sönümlenmesi için geçen zamanı ifade eder.  $1/Q$  ise boyutsuz bir sönümlenme oranını ifade etmektedir (Tezcan 2014).

$$\frac{1}{Q} = \frac{P}{\omega_0 U} \quad (2.4)$$

(2.4) eşitliğinde P harcanan güçtür. U ise kaviti içerisinde depolanan elektromanyetik enerjidir.

Modun hapsolduğu hacim ne kadar dar ise ışığın uzaysal olarak depolanması o kadar güçlü olmaktadır. Optik kavitiler ile optik filtrelerin, optik algılayıcıların, elektrooptik modülatörlerin ve optik anahtarların tasarımı yapılmaktadır. Optik haberleşmede kullanılan dar bantlı filtreler için kalite faktörü ve geçirgenlik önemlidir. Lazer uygulamalarında ise küçük mod hacmi önemli olmaktadır.

### 3. YÖNTEM

Bu bölümde Fotonik kristal blokların dejenere mod analizlerinde kullanılacak olan Birleşik Mod Teorisi (CMT), PWEM (Düzlem Dalga Açılmış Yöntemi) yöntemi ve zamanda sonlu farklar; yani FDTD yöntemi açıklanacaktır. Bu yöntemler açıklanmadan önce Maxwell denklemlerine değinilecektir. Son olarak ise bir modun dejenere olup olmadığını nasıl tespit edileceğine ilişkin yöntem anlatılacaktır.

#### 3.1 Maxwell Denklemleri

Elektromanyetik dalgalar bir malzeme içinde yayılırken belli bir davranış sergiler. Bu davranışın şekli dört tane diferansiyel denklemle tanımlanır. Bu denklemlere Maxwell denklemleri denir. Maxwell denklemleri aşağıdaki eşitliklerdir.

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = 0, \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \mathbf{J}_f, \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \rho_f, \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (3.4)$$

Bu eşitliklerde  $\mathbf{E}$  elektrik alan vektörünü,  $\mathbf{H}$  manyetik alan vektörünü,  $\mathbf{B}$  manyetik induksiyonu,  $\mathbf{D}$  elektrik deplasmanı ifade eder.  $\mathbf{J}_f$  ve  $\rho_f$ , ise sırasıyla; akım yoğunluğu ve yük yoğunluğuudur.

(3.1) eşitliği Fraday- Lenz yasası olarak bilinir ve zamanla değişen manyetik akı tarafından elektrik alanının nasıl induklendiğini ifade eder. (3.2) eşitliği Amper yasası olarak bilinir, yük akışı ve durağan olmayan elektrik alanı nedeniyle induklenen elektrik alanının oluşumunu ifade eder. (3.3) eşitliği Coulomb yasası olarak bilinir ve elektrik yükü dağılımı tarafından üretilen elektrik alan dağılımını

ifade eder. (3.4) eşitliği ise doğada olmayan bir manyetik tek kutbun ifadesidir (Eti 2014).

Aşağıdaki malzeme denklemlerini (3.1)'den (3.4)'e kadar tanımlanan eşitliklere eklersek elektromanyetik dalgaların boşlukta ve herhangi bir diğer ortamda yayılım davranışını ifade edilebilir.

$$\mathbf{D} = \varepsilon_r \mathbf{E} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu_r \mathbf{H} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} \quad (3.6)$$

Bu eşitliklerde  $\varepsilon_r$  ve  $\mu_r$  sırasıyla; bağıl dielektrik sabiti ve göreceli manyetik geçirgenliktir.  $\varepsilon_0$  ve  $\mu_0$  ise sırasıyla boşluğun dielektrik sabiti ve boşluğun manyetik geçirgenliğidir.  $\mathbf{P}$  ortamın elektrik polarizasyonu  $\mathbf{M}$  ise manyetizasyonudur. Lineer, dağılımlı olmayan ve kayıpsız malzemelerle çalışacağımız için  $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}$  ve  $\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$ 'dir.

Uzaydaki yer değişimini de hesaba katarsak aşağıdaki formüller elde edilir.

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\mathbf{r}) \mathbf{E} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r(\mathbf{r}) \mathbf{H} \quad (3.8)$$

Bir malzeme ortamında, ortam dielektrik ise yani  $\mu_r(\mathbf{r}) \approx 1$  ise ve serbest yük ve akım yoksa, yani  $\rho_f = 0$  ve  $J_f = 0$  ise Maxwell denklemleri aşağıdaki gibi olur.

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (3.9)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \frac{\partial \varepsilon_r(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (3.10)$$

$$\nabla \cdot [\varepsilon_r(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)] = 0 \quad (3.11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (3.12)$$

Maxwell denklemlerinden  $\mathbf{E}$  ve  $\mathbf{H}$  için aşağıdaki dalga denklemleri türetilebilir.

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varepsilon_r(\mathbf{r}) \mathbf{E} = 0, \quad (3.13)$$

$$\nabla \cdot (\frac{1}{\epsilon_r(r)} \nabla \cdot \mathbf{H}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{H} = 0, \quad (3.14)$$

Bu ifadedeki  $c$  ışığın boşluktaki hızıdır. İşık hızı,  $c = 1/(\sqrt{\epsilon_0} \cdot \sqrt{\mu_0})$ 'dır.

### 3.2 Maxwell Denklemleri ve Öz Değer Problemi

Maxwell denklemleri doğrusal denklemlerdir. Bu nedenle Maxwell denklemlerinin çözümlerinden herhangi biri, zamandaki harmonik modların doğrusal bir kombinasyonu olarak aşağıdaki gibi temsil edilebilir (Eti 2014)

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} \quad (3.16)$$

(3.15) ve (3.16)'daki eşitliklerde fiziksel bir alan elde edebilmek için karmaşık değerli alanların gerçek kısımlarını alabiliriz. (3.15) ve (3.16)'daki eşitlikler (3.9) ve (3.10)'da yerine konulduğunda; aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{i}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (3.17)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = -\frac{i}{\omega \mu_0} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (3.18)$$

$\mathbf{E}$  ve  $\mathbf{H}$ 'yi ayıralım. Sadece  $H$  üzerinde çalışalım. (3.17)'daki eşitlik (3.18)'de yerine konulduğunda  $\mathbf{H}$  için aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\epsilon_r(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right) = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (3.19)$$

İşık hızı  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  olarak ifade edilir. Yukarıdaki eşitlik çözülürse  $\mathbf{H}$  bulunur, (3.17)'daki eşitlik kullanılarak ise  $\mathbf{E}$  bulunur.

(3.19) eşitliği öz değer denklemi olarak aşağıdaki gibi tekrar yazılabilir.

$$\boldsymbol{\Theta} \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (3.20)$$

Yukarıdaki eşitlik aşağıdaki gibi yazılabılır.

$$\boldsymbol{\Theta} \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \nabla_x \left( \frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})} \nabla_x \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right) \quad (3.21)$$

Öz vektörler  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$  harmonik modlardır.  $\boldsymbol{\Theta}$ ,  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ 'nin operatörüdür.  $\left(\frac{\omega}{c}\right)^2$  öz vektörlere karşılık gelen öz değerlerdir.  $\boldsymbol{\Theta}$  doğrusal operatördür. Biliniyor ki doğrusal çözümlerin doğrusal kombinasyonlarından herhangi biri yine bir çözümüdür. Örneğin  $\mathbf{H}_I$  ve  $\mathbf{H}_{II}$  öz değer denkleminin  $\omega$  frekansında iki çözümüyse,  $a\mathbf{H}_I + b\mathbf{H}_{II}$   $\omega$  frekansında yine bir çözümüdür.  $a$  ve  $b$  burada keyfi sabitlerdir.

Bütün gözlemlenebilirler, Hermitian operatörleri tarafından temsil edilmek zorunda olduğundan operatör  $\boldsymbol{\Theta}$  da Hermitian olmak zorundadır. İki vektör alanı olan  $\mathbf{A}(\mathbf{r})$  ve  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ 'nin iç çarpımı aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$(\mathbf{A}, \mathbf{B}) \equiv \int d^3\mathbf{r} \mathbf{A}^*(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad (3.22)$$

Kolayca görülebilir ki yukarıdaki denklik iç çarpımın tüm özelliklerini karşılayan bilineer bir formdur.

Operatör  $\boldsymbol{\Theta}$ , aşağıdaki ilişkiyi karşılsa Hermitian operatörüdür.

$$(\mathbf{A}, \boldsymbol{\Theta} \mathbf{B}) = (\boldsymbol{\Theta} \mathbf{A}, \mathbf{B}) \quad (3.23)$$

İspatı aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} (\mathbf{A}, \boldsymbol{\Theta} \mathbf{B}) &= \int d^3\mathbf{r} \mathbf{A}^* \cdot [\nabla_x \left( \frac{1}{\varepsilon_r} \nabla_x \mathbf{B} \right)] \\ &= \int d^3\mathbf{r} (\nabla_x \mathbf{A})^* \cdot \left( \frac{1}{\varepsilon_r} \nabla_x \mathbf{B} \right) \\ &= \int d^3\mathbf{r} \left[ \nabla_x \left( \frac{1}{\varepsilon_r} \nabla_x \mathbf{A} \right) \right]^* \cdot \mathbf{B} \\ &= (\boldsymbol{\Theta} \mathbf{A}, \mathbf{B}) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Aşağıdaki vektör özdeşliği düşünülebilir.

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} \mathbf{X} \mathbf{C}) = (\nabla \mathbf{X} \mathbf{A}) \cdot \mathbf{C} - \mathbf{A} \cdot (\nabla \mathbf{X} \mathbf{C}) \quad (3.25)$$

### **Hermitian operatörlerinin özellikleri:**

**1.** Hermitian operatörlerinin öz değerleri geçektir.

**Kanıt.** İspat için öz değer denkleminden başlanılabilir.

$$\boldsymbol{\Theta} \mathbf{H} = \left( \frac{\omega^2}{c^2} \right) \mathbf{H} \quad (3.26)$$

Yukarıdaki eşitliğin  $\mathbf{H}$  ile iç çarpımı yapılrsa;

$$(\mathbf{H}, \boldsymbol{\Theta} \mathbf{H}) = \left( \frac{\omega^2}{c^2} \right) (\mathbf{H}, \mathbf{H}) \quad (3.27)$$

Yukarıdaki eşitliğin karmaşık konjugantını alırsak

$$(\mathbf{H}, \boldsymbol{\Theta} \mathbf{H})^* = \left( \frac{\omega^2}{c^2} \right)^* (\mathbf{H}, \mathbf{H}) \quad (3.28)$$

olur. İç çarpım tanımından biliniyor ki  $(\mathbf{H}, \boldsymbol{\Theta} \mathbf{H}) = (\boldsymbol{\Theta} \mathbf{H}, \mathbf{H})^*$ 'dır. Hermitian özelliğinin tanımından biliniyor ki  $(\mathbf{H}, \boldsymbol{\Theta} \mathbf{H}) = (\boldsymbol{\Theta} \mathbf{H}, \mathbf{H})$  'dır. Bu bilgiler ışığında aşağıdaki eşitliğe ulaşılır.

$$\left( \frac{\omega^2}{c^2} \right) = \left( \frac{\omega^2}{c^2} \right)^* \quad (3.29)$$

Yukarıdaki eşitlikten anlaşılıyor ki  $\omega^2$  geçektir.

**2.** Farklı öz değerlere karşılık gelen eşit olmayan öz vektörler ortogonaldır.

**Kanıt.**  $\mathbf{H}_I$  ve  $\mathbf{H}_{II}$ 'yı iki öz değer vektörü olarak  $\omega_I$  ve  $\omega_{II}$  diye iki farklı öz frekanslarda düşünelim.  $\mathbf{H}_I$  için öz değer denklemi aşağıdaki gibidir

$$\boldsymbol{\Theta} \mathbf{H}_I = \left( \frac{\omega_I}{c} \right)^2 \mathbf{H}_I \quad (3.30)$$

Yukarıdaki denklemin  $\mathbf{H}_{II}$  ile iç çarpımı yapılrsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$(\mathbf{H}_{II}, \boldsymbol{\Theta} \mathbf{H}_I) = \left( \frac{\omega_I}{c} \right)^2 (\mathbf{H}_{II}, \mathbf{H}_I) \quad (3.31)$$

$\mathbf{H}_{II}$  için öz değer denklemi yazılırsa;

$$\boldsymbol{\Theta} \mathbf{H}_{II} = \left( \frac{\omega_{II}}{c} \right)^2 \mathbf{H}_{II} \quad (3.32)$$

olur. Yukarıdaki denklemin  $\mathbf{H}_I$  ile iç çarpımı yapılrsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$(\mathbf{H}_{II}, \boldsymbol{\Theta} \mathbf{H}_I) = \left( \frac{\omega_{II}}{c} \right)^2 (\mathbf{H}_{II}, \mathbf{H}_I) \quad (3.33)$$

Eşitlik 3.33'den 3.31 çıkarılırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$(\omega_I^2 - \omega_{II}^2)(\mathbf{H}_{II}, \mathbf{H}_I) = 0 \quad (3.34)$$

Bu sonuç şunu göstermektedir:

$\omega_I \neq \omega_{II}$  ise öz vektörler  $\mathbf{H}_I$  ve  $\mathbf{H}_{II}$  ortogonaldır.  $\omega_I = \omega_{II}$  ise dejenere oldukları ve ortogonal olmalarına gerek olmadıkları söylenir (Eti 2014).

### 3.3 İki Boyutlu Yapılar İçin Düzlem Dalga Açılmı Yöntemi(PWEM)

Dielektrik sabiti, iki boyutlu yapılarda x ve y yönünde periyodiktir yani dalga vektörünün bileşenleri bu doğrultularda mevcuttur. z yönünde ise dielektrik sabiti değişmediğinden bu doğrultuda dalga vektörünün bileşeni yoktur. Bu durumda elektrik alan ve manyetik alan bileşenlerinden  $E_z$  ve  $H_z$  Maxwell denklemleriyle aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Yılmaz 2013).

$$-\frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right\} \mathbf{E}_z(\mathbf{r}) = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}_z(\mathbf{r}) \quad (3.35)$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})} \frac{\partial}{\partial y} \right\} \mathbf{H}_z(\mathbf{r}) = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H}_z(\mathbf{r}) \quad (3.36)$$

Burada  $\mathbf{r} = x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y$  ve  $1/\varepsilon_r(\mathbf{r})$ 'nin Fourier açılımı ile ifadesi aşağıdaki gibi yazılabılır.

$$\frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})} = \sum_G K_G \exp(j\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}) \quad (3.37)$$

$$K_G = \frac{1}{A} \iint_S \frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})} \exp(-j\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}) dS \quad (3.38)$$

Formülde  $S$  birim hücreyi ifade ederken  $A$  ise birim hücre alanını göstermektedir. Ters örgü vektörü  $\mathbf{G} = g_1\mathbf{x} + g_2\mathbf{y}$  şeklinde ifadelendirilir. Kare örgü fotonik kristallerde  $g_1 = 2\pi m/a$  ve  $g_2 = 2\pi n/a$  olarak ifade edilmekte iken, üçgen örgüde  $g_1 = \frac{2\pi}{a}(y + x\sqrt{3})/2$  ve  $g_2 = \frac{2\pi}{a}(y - x\sqrt{3})/2$  şeklinde ifade edilir.

Fotonik kristal yapı z yönünde sonsuz kabul edildiğinden bu yöndeeki elektrik ve manyetik alanlar aşağıda gösterildiği gibi sonsuz sayıda düzlem dalganın toplamı şeklinde yazılabilir.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_z(\mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{G}} h_{G,k} \exp[i(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot \mathbf{r}] \\ &= \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \sum_G h_{G,k} \exp(i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) v_k(\mathbf{r}) \quad (3. 39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_z(\mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{G}} e_{G,k} \exp[i(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot \mathbf{r}] \\ &= \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \sum_G e_{G,k} \exp(i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) v_k(\mathbf{r}) \quad (3. 40) \end{aligned}$$

(3.39) ve (3.40) eşitliklerindeki  $h$  ve  $e$  elektrik alan ile manyetik alanının Fourier bileşenlerini göstermektedir. Bu denklemler (3.35) ve (3.36) eşitliklerinde yerine konulduğunda;

$$-\sum_G K_G (\mathbf{G} - \dot{\mathbf{G}})(\mathbf{k} + \dot{\mathbf{G}}) x \{(\mathbf{k} + \dot{\mathbf{G}}) x \mathbf{E}_{z,kn}(\dot{\mathbf{G}})\} = \frac{\omega_{kn}^2}{c^2} \mathbf{E}_{z,kn}(\mathbf{G}) \quad (3. 41)$$

$$-\sum_G K_G (\mathbf{G} - \dot{\mathbf{G}})(\mathbf{k} + \dot{\mathbf{G}}) x \{(\mathbf{k} + \dot{\mathbf{G}}) x \mathbf{H}_{z,kn}(\dot{\mathbf{G}})\} = \frac{\omega_{kn}^2}{c^2} \mathbf{H}_{z,kn}(\mathbf{G}) \quad (3. 42)$$

elde edilir. Tasarlanan yapıların bant diyagramları bu eşitlikler ile nümerik olarak hesaplanabilmektedir (Yılmaz 2013).

### 3.4 İki Boyutlu Yapılar İçin Sonlu Farklar Zaman Yöntemi(FDTD)

Tasarlanan yapıların zaman düzleminde analizi Sonlu Farklar Zaman Düzlemi (FDTD) metodu ile yapılmaktadır. Bu metot 1966'da Kne S. Yee tarafından bulunmuştur. Yapının birim uzunluğu tüm eksenler boyunca istenilen sayı kadar birbiriyle eşit uzunluktaki parçalara bölünür. Parçaların başlangıç ve bitiş noktalarında ışığın yapı ile nasıl bir etkileşimde olduğu Maxwell denklemleri sayesinde ortaya çıkarılır. FDTD metodu ile yapının frekans alanındaki iletim grafiği ile birlikte dalganın zamana göre yapı ile etkileşimi ve bant diyagramı elde edilir (Yılmaz 2013).

Fotonik kristal yapıdaki herhangi bir nokta  $(i, j, k) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z)$  şeklinde tanımlanabilmektedir. Herhangi bir zaman ve alan fonksiyonu ise  $F^n(i, j, k) = F(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t)$  şeklinde ifade edilir.  $F$  fonksiyonu aşağıdaki eşitliklerin içinde yazılabilir.

$$\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial x} = \frac{F^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - F^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\delta} \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial t} = \frac{F^{n+1/2}(i, j, k) - F^{n-1/2}(i, j, k)}{\delta t} \quad (3.44)$$

Maxwell denklemlerinin Kartezyen koordinat sistemindeki operatörlerden bazıları aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu_r} \left( \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_r} \left( \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \quad (3.46)$$

Eşitlik (3.43) ve (3.44); (3.45) ve (3.46)'da yerine konulduğunda;

$$\begin{aligned} H_x^{n+1/2} \left( i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) &= H_x^{n-1/2} \left( i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) \\ &+ \frac{\delta t}{\mu_r(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2})\delta} \left[ E_y^n \left( i, j + \frac{1}{2}, k + 1 \right) - E_y^n \left( i, j + \frac{1}{2}, k \right) + \right. \\ &\quad \left. E_z^n \left( i, j, k + \frac{1}{2} \right) \right] - E_z^n \left( i, j + 1, k + \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} E_x^{n+1} \left( i + \frac{1}{2}, j, k \right) &= \left[ 1 - \frac{\sigma(i + \frac{1}{2}, j, k)\delta t}{\epsilon_r(i + \frac{1}{2}, j, k)} \right] E_x^n \left( i + \frac{1}{2}, j, k \right) \\ &+ \frac{\delta t}{\epsilon_r(i + \frac{1}{2}, j, k)\delta} \left[ H_z^{n+1/2} \left( i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k \right) - H_z^{n+1/2} \left( i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k \right) + \right. \\ &\quad \left. H_y^{n+1/2} \left( i + \frac{1}{2}, j, k - \frac{1}{2} \right) - H_y^{n+1/2} \left( i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.48)$$

İfadeleri elde edilir. fotonik kristallerin zaman alanındaki analizleri bu ifadeler ile yapılmaktadır.

Bu yöntemin doğru bir şekilde çalışması için hesaplanan noktalar arası mesafe değişirse elektromanyetik alanda önemli bir değişim olmaması

gerekmektedir. Bu nedenle birim uzaklık değeri minimum dalga boyunun küçük bir kısmı kadar olmalıdır.

$$v_{maks} \Delta t \leq \left( \frac{1}{\delta x^2} + \frac{1}{\delta y^2} + \frac{1}{\delta z^2} \right)^{-1/2} \quad (3.49)$$

Ifadesinde  $v_{maks}$  maksimum faz hızını ifade etmektedir. FDTD hesaplamalarında bu ölçüt değerlendirilir.

### 3.5 Optik Kaviti-Dalga Kılavuzu Yapılarındaki Birleşik Mod Teorisi

Dalga kılavuzlarına bağlı optik kaviti sistemlerinde ışık yayılımı birleşik mod teorisi (CMT) olarak bilinen genel denklem modeli ile uygun şekilde tarif edilebilir. Bu bölümde birleşik mod teorisi denklemleri türetilicektir. Öncelikle dalga kılavuzu ve kaviti yapısı için modlar tanımlanacak. Ardından, dalga kılavuzu ve kaviti bağlı yapıda modlar hesaplanıp birleşik mod teorisi denklemleri türetilicektir (Gregersen ve diğ. 2017).

#### 3.5.1 Modların Tanımlanması

Genel olarak, yapının kaynaksız Maxwell denklemlerine zamana uyumlu çözümler üretetebilmek için alt sistemlerin farklı modlarını belirleriz.

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{f}(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} \quad (3.50)$$

Burada duruma bağlı alan dalga denklemini çözdüğünde;

$$\nabla_x \nabla_x \mathbf{f}(\mathbf{r}, \omega) - k^2 \epsilon_r(\mathbf{r}) \mathbf{f}(\mathbf{r}, \omega) = 0 \quad (3.51)$$

olur.

Burada  $\epsilon_r(\mathbf{r}, \omega)$  duruma bağlı göreceli geçirgenliktir.  $k = \omega/c$  açısal frekansın ışık hızına oranıdır. Sadelik için analizi dağılmayan malzemelerle sınırlıyoruz.

