



**T.C.  
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ  
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI  
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**5. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DOĞAL SAYILARLA BÖLME  
İŞLEMİNDE YAŞADIĞI ZORLUKLAR VE BU  
ZORLUKLARIN NEDENLERİ**

**NESRİN ORAL**

**DENİZLİ-2020**

**T.C.  
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ  
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI  
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**5. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DOĞAL SAYILARLA BÖLME  
İŞLEMİNDE YAŞADIĞI ZORLUKLAR VE BU ZORLUKLARIN  
NEDENLERİ**

**Nesrin ORAL**

**Danışman**

**Prof. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU**

## JÜRİ ÜYELERİ ONAY SAYFASI

Bu çalışma, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı'nda jürimiz tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

İmza

Başkan: Doç. Dr. Burçak BOZ YAMAN

Üye: Prof. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU

Üye: Doç. Dr. Çağlar Naci HİDİROĞLU

Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun ...../..... tarih ve ...../..... sayılı kararı ile onaylanmıştır.

Prof. Dr. Mustafa BULUŞ

Enstitü Müdürü

## ETİK BEYANNAMESİ

Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nün yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında; tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi; görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu; başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu; atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi; kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı; bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı beyan ederim.



Nesrin ORAL

## TEŞEKKÜR SAYFASI

Yüksek lisans eğitimim sürecimde akademik bilgisi ve mesleki tecrübesi ile bana yol gösteren, değerli görüşlerini ve önerilerini benimle paylaşan, pes ettiğim zamanlarda enerjisiyle ve bana olan inancıyla beni destekleyen, motivasyonumu artıran, her zaman iyi ki danışmanım dediğim tüm aksiliklere rağmen beni yalnız bırakmayan danışman hocam Prof. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU'ya çok teşekkür ederim. Jüri üyesi olarak tez savunmama katılan ve fikirlerini benimle paylaşan hocalarım Doç. Dr. Burçak BOZ YAMAN ve Doç. Dr. Çağlar Naci HIDIROĞLU'na tezime katkıları için teşekkür ederim. Analiz sürecinde bana yol gösteren, zamanını ayıran Dr. Öğr. Üyesi Emine Gaye ÇONTAY'a katkıları için teşekkür ederim. Uzman kanısı için bana geri dönüş yapan herkese, çalışmaya katılan öğrencilerime, bana kolaylık sağlayan çalışma arkadaşlarıma, idari amirlerime ve okul personeline bana destekleri için teşekkür ederim.

Yüksek lisans sürecine başlamam için beni destekleyen, varlığıyla bana her zaman güç veren canım abim Barış KARA'ya, yardıma ihtiyaç duyduğumda her zaman elinden geleni yapan abim Doç. Dr. Mahmut AKYİĞİT'e, ulaşamadığım kaynakları benim için bulan Ferhat ORAL'a teşekkürü bir borç bilirim.

Bu hayatta her zaman her konuda desteklerini hissettiğim, tezimin bitmesini çok isteyen canım annem ve babam Nursiye ve Mustafa KARA'ya teşekkür ederim.

Ve her zaman bana destek olan, motivasyonumu yükselten, bu sürecin en yakın şahidi, tezimin bitmesinde çok büyük katkısı olan canım eşim Harun ORAL'a sonsuz sabrı ve sevgisi için teşekkür ederim. Ve tezimin son aşamasında aramıza katılan enerji kaynağımız canım kızım Berin Umay ORAL'a varlığından dolayı teşekkür ederim.

Nesrin ORAL

## ÖZET

### 5. Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarla Bölme İşleminde Yaşadığı Zorluklar ve Bu Zorlukların Nedenleri

ORAL, Nesrin

Yüksek Lisans Tezi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU

Haziran 2020, 137 sayfa

Bu çalışmanın amacı beşinci sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme işleminde yaşadığı zorlukları ve bu zorlukların nedenlerini tespit etmektir. Araştırmada öğrencilerin yaşadıkları zorlukları ve bu zorlukların nedenlerini tespit etmek için nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Araştırma 2018-2019 öğretim yılının birinci döneminde Afyonkarahisar ilinin Sandıklı ilçesinde yer alan bir devlet ortaokulunda öğrenim gören beşinci sınıflardan altı öğrenciyle yürütülmüştür. Çalışma grubu amaçlı örneklem yöntemlerinden biri olan ölçüt amaçlı örneklem yöntemiyle seçilmiştir. Veriler araştırmacı tarafından geliştirilen bölme işlemleri testi, yarı yapılandırılmış görüşme formu, gözlem notları ve görüşme ses kayıtları aracılığıyla toplanmıştır.

Araştırma sonucunda öğrencilerin bölme algoritmasındaki çıkarma işleminin yapılış şekli, algorithmada 0'ın kaydedilmesi, bölme algoritmasındaki çarpma işleminin yapılış şekli, basamak indirme ve içinde arama, algoritmayı yanlış uygulama ve maksimum bölümün bulunması ile ilgili zorluklar yaşadıkları tespit edilmiştir.

Öğrencilerin yaşadıkları zorlukların ise bölme işlemi içerisinde yer alan çıkarma işleminde de soldan başlanır kavram yanılgısı, basamak değerinin tam anlamıyla kavranmaması, işlemlerin kendi basamakları arasında yapıldığının fark edilmemesi, çıkarma işleminin daha önce öğrendikleri gibi olmaması, heyecan ve dikkatsizlik, sağlam bir 0 bilgilerinin olmaması, kalandaki 0'ların kafa karıştırması, aşağı indirilen rakam 0'sa bölüme de 0 yazılması gerektiği kavram yanılgısı, ikinci çarpanı elde olarak ekleme, eldeyi eklememe, 0 ile çarpmada bilgi eksikliği, çarpım tablosunu doğru hatırlamama, 1 ile çarpmada bilgi eksikliği, bölünenin basamak sayısının fazla olması, bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgi ve uygunsuz dil kullanımı nedenlerinden kaynaklandığı ortaya çıkmıştır.

Anahtar Kelimeler: Bölme işlemi, zorluk, beşinci sınıf öğrencileri, zorlukların nedenleri.

**ABSTRACT**  
**5<sup>th</sup> Grade Students' Difficulties in the Division of Natural Numbers and Reasons of  
These Difficulties**

ORAL, Nesrin

Master Thesis, Department of Mathematics and Science Education,  
Mathematics Education Programme

Supervisor: Prof. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU

June, 2020, 137 pages

The aim of this research is to identify fifth grade students' difficulties in the division of natural numbers and reasons of these difficulties. In the research, a case study, which is one of the qualitative research methods, was used to identify the difficulties students experienced and the reasons of these difficulties. The research was carried out with six students from the fifth grade studying at a public secondary school in Sandıklı district of Afyonkarahisar province in the first semester of the 2018-2019 academic year. The study group was selected with the criterion non-probabilistic sampling method, which is one of the non-probabilistic sampling methods. The data were collected through the division operations test developed by the researcher, semi-structured interview form, observation notes and interview voice recordings.

As a result of the research, it was determined that the students had difficulties in the way of subtraction in the division algorithm, recording the 0 in the algorithm, the way of multiplication in the division algorithm, bringing down of digits and searching in it, applying the algorithm incorrectly and finding the maximum quotient.

The difficulties experienced by the students are a subtraction that does not require decomposition of tens, the misconception about the subtraction in the division starts from the left, the place value which is not fully understood, not noticing that of the operations are done among their own places, the subtraction is not as they have learned before, excitement and carelessness , the lack of secure knowledge of 0, confusing of zeros in the remainder, the misconception about if the brought down number is 0, it should be written 0 in the quotient, adding the second multiplier as carrying digit, not adding the carrying digit, lack of information in multiplying by 0, not remembering the times table correctly, lack of information in multiply by 1, having more numbers of digits of dividend, wrong and imperfect information in the subject of division and the use of inappropriate language.

Keywords: Division, difficulty, fifth grade students, reasons of difficulties.

## İÇİNDEKİLER

JÜRİ ÜYELERİ ONAY SAYFASI .....	iii
ETİK BEYANNAMESİ .....	iv
TEŞEKKÜR SAYFASI.....	v
ÖZET .....	vi
ABSTRACT.....	vii
TABLolar LİSTESİ .....	xiii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xiv
BİRİNCİ BÖLÜM: GİRİŞ .....	1
1.1. Problem .....	4
1.1.1. Problem Cümlesi .....	4
1.1.2. Alt Problemler .....	4
1.2. Araştırmanın Amacı.....	5
1.3. Araştırmanın Önemi.....	5
1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları .....	6
1.5. Sayıtlar .....	6
1.6. Tanımlar .....	7
İKİNCİ BÖLÜM: KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ÇALIŞMALAR .....	8
2.1. Kuramsal Çerçeve.....	8
2.1.1. Kavramsal ve İşlemsel Anlama.....	8
2.1.2. Zorluk, Hata ve Kavram Yanılgısı .....	13
2.1.3. Bölme İşlemi .....	14
2.2. İlgili Araştırmalar.....	22
2.2.1. Öğretmenlerin ve Öğretmen Adaylarının Bölme Bilgisi ile İlgili Yapılan Araştırmalar .....	22
2.2.2. Bölme İşlemi ile İlgili Araştırmalar.....	25
2.2.2.1. Bölme işleminin öğretimi ile ilgili araştırmalar.....	25
2.2.2.2. Öğrencilerin bölme işleminde kullandıkları stratejiler ve modeller ile ilgili araştırmalar.....	31
2.2.2.3. Öğrencilerin bölme işleminde yaşadıkları zorluklar, yaptıkları hatalar ve sahip oldukları kavram yanılgıları ile ilgili araştırmalar.....	36
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM: YÖNTEM .....	43
3.1. Araştırma Deseni .....	43
3.2. Çalışma Grubu.....	44
3.3. Veri Toplama Araçları .....	46
3.3.1. Bölme İşlemleri Testi .....	47



3.3.2. Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu.....	48
3.3.3. Gözlem Notları.....	48
3.3.4. Görüşme Ses Kayıtları.....	49
3.4. Pilot Uygulama.....	49
3.4.1. Pilot Uygulamanın Analizi.....	49
3.5. Veri Toplama Süreci.....	51
3.6. Verilerin Analizi.....	52
3.7.1. Geçerlik.....	52
3.7.1.1. İç geçerlik.....	53
3.7.1.2. Dış geçerlik.....	53
3.7.2. Güvenirlik.....	54
3.7.2.1. İç güvenirlik.....	54
3.7.2.2. Dış güvenirlik.....	54
3.8. Araştırmacının Rolü.....	55
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM: BULGULAR VE YORUM.....	57
4.1. Öğrencilerin Yaşadıkları Zorluklar.....	57
4.1.1. Bölmede Çıkarma İşleminin Yapılması ve Bunun Yapılış Şekli ile İlgili Zorluklar.....	58
4.1.1.1. Çıkarma yapmaya sol taraftan başlama.....	59
4.1.1.1.1. Altıncı soruda çıkarma yapmaya sol taraftan başlama.....	59
4.1.1.1.2. Yedinci soruda çıkarma yapmaya sol taraftan başlama.....	60
4.1.1.1.3. Sekizinci soruda çıkarma yapmaya sol taraftan başlama.....	60
4.1.1.1.4. Onuncu soruda çıkarma yapmaya sol taraftan başlama.....	61
4.1.1.1.5. On birinci soruda çıkarma yapmaya sol taraftan başlama.....	61
4.1.1.1.6. On ikinci soruda çıkarma yapmaya sol taraftan başlama.....	62
4.1.1.2. Çıkarma işleminde sıfırdan ödünç alma.....	63
4.1.1.3. Çıkarılacak sayıyı soldan hizalama.....	64
4.1.1.4. Çıkarma işleminin algoritmasını bilmeme.....	64
4.1.2. Algoritmada Sıfırın Kaydedilmesi ile İlgili Zorluklar.....	64
4.1.2.1. Sıfırı bölüme eklememe.....	65
4.1.2.1.1. İkinci soruda sıfırı bölüme eklememe.....	65
4.1.2.1.2. Altıncı soruda sıfırı bölüme eklememe.....	66
4.1.2.1.3. On ikinci soruda sıfırı bölüme eklememe.....	68
4.1.2.2. Bölüme yanlış durumda sıfır ekleme.....	69
4.1.2.2.1. Dördüncü ve beşinci sorularda yanlış durumda sıfır ekleme.....	69
4.1.2.2.2. Dokuzuncu soruda bölüme yanlış durumda sıfır ekleme.....	70

4.1.2.2.3. <i>On birinci soruda bölüme yanlış durumda sıfır ekleme.</i> .....	71
4.1.3. Bölmede Çarpma İşleminin Yapılması ile İlgili Zorluklar .....	71
4.1.3.1. Dördüncü soruda çarpma işleminde yaşanan zorluklar.....	72
4.1.3.2. Altıncı soruda çarpma işleminde yaşanan zorluklar. ....	73
4.1.3.3. Yedinci soruda çarpma işleminde yaşanan zorluklar.....	73
4.1.3.4. Dokuzuncu soruda çarpma işleminde yaşanan zorluklar. ....	74
4.1.4. Basamak İndirme ve İçinde Arama ile İlgili Zorluklar .....	75
4.1.4.1. Basamağı indirmeme.....	76
4.1.4.2. Sadece yeni indirdiği sayının içinde böleni arama.....	77
4.1.4.2.1. <i>Altıncı soruda sadece yeni indirdiği sayının içinde böleni arama.</i> .....	77
4.1.4.2.2. <i>On birinci soruda sadece yeni indirdiği sayının içinde böleni arama.</i> .....	77
4.1.5. Algoritmayı Yanlış Uygulama ile İlgili Zorluklar .....	78
4.1.5.1. Birinci soruda algoritmayı yanlış uygulama ile ilgili zorluklar.....	78
4.1.5.2. Beşinci soruda algoritmayı yanlış uygulama ile ilgili zorluklar.....	79
4.1.6. Maksimum Bölümün Bulunması ile İlgili Zorluklar.....	79
4.1.6.1. Beşinci soruda maksimum bölenin bulunması ile ilgili zorluklar.....	80
4.1.6.2. Dokuzuncu soruda maksimum bölenin bulunması ile ilgili zorluklar. ...	80
4.2. Öğrencilerin Yaşadıkları Zorlukların Nedenleri.....	82
4.2.1. Bölmede Çıkarma İşleminin Yapılması ve Bunun Yapılış Şekli ile İlgili Yaşanan Zorlukların Nedenleri.....	82
4.2.1.1. Öğrencilerin çıkarma yapmaya sol taraftan başlamalarının nedenleri. ...	82
4.2.1.1.1. <i>Onluk bozma gerektirmeyen bir çıkarma işlemi olması.</i> .....	82
4.2.1.1.2. <i>Bölme işlemi içerisinde yer alan çıkarma işleminde de soldan başlanır kavram yanlışlığını.</i> .....	82
4.2.1.2. Öğrencilerin çıkarma işleminde sıfırdan ödünç almada zorluk yaşamalarının nedenleri. ....	83
4.2.1.2.1. <i>Basamak değerinin tam anlamıyla kavranmaması.</i> .....	83
4.2.1.3. Öğrencilerin çıkarılacak sayıyı soldan hizalamalarının nedenleri. ....	83
4.2.1.3.1. <i>İşlemlerin kendi basamakları arasında yapıldığının fark edilmemesi ve çıkarma işleminin daha önce öğrendikleri gibi olmaması. ..</i>	83
4.2.1.4. Öğrencilerin çıkarma işleminin algoritmasını bilmemelerinin nedenleri. .....	83
4.2.1.4.1. <i>Heyecan ve dikkatsizlik.</i> .....	83
4.2.2. Algoritmada Sıfırın Kaydedilmesi ile İlgili Yaşanan Zorlukların Nedenleri ..	84
4.2.2.1. Öğrencilerin sıfırı bölüme eklememe nedenleri.....	84
4.2.2.1.1. <i>Sağlam bir sıfır bilgilerinin olmaması ve sıfırın yer tutucu özelliğini kaybetmesi.</i> .....	84

4.2.2.2. Öğrencilerin yanlış durumda sıfır eklemelerinin nedenleri.....	84
4.2.2.2.1. Kalandaki sıfırların kafa karıştırması.....	84
4.2.2.2.2. Aşağı indirilen rakam sıfırsa bölüme de sıfır yazılması gerektiği konusundaki kavram yanlışlığı.....	84
4.2.3. Bölmede Çarpma İşleminin Yapılması ile İlgili Yaşanan Zorlukların Nedenleri.....	84
4.2.3.1. İkinci çarpanı elde olarak ekleme.....	84
4.2.3.2. Eldeyi eklememe.....	85
4.2.3.3. Sıfır ile çarpmada bilgi eksikliği.....	85
4.2.3.4. Dikkatsizlik.....	85
4.2.3.5. Çarpım tablosunu doğru hatırlamama.....	85
4.2.3.6. Bir ile çarpmada bilgi eksikliği.....	85
4.2.4. Basamak İndirme ve İçinde Arama ile İlgili Yaşanan Zorlukların Nedenleri .	85
4.2.4.1. Öğrencilerin basamağı indirmeme nedenleri.....	85
4.2.4.1.1. Bölünenin basamak sayısının fazla olması.....	85
4.2.4.2. Öğrencilerin sadece yeni indirdiği sayının içinde bölüneni aramalarının nedenleri.....	86
4.2.4.2.1. Bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgi ve uygunsuz dil kullanımı.....	86
4.2.5. Algoritmayı Yanlış Uygulama ile İlgili Yaşanan Zorlukların Nedenleri .....	86
4.2.5.1. Bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgi.....	86
4.2.6. Maksimum Bölümün Bulunması ile İlgili Yaşanan Zorlukların Nedenleri.....	86
4.2.6.1. Bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgi.....	86
BEŞİNCİ BÖLÜM: TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER .....	90
5.1. Tartışma ve Sonuç.....	90
5.1.1. Öğrencilerin Yaşadıkları Zorluklara Yönelik Tartışma ve Sonuç.....	90
5.1.1.1. Bölmede çıkarma işleminin yapılması ve bunun yapılış şekli ile ilgili zorluklara yönelik tartışma ve sonuç.....	90
5.1.1.2. Algoritmada sıfırın kaydedilmesi ile ilgili zorluklara yönelik tartışma ve sonuç.....	91
5.1.1.3. Bölmede çarpma işleminin yapılması ile ilgili zorluklara yönelik tartışma ve sonuç.....	91
5.1.1.4. Basamak indirme ve içinde arama ile ilgili zorluklara yönelik tartışma ve sonuç.....	92
5.1.1.5. Algoritmayı yanlış uygulama ile ilgili yaşanan zorluklara yönelik tartışma ve sonuç.....	92
5.1.1.6. Maksimum bölümün bulunması ile ilgili zorluklara yönelik tartışma ve sonuç.....	92

5.1.2. Öğrencilerin Yaşadıkları Zorlukların Nedenlerine Yönelik Tartışma ve Sonuç .....	93
5.1.2.1. Bölmede çıkarma işleminin yapılması ve bunun yapılış şekli ile ilgili zorlukların nedenlerine yönelik tartışma ve sonuç. ....	93
5.1.2.2. Algoritmada sıfırın kaydedilmesi ile ilgili zorlukların nedenlerine yönelik tartışma ve sonuç. ....	94
5.1.2.3. Bölmede çarpma işleminin yapılması ile ilgili zorlukların nedenlerine yönelik tartışma ve sonuç. ....	95
5.1.2.4. Basamak indirme ve içinde arama ile ilgili zorlukların nedenlerine yönelik tartışma ve sonuç. ....	95
5.1.2.5. Algoritmayı yanlış uygulama ile ilgili yaşanan zorlukların nedenlerine yönelik tartışma ve sonuç. ....	96
5.1.2.6. Maksimum bölümün bulunması ile ilgili zorlukların nedenlerine yönelik tartışma ve sonuç. ....	96
5.2. Öneriler.....	96
KAYNAKÇA.....	99
EKLER .....	107
Ek 1. Kazanımlar .....	107
Ek 2. Araştırma İzin Belgesi .....	110
Ek 3. Pilot Uygulamada Kullanılan Bölme İşlemleri Testi.....	112
Ek 4. Bölme İşlemleri Testi.....	115
Ek 5. Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu.....	117
Ek 6. Gözlem Not Kağıdı.....	119
Ek 7. Özgeçmiş Formu .....	121
Ek 8. Tez Kontrol Listesi .....	122

## TABLolar LİSTESİ

Tablo 2.1. Paylaştırma ve Ölçme ile Bölme .....	18
Tablo 2.2. $216 \div 8$ Bölme İşlemi Boyunca Yaşanacak Olan Olası Zihinsel Süreç.....	21
Tablo 2.3. Basit Bölme İşlemleri İçin Stratejiler.....	32
Tablo 3.1. Uygulamaya Katılan Öğrencilerin Cinsiyete Göre Dağılımı.....	44
Tablo 3.2. Uygulamaya Katılan Öğrencilerin Yanıtlarının Doğruluk Durumuna Göre Dağılımı.....	45
Tablo 3.3. Çalışma Grubunun Cinsiyete ve Verdikleri Yanıtların Doğruluk Durumlarına Göre Dağılımları.....	46
Tablo 3.4. Bölme İşlemleri Testinde Yer Alan Soruların Amaçları.....	47
Tablo 3.5. Pilot Uygulamaya Katılan Öğrencilerin Sorulara Verdikleri Cevapların Doğru, Yanlış ve Boş Sayıları.....	49
Tablo 3.6. Pilot Uygulamaya Katılan Öğrencilerin Sorulara Verdikleri Yanlış Cevapların Nedenleri.....	50
Tablo 4.1. Uygulamaya Katılan Öğrencilerin Yanıtlarının Doğruluk Durumuna Göre Dağılımları.....	56
Tablo 4.2. Öğrencilerin Soru Bazında Bölmede Çıkarma İşleminin Yapılması ve Bunun Yapılış Şekli ile İlgili Yaşadıkları Zorlukların Dağılımları.....	57
Tablo 4.3. Öğrencilerin Soru Bazında Algoritmada Sıfırın Kaydedilmesi ile İlgili Yaşadıkları Zorlukların Dağılımları.....	63
Tablo 4.4. Öğrencilerin Soru Bazında Bölmede Çarpma İşleminin Yapılması ile İlgili Yaşadıkları Zorlukların Dağılımları.....	70
Tablo 4.5. Öğrencilerin Soru Bazında Basamak İndirme ve İçinde Arama ile İlgili Yaşadıkları Zorlukların Dağılımları.....	74
Tablo 4.6. Öğrencilerin Soru Bazında Algoritmayı Yanlış Uygulama ile İlgili Yaşadıkları Zorlukların Dağılımları.....	77
Tablo 4.7. Öğrencilerin Soru Bazında Maksimum Böleni Bulmada Yaşadıkları Zorluk Dağılımları.....	78
Tablo 4.8. Soru Bazında Öğrencilerin Toplam Yaşadıkları Zorlukların Sayısı.....	87
Tablo 4.9. Öğrencilerin Yaşadıkları Zorluklar ve Bu Zorlukların Nedenleri.....	88

## ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1. Öğrenci altyapısının, öğretmenin ve okul seviyesi değişkenlerinin öğrenci başarısına etkileri .....	2
Şekil 2.1. Matematiksel yetkinliğin birbirine dolanmış beş temel unsuru.....	9
Şekil 2.2. Nesnelerin paylaştırıldığı bir bölme problemi örneği (12:3) a) bölen tarafından gruplandırılma, b) bölüm tarafından gruplandırılma, c) sistem şeklinde sunum (sütunlar bölüm tarafından gruplandırma, satırlar bölen tarafından gruplandırmaya karşılık gelir)...	18
Şekil 2.3. 8'in 4 eşit yeni gruba paylaştırılması.....	19
Şekil 2.4. 2 tane 4'lü grubun çıkarılması (nesnelerle).....	19
Şekil 2.5. 2 tane 4'ün eksiltici zıplaması (sayı doğrusunda).....	19
Şekil 2.6. A, B'den 2 kat daha büyük.....	19
Şekil 2.7. Geleneksel bölme örneği.....	27
Şekil 2.8. Bölümün parçalanması yöntemi ile bölme örnekleri.....	27
Şekil 2.9. $12 \div 3$ problemi için (a) eşit paylaşım temel test örneği, (b) gruplama temel test örneği.....	33
Şekil 2.10. $12 \div 3$ problemi için deneyde kullanılan testte eşit paylaşım örneği.....	34
Şekil 2.11. $12 \div 3$ problemi için deneyde kullanılan testte gruplama örneği.....	34
Şekil 4.1. Öğrencilerin yaşadıkları zorluklar.....	57
Şekil 4.2. Suna'nın altıncı soruya verdiği cevap.....	59
Şekil 4.3. Suna'nın yedinci soruya verdiği cevap.....	59
Şekil 4.4. Sıla'nın yedinci soruya verdiği cevap.....	59
Şekil 4.5. Suna Nur'un sekizinci soruya verdiği cevap.....	60
Şekil 4.6. Suna'nın 10. soruya verdiği cevap.....	60
Şekil 4.7. Suna Nur'un 11. soruya verdiği cevap.....	60
Şekil 4.8. Harun'un 11. soruya verdiği cevap.....	61
Şekil 4.9. Gaye'nin 11. soruya verdiği cevap.....	61
Şekil 4.10. Suna Nur'un 12. soruya verdiği cevap.....	62
Şekil 4.11. Suna'nın 11. soruya verdiği cevap.....	62
Şekil 4.12. Sıla'nın birinci soruya verdiği cevap.....	63
Şekil 4.13. Gaye'nin ikinci soruya verdiği cevap.....	64
Şekil 4.14. Harun'un altıncı soruya verdiği cevap.....	65
Şekil 4.15. Emre'nin altıncı soruya verdiği cevap.....	66
Şekil 4.16. Harun'un 12. soruya verdiği cevap.....	68

Şekil 4.17. Harun'un dördüncü soruya verdiği cevap.....	69
Şekil 4.18. Harun'un beşinci soru için verdiği cevap.....	69
Şekil 4.19. Suna Nur'un dokuzuncu soru için cevabı.....	69
Şekil 4.20. Suna Nur'un dördüncü soruya verdiği cevap.....	71
Şekil 4.21. Emre'nin dördüncü soruya verdiği cevap.....	71
Şekil 4.22. Gaye'nin altıncı soruya verdiği cevap.....	72
Şekil 4.23. Emre'nin yedinci soruya verdiği cevap.....	72
Şekil 4.24. Harun'un dokuzuncu soruya verdiği cevap.....	73
Şekil 4.25. Sıla'nın dokuzuncu soruya verdiği cevap.....	73
Şekil 4.26. Emre'nin 11.soruya verdiği cevap.....	74
Şekil 4.27. Sıla'nın altıncı soruya verdiği cevap.....	76
Şekil 4.28. Sıla'nın 11. soruya verdiği cevap.....	76
Şekil 4.29. Sıla'nın beşinci soruya verdiği cevap.....	78
Şekil 4.30. Emre'nin beşinci soruya verdiği cevap.....	79
Şekil 4.31. Suna'nın dokuzuncu soruya verdiği cevap.....	80
Şekil 4.32. Gaye'nin dokuzuncu soruya verdiği cevap.....	80
Şekil 5.1. Çarpma hatası örneği.....	91
Şekil 5.2. Maksimum bölümün bulunmasında yaşanan zorluk örneği (1) .....	92
Şekil 5.3. Maksimum bölümün bulunmasında yaşanan zorluk örneği (2) .....	92
Şekil 5.4. Çarpma işleminde elde eklememe hatası örneği .....	94
Şekil 5.5. $84 \div 8$ işlemine ait olması gereken çözüm.....	97

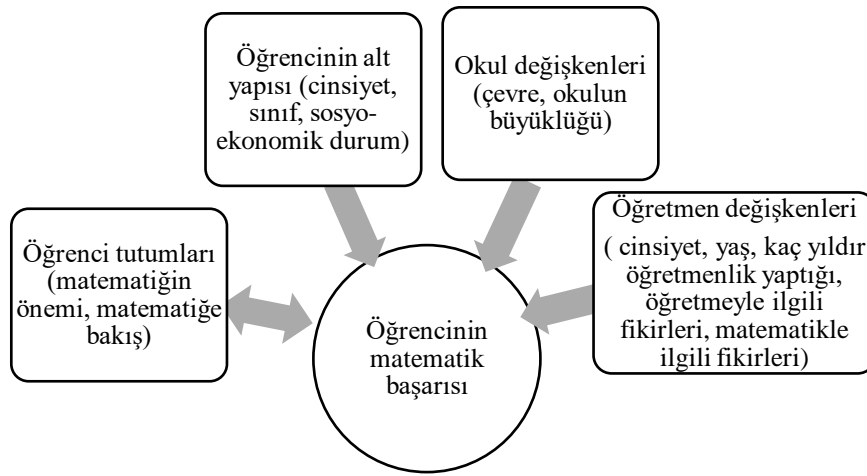
## BİRİNCİ BÖLÜM: GİRİŞ

Matematik bilgisi çağdaş toplumlarda eğitimsel ve finansal başarı için çok önemlidir ve bu önem gün geçtikçe artmaktadır (Siegler ve diğ., 2012). Matematik insan hayatı için de önemlidir, bilimsel hayata katkıda bulunur ve bu yüzden de matematik öğrenimi önemlidir. “Bir ulusun eğitim dizgesinde matematiğe ayrılan yer, o ulusun kendi dilini öğretmek için ayrılan yere eşdeğerdedir” (Karaçay, 1985, s.10). Karaçay (1985) matematik öğretiminin gerekçelerini; matematiğin bütün çağlarda insanlığın ortak dili olması yani evrensel olması, gündelik hayatta matematik bilgi ve becerilerine ihtiyaç duyulması, çalışma hayatında matematik bilgi ve becerilerine ihtiyaç duyulması, öğrenim hayatında bir sonraki öğrenim için bazı matematiksel bilgi ve becerilerine ihtiyaç duyulması, matematik konusunda özel yetenekli öğrencilere ve matematiği bir sanat olarak görenlere ya da matematikle uğraşmaktan zevk alanlara gerekli bilgilerin sağlanması olarak açıklamıştır. Ayrıca Karaçay (1985) “matematik, mantıksal düşünmeyi öğrenmenin; kesinliğe erişmenin ve evrensel doğruları bulmanın bir aracıdır. Bu aracı kullanmayı öğretmek, gerekli ve yararlıdır” (s.11) diyerek matematik öğretmenin başka bir sebebini de belirtmiştir. Matematik temel bilimlerde, teknikte, teknolojide, her tür mühendislikte, biyolojide, tıpta, eczacılıkta, tarım, gıda vb. bilim ve uygulama alanlarında, ticaret, ekonomi, işletme, endüstri, maliye vb. alanlarda, askeri amaçlarla, kurum ve devlet yönetiminde kullanılmaktadır. Ama çoğu öğrenci modern dünyada tipik bir mesleği yapmayı sağlayan temel matematik bilgisine bile sahip değildir (Siegler ve diğ., 2012). Van de Walle, Karp ve Bay-Williams’a (2010) göre matematik kalıtsal değildir ve matematiği her çocuk öğrenebilir. Burada önemli olan nokta, ailelerin ve öğretmenlerin öğrenciye matematiği öğrenebileceğini hissettirmeleri hatta söylemeleridir. Böylece öğrenci matematiği kendisinin de öğrenebileceğini fark edecek ve buna göre hareket edecektir. Bir diğer önemli nokta ise sınıflara bakıldığında her öğrenciye aynı bilgi öğretilmeye çalışıldığı görülmektedir. Fakat aynı okulda, aynı sınıfta öğrenim gören öğrencilerin hepsinin matematiği aynı seviyede öğrenmesi imkânsızdır (Karaçay, 1985). Bunun en büyük sebebi bireysel farklılıklar ve geçmiş yaşantılardır. Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi (National Council of Teachers of Mathematic [NCTM]) eski başkanı Frye’e göre de “tüm çocuklar öğrenebilir; fakat bu ne aynı şekilde ne de aynı gün içinde olur” (akt. Van de Walle ve diğ., 2010, s.93).

Matematik eğitimi, her öğrencinin matematiği en üst düzeyde öğrenmesini sağlamayı amaçlamaktadır. Bazı öğrenciler bunu gerçekleştirirken büyük bir çoğunluğu matematiği zor bulur (Tall ve Razali, 1993). Türkiye’de çevre, aile, öğretmen gibi etkenlerden kaynaklı matematik dersinin zor olduğuna dair yaygın bir algı vardır (Başar, Ünal ve Yalçın, 2002).



Bu yüzden de en çok problem yaşanan derslerden birisi matematiktir. Öğrencilerin girdikleri bütün sınavlarda matematik soruları belirleyicidir. Öğrencilerin matematik ortalamalarının düşük olmasının ve başarısızlıklarının nedenleri arasında matematik korkusu ve matematik dersinde başarısızlığı kabullenme, matematiği yapamama vardır (Başar ve diğ., 2002). Çoğu öğrenci matematiği anlamamaktan yakınıdır. Matematiği anlayamadıkça öğrenci matematiğe karşı ön yargılı olur ve bu da öğrenmeyi zorlaştırır. Matematik öğrenirken sorun yaşayan öğrenciler matematik dersinden soğumaktadır. Öğrencinin matematik başarısını etkileyen faktörleri Thomson, Lokan, Lamb ve Ainley (2003) dört gruba ayırarak Şekil 1.1’de gösterildiği gibi ifade etmişlerdir.



Şekil 1.1. Öğrenci altyapısının, öğretmenin ve okul seviyesi değişkenlerinin öğrenci başarısına etkileri.

Not: Şekil örneği “Thomson, S., Lokan, J., Stephen, L., & Ainley, J. (2003). Lessons from the third international mathematics and science study. *TIMSS Australia Monograph Series, 9.*” künyeli çalışmadan alınmıştır.

Altun’a (2010) göre matematik öğretiminin amacı “kişiyeye günlük hayatın gerektirdiği matematik bilgi ve becerileri kazandırmak, ona problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem çözme yaklaşımı içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmaktır” (s. 7). Altun (2010), matematik öğretiminin temel ilkelerini aşağıdaki alt başlıklarda açıklamıştır.

- 1) Kavramsal temellerin oluşturulması: Yeni bir matematik konusu öğretilene zaman ezber yaptırılmak istenilmiyorsa alıştırma ve uygulamalara geçmeden önce konuya ilişkin temel kavramlar tam anlamıyla öğrenciyeye öğretilmelidir. Temel kavramlar öğretilirken kavramların ne olduğu ve olmadığına da zaman ayrılmalıdır.
- 2) Ön şartlılık ilkesine önem verme: Matematik konuları birbirini takip eder ve bir önceki konu bir sonraki konunun temellerini oluşturur. Toplama, çıkarma ve çarpma bilmeyen bir öğrenciyeye bölme öğretilemez.

- 3) Anahtar kavramlara önem verme: Bir konuyu işlerken, araç olarak başka matematiksel kavramları kullanmak daha iyi sonuçlar ortaya çıkarabilir. Örneğin çarpma işleminin öğretiminde ritmik sayma bir anahtar kavramdır.
- 4) Öğretimde öğretmen ve öğrencinin görevlerinin iyi belirlenmesi: Matematik dersinde öğretmen konuyu açıklar, öğrencileri izler ve öğrenci konu üzerinde konuşur.
- 5) Öğretimde çevreden yararlanma: Öğrenilen bilginin daha kolay uygulamaya geçebilmesi için öğrenme sürecine çevre de dahil edilmeli, günlük hayattan örnekler verilmelidir.
- 6) Araştırma çalışmalarına yer verme: Öğrencilere düzeylerine uygun daha önce karşılaşmadıkları türlerden problemler sunulmalı ve öğrencilerin araştırma yapmaları sağlanmalıdır.
- 7) Matematiğe karşı olumlu tutum geliştirme: Matematik dersine karşı öğrencinin tutumunu etkileyen en önemli faktör öğretmendir.

Matematik sayı ve işlemler, cebir, geometri, ölçme, veri analizi ve istatistik olmak üzere beş öğrenme alanına ayrılmıştır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Bu beş öğrenme alanı her sınıf düzeyinde farklı yoğunlukta, farklı içeriklerle işlenmektedir. Sayılar ve işlemler anaokulundan beşinci sınıfa kadar çok yoğun bir şekilde görülür; ortaokulda da matematik konularının büyük bir kısmını oluşturur. Bu şekilde yoğunluk giderek azalır. Lisede hala sayı ve işlemler yer almasına rağmen, eskisi kadar yoğun değildir (Van de Walle ve diğ., 2010). Sayılar ve işlemler olmadan matematikten söz edemeyiz. Matematik öğretim programı, ana sınıftan 12. sınıfa kadar sayı duyusunun ve işlemsel akıcılığın gelişmesini sağlamalıdır. Sayılar ve işlemler öğrenme alanının en önemli amacı bir basamaklı sayılarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölmeyi akıcı ve esnek bir şekilde yapabilmelerini sağlamaktır (Duncan ve diğ., 2007b). Duncan ve diğerleri (2007a), çocukların okulun başında edindikleri matematik becerilerinin onların üçüncü sınıf süresince edinebilecekleri matematik ve okur-yazarlık başarılarını ve on beş yaşına kadar yaşayacakları matematik başarısını öngördüğü ortaya çıkarmıştır (akt. Suskind, 2019). Bölme işlemi ise öğrencilerin erken yaşta karşılaştıkları bir kavramdır. Öğrencilerin ilkokulda edindikleri bölme işlemi bilgileri ile onların lisedeki cebir ve genel matematik bilgisini öngörmek mümkündür (Siegler ve diğ., 2012). Siegler ve diğerleri (2012) yaptıkları çalışmada öğrencilerin bölme bilgisinin öğrencilerin daha sonraki yaşamlarındaki matematikte uzmanlıklarını öngören güçlü bir etken olduğunu tespit etmişlerdir. Tsamir, Hershkovitz ve Tirosh'a (2008) göre bölmenin ilkokul matematiğinde önemli bir rolü vardır ve birçok kavram yanlışlığını ortaya çıkarır. Bölme işlemi hem anlam olarak hem de işlem aşamalarının kavranması bakımından dört işlem arasında en zor olandır (Baykul, 2002). Ayrıca bölme işleminin ön şart bilgileri

toplama, çıkarma ve çarpmanın iyi kavranmasıdır (Baykul, 2002). Doğan (2002) öğrencilerin geriye doğru ritmik sayma, katlama, çıkarma ve çarpma ile ilgili temel kavramları ve işlem tekniklerini öğrendikten sonra bölme işleminin öğretilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Albayrak (2010) dört işlem içerisinde en çok kurala sahip olan işlemin bölme işlemi olduğunu ve bölme işleminin diğer işlemlerden farklı olduğunu belirtmiştir. Toplama ve çıkarmada tek işlem yeterli iken bölme işleminin içerisinde çıkarma ve çarpma da vardır. Öğrencilerin bölme işlemlerindeki performanslarını toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerini ne kadar iyi öğrendiği etkilemektedir (Robinson ve diğ., 2006).