Dalga denklemi tek başına modları net bir şekilde tanımlamak için yeterli olmaz. Sadece uygun bir sınır kümesi belirleyerek mod olarak tanımlanabilecek ilgili çözümler ile diferansiyel denklem problemi ele almak için yeterlidir. Sınır

koşullarının doğru seçilmesi özel alt sisteme bağlıdır ve dalga kılavuzu ile kaviti modları için uygun farklı seçimler olduğu tartışılabilir.

### 3.5.1.1 Dalga Kılavuzu Modları

Genel dalga kılavuzları için göreceli geçirgenliğin  $\varepsilon_r(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = \varepsilon_r(\mathbf{r})$  olarak yazıldığı düşünülebilir. Burada  $\mathbf{R}$  dalga kılavuzu yönünde bir kafes vektöridür. Bu durumda uygun sınır şartları periyodiktir. Floquet teorisi çözümlerin  $\mathbf{F}_k(\mathbf{r}) = \mathbf{f}_k(\mathbf{r})/\sqrt{L}$  olarak yazılmasını sağlar. Burada  $L$  normalleştirme hacmi uzunluguudur (Gregersen ve diğ. 2017).

$$\mathbf{f}_k(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \mathbf{u}_k(\mathbf{r}) \quad (3. 52)$$

Burada  $\mathbf{u}_k(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = \mathbf{u}_k(\mathbf{r})$  bloch fonksiyonudur ve.  $\mathbf{k}$  dalga kılavuzu yönünde dalga vektöridür.

Sadece kılavuzlanmış modları düşünüyoruz. Kılavuzlanmış modların normalize hali aşağıdaki gibidir.

$$\int_V \varepsilon_r(\mathbf{r}) \mathbf{F}_k^*(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{F}_q(\mathbf{r}) dV = \delta_{kq} \quad (3. 53)$$

Burada  $V = L^3$  normalizasyon hacmidir.  $\delta_{kq}$  kronoker delta fonksiyonudur. Eşitlik (3. 52) ve (3. 53)'ten aşağıdaki bulunur.

$$\frac{1}{\alpha} \int_{UC} \varepsilon_r(\mathbf{r}) \mathbf{u}_k^*(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{u}_q(\mathbf{r}) dV = \delta_{kq} \quad (3. 54)$$

Genel olarak, herhangi bir ana bağlı elektrik alanına genişletilirse;

$$\mathbf{E}_{n\pm}(\mathbf{r}, t) = E_n \sum_{\omega} \zeta(x, \omega) e^{-i\omega t} \mathbf{f}_{n\pm}(\mathbf{r}, \omega) \quad (3. 55)$$

olur (Gregersen ve diğ. 2017).

$\pm$  yayılımın yönünü ifade eder. X koordinatı dalga kılavuzu boyunca pozisyonu belirtir.  $\zeta(x, \omega)$  dalga kılavuzu boyunca mod fonksiyonlarının  $\{\mathbf{f}_{n\pm}(\mathbf{r}, \omega)\}$  modülasyonunu yönetir. Herhangi bir dalga kılavuzu modu  $\{\mathbf{f}_{n+}(\mathbf{r}, \omega)\}$ ;  $\{\mathbf{f}_{n-}(\mathbf{r}, \omega)\} = \{\mathbf{f}_{n+}^*(\mathbf{r}, \omega)\}$  olarak belirlenebilir.

Dalga kılavuzundaki green tensör aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\mathbf{G}_{wg}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \omega) \approx \frac{i}{2k} \frac{c}{v_g} \left[ \begin{aligned} & \theta(x - \dot{x}) \mathbf{f}_{n+}(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{f}_{n+}^*(\dot{\mathbf{r}}, \omega) \\ & + \theta(\dot{x} - x) \mathbf{f}_{n-}(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{f}_{n-}^*(\dot{\mathbf{r}}, \omega) \end{aligned} \right] \quad (3.56)$$

Burada  $k = |\mathbf{k}|$  ’dır.  $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$  grup hızıdır.  $\theta(x)$  heaviside adım fonksiyonudur (Gregersen ve diğ. 2017).

### 3.5.1.2 Kaviti Modları

Optik kavitiler, ışık için ayrik frekansta rezonatör gibi davranışlarından dolayı dalga kılavuzlarından ayrılır (Gregersen ve diğ. 2017).

Ayrik ve kompleks rezonans frekansı  $\tilde{\omega}_\mu = \omega_\mu - i\gamma_\mu$  olarak tanımlanır.

$A$  herhangi bir yüzeyi,  $\mathbf{n}$  ise normal vektörünü temsil eder.  $\mathbf{S}(\mathbf{r})$  zamana bağlı enerji yoğunluğunun integrali ile ilgilidir. Bu bağlamda aşağıdaki eşitlik düşünülebilir.

$$\int_A \langle \mathbf{S}(\mathbf{r}) \rangle \cdot \mathbf{n} dA = 2\gamma_\mu \int_V \langle u(\mathbf{r}) \rangle dV \quad (3.57)$$

$Q$  değeri olarak  $Q = \omega_\mu / 2\gamma_\mu$  yazılabilir.

Yapıdaki Silver-Müller yayılım durumu aşağıdaki gibi düşünülebilir.

$$\hat{\mathbf{r}} \times \nabla \times \tilde{\mathbf{f}}_\mu(\mathbf{r}) \rightarrow i n_B \tilde{k}_\mu \tilde{\mathbf{f}}_\mu(\mathbf{r}) \quad r \rightarrow \infty \quad (3.58)$$

$\hat{\mathbf{r}}$ ,  $\mathbf{r}$  yönündeki birim vektördür.

QNM aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\tilde{\mathbf{f}}_\mu(\mathbf{r}) = \sigma_{\mu n} \mathbf{f}_{n-}(\mathbf{r}, \tilde{\omega}_\mu) \quad (3.59)$$

$\sigma_{\mu n}$ , dalga kılavuzu modlarının faz seçimine bağlı kompleks bir sabittir.

QNMs aşağıdaki integral vasıtasiyla normalize edilebilir.

$$I = \int_V \varepsilon_r(\mathbf{r}) \tilde{\mathbf{f}}_\mu(\mathbf{r}) \cdot \tilde{\mathbf{f}}_\mu(\mathbf{r}) dV \quad (3.60)$$

İntegral aşağıdaki gibi tekrar yazılabilir.

$$I_{x>x_0} = I_a(x_0) \sum_{m=0}^{\infty} b^m \quad (3.61)$$

Sonlu değer olarak yazılırsa;

$$I_{x>x_0} = \frac{I_a(x_0)}{1-e^{2ika}} \quad (3.62)$$

olur. Green tensörün yaklaşık olarak aşağıdaki gibi olduğu varsayılabılır.

$$\mathbf{G}_{cav}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, k) \approx \sum_{\mu} \frac{\tilde{f}_{\mu}(\mathbf{r}) \tilde{f}_{\mu}(\dot{\mathbf{r}})}{2k(\tilde{k}_{\mu}-k)} \quad (3.63)$$

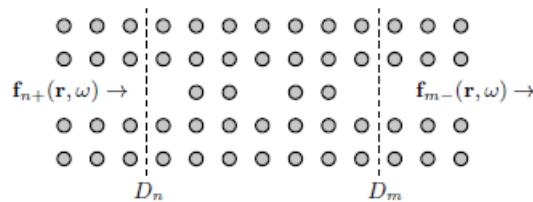
Son durumda kaviti içerisindeki elektrik alan aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Gregersen ve diğ. 2017).

$$\mathbf{E}_{cav}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mu} E_{\mu}(t) \tilde{f}_{\mu}(\mathbf{r}) \quad (3.64)$$

### 3.5.2 Birleşik Mod Teorisi Denklemlerinin Türetilmesi

Bu bölümde; kaviti modları ve dalga kılavuzu modlarının birleşimi ile kavitiden iletim ve yansımıma durumu incelenecel, ardından birleşik mod teorisi denklemleri türetilicektir (Gregersen ve diğ. 2017).

#### 3.5.2.1 Kaviti Modları ile Dalga Kılavuzu Modlarının Birleşimi



**Şekil 3.1:** Dalga kılavuzuna kaviti eklenmiş yap (Gregersen ve diğ. 2017)

Aşağıdaki gibi bir elektromanyetik alan durumu düşünülebilir (Gregersen ve diğ. 2017).

$$\mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}, \omega) = E_{n+}(\omega) \mathbf{f}_{n+}(\mathbf{r}, \omega) \quad (3.65)$$

$$\mathbf{B}_{in}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{i}{\omega} \nabla \times \mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}, \omega) \quad (3.66)$$

$\mathbf{f}_{n+}(\mathbf{r}, \omega)$  eşitlik (3.52)'deki Bloch forma sahiptir.

Elektrik ve manyetik alan aşağıdaki ortalama giriş gücünü taşır.

$$P_{n+} = \frac{1}{2\mu_0} \int_{D_n} \operatorname{Re}\{\mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{B}_{in}^*(\mathbf{r}, \omega)\} \cdot \mathbf{n} dA \quad (3.67)$$

$\mu_0$  boş alan geçirgenliğidir.  $D_n$  dalga kılavuzunu kesen herhangi bir yüzeydir.  $\mathbf{n}$  yayılım yönünde bir birim vektördür.

Eşitlik (3.54), (3.65) ve (3.66)'dan aşağıdaki yazılabilir.

$$P_{n+} = \frac{v_g}{2L_{UC}} \int_{UC} \epsilon_0 \epsilon_r(\mathbf{r}, \omega) |\mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}, \omega)|^2 dV = \frac{v_g}{2} \epsilon_0 |E_{n+}(\omega)|^2 \quad (3.68)$$

$\epsilon_0$  boş alan geçirgenliğidir.

Alan eşitliği prensibi kullanılarak girişteki akım yoğunluğu ve manyetik alan aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\mathbf{J}_{in}(\mathbf{r}, \omega) = \hat{\mathbf{n}} \times \left( \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}_{in}(\mathbf{r}, \omega) \right) \quad (3.69)$$

$$\mathbf{M}_{in}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{E}_{in} \times \tilde{\mathbf{n}} \quad (3.70)$$

Böylece herhangi bir  $x > \hat{x}$  için elektrik alan aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = & \left[ \int_D i\omega\mu_0 \mathbf{G}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{r}}, \omega) \cdot \mathbf{J}_{in}(\hat{\mathbf{r}}, \omega) dA \right. \\ & \left. - \int_D [\nabla \times \mathbf{G}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{r}}, \omega)] \cdot \mathbf{M}_{in}(\hat{\mathbf{r}}, \omega) dA \right] \end{aligned} \quad (3.71)$$

$\mathbf{G}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{r}}, \omega)$  özel bir geometri için elektrik alanın green tensörüdür.

Örneğin sonsuz bir dalga kılavuzu için eşitlik 3.71 kullanılır.

Eşitlik (3.56)'dan aşağıdaki bulunur.

$$\mathbf{E}_{wg}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{2\mu_0 c^2 P_{n+}}{v_g |E_{n+}(\omega)|^2} \mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}, \omega) \quad (3.72)$$

Kompleks rezonans frekansının göreceli olarak küçük imajiner bölümünden dolayı dalga kılavuzu mod profili değişimi göz ardı edilebilir ve böylece aşağıdaki elde edilir.

$$\tilde{\mathbf{f}}_\mu(\mathbf{r}) \approx \sigma_{\mu n} \mathbf{f}_{n-}(\mathbf{r}, \omega_\mu) \quad (3.73)$$

Giriş alanı açısından kaviti alanının ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{E}_{cav}(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{\mu} i \frac{v_g}{\omega - \tilde{\omega}_{\mu}} \sigma_{\mu n} E_{n+}(\omega) \tilde{\mathbf{f}}_{\mu}(\mathbf{r}) \quad (3.74)$$

$\mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{E}_{n+}(\omega) \mathbf{f}_{n+}(\mathbf{r}, \omega)$  genel giriş alanı olarak tanımlanır. Tek QNM'nin elektrik alanı  $\mathbf{E}_{\mu}(\mathbf{r}, \omega) = E_{\mu}(\omega) \tilde{\mathbf{f}}_{\mu}(\mathbf{r})$  için

$$C_{\mu n}(\omega) = \frac{E_{\mu}(\omega)}{E_{n+}(\omega)} \quad (3.75)$$

olur.

Kaviti modunun genliği aşağıdaki gibi ifade edilir (Gregersen ve diğ. 2017).

$$E_{\mu}(\omega) = C_{\mu n}(\omega) E_{n+}(\omega) \quad (3.76)$$

Burada

$$C_{\mu n}(\omega) = i \frac{v_g}{\omega - \tilde{\omega}_{\mu}} \sigma_{\mu n} = \Gamma_{\mu}(\omega) \sigma_{\mu n} \text{'dır.} \quad (3.77)$$

### 3.5.2.2 Kavitiden İletim ve Yansıma

Birçok pratik uygulamada, yapının kaviti bölümünden iletilen ve bu bölümden geri yansıyan elektromanyetik dalga ile ilgilenilir.

Bu gibi durumlarda, eşitlik (3.71) vasıtasyyla alan eşitlik prensibini kullanmak için green tensöre uygun bir yaklaşım bulunmalıdır. En genel doğrusal saçılma gelen bir sinyalin aynı yoldan geriye doğru saçılmasıyla gerçekleşir. Bu gibi durumlar  $S_{n-}(t) = S_{n+}(t) - \sqrt{\gamma_c} A(t)$  eşitliği ile açıklanır (Gregersen ve diğ. 2017).

Aşağıdaki gibi genel bir yaklaşım türetilebilir.

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \omega) \approx \mathbf{G}_B(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \omega) + \sum_{\mu} \frac{\tilde{\mathbf{f}}_{\mu}(\mathbf{r}) \tilde{\mathbf{f}}_{\mu}(\dot{\mathbf{r}})}{2k(\tilde{k}_{\mu} - k)} \quad (3.78)$$

Genel giriş alanı

$$\mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}, \omega) = E_{n+}(\omega) \mathbf{f}_{n+}(\mathbf{r}, \omega) \text{'dır.} \quad (3.79)$$

Çıkış kanalının iletimi

$$\mathbf{E}_{m-}(\mathbf{r}, \omega) = E_{m-}(\omega) \mathbf{f}_{m-}(\mathbf{r}, \omega) \text{'dır.} \quad (3.80)$$

Genel giriş alanı ve çıkış kanalının iletimi için aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$T_{mn}(\omega) = \frac{E_{m-}(\omega)}{E_{n+}(\omega)} \quad (3.81)$$

Şekil 3.1'deki gibi bir kaviti düşünülebilir.

(3.78) eşitliğinde green tensör ihmali edilebilir ve iletim aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$T_{mn}(\omega) = i \frac{v_g}{\omega - \tilde{\omega}_\mu} \sigma_{\mu n} \sigma_{\mu m} = \Gamma_\mu(\omega) \sigma_{\mu n} \sigma_{\mu m} \quad (3.82)$$

Çıkış kanalı  $\mathbf{E}_{out}(\mathbf{r}, \omega) = E_{n-}(\omega) \mathbf{f}_{n+}^*(\mathbf{r}, \omega)$  olarak tanımlanabilir.

Ve

$$R_n(\omega) = T_{nn}(\omega) = \frac{E_{n-}(\omega)}{E_{n+}(\omega)} \quad (3.83)$$

olur.

Eşitlik (3.78)'deki green tensör aşağıdaki şekilde düşünülebilir.

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \omega) \approx \frac{i}{2k} \frac{c}{v_g} \mathbf{f}_{n-}(\mathbf{r}) \mathbf{f}_{n+}^*(\dot{\mathbf{r}}) \Phi + \frac{\tilde{f}_\mu(\mathbf{r}) \tilde{f}_\mu(\dot{\mathbf{r}})}{2k(\tilde{k}_\mu - k)} \quad (3.84)$$

$\Phi$  özel bir geometriye ve dalga kılavuzu modunun fazına bağlı genel bir fazı belirtir.

Yansıma aşağıdaki eşitlikle ifade edilir (Gregersen ve dig. 2017).

$$R(\omega) = \Phi + i \frac{v_g}{\omega - \tilde{\omega}_\mu} \sigma^2_{\mu n} = \Phi + \Gamma_\mu(\omega) \sigma^2_{\mu n} \quad (3.85)$$

### 3.5.2.3 Birleşik Mod Teorisi Denklemleri

Her bir terimin toplamı için Fourier dönüşümü aşağıdaki gibi bulunur (Gregersen ve dig. 2017).

$$E_\mu(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} i \frac{v_g}{\omega - \tilde{\omega}_\mu} \sigma_{\mu n} E_{n+}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (3.86)$$

Sonrasında  $\exp\{i\tilde{\omega}_\mu t\}$  ile çarpılırsa;

$$\frac{d}{dt} E_\mu(t) = -i\tilde{\omega}_\mu E_\mu(t) + iv_g \sigma_{\mu n} E_{n+}(t) \quad (3. 87)$$

olur.

Eşitlik (3.77) aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$C_{\mu n}(\omega) \approx i \frac{\sqrt{\gamma_\mu v_g}}{\omega - \tilde{\omega}_\mu} \quad (3. 88)$$

Kaviti içerisindeki zamana bağlı ortalama enerji aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$U_{cav}(t) \approx \frac{1}{2} \varepsilon_0 |E_\mu(t)| \quad (3. 89)$$

QNMs normalize edildiği için aşağıdaki yazılmıştır.

$$A(t) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{2}} E_\mu(t) \quad (3. 90)$$

Böylece  $|A(t)|^2 = U_{cav}(t)$  olur.

Eşitlik (3.68)'den aşağıdaki tanımlanabilir.

$$S_{n+}(t) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 v_g}{2}} E_{n+}(t) \quad (3. 91)$$

Böylece  $|S_{n+}(t)|^2 = P_{n+}(t)$  olur.

Sonunda aşağıdaki eşitliğe ulaşılır.

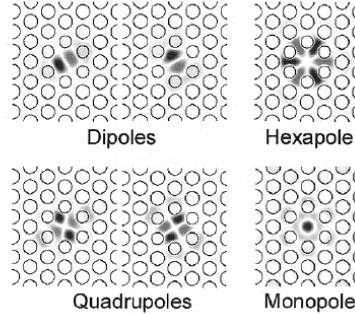
$$E_{n-}(\omega) = -E_{n+}(\omega) + E_\mu(\omega) \sigma_{\mu n} \quad (3. 92)$$

$\sqrt{\varepsilon_0 v_g / 2}$  ile çarpılırsa;

$$S_{n-}(t) = -\sqrt{\varepsilon_0 v_g / 2} E_{n-}(t) \quad (3. 93)$$

olur.

### 3.6 Bir Modun Dejenere Olup Olmadığının Tespiti



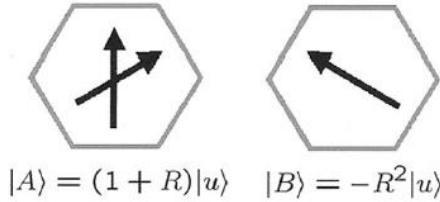
Şekil 3.2: Çeşitli rezonans modları(Kim ve Lee 2003)

İki boyutlu fotonik kristaller, dejenere mod veya dejenere olmayan mod olmaya meyillidir. İki boyutlu fotonik kristal lazerler üçgen kafes ve kare kafes olmasına bağlı olarak çeşitli simetriler sergilerler. Tek-kusurlu üçgen kafes fotonik kristal kovuğun dejenere çift dipol moduna sahip olması iyi bilinen bir örnektir.  $C_{6v}$  simetrisine göre fotonik kristal kavitiler dejenere çift rezonans moduna sahip olmalıdır. Fakat fotonik kristaller alanında çalışanlardan çok azı dejenere çift modunu bulmak için grup teorisini kullanır. Çünkü grup teorisini öğrenmek kolay değildir. Dahası büyük kusurlu fotonik kristallerin rezonans modlarının analizi oldukça karmaşıktır. Bu nedenle rezonans modlarını dejenere çift ve dejenere olmayan modlar olarak sınıflandırmamız gereklidir. Bu tip bir sınıflandırma deneysel sonuçları anlamada bize yardım etmektedir. Şekil 3.2'de çeşitli rezonans modları gösterilmektedir (Kim ve Lee 2003).

#### 3.6.1 $C_{6v}$ Simetrisi için Fotonik Kristal Kavitilerinin Simetri Bağıntıları

Üçgen kafes tabanlı geleneksel nokta kusur fotonik kristal kaviteler ve altıgensel fotonik kristaller  $C_{6v}$  simetrisine sahiptirler. Buradaki 6 rakamı yapının kaviti etrafında  $60^\circ$  derece döndürüldüğünde geometrik olarak değişmediğini ifade eder. Bu duruma uyan modlar dejenere olmayan modlardır. Aşağıda  $C_{6v}$  simetrisi için rezonans modlarının dejenere olup olmadığını anlaşılmasına yönelik bağıntılar verilecektir.

### 3.6.1.1 Dipol benzeri modlar



**Şekil 3.3:** Dipol benzeri modların ortogonal durumları. Tek ok dipol benzeri modun ancak  $360^\circ$  döndürme uygulandığında aynı geometrik şeke sahip olacağını ifade eder(Kim ve Lee 2003).

Dipol benzeri modlar ancak  $360^\circ$  rotasyon uygulandığında geometrik olarak aynı şeke sahip olur.

Şekil 3.3'teki iki durumun matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir(Kim ve Lee 2003).

$$|A\rangle = (I + R)|u\rangle \quad |B\rangle = R^5|u\rangle = -R^2|u\rangle \quad (3.94)$$

$|A\rangle$  hali  $|u\rangle$ 'nun orijinal hali ile  $60^\circ$  derece döndürülmüş halinin toplamıdır.  $R^5|u\rangle$  ise  $-R^2|u\rangle$ 'a eşittir. Bu iki durumun iç çarpımı yapılrsa;

$$\begin{aligned} \langle B|A\rangle &= \{-R^2|u\rangle\}^T \{(I + R)|u\rangle\} \\ &= \{u|R\}\{(I + R)|u\rangle\} = \langle u|(R + R^2)|u\rangle \\ &= \langle u|R|u\rangle - \langle u|(-R^2)|u\rangle \\ &= \langle |R|u\rangle - \langle u|R^5|u\rangle = 0 \end{aligned} \quad (3.95)$$

olur. Bu iç çarpımdan  $|A\rangle$  ve  $|B\rangle$  durumlarının karşılıklı olarak dik olduğu anlaşılmaktadır.

Dipol benzeri modlar dejenere olduğundan,  $2 \times 2$  matrisle temsil edebiliriz.

$$R \leftrightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{2}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{-\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, R^2 \leftrightarrow \begin{pmatrix} \frac{-1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-1}{2} \end{pmatrix}$$

$$R^3 \leftrightarrow -I, R^4 \leftrightarrow -R, R^5 \leftrightarrow -R^2, R^6 \leftrightarrow I \quad (3.96)$$

Yukarıdaki matris temsilini kullanarak  $|v\rangle = \alpha(R + R^2)|u\rangle$  eşitliğindeki  $\alpha$ 'yı  $1/\sqrt{3}$  buluruz ve sonra;

$$|v\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(R + R^2)|u\rangle \quad (3.97)$$

elde edilir.

Ters bağıntıdan;

$$|u\rangle = \sqrt{3}(R + R^2)^{-1}|v\rangle = -\frac{1}{\sqrt{3}}(R + R^2)|v\rangle \text{ olur.} \quad (3. 98)$$

Şimdi tanımlanan dejenere çiftten simetri bağıntısını türetelebiliriz. (3. 97) eşitliğinin her iki tarafını  $-R^2$  ile çarparıksak;

$$-R^2|v\rangle = -(1/\sqrt{3})R^2(R + R^2)|u\rangle = (1/\sqrt{3})(I + R)|u\rangle \text{ olur ve böylece;}$$

$$|u\rangle + R|u\rangle = -\sqrt{3}R^2|v\rangle \text{ olur.} \quad (3. 99)$$

(3. 98) eşitliğinin her iki tarafını  $-R^2$  ile çarparıksak;

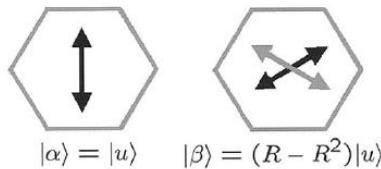
$$R^2|u\rangle = -(1/\sqrt{3})R^2(R + R^2)|v\rangle = (1/\sqrt{3})(I + R)|v\rangle \text{ olur ve böylece;}$$

$$|v\rangle + R|v\rangle = \sqrt{3}R^2|u\rangle \text{ elde edilir.} \quad (3. 100)$$

Dolayısıyla dipol benzeri modlar için orijinal hale  $60^\circ$  döndürümüş halin eklenmesi sonucu diğer dejenere çifti elde edilir.

### 3.6.1.2 Kuadropol benzeri modlar

Kuadropol modu ancak  $180^\circ$  rotasyon uygulandığında geometrik olarak aynı şekilde sahip olur.



**Şekil 3.4:** Kuadropol benzeri modların ortogonal durumları. Çift ok kuadropol benzeri modlarının ancak  $180^\circ$  döndürme uygulandığında aynı geometrik şekilde sahip olacağını ifade eder (Kim ve Lee 2003).

Dipol modundaki yöntem ile verilen bir  $|u\rangle$  durumu için ortogonal hal olan  $(R^p + R^q)|u\rangle$  durumunu araştıralım. Şekil 3.4'teki iki durumun matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir (Kim ve Lee 2003).

$$|\alpha\rangle = |u\rangle \quad |\beta\rangle = (R - R^2)|u\rangle \quad (3. 101)$$

Bu iki durumun iç çarpımı yapılrsa;

$$\begin{aligned} \langle \alpha | \beta \rangle &= \langle u | (R - R^2)|u\rangle \\ &= \{ \langle u | R | u \rangle - \langle u | R^2 | u \rangle \} = 0 \end{aligned} \quad (3. 102)$$

elde edilir.

$R|u>$  ve  $R^2|u>$  aynı konfigürasyona sahiptir. Böylece iki ortagonal hal olan  $|\alpha>$  ve  $|\beta>$  elde edilir. Önceki durum ile aynı argüman kullanılarak bu iki halin karşılıklı olarak ortagonal olduğu kanıtlanabilir.

Kuadropol modu için rotasyon operatörlerine ait 2x2 matris gösterimleri kullanılırsa;

$$R \leftrightarrow \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{-\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$R^2 \leftrightarrow \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, R^3 \leftrightarrow I \quad (3.103)$$

Yukarıdaki matris gösterimi rotasyon operatörleriyle aynı çarpım tablosuna karşılık gelir. Bu matris gösterimi kullanılarak normalizasyon sabitine kadar olan dejener mod çiftinin ifadeleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$|\alpha>, \quad |\beta> = \frac{1}{\sqrt{3}}(R - R^2)|\alpha> \quad (3.104)$$

Şimdi kuadropol modunun simetri bağıntılarını türetelim. Kuadropol modu aşağıdaki matris ilişkisine sahiptir.

$$I + R = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{-\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = -R^2 \quad (3.105)$$

Aşağıda gösterildiği gibi özyinelemeli bir simetri bağıntısı elde edilir. Dolayısıyla kuadropol modları için, orijinal durumu  $120^\circ$  rotasyona uğratmanın dışında orijinal duruma  $60^\circ$  rotasyona uğratılmış halin eklenmesi sonucu diğer dejener çifti elde edilir. Dejener çiftini kanıtlamak için (3.104) eşitliğini kullanmalıyız.

$$|\alpha> + R|\alpha> = -R^2|\alpha>$$

$$|\beta> + R|\beta> = -R^2|\beta> \quad (3.106)$$

### 3.6.1.3 Dejener olmayan modlar

Eğer modun şekli  $R^2$  ve  $R$  işlemi uygulandığında değişmiyorsa bu modlar dejener olmayan modlardır. Şekil 3.2'de gösterilen monopol modu ve altigen modu dejener olmayan modlardır.

### **3.6.2 $C_{4v}$ Simetrisi İçin Fotonik Kristal Kavitelerinin Simetri Bağıntıları**

Kare kafes fotonik kristal kaviteler,  $C_{4v}$  simetrisine sahiptir. Bu tip bir kaviti yapısı  $180^\circ$  rotasyonel değişmezligi sahiptir. Yani yapıyı  $90^\circ$  döndürsek bile yapının geometrik şekli değişmez. Aşağıda  $C_{4v}$  simetrisi için rezonans modlarının dejener olup olmadığına anlaşılmamasına yönelik bağıntılar verilecektir.

#### **3.6.2.1 Dipol benzeri modlar**

Dejenerasyon hali iki tane olduğundan şimdi iki tane karşılıklı ortogonal durum olduğunu göstereceğiz.  $R$ 'yi saat yönünde döndüren rotasyon operetörü olarak tanımlayalım. Verilen bir  $|u\rangle$  ( $\equiv |A\rangle$ ) durumu için aşağıdaki  $|B\rangle$  durumu düşünülebilir (Kim ve Lee 2003).

$$|B\rangle = (R^3 - R)|u\rangle \quad (3. 107)$$

$|A\rangle$  ve  $|B\rangle$  arasındaki iç çarpımı yapılrsa;

$$\begin{aligned} < A | B > &= < u | R^3 - R | u > \\ &= < u | R^3 | u > - < u | R | u > = 0 \end{aligned} \quad (3. 108)$$

Sonucu elde edilir. Çünkü  $R |u\rangle$  ve  $R^3 |u\rangle$ ;  $|u\rangle$  açısından aynı konfigürasyona sahiptir. Böylece verilen bir durum için, o durumun  $90^\circ$  döndürülmüş hali verilen durumun ortogonal halidir.

#### **3.6.2.2 Dejenere Olmayan Modlar**

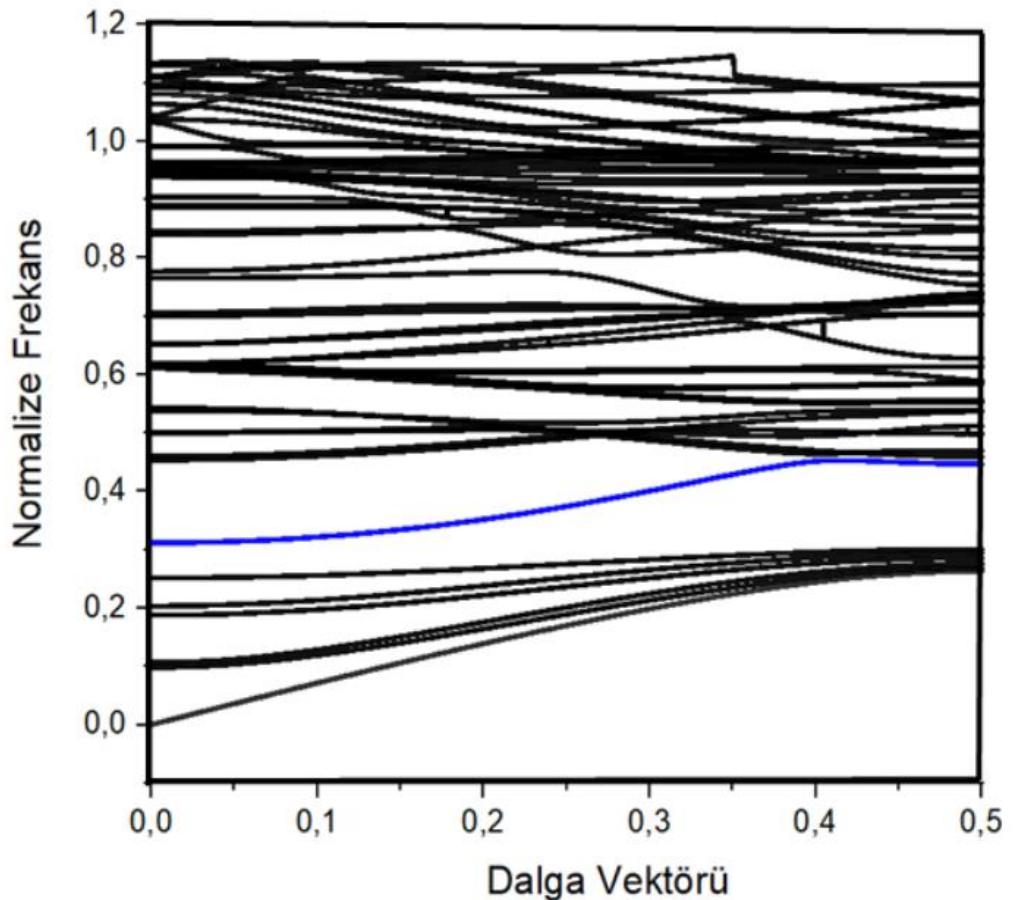
Eğer modun şekli  $R^2$  ve  $R$  işlemi uygulandığında değişmiyorsa bu modlar dejener olmayan modlardır.  $C_{4v}$  simetrisinde dejener olan mod sadece dipol benzeri modlardır.

## 4. BULGULAR

Tezin bu bölümünde fotonik kristaller kullanılarak bant geçiren filtre yapısı elde edilecektir. Bunun için dejenere modlar kullanılacaktır. Öncelikle dejenere modları elde etmek için kaviti oluşturulacaktır. Daha sonra iki boyutlu fotonik kristal yapısı pertürbe edilerek elde edilmiş olan dejenere mod çiftinin ayrışımı sağlanacaktır. Böylelikle bant geçiren filtre yapısı elde edilmiş olacaktır (Anada ve diğ. 2013).

Bu bölümde iki tane tasarımın sonuçları değerlendirilecektir. Birinci tasarımında  $90^\circ$  bükülmüş yapı çalışılmıştır. İkinci tasarımda ise ard arda bağlanmış iki tane  $90^\circ$  bükülmüş yapı incelenmiştir. Simülasyonlarda  $\varepsilon_r=11,56$  değerinde fotonik kristal kullanılmıştır. Fotonik kristalin dielektrik çubuklarının yarıçapı  $0,18a$ 'dır ( $r=0,18a$ ) (Cheng ve diğ. 2013). Kusurun dielektrik sabiti  $\varepsilon_r=11,9$ 'dur. Kusur yarıçapı  $Rd=0,6a$  olduğu durumunda kaviti modları elde edilmiştir (Bulgakov ve Sadreev 2013). Bu modları dejenere mod ve dejenere olmayan modlar olarak sınıflandırabiliriz. Modun geometrik şekli  $90^\circ$  rotasyon uygulandığında değişiyorsa dejenere mod, değişmiyorsa dejenere olmayan mod olarak adlandırılır. Buna göre Şekil 4.4(a) ve Şekil 4.4(b)'deki altigen ve dipol modları dejenere modlar, Şekil 4.4(c)'deki monopol modu ve Şekil 4.4(d)'deki kuadropol modu dejenere olmayan moddur. Dejenere modlar kaviti pertürbe edildiğinde iki ayrı hale ayrılabilir. Dejenere olmayan modlarda ise böyle bir durum görülmemektedir.

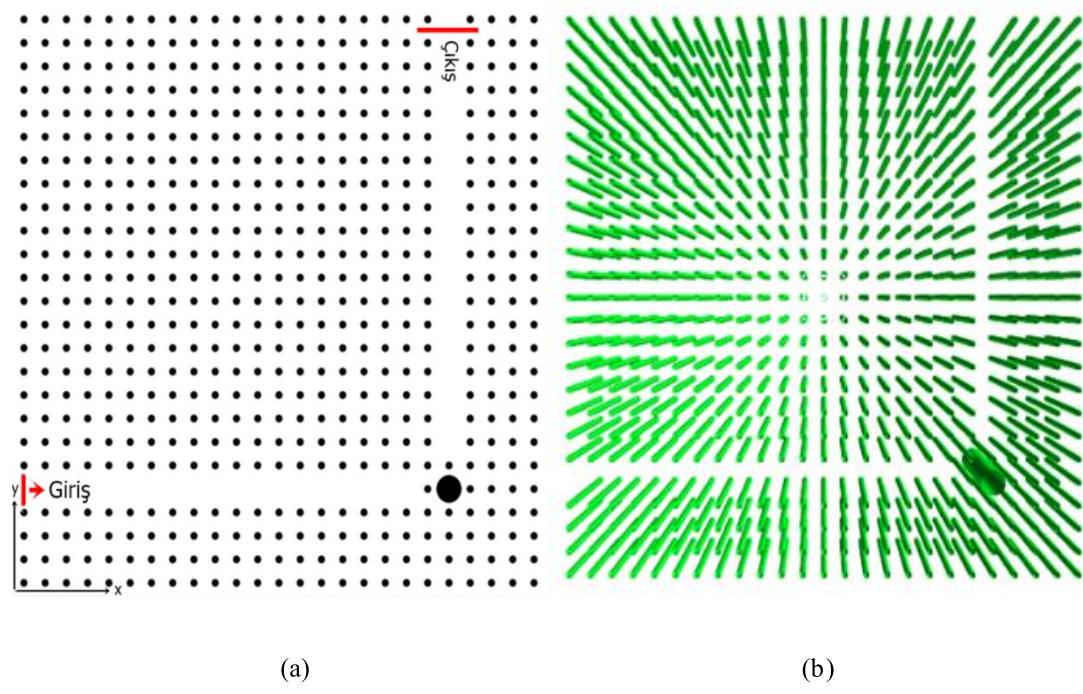
Şekil 4.1'de çizgi kusur dalga kılavuzlu kare fotonik kristal dalga TM bant yapısı ve mod yayılım grafiği gösterilmektedir. Bu grafikten normalize frekans çalışma bölgemizin hangi değerler arasında olduğu anlaşılmaktadır.



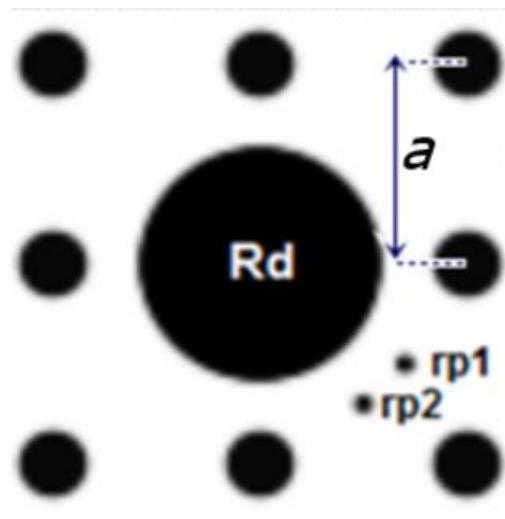
**Şekil 4.1:** Çizgi kusur dalga kılavuzlu kare fotonik kristal dalga TM bant yapısı ve mod yayılım grafiği(Meep'e göre TE)

#### 4.1 Tasarlanan Yapı 1

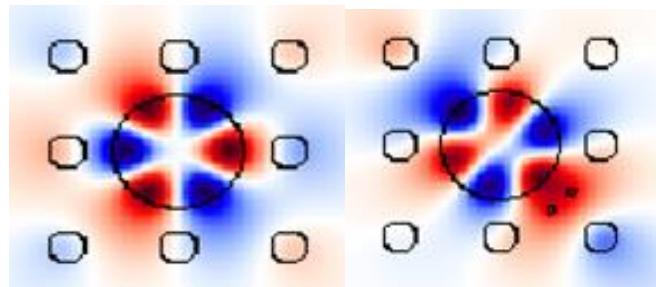
Şekil 4.2(a) ile Şekil 4.2(b)'de birbirine dik iki dalga kılavuzunun köşesine kaviti yerleştirilmiş bir iki boyutlu fotonik kristal yapısı ve ilgili yapının üç boyutlu hali gösterilmiştir. Tezde ilk olarak bu yapı kullanılmıştır. Şekil 4.3'te de tezde tasarlanan çift mod çift bant mikrovakiti yapısı gösterilmiştir. rp1 ( $x,y$ )= (0,7,-0,5), rp2 ise ( $x,y$ )=(0,5,-0,7) koordinat noktalarına yerleştirilmiştir. Rd merkezdedir.



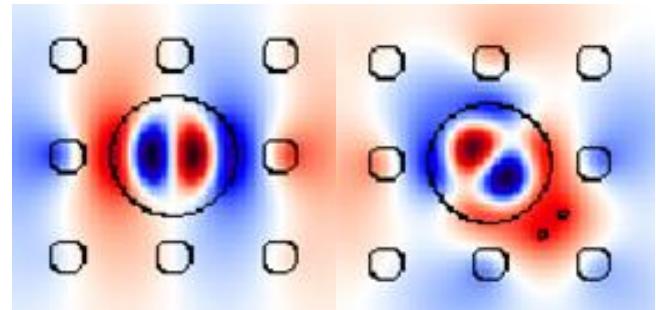
**Şekil 4.2:** a) İki boyutlu fotonik kristal yapısı(1. Yapı), b) Fotonik kristal yapısının üç boyutlu hali



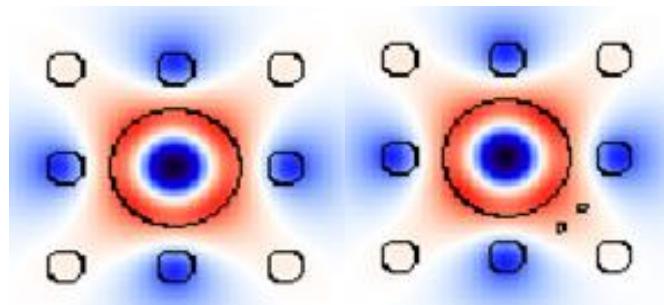
**Şekil 4.3:** Çift mod çift bant mikrokaviti( $rp1=(0,7,-0,5)$   $rp2=(0,5,-0,7)$ ).