Matematik alakasız konuların birleşmesinden oluşmaz, matematiğin sıralı bir düzeni vardır ve bütün konular birbirine bağlıdır. Bazı konuların diğerlerinden önce öğrenilmesi şarttır. Matematiğin birçok konusu matematiğin temel işlemleri olan tam sayılarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin genellemesiyle oluşur ve kalan konularda da bu konuların anlaşılması gereklidir (Wilson, 2009). Ayrıca öğrenciler aritmetik öğrenmek için çok zaman harcarlar ve bir yetişkin olduklarında bile bu bilgileri kullanırlar (Imbo ve Vandierendonck, 2008). Öğrenciler doğal sayılarla dört işlem yapmayı öğrendikten sonra 6-8. sınıflarda bu işlemleri kesirlerle, ondalık gösterimlerle, yüzdelerle ve tam sayılarla yaparlar (Duncan ve diğ., 2007b). Doğal sayılarla bölme işlemini öğrenemeyen öğrenci daha sonra kesirler, tam sayılar, rasyonel sayılar, üslü sayılar, köklü sayılarla bölme işlemleri içeren problemlerle karşılaştıklarında ne yapacaklarını şaşırırlar. Bazı öğrenciler bu sayılarla bölme yapılacağı zaman hangi kuralların geçerli olduğunu ezbere bilirken, bazıları ne zaman bölme yapacağını bilmemektedirler. Bazıları ne zaman bölme işlemini yapacağını bilir ama nasıl bölme yapacağını bilmez. Bazıları ise her ikisini de yapamamaktadır.

## 1.1. Problem

### 1.1.1. Problem Cümlesi

Bu çalışmada “5. sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme işleminde yaşadığı zorluklar ve bu zorlukların nedenleri nelerdir?” sorusuna cevap aranmıştır.

### 1.1.2. Alt Problemler

“5. sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme işleminde yaşadığı zorluklar ve bu zorlukların nedenleri”ni bulmak amacıyla, çalışmada aşağıdaki soruların cevapları aranmıştır.

1) Beşinci sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme işleminde yaşadığı zorluklar nelerdir?

2) Beşinci sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme işleminde yaşadığı zorlukların nedenleri nelerdir?

### 1.2. Araştırmanın Amacı

Dünya değiştikçe matematik öğretim programları da değişmektedir. Ama temel düzeyde işlemler her zaman gerekli olacaktır (Van de Walle ve diğ., 2010). Bölme ilkokulda anahtar bir konudur (Burns, 1991). Fakat bölme ilkokulda öğretilmeye başlansa da öğrencilerin en çok zorlandıkları konulardan biri bölme kavramı ve bölme işlemidir (Reys, Suydam, Lindquist ve Smith, 1998; Rudge-Clouthier, 1991; Siegler ve Shipley, 1995). Kanıtlar, Eski Mısırlıların, devrim öncesi Çin'in ve Orta Çağ Avrupalılarının bölme kavramını tam olarak kavramakta zorlandıklarını göstermektedir (Windsor ve Booker, 2005). Reys ve diğerlerine (1998) göre bölme çeşitli nedenlerle öğrencilere zor gelmektedir. Bu nedenler aşağıda maddeler halinde sıralanmıştır.

- Diğer işlemler gibi sağdan değil soldan başlar.
- Sadece bölme kurallarını değil, çıkarma ve çarpma kurallarını da içerir.
- Algoritma içerisinde bir sürü etkileşim vardır, ama bunların örüntüleri duruma göre değişmektedir.

Öğrencilerin önceki dersler sırasında geliştirdikleri veya okul dışından getirdikleri hatalar ve kavram yanılgıları, matematiksel kavramların devam eden öğrenme sürecinde engeller oluşturabilir. Sonuç olarak matematikte başarının düşük olmasına neden olabilir. Ayrıca öğrenciler bahsedildiği gibi sınıflara boş levha olarak gelmezler. Öğrenciler derslerde öğretilen matematiksel ve bilimsel olarak kabul görmüş kavramlarla tutarsız, bunlarla yarışacak fikirlere sahip olarak sınıfa gelirler (Ghulam-Mohyuddin ve Khalil, 2016). Hatalar ve kavram yanılgılarının olumlu tarafından bakılsa bile, kesinlikle bunları düzeltmeye ve öğrencilerin eğitimleri sırasında matematik bilgilerinin gelişiminde ilerlemelerine yardımcı olmaya ihtiyaç vardır. Öğrencilerde daha iyi bir bölme işlemi bilgisi oluşturmak için öğrencilerin yaşayacakları muhtemel zorluklar ve bu zorlukların nedenleri bilinmeli, bunlara önlem alınmalıdır. Bu araştırmanın amacı beşinci sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme işleminde yaşadığı zorlukları ve bu zorlukların nedenlerini tespit etmektir.

### 1.3. Araştırmanın Önemi

Nuraini, Cholifah ve Laksono'ya (2018) göre matematiksel hataları anlamak öğrenmeyi geliştirmek için önemlidir. Ne kadar az hatalı öğretim gerçekleştirilirse o kadar fazla öğrenme gerçekleşir (Skemp, 1987). Herhangi bir öğrenci için matematik öğrenmenin muhtemel yollarını ve bu yolları tıkayan engeller anlaşılabilirse; matematiksel bilgi,

matematiksel sezgi, matematiksel yeteneğin ne olup olmadığı, matematiksel bilginin nasıl üretildiği, depolandığı ve kullanıldığı daha iyi anlaşılabilir ve bu matematikte iyi olan öğrenciler kadar öğrenme güçlüğü çeken öğrencilere yardımcı olunmasını da sağlar (Niss, 1998). Yani öğrencilerin yaşadıkları zorlukları ve bu zorlukların kaynaklarını bilmek matematiğin anlaşılmasını için önemli bir adımdır (Varol ve Kubanç, 2015; Yetkin, 2003). Uzun ve Arslan (2016) da matematik bilgisinin, anlayışının ve yeteneğinin ne olduğunu daha iyi anlamak için sıradan öğrencilerin matematik öğrenmek için kullandıkları yolları ve bu yolları uygularken karşılaştıkları engelleri incelemek gerektiğini belirtmiştir. Herhangi bir konuyla ilgili ortaya çıkan öğrenme güçlüklerini, kavram yanlışlarını ve hataları gidermek için bunların altında yatan nedenlerin ciddi bir şekilde araştırılması gerekir (Arslan ve Kanbolat, 2016). Askew ve William'a (1995) göre öğrencilerin hatalarını ve kavram yanlışlarını önleyecek şekilde matematik öğretmek imkansızdır, öğrencilerin hatalarını ortaya çıkarmak ve ele almak öğretmenin sorumluluğudur (akt. Önal, 2017, s.23).

Araştırma konusunu araştırmacı çalıştığı okullarda karşılaştığı sorunlar sonucunda belirlemiştir. Araştırmacı beşinci sınıf öğrencilerinin bölme işlemlerinde zorluk yaşadıkları tespit etmiş, öğrencilerin eksikliklerini daha iyi tespit edebilmek, öğrencilerin yaşadıkları zorlukların altında yatan nedenleri bularak öğrencilere daha iyi bir öğretim sağlayabilmek ve bölme işlemindeki başarısızlık sonrası dersten uzaklaşan öğrencilerin matematik korkusu ve kaygısı yaşamasına engel olmak amacıyla bu konuyu araştırmak istemiştir. Bu yüzden bu çalışmayla beraber beşinci sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme kavramında yaşadığı zorluklar ve bu zorlukların nedenleri tespit edilerek, öğrencilerde daha iyi bir bölme bilgisi oluşturmaya yarayacak bilgiler edinilmiştir.

#### **1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları**

Bu araştırmanın varsayımları aşağıda sıralanmıştır:

- 1) Çalışma grubu araştırmacının çalıştığı devlet okulunda bulunan beşinci sınıf öğrencilerinden oluşmuştur.
- 2) Araştırmada kullanılan bölme işlemleri testi ve yarı yapılandırılmış görüşme formunda bulunan sorulardan başka sorular sorulduğunda farklı durumlar ortaya çıkabilir.

#### **1.5. Sayıtlar**

Bu araştırmanın varsayımları aşağıda sıralanmıştır:

- 1) Araştırmada kullanılan soruların yeterli geçerlilik ve güvenilirlik çalışmaları sağlanmıştır.

2) Bütün öğrenciler testte yer alan sorulara ve görüşmede sorulan sorulara dürüşçe, dikkatli bir şekilde ve ciddi olarak cevap vermişlerdir.

### 1.6. Tanımlar

Doğal sayı:  $0,1,2,3,\dots$  sayılarından her biri (Türk Dil Kurumu [TDK], 2020).

Bölme işlemi: “ $a$  ve  $b$  birer doğal sayı,  $X$  bilinmeyen bir sayı ve  $b \neq 0$  olmak üzere,  $b.X=a$  eşitliğini sağlayacak şekilde  $X$  doğal sayısının bulunması işlemine bölme işlemi denir. Bu tanıma göre bölme işlemi bir  $b$  ( $b \neq 0$ ) sayısı ile çarpıldığında  $a$  sayısını veren  $X$  sayısının bulunması işlemidir” (Baykul, 2002, s.387).

Uzun Bölme Algoritması: En az üç basamaklı sayıların en az iki basamaklı sayılara bölünmesi işlemi için bazı ülkelerde kullanılan terim.

Bölünen: Bir bölme işleminde eşit bölümlere ayrılması gereken miktar veya sayı (TDK, 2020).

Bölen: Bir bölme işleminde bölünen sayının kaç eşit parçaya ayrıldığını gösteren sayı (TDK, 2020).

Bölüm: Bölme işlemi sonunda elde edilen sayı (TDK, 2020).

Kalan: Bölme işleminde bölünenden artan sayı (TDK, 2020).

## İKİNCİ BÖLÜM: KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ÇALIŞMALAR

### 2.1. Kuramsal Çerçeve

Bu bölümde 5. sınıf öğrencilerinin bölme işleminde yaşadığı zorlukları ve bu zorlukların nedenlerini tespit etmeye çalışılan bu araştırma boyunca ve araştırma sonucunda elde edilen bulgulara dayalı yorumlar yapılırken ihtiyaç duyulacak kavramsal ve işlemsel anlama, hata, zorluk ve kavram yanılgısı ve bölme işlemi kavramlarından bahsedilmiştir.

#### 2.1.1. Kavramsal ve İşlemsel Anlama

Matematiği anlayarak öğrenme giderek daha fazla önemli hale gelmektedir. “Anlama, bir fikrin kişide daha önceden yer edinmiş fikirlerle kurduğu bağlantının niteliğinin ve niceliğinin ölçümüdür” (Van de Walle ve diğ., 2010, s.23). Tüm öğrencilerin okuldan öğrendikleri matematiksel kavramları derinlemesine anlamaları önemlidir (Nuraini ve diğ., 2018). Araştırmacılar anlama türlerini farklı şekillerde isimlendirmişlerdir. İsimleri farklı olsa da iki tür matematiksel bilgi vardır (Yanık, 2016). Bazı araştırmacılar ise bir sınıflama yapmayıp bunları bir arada incelemiş, bazıları ise bu iki kavramın birbirini tamamladığını fakat birbirinden farklı oldukları ifade etmişlerdir (Delice ve Sevimli, 2010). Farklı araştırma çerçeveleri olduğu için kavramsal ve işlemsel anlamamanın kesin olarak tanımlanması mümkün değildir (Carpenter, 1986).

Ulusal Araştırma Konseyi'nin (National Research Council [NRC], 2001) yayınladığı öğrencilerin nasıl matematik öğrendiklerine dair rapora göre matematiksel yetkinlik beş temel unsur içermektedir. Bunlar; kavramsal anlama (conceptual understanding: matematikte temel kavramların, işlemlerin ve ilişkileri anlama), işlemsel akıcılık (procedural fluency: uygulanacak olan kuralları esnek, tam, etkili ve uygun bir şekilde yapma becerisi), stratejik yetkinlik (strategic competence: matematiksel problemleri formül halinde ifade edebilme, açıklayabilme ve çözebilme yeteneği), uyarlanabilir muhakeme (adaptive reasoning: mantıksal düşünme, yansıma, açıklama ve ispat kapasitesi), verimli eğilim (productive disposition: gayret ve öz yeterliliğine olan inancı ile birlikte matematiğe akla uygun, yararlı ve zaman harcamaya değer görmenin alışılmış bir yatkinlik haline gelmesi) dir. Bu beş temel unsur Şekil 2.1.' de gösterildiği gibi birbirine geçmiştir ve birbirine bağımlıdır (NRC, 2001).



Şekil 2.1. Matematiksel yetkinliğin birbirine dolanmış beş temel unsuru.

Not: Şekil örneği “National Research Council. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. J. Kilpatrick, J., Swafford, and B. Findell (Eds.). Mathematics Learning Study Committee, Center For Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC: National Academy Press.” künyeli çalışmadan alınmıştır.

NRC’ye (2001) göre her öğrencinin bireysel farklılıkları olmasına rağmen, bütün öğrencilerde öğrenme süreci aynı şekilde gerçekleşir. Öğrenmeyle ilgili üç temel nokta vardır. Anlayarak öğrenme büyük kavramsal fikirlerin çevresinde bilgileri düzenlemek ve bağlantı kurmaya dayanır. Öğrenme, öğrencilerin daha önceden bildikleri şeylere dayalı olarak gerçekleşir. Okuldaki öğrenme, öğrencilerin okul dışındaki edindikleri matematik bilgilerinden yararlanmalıdır.

Eğitim psikoloğu Skemp’e (1978) göre ilişkisel anlama (ne yapıldığını ve nedenini bilme) ve enstrümantal anlama (anlamadan yapmak) vardır. İlişkisel anlamada fikirler öğrencide anlamlı çağrışımlar yaptığında, kişide olumlu bir özgüven gelişir ve matematiği yapabildiğini düşünerek matematikle ilgili ön yargılarından ve olumsuz düşüncelerinden kurtulur. Fakat enstrümantal anlamada matematikle ilgili kaygı, korku, uzaklaşma gibi davranışların görülme olasılığı daha yüksektir. Enstrümantal anlama sebebini bilmeden kuralları ezberlemeyi içerir.

Uzun ve Arslan’a (2016) göre matematik öğrenmenin ve öğretmenin temelinde kavramlar vardır. Bireyin anlamlı bir öğrenme gerçekleştirebilmesi için kavramsal öğrenmenin gerçekleşmesi gerekir. Bu kavramsal öğrenmenin nasıl gerçekleşeceği (matematiksel bilgilerin nasıl oluştuğu, nasıl kavramlaştığı, bu kavramsallaştırma sürecinde yaşanan yanılgılar ve zorluklar) önemli bir süreçtir. Ders içinde kavramlar ve işlemler birbirinden ayrılmamalı, birbirine katkı sağlayacak şekilde kullanılmalıdır.

Van de Walle ve diğerleri (2010), konuyla ilgili ana düşüncelerin veya bağlantıların oluşturduğu bilgiyi kavramsal anlama olarak, matematiksel işlemlerdeki kurallar ve işlemlerle ilgili bilgi ve matematiksel sembolleri işlemsel anlama olarak tanımlamıştır. Matematik yapısına uygun olan bir öğretim kavramsal anlama, işlemsel anlama ve kavramlar



ve işlemler arasındaki ilişkiyi anlamayı amaçlar. Öğrenciler anlamadan öğrendiklerinde (enstrümantal öğrenme) matematik onlara göre soyut kavramlardan, işlemlerden, yeteneklerden ve sembollerden oluşur. Matematiksel öğrenmeyle alakalı araştırmalara bakıldığında işlemsel yetkinlikte kavramsal anlamamanın önemli bir yeri olduğu açık bir şekilde ortaya konulmuştur. İşlemlerin öğretiminde yapılan hatalardan biri kavramsal anlamadan yoksun bir öğrenme gerçekleştirilmeye çalışmaktır. Bu da hatalara ve matematiğe karşı olumsuz tutumlara neden olmaktadır.

Carter ve Yackel'e (1989) göre işlemsel bilgiye sahip kişiler kural ve prosedür güdümlüdür veya kural ezberleyicidir. Matematik bir kurallar serisidir ve matematiği öğrenmek için kurallar öğrenilmelidir. Bu da genellikle ezber yoluyla olur. Ayrıca kuralların ne zaman uygulanacağını da öğrenmek gerekir. Kavramsal bilgiye sahip kişiler ise yaratıcılıklarını problem çözmeye ve matematiksel bilgi üretmeye kullanabilen problem çözücülerdir.

Baki'ye (1997) göre bir kavramı ya da işlemi nedenini bilmeden sadece nasıl kullanılacağını bilmek işlemsel bilgidir. Kavramsal bilgi ise kavramlarla ilgilidir. Matematikte kavramsal anlayış öğrenciye doğrudan verilemez, inşa edilmelidir.

Hiebert ve Carpenter (1992) ise kavramsal bilginin bir ağ yapısı gibi olduğunu, bilginin bu ağda yer alan bilgi parçacıklarının bağı ile bu ağdaki bağ sayısı arttıkça gerçekleşeceğini ifade etmiştir. Hiebert ve Lefevre de (2009) kavramsal öğrenmenin, bilgiler arasındaki ilişkileri kurma ve var olan bilgilerle yeni gelen bilgiler arasında ilişki kurmayı içerdiğini, yani sadece kavramı tanımak ve kavramı tanımlayabilmenin kavramsal öğrenme için yeterli olmadığını belirtmiştir. Matematiksel bilgiye ulaşmada, matematiği oluşturan soyut kavramların öğrenilmesi ve bu kavramlar arasındaki ilişkileri kurma önemlidir. İşselleştirme ve ilişkilendirme ile kavram bilgisi oluşur ve bir zincir halkası gibi birbirine bağlı bilgiler içerir. İşlem bilgisi ise iki aşamadan oluşur. Birinci kısmı matematiğin dili ve sembolü, ikinci kısmı ise kurallar, matematiksel problemleri çözmek için kullanılan bağlantılar, somut nesnelere üzerindeki işlemler, görsel diyagramlar, zihinsel hayaller veya matematiksel sistemin standart olmayan diğer nesnelere oluşur. İşlemsel bilgide işlemler ardışıktır.

Oluşturmacı (yapılandırıcı) yaklaşıma göre ise işlemsel bilgiyi kavramsal bilgi destekler ve anlam kazandırır. İşlemsel bilgiyi, kavramsal bilgilerle yapılan rutinler ve kurallar oluşturur. Olkun ve Toluk-Uçar'a (2014) göre bir işlemin ne zaman ve neden yapılacağını kavramsal bilgi, nasıl yapılacağını ise işlemsel bilgi açıklar. Kavramsal bilgi işlemsel bilginin altında yatan anlamları ortaya çıkarır.

Rittle-Johnson, Siegler ve Alibali'ye (2001) göre işlemsel bilgi problemleri çözmek için arka arkaya eylemleri gerçekleştirmektir. Bu bilgi türü problem tipine bağlıdır ve genellemez. Kavramsal bilgi ise bir alanı yöneten ilkelerin ve bir alandaki bilgi birimleri arasındaki ilişkilerin örtülü veya açık olarak anlaşılması olarak tanımlanır. Esnektir ve belirli problem türlerine bağlı değildir ve bu nedenle de genellenebilir. Soylu ve Aydın'a (2006) göre kavramsal bilgi kavramlar arasındaki ilişkileri ve geçişleri bilmeyi içerir, kavramın yalnızca adını ve tanımını bilmek değildir. Baykul'a (2002) göre matematiksel kavramlar ve bu kavramlar arasındaki ilişki kavramların bilgisi, matematikte kullanılan semboller, kurallar ve matematik yaparken kullanılan bilgi işlemlerin bilgisidir.

Ersoy'a (2002) göre kişinin içsel olarak oluşturduğu anlamlı ilişkiler kavramsal bilgi, matematiksel bilgiyi göstermek için kullanılan semboller ise işlemsel bilgiyi ifade eder. İşlemsel bilgide ezber, kavramsal bilgide anlama vardır. McCormick'e (1997) göre öğrenci işlemsel bilgide nasıl yapılacağı bilinir, kavramsal bilgide ise bilginin öğeleri arasındaki ilişkileri tanımlayabilir. Rittle-Johnson ve Alibali (1999) kavramsal bilgiyi bir konudaki bilgi parçaları arasındaki karşılıklı ilişkiler ve bir konuyu yöneten kuralları açık ve kesin olarak anlama, işlemsel bilgiyi problemleri çözmek için eylemlerin ard arda sıralanması olarak tanımlamıştır.

Haapasalo ve Kadşjevich'e (2000) işlemsel bilgi özel kuralların, algoritmaların ve işlemlerin ilgili sembol biçimleri içinde dinamik ve başarılı bir şekilde kullanımınıdır. Bu genellikle sadece kullanılan nesnelerin bilgisini değil, aynı zamanda onları ifade eden temsili sistem için biçim ve sözdizimi bilgisini de gerektirir. Kavramsal bilgi ise verilen çeşitli gösterim formlarında belirli ağlar boyunca yetenekli hamle ve hamle bilgisi, kavramlar, kurallar (algoritma, işlem, vb.) ve hatta problemler (çözülmüş bir problem yeni bir kavram ya da kural tanıtılabilir) olabilecek unsurların bilgisidir.

Star'a (2005) göre kavramsal bilgi terimi sadece bilinenleri (kavramların bilgisi) değil, aynı zamanda kavramların bilinmesinin bir yolunu (örneğin derinlemesine ve zengin bağlantılarla) kapsar. Benzer şekilde, işlemsel bilgi terimi sadece bilinenleri (işlemlerin bilgisi) değil, aynı zamanda işlemlerin (algoritmalar) bilinmesinin bir yolunu da gösterir (örneğin yüzeysel olarak ve zengin bağlantılar olmadan). İşlemlerin "esnek, doğru, verimli ve uygun bir şekilde" kullanılmaları istense de bunun öğretimsel sonucunun nasıl görüldüğünün bilinmediğini ve bunun nasıl gelişebileceği hakkında zaten bilgi olmadığını belirtmiştir. Ayrıca Star'a (2000) göre mevcut varsayımlarda kavramların kazanılması sürecinin sonunda anlama var iken işlemlerin kazanılması sürecinin sonunda beceriler rutin hale gelir ve akıcı bir şekilde yürütülür yani bu bilgi otomatikleştirilir düşüncesi hakimdir

ve bu düşünce işlemleri yeterince anlaşılmasını sağlamaz. İşlemi anlamak için planlama bilgisi (işlemlerin sırası, işlemlerin amaçları ve alt amaçları gibi bilgiler), işlemin uygulandığı durum tipi ya da çevresi, çevre ya da duruma göre işlemde yararlanmanın sınırlanması ve çevreye veya duruma özgü herhangi bir buluşsal yöntem veya sağduyu bilgisinin olması gerekir.

Genel olarak kavramsal anlama ne yapıldığını ve nedenini bilme, anlamlı öğrenme, ana düşünceler ve bağlantılar, kavram bilgisi, işlemsel bilginin altında yatan anlamlar, anlamlı ilişkiler ile tanımlanırken işlemsel anlama için anlamadan yapma, sebebini bilmeme, ezbere yapma, kurallar, işlemlerle ilgili bilgi ve matematiksel semboller, kavramsal bilgilerle yapılan rutinler ve kurallar, arka arkaya eylemleri gerçekleştirme ifadeleri kullanılmıştır. Haapasalo ve Kadıjevich'e (2000) göre bu iki bilgi türü arasındaki ilişki hakkında dört farklı görüş vardır. İnaktivasyon görüşüne göre işlemsel ve kavramsal bilgi birbiriyle ilişkili değildir, eş zamanlı aktivasyon görüşüne göre işlemsel ve kavramsal bilgi aynı anda gerçekleşir, dinamik etkileşim görüşüne göre kavramsal bilgi işlemsel bilgi için gereklidir ama yeterli değildir, genetik görüşe göre işlemsel bilgi kavramsal bilgi için gereklidir ama yeterli değildir. Fakat bu dört görüşle ilgili genel bir sonuç yoktur. Star'a (2000) göre kavramsal ve işlemsel bilgi birbirinden bağımsız değildir. Matematik öğretiminde anlamlı bir öğrenme gerçekleşebilmesi için kavramsal ve işlemsel bilginin dengelenmesi gerekir (Delice ve Sevimli, 2010; Özyıldırım-Gümüş, 2019; Soylu ve Aydın, 2006). Olkun ve Toluk-Uçar (2014) da matematik öğrenmede işlemsel bilgi ve kavramsal bilginin aynı derecede önemli olduğunu, kavramsal ve işlemsel bilgi ne kadar birbiriyle bütünleşti ise o kadar iyi matematiksel bilgi oluşacağını belirtmişlerdir. Rittle-Johnson ve diğerlerine (2001) göre kavramsal ve işlemsel bilgi birbirini etkiler ve birindeki artış diğerinde de artışa sebep olarak tekrarlayan bir sürece girer. Her iki bilgi türü de matematik eğitimi için önemlidir. NRC'ye (2001) göre matematik eğitimcileri arasında genel düşünce kavramsal bilginin işlemsel bilgiyi anlamaya yardımcı olduğudur. Ersoy'a (2002) göre kavramsal bilgi işlemsel bilgiye anlam kazandırır. İşlemsel bilgi de kavramsal bilgi de önemlidir ve birisi diğerinden daha az önemli değildir. Rittle-Johnson ve Alibali'ye (1999) göre bu iki bilgi türü birbirinden bağımsız bir şekilde gelişmez. Aslında öğrencilerin kavramsal bilgileri işlemsel bilgilerini etkiler. İşlem üretme kavramsal anlamaya dayanır.

Kavram bilgisi genellikle sözlü olarak ve çeşitli görevlerle değerlendirilir. Kavramsal bilginin karmaşık ve çok yönlü olduğu görülmektedir. İşlemsel bilgi ise bir prosedürün uygulanması gözlemlenerek sözsüz olarak değerlendirilir. İşlemsel bilgi, bir öğrencinin sahip olduğu veya olmadığı bir varlık olarak görülür (Star, 2000).

Birçok matematik eğitimcisinin işlemsel becerinin öğrencilerin matematik öğrenmesinde temel ve hayati bir rol oynadığına inanmaya devam ettiğine dair kanıtlar bulunmaktadır (Ballheim, 1999; NRC, 2001). İşlemsel bilgiyi değerlendirmek için standart aritmetik hesaplamalar yapmak gibi rutin işlemler yeterlidir (Rittle-Johnson ve diğ., 2001). Star'a (2005) göre de işlemsel bilgi, bir işlemin uygulanışı gözlemlenerek konuşmadan değerlendirilebilir. Bir öğrenci işlemsel bilgiye ya sahiptir ya da değildir. Yani öğrenci ya işlemi başarılı bir şekilde yapar ya da yapamaz (Star, 2000). Star'a (2005) göre araştırmalarda işlemsel bilgiye ve onun gelişimine çok dikkat edilmemiştir. İşlemsel bilgiyi yeniden kavramsallaştırmanın ve onu araştırmanın yenilenmiş bir odağı haline getirmenin hem araştırma hem de uygulama için önemli sonuçları olacağını savunmuştur. Öğrencilerin işlemsel bilgilerini iyileştirilerek kavram yanılgıları yok edilebilir (Rittle-Johnson ve diğ., 2001). Bu çalışmada öğrencilerin işlemsel bilgileri üzerinden gidilerek yaşadıkları zorlukların sebepleri anlatılmıştır.

### **2.1.2. Zorluk, Hata ve Kavram Yanılgısı**

Matematik öğreniminde öğrenciler çeşitli güçlükler yaşamaktadır ve “zorluk”, “kavram yanılgısı” ve “hata” bu güçlükleri ifade etmede en sık kullanılan terimlerdir (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Hata ve kavram yanılgısı yanlış bir sonuca götürür ama ikisinin arasındaki farkı belirlemek önemlidir (Ghulam-Mohyuddin ve Khalil, 2012). Zorluk, matematik öğrenme sürecinde karşılaşılan güçlüklerin genel ifadesidir (Bingölbali ve Özmantar, 2012).

Hata, “bir yanlışlık, sürçme ya da doğru olmama ve doğruluktan şaşma” olarak tanımlanır (Luneta ve Makonye, 2010, s.36). Hiebert ve Carpenter'e (1992) göre ise hatalar, yeni bilgiyi eski bilgiyle kaynaştırmanın doğal bir sonucudur. Migoń'a (2007) göre “bir kişi yanlış olanı gerçek olarak seçtiğinde bir hata oluşur” (akt. Ghulam-Mohyuddin ve Khalil, 2016). Nesher'e (1987) göre “öğrencilerin uzmanlığı hata yapmasıdır, bu öğrencinin öğrenme sürecine katkısıdır” (s.33). Öğrencilerin yaşadıkları zorluklar onların hata yapmalarına sebep olmaktadır. Kavram yanılgıları da hatalara sebep olabilir. Başarılı olarak nitelendirdiğimiz öğrenciler bile basit konularda hata yapabilmektedir. Hiebert ve Carpenter'e (1992) göre öğrenciler bilgisizlikten, dikkatsizlikten, emin olamamaktan kaynaklı hata yapmazlar. Öğrenci hatalarının nedeni vardır ve genellikle sistematiktir, öğretmen müdahale etmediği sürece devam eder, hataların teknikleri analiz edilebilir ve tanımlanabilir. Öğrencilerin hataları matematik öğrenirken bilgiyi işledikleri sırada karşılaştıkları bazı zorluklardan ya da matematik eğitiminin öğretmen, öğrenci, akademik

çerçeve gibi değişkenlerinden etkilenecek de meydana gelebilmektedir. Matematik dersindeki hatalar daha önceki derslerdeki deneyimler sonucunda da ortaya çıkar. Gerçek sonuç amaçtan farklı olduğunda (hatalı sonuç); benimsenen işlem kabul edilen işlemlerden farklı olduğunda (hatalı eylemler) hatalı kavramlar problem çözmeyi ve irrasyonel sonuçlar üretmeyi engelliyor olabilir (Ghulam-Mohyuddin ve Khalil, 2016). Spooner'a (2002) göre ise dikkatsizlik, soruyu okumada ya da yorumlamada problemler ve sayı bilgisi eksikliği de hatalara sebep olabilir (akt. Ghulam-Mohyuddin ve Khalil, 2012, s.135). "Hatalar öğrenme için bir fırsattır fakat bu fırsatlar öğretmenler tarafından değerlendirilmeyerek hatalara müdahale edilmezse, bu hatalar kalıcı hale gelebilir" (Önal ve Aydın, 2018, s.8). Hatalar analiz edilerek matematik öğrenimi ile ilgili temel sorunlar ortaya çıkarılabilir (Radatz, 1980).

Kavram Yanılgısı, "sistemli bir şekilde insanı hataya teşvik eden bir kavrayış biçimi"dir (Bingölbali ve Özmantar, 2012, s3). Cockburn'a (2005) ve Hansen'e göre "kavram yanılgıları, dikkatsizlik, sembollerin yanlış bilinmesi, matematiksel bilgi eksikliği ve yetersizlikten kaynaklı olarak yanıtlarda yapılan yanlışlıklardır" (akt. Yorulmaz, 2018). Spooner'a (2012) göre kavram yanılgısı bir anlamının eksikliği ya da çoğu durumda bir kuralın ya da matematiksel genellemenin yanlış uygulanmasının sonucudur (akt. Ghulam-Mohyuddin ve Khalil, 2012, s.135). Kavram yanılgılarında kavrayışlar bilimsellikten uzaktır ve uzman bilgisinden farklıdır (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Kavram yanılgısına sahip bir öğrenci yanlış yaptığı bir işlemi nedenleriyle açıklayabilir.

Victoria Eyalet Hükümeti (Victoria State Government, 2018), Eğitim ve Öğretim web sitelerinde okullar için olan bölümde "Öğretim Materyalleri ve Yöntemleri" kısmında "Aritmetik ve Matematik" bölümü içinde "Yaygın Kavram Yanılgıları Üzerine Bir Not (A Note on 'Common Misunderstandings')" isimli yayınladıkları yazıda çarpma büyütür bölme küçültür,  $10$ 'un kuvvetleriyle çarparken  $0$  eklenir,  $10$ 'un kuvvetlerine bölünürken  $0$ 'ın üstü çizilir, bölme işleminde bölüme  $0$  yazmanıza gerek yoktur çünkü  $0$  bir şey ifade etmez gibi inanışlarla çoğu öğretmenin karşılaştığını ifade etmişlerdir. Bunlardan bazıları kavram yanılgıları iken bazıları da yararlı kurallardır.

### 2.1.3. Bölme İşlemi

Bölme işlemi çarpma ve çıkarma işlemi ile tanımlanabilir. Çarpma işlemine göre "a ve b birer doğal sayı, X bilinmeyen bir sayı ve  $b \neq 0$  olmak üzere,  $b.X=a$  eşitliğini sağlayacak şekilde X doğal sayısının bulunması işlemine bölme işlemi denir. Bu tanıma göre bölme işlemi bir b ( $b \neq 0$ ) sayısıyla çarpıldığında a sayısını veren X sayısının bulunması işlemidir"

(Baykul, 2002, s.387). Çıkarma işlemine göre ise “bölme işlemi, bölünenin, bölenden küçük bir sayı elde edilinceye kadar geriye sayıldığında, kaç defa geriye sayma (çıkarma işlemi) yapıldığının bulunması işlemidir” (Baykul, 2002, s.388). Baykul’un (2002) tanımlarına bakıldığında da bölme işleminin çarpma ve çıkarma işlemleri ile iç içe olduğu görülmektedir. Ayrıca bölme kavramı bölünen, bölen ve bölüm arasındaki ilişkilerin anlaşılmasını içermektedir (Correa, Nunes ve Bryant, 1998). Bilinen en eski bölme işlemi problemi Irak bölgesinde Sümer uygarlığına aittir. MÖ 2650 yılları civarına ait olan tablette bölünen, bölen, bölüm ve kalan örneği vardır. Bu bölme işlemi tahıl dağıtımı için kullanılmıştır. Problemden 1 152 000 tahıl ambarı belirli sayıda insan arasında paylaştırılmıştır. Böylece herkesin 7 tahıl ambarı olmuştur. Burada bölüm 164 571, kalan ise 3’tür (Windsor ve Booker, 2005).

Çocuklar iki-üç yaşlarından itibaren sayı kavramıyla karşılaşmaktadır. Bu yaşlardan itibaren nesnelere daha fazla, daha az ve eşit olanları ayırt etmektedirler. Beş-altı yaşlarına geldiklerinde sayma sözcüklerini (*bir, iki, üç, ...*) öğrenmişlerdir. Daha sonra ise karşılıklarına çıkan nesnelere sayma sözcükleriyle eşleştirmeye başlarlar (Van de Walle ve diğ., 2010). Milli Eğitim Bakanlığı tarafından hazırlanan matematik dersi öğretim programı (MEB, 2018) incelendiğinde birinci sınıfta öğrenci sayıları tanır, okur. Toplama ve çıkarma işlemleri öğrenilir. İkinci sınıfta ise toplama ve çıkarma işlemlerine devam edilir, çarpma ve bölme işlemlerine giriş yapılır. Bu sırada öğrenci ritmik saymayla ilgili kazanımları gerçekleştirmeye devam etmektedir. Yani öğrenci bölme işlemiyle ilk defa ikinci sınıfta karşılaşır. Bu karşılaşma matematik dersi için ilktir. Aslında öğrenciler okul öncesi dönemde dahi bir bölme işlemi yapmaktadırlar. Günlük hayatta nesnelere paylaşımları son derece başarılıdır (Squire ve Bryant, 2003). İkinci sınıfta sayılar ve işlemler öğrenme alanında bulunan bölme işlemiyle ilgili “bölme işleminde gruplama ve paylaşma anlamlarını kullanır” ve “bölme işlemi yapar, bölme işleminin işaretini ( $\div$ ) kullanır” kazanımları üzerinde durulur (MEB, 2018, s.34). İkinci sınıf matematik ders kitabında bölme işlemi “bölme işlemi, eşit şekilde paylaşmanın veya gruplara ayırmanın kısa yoldan yapılmasıdır” ve “bölme işlemi, art arda çıkarma işleminin kısa yoldan yapılmasıdır” olarak tanımlanmıştır (Atlı, Doğangüzel, Güneş ve Şahin, 2019, s.189 ve s.193). Ayrıca ikinci sınıfta öğrencilere bölme işleminin elemanları olan bölünen, bölen ve bölüm de tanıtılmıştır. Daha sonra da bölme işlemine ayrılan zaman giderek artar. Bölmenin öğretimine ilkokulda uzun bir zaman ayrılmıştır. Bölme işleminin öğretiminden önce öğrencilere ritmik sayma, katlamalar, çıkarma ve çarpma işlemlerinin kazandırılmış olması gerekmektedir (Baykul, 2002). Artan hesap makinesi kullanımına rağmen, öğrencilerin bölme işlemi ve bölmenin kurallarını

öğrenmesi gerekmektedir. Kurallar öğrencinin basit bölme işlemlerinde cevaba daha çabuk ulaşmalarını ve bölmenin doğasıyla, çarpmayla bölme arasındaki ilişkiyi daha iyi anlamaya yardımcı olur (Reys ve diğ., 1998).