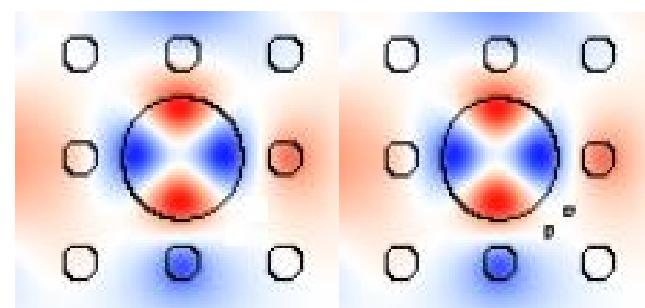
(a)



(b)



(c)

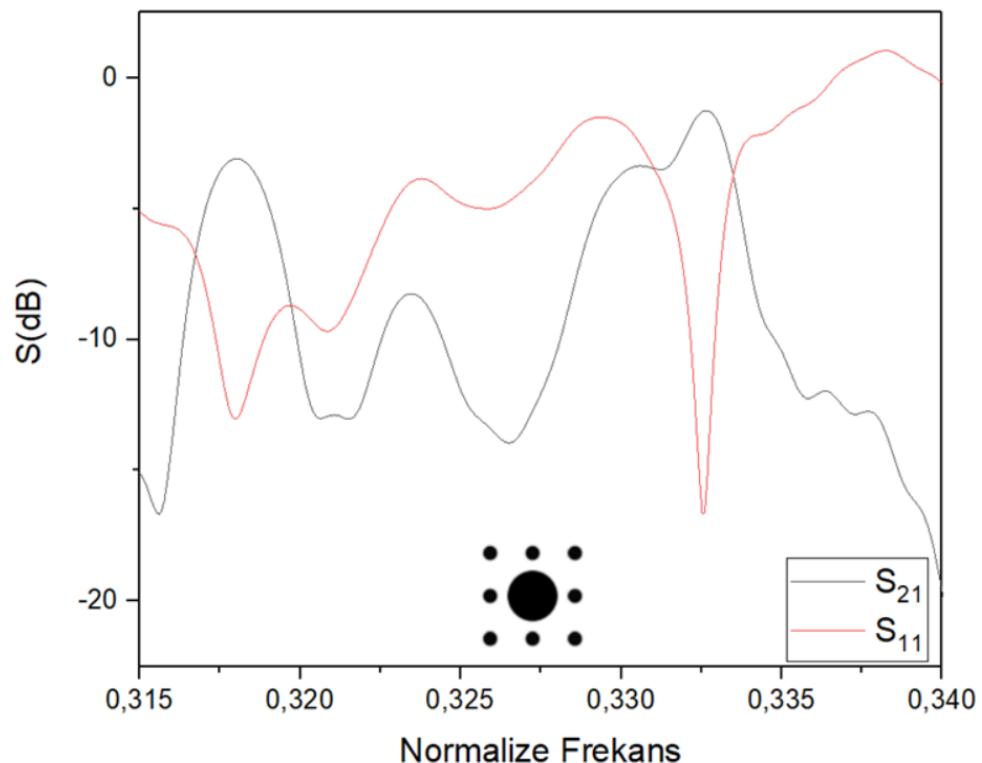


(d)

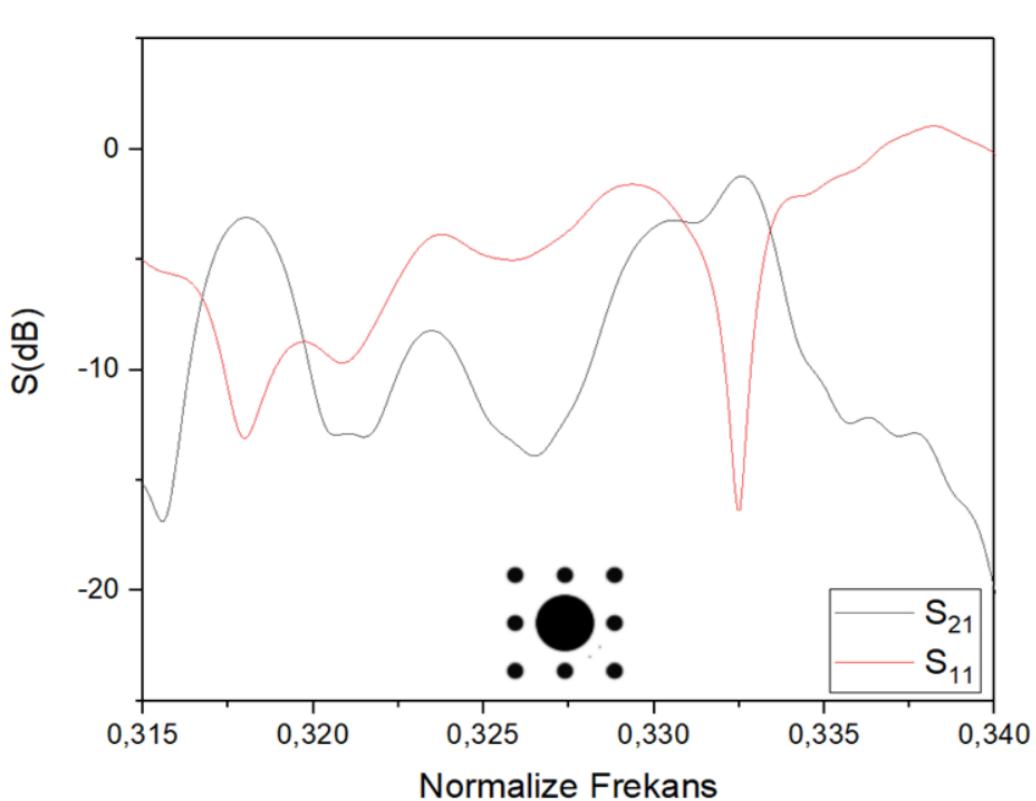
**Şekil 4.4:** Perturbasyonsuz durum solda, perturbasyon eklenmiş hal sağda gösterilmiştir. a) 0,387 normalize frekansında altigen dejener modu oluşmuştur, b) 0,425 normalize frekansında dipol dejener modu oluşmuştur, c) 0,332 normalize frekans değerinde monopol dejener olmayan modu oluşmuştur, d) 0,317 normalize frekans değerinde kuadropol dejener olmayan modu oluşmuştur.

#### 4.1.1 Çift Bant Filtre Karakteristiği

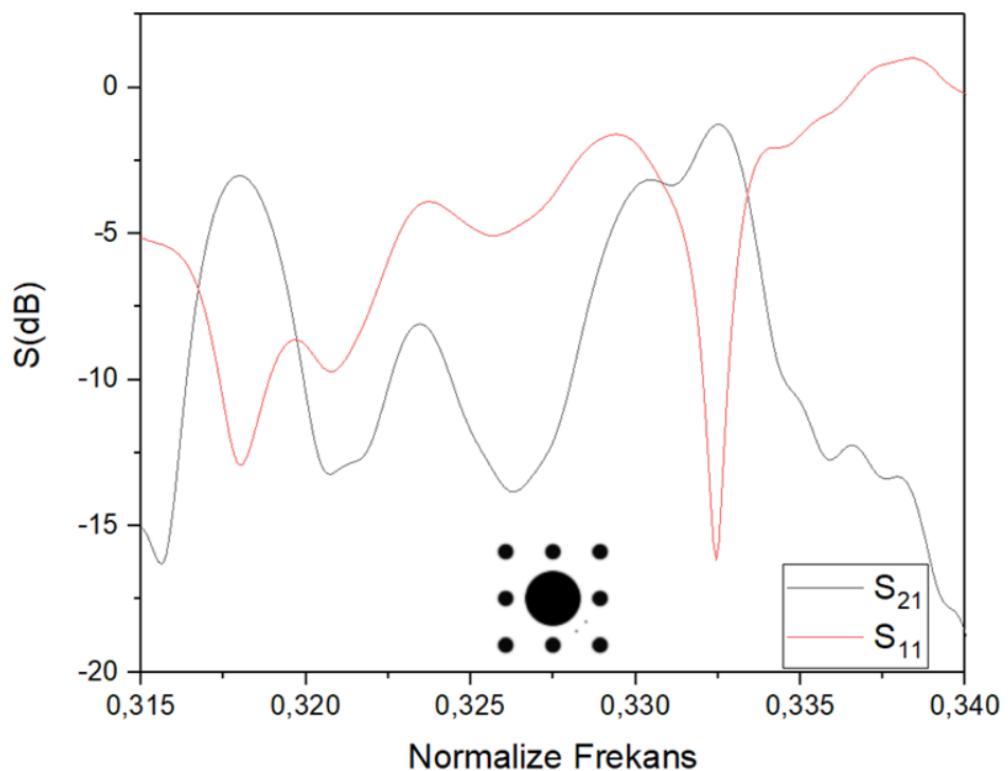
Şekil 4.5-Şekil 4.16 arasında tezde tasarlanan ilk yapının çeşitli perturbasyon yarıçapı değerlerinde iletim-yansıma grafikleri görülmektedir. Şekil 4.11'de kavitiye herhangi bir perturbasyon eklenmediği durum gösterilmiştir. Bu durumda giriş ve çıkış arasında iletim gözlenmemiştir. Şekil 4.12'de ise  $rp_1=rp_2=0,03a$  yarıçapında perturbasyon eklendiği durum görülmektedir. Bu grafikte alt frekans bandında iletim görülmektedir. Üst frekans bandındaki iletimde ise bir artma görülmektedir. Perturbasyonların yarıçapları arttırılmaya devam edilmiştir. Şekil 4.13'te perturbasyon yarıçapı  $rp_1=rp_2=0,035a$  olduğunda alt frekans bölgesinde dejener modlarda ayırtım görülmüyorken üst frekans bölgesindeki iletimde yine bir artış görülmektedir. Şekil 4.14'te perturbasyon değerleri  $rp_1=rp_2=0,05a$  iken üst frekans bandında kritik kuplaj durumu elde edilmiştir. Alt frekans bandında ise aşırı kuplaj durumu oluşmuştur. Şekil 4.15'te, yani bir sonraki perturbasyon yarıçap değerinde( $rp_1=rp_2=0,055a$ ) ise her iki frekans bölgesinde de dejener modlarda ayırtma sağlanabilmiştir. Böyle bir yapı bant geçiren filtre özelliği gösteren bir yapıdır. Şekil 4.16'da  $rp_1=rp_2=0,07a$  olan durumun iletim-yansıma grafiği görülmektedir. Bu durumda dejener modlar arası açıklık daha da artmıştır. Özetlemek gerekirse tezde tasarlanan 1. yapıda düzenli bir mod ayırtması görülmektedir. Şekil 4.5-Şekil 4.10 arasında ise 0,315-0,340 normalize frekansları arasındaki bölge gösterilmektedir. Perturbasyon çubukları kullanılarak bu frekans bölgesinde bir ayırtım oluşturulamamıştır. Yani; dejener mod olan altigen ve dipol modunda ayırtma sağlanabilmişken dejener olmayan mod olan kuadropol ve monopol modunda ayırtma oluşmamıştır. Tezde tasarlanan 1. yapının artan  $rp$  yarıçap uzunluklarına göre frekans bögelerinin değerleri Tablo 4.1'de gösterilmiştir. Ayrıca aynı yapının artan  $rp$  uzunluk değerlerine göre mod ayırtım grafiği ile alt ve üst frekans bantlarının 3 dB bant genişliği grafiği sırasıyla; Şekil 4.18 ve Şekil 4.19'da gösterilmiştir. Şekil 4.17'de üst banttaki giriş sinyal yayılımı, Şekil 4.20'de ise artan  $rp$  değerlerine göre altigen ve dipol modlarının kalite faktörü(Q) değerleri grafiği gösterilmektedir.



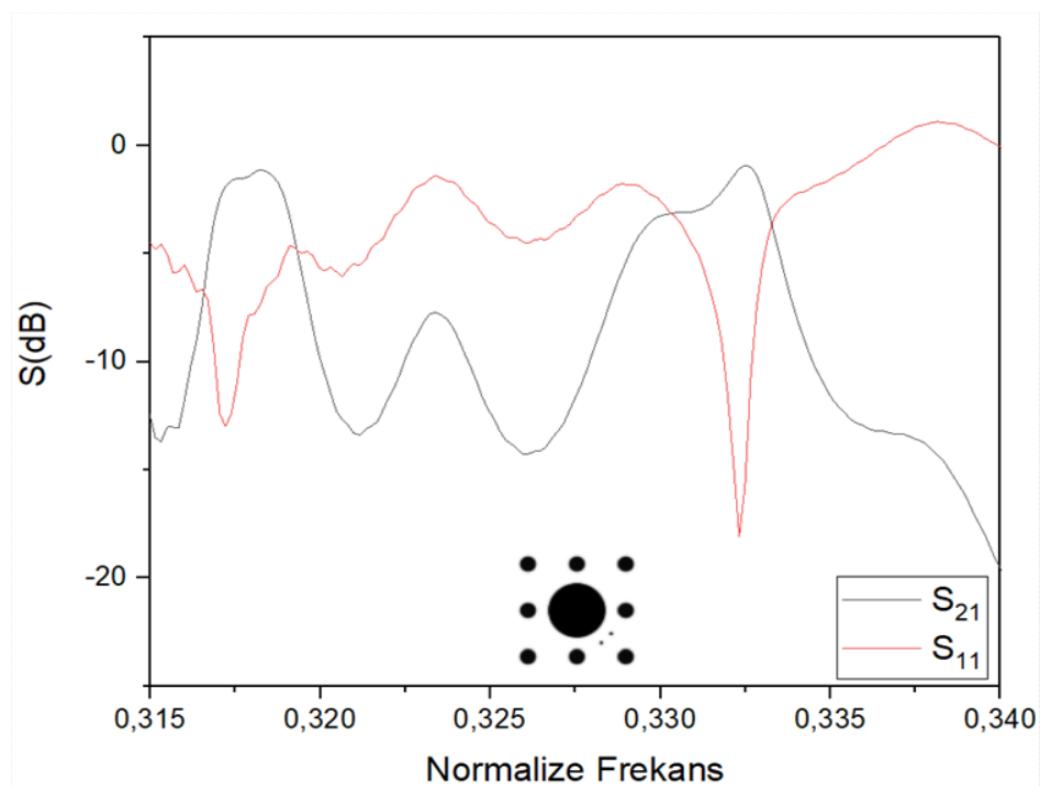
**Şekil 4.5:** Herhangi bir perturbasyon eklenmediği durumda iletim-yansıma grafiği



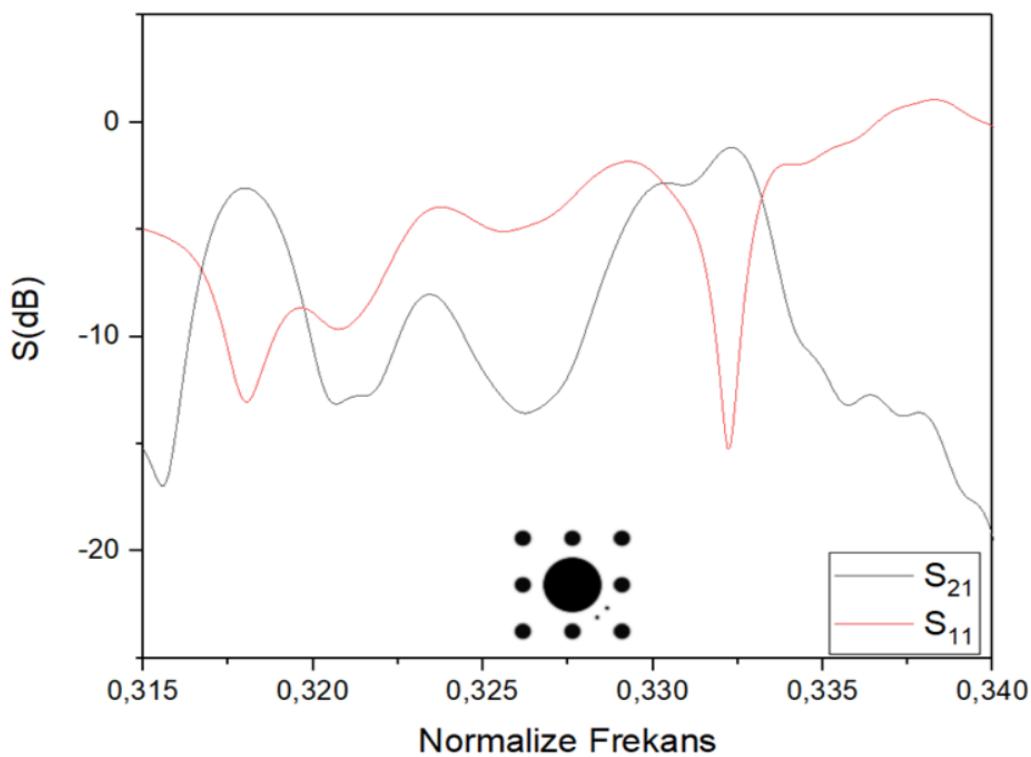
**Şekil 4.6:**  $rp_1=rp_2=0,03a$  olduğu durumda iletim-yansıma grafiği



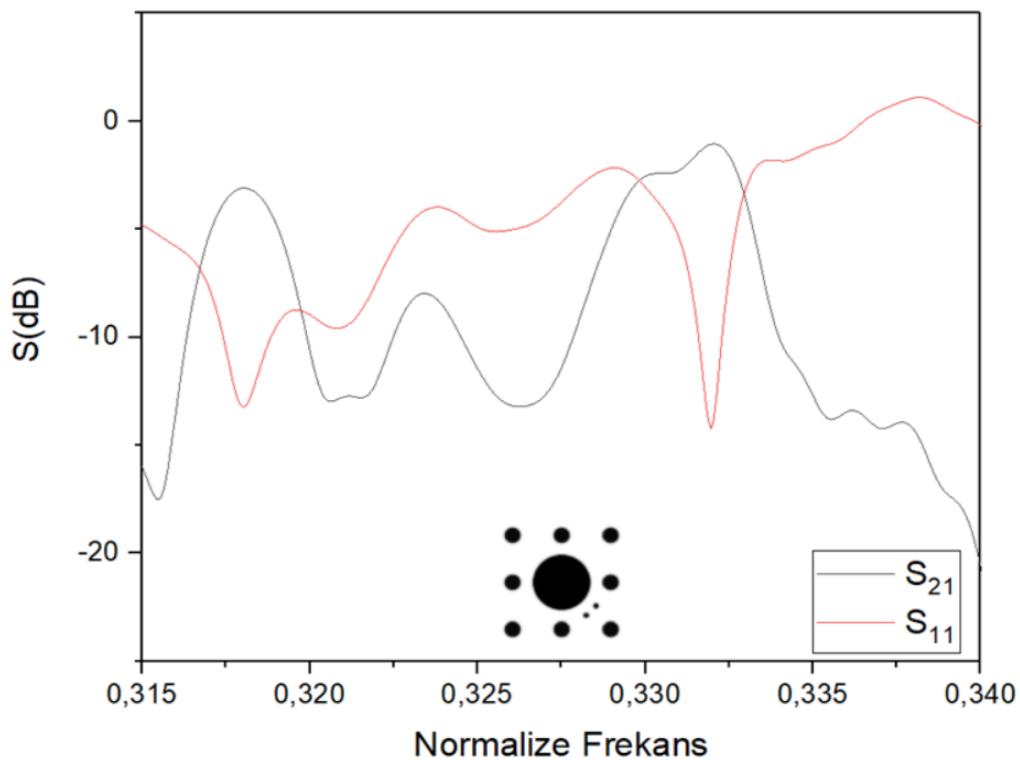
**Şekil 4.7:**  $rp_1=rp_2=0,035a$  olduğu durumda iletim-yansıma grafiği



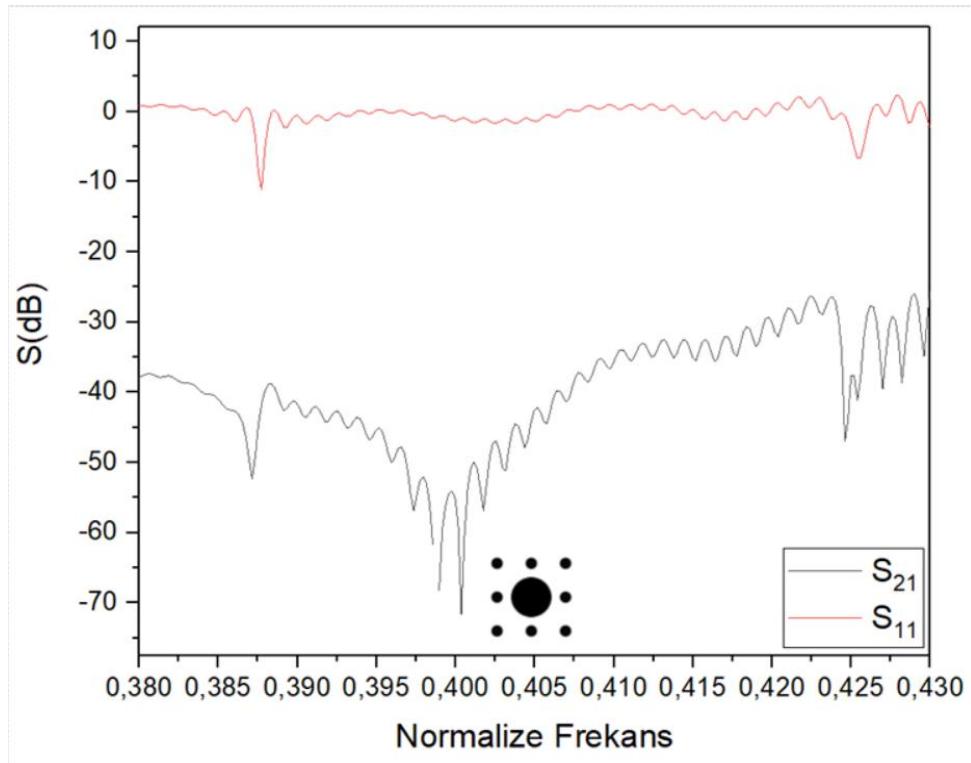
**Şekil 4.8:**  $rp_1=rp_2=0,05a$  olduğu durumda iletim-yansıma grafiği



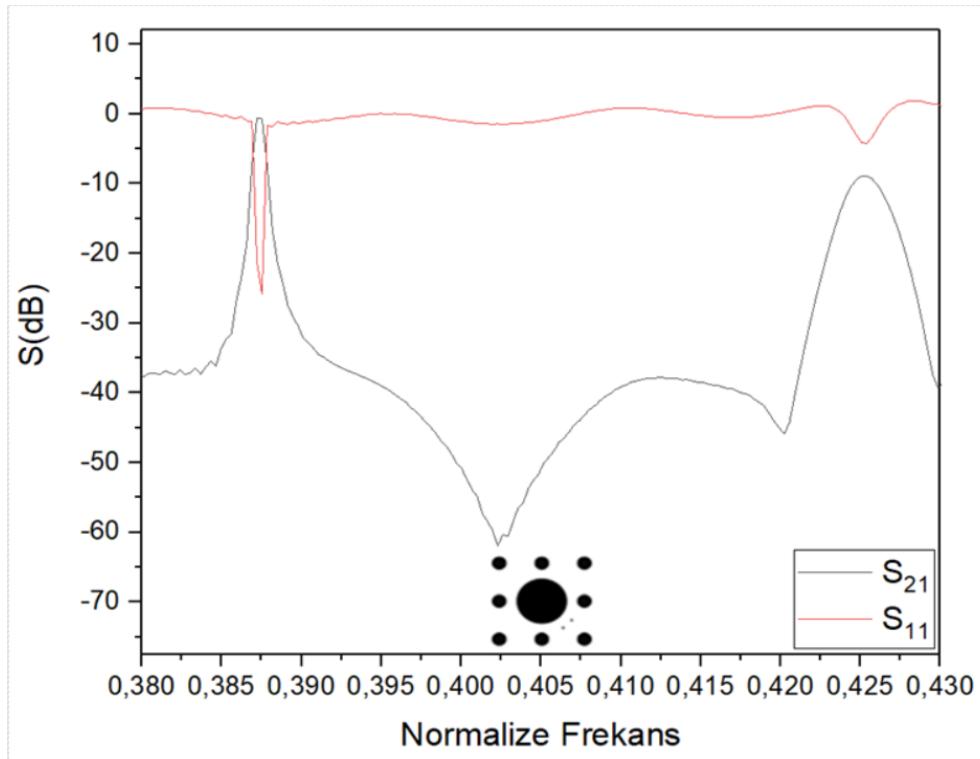
Şekil 4.9:  $r_{p1}=r_{p2}=0,055a$  olduğu durumdaki iletim-yansıma grafiği