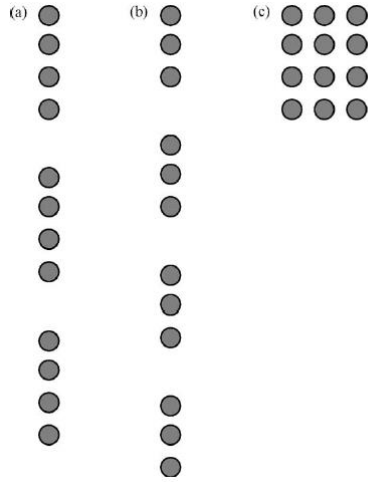
Üçüncü sınıfta öğrenci artık toplama, çıkarma ve çarpma konusunda uzmanlaşmıştır. Bu sınıf düzeyinde bölme işleminde “iki basamaklı doğal sayıları bir basamaklı doğal sayılara böler”, “birler basamağında sıfır olan iki basamaklı bir doğal sayıyı 10’a kısa yoldan böler”, “bölme işleminde bölünen, bölen, bölüm ve kalan arasındaki ilişkiyi fark eder” ve “biri bölme olacak şekilde iki işlem gerektiren problemleri çözer” kazanımları vardır (MEB, 2018, s.40). Öğrenci dördüncü sınıfta dört basamaklı sayılarla toplama ve çıkarma yapabilecek ve üç basamaklı doğal sayılarla iki basamaklı doğal sayıları çarpabilecek duruma geldikten sonra “üç basamaklı doğal sayıları en çok iki basamaklı doğal sayılara böler”, “en çok dört basamaklı bir sayıyı bir basamaklı bir sayıya böler”, “son üç basamağı sıfır olan en çok beş basamaklı doğal sayıları 10, 100 ve 1000’e zihinden böler”, “bir bölme işleminin sonucunu tahmin eder ve tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır”, “çarpma ve bölme arasındaki ilişkiyi fark eder” ve “doğal sayılarla bölme işlemini gerektiren problemleri çözer” kazanımları ile öğretim sürecine devam edilir (MEB, 2018, s.46). Beşinci sınıfta doğal sayılarla işlemler alt öğrenme alanında öğrencilerden beş basamaklı sayılarla toplama ve çıkarma işlemleriyle, en çok üç basamaklı iki doğal sayıyı çarpma kazanımlarından sonra “en çok dört basamaklı bir doğal sayıyı, en çok iki basamaklı bir doğal sayıya böler”, “doğal sayılarla çarpma ve bölme işlemlerinin sonuçlarını tahmin eder”, “doğal sayılarla zihinden çarpma ve bölme işlemlerinde uygun stratejiyi belirler ve kullanır”, “bölme işlemine ilişkin problem durumlarında kalanı yorumlar”, “çarpma ve bölme işlemleri arasındaki ilişkiyi anlayarak işlemlerde verilmeyen öğeleri (çarpan, bölüm veya bölünen) bulur.” ve “dört işlem içeren problemleri çözer” kazanımları yer alır (MEB, 2018, s.51-52). İlgili kazanımlar ve üstünde durulması gereken konular detaylı olarak Ek 1’de verilmiştir.

Skemp’e (1987) göre matematik öğretiminde daha önce öğrenilen bilgiler sonra öğrenilen bilgilerin yapıtaşdır. Yani matematik kavramlarının öğrenilmesi yeni gelen bilginin daha önceki bilgiyle anlamlı bir şekilde ilişkilendirmesiyle gerçekleşir. Öğrenciler mevcut bilgilerinin üzerine yeni bilgiler inşa ederler. Bölme işlemi çarpma ve çıkarma işlemiyle ilişkilidir. Bir öğrencinin bölmeyi yapabilmesi için çarpmayı ve çıkarmayı iyi bir şekilde öğrenmiş olması gerekir. Çarpmanın temelinde de toplama işlemi olduğu için, bölme işlemi toplama, çıkarma ve çarpma işlemine sıkı sıkıya bağlıdır. Öğretim programında da görüldüğü gibi öğrenci bölme işlemiyle ilk defa ikinci sınıfta karşılaşır. Toplama, çıkarma, ritmik sayma ve çarpma işlemlerinde uzmanlığı ilerledikçe, yeni bilgileri eski bilgileriyle

ilişkilendirerek bölme kavramının üzerine daha fazla düşülür. Çarpma ve bölme işlemleri ve bu işlemler arasındaki ilişkiler üçüncü ve beşinci sınıflar arasında önemli bir noktaya ulaşır (Duncan ve diğ., 2007b). Ve beşinci sınıfta artık öğrencinin bölme işleminde usta olması beklenir.

Bölmenin anlamı, matematik öğretim programında olduğu gibi birçok kaynakta da iki farklı türde ele alınmıştır. Milli Eğitim Bakanlığı, matematik öğretim programında gruplama ve paylaşırma anlamlarını kullanmıştır (MEB, 2018, s.34). Baykul (2002) da gruplama ve paylaşırma olarak iki yaklaşımdan bahsetmiştir. Van de Walle ve diğerleri (2010) parçalara ayırma veya adil paylaşım yapma ve ölçüm veya tekrarlı çıkarma olarak adlandırmıştır. Cengiz (2013) bölme işleminin anlamını açıklamak için parçalamalı bölme ve gruplamalı bölmeyi kullanmıştır. Parçalamalı bölme, bir miktar nesneyi belli bir gruba paylaşırmasıdır. Gruplamalı bölme ise bir miktar nesnenin belli bir sayıda kaç grup oluşturabileceğidir. Reys ve diğerleri (1998) de bölmenin iki anlamı üzerinde durmuş ve bunları ölçme ve paylaşırma olarak ayırmıştır. Ölçme durumlarında grupta bulunanların sayısı belli, grup sayısı belli değilken; paylaşırma durumlarında belli bir grup eşit sayıda gruba ayrılır ya da her gruba eşit sayıda paylaşırma vardır. Bölme işlemiyle tekrarlı çıkarma arasındaki ilişki kurulmalıdır. Greer (1992) ve Squire ve Bryant (2003) bölmeyi “kısımlara ayıran bölme (partitive division)” ve “ölçüm bölmesi (quotitive division veya measurement division)” olarak adlandırmıştır. “Kısımlara ayıran bölme (partitive division)” toplam sayıyı grup sayısına bölerek her grubun eleman sayısını bulmadır. Yani daha önce bahsettiğimiz parçalamalı bölme-parçalara ayırma-adil paylaşım-paylaşırma terimlerine karşılık gelir. “Ölçüm bölmesi (Quotitive division veya measurement division)”, toplam sayıyı bir grupta bulunan sayıya bölerek grup sayısını bulmadır. Bu terim de ölçüm-tekrarlı çıkarma-gruplamalı bölme-ölçme anlamına gelir. Paylaşırma modelinde, grup sayısı bilinir ve gruptaki sayı aranır. Ölçme modelinde grubun büyüklüğü bilinir ve grup sayısı aranır (NRC, 2001). Şekil 2.2.’de de  $12 \div 3$  bölme işleminin bu iki anlamı gösterilmiştir.





Şekil 2.2. Nesnelerin paylaştırıldığı bir bölme

problemi örneği (12:3)

a) bölünenden gruplandırılma

b) bölünece tarafından gruplandırılma

c) sistem şeklinde sunum (sütunlar bölünenden gruplandırılması, satırlar bölünene tarafından gruplandırmaya karşılık gelir).

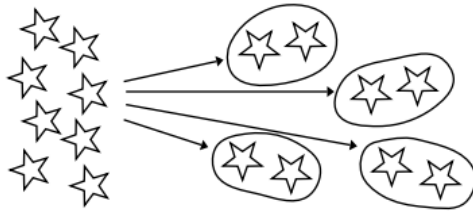
Not: Şekil örneği “Squire, S., & Bryant, P. (2003). Children’s models of division. *Cognitive Development*, 18(3), 355–376. doi: 10.1016/S0885-2014(03)00039-X” künyeli çalışmadan alınmıştır.

Leung, Wong ve Pang (2006) bölme işlemini paylaşırma ve ölçme anlamlarıyla açıklamıştır. Zweng (1964) Tablo 2.1.’de görüldüğü gibi ifade etmiştir (akt. Leung ve diğ., 2006, s.344).

Tablo 2.1. *Paylaşırma ve Ölçme ile Bölme (Zweng’ten aktaran Leung ve diğ., 2006, s.344)*

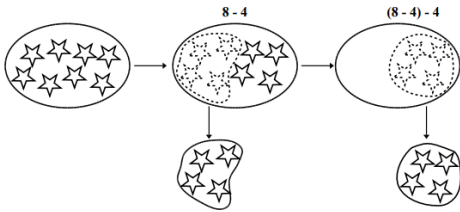
Geleneksel Soru	Yaklaşımın İsmi	Örnek
$a \div b$ şu anlama gelir: “ $a$ tane nesne, $b$ tane nesneden oluşan kaç gruba ayrılabilir?”	Ölçme (bazen “quotation olarak da adlandırıldığı belirtilmiştir, tabloda measurement olarak geçmiştir.)	12, 3’e bölünürse 4 olur çünkü 12 her birinde 3 nesne bulunan 4 gruba ayrılabilir.
$a \div b$ şu anlama gelir: “Eğer $a$ tane nesne, $b$ tane eşit gruba ayrılacaksa, her grubun içinde kaç tane nesne olmalıdır?”	Paylaşırma	12, 3’e bölünürse 4 olur çünkü 12 nesne 3 kişiye dağıtılsa her biri 4 tane alır.

Harris (2001) ise diğerlerinden farklı olarak bölme işleminde eşit paylaşım, tekrarlı çıkarma (eşit gruplama) ve oran olmak üzere üç kavramsal yapı olduğundan bahsetmiştir. “ $8 \div 4$ ” işlemi eşit paylaşım yapısına göre “8’i dört grup arasında eşit bir şekilde paylaşır.” olarak yorumlanırken, tekrarlı çıkarmada (eşit gruplama) “8’den kaç kez dörtlü grup çıkarılabilir” ya da “8’den kaç tane dörtlü grup oluşturulabilir” olarak yorumlanır. Oran yapısına göre yorumlandığında “4, 8’den kaç kat daha fazla (ya da daha az)dır?” olarak ifade edilebilir. Şekil 2.3., 2.4., 2.5. ve 2.6.’da Harris’in (2001) gösterimleri verilmiştir.



Şekil 2.3. 8'in 4 eşit yeni gruba paylaşılması.

Not: Şekil örneği "Harris, A. (2001). Multiplication and division. <http://www.mathematicshed.com/uploads/1/2/5/7/12572836/md.pdf> sayfasından erişilmiştir." künyeli çalışmadan alınmıştır.



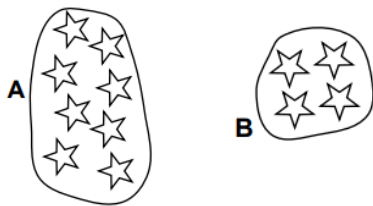
Şekil 2.4. 2 tane 4'lü grubun çıkarılması (nesnelerle).

Not: Şekil örneği "Harris, A. (2001). Multiplication and division. <http://www.mathematicshed.com/uploads/1/2/5/7/12572836/md.pdf> sayfasından erişilmiştir." künyeli çalışmadan alınmıştır.



Şekil 2.5. 2 tane 4'ün eksiltici zıplaması (sayı doğrusunda).

Not: Şekil örneği "Harris, A. (2001). Multiplication and division. <http://www.mathematicshed.com/uploads/1/2/5/7/12572836/md.pdf> sayfasından erişilmiştir." künyeli çalışmadan alınmıştır.



Şekil 2.6. A, B'den 2 kat daha büyük.

Not: Şekil örneği "Harris, A. (2001). Multiplication and division. <http://www.mathematicshed.com/uploads/1/2/5/7/12572836/md.pdf> sayfasından erişilmiştir." künyeli çalışmadan alınmıştır.

Öğrencilerin bölme işlemini anlamaları için, öğretmenler paylaşırma ve gruplama modelini kullanmalıdırlar. Öğrenciler her iki durumda da şekiller ve somut materyallerle işlemlerini modellemelidirler. Öğrencilerin bölme tiplerini (paylaşırma, ölçme) bilmelerine

gerek yoktur. Fakat birbirine benzeyen ve benzemeyen problemleri analiz edebilmelidirler (Duncan ve diğ., 2007b).

Cengiz (2013) bölme problemleri çözümlerken kullanılabilecek bazı çözüm yollarını üçe ayırmıştır.

1) Bölmeyi kısımlar halinde yapma: Bölünen, bölenin katları olacak şekilde parçalara ayrılır ve sonunda bölünene ulaşılır.

$$192 \div 16 = [(160 + 32) \div 16] = (160 \div 16) + (32 \div 16) = 10 + 2 = 12$$

2) Denk problem kurma: Hem bölüneni hem de böleni aynı sayıya bölersek ya da aynı sayıyla çarparsak sonuç değişmeyeceği için, bu sayılarla denk bir problem kurularak problem çözülür.

Yapılması gereken işlem  $192 \div 16$  ise;

$192$ 'nin yarısı  $96$ ,  $16$ 'nın yarısı  $8$ ,

$96$ 'nın yarısı  $48$ ,  $8$ 'in yarısı  $4$ ,

$$48 \div 4 = 12$$

3) Geleneksel bölme

- Bölmenin parçalamalı anlamıyla geleneksel bölme: Bölüneni bölene ya da grup sayısına böldüğümüzde grupların büyüklüğünü elde ederiz. Cengiz'in (2013) bahsettiği bu bölme türü Van de Walle ve diğerlerinin (2010) da bahsettiği parçalara ayırma veya adil paylaşım yapmadır.
- Bölmenin gruplamalı anlamıyla geleneksel bölme: Bölünen bölene bölündüğünde grup sayısını elde ederiz. Bu bölme türü ise ölçüm veya tekrarlı çıkarmadır (Van de Walle ve diğ., 2010).

Harris (2001) öğrencilerin bölme işlemlerini öğrenme sürecinde edindikleri kazanımların sırasını aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

- 1) 'Adalet' kavramı ve bu kavramın eşit paylaşımında uygulanması;
- 2) Eşit paylaşım stratejilerinin iyileştirilmesi;
- 3) Yarıya bölme (yan ürün olarak tek ve çift sayılar dahil);
- 4) Tekrarlı çıkarma ile bölme (sayı doğrusu modellemesi dahil);
- 5)  $\div$  sembolü ve ilgili dilin tanıtılması;
- 6) Bölme olgularını çarpma olgularından türetme (çarpma işleminin bölme işleminin tersi olarak kullanılması);
- 7) Resmi olmayan yazılı yöntemler kullanarak bölenin tekrarlı çıkarılması
- 8) Tam sayı kalanlar;
- 9)  $10$ 'un kuvvetlerini  $10$ 'un kuvvetlerinin katlarına bölme;

- 10) Resmi olmayan yazılı yöntemler (bölenin katlarının tekrarlı çıkarılmasının kullanılması);
- 11) Kısa bölme için genişletilmiş standart algoritma;
- 12) Standart kısa bölme algoritmasının kısaltılması;
- 13) Kesirli ve ondalıklı kalanlar;
- 14) Yazılı olmayan yöntemlerle uzun bölünme (bölenin katların tekrarlı çıkarılmasını içeren);
- 15) Genişletilmiş uzun bölme algoritması;
- 16) Standart uzun bölme algoritması;
- 17) Ondalıklı sayıların tek basamaklı bir sayıya bölünmesi.

Lautert, Spinillo ve Correa (2012) bölme işleminde öğrencilerin bu kavramı yöneten aşağıdaki kurallarla uğraştıklarını belirtmişlerdir.

- 1) Bütün parçalar eşit olmalıdır.
- 2) Bütün, parçaların çarpımına kalan eklenerek bulunur.
- 3) Parçaların boyutları ile parçaların sayısı arasında ters bir ilişki vardır.
- 4) Bütün, kalan bölme için yetersiz olana kadar devam eder.
- 5) Kalan, parçaların büyüklüğüne ya da parçalarının sayısına eşit ya da onlardan daha fazla olamaz.

Paylaştırma ve ölçme anlamından sonra bölme işleminde daha soyut işlemlere geçilir. Bölme işlemi bölünen, bölen ve bölüm arasındaki üçlü ilişkiyi içerir. Bölme işlemi boyunca yaşanacak olan olası zihinsel süreç  $216 \div 8$  işlemi üzerinden Tablo 2.2.'de anlatılmıştır (Leung ve diğ., 2006, s.345-346).

Tablo 2.2. *216 ÷ 8 Bölme İşlemi Boyunca Yaşanacak Olan Olası Zihinsel Süreç (Leung ve diğ., 2006, s.345-346)*

İşlem	Zihinsel süreç
$\begin{array}{r} 216 \overline{) 8} \\ \underline{-16} \phantom{0} \\ 05 \end{array}$	Önce en soldaki iki basamaklı sayı olan 21'e eşit ya da 21'den küçük, sekizin katı olan iki basamaklı en büyük sayı tahmin edilir. Sonra 21'den 16 çıkarılır ve 5 elde edilir. 5, 8'den küçük olmasına rağmen, öğrencilerin 5'in onlar basamağında olduğunu unutmamaları gerekir. 16 sanal bir çarpımdır. Aslında ilk işlem $8 \times 20 = 160$ 'ı içerir.
$\begin{array}{r} 216 \overline{) 8} \\ \underline{-16} \phantom{0} \\ 056 \end{array}$	Son basamak olan 6'yı aşağı indirerek, 56 sayısı oluşturulur. Şimdi 5 rakamı 6 rakamı ile birlikte gerçek kalan olan 56'yı oluşturmuştur. Bu 8'den büyüktür. İleriki işlem basamağı için yeterli şart sağlanmıştır.
$\begin{array}{r} 216 \overline{) 8} \\ \underline{-16} \phantom{0} \\ 056 \\ \underline{-56} \\ 00 \end{array}$	8 ile çarpıldığında 56 yapacak sayının 7 olduğu düşünülerek son adım yapılır. Bütün işlemin benzersiz olduğu açıktır. Çünkü 16, 8'in 21'den küçük en büyük katıdır ve 56 da 8 ve 7'nin çarpımıdır.

Harris'e (2001) göre öğrenciler hesaplama/dikkatsizlik, kavram yanlışları, ilgili kelimeleri anlamada eksiklik, yanlış işlem, işlemin ya da metodun yetersiz olması, aşırı genelleme, aşırı özelleme ve rastgele cevap verme sebepleriyle hata yaparlar. Öğrencilerin çarpma işlemlerinde yaptıkları yaygın hatalardan bazıları  $\times$  ve  $+$  sembollerini karıştırma, çarpma işlemi yerine toplama işlemi yapma, eldeyi cevaba ekleme, eldeyi cevaba eklemeyi unutma, onlar basamağına elde eklemeyi toplama işlemindeki ile karıştırma, onlar basamağının elde ile çarpılması, yüzler basamağını oluşturamama,  $0$  ile çarpmada hata, basamağın eksik yazılması, onlar basamağındaki sayıları çarparken çarpımları sola kaydırmadan yazmadır. Öğrencilerin bölme işlemlerinde yaptıkları bazı hatalar ise  $\div$  ve  $-$  sembollerini karıştırma,  $1$  ile bölemezsin düşüncesi,  $3 \div 12$  işlemini  $12 \div 3$  olarak yapma, bir sonraki basamağa geçmeyi unutma, işleme en büyük basamaktan değil en küçük basamaktan başlama, kalanı unutma, bölüme  $0$  yazmama, çıkarma yapmayı unutma, çarpma işleminde hata yapma, çıkarma işleminde hata yapmadır.

Bölme işlemi içerisinde çıkarma işlemi de kullanılmaktadır. Erdoğan ve Özdemir-Erdoğan (2012) öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerinde güçlük yaşadıklarını, çıkarma işlemlerinde eksilen sayıda  $0$  bulunduğu  $0$ 'dan ödünç almaları gerektiğinde öğrencilerin bazı hatalar yaptıklarını, çıkan sayıyı soldan hizaladıkları, eksilen sayının sürekli en büyük basamağından ödünç aldıklarını vurgulamıştır.

## 2.2. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının bölme bilgisi ve bölme işlemi ile ilgili yapılan araştırmalardan bahsedilmiştir.

### 2.2.1. Öğretmenlerin ve Öğretmen Adaylarının Bölme Bilgisi ile İlgili Yapılan Araştırmalar

Ryan ve Williams'a (2007) göre öğretmen adayları da genellikle çocukların yaptıkları hataları yaparlar. Bu yüzden öğretmen ve öğretmen adayları ile yapılan çalışmalar da öğrenciler ile yapılan çalışmalarla benzer sonuçlar vermektedir. Bu bölümde bölme işlemini öğrencilere öğretmekte olan öğretmenlerin ve ilerleyen zamanda öğretecek olan öğretmen adaylarının bölme işlemi bilgileri ile ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

Ball (1990), 10 ilkokul ve dokuz ortaokul öğretmen adayıyla ilkokul ve ortaokul öğretmen adaylarının bölme ile ilgili anlamalarını tespit etmeye yönelik yaptığı çalışmada kesirlerle bölme, sıfıra bölme ve cebirsel ifadelerle bölmeyle ilgili sorular sormuş ve cevaplarını öğretmen adaylarından açıklamalarını istemiştir. Yapılan görüşmeler sonucunda

öğretmen adaylarının cevapları doğrulukları ve ispatının niteliği olmak üzere iki boyutta sınıflandırılmıştır. Öğretmen adaylarının çoğu bölme işlemlerine doğru cevapları vermesine rağmen, çok azı bu işlemlerin altında yatan prensipleri ve anlamları matematiksel olarak açıklayabilmiştir.

Albayrak ve Şimşek (2017), ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının doğal sayılarla yapılan bölme işlemi ile ilgili bilgilerini ölçmek amacıyla nitel ve nicel yöntemler kullanılmışlardır. Araştırmaya bir üniversitede öğrenim gören 102 ilköğretim matematik öğretmen adayı katılmıştır. Katılımcıların bölme testine yönelik genel başarı durumları ve Özel Öğretim Yöntemleri I dersinde yapılan telafi eğitimi sonrası son durum tespit edilirken nicel, katılımcıların bölme işlemi ile ilgili hataları ayrıntılı olarak sunmak için nitel araştırma kullanılmıştır. Öğretmenlerin bölme işlemi ilgili alan ve öğretimsel strateji bilgilerini belirlemeye yönelik 10 soru sorulmuş, öğretmen adaylarından soruları öğrenci düzeyinde açıklamalı olarak çözmeleri istenmiştir. Sorular bölme işleminin kavramsal yönlerini de içeren bölümün rakamlarından birinin sıfır olduğu, bölünenin birler basamağının sıfır olduğu ve ondalık bölümlerin olduğu durumları içermektedir. Adaylardan bu 10 soruyu öğrenciye anlatır gibi çözmeleri istenmiştir. Araştırma sonucunda adayların alan ve öğretimsel stratejiler bilgisi yönüyle eksikliklerinin olduğu görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarının kendilerince kural oluşturup bu yanlış kurala göre işlemi yapmaya çalıştıkları sıklıkla görülmüştür. Bu durumda bölme işlemini doğru bir şekilde yapamayan öğretmen adayı işlemsel bilginin öğrencilerin anlayabileceği şekilde öğretimsel açıklamasını yapamaz, bölme işleminde kullanılan sayının kendi değerine göre işlem yapmada zorlanır ve öğrenci tarafından yöneltilen soruları cevaplayamaz.

Baki ve Bütün'ün (2009) ilköğretim matematik öğretmenlerinin bölme kavramı ile ilgili alan eğitimi bilgilerinin yapısını araştırmaya yönelik çalışmasına katılan dört, 12 ve 25 yıllık üç öğretmene bölme kavramıyla ilgili üç senaryo tipi mülakat sorusu sorulmuş, daha sonra yarı yapılandırılmış gözlem formuyla öğretmenlerin sınıflarında gözlem yapılmıştır. Çalışma sonucunda, öğretmenlerin sınıflarında bölme kavramının farklı anlamları üzerinde durmadıkları, bölme kavramını kurallar ve işlemlere dayalı öğrenme ortamında oluşturdukları görülmüştür. Kural ve işleme dayalı bir öğretim yaklaşımının öğretmenleri sınırladığı görülmüştür.

Baki (2013) çalışması için Fatih Eğitim Fakültesi sınıf öğretmenliği programında okuyan 228 öğretmen adayıyla nitel bir çalışma yapmıştır. Bu çalışma için 2010–2011 öğretim yılı güz döneminde SINO 309 Matematik Öğretimi-I dersinin dönem sonu sınav sorularından bir tanesinde öğretmen adaylarından “basamak tablosunu kullanarak 4057:15

bölme işlemini öğrencilerine açıklıyormuş gibi yapmaları”ını istemiştir. Öğretmen adaylarından beklenen cevap aşağıda verilmiştir:

- “--Önce 4 binlik 15’li gruplara ayrıldığında kaç binlik oluşur?  
 -- Sıfır binlik. Bölümdeki binler basamağına sıfır yazılır.  
 -- Yüzler basamağına geçelim. Şimdi 40 yüzlüğümüz var. 40 yüzlük 15’li gruplara ayrıldığında kaç yüzlük grup oluşur?  
 -- 2 yüzlük grup oluşur. Bölümdeki yüzler basamağına 2 yazılır. Bölünen sayının yüzler basamağında geriye 10 yüzlük kalır. Bölünenin onlar basamağındaki 5 onlukla birlikte 105 onluğumuz olur.  
 -- 105 onluk 15’li gruplara ayrıldığında kaç onluk oluşur?  
 -- 7 onluk grup oluşur. Bölümdeki onlar basamağına 7 yazılır.  
 -- Birler basamağında 7 birliğimiz var. 7 birlik 15’li gruplara ayrılamadığından bölümdeki birler basamağına 0 yazılır. Böylece bölümü 270 ve kalanı da 7 olarak buluruz.”

Bu soruya verilen cevaplar öğretmen adaylarının alan bilgisi ve alanı öğretme bilgisi yönünden değerlendirilmiştir. 153 sınıf öğretmeni adayı bölme işlemini işlemsel olarak doğru yapmış, 75 sınıf öğretmeni adayı bölme işlemini yanlış yapmıştır. Öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri cevaplar sadece doğru ve yanlış olarak sınıflandırılmamış, basamak kavramını kullanarak yaptıkları öğretimsel açıklamalara da dikkat edilmiştir. Araştırma boyunca bu soruya cevap veren öğrencilerin kağıt üzerindeki açıklamaları yorumlanarak içerik analizi yapılmıştır. Bölme işlemini doğru yapan 153 öğretmen adayından 87’si basamak kavramına göre bölme işleminin algoritmasının matematiksel anlamını anlamış ve uygun öğretimsel açıklamalar yapabilmıştır. Fakat 66’sı hem bölme işleminin basamak kavramına bağlı algoritmasının matematiksel anlamını anlamamışlar hem de yaptıkları öğretimsel açıklamalar yetersiz kalmıştır. Öğretmen adayları daha önceden var olan bilgilerini yeni gelen bilgiyle değiştirmekte ve onlara yeni anlamlar katmakta zorlanmışlar ve bölme işleminde bölünenin basamak değerlerine bağlı olarak sırayla bölene göre paylaşırılıp yapılmasının sebebini kavrayamamışlardır.

Ryan ve Williams (2007), öğretmen adayları ile yapılan çalışmada örneklemin %36’sının  $4949 \div 7$  işlemine doğru cevap veremediğini, %30’unun da cevap olarak 77 bulunduğunu ifade etmiştir. Bölme işlemi basamak değeri kavramı ile ilgili kavram yanlışlarını ortaya çıkarır. Birçok öğretmen adayı için 0’ın yer tutucu olması problem yaratmıştır. Öğretmen adaylarının zorluk yaşadıkları görülmüştür.

Öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının bölme bilgisi ile ilgili yapılan araştırmalarda öğretmenlerin bölme işlemini yapabilseler de çoğunun işlemlerdeki kuralların sebeplerini ve anlamlarını açıklayamadıkları (Ball, 1990); alan ve öğretimsel stratejiler bilgisi yönüyle eksikliklerinin olduğu, öğreteceği kavram hakkındaki bilgileri yeterli olmayan öğretmenlerin öğrencilere belirli bir noktaya kadar faydaları olabileceği (Albayrak ve Şimşek, 2017); öğretmenlerin sınıflarında bölme kavramının farklı anlamları üzerinde durmadıkları, bölme kavramını kurallar ve işlemlere dayalı öğrenme ortamında

oluşturdukları, kural ve işleme dayalı bir öğretim yaklaşımının öğretmenleri sınırladığı (Baki ve Bütün, 2009); sınıf öğretmeni adaylarının bir kısmının bölme işleminde kullanılan basamak kavramını anlamadıkları ve bu yüzden de yaptıkları öğretimsel açıklamaların eksik kaldığı, eski bilgilerle yeni bilgileri değiştirmede ve eski bilgilerine yeni anlamlar katmada zorlandıkları (Baki, 2013), öğretmen adaylarının bir çoğunun  $0$ 'ın yer tutucu özelliğiyle ilgili problem yaşadığı (Ryan ve Williams, 2007) ortaya çıkmıştır

### **2.2.2. Bölme İşlemi ile İlgili Araştırmalar**

Bölme işlemi ile ilgili araştırmalar bölme işleminin öğretimi ile ilgili araştırmalar, öğrencilerin bölme işleminde kullandıkları stratejiler ve modeller ile ilgili araştırmalar ve öğrencilerin bölme işleminde yaşadıkları zorluklar, yaptıkları hatalar ve sahip oldukları kavram yanılgıları ile ilgili araştırmalar olmak üzere üç gruba ayrılarak verilmiştir.

#### **2.2.2.1. Bölme işleminin öğretimi ile ilgili araştırmalar.**

Arsal (2002), ilköğretim üçüncü sınıflarda matematik dersinde bölme işleminin öğretiminde somut yaşantılar kullanmanın bilişsel, duyuşsal erişime ve kalıcılığa etkisini belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışma üçüncü sınıflarda 26'şar kişiden oluşan deney ve kontrol grubuyla deneysel olarak yürütülmüştür. Öğrencilere Matematik Başarı Testi, Genel Yetenek Testi, Okuduğunu Anlama Testi, Bölme İşlemi Başarı Testi ve Matematik Dersi Tutum Anketi uygulanarak alınan puanlara göre deney ve kontrol grupları arasında bir denklik oluşturulmaya çalışılmıştır. Uygulama sonunda son test ve tutum anketi, uygulama tarihinden dört hafta sonra da kalıcılık testi uygulanmıştır. Somut yaşantılarla öğretim yapılan deney grubunda, bilgi, kavrama, uygulama düzeyinin geleneksel yolla öğretim yapılan kontrol grubuna göre daha yüksek olduğu, öğretimin daha kalıcı ve daha fazla gerçekleştiği görülmüştür.

Ayvaz (2010), ilköğretim dördüncü sınıf matematik dersinin “Doğal Sayılarla Bölme İşlemi” alt öğrenme alanının edebi ürünlerle işlenmesinin öğrenci başarısı ve tutumuna etkisinin olup olmadığını belirleme amaçlı araştırmasını 60 dördüncü sınıf öğrencisiyle gerçek deneysel desenlerden ön test- son test kontrol gruplu desene uygun olarak yürütmüştür. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen Matematik Başarı Testi ve Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeği kullanılan araştırmada kontrol grubuna geleneksel matematik öğretimi, deney grubuna ise edebi ürünlerle matematik öğretimi uygulanmıştır. Çalışmada bölme işlemi öğretiminde edebi çalışmalar kullanmanın,



geleneksel yöntemle öğretmeye göre başarıyı artırmada daha etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Çiltaş ve Muşlu (2016), matematiksel modelleme yönteminin, ortaokul matematik dersi beşinci sınıf doğal sayılarda işlemler konusunun öğretiminde öğrenci başarısına etkisinin değerlendirilmesini amaçlamıştır. 44 kişiden oluşan örneklemin verileri analiz edildiğinde, deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubu öğrencilerine nazaran daha başarılı oldukları ve görüş anketine verdikleri cevaplarla dersin daha eğlenceli, işlenen konuların daha kalıcı hale geldiğini belirtmişlerdir. Ayrıca çalışmada kullanılan başarı testindeki ilk dört soru analiz edildiğinde öğrencilerin en büyük eksiğinin bölme işleminde olduğu tespit edilmiştir.

Leung ve diğerleri (2006) yaptıkları çalışmada bölme işlemini “POQ” ismini verdikleri yeni bir metotla öğrenen öğrencilerin geleneksel şekilde öğrenenlere göre testte daha iyi performans sergilediklerini göstermiştir. Çalışma 155 üçüncü sınıf öğrencisi ile yapılmıştır. Bu öğrenciler iki ayrı gruba ayrılmış 70’i kontrol, 85’i deney grubunu oluşturmuştur. Kontrol grubuna geleneksel yöntemle bölme işlemi öğretilirken deney grubuna bölümün parçalanması yöntemiyle bölme işlemi öğretilmiştir. İki gruba da aynı öğretmen eğitim vermiştir. Ön test ve son test uygulanarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. Geleneksel bölme işleminde hatırlanmasını gereken bir sürü kural vardır. Öğrenciler bölme işlemiyle bölümün ilk basamağını neden çarptıklarını bilmeden yaparlar. Parçalı çıkarma işlemleri öğrencilerin kafalarını karıştırır. Özellikle çarpım tablosunda eksiklikleri olan öğrencilerin bölme işleminde zorluk yaşayacaklarını belirtmişlerdir. Leung ve diğerleri (2006) alternatif bir bölme işlemi sunmuşlardır. Bölüneni daha küçük sayıların toplamı olacak şekilde parçalara ayırarak farklı bir metotla işlemleri yapmışlardır. Çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğinden fikir alarak bölme işlemini toplama işlemi üzerine dağıtmışlardır.  $24 \div 4$  işlemini önce  $(12+8+4) \div 4$ ’e çevirmişlerdir. Daha sonra 12, 8 ve 4’ü sırayla 4’e bölmüşlerdir. Elde ettikleri 3, 2 ve 1’i toplayarak bölümün 6 olduğunu bulmuşlardır. Geliştirdikleri metoda “Bölümün Parçalanması (Partition of Quotient)” ismini vermişlerdir. Böylece daha az kuralla uzun bölme işleminin gerçekleştirilebileceğini ifade etmişlerdir. Şekil 2.7.’de geleneksel bölme ve Şekil 2.8.’de bölümün parçalanması metoduyla bölme yöntemi örneği verilmiştir.

$$\begin{array}{r}
 216 \overline{) 8} \\
 \underline{16} \phantom{0} \\
 056 \\
 \underline{- 56} \\
 00
 \end{array}$$

Şekil 2.7. Geleneksel bölme örneği.

Not: Şekil örneği “Leung, L., Wong, R., & Pang, W. (2006). Departing from the traditional long division algorithm: An experimental study. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.527.6695&rep=rep1&type=pdf> sayfasından erişilmiştir.” künyeli çalışmadan alınmıştır.

$$\begin{array}{r}
 216 \overline{) 8} \\
 \underline{160} \phantom{0} \\
 056 \\
 \underline{- 16} \phantom{0} \\
 40 \\
 \underline{- 40} \\
 00
 \end{array}
 \quad
 \left. \begin{array}{l} 20 \\ 2 \\ 5 \end{array} \right\} 20+2+5=27$$

$$\begin{array}{r}
 216 \overline{) 8} \\
 \underline{80} \phantom{0} \\
 136 \\
 \underline{- 80} \phantom{0} \\
 56 \\
 \underline{- 48} \\
 08 \\
 \underline{- 8} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \left. \begin{array}{l} 10 \\ 10 \\ 6 \\ 1 \end{array} \right\} 10+10+6+1=27$$

Şekil 2.8. Bölümün parçalanması yöntemi ile bölme örnekleri.

Not: Şekil örneği “Leung, L., Wong, R., & Pang, W. (2006). Departing from the traditional long division algorithm: An experimental study. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.527.6695&rep=rep1&type=pdf> sayfasından erişilmiştir.” künyeli çalışmadan alınmıştır.

Khemani ve Subramanian (2012) öğrencilerin bölme işlemindeki rahatlıklarını ve anlamalarını ölçmek için  $609 \div 3$ ,  $360 \div 6$ ,  $512 \div 4$ ,  $399 \div 7$  ve  $348 \div 4$  sorularını altıncı sınıf öğrencilerine ön test olarak uygulamıştır. Öğrencileri A, B, C ve D olarak dört gruba ayırmışlardır. A en başarılılardan oluşurken, başarı durumu D’ye doğru giderek azalmaktadır. Daha sonra öğrencilerden 10’luk paketler halinde gruplanmış kibritleri kullanarak, 100’den az rastgele bir sayı seçip (bölünen) belirlenen sayıda kibrit kutusu tablalarına (bölen) çıkarmaları istenmiştir. Kibritler tablalar arasında eşit bir şekilde paylaştırılırken öğrenciler aynı zamanda işlemlerini bölme işlemi algoritmasına benzer bir şekilde kaydetmiştir. İşlem sonunda her bir tablada bulunan kibrit sayısı bölümü, dağıtılmayan kibritler ise kalanı ifade etmektedir. Bu yöntem kısmi bölüm yöntemi olarak adlandırılmaktadır. Çalışmada bölme algoritmasını kullanarak işlemleri yapamayan öğrencilerin çoğunun kibritleri tablolara çok kolay bir şekilde dağıtabildikleri görülmüştür. Çalışma boyunca öğrenciler basamak değeri hataları, bölümün maksimum yapılması probleminden kaynaklı hatalar olarak tespit edilmiştir. Kısmi bölümler yöntemini kullanarak

bölme işlemi yapan öğrencilerin bölmeyi anladıkları ve çok daha az hata ile bölme yaptıkları ortaya çıkmıştır.

Lee (2007) uygun pedagojik araçlarla ve özenle seçilmiş etkinliklerle, öğrencilerin geleneksel uzun bölme algoritması hakkında bir anlayış geliştirmelerine ve hesaplama yeterliliğine ulaşmalarına nasıl yardımcı olabileceğine dair bir örnek sunmuştur. Çalışma üç yıl boyunca yedi öğrenciyle yapılmıştır. Toplamda sekiz saat sürmüştür. Çalışma boyunca öğrenciler uzun bölme işleminin altındaki kavramsal anlamı içselleştirme sürecine aktif olarak katılarak basamak değeri, işlemlerin etkili gösterimi ve fiziksel modellerden kağıt üzerindeki uzun bölme algoritmasına geçiş hakkında tartışmalar yapmışlardır. Her dersten sonra öğrencilerin ne öğrendikleri, öğrenme sürecine nasıl katıldıkları, sınıf etkinliklerini nasıl hazırladıkları, öğretmen olarak öğrenciler anlamada zorluk yaşadığında verdiği tepkileri ve öğrencilerin öğretmenle ve kendi aralarındaki etkileşimleri kaydedilmiştir. Öğrencilerin ödevleri, bağımsız çalışmaları ve defterleri toplanarak öğrencilerin sınıf tartışmasında tam olarak gösteremedikleri bireysel performansları incelenmiştir. Öğrenciler birinci sınıfta basamak değerini öğrenirken normal müfredattan farklı olarak önce dörtlük, sonra beşlik ve en son onluk sistemi öğrenmişlerdir. İkinci ve üçüncü sınıfta ise normal müfredata benzer şekilde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme öğrenmişlerdir. Sekiz ders boyunca öğrencilerle sınıf içi tartışmalar yapılarak öğretim sağlanmıştır. Bu çalışmada ilk yıl öğretilen basamak değeri kavramı öğrencilerin iyi bir basamak değerini bilgisine sahip olmasını sağlayarak, öğrencilerde üçüncü yıl karşılaşılan bölme işlemi algoritmasını anlamalarını sağlamıştır. Ebeveynlerin de işlemleri kavramsal olarak bilmelerinin önemi ortaya çıkmıştır.

Burns (1991) üçüncü sınıf öğrencilerine ekim ayından aralık ayının ortasına kadar bölmeye nasıl giriş yapılacağı ile ilgili bir senaryo oluşturmuştur. Öğrencilere bazı problemler sorulmuş ve cevaplarını, kullandıkları yöntemleri açıklamalarını istenmiştir. Örneğin problemlerden birisi “okula yürüyen dört çocuk parlak kırmızı kumaştan yapılmış bir çuval buldu. İçinde harika bir mermer koleksiyonu vardı. Çocuklar çuvalı müdüre götürdü. Bir hafta sonra müdür, kimsenin mermerleri sahiplenmediğini, bu yüzden mermerleri alabileceklerini söyledi. Ayrıca mermerleri eşit şekilde paylaşmalarını söyledi. Mermerleri saydıklarında, çuvalda 54 mermerin bulunduğunu fark ettiler. Bu durumda her çocuğa kaç tane mermer düşer? dir. Üçüncü sınıf öğrencileri, problemde geçen dört öğrenciye 54 mermeri eşit şekilde bölmeye çalışırlar. Bir grup 54 küpü (mermerleri temsilen) birer birer sayarak 4 gruba ayırmıştır. Her öğrenciye 13'er tane küp verilmiştir. Kalan 2 küpü ise hasta olan arkadaşlarına fazladan vermişlerdir. Başka bir grup 54'ün içinde 4 tane onluk

olduğu için önce onları dağıtmış, daha sonra kalan 14'ü herkese 3'er tane dağıtmış, kalan 2 taneyi de bırakmışlardır. Böylece herkese 13'er bilye düşmüştür. Başka bir grup 54 tane bilye çizmiş ve her birini 1, 2, 3, 4 olarak numaralandırmıştır. 1'leri saymışlar ve her çocuğun 13 tane bilye aldığını görmüşlerdir. 2 tane bilye artmıştır. Diğer bir grup 54 yazmış, 12 çıkarmış, kalan 42'den tekrar 12 çıkarmış, kalan 30'dan 12 çıkarmış, kalan 18'den 12 çıkarmış, kalan 6'dan 4 çıkarmış ve elinde 2 kalmıştır. Kalan 2'yi yarım parçalara ayırmış ve elinde 4 parça oluşmuştur. Böylece herkese 13 tam 1 yarım düşmüştür. Burns (1991) her bir öğrencinin cevabını sınıfça dinlerken diğer öğrencilerin sadece farklı yöntemler duymadığını, aynı zamanda bölmenin değişik şekillerde yapılabileceğini de öğrendiklerini belirtmiştir.

Vula ve Berdynaj (2011), 58 sekizinci sınıf öğrencisi, üç öğretmen ve bir profesörle yürüttüğü çalışmada çarpma ve bölme işleminin öğretiminde farklı bir yaklaşım kullanılmışlardır. Çalışmada 18 Şubat-31 Mayıs arasında sınıf içi gözlem, görüşme ve çalışma kağıtları gibi farklı yöntemler kullanılarak eylem araştırması gerçekleştirilmiştir. Üç öğretmen iş birliği yapmış, öğrenme aktivitelerini beraber hazırlamış, öğrencilerini düzenli bir şekilde gözlemlemiş ve sonuçlarını ifade etmişlerdir. Araştırmanın amacı farklı sözel problemlerde öğrencilerin yaşadıklarını değerlendirmek, ayrıca öğrencilerin çarpma ve bölme arasındaki kavramsal ilişkiyi nasıl oluşturdukları ve akıl yürütme yeteneklerini nasıl geliştirdiklerini incelemektir. Araştırmada farklı öğretim yolları ve kaynaklar, uygun etkinlikler kullanmanın ve kişisel girişimlerini yönetmenin öğrencilerin temel kavramları oluşturmalarına ve geliştirmelerine yardımcı olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca çarpma ve bölmenin ayrı ayrı değil beraber öğretilmesine vurgu yapılmıştır.

Ruthven ve Chaplin (1997), hesap makinesinin öğrencilerin düşünce sistemlerinin güçlendirilmesini ya da yeniden düzenlenmesini destekleyerek kavramsal bir araç olarak görev yapabileceği fikrini incelemiştir. Çalışmada öğrencilerin bölme kavramı anlayışıyla hesap makinesinin bunu gerçekleştirmesi arasında bir uyumsuzluk olduğu ortaya çıkmıştır.

Camos ve Baumer (2015), bazı bilişsel yeteneklerin (çarpma bilgisi, dikkat ve görsel-uzamsal kapasite) 10 yaşındaki öğrencilere uzun bölme işlemlerini çözmede katkısını ve uzun bölmeyi zorlaştıran faktörleri araştırmıştır. Çalışmaya 27'si kız 56 öğrenci katılmıştır. Beşinci sınıf öğrencilerinden oluşan örneklem aynı şehirde bulunan orta sosyoekonomik seviyedeki üç Fransız şehir okulundan dört farklı sınıftan seçilmiştir. Öğrencilere altı farklı test uygulanmıştır. Testlerden birisi 21 tane uzun bölme işlemi oluşmuştur. Bu bölme işlemleri dört tiptir. Tip 1'de; bölen ve bölüm bir basamaklıdır. Tip 2'de; bölen bir, bölüm çok basamaklıdır. Tip 3'de; bölen çok basamaklı, bölüm bir basamaklıdır. Tip 4'de; hem

bölen hem bölüm çok basamaklıdır. Diğer bir testte öğrencilerin çarpma bilgilerini ölçmek için öğrencilere iki dakika içinde çözmeleri gereken 80 tane çarpma sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin dikkat kapasitelerini ölçmek için “d2” ve WISC’in (Wechsler Intelligence Scale for Children) alt testi olan “Cancellation” testi, görsel uzamsal planlama kapasitelerini değerlendirmek için de WISC’in alt testi olan Mazes ve KABC’ın alt testi olan “Rover” testleri uygulanmıştır. Analiz sürecinde önce öğrencilerin zorluklarını belirleyen işlemlerin özelliklerini belirlemişler, daha sonra öğrencilerin performanslarını ve işlemlerin özellikleri ile öğrencilerin potansiyellerini açıklayan bilişsel yetenekleri araştırmışlardır. Araştırma sonucunda çarpma bilgisi ve dikkat kapasitesi öğrencilerin bölmeleri çözmelerine katkıda bulunurken uzamsal kapasitesinin bir katkısı olmadığı görülmüştür. Ayrıca dikkat kapasitesi düşük olan çocuklar bölme işlemleri uzadıkça daha başarısız olmuşlardır. Öğrencilerin bölme işlemindeki performansları öğrencilerin çarpma, çıkarma ve toplama bilgileri ve bu bilgileri kullanabilmelerine bağlıdır. Çalışma bölme işlemi öğretilmeye başlandıktan bir yıl sonra bile öğrencilerin hala uzun bölme işlemlerinde zorluk yaşadıkları göstermiştir.

Bölme işleminin öğretimi ile ilgili yapılan araştırmalara bakıldığında somut yaşantılarla öğretim yapılan bilgi, kavrama, uygulama düzeyinde geleneksel yolla öğretim yapmaya göre daha etkili olduğu, öğretimin daha kalıcı ve daha fazla gerçekleştiği (Arsal, 2002); bölme işlemi öğretiminde edebi çalışmalar kullanmanın, geleneksel yöntemle öğretmeye göre başarıyı artırmada daha etkili olduğu (Ayvaz, 2010); beşinci sınıf doğal sayılarla işlemler konusunun öğretiminde matematiksel modelleme yönteminin kullanılmasının öğrenci başarısını olumlu etkilediği, öğrencilerin dersleri daha eğlenceli olarak nitelendirdiği ve konuların daha kalıcı öğrenildiğini ifade ettikleri, öğrencilerin en büyük eksiklerinin ise bölme işleminde ortaya çıktığı (Çiltaş ve Muşlu, 2016); geleneksel yöntemden farklı bir yöntem olan bölümü parçalama yöntemiyle bölme işlemi öğretiminin öğrencilerde daha az hataya sebep olduğu (Leung ve diğ., 2006); bölme işlemini kağıt üzerinde yapamayan öğrencilerin bile işlem somutlaştırıldığında yapabildiği, öğrencilerin basamak değeri hatası yaptıkları ve bölümü maksimum yapmaya çalışmada zorlandıkları, kısmi bölümler yöntemini kullanarak bölme işlemi yapan öğrencilerin bölmeyi anladıkları ve çok daha az hata ile bölme yaptıkları (Khemani ve Subramanian, 2012), öğrencilere basamak değeri kavramını normal müfredattan farklı olarak önce dörtlük, sonra beşlik ve en son onluk sistemi olarak öğretmenin öğrencilerde daha iyi bir basamak değeri bilgisi sağladığı, bunun da öğrencilerin bölme işlemi algoritmasını kolaylaştırdığı ve ebeveynlerin de işlemleri kavramsal olarak bilmelerinin önemli olduğu (Lee, 2007), öğrencilerin bölme işlemini farklı şekillerde yaptıkları ve birbirlerinin nasıl bölme işlemi yaptıklarını

dinlemelerinin bölme öğretimine katkı sağlayacağı (Burns, 1991); farklı öğretim yolları ve kaynaklar, uygun etkinlikler kullanmanın ve öğrencilerin kişisel girişimlerini yönetmenin öğrencilerin temel kavramları oluşturmalarına ve geliştirmelerine yardımcı olduğu; çarpma ve bölmenin ayrı ayrı değil beraber öğretilmesi gerektiği (Vula ve Berdynaj, 2011); öğrencilerin hesap makinesi kullanmaları ile bölme kavramını gerçekleştirmeleri arasında uyumsuzluk yaşandığı (Ruthven ve Chaplin, 1997); çarpma bilgisi ve dikkat kapasitesinin uzun bölme işlemine olumlu yönde bir katkısı bulunurken, görsel uzamsal kapasitenin bir katkısı bulunmadığı, öğrencilerin çarpma, çıkarma ve toplama bilgileri ve bu bilgileri kullanabilme durumlarının öğrencilerin bölme işlemindeki performanslarını etkilediği (Camos ve Baumer, 2015) sonuçlarına ulaşılmıştır.

### **2.2.2.2. Öğrencilerin bölme işleminde kullandıkları stratejiler ve modeller ile ilgili araştırmalar.**

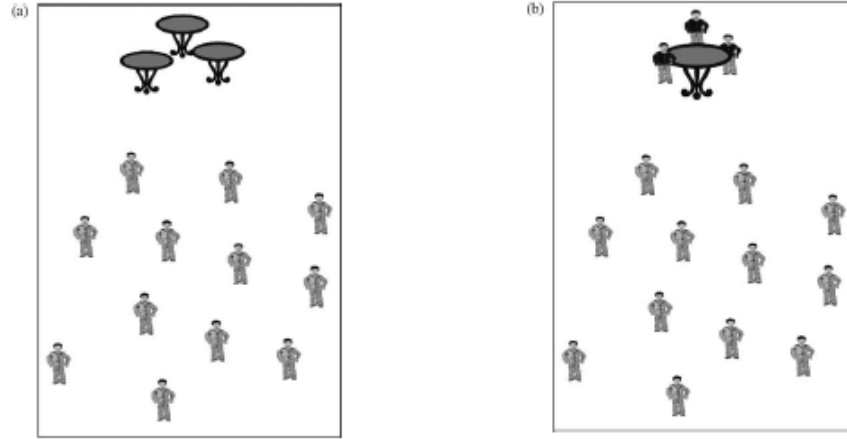
Robinson ve diğerleri (2006), öğrencilerin yaşa bağlı olarak basit bölme işlemlerini (örn:  $6 \div 2$ ,  $72 \div 9$ ) çözümede kullandıkları stratejilerin nasıl değiştiğini incelemiştir. Öğrenciler Kanada'da aynı şehirde bulunan üç okuldan seçilmiştir. Çalışmaya 32 dördüncü sınıf, 30 beşinci sınıf, 35 altıncı sınıf ve 25 yedinci sınıf öğrencisi katılmıştır. 32 tane bölme işlemi sorulmuştur. Bu sorular iki çeşittir. Yarıları  $4 \div 2$  ile  $81 \div 9$  arasında değişen bölme işlemleri, yarıları da bunların tersini içerir. Yani ilk kısımda  $6 \div 2$  varsa ikinci kısımda  $6 \div 3$  vardır.  $25 \div 5$  gibi sorular iki soru tipi arasında paylaştırılmıştır. Soruların bir yarısında küçük bir yarısında büyük sayılar kullanılmıştır. Küçük sayılar kullanılan sorularda bölünen 25'e eşit ya da 25'ten küçüktür. Büyük sayılar kullanıldığında ise 25'ten büyüktür. Öğrencilerden cevabı bulur bulmaz söylemeleri istenmiş ve hemen doğru ya da yanlış olarak kodlanmıştır. Boş cevaplar da yanlış olarak kodlanmıştır. Öğrencinin cevabından sonra çözüm stratejisini anlatması beklenmiştir. Araştırma sonucunda daha küçük çocukların büyük çocuklara göre daha yavaş işlem yaptığı, daha az sayıda doğru cevap verdiği ortaya çıkmıştır. Ayrıca sorudaki sayıların büyüklüğü de öğrencilerin hızını etkilemiştir. Daha küçük sayılı sorularda daha hızlı olmuşlardır. Dördüncü sınıftaki öğrenciler ağırlıklı olarak toplama stratejisi (bölünene ulaşana kadar bölüneni toplama) kullanırken beşinci sınıftan yedinci sınıfa kadar olan öğrenciler çarpma stratejisi (bölme işlemi çarpma işlemine çevirme) kullandıkları görülmüştür. Sınıflar genelinde hafızadan cevabı bulma artış göstermemiş ve baskın bir strateji olmamıştır. Öğrenciler tarafından kullanılan altı farklı strateji Tablo 2.3.'de verilmiştir.

Tablo 2.3. Basit Bölme İşlemleri İçin Stratejiler (Robinson ve diğ., 2006, s.230)

Strateji	Açıklama
Geri Alma	Cevabı bilme ve hafızadan direk geri alma (Örn: $24 \div 4$ : “Biliyorum, bölüm 6”)
Çarpma	Cevabı bulmak için ilgili çarpma işlemini kullanma (Örn: $24 \div 4$ : $? \times 4 = 24$ )
Toplama	Bölüneni bölüneni elde edene kadar toplamak ve kaç kez eklediğini aklında tutmak (Örn: $24 \div 4$ : $4+4+4+4+4+4$ )
Gruplama	Bölünenin içinde kaç tane bölünen grubundan olduğunu bulma (Örn: $12 \div 4$ : 4'lü gruplar yap ve her birine 12'ye ulaşana kadar bir ekle ve her gruptaki sayının toplamını bul)
Türetilmiş Kurallar/ Özel Numaralar	Problemi daha küçük ya da daha basit parçalara ayırma ya da sadece belirli problem durumlarında uygulanabilecek bir çözüm stratejisi kullanma (Örn: $24 \div 4$ : $24 \div 2 = 12$ ve $12 \div 2 = 6$ , bu yüzden $2 \times 2 = 4$ ) (Örn: $27 \div 3$ : $2+7=9$ bu yüzden cevap 9)
Diğer	Çıkarma, tahmin etme, kullanılan stratejiyi bilmeme ve uygun olmayan stratejileri içerir (Örn: $24 \div 4$ : $24-4-4-4-4-4$ ) (Örn: $24 \div 4$ : $24-4=20$ yani cevap 20)

Squire ve Bryant (2003) öğrencilerin bölme işlemi modellerini tespit etmek amacıyla 129 öğrenciyle deneysel bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmaya 27 anasını, 32 birinci sınıf, 33 ikinci sınıf ve 33 üçüncü sınıf öğrencisi katılmıştır. Öğrenciler asıl çalışmaya katılmadan önce bir ön test uygulanmıştır ve çalışmaya katılıp katılmayacakları bu test sonucuna göre belirlenmiştir. Ön testte her öğrenciye A4 kağıdı boyutunda bir kart verilmiştir. Kartın üzerinde dört tane 7 cm uzunluğunda özdeş kız vardır. Buna ek olarak öğrencilere şeker olarak düşünmeleri gereken sekiz tane yuvarlak kart verilerek, öğrencilerden bu şekerleri kızlara adil bir şekilde paylaşmalarını istenmiştir. Araştırmacı öğrencilere ilk kıza kaç şeker verdiğini, daha sonra şekerleri kapatıp çıkararak bu durumda diğer kızlara kaç tane şeker verildiğini sormuştur. Daha sonra çalışmada “baseline trial” olarak bahsedilen başka bir test verilerek bunun sonucuna göre de öğrenciler iki deney grubuna ayrılmıştır. “Baseline trial” ismi verilen temel testte ise  $12 \div 2$ ,  $12 \div 3$ ,  $12 \div 4$ ,  $12 \div 6$ ,  $15 \div 3$ ,  $15 \div 5$ ,  $18 \div 3$ ,  $18 \div 6$ ,  $20 \div 4$ ,  $20 \div 5$ ,  $24 \div 4$  ve  $24 \div 6$  olmak üzere 12 tane bölme problemi vardır. Problemler öğrencilere aynı sırayla sorulmuştur fakat bir grupta ilk altı soru eşit paylaşımı ilgili, kalan altı soru gruplamayla ilgiliyken diğer grupta tam tersidir. Bütün sorular A4 kağıdı üzerinde bir resimle sunulmuştur.  $12 \div 3$  için Şekil 2.9.(a) eşit paylaşımı ifade ederken, Şekil 2.9.(b) gruplamayı ifade etmektedir. Şekil 2.9.(a)' da 12 erkek resimde rastgele yerleştirilmiştir, kağıdın üstünde de üç tane masa vardır. Öğrencilerin masaların kenar sayılarından etkilenmemesi için özellikle daire şeklinde masalar tercih edilmiştir. Öğrencilere resimde kaç erkek olduğu, kaç masa olduğu sorulmuştur. Daha sonra ise her masaya eşit sayıda olacak şekilde oturduklarında her masada kaç erkek olur sorusu yöneltilmiştir. Erkeklerin sayısı bölünen, masa sayısı ise bölüneni ifade etmektedir. Şekil 2.9.(b)' de yine rastgele sayfaya

yerleştirilmiş 12 erkek vardır. Sayfanın üstünde ise bir masa etrafında oturan üç erkek vardır. Öğrencilere bu kez resimde kaç erkek olduğu ve masanın başında kaç erkek olduğu sorulmuştur. Daha sonra tüm erkeklerin oturması için kaç masaya ihtiyaç olduğu sorulmuştur. Bu kez erkeklerin toplam sayısı yine bölünenken, bir masanın başındaki erkek sayısı bölendir.

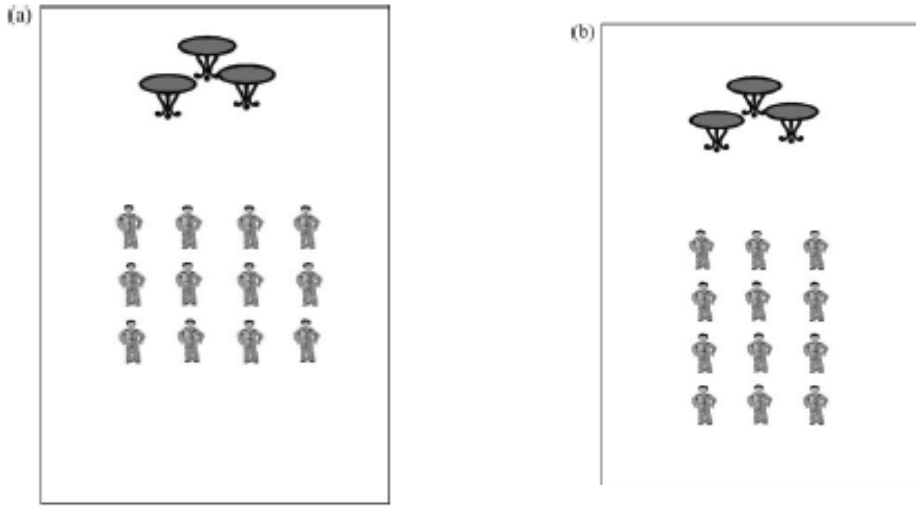


Şekil 2.9.  $12 \div 3$  problemi için (a) eşit paylaşım temel test örneği, (b) gruplama temel test örneği.

Not: Şekil örneği “Squire, S., & Bryant, P. (2003). Children’s models of division. *Cognitive Development*, 18(3), 355–376. doi: 10.1016/S0885-2014(03)00039-X” künyeli çalışmadan alınmıştır.

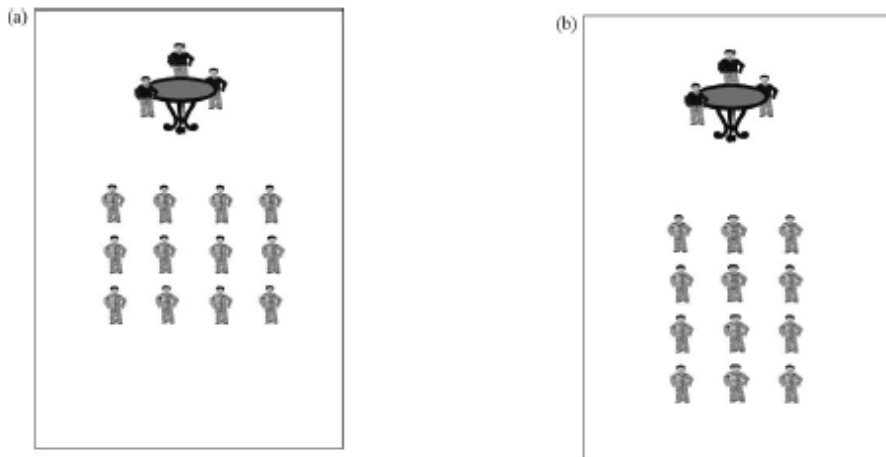
Deneyde kullanılan testte üç durum kullanılmıştır. Bunlar; “bölene göre gruplama”, “bölüme göre gruplama” ve “nötr”dür. Bu üç durumun değişik sıralamalarıyla öğrencilere 12 soru aynı sırada sorulmuştur. Örneğin  $12 \div 6$ ,  $18 \div 3$ ,  $20 \div 5$  ve  $20 \div 4$ ; bir gruba bölene göre gruplama, bir gruba nötr, bir gruba bölüme göre gruplama olarak oluşturulmuştur. Deneyde kullanılan testte her çocuğa ya eşit paylaşım ya da gruplama tarzı sorular sorulmuştur.  $12 \div 3$  için öğrencilerin yarısına Şekil 2.10.(a)’da görüldüğü gibi, diğer yarısına Şekil 2.10.(b)’de görüldüğü gibi Şekil 2.9.’a benzeyen bir resim sunulmuştur. Bu kez erkekler rastgele yerleştirilmemiştir. Şekil 2.10.(a)’da üç satır ve dört sütun bulunmaktadır. Satırların sayısı bölene vermektedir. Şekil 2.10.(b)’de ise dört satır ve üç sütun vardır ve sütunların sayısı bölene vermektedir. Her öğrenciye iki tane yatay çizginin, iki tane de dikey çizginin bölün olduğu sorular sorulmuştur. Öğrencilere eşit paylaşım problemleri için 12 erkeğin, üç masaya oturacakları; gruplama problemleri için de 12 erkeğin, her masada üç erkek olacak şekilde oturacakları söylenmiştir. Şekil 2.11.(a)’da ve Şekil 2.11.(b)’de öğrencilerin gruplandırma problemlerine verebilecekleri iki olası örnek verilmiştir.





Şekil 2.10.  $12 \div 3$  problemi için deneyde kullanılan testte eşit paylaşım örneği.

Not: Şekil örneği “Squire, S., & Bryant, P. (2003). Children’s models of division. *Cognitive Development*, 18(3), 355–376. doi: 10.1016/S0885-2014(03)00039-X” künyeli çalışmadan alınmıştır.



Şekil 2.11.  $12 \div 3$  problemi için deneyde kullanılan testte gruplama örneği.

Not: Şekil örneği “Squire, S., & Bryant, P. (2003). Children’s models of division. *Cognitive Development*, 18(3), 355–376. doi: 10.1016/S0885-2014(03)00039-X” künyeli çalışmadan alınmıştır.

Tarafsız durumda öğrencilere erkeklerin bulunduğu çizgilere bakmasını ve eşit paylaşım problemlerinde masa sayısını hatırlamasını, gruplamada ise her masada bulunan erkek sayısını hatırlamasını istenmiştir. Bölmele gruplamada öğrencilere bölme veren yatay ya da dikey çizgiyi göstererek masa sayısını ya da her masada bulunan erkek sayısını hatırlatmıştır. Bölümle gruplamada da öğrencilere bölümü veren yatay ya da dikey çizgiyi göstererek masa sayısını ya da her masada bulunan erkek sayısını hatırlatmıştır. Öğrencilerin hataları bölme hataları (bölüm yerine bölmenin cevap olarak verilmesi), bölünen hataları (cevap olarak bölünenin söylenmesi) ve diğer (cevap olarak başka bir sayının söylenmesi ya da cevap

verilmemesi) olmak üzere üçe ayrılmıştır. Temel testte öğrencilerin yaşı arttıkça daha iyi yaptıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca öğrenciler gruplamalı bölme eşit paylaşım göre daha iyi yapmışlardır. Deneyde kullanılan testte ise öğrencilerin başarısının yaşa bağlı olarak arttığı ve temel teste göre daha iyi puan aldıkları ortaya çıkmıştır. Öğrencilere eşit paylaşım problemlerinde bölene göre gruplama, bölüme göre gruplamaya göre daha kolay gelmiştir. Gruplama problemlerinde ise tam tersi olmuştur. Öğrenciler sorular somutlaştırıldığında bölünen, bölen ve bölüm arasındaki ilişkiyi daha yeterli ve esnek bir anlayışla kavramışlardır.

Mulligan ve Mitchelmore (1997), küçük çocukların çarpma ve bölme ile ilgili sezgisel modellerini tespit etmek amacıyla birbirini izleyen iki yılın Mart-Nisan ve Kasım-Aralık aylarında öğrencilerle ikinci ve üçüncü sınıftayken dört kez klinik görüşmeler yapmıştır. İlk görüşmeye 70 kız öğrenciyle başlamış, son görüşmeye 60 kız öğrenci katılmıştır. İlk görüşmede temel toplama ve çıkarma öğretilmiştir. Üçüncü ve dördüncü görüşmeler arasında öğrencilere temel çarpma kurallarını içeren çarpım tablosu öğretilmiştir. Öğrenciler 24 tane sözel problemi çözerken gözlemlenmiştir. Öğrencilerin verdiği doğru cevaplara göre 12 farklı hesaplama stratejisi belirlenmiş ve öğrencilerin kullandıkları sezgisel çarpma ve bölme modelleri gruplara ayrılmıştır. Çarpma ve bölme işlemleri için öğrencilerin kullandıkları üç temel model; doğrudan sayma, tekrarlı toplama ve çarpımsal işlemidir. Bir diğer model tekrarlı çıkarma ise sadece bölme işleminde kullanılmıştır. Çocukların herhangi bir problemi çözmek için kullandıkları modeller, probleme yükledikleri matematiksel yapıyı yansıttığı görülmüştür.

Doruk ve Doruk (2019), durum çalışması uygulayarak yaptıkları nitel çalışmada ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin çarpma ve bölme işlemine yönelik kurdukları problemleri analiz etmişlerdir. Ve öğrencilerin bu işlemlere yükledikleri anlamların özelliklerini ortaya çıkarmışlardır. Çalışma grubunu ikinci yazarın çalıştığı devlet okulunda bulunan 95 beşinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Çalışmada 12 öğrenciyle yapılan görüşmelerden elde edilen veriler kullanılmıştır. Veriler yarı yapılandırılmış görüşmelerle öğrencilerin kurdukları yapılandırılmış problemlerden elde edilmiştir. Öğrencilerden “ $12 \times 3$ ” ve “ $12 \div 3$ ” için istedikleri kadar problem kurmaları istenmiştir. Öğrencilerin çoğunun çarpma işlemiyle ilgili uygun problemler kurabilirken bölme işlemi ile ilgili problem kurmada zorluk yaşadıkları görülmüştür. Öğrencilerden beşi bölme işlemiyle ilgili problem kuramazken, problem kurabilen öğrencilerin yarısının kurdukları problemlerin ise matematiksel olarak problem özelliği taşımadığı tespit edilmiştir. Matematiksel olarak problem özelliği taşıyanlar ise ağırlıklı olarak eşit paylaşım anlamıyla alakalıdır. Çarpmanın tersi ve oranı kullanan da

olmuştur. Hiçbir öğrenci tekrarlı çıkarma yapısına uygun problem kuramamıştır. Eşit paylaşım kavramı kullanan öğrencilerden 10'u bunu yanlış uygulamıştır. Öğrencilerin bölme işlemiyle alakalı anlayışlarında güçlükler yaşadıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin bölme işlemlerinde problem kurmada daha başarısız olma sebebi ise bölme işleminin çarpma işlemi de içermesi olabileceği araştırmacılar tarafından da vurgulanmıştır. Ayrıca öğrencilerin bölme işlemlerini tekrarlı çıkarma, bölünme, işlemsel algoritma ve küçültme olarak ifade etmişlerdir.

Öğrencilerin bölme işleminde kullandıkları modeller ve stratejiler ile ilgili araştırmalarda öğrencilerin bölme işlemlerini geri alma, çarpma, toplama, gruplama, türetilmiş kurallar/özel numaralar ve diğer yöntemler stratejilerini kullanarak yaptıkları, dördüncü sınıfta toplama stratejisi baskınken beşinci sınıftan yedinci sınıfa kadar çarpma stratejisinin baskın olduğu (Robinson ve diğ., 2006); öğrencilerin yaşa bağlı olarak bölme işlemlerinde başarılarının arttığı, gruplamalı bölmede eşit paylaşımına göre daha iyi oldukları, sorular somutlaştırıldığında öğrencilerin bölünen, bölen ve bölüm arasındaki ilişkiyi daha iyi kavradıkları (Squire ve Bryant, 2003); öğrencilerin herhangi bir problemi çözmek için probleme yükledikleri matematiksel yapıya bağlı olarak bölme işlemlerini yaparken doğrudan sayma, tekrarlı toplama, çarpımsal işlem ve tekrarlı çıkarma modellerini kullandıkları (Mulligan ve Mitchelmore, 1997); ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin çarpma ve bölme işlemine yönelik kurdukları problemlerde öğrencilerin bölmeyle ilgili problem kurarken daha çok zorlandıklarını ve bölme işlemlerine eşit paylaşım, çarpmanın tersi ve oran anlamları yüklediklerini, bölme işleminin çarpma işlemi de içermesinin öğrencilerin bölme işlemlerinde zorlanmalarının bir sebebi olabileceği (Doruk ve Doruk, 2019) ortaya çıkmıştır.

### **2.2.2.3. Öğrencilerin bölme işleminde yaşadıkları zorluklar, yaptıkları hatalar ve sahip oldukları kavram yanılgıları ile ilgili araştırmalar.**

Wallace (1984) 140 üçüncü, beşinci ve sekizinci sınıf öğrencisiyle gerçekleştirdiği çalışmada öğrencilerin tam sayılarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinde yaptıkları hata kalıplarını karşılaştırmıştır. Çalışmada en yaygın hatalar temel toplama ve çarpma kurallarını bilmeme, basamak değeri ve numaralandırmayı anlamama, çıkarma ve yeniden gruplandırmada karışıklıktır. Öğrencilerin hatalarının ilerleyen sınıf seviyelerinde de devam ettiği görülmüştür. Bölme işlemlerinde 0'ı ihmal ettikleri, kalanlı bölmelerde zorlandıkları, basamak değeri ile ilgili kavram yanılgılarının 5. sınıftan 8. sınıfa artarak

devam ettiği tespit edilmiştir. Bu süreklilikten dolayı da öğretmenlerin hataları önlemek ve düzeltmek için bilinçli bir şekilde gerekli önlemleri almaları gerektiği ortaya çıkmıştır.

Doğan (2002), tarama modeli ve görüşme tekniği kullanarak yaptığı çalışmasında I. kademe öğrencilerinin doğal sayılarla dört işlemde yaptıkları hata türlerini incelemiştir. Çalışmaya Gazi Üniversitesi Vakfı Özel İlköğretim Okulu'nda öğrenim gören ikinci ve üçüncü sınıf öğrencilerinde rasgele seçilen 90 öğrenci katılmıştır. Araştırmacı veri toplama aracı olarak çeşitli kaynaklardan yararlanarak oluşturduğu 80 toplama, 87 çıkarma, 76 çarpma ve 80 bölme sorusu bulunan soru kağıtları hazırlamıştır. Her işlem için birer ders saati ayrılarak sınıf içerisinde sorular çözdürülmüştür. Öğrencilerin en çok hata yaptığı 10 bölme işlemi tezinde açıklamıştır.  $9765 \div 25$  işlemi en çok hata yapılan sorudur ve öğrenciler bölümü 390 yerine 39 bulmuştur. Sonraki  $243 \div 4$ 'tür. Öğrenciler bölümü 60 değil 6 bulmuştur. En çok hata yapılan 3. soru  $721 \div 3$ 'tür. Hata bölümün 240 değil 24 bulunmasıdır. Diğer soru  $1250 \div 8$ 'dir. Öğrenciler birler basamağındaki 0'ı yok sayıp bölümü 15, kalanı da 5 bulmuşlardır. En çok hata yapılan beşinci soru  $624 \div 3$ 'tür. Hata yapan öğrenciler bölümü 208 değil 28 bulmuşlardır. Altıncı soru  $6012 \div 6$ 'dır. Öğrenciler yüzler basamağındaki 0'ı aşağı indirip bunun için bölüme 0 yazmışlar ama onlar basamağındaki 1 için bölüme 0 yazmamışlardır. Bölümü 1002 değil 102 bularak hata yapmışlardır.  $3032 \div 6$  işleminde ise onlar basamağındaki 3 için bölüme 0 yazmayarak bölümü 505 değil 55 bulmuşlardır. En çok hata yapılan sekizinci soru  $1850 \div 6$ 'dır. Hata yapan öğrenciler yine onlar basamağındaki 5 için bölüme 0 yazmamış ve bölümü 308 değil 38 bulmuşlardır. Dokuzuncu soru  $915 \div 35$ 'tir. Öğrenciler işleme doğru şekilde başlamış fakat 91'den 70 çıkardıklarında kalan 21'in yanına 5'i indirdiklerinde oluşan yeni sayı 215'tir. 215'in içinde kaç defa 35 olduğunu bulmakta zorlanmışlardır. Bazı öğrenciler ise bölüneni sadece 3 gibi algılayarak işleme 9'un içinde 3 arayarak başlamışlardır. En çok hata yapılan 10. soru  $1756 \div 8$ 'dir. Bazı öğrenciler işleme doğru başlamış 17'den 16 çıkarmışlar ve kalan 1 olmuştur. 1'in yanına 5'i aşağı indirdiklerinde bazıları 15'in içinde kaç defa 8 olduğunu bulamazken bazıları 15'in yanına 6'yı da indirmiş ve 156'nın içinde 8 aramışlardır. Bir kısmı ise 18'in içinde bir defa 8 olduğunu bulmuş fakat kalan 7'nin yanına birler basamağındaki 6'yı indirmeyi unutmuştur. Araştırma sonucunda bölme işleminde öğrencilerin basamak değerini doğru kullanamadıkları için hata yaptıkları, bölünenin iki veya daha fazla basamaklı bir sayı olduğunda hata oranının arttığı, bölünenin hangi basamağında bölünen kaç defa olduğu sırayla gideceği düşüncesiyle öğrencilerin hata yaptıkları ortaya çıkmıştır.