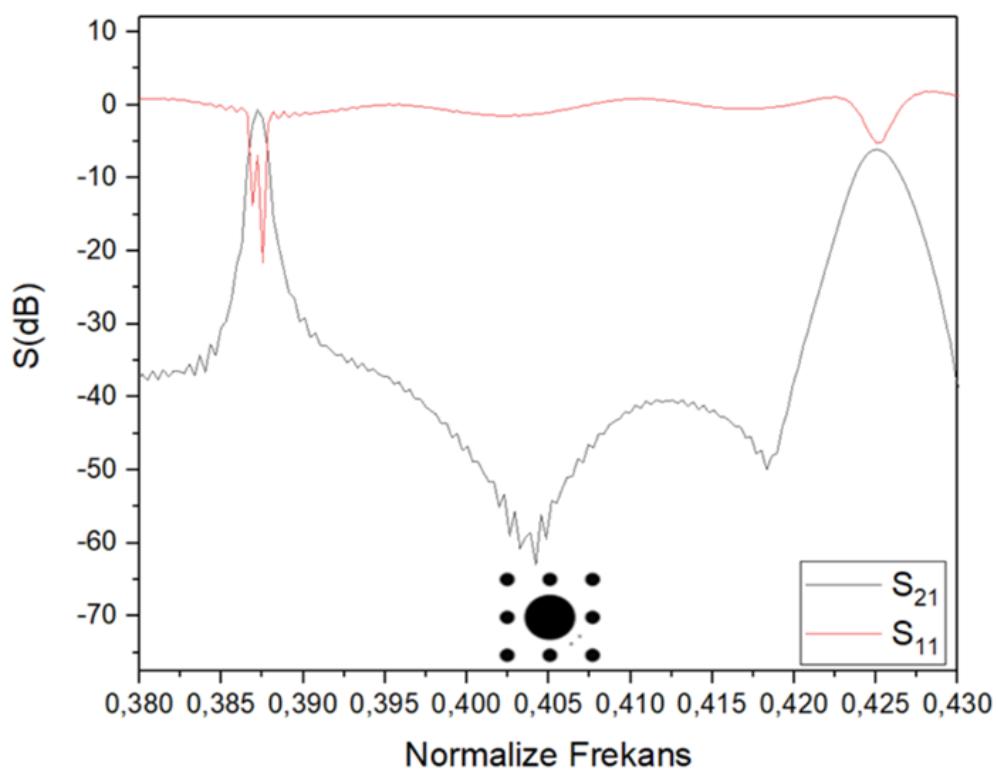
Şekil 4.10:  $r_{p1}=r_{p2}=0,07a$  olduğu durumdaki iletim-yansıma grafiği



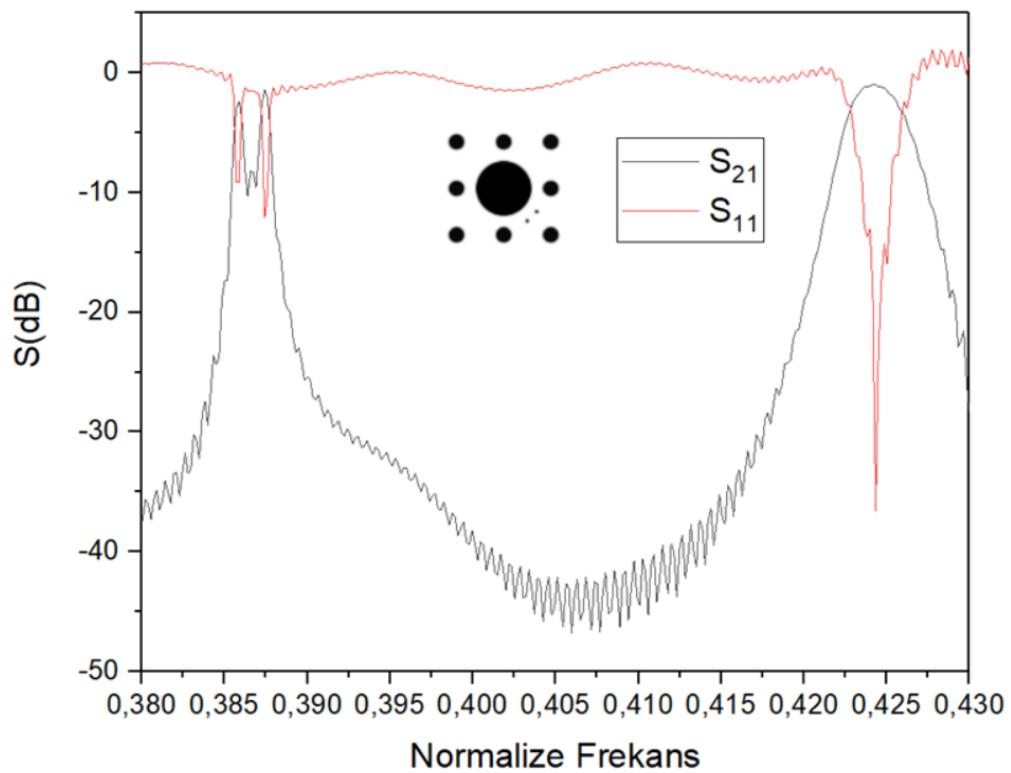
**Şekil 4.11:** Herhangi bir perturbasyon eklenmediği durumda iletim-yansıma grafiği



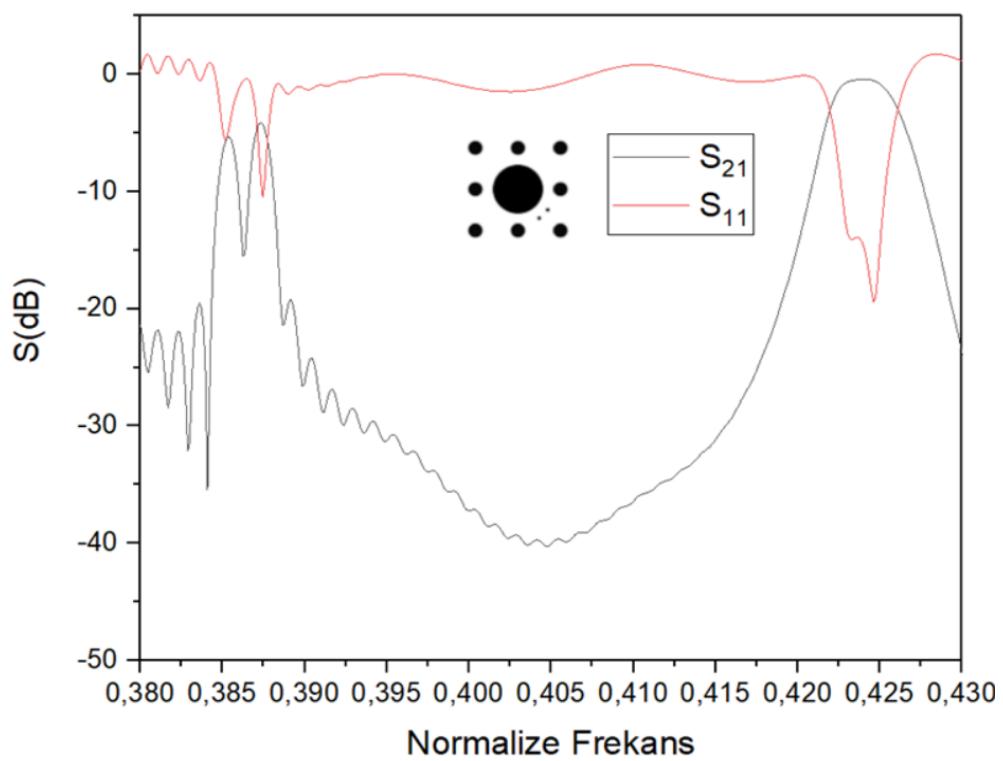
**Şekil 4.12:**  $rp_1=rp_2=0,03a$  olduğu durumdaki iletim-yansıma grafiği



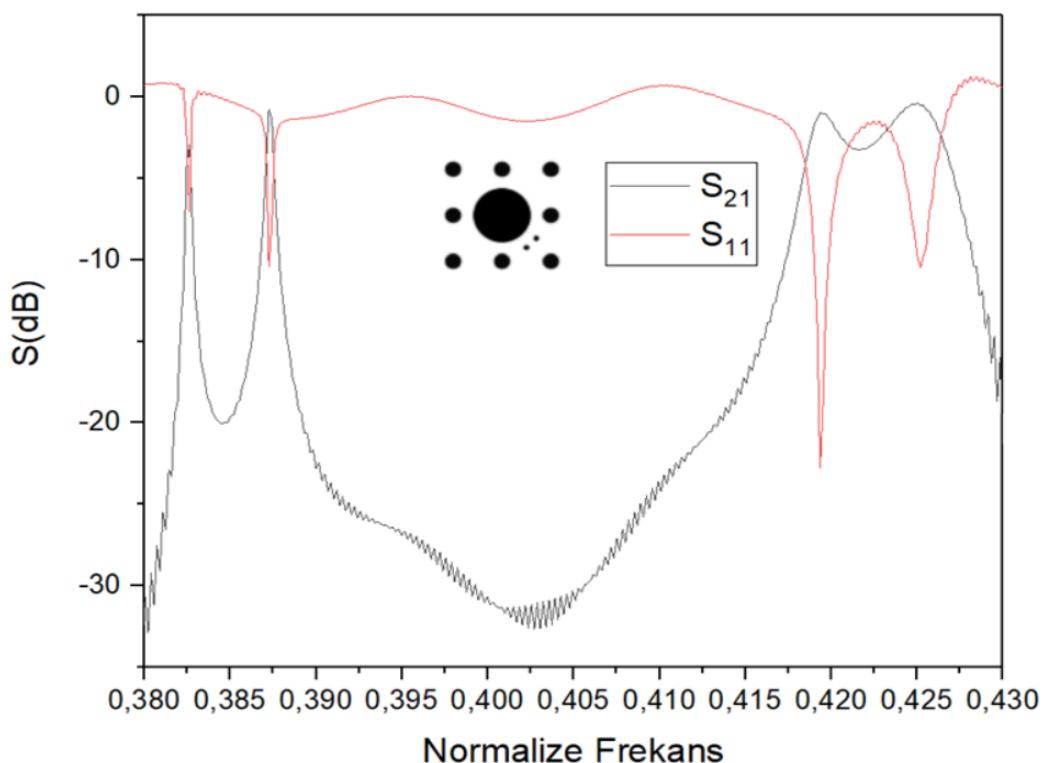
Şekil 4.13:  $rp_1=rp_2=0,035a$  olduğu durumda iletim-yansıma grafiği



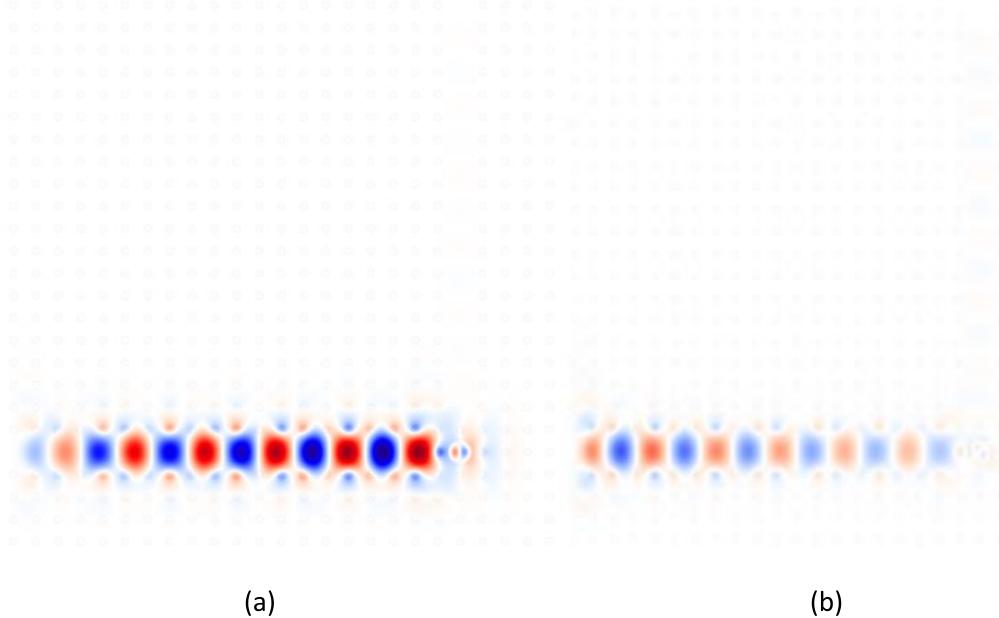
Şekil 4.14:  $rp_1=rp_2=0,05a$  olduğu durumda iletim-yansıma grafiği



**Şekil 4.15:**  $r_{p1}=r_{p2}=0,055a$  olduğu durumdaki iletim-yansıma grafiği



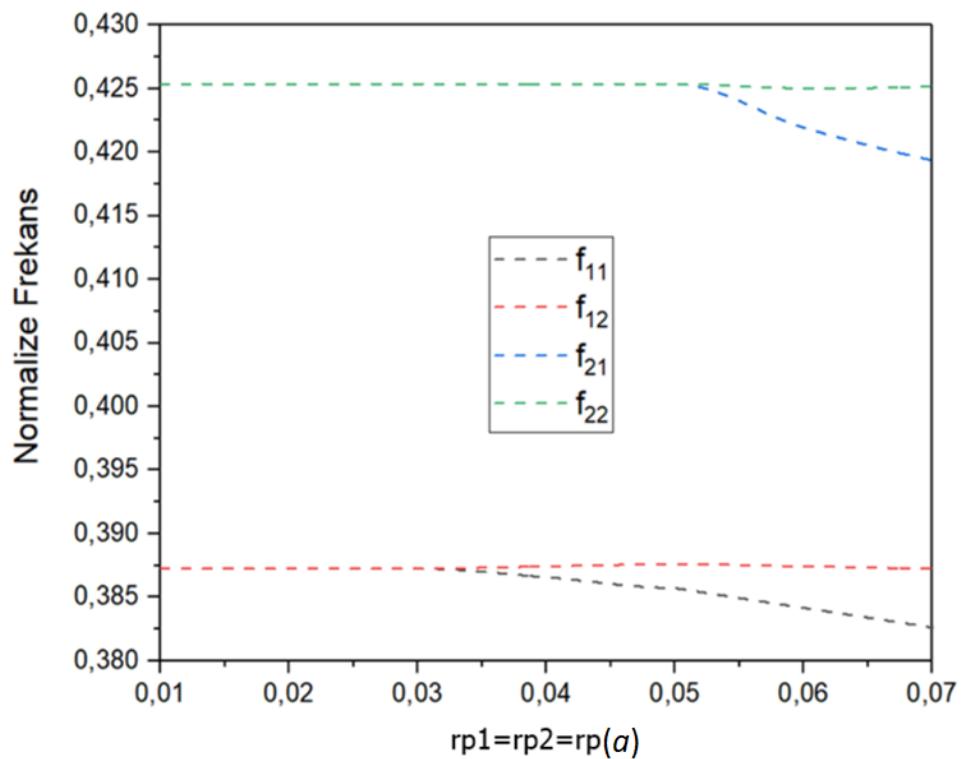
**Şekil 4.16:**  $r_{p1}=r_{p2}=0,07a$  olduğu durumdaki iletim-yansıma grafiği



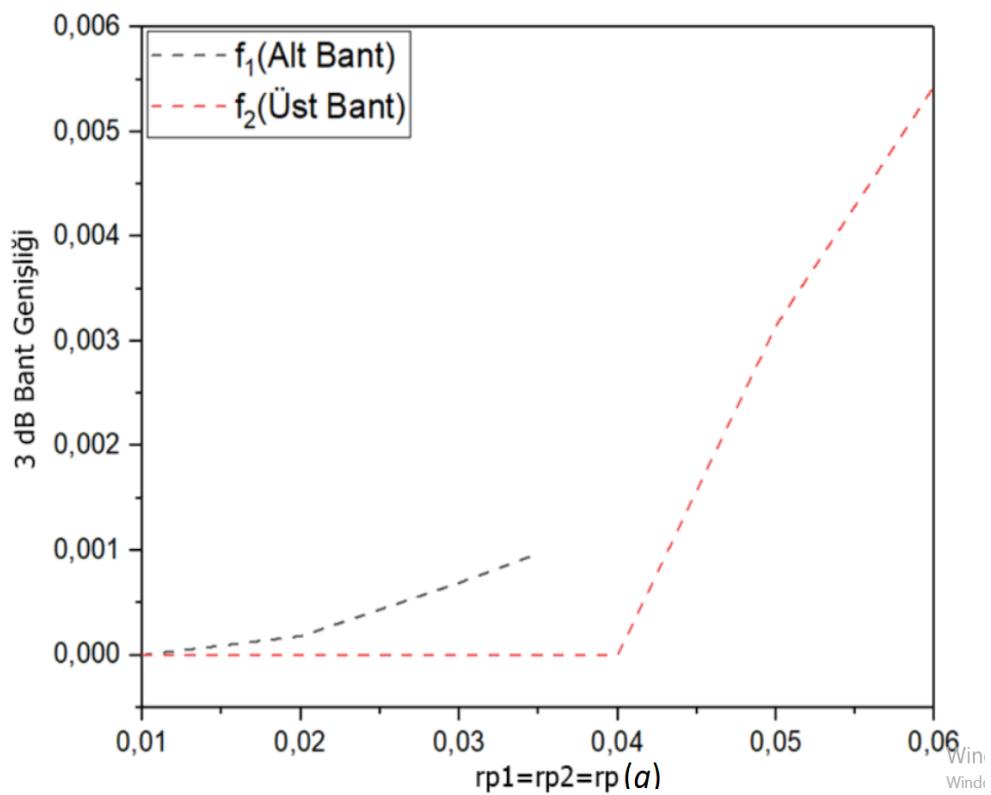
**Şekil 4.17:** Üst banttaki giriş sinyali yayılımı. a) Perturbasyonsuz durum,. b)  $rp_1=rp_2=0.055a$  değerinde perturbasyon eklenmiş durum.

**Tablo 4.1:**  $rp$ 'nin artan değerlerine göre alt ve üst frekans bölgelerinin değerleri

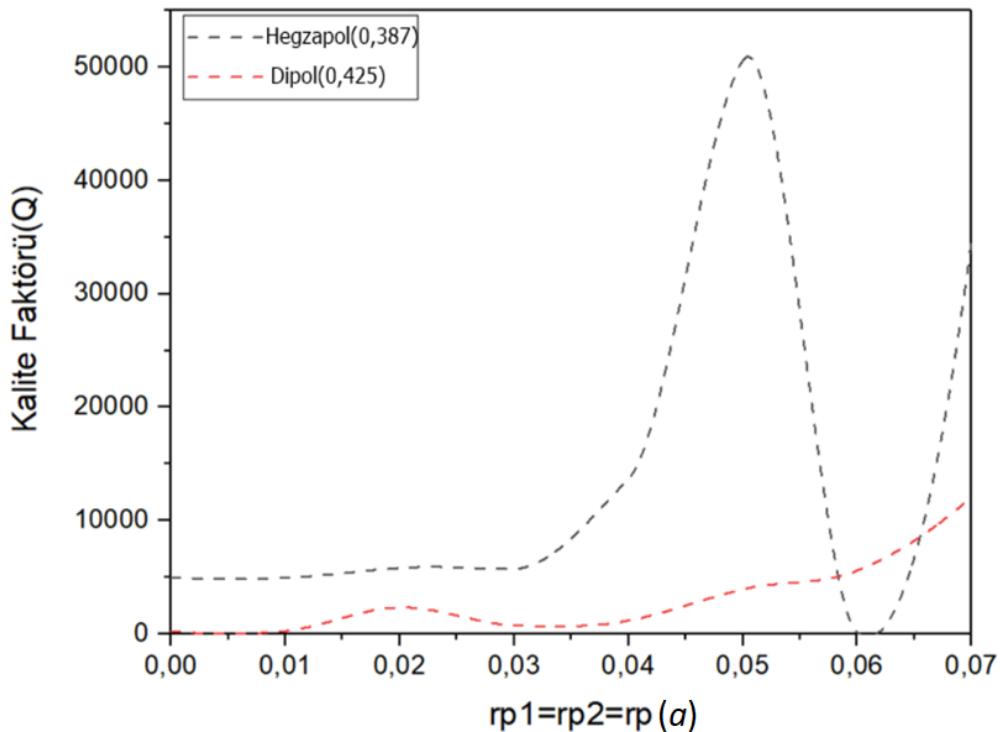
| $rp_1=rp_2=rp$ | $f_{11}$ | $f_{12}$ | $f_{21}$ | $f_{22}$ |
|----------------|----------|----------|----------|----------|
| $0,01a$        | 0,38725  | 0,38725  | 0,42536  | 0,42536  |
| $0,02a$        | 0,38725  | 0,38725  | 0,42536  | 0,42536  |
| $0,03a$        | 0,38725  | 0,38725  | 0,42536  | 0,42536  |
| $0,04a$        | 0,38657  | 0,38742  | 0,42536  | 0,42536  |
| $0,05a$        | 0,38571  | 0,3876   | 0,42536  | 0,42536  |
| $0,06a$        | 0,38451  | 0,38742  | 0,42193  | 0,42502  |
| $0,07a$        | 0,38262  | 0,38725  | 0,41936  | 0,42519  |



Şekil 4.18: Artan rp değerlerine göre mod ayrışım grafiği



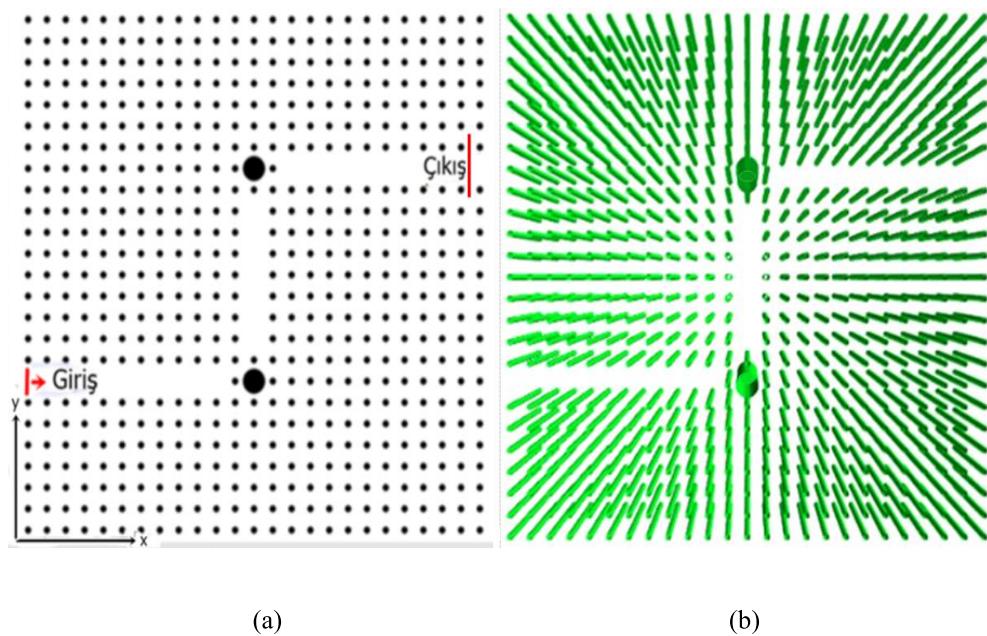
Şekil 4.19: Artan rp değerlerine göre alt ve üst frekans bölgesinin 3 dB bant genişliği grafiği