Varol ve Kubanç (2015), ilkokul ikinci ve üçüncü sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren aritmetik sözel problemlerde yaşamış olduğu kavram yanlışlarını ve yapmış

olduğu hataları nedenleriyle birlikte tespit etmeye çalışılmışlardır. Bir okulda bulunan üçüncü sınıfların tamamıyla (265 öğrenci) yürütülen çalışmada doküman incelemesi tekniği ile hatalar tespit edilmiş, öğrencilerle klinik görüşmeler yapılarak da hataların nedenlerini tespit edilmiştir. Veriler öğrencilerin verdikleri doğru, yanlış ve boş cevap durumlarına göre sınıflandırılıp yanlış cevaplar araştırmacının belirlediği dört hata çeşidine göre sınıflandırılmış ve betimsel analiz yapılmıştır. Her yapılan hatanın nedeni araştırılmıştır. Öğrencilerin bu çalışmada karşılaştıkları problemlerde çoğunlukla problemlerde bazı anahtar sözcükler aradıkları ve işlemlerini bu anahtar sözcüğe dayanarak seçtikleri, bölme işlemini seçen öğrencilerde ise toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinde kullanılan işleme sağdaki basamaktan başlama ve toplama ve çıkarma işleminde yapılan aynı basamaklar arasında işlem yapılır kuralını bölme işleminde de uygulamaya çalışma en sık görülen hatalar arasındadır. Öğrencilerin toplama, çıkarma ve çarpma işlemine ait kuralları birbirine karıştırdıkları ve bu kuralları yanlış ezberledikleri için bölme işleminde zorluk yaşadıkları görülmüştür. En çok kullandıkları çözüm yöntemleri ileriye ve geriye doğru saymadır. Fakat bu yöntemde de nerede başlayıp, nerede duracaklarını bilmedikleri için yine hata yapmışlardır.

Brandt, Bassoi ve Baccon (2016), 6. sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinde yaşadıkları zorlukları tespit etmek amacıyla 30'ar kişilik dört sınıftan oluşan toplamda 120 altıncı sınıf öğrencisiyle nitel bir çalışma yapmıştır. Öğrencilere toplama, çıkarma, çarpma ve bölme içeren 10 soru sorulmuştur. Öğrencilerin yaptıkları hatalar doğal ve yaygın hatalar olarak sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerinde basamak değerini yanlış anlamlandıkları, toplama, çıkarma, çarpma ve bölmenin görevlerini anlamadıkları ve eski yazının işlemleri yaparken hatalara sebep olduğu görülmüştür.

Yorulmaz (2018), nitel bir yöntem olan eylem araştırması ile yaptığı çalışmasında ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinde yaptıkları hataları gidermek için gerçekçi matematik eğitiminin etkililiğini incelemiştir. Ölçüt örnekleme yöntemi ile çalışma grubu oluşturulmuştur. Beş kız, beş erkek öğrenci seçilmiştir. Çalışmada öğrencilerin hatalarını gidermek için gerçekçi matematik eğitimi kullanılmıştır. Öğrencilerin toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinde yapılan hatalar tespit edilerek, hataların giderilmesi sırasında öğrencilerin gelişimleri takip edilmiş ve hataların giderilme durumları belirlenmiştir. Araştırmada öğrencilerin çarpma ve bölme işlemlerinde toplama ve çıkarma işlemlerine göre daha fazla hata yaptıkları görülmüştür. Hataların ise işlemsel, kavramsal ve problem durumunu matematiğe aktaramamaktan

kaynaklandığı belirtilmiştir. Toplama işleminde öğrenciler toplama işlemi yerine çıkarma işlemi yapmaktan, eldeli toplamalardan, toplamaya ilişkin durumu anlamamaktan ve ritmik saymadan kaynaklı hatalı yapmaktadır. Çıkarma işleminde onluk bozmadan, çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yapmaktan, çıkarma işlemine ilişkin problem durumunu anlamamaktan, küçük sayıda yer alan büyük rakamdan büyük sayıdaki küçük rakamı çıkarmaktan kaynaklı hatalar yapılmıştır. Çarpma işleminde çarpma ile ilgili kavramların anlamlarını bilmemekten, çarpma ile ilgili problem durumunu anlamaktan ve işlemsel hatalardan kaynaklı hatalar yapılmıştır. Öğrenciler bölme işlemlerinde bölünen, bölen, bölüm ve kalan kavramlarından, bölme sıfır kullanımından, işlemin devam ettirilememesinden ve bölmeye ilişkin problem durumunu anlatamamaktan kaynaklı hatalar yapmışlardır. Araştırmacıya göre öğrencilerin yaptıkları hatalar bu kavramların öğrenilememesi ya da karıştırılmasından kaynaklanmaktadır. Ayrıca bölme işleminin elemanları olan bölünen, bölen, bölüm ve kalan öğrenciler için soyut kaldığından da öğrencilerin hata yaptığını ifade etmiştir. Gerçekçi matematik eğitimi etkinlikleri sonucunda öğrencilerin hata düzeylerinin düştüğü ortaya çıkmıştır.

Sidekli, Gökbulut ve Sayar (2013), ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlem konusunda yaşadıkları güçlükleri gidermek amacıyla eylem araştırması yapmıştır. 20 maddeden oluşan bir başarı testiyle öğrencilerde var olan işlem hataları tespit edilmiştir. Öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemine göre çarpma ve bölme işlemlerinde daha çok hata yaptıkları ve bu hatalarının da asıl nedeninin toplama ve çıkarma işlemlerinde de hata yapmaları olduğu görülmüştür. Öğrenciler sahip oldukları matematiksel kavram yanlışlarından dolayı toplama ve çıkarma işlemlerini de hatalı yapmışlardır. Araştırmacılar uygulama boyunca öğrencilerle toplama işleminde kafes yöntemi, kafes çarpım, yarılama ve katlamayla çarpım ve kolay çarpma metotları ile düzenlenmiş sınıf içi etkinlikler yapmışlardır. Öğrencilerin toplama işleminde “elde” ile ilgili işlem hataları yaptıkları, çıkarma işleminde “onluk bozma” ile ilgili, çarpma işleminde toplama işleminde hata yaptıkları için hiçbir soruya cevap veremedikleri ve çarpma işleminin toplama işleminin kısa yolu olduğu kazanımını kazanmadıkları, bölme işleminde çarpma işlemini yapamadıkları ve çıkarma işleminde problem yaşadıkları için hata yaptıkları gözlemlenmiştir. Araştırmacı modelleme yöntemi kullanarak öğrencilerin çarpma ve çıkarma işlemlerindeki başarılarının artmasını sağlamış böylece bölme işlemindeki başarılarının artmasına da neden olmuştur.

Yorulmaz ve Önal (2017), ilkokul öğrencilerinin dört işlemde yaptıkları hatalarla ilgili sınıf öğretmenlerinin görüşlerini incelemiştir. Nitel bir araştırmadır ve 48 sınıf öğretmeninden yarı yapılandırılmış görüşme formları ile veri toplanmıştır. Araştırmada açık

uçlu soruların olduğu formlarda öğretmenlere sorulan sorulardan bazıları “1) Öğrencilerin toplama işleminde yaptıkları hatalar nelerdir? Ne tür hatalarla karşılaştınız? 2) Öğrencilerin hatalarının nedenleri nelerdir? Neden bu hataları yapıyorlar? 3) Öğrenciler tarafından yapılan bu hataların çözümü hakkında ne yaptınız? Ne tür bir çözüm teklifi buldunuz?” dur. Öğrencilerin ondalık basamakları toplama, çıkarma ve çarpma ve bölme işleminde 0 kullanma konusunda daha fazla hata yaptıkları bulunmuştur. Öğrencilerin toplama işleminde yaptıkları en yaygın dört hata eldeyi eklemeyi unutma, basamakları alt alta yazamama, ritmik saymada zorluk ve sonuca eldeyi eklememedir. Çıkarma işleminde yaptıkları en yaygın altı hata ise onlukları bozamama, onlar basamağından onluk aldığı unutma, çıkan sayı daha büyük olduğunda çıkandan eksilene çıkarma, basamaklardan ve onluklardan onluk alındığında basamaklara geçirme, iki ya da üç tane basamağında 0 olan bir sayıdan çıkaramama, geriye doğru ritmik sayamamadır. Çarpma işleminde yaptıkları en yaygın beş hata iki basamaklı çarpmada sayıları kaydırmama, çarpmada basamakları unutma, ritmik sayamama, toplamayı çarpmaya aktaramama ve çarpmadaki basamakların sırasını karıştırmadır. Bölme işleminde yaptıkları en yaygın hatalar bölüme 0 eklemeyi unutma, çıkarma işlemini en büyük basamak tarafından değil de birler basamağı tarafından yapma, bölünenin içinde kaç tane bölen olduğunu bulduktan sonra çarpma yapmadan bölüme sayıyı tam olarak yazma, birler basamağından bölmeye başlama, bölen basamakta yoksa diğer basamakla birleştiremememe, işlemi yarım bırakma, kalanın içinde bölen ararken hata yapma, çarpma ile ilgili alt işlemlerde hata yapma, geriye doğru ritmik sayamama, birler basamağına çarpımı yazmadır.

Windsor ve Booker (2005), kavramsal anlamının bölme işlemini anlamının gelişmesinde gerekli olduğu fikrini incelemek için tarihsel yaklaşımları araştırmıştır. Bölme kavramı ve algoritması öğretilirken kullanılan uygunsuz dil öğrencilerin kafasını karıştırır ve bölme kavramını öğrenmelerini zorlaştırır. Öğrencilerin yaşadıkları üç yaygın hataya örnek vermişlerdir. Bu hatalardan ilki algoritmaya 0'ı kaydetmeyle ilgilidir.  $8425 \div 6$  işleminde öğrenciler bölümü 1404 yerine 144, kalanı 1 bulmuşlardır. İkinci örnekte öğrenciler bölme işlemi ile ilgili kuralları bilse de basamak değeri ve basamakları yeniden adlandırma konusunda zorluk yaşadıkları için işlemlerini doğru bir şekilde yapamamaktadırlar.  $2721 \div 3$  işleminin sonucunu 907 değil 97 bulmuşlardır. Üçüncü örnekte ise öğrenciler  $4731 \div 3$  işleminde bölüneni 1577 bulmuştur ama işlemlerini kağıda dökerken başarısız olmuşlar ve basamak değeri konusunda da bilgi eksiklikleri olduğu ortaya çıkmıştır. Bu örneklere göre öğrencilerin bölme işlemi algoritmasından önce 0, basamak

değeri ve basamakları yeniden adlandırma bilgilerinin tam olması onların işlemi başarılı bir şekilde yapmalarını sağlar.

Öğrencilerin bölme işleminde yaşadıkları zorluklar, yaptıkları hatalar ve sahip oldukları kavram yanlışları ile ilgili araştırmalarda öğrencilerin en yaygın hatalarının temel toplama ve çarpma kurallarını bilmeme, basamak değeri ve numaralandırmayı anlamama, çıkarma ve yeniden gruplandırmada karışıklık olduğu, bölme işlemlerinde 0'ı ihmal ettikleri, kalanlı bölmelerde zorlandıkları, basamak değeri ile ilgili kavram yanlışlarının 5. sınıftan 8. sınıfa artarak devam ettiği (Wallace, 1984); öğrencilerin basamak değerini doğru kullanmadıkları için hatalar yaptıkları, bölünenin basamak sayısı arttıkça hata oranının arttığı ve bölünenin hangi basamağında bölünen kaç defa olduğu sırayla gideceği düşüncesiyle hata yaptıkları (Doğan, 2002); öğrencilerin karşılaştıkları problemlerde bazı anahtar sözcükler aradıkları ve hangi işlemi seçeceğine bu anahtar sözcüğe dayanarak karar verdiği, bölme işlemini seçen öğrencilerde ise toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinde kullanılan işleme sağdaki basamaktan başlama ve toplama ve çıkarma işleminde yapılan aynı basamaklar arasında işlem yapılır kuralını bölme işleminde de uygulamaya çalışmanın en sık görülen hatalar arasında olduğu, öğrencilerin toplama, çıkarma ve çarpma işlemine ait kuralları birbirine karıştırdıkları ve bu kuralları yanlış ezberledikleri için bölme işleminde zorluk yaşadıkları (Varol ve Kubanç, 2015); öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerinde basamak değerini yanlış anlamlandırmalarının; toplama, çıkarma, çarpma ve bölmenin görevlerini anlamamalarının ve eski yazının işlemleri yaparken hatalara sebep olmasının öğrencilerin dört işlemde zorlanmalarına sebep olduğu (Brandt ve diğ., 2016); öğrencilerin bölünen, bölün, bölüm ve kalan kavramlarını bilmemekten, bölmede 0 kullanımından, işlemin devam ettirilememesinden ve bölmeye ilişkin problem durumunu anlatamamaktan kaynaklı hatalar yaptıkları, yaptıkları bu hataları da kavramları öğrenemedikleri ya da karıştırdıkları için yaptıkları, bölme işleminin elemanları olan bölünen, bölün, bölüm ve kalan öğrenciler için soyut kaldığından da öğrencilerin hata yaptığını, gerçekçi matematik eğitimi ile dört işlem öğrendiklerinde hatalarının azaldığı (Yorulmaz, 2018); öğrencilerin çarpma ve çıkarma işlemlerini yapamadıkları için bölme işlemlerinde de hata yaptıkları (Sidekli ve diğ., 2013); öğrencilerin bölme işlemlerinde en çok yaptıkları hataların bölüme 0 eklemeyi unutma, çıkarma işlemini en büyük basamak tarafından değil de birler basamağı tarafından yapma, bölünenin içinde kaç tane bölün olduğunu bulduktan sonra çarpma yapmadan bölüme sayıyı tam olarak yazma, birler basamağından bölmeye başlama, bölün basamakta yoksa diğer basamakla birleştiremememe, işlemi yarım bırakma, kalanın içinde bölün ararken hata yapma, çarpma ile ilgili alt işlemlerde hata yapma, geriye doğru ritmik sayamama, birler basamağına



çarpımı yazma olduğu (Yorulmaz ve Önal, 2017), öğrencilerin bölüme 0'ı kaydedemedikleri, basamak değeri ve basamakları yeniden adlandırma konusunda zorluk yaşadıkları, işlemleri kağıda dökmede başarısız oldukları ve basamak değeri kavramıyla ilgili bilgilerinin eksik olduğu (Windsor ve Booker, 2005) sonuçlarına ulaşılmıştır.

Bölme işlemi öğrenciler için öğrenmesi zor olduğu gibi, öğrencilere bölme kavramını ve bölme algoritmasını öğretmek öğretmenler için de her zaman zor olmuştur (Leung ve diğ., 2006). Yapılan araştırmalara bakıldığında bölme işleminde öğretmen adaylarının ve öğrencilerin zorluk yaşadıkları tespit edilmiş ama bölme işleminde yaşanan zorluklarla ilgili detaylı bir araştırma yapılmamıştır. Camos ve Baumer'e (2015) göre de bölme işlemi, dört işlem arasında en zor olanı olarak bilinse de üzerinde az araştırma yapılmıştır. Araştırmacı da öğrencilerin öğrenmelerini daha iyi bir hale getirmek için bu alanda bir araştırma yapmaya karar vermiştir.

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM: YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın deseni, çalışma grubu, veri toplama araçları, pilot uygulama, veri toplama süreci, verilerin analizi, geçerlik ve güvenirlik ve araştırmacının rolü detaylı bir şekilde anlatılmıştır.

### 3.1. Araştırma Deseni

Araştırmada 5. sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme işleminde yaşadığı zorluklar ve bu zorlukların nedenleri üzerine çalışılmıştır. Araştırma nitel olarak sürdürülmüştür. “Nitel araştırma; gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma olarak tanımlanabilir” (Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.45). Nitel araştırmanın temellerini oluşturan disiplinlerin ortak noktası, insan davranışlarını kendi doğal ortamında ve her yönüyle anlamaya çalışmayı amaçlamasıdır. Doğal ortam, araştırmada elde edilecek detaylı bilginin, birebir insanlarla konuşularak ve davranışları gözlemlenerek elde edilmesidir. İnsan davranışı en iyi bulunduğu ortamda anlaşılabilir. Nitel araştırmalarda araştırmaya katılanların görüş ve deneyimleri çok önemlidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Araştırma; nitel araştırmanın özelliklerinden olan doğal ortam, araştırmacının kendisinin verileri toplaması ve çoklu veri kaynağı kullanılmasını sağlamaktadır. Araştırma öğrencilerin öğrenim gördükleri okulda yapılmıştır, veriyi toplayan araştırmacının kendisidir. Çoklu veri kaynağı olarak da araştırmacı yarı yapılandırılmış görüşme, gözlem, ses kaydı ve doküman kullanmıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. “Durum çalışması ‘nasıl’ ve ‘niçin’ sorularını temel alan, araştırmacının kontrol edemediği bir olgu ya da olayı derinliğine incelemeye olanak tanıyan araştırma yöntemidir” (Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.313). Merriam (2015), durum çalışmasını “sınırlı bir sistemin derinlemesine betimlenmesi ve incelenmesi” (s.40) olarak tanımlamıştır. Yıldırım ve Şimşek (2013) izlenmesi gereken sekiz aşamayı; “araştırma sorularının geliştirilmesi, araştırmanın alt problemlerinin geliştirilmesi, analiz biriminin saptanması, çalışılacak durumun saptanması, araştırmaya katılacak bireylerin seçimi, verinin toplanması ve toplanan verinin alt problemlerle ilişkilendirilmesi, verinin analiz edilmesi ve yorumlanması, durum çalışmasının raporlaştırılması” (s.317) olarak listelemiştir. “5. sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme işleminde yaşadığı zorluklar ve bu zorlukların nedenleri” probleminde durum çalışmasına uygun olarak araştırmacı kontrol altında tutamadığı bir durumu nedenleriyle beraber araştırmıştır. Daha ayrıntılı bilgiler elde edebilmek için de problem iki

alt probleme ayrılmıştır. İlki “5. sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme işleminde yaşadığı zorluklar nelerdir?”, ikinci ise “5. sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme işleminde yaşadığı zorlukların nedenleri nelerdir?” olarak belirlenmiştir. Analiz birimi beşinci sınıf öğrencilerinin bölme işlemlerinde yaşadıkları zorluklar ve bu zorlukların nedenleridir. Çalışılacak durum ise araştırmacının çalıştığı okulda öğrenim gören beşinci sınıf öğrencileridir. Daha sonra araştırmacı istediği şartları sağlayan, araştırmasına katkı sağlayacak öğrencileri seçmiştir. Ardından veriler toplanarak, toplanan veriler alt problemlerle ilişkilendirilmiştir. Durum çalışmalarında veri tabanını zenginleştirmek için birden fazla yöntem kullanılır ve araştırmacı buna uygun olarak katılımcı gözlem, görüşme, doküman incelemesi ve ses kayıtlarını kullanmıştır. Veriler analiz edilirken araştırmacı ilgili alanyazını etkili bir şekilde kullanmıştır. Son olarak da geniş açıklama ve betimlemelerle durum çalışması raporlaştırılmıştır. Çalışmaya altı öğrenci katıldığı için iç içe geçmiş çoklu durum deseni kullanılmıştır. Öğrencilerin yaşadıkları zorlukları tespit edebilmek için yarı yapılandırılmış görüşme tekniği kullanılmıştır. Görüşmeler birebir yapılmıştır. Görüşme soruları araştırmacının kendisindedir ve öğrencilere yaptıkları işlem durumlarına göre sözlü olarak yöneltilmiştir.

### 3.2. Çalışma Grubu

Araştırmacı çalışmayı Afyonkarahisar ili Sandıklı ilçesinde bulunan kendi çalıştığı devlet okulunda öğrenim gören beşinci sınıf öğrencilerinin hepsine uygulamıştır. Okulda bulunan iki şube de çalışmaya katılmış ve uygulamaya katılan öğrencilerin cinsiyete göre dağılımı Tablo 3.1.’de verilmiştir.

*Tablo 3.1. Uygulamaya Katılan Öğrencilerin Cinsiyete Göre Dağılımı*

		Kız	Erkek	Toplam
Öğrenci Sayısı	5-A	9	8	17
	5-B	9	8	17
	Toplam	18	16	34

Uygulamaya katılan öğrencilerin cevapları “Doğru (D)”, “Önce Yanlış Sonra Doğru (ÖYSD)”, “Sonuç Doğru İşlem Yanlış (SDİY)”, “Boş (B)” ve “Yanlış (Y)” olarak kategorilere ayrılmıştır. Doğru cevaplar öğrencinin bölme işleminin bütün aşamalarını doğru bir şekilde yapmasını, önce yanlış sonra doğru cevaplar öğrencilerin önce yanlış cevaplar verdikleri daha sonra ise araştırmacının sorduğu soruları yanıtlarken ya da öğrenci kendiliğinden farkına vararak doğru cevapları buldukları işlemleri, boş cevaplar öğrencinin hiç işlem yapamadığı durumları, yanlış cevaplar ise öğrencilerin işlemi yanlış yaptıkları ya da işleme başlayıp yarım bıraktıkları durumları ifade etmektedir. Tablo 3.2.’de uygulamaya katılan 34 öğrencinin yanıtlarının doğruluk durumuna göre dağılımı verilmiştir.

Tablo 3.2. Uygulamaya Katılan Öğrencilerin Yanıtlarının Doğruluk Durumuna Göre Dağılımı

Öğrenci Numarası	D	ÖYSD	SDİY	B	Y
1	9	3	0	0	0
2	11	1	0	0	0
3	12	0	0	0	0
4	9	2	0	0	1
5	9	1	0	0	2
6	12	0	0	0	0
7	9	1	0	0	2
8	10	1	0	0	1
9	9	2	0	0	1
10	7	3	0	0	2
11	9	3	0	0	0
12	1	1	0	0	10
13	5	0	0	0	7
14	5	0	1	0	6
15	-	-	-	-	-
16	3	0	0	1	8
17	7	1	0	0	4
18	3	0	2	0	7
19	1	0	1	0	10
20	1	0	0	0	11
21	9	3	0	0	0
22	8	0	1	0	3
23	9	3	0	0	0
24	6	2	0	0	4
25	10	0	0	0	2
26	3	1	0	0	8
27	11	0	0	0	1
28	5	0	0	0	7
29	3	0	0	8	1
30	7	1	0	0	4
31	3	1	0	0	8
32	9	2	0	0	1
33	0	0	0	0	12
34	-	-	-	-	-

[“Doğru” (D), “Yanlış” (Y), “Önce Yanlış Sonra Doğru” (ÖYSD) ve “Sonuç Doğru İşlem Yanlış” (SDİY)]

Tablo 3.2.’ye göre üç ve altı numaralı öğrenciler bütün bölme işlemlerini doğru yapmış, 15 ve 34 numaralı öğrenciler hiçbir işlem yapmamışlardır. 33 numaralı öğrenci işlemleri yapmıştır ama hepsi yanlıştır.

Veriler toplandıktan sonra ise amaçlı örneklem yöntemlerinden biri olan ölçüt amaçlı örneklem yöntemiyle 18 öğrenci seçilmiştir. Yıldırım ve Şimşek (2013) “amaçlı örnekleme yöntemleri pek çok durumda, olgu ve olayların keşfedilmesinde ve açıklanmasında yararlı olur” (s.135) demiştir. Yıldırım ve Şimşek’in (2013) de açıklamasındaki gibi çalışma boyunca öğrencilerin bölme işleminde yaptıkları hatalardan yola çıkarak yaşadığı zorluklar ve bu zorlukların sebepleri keşfedilmeye ve açıklanmaya çalışılmıştır. Ölçüt amaçlı örneklem yöntemine uygun olarak araştırmacı tarafından belirlenen kriterler doğrultusunda; öğrenciler arasından bölme işleminde zorluk yaşamayan üç ve altı numaralı iki öğrenci, bölme işlemini hiç bilmeyen 15 ve 34 numaralı iki öğrenci ve altı doğrudan az yapan 12, 13, 14, 16, 18, 19, 20, 26, 28, 29, 31, 33 numaralı 12 öğrenci uygulamaya dahil edilmemiştir. Çalışma geriye kalan 18 öğrenciye ait verilerin analiziyle devam etmiştir. Veriler analiz edildikten sonra ise araştırmacı ilk sekiz öğrencide gözlem notu kullanmadığı için altı öğrenciyi (iki öğrenci daha önce çıkarılmıştır), fazla yönlendirme yaptığı için de 11, 21, 23, 25, 27 ve 32 numaralı altı öğrenciyi çalışmadan çıkarmıştır. Hem veri çeşitliliği sağlamak hem de daha sağlıklı verileri kullanmak amacıyla çalışmaya dokuz, 10, 17, 22, 24 ve 30 numaralı altı öğrenciyi dahil etmeye karar verilmiştir. Çalışma grubunun cinsiyete ve verdikleri yanıtların doğruluk durumlarına göre dağılımları Tablo 3.3.’te verilmiştir.

*Tablo 3.3. Çalışma Grubunun Cinsiyete ve Verdikleri Yanıtların Doğruluk Durumlarına Göre Dağılımları*

Öğrenci	Cinsiyet	Doğru	Önce Yanlış Doğru	Sonra Yanlış	Sonuç Doğru İşlem Yanlış	Boş	Yanlış
9	K	9	2		0	0	1
10	E	7	3		0	0	2
17	E	7	1		0	0	4
22	K	8	0		1	0	3
24	K	6	2		0	0	4
30	K	7	1		0	0	4

Araştırmacı verilerin okunmasının kolay olması açısından dokuz numaralı öğrenci için “Suna Nur”, 10 numaralı öğrenci için “Harun”, 17 numaralı öğrenci için “Emre”, 22 numaralı öğrenci için “Suna”, 24 numaralı öğrenci için “Gaye” ve 30 numaralı öğrenci için de “Sıla” ismini kullanmıştır.

### 3.3. Veri Toplama Araçları

Bu bölümde araştırmada kullanılan veri toplama araçları ve yapılan değişiklikler açıklanmıştır. Nitel araştırmalarda süreç nicel araştırmalarda olduğu gibi açık seçik olmadığı için araştırmacı bazı durumları öngöremez ve araştırmacının esneklik anlayışıyla süreç içerisinde yeniden düzenlemeler ve eklemeler gerekebilir. Yapılan değişikliklerin

okuyucuya detaylı bir şekilde anlatılmasına ve nedenlerinin açıklanmasına dikkat edildiğinde nitel araştırmalarda değişiklikler yapmanın bir sakıncası yoktur (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Gerekli görülen değişiklikler sebepleriyle beraber her bölümde detaylı bir şekilde anlatılmıştır.

### 3.3.1. Bölme İşlemleri Testi

Beşinci sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme kavramında yaşadığı zorlukları ve bu zorlukların nedenlerini tespit etmek için bölme işlemleri testi kullanılmıştır. Bölme işlemleri testi Ek 4’te verilmiştir. Test, araştırmacı tarafından alanyazın taranarak ve geçerli matematik öğretim programında bulunan “M.5.1.2.5. En çok dört basamaklı bir doğal sayıyı, en çok iki basamaklı bir doğal sayıya böler” kazanımına uygun olarak bölme içeren işlemlerden oluşturulmuştur (MEB, s.51). Bu kazanım doğrultusunda hazırlanan sorular bir basamaklı bir sayıyı bir basamaklı bir sayıya, iki basamaklı bir sayıyı bir basamaklı bir sayıya, iki basamaklı bir sayıyı iki basamaklı bir sayıya, üç basamaklı bir sayıyı bir basamaklı bir sayıya, üç basamaklı bir sayıyı iki basamaklı bir sayıya, üç basamaklı bir sayıyı üç basamaklı bir sayıya, dört basamaklı bir sayıyı bir basamaklı bir sayıya ve son olarak dört basamaklı bir sayıyı iki basamaklı bir sayıya bölmeden oluşmaktadır. Pilot uygulamada testte 15 soru varken pilot uygulamadan sonra testte 12 soru olmasına karar verilmiştir. Nitel araştırmaların esneklik özelliğinden dolayı veri toplama araçları bazı durumlara göre yeniden şekillendirebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bölme işlemleri testinde yer alan soruların amaçları Tablo 3.4.’de verilmiştir. Araştırmacı birinci soruyu öğrencilerin bölme işleminin anlamını bilip bilmediklerini anlamak için en basit düzeyde sormuştur. Baykul (2002) “ $8 \div 2 = ?$ ” (s.392) bölme işlemini temel bölme işlemi örneği olarak vermiştir.

Tablo 3.4. *Bölme İşlemleri Testinde Yer Alan Soruların Amaçları*

Soru No	Soru	Amaç
1	$8 \div 2 = ?$	Bir basamaklı bir sayının bir basamaklı bir sayıya bölümü Öğrencilerin bölme işleminin anlamını bilip bilmediklerini anlamak
2	$50 \div 5 = ?$	İki basamaklı bir sayının bir basamaklı bir sayıya bölümü Öğrencilerin birler basamağındaki sıfırla ilgili yaptıklarını ve yaşadıkları zorlukları gözleme
3	$69 \div 3 = ?$	İki basamaklı bir sayının bir basamaklı bir sayıya bölümü
4	$96 \div 24 = ?$	İki basamaklı bir sayının iki basamaklı bir sayıya bölümü
5	$729 \div 3 = ?$	Üç basamaklı bir sayının bir basamaklı bir sayıya bölümü Üç basamaklı bir sayının bir basamaklı bir sayıya bölümü
6	$218 \div 2 = ?$	Öğrencilerden onlar basamağındaki 1’in ve 6’nın değerine göre hareket ederek bölüme 0 eklemeleri beklenmektedir. Ekleyemeyen öğrencilerin yaşadıkları zorlukların tespit edilmesi amaçlanmıştır.
7	$575 \div 25 = ?$	Üç basamaklı bir sayının iki basamaklı bir sayıya bölümü

(devamı arkadadır)

Tablo 3.4. Bölme İşlemleri Testinde Yer Alan Soruların Amaçları (devamı)

Soru No	Soru	Amaç
8	$420 \div 21 = ?$	Üç basamaklı bir sayının iki basamaklı bir sayıya bölümü Öğrencilerin birler basamağındaki 0'la ilgili yaptıklarını ve yaşadıkları zorlukları gözleme
9	$876 \div 146 = ?$	Üç basamaklı bir sayının iki basamaklı üç sayıya bölümü
10	$4509 \div 9 = ?$	Dört basamaklı bir sayının bir basamaklı bir sayıya bölümü Öğrencilerin onlar basamağındaki 0'ın basamak değerinden dolayı bölüme 0 yazıp yazmayacaklarını tespit etmek amaçlanmıştır.
11	$5808 \div 48 = ?$	Dört basamaklı bir sayının iki basamaklı bir sayıya bölümü Onuncu sorudan farkı onuncu soruda bölüme 0 eklenmesi gereken bir durum varken bu soruda öyle bir durum yoktur.
12	$6969 \div 69 = ?$	Dört basamaklı bir sayının iki basamaklı bir sayıya bölümü Öğrencilerden onlar basamağındaki 1'in ve 6'nın değerine göre hareket ederek bölüme 0 eklemeleri beklenmektedir. Ekleyemeyen öğrencilerin yaşadıkları zorlukların tespit edilmesi amaçlanmıştır.

### 3.3.2. Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu

Beşinci sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme işleminde yaşadığı zorlukları ve bu zorlukların nedenlerini tespit etmek için yarı yapılandırılmış görüşmeler uygulanmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme formu Ek 5'te verilmiştir. Görüşme sorularına karar verilirken alanyazından faydalanılmış ve araştırmacı derslerindeki tecrübelerinden yararlanarak yaşanabilecek olası zorluklara karşı sorulabilecek soruları belirlemiştir.

Yarı yapılandırılmış görüşme formu uzman kanısı için düzenlenerek araştırmacının ulaşabildiği uzmanlara gönderilmiştir. Bunun sonucunda form 15 farklı uzman tarafından incelenmiştir. Bu uzmanların altısı matematik eğitimi uzmanı, birisi matematik uzmanı, birisi eğitim uzmanı ve yedisi ortaokul matematik öğretmenidir. Görüşme formunda bulunan sorular araştırmacının belirlediği “seviyeye uygunluk”, “kazanıma uygunluk”, “soruların anlaşılabilirliği” ve “amaca uygunluk” ölçütlerine göre 1 ile 5 puan aralığında değerlendirilmiştir. Puanlama bölümünün yanına açıklama kısmı konularak uzmanlardan fikirlerini bu bölüme yazmaları istenilmiştir. Uzmanlar formda bulunan işlemler için seviyeye uygunluk açısından ortalama 4,68, kazanıma uygunluk açısından ortalama 4,79, soruların anlaşılabilirliği açısından ortalama 4,54 puan vermişlerdir. Görüşme soruları içinse soruların anlaşılabilirliği açısından 4,82 ve amaca uygunluk açısından 4,60 puan vermişlerdir. Bu puanlamalar ve ilgili öneriler de dikkate alınarak yarı yapılandırılmış görüşme formuna son hali verilmiştir.

### 3.3.3. Gözlem Notları

Araştırmacı çalışmasını yürütürken, öğrencileri bazı durumlarda hiçbir şekilde konuşturamadığını ve yanlış yaptıkları işlemleri silmelerine engel olamadığını görmüş ve dokuzuncu öğrenciden itibaren gözlem notları tutarak, gördüklerini kaydetmeye başlamıştır.

Araştırmacının amacı bölme işlemleri testi üzerinde görülemeyecek, ses kayıtlarından ulaşılamayacak olan işlemleri ve davranışları kaydetmektir. Nitel araştırmaların esnek yapısı gereği, süreç tam olarak öngörülemediğinden süreç boyunca karşılaşılan sorunlardan dolayı yeni yöntemler gerekebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Oluşturulan gözlem notu kağıdı sadece soru numaralarından ve yanlarında boşluklardan oluşmuştur. Araştırmacı gözlemediği davranışları her sorunun yanında bulunan boşluğa anlık not almıştır. Araştırmada kullanılan gözlem notları için kullanılan form Ek 6'da verilmiştir.

### 3.3.4. Görüşme Ses Kayıtları

Görüşmeler araştırmacı tarafından sürdürülmüş ve uygulama boyunca veri kaybını önlemek amacıyla görüşmeleri ses kaydına alınmıştır. Öğrencilerin pilot uygulamada video kaydına alındığında tedirgin oldukları görülmüş ve bu yüzden sadece ses kaydı tercih edilmiştir. Elde edilen ses kayıtlarını araştırmacı deşifre etmiştir.

## 3.4. Pilot Uygulama

Araştırmacı, araştırmanın pilot uygulamasını ilçede bulunan başka bir devlet okulunda beşinci sınıflardan beş öğrenciyle gerçekleştirmiştir. Öğrenci seçimi okulda beşinci sınıfların matematik dersine giren matematik öğretmenlerine bırakılmıştır. Öğretmenlerden bölme işlemini hiç bilmeyen öğrenciler değil; bölme işlemi yaparken çeşitli nedenlerden dolayı zorluk yaşayan öğrencilerin seçilmesi istenilmiştir. Pilot uygulamada her öğrenciyle görüşmelerin 40 dakika ile bir saat arasında değiştiği görülmüştür.

### 3.4.1. Pilot Uygulamanın Analizi

Pilot uygulamaya dört kız, bir erkek öğrenci katılmıştır. Pilot uygulamaya katılan öğrencilerin sorulara verdikleri doğru, yanlış ve boş sayıları Tablo 3.5.'te verilmiştir.

Tablo 3.5. *Pilot Uygulamaya Katılan Öğrencilerin Sorulara Verdikleri Cevapların Doğru, Yanlış ve Boş Sayıları*

	Doğru		Yanlış		Boş	
	f	%	f	%	f	%
Soru 1	5	100	0	0	0	0
Soru 2	4	80	0	0	1	20
Soru 3	3	60	1	20	1	20
Soru 4	4	80	1	20	0	0
Soru 5	0	0	5	100	0	0
Soru 6	3	60	2	40	0	0
Soru 7	4	80	1	20	0	0
Soru 8	2	40	3	60	0	0
Soru 9	3	60	2	40	0	0
Soru 10	3	60	2	40	0	0
Soru 11	0	0	5	100	0	0
Soru 12	0	0	5	100	0	0

(devamı arkadadır)



Tablo 3.5. Pilot Uygulamaya Katılan Öğrencilerin Sorulara Verdikleri Cevapların Doğru, Yanlış ve Boş Sayıları (devamı)

	Doğru		Yanlış		Boş	
Soru 13	0	0	5	100	0	0
Soru 14	2	40	3	60	0	0
Soru 15	3	60	2	40	0	0

Tablo 3.5. incelendiğinde beş, 11, 12 ve 13. sorulara hiçbir öğrencinin doğru cevap veremediği görülmüştür. Sadece birinci soruya tüm öğrenciler doğru cevap vermiş, iki, dört ve yedinci sorulara dört öğrenci doğru cevap vermiştir. Birinci ve ikinci sorular için öğrenciler bölme işleminin çarpmanın tersi olduğu, 10'un içinde kaç tane 2 olduğu arama, 2 ile kaç çarparsam 10 yapar şeklinde açıklamalar yaparak doğru sonuca ulaşmışlardır. Öğrencilerin diğer sorularda yanlış cevap verme nedenleri Tablo 3.6.'da verilmiştir.