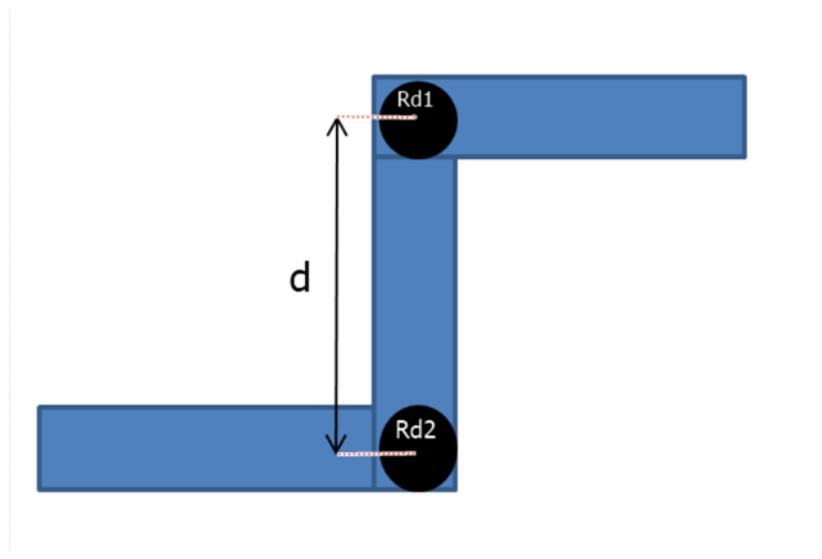
**Şekil 4.20:** Artan  $rp$  değerlerine göre kalite faktörü değerleri grafiği

#### 4.2 Tasarlanan Yapı 2

Şekil 4.5-Şekil 4.16 arasındaki iletim-yansıma grafiklerinde görüldüğü üzere tezde tasarlanan birinci yapıda perturbasyon eklenerek sadece 0,38-0,43 normalize frekansları arasında mod ayrışımı oluşturulabilmişken 0,315-0,34 normalize frekansları arasında bir ayrışım oluşturulamamıştır. Bu frekans bölgesindeki modlarda ayrışım oluşturabilmek ard arda bağlanmış iki tane  $90^\circ$  bükülmüş yapı kullanılmıştır. Şekil 4.21(a) ve Şekil 4.21(b)'de tezde tasarlanan ikinci yapı ve ilgili yapının üç boyutlu hali görülmektedir. Bu yapının pertürbe edilme biçimini Şekil 4.22'de gösterilmektedir. Bu yapıda da  $0,6a$  değerinde iki tane kusur kullanılmıştır. Kusurun dielektrik sabiti  $\epsilon_r = 11,9$ 'dur. Fotonik kristalin dielektrik sabiti  $\epsilon_r = 11,56$ 'dır. Fotonik kristalin dielektrik çubuklarının yarıçapı  $0,18a$ 'dır ( $r=0,18a$ ).  $Rd1$  ve  $Rd2$  kusurları arasındaki mesafe arttırılarak yapı pertürbe edilecektir.



**Şekil 4.21:** a) İki boyutlu fotonik kristal yapısı(2. Yapı), b) Fotonik kristal yapısının üç boyutlu hali.

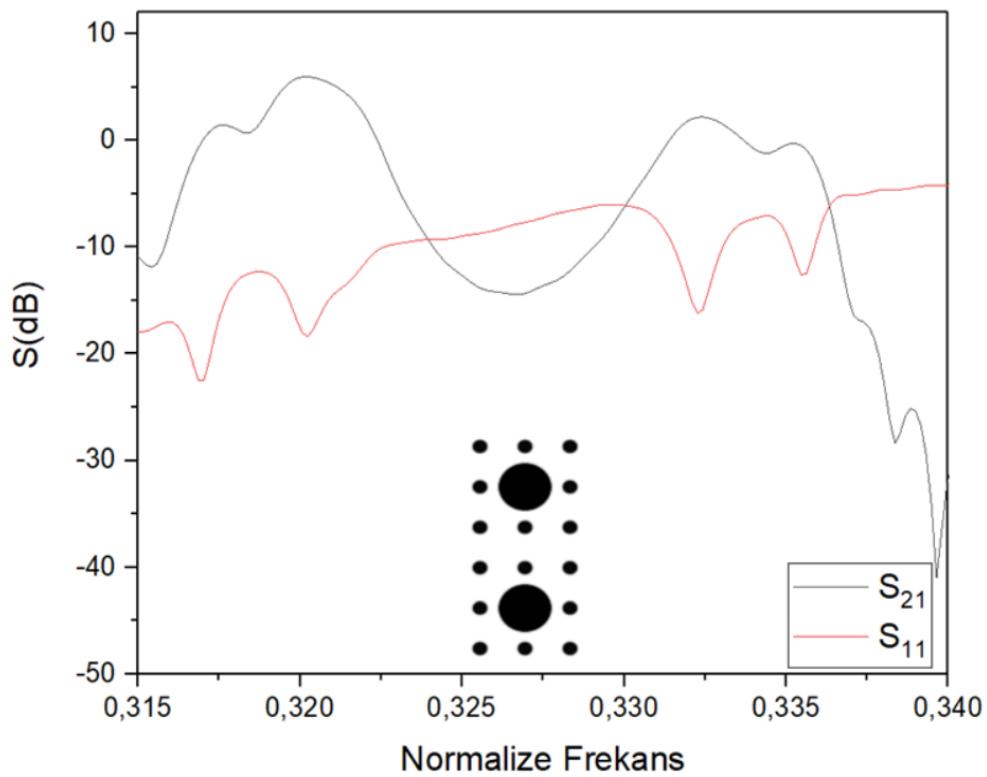


**Şekil 4.22:** 2. Yapının pertürbe edilme şekli

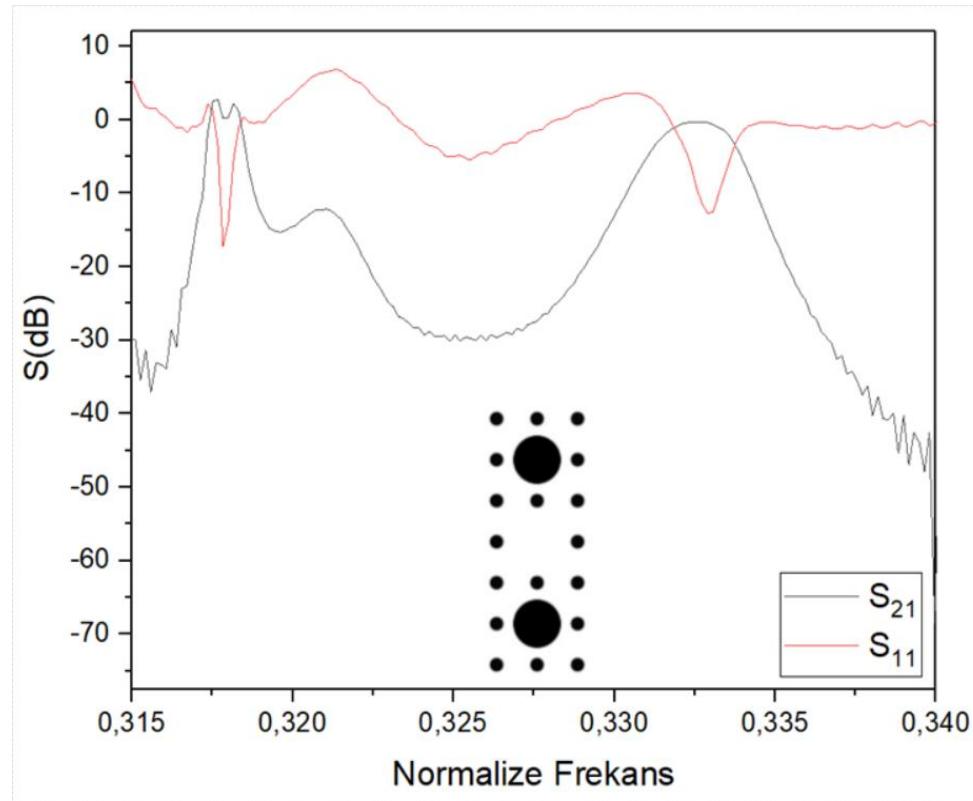
#### 4.2.1 Çift Bant Filtre Karakteristiği

Şekil 4.23 ile Şekil 4.38 arasında ise tezde tasarlanan ikinci yapının iletim-yansıma grafikleri görülmektedir. Bu yapıda beş adet frekans bölgesi incelenmiştir. Beş frekans bölgesinin iki tanesinde mod ayrışımı ve birleşimi görülmektedir. Bunlar  $f_1$  ve  $f_5$  frekansları; başka bir deyişle alt ve üst frekans bantlarıdır. Diğer üç

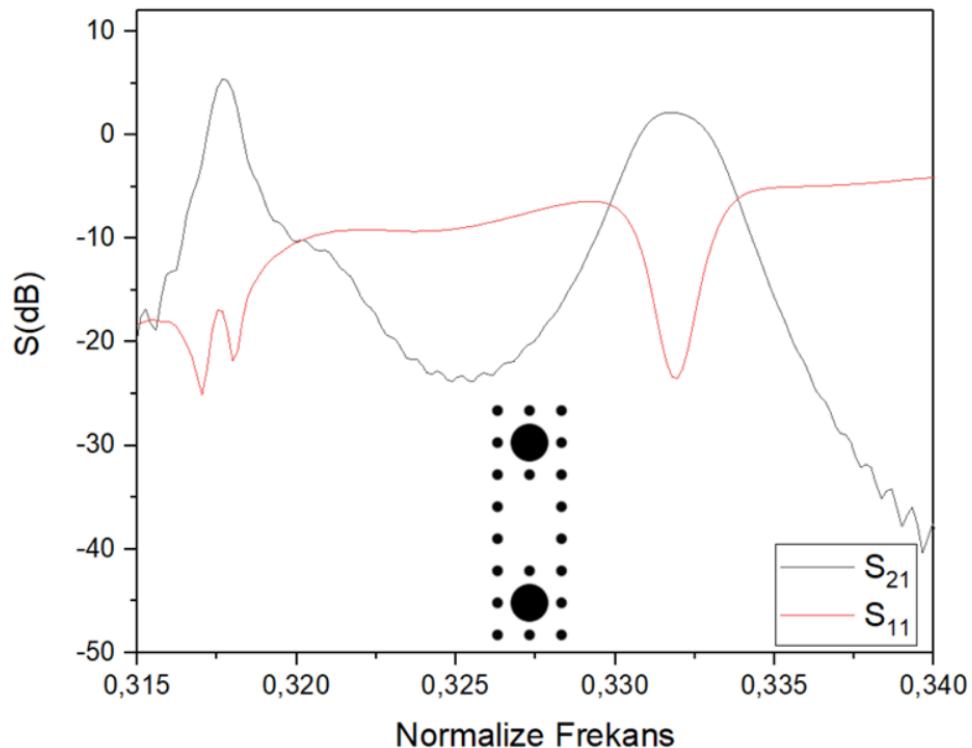
tanesinde; yani  $f_2$ ,  $f_3$  ve  $f_4$  frekanslarında mod ayrışımı oluşmamıştır. Alt frekans bandında  $d$ 'nin  $3a$ (Şekil 4.23),  $5a$ (Şekil 4.25),  $7a$ (Şekil 4.27),  $8a$ (Şekil 4.28),  $9a$ (Şekil 4.29),  $11a$ (Şekil 4.31)  $13a$ (Şekil 4.33),  $15a$ (Şekil 4.35),  $16a$ (Şekil 4.36),  $17a$ (Şekil 4.37),  $18a$ (Şekil 4.38) değerlerinde mod ayrışımı görülürken üst frekans bandında  $d$ 'nin  $3a$ (Şekil 4.23),  $9a$ (Şekil 4.29),  $10a$ (Şekil 4.30),  $13a$ (Şekil 4.33),  $16a$ (Şekil 4.36) ve  $17a$ (Şekil 4.37) değerlerinde mod ayrışımı görülmektedir. Tezde tasarlanan ikinci yapının artan  $d$  uzunluk değerlerine göre frekans bölgelerinin değerleri Tablo 4.2'de gösterilmiştir. Ayrıca aynı yapının artan  $d$  uzunluk değerlerine göre mod ayrışım grafiği ile alt ve üst frekans bantlarının  $3$  dB bant genişliği grafiği Şekil 4.40 ve Şekil 4.41'de gösterilmiştir. Şekil 4.39'da alt ve üst banttaki iletim parametreleri gösterilmiştir. Şekil 4.42'de ise kuadropol ve monopol modlarının artan  $d$  uzunluk değerlerine kalite faktörü( $Q$ ) değerleri grafiği görülmektedir.



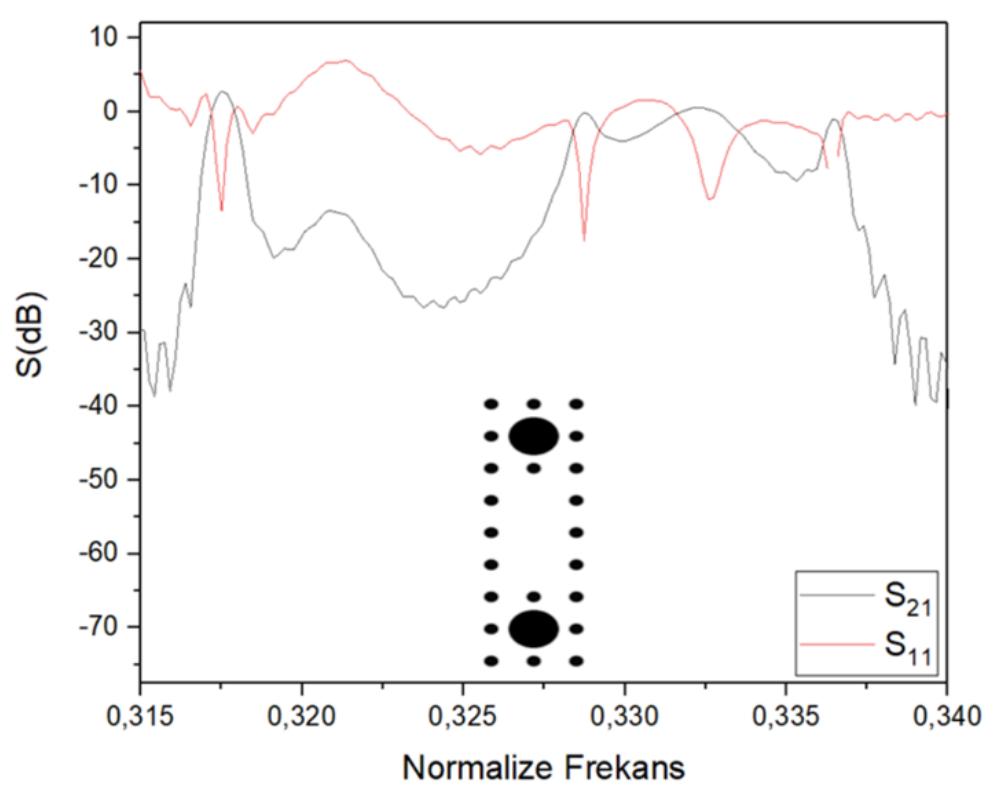
**Şekil 4.23:**  $d=3a$  olduğunda iletim-yansıma grafiği



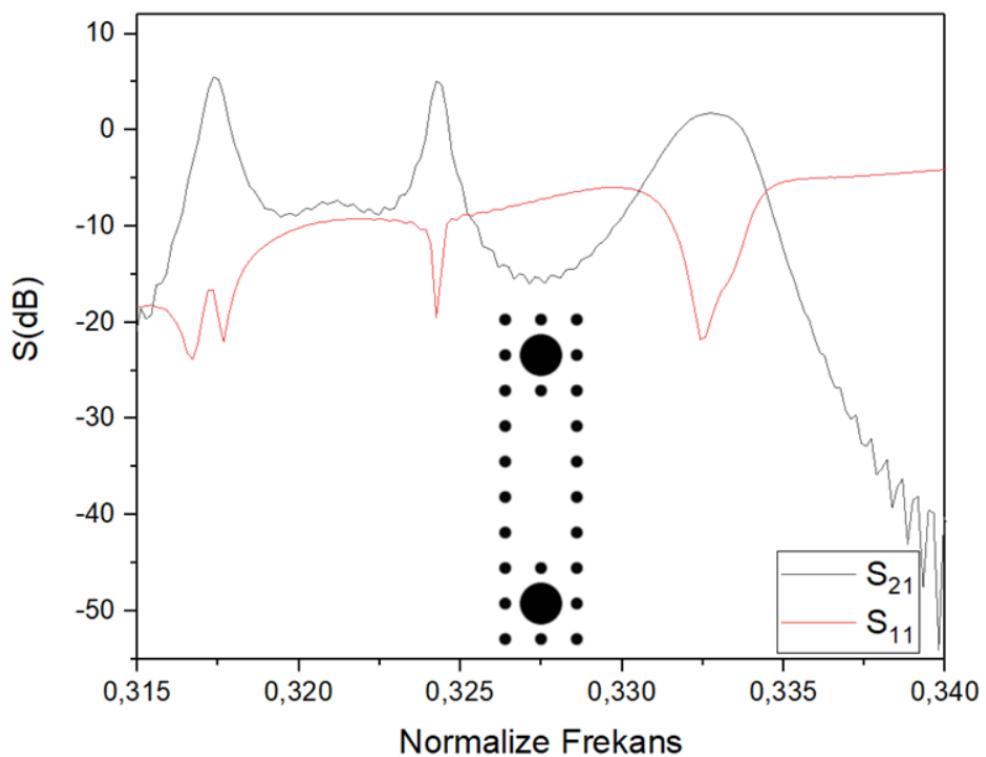
Şekil 4.24:  $d=4a$  olduğunda iletim-yansıma grafiği



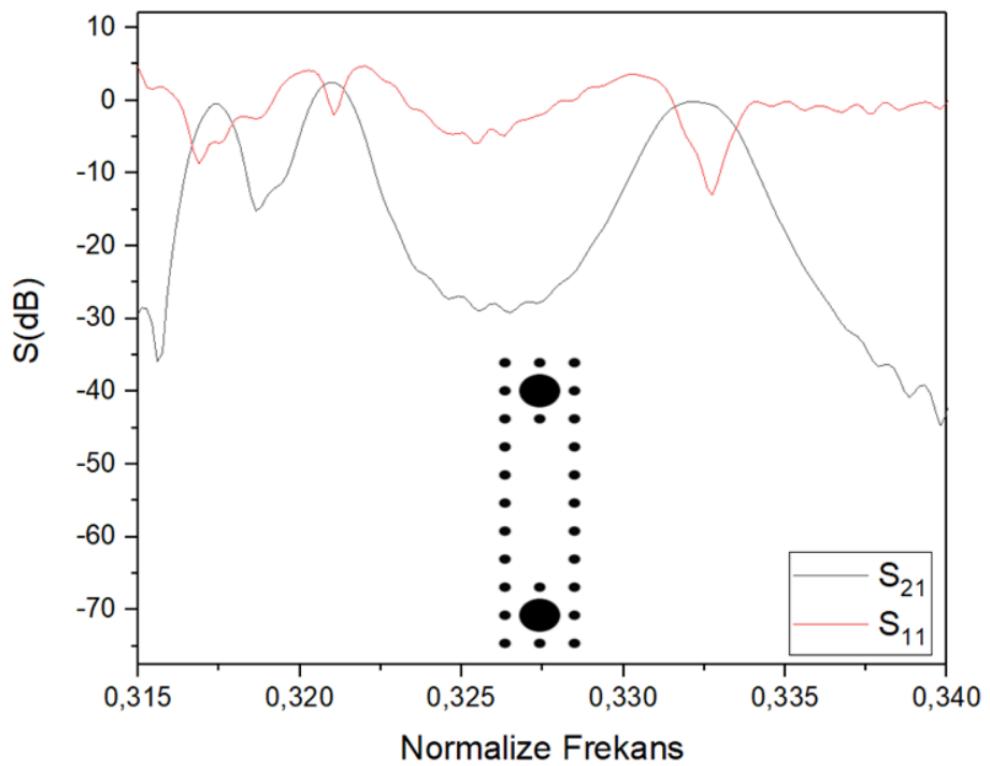
Şekil 4.25:  $d=5a$  olduğunda iletim-yansıma grafiği