Tablo 3.6. Pilot Uygulamaya Katılan Öğrencilerin Sorulara Verdikleri Yanlış Cevapların Nedenleri

Soru	Yanlış Cevapların Nedenleri
1	$10 \div 2$ işlemini aşamalarımızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız. Yanlış cevap yok.
2	$32 \div 8$ işlemini aşamalarımızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız. Yanlış cevap yok.
3	$96 \div 24$ işlemini aşamalarımızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız. Kalan bölenden küçük olur kuralı bilmeme
4	$729 \div 3$ işlemini aşamalarımızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız. Bölme işleminin algoritması gereği soldan başlanacağını bilmeme
5	$218 \div 2$ işlemini aşamalarımızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız. Bölüme 0 ekleyeceği durumları ve bölme işleminin algoritması gereği soldan başlanacağını bilmeme
6	$150 \div 10$ işlemini aşamalarımızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız. Bölme işleminin algoritması gereği soldan başlanacağını bilmeme, kalanda üç ve daha fazla 0 olduğunda bölene 0 ekleme gibi yanlış kural oluşturma ya da genelleme
7	$575 \div 25$ işlemini aşamalarımızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız. Bölme işleminin algoritması gereği soldan başlanacağını ve kalan bölenden küçük olur kuralını bilmeme
8	$486 \div 54$ işlemini aşamalarımızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız. Kalan bölenden küçük olur kuralını, bölme işleminin algoritması gereği soldan başlanacağını bilmeme ve çarpmada yapılan hatalar
9	$420 \div 21$ işlemini aşamalarımızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız. Bölüme 0 ekleyeceği durumları ve bölme işleminin algoritması gereği soldan başlanacağını bilmeme, toplama işleminde etkisiz eleman olan 0'ın bölme işleminde de etkisiz eleman olacağını düşünme ve çarpmada yapılan hatalar
10	$876 \div 146$ işlemini aşamalarımızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız. Kalan bölenden küçük olur kuralını bilmeme ve kalanda üç ve daha fazla 0 olduğunda bölene 0 ekleme gibi yanlış kural oluşturma ya da genelleme
11	$4509 \div 9$ işlemini aşamalarımızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız. Bölüme 0 ekleyeceği durumları bilmeme
12	$8932 \div 28$ işlemini aşamalarımızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız. Çarpmada yapılan hatalardan kaynaklı, kalan bölenden küçük olur kuralını ve bölme işleminin algoritması gereği soldan başlanacağını bilmeme
13	$6969 \div 69$ işlemini aşamalarımızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız. Bölüme 0 ekleyeceği durumları bilmeme

(devamı arkadadır)

Tablo 3.6. *Pilot Uygulamaya Katılan Öğrencilerin Sorulara Verdikleri Yanlış Cevapların Nedenleri (devamı)*

Soru	Yanlış Cevapların Nedenleri
14 $6447 \div 95$ işleminde bölümü ve kalanı bulunuz.	Kalan bölenden küçük olur kuralını ve bölme işleminin algoritması gereği soldan başlanacağını bilmeme
15 $2600 \div 130$ işlemini aşamalarınızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız.	Bölme işleminin algoritması gereği soldan başlanacağını ve bölüme 0 ekleyeceği durumları bilmeme

Sonuç olarak öğrenciler bölme işleminin anlamı olarak çarpmanın tersi, bölünenin içinde bölüneni arama, kiminle bölüneni çarparsam bölüneni elde ederim gibi ifadeler kullanmışlardır. Yapılan incelemeler sonucunda, bölme işleminin algoritmasını bilmeme (*bölme işleminde kalan bölenden büyük olamaz, kalan bölenden küçük olur, bölme işleminin algoritması gereği soldan başlanacağını, bölüme 0 ekleneceği durumları bilmemek*), yanlış kural oluşturma ya da genelleme (*kalanda üç ve daha fazla 0 olduğunda bölüme 0 ekleme*), toplama işleminde etkisiz eleman olan 0'ın bölme işleminde de etkisiz eleman olacağını düşünme, çarpmada yapılan hatalar öğrencilerin hata yapmalarına sebep olduğu görülmüştür. Pilot uygulama analizinden elde edilen bu bulgularla çalışmanın uygulamasının analiz çerçevesi oluşturulmuştur. Ayrıca pilot uygulama sonrasında 15 tane soruyu 40 dakikada cevaplayamadıkları, dikkatlerinin dağıldığı ve isteksiz oldukları görülerek soru sayısı 12'ye düşürülmüştür.

### 3.5. Veri Toplama Süreci

Araştırmacı sınıflarında bölme işlemiyle ilgili kazanımları işledikten sonra, okulda bulunan 34 beşinci sınıf öğrencisiyle yarı yapılandırılmış görüşmelerine başlamıştır. İki hafta içerisinde görüşmelerini bitirerek, bir yandan analizlerini yürütmüştür. Bütün ses kayıtları yazılı doküman haline getirilerek, veri kaybını önlemek amacıyla çalışma boyunca öğrencilere uygulanan her formun yeterli sayıda fotokopisi alınarak çoğaltılmıştır.

Öncelikle öğrenciler birer birer araştırmacıyla görüşmüştür. Her bir öğrenci araştırmanın yapıldığı okulun yemekhanesinde, ders saatleri içerisinde öğretmenlerden ve idareden gerekli izinler alınarak çalışmaya katılmıştır. Çalışma 1-19 Aralık 2018 tarihleri arasında yürütülmüştür. Araştırmacı önce öğrencilere gerekli bilgileri (bu bölme işlemlerini neden yaptıkları, ne için kullanılacağı gibi bilgiler) vermiştir. Daha sonra bölme işlemleri testini vererek öğrenciden bölme işlemlerini yapması beklenmiştir. Test boyunca araştırmacı daha önceden belirlediği soruları ve anlık sorulması gereken soruları sormuştur. En kısa görüşme 12 dakika sürerken en uzun görüşme 1 saat 47 dakika sürmüştür.

### 3.6. Verilerin Analizi

Öğrencilerin bölme işlemleri testine ve yarı yapılandırılmış görüşme formuna göre yöneltilen sorulara verdiği yanıtlardan ve öğrencilerin konuşmalarından oluşan ses kayıtlarının dökümleri nitel yöntemlerden içerik analizi yöntemiyle bütüncül bir şekilde analiz edilmiştir. İçerik analizi verileri tanımlamayı ve verilerin içindeki gizli gerçekleri ortaya çıkarmaya yardımcı olur. Bu analiz aslında belirli temalar ve kavramlar çerçevesinde bir araya getirilen benzer verilerin okuyucunun anlayabileceği şekilde düzenlenerek yorumlanmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Verilerin analizinde Pamukkale Üniversitesinden bir alan uzmanı yardımcı olmuştur. Birlikte yürütülen analiz süreci boyunca yardımcı araştırmacıya önce konu hakkında bilgi verilmiştir. Deşifreler, gözlem formları ve öğrencilerin bölme işlemleri test kağıtlarının birer fotokopisi yardımcı araştırmacıya verilerek analiz birlikte yapılmıştır. İlk buluşma 2019 Şubat ayının son haftasında daha sonra ise Mart ayında gerçekleşmiştir. Araştırmacının sağlık sorunları nedeniyle sürece ara verilmiş, ekim ayında da iki görüşme internet üzerinden yapılmıştır. Toplamda 6 saat 26 dakikalık görüşme yapılmıştır. Analiz sürecinde soru bazında çalışılmıştır.

Verilerin kodlanması aşamasında önce cevap anahtarı oluşturulmuş “doğru”, “önce yanlış sonra doğru”, “sonuç doğru işlem yanlış”, “yanlış” ve “boş” cevaplar tespit edilmiştir. Daha sonra yapılan hatalardan yola çıkılarak yaşanan zorluklar “işlem sırasında yaşanan zorluklar” kategorisinde değerlendirilmiş ve verilerden çıkarılan kavramlara göre kodlama yapılmıştır. Her bir zorluğun nedeni deşifrelerden, öğrencilerin kağıda döktüklerinden ve araştırmacının gözlem formundan yararlanılarak ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Daha sonra kodlamalardan yola çıkarak ortak noktalar belirlenmiş ve belirli kategoriler altında gruplandırılmıştır. Son olarak veriler açıklanarak sunulmuş ve yorumlanmıştır.

### 3.7. Geçerlik ve Güvenirlik

Yapılan araştırmanın türü ne olursa olsun kavramsal çerçevenin oluşturulmasında, verilerin elde edilmesinde, analiz edilmesinde, yorumlanmasında ve son olarak da bulguların yorumlanması sırasında geçerlik ve güvenirlik önemli bir etkidir (Merriam, 2015). Aşağıda araştırmanın geçerliği ve güvenirligi için yapılan çalışmalar verilmiştir.

#### 3.7.1. Geçerlik

“Genel anlamda geçerlik araştırma sonuçlarının doğruluğunu konu edinir” (LeCompte ve Goetz’den aktaran Yıldırım ve Şimşek, s.289). Kirk ve Miller’e (1986) göre ise geçerlik araştırmacının araştırdığı olguyu, olduğu biçimiyle ve olabildiğince yansız

gözlemlemesi anlamına gelmektedir (akt. Yıldırım ve Şimşek, 2013). Nitel araştırmalarda geçerlik güvenilirlikten daha önemli bir konumdadır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). İç geçerlik ve dış geçerlik için yapılanlar aşağıda verilmiştir.

### **3.7.1.1. İç geçerlik.**

“İç geçerlik, araştırma bulgularının dış dünyadaki gerçekliğe uyup uymadığı sorunsalıyla ilgilidir” (Merriam, 2015, s.203). LeCompte ve Goetz’e (1982) göre ise araştırma sonuçlarına ulaşırken izlenen sürecin çalışılan gerçekliği ortaya çıkarmadaki yeterliğine ilişkindir (akt. Yıldırım ve Şimşek, 2013). İç geçerlik nitel araştırmalarda inanılabilirlik olarak da adlandırılmaktadır. Nitel araştırmalarda asla nesnel bir doğru ve gerçek yoktur. Fakat bulguların inanılabilirliğini artırmak için çeşitli stratejiler mevcuttur. Bu stratejiler; çeşitleme, üye kontrolü veya üye sorgulama ya da katılımcı doğrulaması, veri toplama sürecine uygun ve yeterli katılım, araştırmacının duruşu ve uzman incelemesi ya da uzman gözden geçirmesidir. Çeşitlemenin de dört çeşidi vardır. “Bunlar; veri toplamada çoklu yöntemin kullanılması, çoklu veri kaynaklarından yararlanılması, birden fazla araştırmacının katılımı veya ortaya çıkan bulguların karşılaştırılması, kontrol etme ve onaylamada yararlanılacak çoklu kuramların işe koşulmasıdır” (Merriam, 2015). Bu çalışmada veri toplamada çoklu yöntem kullanılmıştır. Öğrencilerle görüşmeler yapılmış, bu sırada gözlem formu doldurulmuş, öğrencilerin konuşmalarının deşifresi yapılmış ve öğrencilerin doldurduğu bölme işlemleri testlerinden doküman incelemesi yapılmıştır. Ayrıca Patton’un bahsettiği çeşitleme analistleri stratejisinde iki veya üç kişi aynı nitel verileri birbirlerinden bağımsız bir şekilde analiz etmelerini ve bunun sonucunda da ortaya çıkan bulguları karşılaştırmalarını içermektedir (akt. Merriam, 2015). Çalışmanın veri analizi sürecinde bir alan uzmanı da araştırmacıdan bağımsız olarak verileri analiz etmiştir. Daha sonra araştırmacı ile verilerini karşılaştırmış ve verilerin uyumlu olduğu görülmüştür. Çalışma bir yüksek lisans tezi olduğu için tez yazım sürecinde araştırmacının danışmanı ve daha sonra da jüri üyeleri araştırma bulgularını okudukları için uzman incelemesi yöntemi de kullanılmıştır. Bölme işlemleri testi ve görüşme soruları da uygulanmadan önce 15 farklı uzmana gönderilmiş ve uzman görüşlerine göre gerekli düzenlemeler yapılmıştır.

### **3.7.1.2. Dış geçerlik.**

“Dış geçerlik, elde edilen sonuçların benzer gruplara ya da ortamlara aktarılabilirliğine denir” (LeCompte ve Goetz’den aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.289). Nitel araştırmalarda genellemeler deneyimler ve örnekler biçiminde genellenir. Nitel

araştırmalar alanda çalışan bireylere bakış açısı kazandırır. Böylece nitel araştırmalardan elde edilen sonuçlar doğrudan başka duruma aktarılmaz, bu sonuçlar örnek alınarak bireyler kendi ortamlarını ve etkinliklerini daha iyi anlayabilirler, yaptıkları işte kendilerini geliştirebilirler. Sayısal genelleme nitel araştırmalarda önemli bir ölçüt değildir. Dış geçerliği sağlamak için çeşitli stratejiler kullanılmaktadır. Bunlardan en sık kullanılanı zengin ve yoğun tanımlama; bir durum veya ortamın bütün özellikleriyle anlatılmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu çalışmada da ortam ve katılımcılar ayrıntılarıyla anlatılmış, çalışma boyunca katılımcı görüşmelerinden, bölme işlemleri testinden ve gözlem formundan alıntılar yapılarak kanıtlar sunulmuştur. Ayrıca araştırmacının amacı doğrultusunda amaçlı örneklem yöntemiyle örneklem seçilmiştir.

### **3.7.2. Güvenirlilik**

Güvenirlilik çalışma yeniden yapılırsa aynı sonuçların çıkıp çıkmayacağı ile ilgilidir. Fakat nitel araştırmalarda çalışma yeniden yapıldığında aynı sonuçlar elde edilemeyebilir. Nitel araştırmalarda toplanan verilerle ulaşılan sonuçların ne kadar tutarlı olduğu daha önemlidir (Merriam, 2015). İç güvenirlilik ve dış güvenirlilik için yapılanlar aşağıda verilmiştir.

#### **3.7.2.1. İç güvenirlilik.**

İç güvenirlilik, başka araştırmacıların aynı veriyi kullanarak aynı sonuçlara ulaşım ulaşılamayacağı ile ilgilidir (LeCompte ve Goetz'den aktaran Yıldırım ve Şimşek, s. 289). Araştırma soruları açık bir dille ifade edilmiştir. Araştırmacı iç güvenirliliği sağlamak için araştırma boyunca yapılan görüşme ve gözlemlerden ve elde edilen dokümanlardan sağladığı veriyi önce yorum katmadan okuyucuya sunmuş, daha sonra yorumunu yapmıştır. Gerekli yerlerde doğrudan alıntılar da yapmıştır. Ayrıca verilerin analizinde başka bir araştırmacı sürece dahil edilerek elde edilen sonuçlar doğrulanmıştır. Daha önce yapılan çalışmalar da ulaşılan sonuçlar da araştırmada kullanılmıştır.

#### **3.7.2.2. Dış güvenirlilik.**

LeCompte ve Goetz dış güvenirliliğin, araştırma sonuçlarının benzer ortamlarda aynı şekilde elde edilip edilmeyeceğine ilişkin olduğunu belirtmiştir. Ayrıca dış güvenirliliğin sağlanması için araştırmacının, araştırma boyunca kendi rolünü tam olarak belirlemesi gerektiğini söylerler (akt. Yıldırım ve Şimşek, 2013). Yıldırım ve Şimşek'e (2013) göre dış güvenirliliğin sağlanması için veri toplanan bireyler tanımlanmalıdır. Ayrıca araştırma boyunca görüşme ve gözlemlerin nasıl yapıldığı, verilerin nasıl kaydedildiği, dokümanların

nasıl analiz edildiği ve sonuç kısımları detaylı bir şekilde uygun bölümlerde anlatılmıştır. Araştırmada görüşmelerde alınan ses kayıtları çoğaltılarak saklanmış, öğrencilerin üzerinde işlem yaptığı bölme işlemleri testleri fotokopileri alınarak çoğaltılmış ve saklanmıştır. Böylece araştırma sonucunda elde edilen bilginin araştırmacının topladığı verilere dayalı olduğu, araştırmacının varsayımları ve önyargılarından alakasız olduğu ortaya çıkmıştır.

### 3.8. Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmalarda araştırmacı, araştırma sürecinden ayrı düşünülemez. Bu yüzden araştırmacı alanda zaman harcar, çalışma grubunda yer alan kişilerle kendisi görüşür, hatta bu kişilerin tecrübeleri yaşar. Böylece alandan elde ettiği bakış açısını ve tecrübesini veri analizi sürecinde kullanabilir. Nitel araştırmalarda araştırmacı veri kaynağına yakındır, çalışma grubundaki kişilerle iletişim kurar, gözlemler yapar, elde ettiği dokümanları inceler, araştırılan konuyu yakından tanır ve anlar (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Bu çalışmada araştırmacı uygulama yapılan ortaokulda çalışan bir matematik öğretmenidir. Bu yüzden araştırılan konuyu ve öğrencileri yakından tanımaktadır. Araştırmacının çalıştığı ortaokul taşıma merkezi olarak geçmektedir ve ilçe merkezine 1 km uzaklıktadır. Taşıma merkezi okullardaki öğrenciler, ortaokul öğrenci mevcudu o köyde bir ortaokul açılmasına yeterli olmayan bu yüzden de köylerinde ortaokul bulunmayan köylerden gelen öğrencilerden ve okulun bulunduğu mahalledeki öğrencilerden oluşturmaktadır. Araştırmacı öğrencileri 5. sınıf oldukları için 2018-2019 eğitim öğretim yılının Eylül ayından itibaren tanımaktadır. Araştırmacının öğrencileri tanımak için yeterli süresi olmuştur. Suna Nur, Harun ve Suna her zaman matematik dersine karşı ilgilidir ve matematik dersini sever. Suna Nur ve Suna ilçe merkezinde bulunan bir devlet ilkokulunda öğrenim görmüştür. Harun ise araştırmacının çalıştığı ortaokulun yanında bulunan taşıma merkezi ilkokulda öğrenim görmüştür. Emre ve Gaye her zaman olmasa da derse karşı ilgilidir. Emre araştırmacının çalıştığı ortaokulun yanında bulunan taşıma merkezi ilkokulda öğrenim görmüştür. Gaye ilçe merkezinde bulunan bir devlet okuluna köyden gelip giderek ilkokul öğrenimini tamamlamıştır. Sıla ise matematik dersinde çaba göstermektedir. Fakat ilkokulda bir köy okulunun birleştirilmiş sınıfında öğrenim gördüğü için matematik dersinde eksiklikleri mevcuttur.

Araştırmacı alanyazını, ders kitaplarını ve test kitaplarını tarayarak bölme işlemleri testini oluşturmuş, uzmanlardan görüş alarak yarı yapılandırılmış görüşme formlarını hazırlamıştır. Öğrencilerle görüşmeleri kendisi yapmış, gözlem notlarını kendisi almış, ses kaydını kendisi yapmıştır. Böylece araştırmacı veri kaynağına yakın olmuş, çalışma

grubundaki öğrencilerle iletişim kurmuştur. Daha sonra da uygulamadan elde ettiği dokümanları incelemiştir.

## DÖRDÜNCÜ BÖLÜM: BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar analiz edilerek önce öğrencilerin yaşadıkları zorluklar tespit edilmiş sonra sebepleri anlatılmıştır. Tablo 4.1.'de uygulamaya katılan öğrencilerin yanıtlarının doğruluk duruma göre dağılımları verilmiştir.

Tablo 4.1. *Uygulamaya Katılan Öğrencilerin Yanıtlarının Doğruluk Durumuna Göre Dağılımları*

		Suna Nur	Harun	Emre	Suna	Gaye	Sıla	Toplam			
								D	ÖYSD	SDİY	Y
Soru 1		D	D	D	D	D	Y	5	-	-	1
Soru 2		D	D	D	D	ÖYSD	D	5	1	-	-
Soru 3		D	D	D	D	D	D	6	-	-	-
Soru 4		D	D	ÖYSD	D	D	D	5	1	-	-
Soru 5		D	D	ÖYSD	D	D	Y	4	1	-	1
Soru 6		D	ÖYSD	Y	Y	Y	Y	1	1	-	4
Soru 7		D	D	Y	D	D	D	5	-	-	1
Soru 8		D	D	D	D	D	D	6	-	-	-
Soru 9		ÖYSD	Y	D	Y	Y	Y	1	1	-	4
Soru 10		D	ÖYSD	D	D	D	D	5	1	-	-
Soru 11		Y	Y	Y	SDİY	Y	ÖYSD	-	1	1	4
Soru 12		ÖYSD	ÖYSD	Y	Y	Y	D	1	2	-	3
TOPLAM	D	9	7	6	8	7	7				
	ÖYSD	2	3	2	-	1	1				
	SDİY	-	-	-	1	-	-				
	Y	1	2	4	3	4	4				

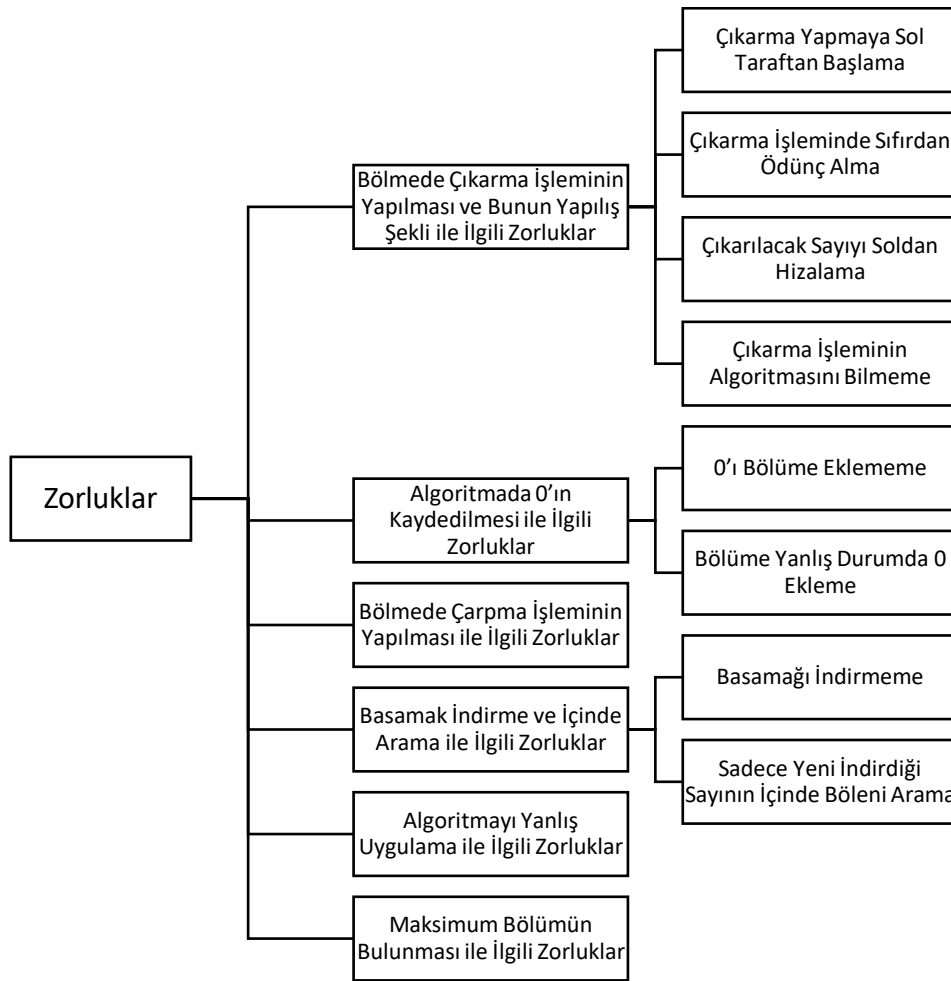
[“Doğru” (D), “Yanlış” (Y), “Önce Yanlış Sonra Doğru” (ÖYSD) ve “Sonuç Doğru İşlem Yanlış” (SDİY)]

Tablo 4.1.'e göre üçüncü ve sekizinci soruları bütün öğrenciler doğru cevaplamıştır. 11. soruda ise hiçbir öğrencinin ilk cevabı doğru olmamıştır. Dört öğrenci yanlış cevap verirken, bir öğrenci önce yanlış cevap vermiş daha sonra doğru cevaba ulaşmıştır. Bir öğrenci ise bölümü doğru bulsa da işlem aşamalarında yanlışlık yapmıştır. En çok doğru yapan öğrenci Suna Nur, en az doğru yapan öğrenci Emre'dir.

### 4.1. Öğrencilerin Yaşadıkları Zorluklar

Bu bölümde öğrencilerin her soruda yaşadıkları zorluklar bölmede çıkarma işleminin yapılması ve bunun yapılış şekli ile ilgili zorluklar, algoritmada sıfırın kaydedilmesi ile ilgili zorluklar, bölmede çarpma işleminin yapılması ile ilgili zorluklar, basamak indirme ve içinde arama ile ilgili zorluklar, algoritmayı yanlış uygulama ile ilgili zorluklar ve maksimum bölümün bulunması ile ilgili zorluklar olmak üzere altı bölümde işlemsel anlamalarına dayalı olarak anlatılmıştır. Şekil 4.1.'de öğrencilerin yaşadıkları zorluklar verilmiştir.





Şekil 4.1. Öğrencilerin yaşadıkları zorluklar.

#### 4.1.1. Bölmede Çıkarma İşleminin Yapılması ve Bunun Yapılış Şekli ile İlgili Zorluklar

Öğrencilerin en çok zorlandıkları durumlardan birisi bölme işlemi içinde yapılması gereken çıkarma işlemleridir. Öğrencilerin hatasız bir bölme işlemi yapabilmeleri için hatasız da bir çıkarma işlemi yapmaları gerekir. Tablo 4.2.'de öğrencilerin soru bazında bölmede çıkarma işleminin yapılması ve bunun yapılış şekli ile ilgili yaşadıkları zorlukların dağılımları verilmiştir.

Tablo 4.2. Öğrencilerin Soru Bazında Bölmede Çıkarma İşleminin Yapılması ve Bunun Yapılış Şekli ile İlgili Yaşadıkları Zorlukların Dağılımları

Bölmede Çıkarma İşleminin Yapılması ve Bunun Yapılış Şekli ile İlgili Yaşanan Zorluklar	Suna Nur	Harun	Emre	Suna	Gaye	Sıla	Toplam
Soru 1	-	-	-	-	-	1	1
Soru 2	-	-	-	-	-	-	-
Soru 3	-	-	-	-	-	-	-
Soru 4	-	-	-	-	-	-	-

(devamı arkadadır)

Tablo 4.2. Öğrencilerin Soru Bazında Bölmede Çıkarma İşleminin Yapılması ve Bunun Yapılış Şekli ile İlgili Yaşadıkları Zorlukların Dağılımları (devamı)

Bölmede Çıkarma İşleminin Yapılması ve Bunun Yapılış Şekli ile İlgili Yaşanan Zorluklar	Suna Nur	Harun	Emre	Suna	Gaye	Sıla	Toplam
Soru 5	-	-	-	-	-	-	-
Soru 6	-	-	-	1	-	-	1
Soru 7	-	-	-	1	-	1	2
Soru 8	1	-	-	-	-	-	1
Soru 9	-	-	-	-	-	-	-
Soru 10	-	-	-	1	-	-	1
Soru 11	1	1	-	3	2	-	7
Soru 12	1	-	-	-	-	-	1
Toplam	3	1	-	6	2	2	14

Tablo 4.2.'ye göre çıkarma işlemi ile ilgili en çok zorluk yaşayan öğrenci Suna'dır. Emre çıkarma işlemlerinde hiç zorluk yaşamamıştır. Ayrıca çıkarma işlemi ile ilgili zorlukların yoğun yaşandığı soru 11. soru olmuştur. Öğrenciler bir, iki, üç, dört, beş ve dokuzuncu sorularda yer alan çıkarma işlemlerinde zorluk yaşamamıştır. Bölmede çıkarma işleminin yapılması ve bunun yapılış şekli ile ilgili zorluklar dörde ayrılmıştır. Bunlar; çıkarma yapmaya sol taraftan başlama, çıkarma işleminde sıfırdan ödünç alma, çıkarılacak sayıyı soldan hizalama ve çıkarma işleminin algoritmasını bilmemidir.

#### 4.1.1.1. Çıkarma yapmaya sol taraftan başlama.

Çıkarma işlemi ile ilgili yaşanan zorluklar arasında en sık rastlanan durum çıkarma yapmaya sağ taraftan yani en küçük basamak olan birler basamağından başlamak yerine sol taraftan yani en büyük basamaktan başlamaktır. Çalışmada verilen sayıların özelliği nedeniyle çıkarma işlemine sol taraftan başlamaları öğrencilerin soruya yanlış cevap vermelerine sebep olmamıştır. Suna Nur, Harun, Suna, Gaye ve Sıla bölme işlemleri içinde yer alan bazı çıkarma işlemlerine sol taraftan başlamışlardır.

##### 4.1.1.1.1. Altıncı soruda çıkarma yapmaya sol taraftan başlama.

Altıncı soru " $218 \div 2 = ?$ " dur. Suna'nın bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.2.'de verilmiştir. Suna altıncı soruya yanlış cevap vermiştir. Araştırmacının gözlemine göre Suna bu işlem sırasında 18'den 18'i çıkarma işleminde önce onlar basamağındaki 1'den 1'i, sonra birler basamağındaki 8'den 8'i çıkararak sol taraftan işlem yapmaya başlamıştır.

$218 \div 2 = ?$	$\begin{array}{r} 218 \overline{) 218} \\ \underline{-200} \phantom{0} \\ 18 \\ \underline{-18} \\ 00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ \times 1 \\ \hline 2 \end{array}$
------------------	--	--

Şekil 4.2. Suna'nın altıncı soruya verdiği cevap.

#### 4.1.1.1.2. Yedinci soruda çıkarma yapmaya sol taraftan başlama.

Yedinci soru " $575 \div 25 = ?$ " dur. Suna'nın bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.3.'de, Sıla'nın bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.4.'te verilmiştir. Suna ve Sıla yedinci soruya doğru cevap vermiştir. Araştırmacının gözlemine göre bu işlem sırasında Suna ve Sıla 57'den 50'yi çıkarma işleminde çıkarırken önce yüzler basamağında bulunan 5'ten 5, sonra onlar basamağında bulunan 7'den 0 çıkarmıştır. Devamında da 75'ten 75'i çıkarma işleminde de önce onlar basamağındaki 7'den 7'yi sonra birler basamağında bulunan 5'ten 5'i çıkarmıştır.

$575 \div 25 = ?$	$\begin{array}{r} 575 \overline{) 25} \\ \underline{-500} \phantom{0} \\ 75 \\ \underline{-75} \\ 00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 25 \\ + 25 \\ \hline 50 \end{array}$	$\begin{array}{r} 25 \\ \times 3 \\ \hline 75 \end{array}$
-------------------	---	--	--

Şekil 4.3. Suna'nın yedinci soruya verdiği cevap.

$575 \div 25 = ?$	$\begin{array}{r} 575 \overline{) 25} \\ \underline{-500} \phantom{0} \\ 75 \\ \underline{-75} \\ 00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 25 \\ \times 2 \\ \hline 50 \end{array}$	$\begin{array}{r} 25 \\ \times 3 \\ \hline 75 \end{array}$
-------------------	---	--	--

Şekil 4.4. Sıla'nın yedinci soruya verdiği cevap.

#### 4.1.1.1.3. Sekizinci soruda çıkarma yapmaya sol taraftan başlama.

Sekizinci soru " $420 \div 21 = ?$ " dir. Suna Nur'un bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.5.'te verilmiştir. Suna Nur sekizinci soruya doğru cevap vermiştir. Araştırmacının gözlemlerine göre işlem sırasında Suna Nur 42'den 42'yi çıkarma işleminde önce yüzler basamağındaki 4'ten 4 sonra onlar basamağındaki 2'den 2 çıkarmıştır.

$420 \div 21 = ?$	$\begin{array}{r l} 420 & 21 \\ -42 & 20 \\ \hline 000 & \end{array}$
-------------------	---

Şekil 4.5. Suna Nur'un sekizinci soruya verdiği cevap.

#### 4.1.1.1.4. Onuncu soruda çıkarma yapmaya sol taraftan başlama.

Onuncu soru " $4509 \div 9 = ?$ " dir. Suna'nın bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.6.'te verilmiştir. Suna onuncu soruya doğru cevap vermiştir. Araştırmacının gözlemine göre işlem sırasında Suna 45'ten 45'i çıkarma işleminde önce binler basamağındaki 4'ten 4 sonra yüzler basamağındaki 5'ten 5 çıkarmıştır.

$4509 \div 9 = ?$	$\begin{array}{r l} 4509 & 9 \\ -45 & 501 \\ \hline 0009 & \\ -9 & \\ \hline 0000 & \end{array}$
-------------------	--

Şekil 4.6. Suna'nın 10. soruya verdiği cevap.

#### 4.1.1.1.5. On birinci soruda çıkarma yapmaya sol taraftan başlama.

On birinci soru " $5808 \div 48 = ?$ " dir. Suna Nur'un bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.7., Harun'un bu soruda yaptığı işlemi Şekil 4.8. ve Gaye'nin bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.9.'da verilmiştir. Suna Nur ve Harun 11. soruya yanlış cevap verirken, Gaye 11. soruyu boş bırakmıştır. Araştırmacının gözlemlerine göre Suna Nur, Harun ve Gaye çıkarma işlemleri sırasında, 58'den 48'i çıkarma işleminde önce binler basamağında bulunan 5'ten 4'ü sonra yüzler basamağında bulunan 8'den 8'i çıkarmışlardır.

$5808 \div 48 = ?$	$\begin{array}{r l} 5808 & 48 \\ -48 & 1111 \\ \hline 100 & \\ -48 & \\ \hline 052 & \\ -48 & \\ \hline 048 & \\ -48 & \\ \hline 00 & \end{array}$
--------------------	--

Şekil 4.7. Suna Nur'un 11. soruya verdiği cevap.

Suna Nur ile yapılan görüşmenin deşifresinden çıkarma işlemine sol taraftan başladığı anlaşılmaktadır. İşlemine “5808’i 48’e bölicem...48 bi defa...48 yine burası. 5’ten 4 çıktı 1” diyerek başlamıştır.

5808÷48=?	$\begin{array}{r} 5808 \overline{)48} \\ -48 \phantom{00} \\ \hline 020 \phantom{00} \\ -36 \phantom{00} \\ \hline 0048 \\ -48 \\ \hline 00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1021 \\ \times 48 \\ \hline 816 \\ +4080 \\ \hline 4896 \end{array}$
-----------	--	--

Şekil 4.8. Harun’un 11. soruya verdiği cevap.

Görüşme kayıtlarına göre Harun “5’in içinde 48 yok. 58’in içinde 48...bi defa va...48’i yazıyoz. Çıkar 1. 0...” şeklinde işlemini yapmaya başlamıştır.

5808÷48=?	$\begin{array}{r} 5808 \overline{)48} \\ -48 \phantom{00} \\ \hline 100 \phantom{00} \\ -96 \phantom{00} \\ \hline 040 \phantom{00} \\ -48 \phantom{00} \\ \hline 00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1021 \\ \times 48 \\ \hline 816 \\ +4080 \\ \hline 4896 \end{array}$
-----------	---	--

Şekil 4.9. Gaye’nin 11. soruya verdiği cevap.

Gaye’nin görüşme kayıtlarında bu işleme dair sözel bir ifade bulunmazken araştırmacının gözlemine göre Gaye önce binler basamağındaki 5’ten 4, sonra yüzler basamağındaki 8’den 8 çıkarmıştır.

#### 4.1.1.1.6. On ikinci soruda çıkarma yapmaya sol taraftan başlama.

“6969÷69=?” işlemi içerisinde yer alan çıkarmada Suna Nur çıkarma işlemine sol taraftan başlamıştır. Suna Nur’un bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.10.’da verilmiştir. Suna Nur 12. soruya önce yanlış sonra doğru cevap vermiştir. Araştırmacının gözlemlerine göre Suna Nur 69’dan 69’u çıkarma işleminde önce binler basamağındaki 6’dan 6, sonra yüzler basamağındaki 9’dan 9 çıkarmıştır. Aynı şekilde onlar basamağındaki 6’dan 6, birler basamağındaki 9’dan 9 çıkarmıştır.

$6969 \div 69 = ?$	$\begin{array}{r} 69 \overline{) 6969} \\ \underline{-69} \phantom{00} \\ 0069 \\ \underline{-69} \\ 00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 69 \overline{) 6969} \\ \underline{-69} \phantom{00} \\ 0069 \\ \underline{-69} \\ 00 \end{array}$
--------------------	--	--

Şekil 4.10. Suna Nur'un 12. soruya verdiği cevap.

Suna Nur "6969 bölü 69. 69'a bölüyorum. 1 defa. 69'un içinde...6'dan 6 çıktı 0. 9'dan 9 çıktı 0" diyerek işlemini yapmıştır.

#### 4.1.1.2. Çıkarma işleminde sıfırdan ödünç alma.

Çıkarma işleminde eksilen sayının basamaklarında 0 olduğunda öğrenciler bazı zorluklar yaşayabilmektedir. Suna 11.soruda ( $5808 \div 48 = ?$ ) bölme işlemi içerisinde yaptığı çıkarma işleminde zorluk yaşamıştır. Suna'nın bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.11.'de verilmiştir. Suna 11. soruya doğru cevap vermiştir.

$5808 \div 48 = ?$	$\begin{array}{r} 5808 \overline{) 48} \\ \underline{-48} \phantom{00} \\ 100 \\ \underline{-96} \\ 004 \\ \underline{-36} \\ 108 \\ \underline{-96} \\ 12 \end{array}$	$\begin{array}{r} 48 \overline{) 5808} \\ \underline{-48} \phantom{00} \\ 100 \\ \underline{-96} \\ 004 \\ \underline{-36} \\ 108 \\ \underline{-96} \\ 12 \end{array}$	$\begin{array}{r} 48 \overline{) 5808} \\ \underline{-48} \phantom{00} \\ 100 \\ \underline{-96} \\ 004 \\ \underline{-36} \\ 108 \\ \underline{-96} \\ 12 \end{array}$
--------------------	---	---	---

Şekil 4.11. Suna'nın 11. soruya verdiği cevap.

Suna'nın araştırmacıyla diyalogu aşağıdaki gibidir:

A: Tamam şu 100'den 96'yı nasıl çıkardın onu anlat bana.

Suna: ...10'dan 6'yı çıkardım 4. Elde var 1. Zaten 10'dan 9 çıkınca 1. 0. Elde var 1...aaa şurası 0.

Öğrencinin yaptığı işlemlere ve konuşmalarına bakıldığında 100'den 96 çıkarıp 104, 104'ten 96 çıkarıp 108 ve 108'den 96 çıkarıp 112 bulduğu için fark giderek büyümüş, bölüm 1222 çıkmış ve kafası karışmıştır. Öğrenci örneğin 100'den 96 çıkarırken 0'dan 6 çıkmadığında birler basamağı için 10'dan 6 çıkarıp 4 bulmuş, onlar basamağındaki 0'm da artık 9 olduğunun farkında olarak 9'dan 9 çıkarmış 0 bulmuştur. Daha sonra da yüzler basamağındaki 1'i aşağı indirmiştir. Araştırmacıya anlatırken hatasını fark etmiş daha sonra işlemine baştan başlamış, bu kez çıkarmada zorluk yaşamamıştır.

#### 4.1.1.3. Çıkarılacak sayıyı soldan hizalama.

Gaye 11. soruda ( $5808 \div 48 = ?$ ) bölme işlemini yaparken, bölme işleminin içinde bulunan çıkarma işlemini sol tarafa hizalayarak yapmaya çalıştığı görülmüştür. Gaye'nin bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.9.'de verilmiştir. Gaye 11. soruyu boş bırakmıştır. Gaye çıkarma işleminde sayıları alt alta yazarken sayıları sola hizalayarak yazmış ve çıkarma işlemi yapmaya çalışmış, yapamayınca vazgeçmiş soruyu boş bırakmıştır. 100'den 96 çıkaracağı zaman 1'in altına 9 yazmış, çıkaramayınca soruyu boş bırakmış, 96'yı da silmiştir.

#### 4.1.1.4. Çıkarma işleminin algoritmasını bilmeme.

Sıla birinci soruda işlemi tamamen yanlış yapmıştır. Birinci soru " $8 \div 2 = ?$ " dir. Sıla'nın bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.12.'de verilmiştir. Sıla birinci soruya yanlış cevap vermiştir. Bölme işlemi içerisinde yer alan çıkarma işleminde küçük sayıdan büyük sayıyı yani 8'den 16'yı çıkarmış ve 12 bulmuş, işlemine bu şekilde devam etmiştir. İşlemini yaparken "sekizden altı çıktı iki kaldı. Biri aşağı yazdım" demiştir.

The image shows a student's handwritten work for the division problem  $8 \div 2 = ?$ . On the left, the student has written  $8 \div 2 = 86$ . On the right, there is a long division setup:  $16 \overline{) 86}$ . The student has written 2 above the 6, and 12 below the 16, with a horizontal line under 12. Below the line, the student has written 00, indicating a remainder of 00.

Şekil 4.12. Sıla'nın birinci soruya verdiği cevap.

#### 4.1.2. Algoritmada Sıfırın Kaydedilmesi ile İlgili Zorluklar

Araştırmada kullanılan sorular içerisinde öğrencilerin bölüme ne zaman 0 ekleneceğini bilip bilmedikleri ile ilgili sorular bulunmaktadır. Tablo 4.3.'de öğrencilerin soru bazında algoritmada sıfırın kaydedilmesi ile ilgili yaşadıkları zorlukların dağılımları verilmiştir.

Tablo 4.3. Öğrencilerin Soru Bazında Algoritmada Sıfırın Kaydedilmesi ile İlgili Yaşadıkları Zorlukların Dağılımları

Algoritmada Sıfırın Kaydedilmesi ile İlgili Yaşanan Zorluklar	Suna Nur	Harun	Emre	Suna	Gaye	Sıla	Toplam
Soru 1	-	-	-	-	-	-	-
Soru 2*	-	-	-	-	1	-	1
Soru 3	-	-	-	-	-	-	-
Soru 4	-	1	-	-	-	-	1
Soru 5	-	1	-	-	-	-	1
Soru 6*	-	1	1	1	-	-	3
Soru 7	-	-	-	-	-	-	-
Soru 8*	-	-	-	-	-	-	-
Soru 9	1	-	-	-	-	-	1

(devamı arkadadır)

Tablo 4.3. Öğrencilerin Soru Bazında Algoritmada Sıfırın Kaydedilmesi ile İlgili Yaşadıkları Zorlukların Dağılımları (devamı)

Algoritmada Sıfırın Kaydedilmesi ile İlgili Yaşanan Zorluklar	Suna Nur	Harun	Emre	Suna	Gaye	Sıla	Toplam
Soru 10*	-	-	-	-	-	-	-
Soru 11	-	1	-	-	-	-	1
Soru 12*	1	1	-	-	-	-	2
Toplam	2	5	1	1	1	-	10

(\*: Bölüme sıfır eklenmesi gereken sorular)

Tablo 4.3.'e göre Sıla algoritmada 0'ın kaydedilmesi ile ilgili bir zorluk yaşamazken diğer öğrencilerin zorlandığı görülmüştür. En çok zorlanan öğrenci ise Harun'dur. Öğrenciler bölüme 0 eklenmesi gereken sorulardan sekizinci ve 10. sorularda zorluk yaşamamışlardır. Bölüme 0 eklenmemesi gereken sorulardan dördüncü, beşinci ve 11. sorularda Harun, dokuzuncu soruda Suna Nur zorluk yaşamıştır. Öğrencilerin algoritmada 0'ın kaydedilmesi ile ilgili yaşadıkları zorluklar 0'ı bölüme eklememe ve bölüme yanlış durumda 0 eklemek üzere iki başlıkta anlatılmıştır.

#### 4.1.2.1. Sıfırı bölüme eklememe

Bölme işlemini yaparken bölünenin basamaklarında sırasıyla bölen var mı diye bakılır, eğer yoksa bölüme 0 yazılır. İki, altı, sekiz, 10 ve 12. sorularda bölüme 0 eklenmesi gereken işlemler vardır. Bazı öğrencilerin bölüme 0 yazmaları gereken durumlarda yazmadıkları görülmüştür. Gaye ikinci soruda, Harun, Emre ve Suna altıncı soruda, Suna Nur ve Harun 12. soruda bu zorluğu yaşamışlardır. Sekizinci ve 10. soruda öğrenciler bu zorluğu yaşamamışlardır.

##### 4.1.2.1.1. İkinci soruda sıfırı bölüme eklememe.

İkinci soru " $50 \div 5 = ?$ " dir. Gaye'nin bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.13.'de verilmiştir. Gaye ikinci soruya önce yanlış sonra doğru cevap vermiştir.

Şekil 4.13. Gaye'nin ikinci soruya verdiği cevap.

Öğrenci önce  $50 \div 5$  işleminin sonucunu 1 bulmuş, daha sonra araştırmacının soruları üzerine işleminin sağlamasını yaparak ( $5 \times 1 = 5$ ,  $5 \times 0 = 5$ ) hatasını fark etmiş ve cevabını 10 olarak düzeltmiştir. Öğrencinin ifadeleri aşağıda verilmiştir:



A: Nasıl yaptın?

Gaye: Beşin içinde beş, bir defa.

A: Hıhı.

Gaye: Burdaki beşi buraya yazdım. Çıkarttım sıfır. Bu sıfırı da aşağı indirdim.

A: Bu sıfır için bir şey yapacak mıyız?

Gaye: Cık.

A: Bölmenin sağlaması nasıl yapılıyordu?

Gaye: ... sağlaması... önce bunları bunu çarpıyoruz... sonra bulduğumu sonuçla kalanı... çarp... çıkartıyoruz.

A: Topluyoruz.

Gaye: Topluyoruz.

A: Peki yap bakalım.

Gaye: ... Beş kere bir, beş. Yapiyim mi?

A: Yap. Sonra?

Gaye: Beşten sıfır... beş.

A: Peki doğru mu yapmışsın?

Gaye: Yanlış.

A: Dur silmek yok. Neden yanlış yaptın sence?

Gaye: Burda... u... Beş çıktı ama ben bir buldum.

A: Peki niye yanlış yaptın?

Gaye: Bu sıfırı buraya eklediğimden mi?

A: Bilmem ondan mı? Şuraya bir daha yap o zaman işlemi.

Gaye: ...

#### 4.1.2.1.2. Altıncı soruda sıfırı bölüme eklememe.

Altıncı soru " $218 \div 2 = ?$ " dir. Harun, Emre ve Suna zorluk yaşamışlardır. Harun'un bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.14.'te verilmiştir. Harun altıncı soruya önce yanlış sonra doğru cevap vermiştir. Harun onlar basamağındaki 1 için bölüme bir şey yazmamış direkt 8'i aşağı indirerek, cevabı önce 19 bulmuştur. Daha sonra araştırmacı öğrencinin işlemini kontrol etmesini istemiştir ve öğrenci hatasını fark ederek bölümü 109 bulmuştur.

Şekil 4.14. Harun'un altıncı soruya verdiği cevap.

Harun'un ifadeleri aşağıdaki gibidir:

Harun: 218 bölü 2. 2'nin içinde 2, 1 defa vardır...2'yi yazdık. 0...1'i aşağıya indirdik...8'i de aşağıya indiriyom...

A: 18'in içinde 2, 9 defa dedin?

Harun: Evet hocam.

A: Tamam.

Harun: Çıkartıyoruz 0.

A: Tamam. Bitti mi işlemimiz?

Harun: ...

A: Tamam. Peki işlemimizi hani kontrol ediyorduk bir şeyle?... Nasıl yapıyorduk onu? Hatırlıyor musun?... Derste yapıyorduk ya?... Sağlama yapıyorduk hani?

Harun: Sağlama...

A: Hıhı.  
Harun: ...

Öğrenci sağlama yapma konusunda yönlendirildikten sonra görüşme şu şekilde devam etmiştir.

Harun: ... (19'la 2'yi çarptı 38 buldu.) 38  
A: Doğru mu yapmışsın?  
Harun: Yanlış.  
A: Peki, nerde yanlış yaptın acaba?  
Harun: ...  
A: Görüyor musun bir şey?  
Harun: Cık...  
A: Peki. Şimdi burada 2'nin içinde 2, 1 defa var dedin. Tamam. Sonra bu 1'i aşağı indirdin bu 1 için bir şey yapmaya gerek var mıydı yoksa 8'i mi indiriyorduk sonra hemen?  
Harun: 0 koyuyorduk.  
A: Nereye 0 koyuyorduk?  
Harun: Buraya. (1'le 9'un arasını gösterdi, 109 yazdı.)

Emre'nin bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.15.'te verilmiştir. Emre altıncı soruyu boş bırakmıştır. Emre işleme doğru bir şekilde başlamış fakat onlar basamağındaki 1'in içinde 2 olmayınca ne yapacağını şaşırılmış ve soruyu bu şekilde yarım bırakmıştır.

$218 \div 2 = ?$	
------------------	--

Şekil 4.15. Emre'nin altıncı soruya verdiği cevap.

Öğrencin ifadeleri aşağıda verilmiştir:

A: Ne düşünüyorsun?  
Emre: ... (Bölüme 1 yazdı, 2'den 2 çıkardı, 0 buldu. 1'i aşağı indirdi)  
A: Ne düşündüğünü bana bi söyle.  
Emre: Kafam karıştı.  
A: Ne karıştırdı kafanı?  
Emre: ...Yapamadım ki.  
A: Neden yapamadın?  
Emre: ....  
A: İkinin içinde 2 aramaya başladın. 1 defa, 2'yi yazdın. 2'den 2 çıktı. 0. 1'i indirdin.  
Emre: Evet hocam.  
A: Sonra ne yapacaksın?  
Emre: ....  
A: 1'in içinde 2?  
Emre: Yok.  
A: O mu kafanı karıştırdı?  
Emre: Evet hocam.  
A: Orada ne yapacağını düşünüyorsun. Hatırlıyor musun hiç ne yaptığımızı?  
Emre: Cık.  
A: Hatırlamıyorsun. İşleme devam edecek misin?  
Emre: Cık.

Suna bölümü 19 bulmuştur. Suna'nın bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.2.'de verilmiştir. Suna altıncı soruya yanlış cevap vermiştir. Araştırmacı öğrenciden sağlama

yapmasını istemiştir. Fakat öğrenci sağlama da yapamamıştır. Suna'nın ifadeleri aşağıdaki gibidir:

*A: Bölme işleminin sağlamasını nasıl yapıyorduk?*

*Suna: ...218...2'yi burdan kontrol...etmek için burda 1 mi bulduk mesela 2'yle 1'i çarpıyoruz burda şey çıkıyorsa onu yazıyoruz.*

*A: O şekilde mi kontrol ediyorduk? Kontrol et bakalım bana nasıl olduğunu bi anlat.*

*Suna: ...öğretmenim burda 2'yle şeyi hangi sayıyı buraya getirmek için hangisini kullanacaksak şurda da yapmışım ben hatta onla çarpıp buraya yazıyoruz.*

*A: Tamam yap bakalım onu.*

*Suna: 2'yle 1'i çarpınca 2. Buraya 2 getiriyoruz. Buraya 1 geliyor...uu...*

*A: Oraya nasıl 1 geldi peki?*

*Suna: ...uu... burda çünkü 0 olduğu için...2'de şey olmadığı için o yüzden buraya şey yapıyoruz...0'ın içinde 2 olmadığı için.*

*A: Başka bir sağlama yolu biliyor musun?*

*Suna: ...*

*A: Peki. 2'nin içinde 2, 1 defa diye mi başladın işleme? Nasıl başladın?*

*Suna: Hıhı.*

*A: Tamam. Sonra 1'i indirdin. Peki bu 1 için buraya bir şey yazmalı mıydık?*

*Suna: İı...yok.*

*A: Tamam böyle kaldı yani. Bu şekilde doğru diyorsun.*

*Suna: Evet.*

#### **4.1.2.1.3. On ikinci soruda sıfırı bölüme eklememe.**

On ikinci soru " $6969 \div 69 = ?$ " dir. Suna Nur'un bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.10.'da verilmiştir. Suna Nur 12. soruya önce yanlış sonra doğru cevap vermiştir. Suna Nur önce bölümü 11 bulmuş, araştırmacının öğrenciden sağlama yapmasını istemesi üzerine öğrenci 11'le 69'u çarparak 6969'a ulaşamadığını görmüş ardından işlemini kontrol ederek bölümü 101 bulmuştur. Öğrenci yaptığı sağlamayı sildiği için tam olarak görünmemektedir. Öğrencinin ifadeleri aşağıda verilmiştir:

*Suna: 6969 bölü 69. 69'a bölüyorum. 1 defa. 69'un içinde...6'dan 6 çıktı 0. 9'dan 9 çıktı 0. 6'yı aşağıya indirdim. 6'nın içinde yok. Yine 69 oldu. 9 kere 1, 9. 6 kere 1, 6. Çıkar 0, 0. 11.*

*A: Tamam. İşlemini bir kontrol eder misin? Sağlama yapıyorduk hani?*

*Suna: Tamam. ... 9 kere 1, 9. 6 kere 1 6. 9 kere 1 9. 6 kere 1 6...topla 9,10,11,12,13,14,15. 15. 9,10,11,12,13,14,15. 15...(759 buldu.) yanlış.*

*A: Peki sence neden yanlış yaptın?*

*Suna: Bilmiyorum ama kesinlikle yanlış. Bi yerde hata yaptım galiba.*

*A: Tamam.*

*Suna: 6969...69'un içinde direk arıcam, 6'nın içinde yok zaten.*

*A: Tamam.*

*Suna: 69. Çıkardım. 6'dan 6 çıktı 0. 9. Buraya 6'yı indirdim... 6'nın içinde 69 olmadığı için 9'u bi daha buraya...aaa bi dakika. Buraya bi 0 eklemem lazım. 6'nın içinde olmadığı için. 69 oldu. 69'un içinde arıcam. 1 defa... 9 kere 1, 9. 6 kere 1, 6. Bi daha sağlama yapıyım.*

*A: Tamam*

*Suna: 9 kere 1, 9. 9 kere 0,.. 0. 9 kere 1, 9. 6 kere 1...6. 6 kere 0. 6 kere 1, 6. Topla...6. 9. 6. 9. Doğru çıktı.*

Harun'un bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.16.'da verilmiştir. Harun 12. soruya önce yanlış sonra doğru cevap vermiştir. Harun bölümü önce 11 bulmuştur. Araştırmacı öğrenciden sağlama yapmasını isteyince, öğrenci hatasını fark ederek bölümü 101 bulmuştur.

6969 ÷ 69 = ?

$$\begin{array}{r} 6969 \overline{) 69} \\ \underline{69} \phantom{00} \\ 0069 \\ \underline{69} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ \times 11 \\ \hline 69 \\ + 690 \\ \hline 759 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \phantom{0} 101 \\ \times 69 \\ \hline 909 \\ + 6060 \\ \hline 6969 \end{array}$$

Şekil 4.16. Harun'un 12. soruya verdiği cevap.

Öğrenci ile araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

Harun: 6969'u bölcez 69'a...6'nın içinde 69 yok. 69'un içinde...69 bi defa var. 69. Çıkadık 0. 6'yı indirdik. 6'nın içinde 69 yok. 9'u da indirdik...69'un içinde...gine 1 var. 69. 0.

A: Peki işlemi kontrol et bakalım.

Harun: 69'la 11'i...çarp...9. 6. 9. 6. 9. 6. Topla...15'in 5'i...759.

A: Doğru mu yapmışsın?

Harun: Yanlış.

A: Peki sence neden yanlış yaptın?

Harun: ...

A: Var mı aklına gelen bir şey?

Harun: ...Çık.

A: Hiçbir şey yok mu?

Harun: Hocam şuraya 0 gelse...oluyomuş da.

A: Dene bakalım nereye 0 gelecek?

Harun: Ortasına.

A: Tamam oradan ok yap yine aşağıya. Tamam. Yani bölüm kaç çıkmalıymış?

Harun: ...6969.

A: Bölüm?

Harun: 101.

#### 4.1.2.2. Bölüme yanlış durumda sıfır ekleme.

Bazı öğrencilerin bölme işlemini yaparken, bölüme 0 yazmamaları gereken durumlarda bölüme 0 yazdıkları görülmüştür. Bu durum da öğrencilerin hata yapmalarına sebep olmuştur. Suna Nur, Harun ve Sıla bölüme gereksiz durumlarda 0 eklemişlerdir. Bu zorluk dokuzuncu ve 11. sorularda ortaya çıkmıştır. Harun ise dördüncü ve beşinci soruda bölüme sıfır yazıp yazmama konusunda kararsız kalmıştır.

##### 4.1.2.2.1. Dördüncü ve beşinci sorularda yanlış durumda sıfır ekleme.

Bölme işlemlerini yaparken Harun bölüme 0 yazıp yazmayacağı konusunda şüpheye düşmüştür. Öğrencinin dördüncü soruda yaptığı işlem Şekil 4.17.'de, beşinci soruda yaptığı işlem Şekil 4.18.'de verilmiştir. Harun dördüncü ve beşinci soruya doğru cevap vermiştir. Dördüncü soruda konuşmalarında böyle bir ifade geçmese de araştırmacı öğrencinin uzun süre düşündüğünü görmüş ve öğrenci beşinci soruda dördüncü soruyu da göstererek bu durumu ifade etmiştir.

$$96 \div 24 = ?$$

$$\begin{array}{r} 96 \overline{) 24} \\ \underline{-96} \phantom{0} \\ 00 \phantom{0} \\ \phantom{00} 4 \phantom{0} \\ \phantom{00} \underline{4} \phantom{0} \\ \phantom{000} 0 \phantom{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 40 \\ \hline 960 \end{array}$$

Şekil 4.17. Harun'un dördüncü soruya verdiği cevap.

$$729 \div 3 = ?$$

$$\begin{array}{r} 729 \overline{) 243} \\ \underline{-6} \phantom{0} \phantom{0} \\ 12 \phantom{0} \phantom{0} \\ \underline{-12} \phantom{0} \\ 00 \phantom{0} \\ \phantom{00} 9 \phantom{0} \\ \phantom{00} \underline{-9} \\ \phantom{000} 0 \end{array}$$

Şekil 4.18. Harun'un beşinci soru için verdiği cevap.

Öğrencinin ifadeleri aşağıda verilmiştir:

A: Tamam. Bitti mi işlemin?

Harun: Hıhı.

A: Nerden anladın işlemin bittiğini?

Harun: ...

A: Hani az önce şüpheye düştün ya mesela burada hemen karar verdin bittiğine.

Harun: ...

A: Az önce neden şüpheye düştün?

Harun: Hocam burdaki 0'ı buraya koycaz mı diye. (4. soruda kalan 0'ı gösterdi)

A: Tamam. Orda? Orda da 0 var. Onda şüpheye düşmedin mi?

Harun: Düştim hocam.

A: Onda da düştün. Böyle kalandaki 0 olunca şüpheye mi düşüyorsun o zaman? Mesela burada da var burada da hep 0 var. (1.,2.,3. sorulardaki kalanları gösterir)

Harun: Bunlarda düşmedim hocam da şu ikisinde. (4. ve 5. soruyu gösterir.)

#### 4.1.2.2.2. Dokuzuncu soruda bölüme yanlış durumda sıfır ekleme.

Dokuzuncu soru " $876 \div 146 = ?$ " dır. Suna Nur'un bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.19.'da verilmiştir. Suna Nur dokuzuncu soruya önce yanlış sonra doğru cevap vermiştir. Suna Nur bölümü önce 60 bulmuş daha sonra araştırmacının 0'ı neden eklediğini sorması üzerine 0'ı silmiş ve bölümü 6 olarak değiştirmiştir. Aşağı sayı indirmede için 0'ı sildiğini belirtmiştir.

$$876 \div 146 = ?$$

$$\begin{array}{r} 876 \overline{) 146} \\ \underline{-876} \phantom{0} \\ 000 \phantom{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 146 \\ \times 6 \\ \hline 876 \end{array}$$

Şekil 4.19. Suna Nur'un dokuzuncu soru için cevabı.

Öğrencinin ifadeleri aşağıdadır:

Suna Nur: *Buraya da bi 0 ekleyelim. (Bölüme 60 yazdı.)*  
A: *Oraya neden 0 ekledik?*  
Suna Nur: *Çünkü...ha...tamam... (0'ı sildi.) 0 eklemeye gerek yoktu.*  
A: *Sonra neden vazgeçtin?*  
Suna Nur: *Çünkü aşağı sayı indirmedim.*  
A: *Tamam.*  
Suna Nur: *Onun için.*

#### 4.1.2.2.3. On birinci soruda bölüme yanlış durumda sıfır ekleme.

On birinci soru “ $5808 \div 48 = ?$ ” dir. Harun’un bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.8.’de verilmiştir. Harun 11. soruya yanlış cevap vermiştir. Harun onlar basamağındaki 0’ı aşağı indirdiğinde bölüme de direk 0 yazarak önce bölümü 102 bulmuş, daha sonra birler basamağındaki sayıyı indirmeyi unuttuğunu fark ederek işlemine devam etmiş bu kez de bölümü 1021 bulmuştur. Sağlama yapsa da hatasını bulamamıştır. Öğrencinin ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Harun: *5808 bölcez 48’e.*  
A: *Tamam.*  
Harun: *5’in içinde 48 yok. 58’in içinde 48...bi defa va...48’i yazıyoz. Çıkar 1. 0...burdaki 0’ı aşşarı indiriyoz. Onun için 0 yazıyoz...100’ün içinde 48 arıcaz...onun için...2 defa...96...şuraya. 96...çıkariyoz. 0’dan 6 çıkmaz.*

#### 4.1.3. Bölmede Çarpma İşleminin Yapılması ile İlgili Zorluklar

Öğrencilerin bölme işlemini hatasız yapabilmeleri için çarpma işlemini de hatasız yapmaları gerekmektedir. Tablo 4.4.’te öğrencilerin soru bazında bölmede çarpma işleminin yapılması ile ilgili yaşadıkları zorlukların dağılımları verilmiştir.

Tablo 4.4. Öğrencilerin Soru Bazında Bölmede Çarpma İşleminin Yapılması ile İlgili Yaşadıkları Zorlukların Dağılımları

Bölmede Çarpma İşleminin Yapılması ile İlgili Yaşanan Zorluklar	Suna Nur	Harun	Emre	Suna	Gaye	Sıla	Toplam
Soru 1	-	-	-	-	-	-	-
Soru 2	-	-	-	-	-	-	-
Soru 3	-	-	-	-	-	-	-
Soru 4	1	-	2	-	-	-	3
Soru 5	-	-	-	-	-	-	-
Soru 6	-	1	-	-	1	-	2
Soru 7	-	-	2	-	-	-	2
Soru 8	-	-	-	-	-	-	-
Soru 9	-	1	-	-	-	1	2
Soru 10	-	-	-	-	-	-	-
Soru 11	1	-	1	-	-	-	2
Soru 12	-	-	-	-	-	-	-
Toplam	2	2	5	-	1	1	11

Tablo 4.4.'e göre öğrencilerin genel olarak çarpma işlemlerinde zorluk yaşadıkları görülmektedir. Sadece Suna bu araştırma boyunca hiçbir şekilde çarpma işleminde zorluk yaşamamıştır. En çok zorluk yaşayan öğrenci ise Emre'dir.

#### 4.1.3.1. Dördüncü soruda çarpma işleminde yaşanan zorluklar.

Dördüncü soru " $96 \div 24 = ?$ " dir. Suna Nur ve Emre dördüncü soruda işlem yaparken çarpmada zorluk yaşamışlardır. Suna Nur'un bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.20.'de verilmiştir. Suna Nur dördüncü soruya doğru cevap vermiştir. Suna Nur önce  $24 \times 2$  işleminin sonucunu 48 değil 68 bulmuştur. Fakat bu işlem hatası bölümü yanlış bulmasına sebep olmamıştır.

$96 \div 24 = ?$	$\begin{array}{r} 96 \overline{) 24} \\ \underline{96} \phantom{0} \\ 00 \end{array} \quad \text{O}$	$\begin{array}{r} 24 \\ \times 2 \\ \hline 96 \end{array} \quad \text{O}$
------------------	--	---

Şekil 4.20. Suna Nur'un dördüncü soruya verdiği cevap.

Öğrencinin ifadeleri aşağıda verilmiştir:

Suna Nur: 96'yı 24'e bölcez. Eee...9'un içinde 24...yok. 96'nın içinde 24 arıcaz...uu...kaç defa...örtmenim çarpabilir miyim?

A: Tabi ki. İstedğin gibi işlem yapabilirsin.

Suna Nur: 68 yani 2 defa küçük geldi.

Öğrenci "68 yani 2 defa küçük geldi" derken bahsettiği 68'i 24 ile 2'yi çarparak elde etmiştir.

Emre'nin bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.21.'de verilmiştir. Emre dördüncü soruya önce yanlış sonra doğru cevap vermiştir. Emre ile yapılan görüşmenin deşifresinde yaptığı çarpma işlemi hatasına dair sözel bir ifade bulunmazken öğrencinin yaptığı işlemde bu görülmektedir. Öğrenci 96'yla 2'yi çarparken 192 yerine 182 bulmuştur. Ayrıca 96'yla 24'ü çarptığı işlemde de 96'yla 2'nin çarpımı için 188 yazmıştır. Öğrencinin yaptığı bu hatalar bölümü yanlış bulmasına sebep olmamıştır.

$96 \div 24 = ?$	$\begin{array}{r} 96 \overline{) 24} \\ \underline{-8} \phantom{0} \\ 16 \end{array}$	$\begin{array}{r} 96 \overline{) 24} \\ \underline{-96} \phantom{0} \\ 00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 96 \\ \times 24 \\ \hline 384 \\ 480 \\ \hline 1824 \end{array}$	$\begin{array}{r} 96 \\ \times 2 \\ \hline 480 \end{array}$	$\begin{array}{r} 96 \\ \times 2 \\ \hline 188 \end{array}$
------------------	---	--	--	---	---

Şekil 4.21. Emre'nin dördüncü soruya verdiği cevap.

#### 4.1.3.2. Altıncı soruda çarpma işleminde yaşanan zorluklar.

Altıncı soru “ $218 \div 2 = ?$ ” dir. Harun ve Gaye bu bölme işlemi içerisinde gerekli olan çarpma işlemlerinde zorluk yaşamışlardır. Harun’un altıncı soruda yaptığı işlem Şekil 4.14.’te verilmiştir. Harun altıncı soruya önce yanlış sonra doğru cevap vermiştir. Harun sağlama yaparken  $109 \times 2 = 238$  bulmuştur. 9 kere 2’yi 18 bulduktan sonra 0 kere 2’ye 2 diyerek elde 1’i eklemiş ve çarpımı 238 bulmuştur. Daha sonra işlemini düzeltmiştir.

Gaye’nin bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.22.’de verilmiştir. Gaye altıncı soruya yanlış cevap vermiştir. Gaye bölme işleminde 1’in içinde 2, 0 defa dedikten sonra 0 kere 1’e, 1 diyerek aşağıdaki gibi işlem yapmıştır. Bu öğrenci yaptığı işlem hatasından dolayı bölümü yanlış bulmuştur.

$218 \div 2 = ?$	$\begin{array}{r} \overline{) 218} \\ \underline{2} \phantom{00} \\ 01 \phantom{0} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 008 \\ \underline{000} \\ 008 \\ \underline{000} \\ 000 \end{array}$
------------------	---

Şekil 4.22. Gaye’nin altıncı soruya verdiği cevap.

#### 4.1.3.3. Yedinci soruda çarpma işleminde yaşanan zorluklar.

Yedinci soru “ $575 \div 25 = ?$ ” dir. Emre’nin bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.23.’de verilmiştir. Emre yedinci soruya yanlış cevap vermiştir. Emre çarpma işlemlerinde zorluk yaşamıştır. Emre 57’nin içinde 25’in 3 defa olduğunu düşünerek,  $25 \times 3$ ’ü 40 bulmuştur. Ayrıca 57’den 40 çıkardığında 10 bulmuş, yanına 5 indirmiş, 175’in içinde 25’i bulmak için 25’le sayıları çarpmaya başlamıştır. Bu aşamada  $25 \times 8$ ’i 160 bulmuştur. Öğrenci en başta  $25 \times 3$ ’ü 40 ve daha sonra da  $25 \times 8$ ’i 160 bulduğu için bölümü 38, kalanı 15 bulmuştur. Öğrencinin yaptığı bu hatalar bölümü yanlış bulmasına sebep olmuştur.

7	$575 \div 25 = ?$	$\begin{array}{r} \overline{) 575} \\ \underline{40} \phantom{00} \\ 175 \\ \underline{160} \phantom{0} \\ 015 \end{array}$
---	-------------------	---

Şekil 4.23. Emre’nin yedinci soruya verdiği cevap.



#### 4.1.3.4. Dokuzuncu soruda çarpma işleminde yaşanan zorluklar.

Dokuzuncu soru " $876 \div 146 = ?$ " dir. Harun ve Sıla çarpma işlemleri sırasında zorluk yaşamışlardır. Harun'un bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.24.'te verilmiştir. Harun dokuzuncu soruya yanlış cevap vermiştir. Harun, 146'yı sayılarla çarpmaya başlamıştır. İşlemi açıklarken "146'ylan 6'yı çarp...6 kere 6, 36'nın 6'sı elde var 3...6 kere...4...26...mı...26. bi de elde 3. 29. Elde var 2...896" demiştir. 146'yla 6'yı çarparken 6 kere 4'ü 24 yerine 26 bularak çarpımı 896 bulmuştur. 876'dan büyük bir sayı bulduğu için bölüme 5 yazarak işlemine devam etmiş ve bölümü yanlış bulmuştur.

9	$876 \div 146 = ?$	$\begin{array}{r} 876 \overline{)146} \\ -730 \overline{)51} \\ \underline{146} \\ -146 \\ \hline 000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 146 \\ \times 31 \\ \hline 438 \\ + 1460 \\ \hline 2146 \end{array}$	$\begin{array}{r} 146 \\ \times 2 \\ \hline 292 \end{array}$ $\begin{array}{r} 146 \\ \times 5 \\ \hline 730 \end{array}$ $\begin{array}{r} 146 \\ \times 6 \\ \hline 896 \end{array}$
---	--------------------	--	--	--

Şekil 4.24. Harun'un dokuzuncu soruya verdiği cevap.

Sıla'nın dokuzuncu soruda yaptığı işlem Şekil 4.25.'te verilmiştir. Sıla dokuzuncu soruya yanlış cevap vermiştir. Sıla'nın bu soru için yaptığı bölme işlemi tamamen yanlış olsa da yaptığı çarpma işlemleri de dikkat çekmektedir. Öğrenci 146'yla 2'yi çarpmış önce 192 daha sonra 292 bulmuştur. Sıla işlemi açıklarken "730'un içinde 146'yı aradım...ıı...146'yı aradım 2 defa buldum. 2 kere 146'yı 192 buldum. Eee...730'la 192'yi çıkardım. Sonuç 538 buldum. Ha kalanı 538 buldum. Sonucu da 12 buldum" demiştir.

$876 \div 146 = ?$	$\begin{array}{r} 876 \overline{)146} \\ -146 \overline{)12} \\ \hline 192 \\ -192 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 146 \\ \times 2 \\ \hline 292 \end{array}$	$\begin{array}{r} 146 \\ \times 2 \\ \hline 292 \end{array}$
--------------------	---	--	--

Şekil 4.25. Sıla'nın dokuzuncu soruya verdiği cevap.

#### 4.1.3.5. On birinci soruda çarpma işleminde yaşanan zorluklar.

On birinci soru " $5808 \div 48 = ?$ " dir. Suna Nur ve Emre çarpma işlemlerinde zorluk yaşamışlardır. Suna Nur'un bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.7.'de verilmiştir. Suna Nur 11. soruya yanlış cevap vermiştir. Suna Nur 100'ün içinde 48 ararken  $48 \times 2$ 'yi 106 bulmuştur.

106, 100'den büyük olduğu için 100'ün içinde 48, 2 defa var diyerek işlemini sürdürmüş ve yanlış yapmasına sebep olmuştur. Öğrencinin ifadeleri aşağıda verilmiştir:

*Suna Nur: ... 0. Buraya bi 0 indiriyorum. O...48, 100'ün içinde...48'le 2'yi çarpcam. 8 kere 2...16. Yanlış yaptım. 4 kere 2, 8, 9,10. 106 çıktı fazla geldi. O zaman 1 defa. 8 kere 1...kafam karıştı...acaba ...yanlış mı yapıyorum.*

Emre'nin bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.26.'da gösterilmiştir. Emre 11. soruyu boş bırakmıştır. Emre 100'ün içinde 48 ararken  $48 \times 2$ 'yi 106 bulmuştur. Bu durumda kafası karışmış ve işlemine devam edememiştir.

Şekil 4.26. Emre'nin 11. soruya verdiği cevap.

Öğrencinin ifadeleri aşağıda verilmiştir.

*A: Çıkardın. 10. 0 ekledin. 100. 100'ün içinde kaç aradın şimdi?*

*Emre: ... İki aradım 106 çıktı (48x2'yi 106 buldu).*

On birinci soruda çarpma işlemlerinde hata yapan öğrencilerden Suna Nur yanlış bölüm bulurken Emre'nin yaptığı bu hatadan dolayı kafası karışmış ve işlemini sürdürememiştir.

#### 4.1.4. Basamak İndirme ve İçinde Arama ile İlgili Zorluklar

Bölme işleminde her basamak için sırasıyla işlem yapılır. Bazı öğrencilerin basamak indirmede ve indirilen basamakla ilgili ne yapacakları konusunda zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Tablo 4.5.'de öğrencilerin soru bazında basamak indirme ve içinde arama ile ilgili yaşadıkları zorlukların dağılımları verilmiştir.

Tablo 4.5. Öğrencilerin Soru Bazında Basamak İndirme ve İçinde Arama ile İlgili Yaşadıkları Zorlukların Dağılımları

Basamak İndirme ve İçinde Arama ile İlgili Yaşanan Zorluklar	Suna Nur	Harun	Emre	Suna	Gaye	Sıla	Toplam
Soru 1	-	-	-	-	-	-	-
Soru 2	-	-	-	-	-	-	-
Soru 3	-	-	-	-	-	-	-
Soru 4	-	-	-	-	-	-	-
Soru 5	-	-	-	-	-	-	-
Soru 6	-	-	-	-	-	1	1
Soru 7	-	-	-	-	-	-	-
Soru 8	-	-	-	-	-	-	-

(devamı arkadadır)

Tablo 4.5. Öğrencilerin Soru Bazında Basamak İndirme ve İçinde Arama ile İlgili Yaşadıkları Zorlukların Dağılımları (devamı)

Basamak İndirme ve İçinde Arama ile İlgili Yaşanan Zorluklar	Suna Nur	Harun	Emre	Suna	Gaye	Sıla	Toplam
Soru 9	-	-	-	-	-	-	-
Soru 10	-	1	-	1	-	-	2
Soru 11	-	-	-	-	-	1	1
Soru 12	-	-	-	-	-	-	-
Toplam	-	1	-	1	-	2	4

Tablo 4.5.'e göre Harun, Suna ve Sıla basamak indirme ve içinde arama ile ilgili zorluk yaşamışlardır. Altıncı, 10. ve 11. sorularda öğrencilerin bu zorluğu yaşadıkları tespit edilmiştir. Basamak indirme ve içinde arama ile ilgili zorluklar basamağı indirmeme ve sadece yeni indirdiği sayının içinde bölüneni arama olmak üzere iki bölümde incelenmiştir.