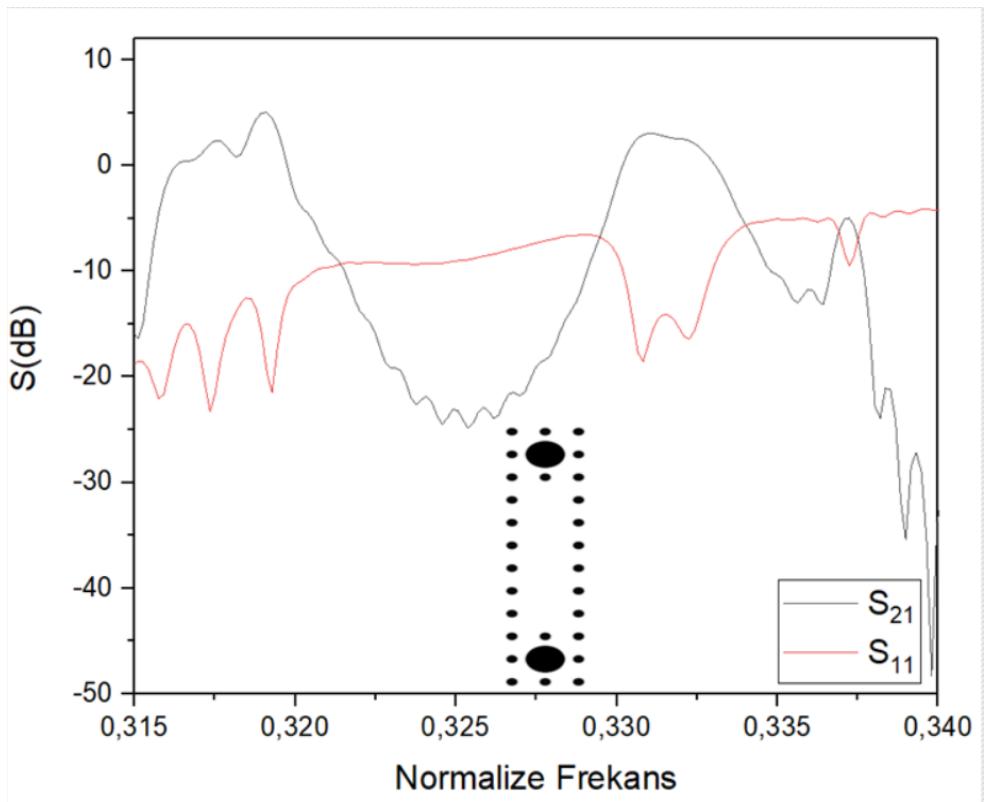
Şekil 4.26:  $d=6a$  olduğunda iletim-yansıma grafiği



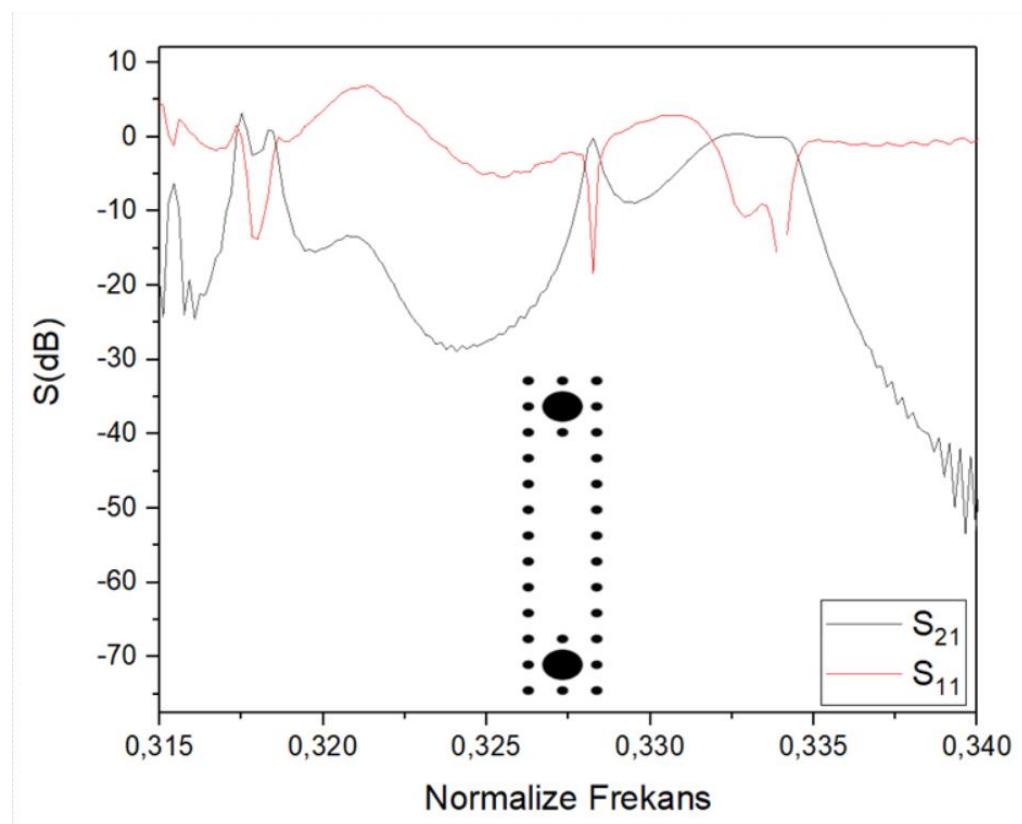
Şekil 4.27:  $d=7a$  olduğunda iletim-yansıma grafiği



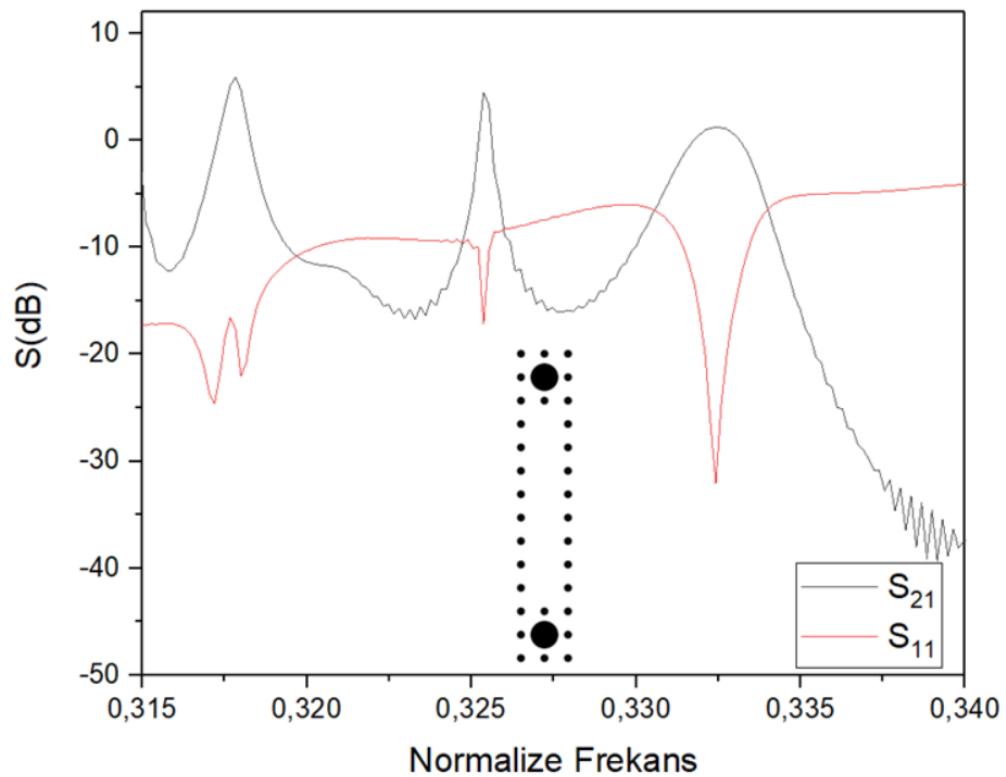
Şekil 4.28:  $d=8a$  olduğunda iletim-yansıma grafiği



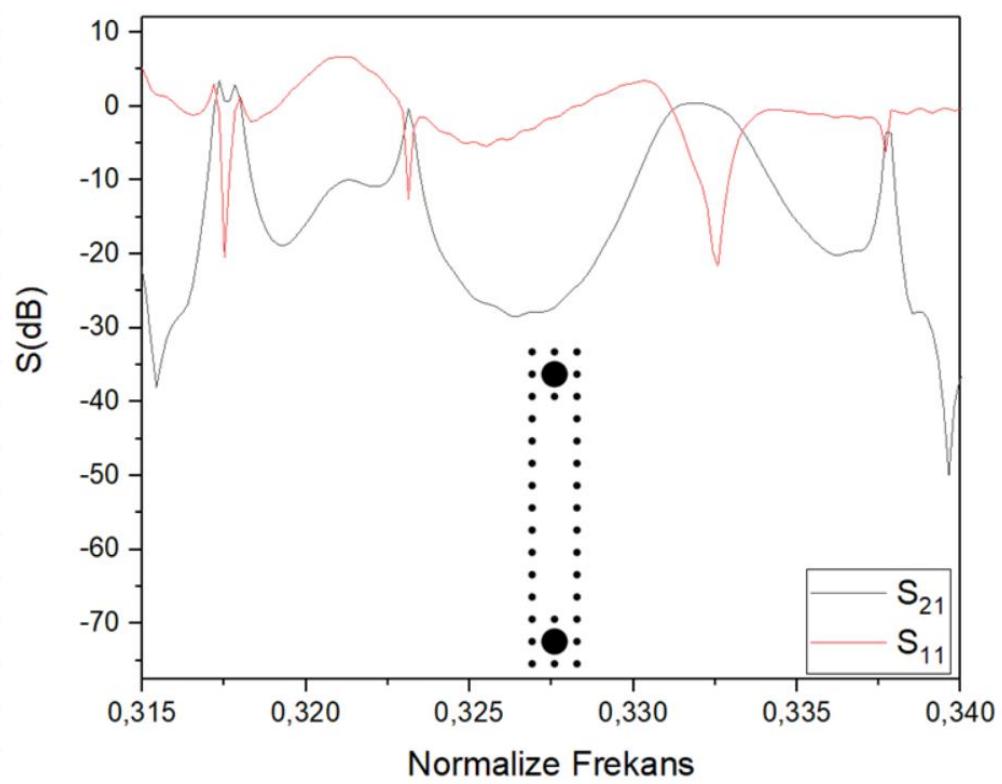
Şekil 4.29:  $d=9a$  olduğunda iletim-yansıma grafiği



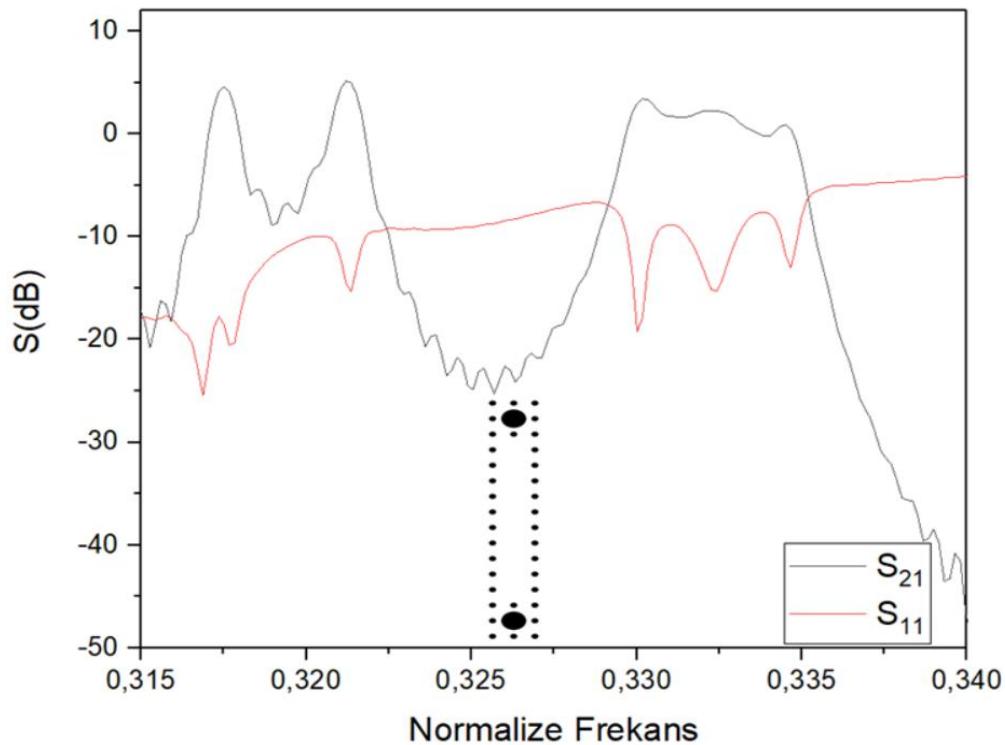
Şekil 4.30:  $d=10a$  olduğunda iletim-yansıma grafiği



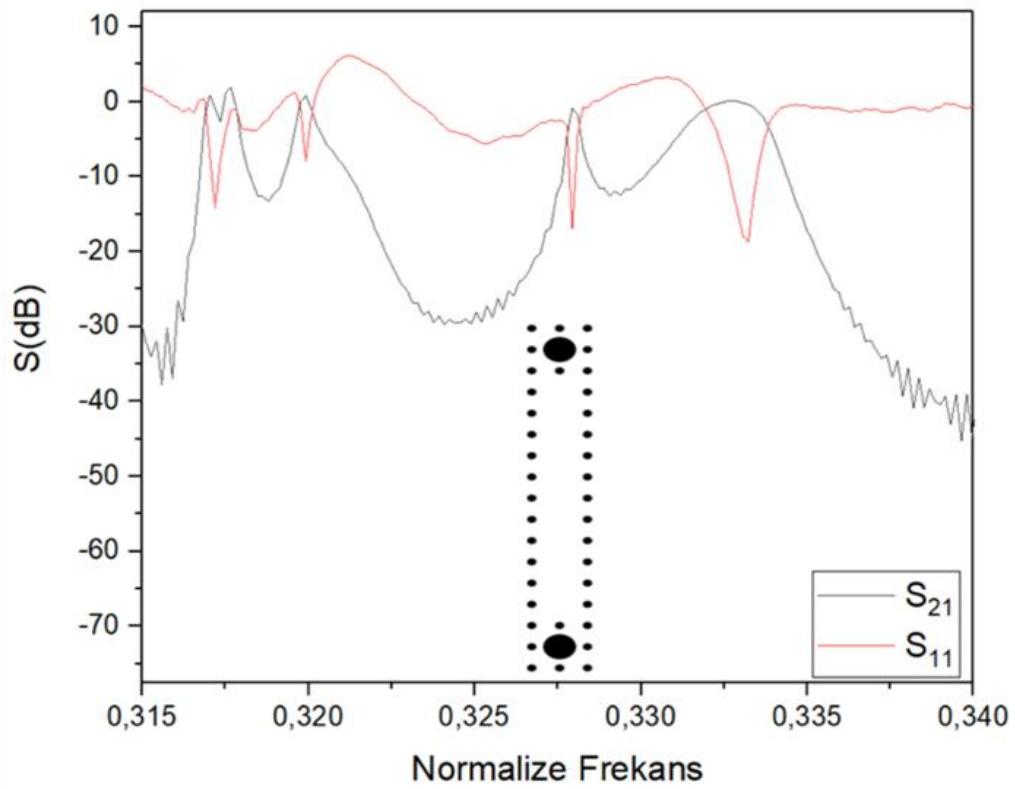
Şekil 4.31:  $d=11a$  olduğunda iletim-yansıma grafiği



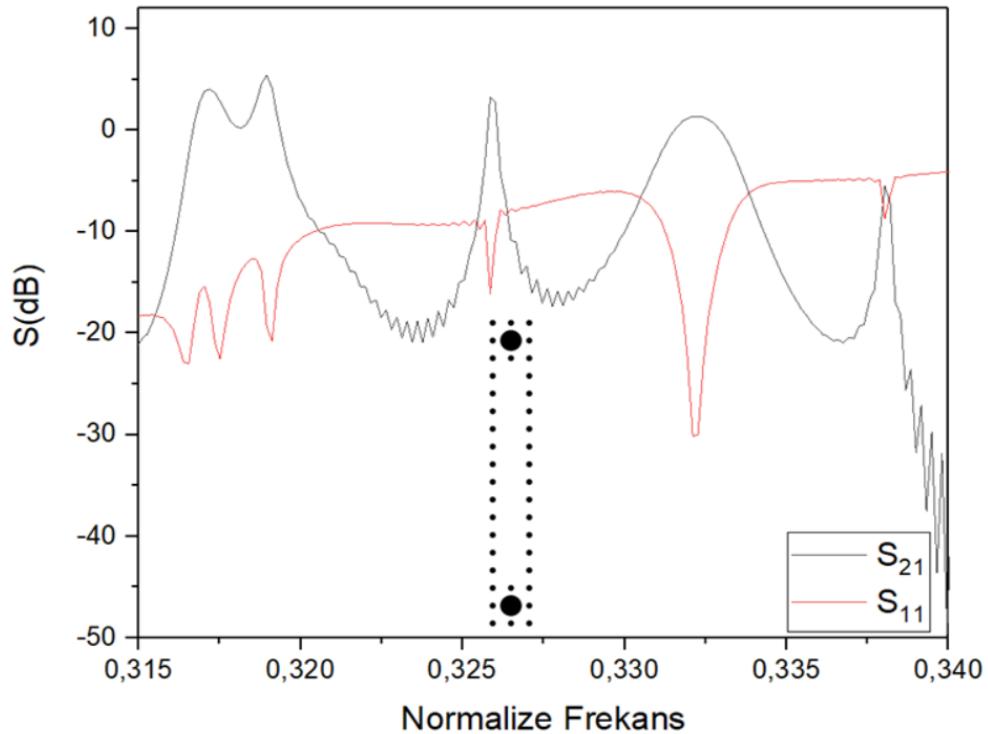
Şekil 4.32:  $d=12a$  olduğunda iletim-yansıma grafiği



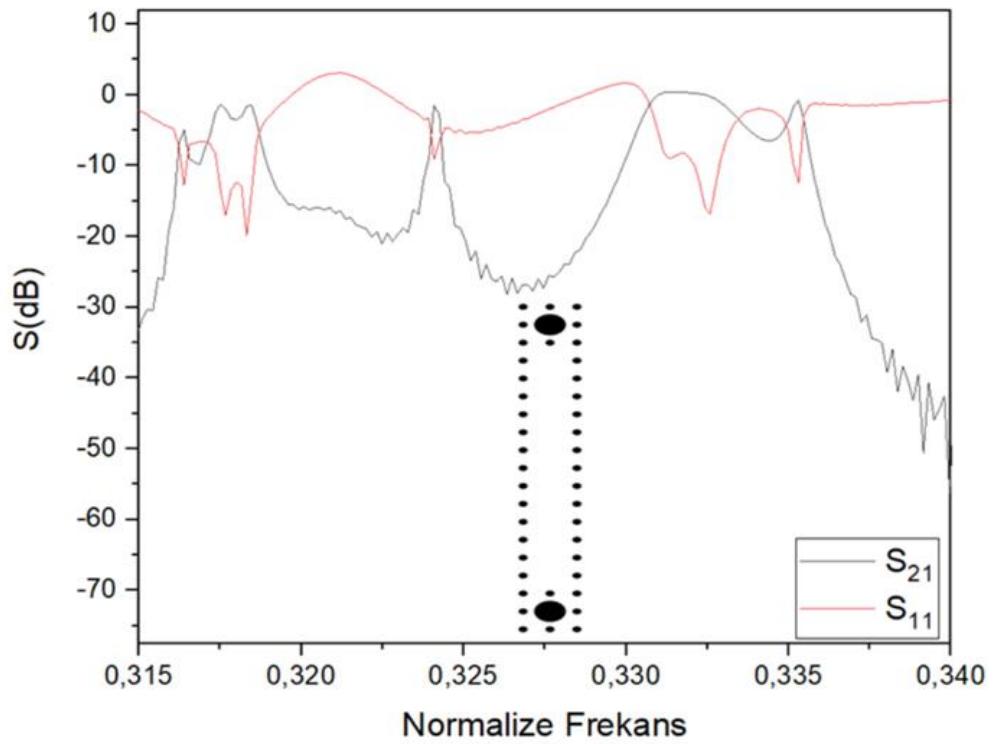
Şekil 4.33:  $d=13a$  olduğunda iletim-yansıma grafiği



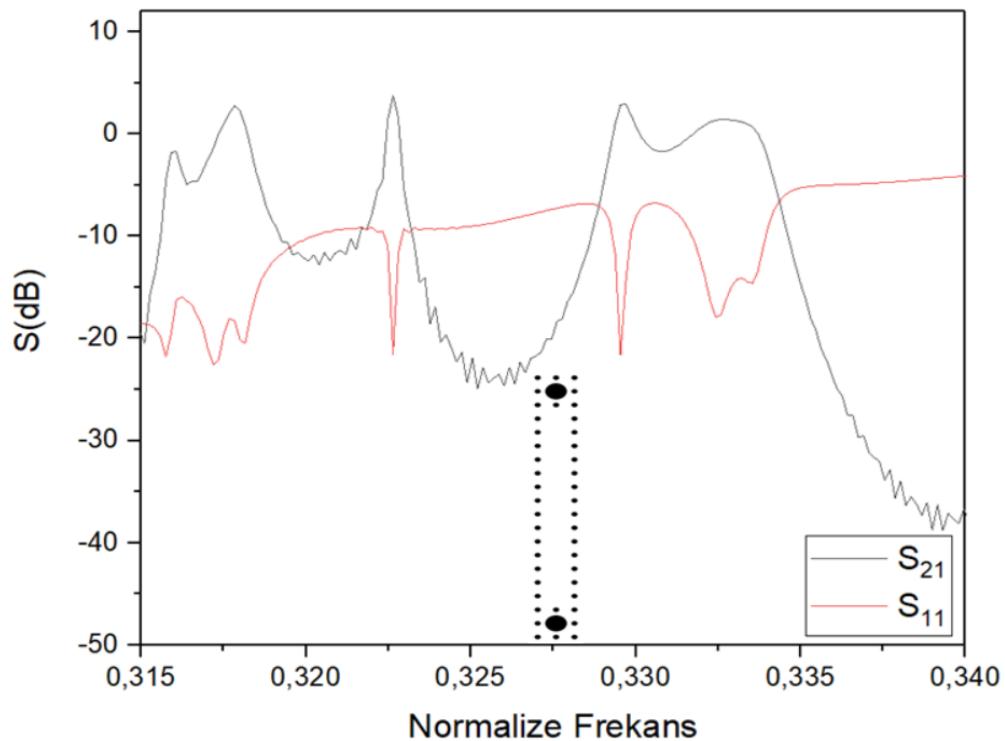
Şekil 4.34:  $d=14a$  olduğunda iletim-yansıma grafiği



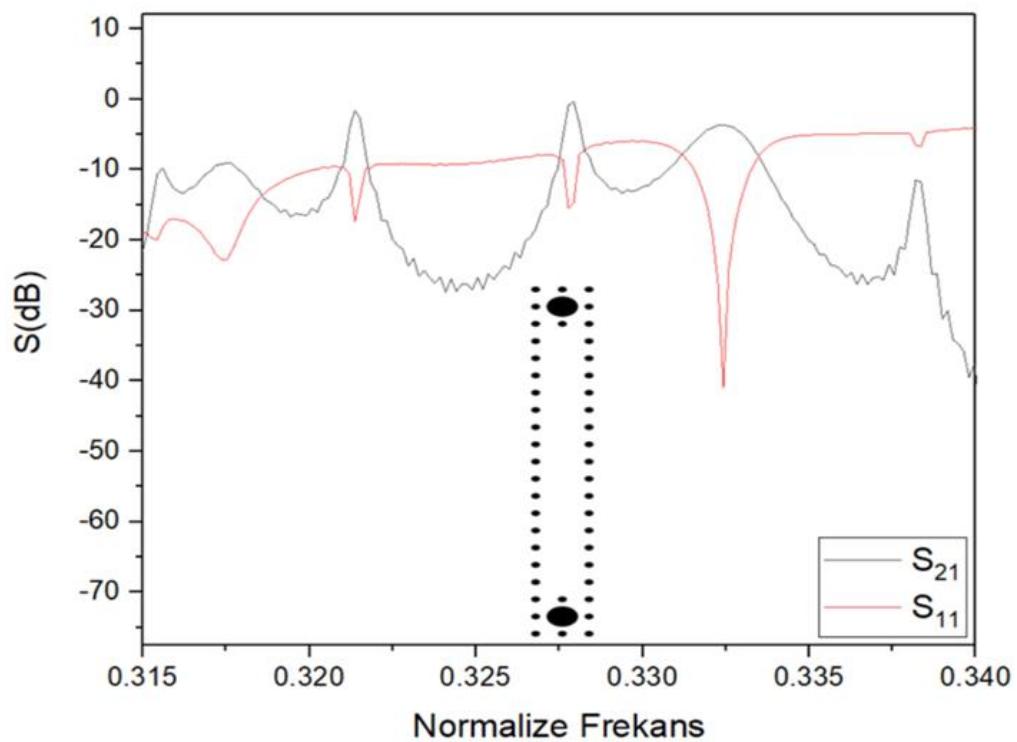
Şekil 4.35:  $d=15a$  olduğunda iletim-yansıma grafiği



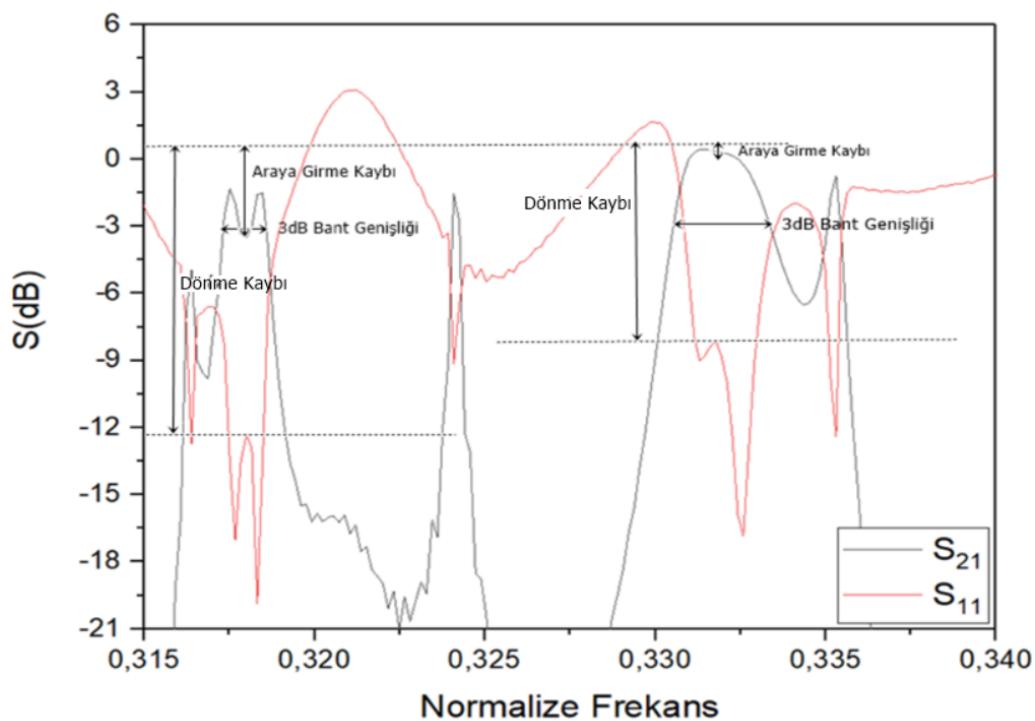
Şekil 4.36:  $d=16a$  olduğunda iletim-yansıma grafiği



Şekil 4.37:  $d=17a$  olduğunda iletim-yansıma grafiği



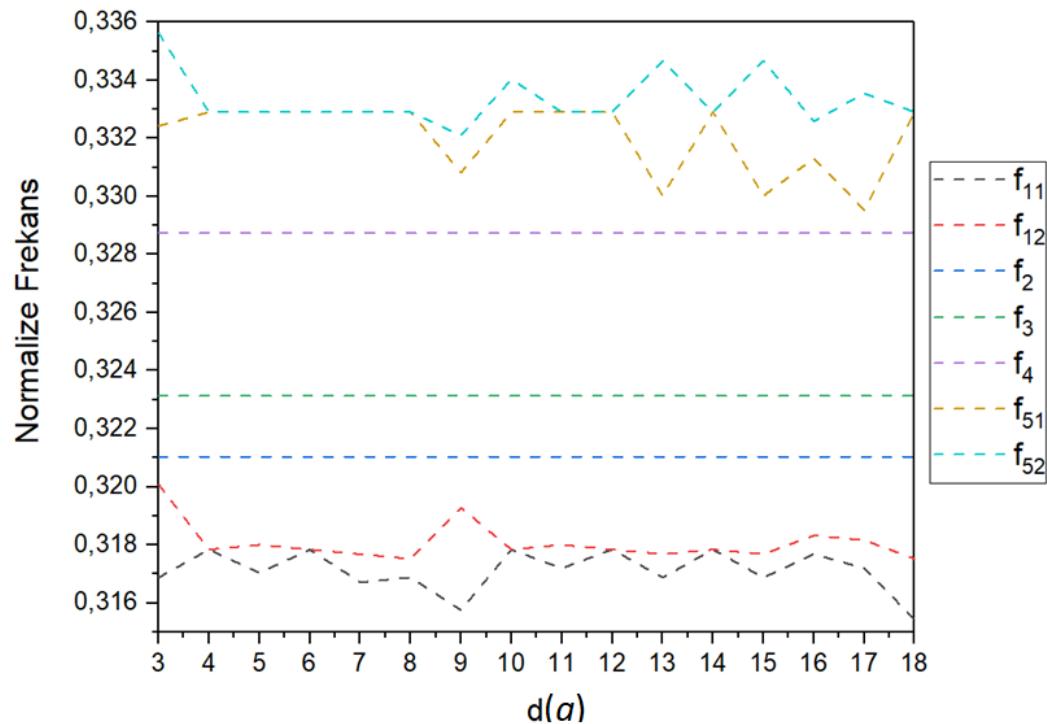
Şekil 4.38:  $d=18a$  olduğunda iletim-yansıma grafiği



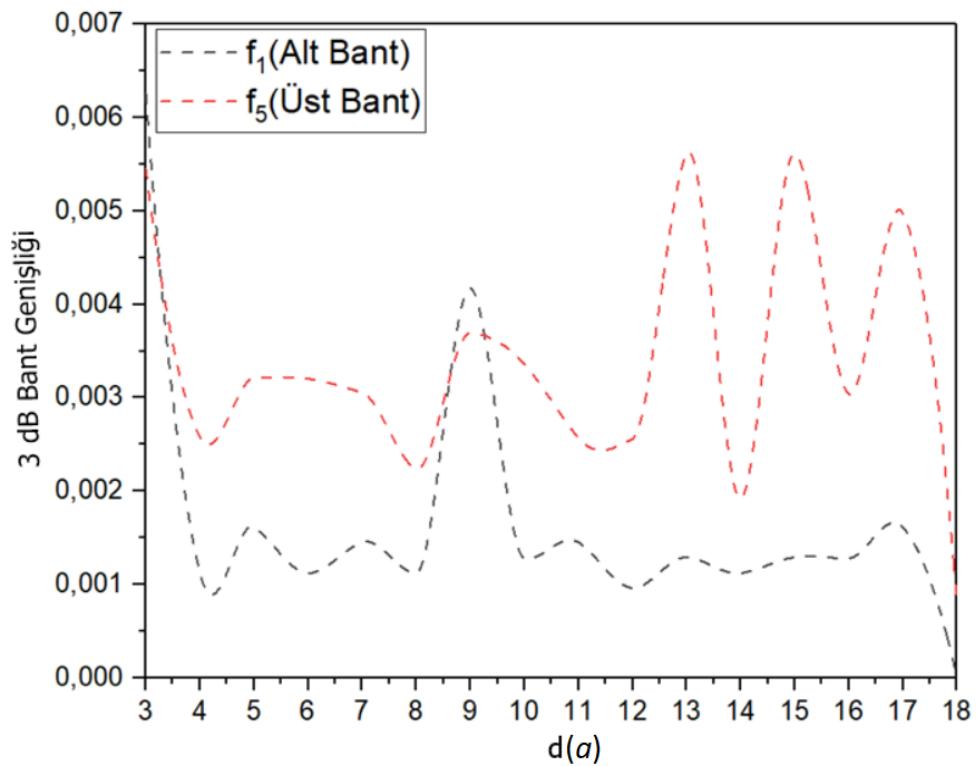
Şekil 4.39:  $d=16a$  olduğunda alt ve üst frekans bandındaki iletim parametreleri

**Tablo 4.2:** Artan  $d$  uzunluk değerlerine göre frekans bögelerinin değerleri

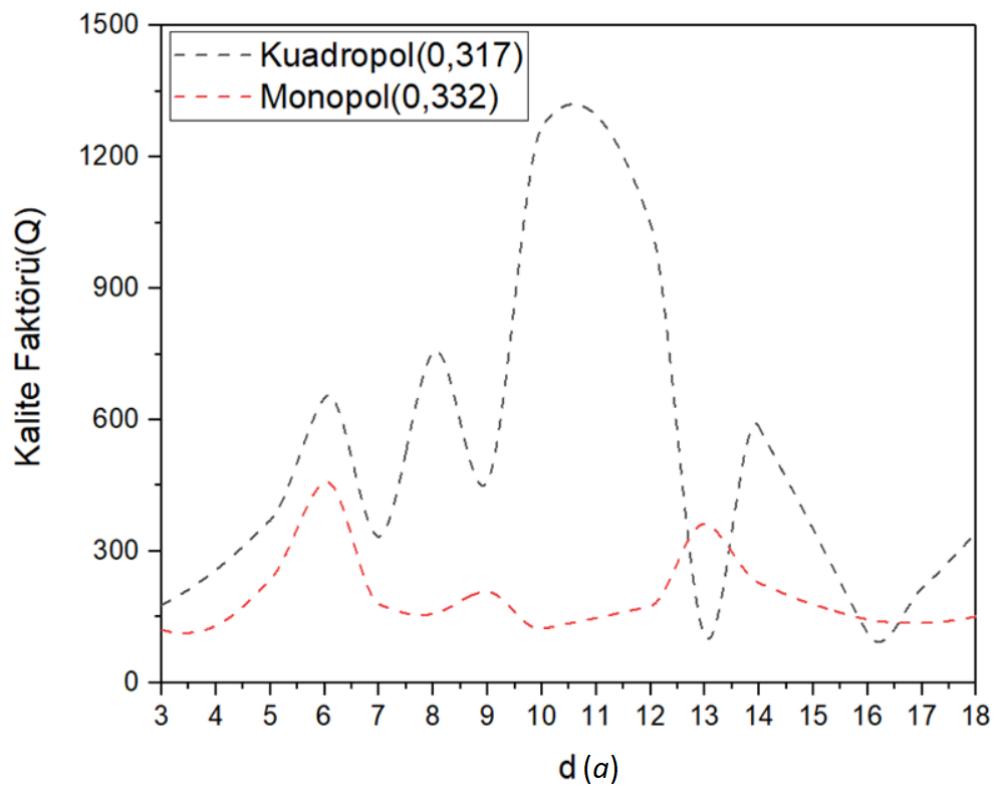
| $d$   | $f_{11}$ | $f_{12}$ | $f_2$   | $f_3$   | $f_4$   | $f_{51}$ | $f_{52}$ |
|-------|----------|----------|---------|---------|---------|----------|----------|
| $3a$  | 0,31687  | 0,32008  | 0,32104 | 0,32313 | 0,32874 | 0,33242  | 0,33563  |
| $4a$  | 0,31784  | 0,31784  | 0,32104 | 0,32313 | 0,32874 | 0,332907 | 0,332907 |
| $5a$  | 0,31703  | 0,318    | 0,32104 | 0,32313 | 0,32874 | 0,332907 | 0,332907 |
| $6a$  | 0,31784  | 0,31784  | 0,32104 | 0,32313 | 0,32874 | 0,332907 | 0,332907 |
| $7a$  | 0,31671  | 0,31768  | 0,32104 | 0,32313 | 0,32874 | 0,332907 | 0,332907 |
| $8a$  | 0,31688  | 0,31752  | 0,32104 | 0,32313 | 0,32874 | 0,332907 | 0,332907 |
| $9a$  | 0,31575  | 0,31928  | 0,32104 | 0,32313 | 0,32874 | 0,33082  | 0,3321   |
| $10a$ | 0,31784  | 0,31784  | 0,32104 | 0,32313 | 0,32874 | 0,332907 | 0,334027 |
| $11a$ | 0,31719  | 0,318    | 0,32104 | 0,32313 | 0,32874 | 0,332907 | 0,332907 |
| $12a$ | 0,31784  | 0,31784  | 0,32104 | 0,32313 | 0,32874 | 0,332907 | 0,332907 |
| $13a$ | 0,31687  | 0,31768  | 0,32104 | 0,32313 | 0,32874 | 0,33002  | 0,33467  |
| $14a$ | 0,31784  | 0,31784  | 0,32104 | 0,32313 | 0,32874 | 0,332907 | 0,332907 |
| $15a$ | 0,31687  | 0,31768  | 0,32104 | 0,32313 | 0,32874 | 0,33002  | 0,33467  |
| $16a$ | 0,31768  | 0,31832  | 0,32104 | 0,32313 | 0,32874 | 0,331307 | 0,332587 |
| $17a$ | 0,31719  | 0,31816  | 0,32104 | 0,32313 | 0,32874 | 0,32954  | 0,33355  |
| $18a$ | 0,315427 | 0,31752  | 0,32104 | 0,32313 | 0,32874 | 0,332907 | 0,332907 |



**Şekil 4.40:** Artan  $d$  uzunluk değerlerine göre mod ayrışım grafiği



**Şekil 4.41:** Artan  $d$  uzunluk değerlerine göre alt ve üst frekans bandındaki 3 dB bant genişliği grafiği



**Şekil 4.42:** Artan  $d$  uzunluk değerlerine göre kalite faktörü değerleri grafiği

## **5. TARTIŞMA**

Bu çalışmada dar bantta yüksek dönme kayıplı, az araya girme kayıplı ve yüksek kaliteli çift mod tek/çift bant filtre yapıları önerildi. Tezde tasarlanan birinci yapıda; dejenere modlar  $rp1=rp2=0,055a$  değerinde, 0,38-0,43 normalize frekansları arasında alt ve üst frekans bölgesinde ayrışma uğramıştır. Alt frekans bölgesinde  $rp1=rp2=0,035a$  değerinde istenilen bir ayrışım elde edilmiş ancak üst frekans bölgesinde ayrışım oluşmamıştır.  $rp1=rp2=0,055a$  değerinde üst frekans bölgesinde istenilen ayrışım elde edilmiş ancak bu defa alt frekans bölgesinde ayrışım istenilen biçimde değildir. Aynı yapıda 0,315-0,34 normalize frekansları arasındaki bölgede herhangi bir ayrışım görülmemektedir. Bu frekans bölgesinde mod ayrışımı için tezdeki ikinci yapı tasarlanmıştır. Bu yapıda d mesafesi  $3a$ 'dan  $20a$ 'ya kadar arttırılmıştır böylece 0,315- 0,34 normalize frekansları arasındaki alt ve üst frekans bölgesinde bu pertürbe etme biçimile mod ayrışması yapılmıştır. Birinci yapıda düzenli bir mod ayrışması görülürken ikinci yapıda düzenli bir mod ayrışması görülmemektedir. Birinci yapıda dönme kaybı ile araya girme kaybı alt bantta sırasıyla; 8,4648 dB ve 1,4426 dB'dır. Üst bantta ise dönme kaybı 13,56551 dB, araya girme kaybı 0,4255 dB'dır. İkinci yapıda dönme kaybı ile araya girme kaybı alt bantta sırasıyla; 12,29873 dB ve 3,515 dB'dır. Üst bantta ise dönme kaybı 8,13741 dB, araya girme kaybı 0 dB'dır.

## **6. SONUÇ ve ÖNERİLER**

Bu tezin amacı dejenere modları kullanarak bant geçiren filtre özelliği gösteren fotonik kristal yapıları tasarlamaktı. Bunun için iki çeşit yapı tasarlanmıştır. İlk yapıda iki adet perturbasyon çubuğu kullanılarak dejenere modların ayrışımı sağlanmıştır. İkinci yapıda ise ilk yapıda perturbasyon çubukları kullanılarak herhangi bir değişim göstermeyen  $0,315-0,34$  normalize frekansları arasındaki bölgede, farklı bir pertürbe etme biçiminde; yani  $d$  mesafesinin artırılmasıyla bir ayrışım oluşturulmuştur. Bu durum konuya ilgili önceki yapılan çalışmalara katkı olarak düşünülebilir.

Fotonik kristal devreler ışığın bir tabakada ilerlemesini sağlayan kavitiye bağlı dalga kılavuzu yapılarından daha fazlasını içerebilir. Bu yaklaşım ile farklı fotonik kristal devreleri oluşturulabilir. Önerilen yapılar tüm optik haberleşme uygulamalarında etkili bir biçimde kullanılabilme özelliğindedir.

## 7. KAYNAKLAR

Anada, T., Chun-Ping, C., Greedy, S., M. Benson, T. and Sewell, P., "A novel photonic crystal band-pass filter using degenerate modes of a point-defect microcavity for terahertz communication Systems", *Microwave and Optical Technology Letters*, 56(4), 792-797, (2013).

Bağcı, F., "Fotonik Kristal Dalga Kılavuzları ve Yavaş Işık Elde Edilmesi", Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Mühendisliği Anabilim Dalı, Ankara, (2013).

Bermel, P., Ibanescu, M., Joannopoulos, J. D., Johnson, S. G., Oskooi, A. F. and Roundy, D., "Meep: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method," *Comput. Phys. Commun.*, 181(3), 687–702, (2010).

Bulgakov, E.N. and Sadreev, A.F., "Light-induced degeneracy of resonance modes in a nonlinear microcavity coupled with waveguides: application to channel drop filter", *J. Opt. Soc. Am.*, 30(9), 2549-2554, (2013).

Cheng, C., He, Y., Wu, F., Yan, S., Yao, Y., Zhang, X. and Zhong, H., "Method of tuning frequency of the defect mode in two-dimensional square photonic crystals", *Modern Physics Letters*, 27(8), 1350054-1-1350054-9, (2013).

Daraei, A. and Khozeymeh, F., "Investigation on mode splitting and degeneracy in the L3 photonic crystal nanocavity via unsymmetrical displacement of air-holes", *The International Journal Of Engineering And Science*, 2(2), 146-150, (2013).

Demir, H., "Fotonik Kristaller Üzerine Bir İnceleme", Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Anabilim Dalı, Kayseri, (2005).

Dinleyici, M.S. ve Karakilinc O.O., "Design of dual-mode dual-band photonic crystal bandpass filters for terahertz communication applications", *Microwave and Optical Technology Letters*, 57(8), 1806-1810, (2015).

Erdiven, U., "Fotonik Kristaller: Optiksel Devre ve Sensör Uygulamaları", Doktora Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Anabilim Dalı, Adana, (2012).

Eti N., "Mathematical modeling of light propagation in photonic crystal waveguides", Doktora Tezi, İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı, İzmir, (2014).

Gregersen, N., Heuck, M., Kristensen, P.T., Lasson, J.R. and Mørk, J., “On the theory of coupled modes in optical cavity-waveguide structures” *Physics. Optics*, 1701.02929, (2017)

Joannopoulos, J.D., Johnson, S.G., Meade, R.D. and Winn, J.N., *Photonic Crystals Molding The Flow Of Light*, New Jersey: Princeton University Press, (2008).

Karakılınç Ö.Ö., “Photonic crystal based spectral filter devices for optical communication”, Doktora Tezi, *İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü*, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı, İzmir, (2015).

Kılıç, H., “İki Boyutlu Fotonik Kristal Dalga Kılavuzunda Düz ve Bükülmüş Yollar İçin Dalga Yayılımının İncelenmesi”, Yüksek Lisans Tezi, *Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Fizik Anabilim Dalı, Kayseri, (2013).

Kim, S. and Lee, Y., “Symmetry relations of two-dimensional photonic crystal cavity modes”, *IEEE Journal Of Quantum Electronics.*, 39(9), 1081-1082, (2003).

Painter, O., Scherer, A. and Vuc'kovic', J., “Defect modes of a two-dimensional photonic crystal in an optically thin dielectric slab”, *Optical Society of America*, 16(2), 275-285, (1999).

Tezcan S., “Fotonik Kristal Algılayıcılarının Tasarlanması ve Sayısal Çözümlenmesi”, Yüksek Lisans Tezi, *Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Fizik Mühendisliği Anabilim Dalı, Ankara, (2014).

Yılmaz D., “Fonksiyonel Fotonik Kristal Aygit Tasarımları”, Yüksek Lisans Tezi, *Tobb Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı, Ankara, (2013).

## **8. ÖZGEÇMİŞ**

Adı Soyadı : Erdem TOKABAŞ  
Doğum Yeri ve Tarihi : Akhisar/Manisa-01.02.1987  
Lisans Üniversite : Pamukkale Üniversitesi  
Elektronik posta : erdemtokabas1987@gmail.com  
İletişim Adresi : Seyit Ahmet Mah. 313 Sok No:15/2 Akhisar/  
Manisa