#### 4.1.4.1. Basamağı indirmeme.

Harun'un 11. soruda ( $5808 \div 48 = ?$ ), birler basamağındaki 8'i aşağı indirmeyi unuttuğunu araştırmacı gözlemlemiştir ve Harun bölümü önce 102 bulmuştur. Öğrencinin bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.8.'de verilmiştir. Harun 11. soruya yanlış cevap vermiştir. Araştırmacının öğrenciden işlemi kontrol etmesini istemesi üzerine öğrenci 8'i aşağı indirmediğini fark etmiş ve diğer hatalarının farkına varmayarak bölümü 1021 bulmuştur. Öğrencinin ifadeleri aşağıda verilmiştir:

*Harun: ...Şey...0'dan 6 çıkmaz. Komşuya gittik. Orda da yok. Diğer komşuya gittik...1'i sildik. 0 galdı burda. Buraya 9. Buraya da 10. 10'dan 6 çıktı 4 galır...9'dan 9 çıktı 0. Burdaki 0.*

*Hocam...102 çıktı*

*A: İşlemimiz bitti mi?*

*Harun: ...*

*A: Kontrol et işlemin bittiyse.*

*Harun: İki...48'i çarp...16'nın 6'sı...0...0...8...8...0...4...topla 6. 9. 8. (102'yle 48'i çarptı, 4896 buldu.) Yanlış çıktı.*

*A: Neden yanlış çıktı sence?*

*Harun: ...*

*A: Bir şey görüyor musun?*

*Harun: ...bişey göremiyorum hocam.*

*A: Bir şey göremiyorsun. Peki burada 0'ı indirdin buraya (bölüme) 0 yazdın ya niye öyle yaptın?*

*Harun: ...He hocam işlem bitmedi daha.*

*A: İşlem bitmedi. Neyi unuttun?*

*Harun: 8'i aşağı indiriyoz. 48 galdı. Bi defada 48...0. 0. (Bölümü 1021 buldu.)*

*A: Şimdi bitti mi işlemin?*

*Harun: Bitti hocam.*

Suna'nın bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.10.'da verilmiştir. Suna 11. soruya doğru cevap vermiştir. Öğrenci bölümü 121 bulduğu işlemde birler basamağındaki 8'i aşağı indirmemiş, en son kalan 4'ün içinde 4 arayarak bölümü 121 bulmuştur ve doğru cevabı vermiştir. Ama işlemin yapılışı yanlıştır.

#### 4.1.4.2. Sadece yeni indirdiği sayının içinde bölüneni arama.

Sıla işleme doğru bir şekilde başlamıştır. Fakat sonrasında aşağı indirdiği her sayıyı tek başına değerlendirerek işlemine devam etmektedir. Sıla altıncı ve 11. sorularda bu zorluğu yaşamıştır.

##### 4.1.4.2.1. Altıncı soruda sadece yeni indirdiği sayının içinde bölüneni arama.

Altıncı soru " $218 \div 2 = ?$ " dir. Sıla'nın yaptığı işlem Şekil 4.27.'de verilmiştir. Sıla altıncı soruya yanlış cevap vermiştir.

$218 \div 2 = ?$ 104 kalan 10	$\begin{array}{r} 218 \overline{) 218} \\ \underline{-200} \phantom{0} \\ 18 \\ \underline{-16} \phantom{0} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 0 \end{array}$
--	--

Şekil 4.27. Sıla'nın altıncı soruya verdiği cevap.

Öğrenci 18'in içinde 2 aramak yerine 8'in içinde 2 aramıştır. İşlemine yaparken "218...işte 2'nin içinde 2 aradım 1 defa. 1 kere 2, 2. 2'nin altına yazdım. Çıkardım 0 buldum. 1'i aşağı indirdim. 1'in içinde 2 yok. 0 yazdım. 8'i aşağı indirdim. 8'in içinde 2...4 defa buldum. 4 kere 8 aman 4 kere 2, 8 buldum. Çıkardım kalanı 10 buldum" demiştir.

##### 4.1.4.2.2. On birinci soruda sadece yeni indirdiği sayının içinde bölüneni arama.

On birinci soru " $5808 \div 48 = ?$ " dir. Sıla'nın yaptığı işlem Şekil 4.28.'de verilmiştir.

Sıla 11. soruya önce yanlış sonra doğru cevap vermiştir.

11	$5808 \div 48 = ?$ 121 kalan	$\begin{array}{r} 5808 \overline{) 5808} \\ \underline{-48} \phantom{00} \\ 1000 \\ \underline{-1008} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 48 \\ \times 2 \\ \hline 96 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5808 \overline{) 5808} \\ \underline{-48} \phantom{00} \\ 1000 \\ \underline{-96} \phantom{0} \\ 048 \\ \underline{-48} \\ 00 \end{array}$
----	------------------------------------	---	--	--

Şekil 4.28. Sıla'nın 11. soruya verdiği cevap.

Öğrenci 58'in içinde 48 arayarak işlemine başlamış önce 1 defa demiş, kalan 10'un içinde 48 aramış, bir 0 daha koymuş, 0'ı aşağıya indirmiş 0'ın içinde 48 olmadığı için tekrar 0 eklemiş, 8'i aşağı indirmiş 8'in içinde de 48 olmadığı için bir 0 daha eklemiştir. Daha sonra ise bölüme yazdığı 1000'den şüpheye düşerek işlemine tekrar etmiş ve doğru cevabı bulmuştur. Öğrencinin ifadeleri aşağıda verilmiştir:

A: Tamam hadi bakalım. Ne düşünüyorsun anlat bana.

Sıla: Hocam...eee...48 çıkardım 10 çıktı...

A: En baştan anlat.

Sıla: 58'in içinde 48 aradım bi defa. 1 kere 48, 48. 8'den 8 çıktı 0. 5'ten 4 çıktı 1. 10'un içinde mi arıyoduk?...

A: Şimdi orda yaptığını bir anlat bana ondan sonra şüphelerini konuşalım.

Sıla: Eee...10 çıktı...10'un içinde 48 aradım. Olmadığı için 0 koydum.

A: Tamam.

Sıla: 0'ı aşaya indirdim. 0'ın içinde 48 olmadığı için bi tane daha 0 koydum.

A: Tamam.

Sıla: 8'i aşaya indirdim.

A: Hıhı.

Sıla: 8'in içinde 48 olmadığı için bi 0 daha koydum.

A: Tamam. Nerde şüpheye düştün?

Sıla: 10'un içinde mi 48 arıyoduk yoksa 0'ı indirip 100'ün içinde mi 48 arıyoduk...

A: Orda şüpheye düştün.

#### 4.1.5. Algoritmayı Yanlış Uygulama ile İlgili Zorluklar

Tablo 4.6.'de öğrencilerin soru bazında algoritmayı yanlış uygulama ile ilgili yaşadıkları zorlukların dağılımları verilmiştir.

Tablo 4.6. Öğrencilerin Soru Bazında Algoritmayı Yanlış Uygulama ile İlgili Yaşadıkları Zorlukların Dağılımları

Algoritmayı Yanlış Uygulama ile İlgili Yaşanan Zorluklar	Suna Nur	Harun	Emre	Suna	Gaye	Sıla	Toplam
Soru 1	-	-	-	-	-	1	1
Soru 2	-	-	-	-	-	-	-
Soru 3	-	-	-	-	-	-	-
Soru 4	-	-	-	-	-	-	-
Soru 5	-	-	-	-	-	1	1
Soru 6	-	-	-	-	-	-	-
Soru 7	-	-	-	-	-	-	-
Soru 8	-	-	-	-	-	-	-
Soru 9	-	-	-	-	-	-	-
Soru 10	-	-	-	-	-	-	-
Soru 11	-	-	-	-	-	-	-
Soru 12	-	-	-	-	-	-	-
Toplam	-	-	-	-	-	2	2

Tablo 4.6.'ya göre Sıla birinci ve beşinci sorularda bölme işleminin algoritmasını yanlış uygulamıştır.

##### 4.1.5.1. Birinci soruda algoritmayı yanlış uygulama ile ilgili zorluklar.

Sıla birinci soruda ( $8 \div 2 = ?$ ) bölme işlemi yapması gerekirken farklı bir işlem yapmıştır. Öğrencinin yaptığı işlem Şekil 4.11.'de verilmiştir. Sıla birinci soruya yanlış cevap vermiştir. Öğrencinin ifadeleri aşağıda verilmiştir.

A: Nasıl yaptın anlat bakalım.

Sıla: Eee...hocam 8'in içinde 2 aradım. 8'in içinde 2, 8 defa...mıydı?

A: Tamam 8 defa dedin. Sonra?

Sıla: 8 kere 2...2 kere 8, 16. 8'den 6 çıktı 2 kaldı. 1'i aşağı yazdım. 12'nin içinden u...2 aradım. 6 kere. 6 kere 2, 12. Çıkardım 0. 0 kaldı.  
A: Tamam. Mesela 12'nin içinde 2'nin 6 defa olduğunu nasıl buluyorsun?  
Sıla: 2'şer 2'şer saymıştım.

#### 4.1.5.2. Beşinci soruda algoritmayı yanlış uygulama ile ilgili zorluklar.

Beşinci soruda ( $729 \div 3 = ?$ ) Sıla Şekil 4.28.'deki gibi işlem yapmıştır. Sıla beşinci soruya yanlış cevap vermiştir.

Şekil 4.29. Sıla'nın beşinci soruya verdiği cevap.

Öğrenci 7'nin içinde 3 aramış, 7'den 6 çıkarmıştır. Fark olan 1'in yanına 2'yi indirmiş 12'nin içinde 3'ün 4 defa olduğunu bulmuştur. 12'yi 29'un altına yazmış, fark 17 olmuştur. 17'nin içinde 3 aramış ve 15'i de 17'nin altına yazmıştır. Öğrenci diğer sorularda böyle bir işlem yapmamıştır. Öğrenci "7'nin içinde 3 aradım 2 defa buldum. İki kere 3, 6. 6'yı 7'nin altına yazdım. Çıkardım. Sonuç 1 çıktı sonra 2'yi alta indirdim. 12 oldu, 12'nin içinde 3 aradım, 4 defa buldum. U...12'nin içinde 4 defa buldum yazdım şey...29'un altına yazdım 12'yi. Onları çıkardım 17 buldum. 17'nin içinde 3 aradım 5 defa buldum. 5 kere...3 kere 5, 15. Yazdım çıkardım." demiştir.

#### 4.1.6. Maksimum Bölümün Bulunması ile İlgili Zorluklar

Bölme işleminde amaç bölüme yazılabilecek en büyük sayıyı bulmaktır. Fakat bazı öğrenciler bunu görmezden gelmişlerdir. Tablo 4.7.'de öğrencilerin soru bazında maksimum bölüneni bulmada yaşadıkları zorluk dağılımları verilmiştir.

Tablo 4.7. Öğrencilerin Soru Bazında Maksimum Bölüneni Bulmada Yaşadıkları Zorluk Dağılımları

Maksimum Bölümün Bulunması ile İlgili Yaşanan Zorluklar	Suna Nur	Harun	Emre	Suna	Gaye	Sıla	Toplam
Soru 1	-	-	-	-	-	-	-
Soru 2	-	-	-	-	-	-	-
Soru 3	-	-	-	-	-	-	-
Soru 4	-	-	-	-	-	-	-
Soru 5	-	-	1	-	-	-	1

(devamı arkadadır)

Tablo 4.7. Öğrencilerin Soru Bazında Maksimum Bölünü Bulmada Yaşadıkları Zorluk Dağılımları (devamı)

Maksimum Bölünün Bulunması ile İlgili Yaşanan Zorluklar	Suna Nur	Harun	Emre	Suna	Gaye	Sıla	Toplam
Soru 6	-	-	-	-	-	-	-
Soru 7	-	-	-	-	-	-	-
Soru 8	-	-	-	-	-	-	-
Soru 9	-	1	-	1	1	1	4
Soru 10	-	-	-	-	-	-	-
Soru 11	-	-	-	-	-	-	-
Soru 12	-	-	-	-	-	-	-
Toplam	-	1	1	1	1	1	5

Tablo 4.7.'ye göre Suna Nur hariç diğer öğrencilerin maksimum bölümün bulunması konusunda zorluk yaşadıkları görülmüştür. Bu zorluk en çok dokuzuncu soruda yaşanmıştır.

#### 4.1.6.1. Beşinci soruda maksimum bölünün bulunması ile ilgili zorluklar.

Beşinci soru " $729 \div 3 = ?$ " dir. Emre'nin yaptığı işlem Şekil 4.30.'da verilmiştir. Emre beşinci soruya doğru cevap vermiştir.

Şekil 4.30. Emre'nin beşinci soruya verdiği cevap.

Şekil 4.30.'da görüldüğü gibi ilk işlemde öğrenci 12'den 9 çıkardığında fark 3 olmasına rağmen işlemine devam etmiş ve bölümü 239 bulmuştur. Kalan 12 olduğunda kafası karışmış ve tekrar işlem yapmıştır. Bu işleminde bölümü doğru bir şekilde 243 bulmuştur.

#### 4.1.6.2. Dokuzuncu soruda maksimum bölünün bulunması ile ilgili zorluklar.

Dokuzuncu soru " $876 \div 146 = ?$ " dir. Harun, Suna, Gaye ve Sıla bu soruda maksimum bölünü bulmayla ilgili zorluk yaşamışlardır. Harun'un yaptığı işlem Şekil 4.24.'de verilmiştir. Harun dokuzuncu soruya yanlış cevap vermiştir. Öğrenci maksimum bölünü 6 yerine 5 aldığı için 876'dan 730 çıkarmış ve farkı 146 bulmuştur. Fark 146 olmasına rağmen işlemine devam ederek bölümü 51 bulmuştur. Araştırmacı öğrenciden işlemini kontrol

etmesini istemiş, öğrenci 146'yla 51'i çarpmış ve 7446 bulmuştur. Fakat hatasının nedenini bulamamıştır. Öğrencinin ifadeleri aşağıda verilmiştir:

A: İşlemi kontrol eder misin şurada?

Harun: 800...değil hocam...146'ylan...51'i...çarpcaz...6...4...1...5 kere 6, 30. Elde var 3. 5 kere 4...20. 3 daha elde 23. 3. Elde var 2. 5 kere 1, 5. Bi de şey var 2. 7. Topla. 6. 4. Dö...3. 4. 7446.

A: Peki doğru mu yapmışsın?

Harun: Yanlış.

A: Niye yanlış yaptın peki sence?

Harun: ...

A: Nerde yanlış yapmış olabilirsin?

Harun: ...yanlışlık yok ki hocam.

A: Tamam o zaman diğerine geçebilirsin. Bir yanlışlık görmüyorsan diğer soruya geç.

Harun: ...Hocam yanlışlık var da ben göremiyom.

Suna'nın yaptığı işlem Şekil 4.31.'de verilmiştir. Suna dokuzuncu soruya yanlış cevap vermiştir. Benzer şekilde Suna da Harun gibi bölüme 6 değil 5 yazarak 876'dan 730 çıkarmış ve farkı 146 bulmuştur. Fark 146 olmasına rağmen hatasını fark etmeyerek işlemine devam ederek bölümü 51 bulmuştur.

876 ÷ 146 = ?

$$\begin{array}{r} 876 \overline{)146} \\ \underline{730} \phantom{0} \\ 146 \\ \underline{146} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 146 \\ \times 7 \\ \hline 1022 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 146 \\ \times 3 \\ \hline 438 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 146 \\ \times 5 \\ \hline 730 \end{array}$$

Şekil 4.31. Suna'nın dokuzuncu soruya verdiği cevap.

Gaye'nin yaptığı işlem Şekil 4.32.'de verilmiştir. Gaye dokuzuncu soruya yanlış cevap vermiştir. Gaye işleme önce bölüme 4 yazarak başlamıştır. 4'le 146'yı çarptığında 584 bulunca bir de bölüme 5 yazarak denemeyi istemiştir ama 4'ü silmeyi unutup 5'i de yanına yazmıştır. Daha sonra bu işlemde vazgeçerek Harun ve Suna gibi bölüme 6 değil 5 yazarak 876'dan 730 çıkarmış ve farkı 146 bulmuştur. Fark 146 olmasına rağmen hatasını fark etmeyerek işlemine devam ederek bölümü 51 bulmuştur.

876 ÷ 146 = ?

$$\begin{array}{r} 876 \overline{)146} \\ \underline{730} \phantom{0} \\ 146 \\ \underline{146} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 146 \\ \times 3 \\ \hline 438 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 146 \\ \times 5 \\ \hline 730 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 146 \\ \times 4 \\ \hline 584 \end{array}$$

Şekil 4.32. Gaye'nin dokuzuncu soruya verdiği cevap.



Sıla'nın bu soruda yaptığı işlem Şekil 4.25.'te verilmiştir. Sıla dokuzuncu soruya yanlış cevap vermiştir. Sıla *“onu yazdım şeyy...altına...çıkardım hocam...uumm...cevabı 730 buldum. 730'un içinde 146'yı aradım...uu...146'yı aradım 2 defa buldum. 2 kere 146'yı 192 buldum. Eee...730'la 192'yi çıkardım. Sonuç 538 buldum. Ha kalanı 538 buldum. Sonucu da 12 buldum”* diyerek 876'nın içinde 146'nın bir defa olduğunu, fark olan 730'un içinde de 146'nın 2 olduğunu işlemlerinde göstermiş bölümü 12, kalanı 538 bulmuştur.

## 4.2. Öğrencilerin Yaşadıkları Zorlukların Nedenleri

Bu bölümde öğrencilerin bölme işleminde yaşadıkları zorlukların nedenleri anlatılmıştır.

### 4.2.1. Bölmede Çıkarma İşleminin Yapılması ve Bunun Yapılış Şekli ile İlgili Yaşanan Zorlukların Nedenleri

#### 4.2.1.1. Öğrencilerin çıkarma yapmaya sol taraftan başlamalarının nedenleri.

Bazı öğrenciler altı, yedi, sekiz, 10, 11 ve 12. sorularda bölme işlemleri içerisinde yer alan çıkarma işlemlerine sol taraftan başlamıştır. Öğrencilerin çıkarma işlemlerine sol taraftan başlamaları bu işlemlerde bir hata yapmalarına sebep olmamıştır. Bu öğrenciler Suna Nur, Harun, Suna, Gaye ve Sıla'dır.

##### 4.2.1.1.1. Onluk bozma gerektirmeyen bir çıkarma işlemi olması.

Öğrencilerin bölme işlemi içerisinde yer alan çıkarma işlemlerini yaparken çıkarma işleminde onluk bozma gerekmediğinde çıkarma işlemlerini soldan sağa doğru yaptıkları görülmüştür. Suna altıncı, yedinci ve 10. soruda çıkarma işlemini soldan yapmıştır. Araştırmacı 10. soruda öğrenciye bunun nedenini sormuş ve öğrenciden *“öğretmenim ben orda 0 olduğunu bildiğim için hemen yapıyorum”* cevabını almıştır. Öğrenci fark 0 olduğu için çıkarma işlemini sol taraftan yapmıştır. Sıla yedinci soruda kalan 0 olduğu için çıkarma işlemine sol taraftan başlamıştır. Harun ve Gaye 11. soruda çıkarma işlemini soldan sağa doğru yapmıştır. Harun ve Gaye 58'den 48 çıkardıklarında farkın 10 olduğunu hemen görebildikleri için işlemlerini bu şekilde hızlıca yapmışlardır.

##### 4.2.1.1.2. Bölme işlemi içerisinde yer alan çıkarma işleminde de soldan başlanır kavram yanlıgısını.

Suna Nur sekizinci soruda *“4'ten 4 çıktı 0. 2'den 2 çıktı 0”* şeklinde işlemini yapmış, 12. soruda da aynı şekilde öğrenci işlemine sol taraftan başlamıştır. Araştırmacı Suna Nur'a 12. soruda çıkarma işlemini soldan yapmasının nedenini sorduğunda *“çünkü bölmede soldan*

*başlanır*” cevabını vermiştir. Öğrenci bölme işlemindeki soldan başlama kuralını genelleyerek bölme işlemi içerisinde yer alan ilk çıkarma işleminde de soldan başlanır kavram yanılığını oluşturmuştur.

#### **4.2.1.2. Öğrencilerin çıkarma işleminde sıfırdan ödünç almada zorluk yaşamalarının nedenleri.**

##### **4.2.1.2.1. Basamak değerinin tam anlamıyla kavranmaması.**

Suna 11. Soruda Şekil 4.10.’da verilen işlemi yapmıştır. 100’den 96 çıkarırken 0’dan 6 çıkmadığında 10’dan 6 çıkarıp 4 bulmuş, onlar basamağındaki 0’ın da artık 9 olduğunun farkında olarak 9’dan 9 çıkarmış 0 bulmuştur. Daha sonra da yüzler basamağındaki 1’i aşağı indirmiştir. Öğrenci 0’ın bir basamak değeri olduğunun farkındadır ama bunu bir onluk olarak kabul etmiştir.

##### **4.2.1.3. Öğrencilerin çıkarılacak sayıyı soldan hizalamalarının nedenleri.**

##### **4.2.1.3.1. İşlemlerin kendi basamakları arasında yapıldığının fark edilmemesi ve çıkarma işleminin daha önce öğrendikleri gibi olmaması.**

Gaye 11. soruda Şekil 4.8.’deki işlem yapmıştır. Öğrenci 100’den 96 çıkarmak istemiş ama çıkarma işleminde işlemin kendi basamakları arasında (yani birler basamağından birler basamağı, onlar basamağından onlar basamağı çıkarılır ve bu şekilde devam eder) yapıldığının farkında olmadığı için işlemini sola hizalamıştır. Farkı bulamayınca bölme işlemini bırakmıştır. Öğrenci bölme işleminde yer alan çıkarma işleminin normalde öğrendiği çıkarma işleminden farklı olması sebebiyle de 100’den 96 çıkarırken de çıkan sayıyı sola hizalamış olabilir. Çünkü bir üstte 5808’i 48’e bölerken 48 çıkaracağında 48’i sola hizalı olarak 58’in altına yazıp işlemini yapmıştır.

##### **4.2.1.4. Öğrencilerin çıkarma işleminin algoritmasını bilmemelerinin nedenleri.**

##### **4.2.1.4.1. Heyecan ve dikkatsizlik.**

Sıla sadece birinci soruda Şekil 4.12.’de verilen işlemi yapmıştır. Araştırmacı Sıla’nın testi bittiğinde tekrar sorulara göz attığını ama birinci soruda yaptığı işlemi değiştirmedini gözlemlemiştir. Öğrenci bu tarz bir işlemi tekrar yapmadığı için araştırmacı öğrencinin heyecandan ve dikkatsizlikten bu soruda böyle bir zorluk yaşadığını düşünmüştür.

#### 4.2.2. Algoritmada Sıfırın Kaydedilmesi ile İlgili Yaşanan Zorlukların Nedenleri

##### 4.2.2.1. Öğrencilerin sıfırı bölüme eklememe nedenleri.

###### 4.2.2.1.1. Sağlam bir sıfır bilgilerinin olmaması ve sıfırın yer tutucu özelliğini kaybetmesi.

Gaye ikinci soruda bölümü 10 bulması gerekirken 1 bulmuştur. Daha sonra hatasını fark ederek bölümü 10 bulmuştur. Öğrenci araştırmacının “niye sıfır ekledin buraya” sorusuna “sıfırın içinde beş yok” cevabını vermiştir. Harun ve Suna altıncı soruda bölümü 19 bulmuştur. Harun araştırmacının sorularıyla hatasını fark ederek bölümü 109 bulmuştur. Emre altıncı soruda onlar basamağında bulunan 1’in içinde 2 yok demiş ama bölüme ne yazması gerektiğini bulamamış ve işlemi yarım bırakmıştır. Harun 12. soruda bölümü önce 11 bulmuştur, daha sonra 101 olarak düzeltmiştir. Öğrenciler sağlam bir 0 bilgisine sahip olmadığı ve 0’ın yer tutucu özelliğini fark edemedikleri için işlemlerinde zorluk yaşamışlardır.

##### 4.2.2.2. Öğrencilerin yanlış durumda sıfır eklemelerinin nedenleri.

###### 4.2.2.2.1. Kalandaki sıfırların kafa karıştırması.

Harun dördüncü ve beşinci soruda kalandaki 0 sayısı birden fazla olduğunda bölüme 0 yazıp yazmama konusunda şüpheye düşmüştür.

###### 4.2.2.2.2. Aşağı indirilen rakam sıfırda bölüme de sıfır yazılması gerektiği konusundaki kavram yanılığı.

Harun 11. soruda  $5808 \div 48$  işleminde onlar basamağındaki 0’ı aşağı indirdiğinde “burdaki 0’ı aşşarı indiriyoz. Onun için 0 yazıyoz” cümlelerini kurarak aşağı indirdiği 0 için bölüme 0 yazdığını söylemiştir.

#### 4.2.3. Bölmede Çarpma İşleminin Yapılması ile İlgili Yaşanan Zorlukların Nedenleri

##### 4.2.3.1. İkinci çarpanı elde olarak ekleme.

Suna Nur dördüncü soruda yaptığı  $24 \times 2 = 68$  işleminde 4 kere 2, 8 dedikten sonra 2 kere 2, 4 diyerek çarpım olan 2’yi eldeymiş gibi 4’e ekleyerek çarpımın onlar basamağına 6 yazmış ve çarpım 68 olmuştur. 11. soruda da  $48 \times 2$ ’yi 106 bulmuştur. Aynı şekilde Emre de 11. soruda aynı şekilde  $48 \times 2$ ’yi 106 bulmuştur.

#### 4.2.3.2. Eldeyi eklememe.

Emre dördüncü soruda  $96 \times 2 = 182$  işleminde 6 kere 2'yi 12 bularak çarpımın birler basamağına 2 yazmış fakat 9 kere 2, 18 dedikten sonra elde 1'i eklemeyi unutarak çarpımı 182 bulmuştur. Emre yedinci soruda 57'nin içinde 25 ararken  $25 \times 2$ 'yi eldeyi eklemeyi unutarak 40 bulmuştur.  $25 \times 8 = 160$  bularak 5 kere 8'den elde ettiği 4'ü eklemeyi de unutmuştur.

#### 4.2.3.3. Sıfır ile çarpmada bilgi eksikliği.

Harun altıncı soruda  $109 \times 2 = 238$  işleminde 0 kere 2'ye 2 demiştir. Gaye altıncı soruda 218'i 2'ye böldüğü işleminde 0 kere 2'ye 1 demiştir. Harun ve Gaye çarpma işleminde 0'ın yutan eleman olduğunu, bir sayının 0'la çarpılmasının sonucunun 0 olacağını bilmemektedir.

#### 4.2.3.4. Dikkatsizlik.

Emre yedinci soruda 57'nin içinde 25 ararken  $25 \times 2$ 'yi eldeyi eklemeyi unutarak 40 bulmuştur. Daha sonra ise dikkatsizlikten  $25 \times 3 = 40$  diyerek bölüme 3 yazmıştır.

#### 4.2.3.5. Çarpım tablosunu doğru hatırlamama.

Harun dokuzuncu soruda  $146 \times 6$  işleminde 6 kere 4'e 26 diyerek işlemine devam etmiş ve çarpımı 896 bulmuştur.

#### 4.2.3.6. Bir ile çarpmada bilgi eksikliği.

Sıla dokuzuncu soruda  $146 \times 2$  işleminde 2 kere 1 için 1 diyerek çarpımı 192 bulmuştur. Öğrenci çarpma işleminde 1'in etkisiz eleman olduğunu bilmeyerek işlemi yapmıştır.

### 4.2.4. Basamak İndirme ve İçinde Arama ile İlgili Yaşanan Zorlukların Nedenleri

#### 4.2.4.1. Öğrencilerin basamağı indirmeme nedenleri.

##### 4.2.4.1.1. Bölünenin basamak sayısının fazla olması.

Öğrencilerin bölünenin basamak sayısı arttıkça bölme işlemlerinde zorlandıkları görülmüştür. Harun ve Suna 11. Soruda bölünen dört basamaklı olduğu için birler basamağındaki 8'i aşağı indirmeyi unutmuştur.

#### 4.2.4.2. Öğrencilerin sadece yeni indirdiği sayının içinde bölüneni aramalarının nedenleri.

##### 4.2.4.2.1. Bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgi ve uygunsuz dil kullanımı.

Sıla altıncı soruda bölme işlemi konusundaki hatalı ve eksik bilgisinden dolayı bölünenin her bir basamağını ayrı ayrı düşünerek işlemini yapmıştır. Şekil 4.27.'de görüldüğü gibi 218'i 2'ye bölerken yüzler basamağındaki 2 için bölüme 1 yazmış, onlar basamağındaki 1 için bölüme 0 yazmıştır. Fakat 8'i de aşağı indirdiğinde 18'in içinde 2 aramamış, sadece 8'in içinde 2 arayarak bölümü 109 değil 104 bulmuştur. Araştırmacı "18 değil niye 8'in içinde 2 aradın burda" sorusunu öğrenciye sormuş ve öğrenci "siz bunla işimiz bitti diyodunuz ya" cevabını vermiştir. Öğrencinin öğretmenin derste kullandığı uygunsuz dilden kaynaklı da zorluk yaşadığı görülmüştür.

Ayrıca Sıla 11. soruda da 5808'i 48'e bölerken Şekil 4.28.'de görüldüğü gibi 58'i 48'e bölerek işleme başlamış "58'in içinde 48 aradım bi defa. 1 kere 48, 48. 8'den 8 çıktı 0. 5'ten 4 çıktı 1. ...Eee...10 çıktı...10'un içinde 48 aradım. Olmadığı için 0 koydum... 0'ı aşaya indirdim. 0'ın içinde 48 olmadığı için bi tane daha 0 koydum...8'i aşaya indirdim...8'in içinde 48 olmadığı için bi 0 daha koydum" diyerek bölümü önce 1000 bulmuştur. Daha sonra hatasını fark ederek işlemini düzeltmiştir.

#### 4.2.5. Algoritmayı Yanlış Uygulama ile İlgili Yaşanan Zorlukların Nedenleri

##### 4.2.5.1. Bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgi.

Sıla bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgileri nedeniyle birinci ve beşinci sorularda zorluk yaşamıştır. Sıla Şekil 4.12.'de görüldüğü gibi birinci soruda  $8 \div 2$  işleminde, 8'i 2'ye bölmemiş önce 8'le 2'yi çarpmıştır. Daha sonra 8'den 16 çıkarıp farkı 12 bulup işlemine devam ederek bölümü 86 bulmuştur. Beşinci soruda ise Sıla  $729 \div 3$  işleminde Şekil 4.29.'da gösterildiği gibi bölme işlemi konusundaki hatalı ve eksik bilgisinden dolayı bölme işleminin aşamalarında hangi sayıyı nereye yazacağını şaşırarak farklı bir işlem yapmıştır.

#### 4.2.6. Maksimum Bölümün Bulunması ile İlgili Yaşanan Zorlukların Nedenleri

##### 4.2.6.1. Bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgi.

Emre beşinci soruda ( $729 \div 3 = ?$ ) Şekil 4.30.'da verildiği gibi "kalan, bölenden küçük olur" kuralını bilmediği için 12'den 9 çıkardığında fark 3 olmuş, fark olan 3 bölüne eşit olmasına rağmen işlemine devam ederek önce bölümünü 239 bulmuş, daha sonra 243 bulmuştur. Harun, Suna ve Gaye dokuzuncu soruda ( $876 \div 146 = ?$ ) sırasıyla Şekil 4.24., Şekil 4.31. ve Şekil 4.32.'de verildiği gibi "kalan, bölenden küçük olur" kuralını bilmedikleri için

fark 146 olduğunda, fark bölene eşit olmasına rağmen işlemlerine devam etmişlerdir. Araştırmacı Harun'dan işlemini kontrol etmesini istemiş, Harun bir yanlışlık bulamamıştır.

Harun'un ifadeleri aşağıda verilmiştir:

*A: İşlemini kontrol eder misin şurada?*

*Harun: Sekiz yüz...değil hocam...146'ylan...51'i...çarpcaz...6...4...1...5 kere 6, 30. Elde var 3. 5 kere 4...20. 3 daha elde 23. 3. Elde var 2. 5 kere 1, 5. Bi de şey var 2. 7. Topla. 6. 4. Dö...3. 4. 7446.*

*A: Peki doğru mu yapmışsın?*

*Harun: Yanlış.*

*A: Niye yanlış yaptın peki sence?*

*Harun: ...*

*A: Nerde yanlış yapmış olabilirsin?*

*Harun: ...yanlışlık yok ki hocam.*

*A: Tamam o zaman diğerine geçebilirsiniz. Bi yanlışlık görmüyosan diğer soruya geç.*

*Harun: ...Hocam yanlışlık var da ben göremiyom.*

Suna'nın ifadeleri aşağıda verilmiştir:

*A: Peki. Bu 146'yla bu 146 birbirine eşit sence burda bi problem olabilir mi? Hani bunun adı kalan bunun adı bölen ya. Bununla ilgili bi kural hatırlıyo musun?*

*Suna: ...146...yok.*

*A: Tamam. Peki işlemin sağlamasını nasıl yapıyoduk?*

*Suna: ... burda 146...yani 146 olduğu için 876'nın içinde arıyoruz 146'yı. 5 defa varmış. 730 yazıyoruz buraya. Çarpıyoruz. Çıkarınca da 146 çıkıyo...ı...146'nın içinde de 1 defa 146 olduğu için buraya 146 yazıyoruz ve çıkartıyoruz.*

Gaye'nin ifadeleri aşağıda verilmiştir:

*A: Peki bu 146'yla 146 birbirine eşit. Sence bi problem var mı orda?*

*Gaye: ...*

*A: Bunun adı kalan, bu bölen. Bununla ilgili bi kural hatırlıyo musun?*

*Gaye: ... çık.*

Sıla ise "kalan, bölenden küçük olur" kuralını bilmediği için fark 730, bölen 146'dan büyük olmasına rağmen işlemine devam etmiştir. Sıla'nın cevabı Şekil 4.24.'te verilmiştir.

Öğrencinin ifadeleri aşağıda verilmiştir:

*A: Tamam. Peki şu 730'un adı neydi hani bölme işleminde bölünen vardı, bölen vardı, bölüm vardı, kalan vardı. Bunun adı neydi?*

*Sıla: Bölüm buydu.*

*A: Bölüm bu evet.*

*Sıla: Kalan bu.*

*A: Hıhı. O zaman burası da kalan.*

*Sıla: Bölen bu.*

*A: Peki bu kalanla bölene arasında bi ilişki hatırlıyo musun?*

*Sıla: ...kalanla bölen arasında...*

*A: Mesela kalan bölenden küçük olur, büyük olur, eşit olur. Herhangi bişey?*

*Sıla: Aaa doğru...*

*A: Neydi?*

*Sıla: ...*

*A: Neydi? Var mı hatırladığın bişey? Yoksa yok diyebilirsin.*

*Sıla: Onda hatırlamıyom ama 538'in içinde 146'yı sağlamasını yapıyoduk. Gerçek sonucunu bulmak için.*

*A: Nasıl yapıyoduk sağlamasını?*

*Sıla: ...şey...eee...146'yla 538'i...çar...çarpyoduk...sonra 12'ye ekliyoduk.*

Suna Nur 11. soruda ( $5808 \div 48 = ?$ ) "kalan, bölenden küçük olur" kuralını bilmediği için Şekil 4.7.'de verildiği gibi fark 52, bölen 48'den büyük olmasına rağmen işlemine devam

etmiştir. Suna ise 11. soruda ( $5808 \div 48 = ?$ ) Şekil 4.11.'de verildiği gibi işleminde bulduğu fark 104 bölen 48'den büyük olmasına rağmen “*kalan, bölenden küçük olur*” kuralını bilmediği için işlemine devam etmiştir.

Çalışmaya katılan bütün öğrenciler bölme işlemlerinde zorluk yaşamışlardır. Tablo 4.8.'de soru bazında öğrencilerin yaşadıkları zorlukların sayısı verilmiştir.

Tablo 4.8. *Soru Bazında Öğrencilerin Toplam Yaşadıkları Zorlukların Sayısı*

	Suna Nur	Harun	Emre	Suna	Gaye	Sıla	Toplam
Soru 1	-	-	-	-	-	2	2
Soru 2	-	-	-	-	1	-	1
Soru 3	-	-	-	-	-	-	-
Soru 4	1	1	2	-	1	-	5
Soru 5	-	2	1	-	-	2	5
Soru 6	-	2	1	2	1	1	7
Soru 7	-	-	2	1	-	1	4
Soru 8	1	-	-	-	-	-	1
Soru 9	1	2	-	1	1	2	7
Soru 10	-	1	-	2	-	-	3
Soru 11	2	2	1	3	1	1	10
Soru 12	2	1	-	-	-	-	3
Toplam	7	11	7	9	5	9	48

Tablo 4.8.'e göre en az zorluk yaşayan öğrenci Gaye iken en çok zorluk yaşayan öğrenci Harun'dur. En çok zorluk yaşanan soru 11. soru, hiç zorluk yaşanmayan soru üçüncü sorudur. Tablo 4.1.'e bakıldığında en az zorluk yaşayan Gaye olmasına rağmen, en çok doğru yapan öğrenci olamamıştır. Öğrencilerin her yaşadığı zorluk soruyu yanlış cevaplamalarına sebep olmamıştır.

Birinci soruda çıkarma işleminin algoritmasını bilmeme ve bölme işlemi algoritmasını yanlış uygulama ile ilgili zorluklar; ikinci soruda 0'ı bölüme eklememe ile ilgili zorluklar; dördüncü soruda çarpma işlemi, bölüme yanlış durumda 0 ekleme ile ilgili zorluklar; beşinci soruda bölüme yanlış duruma 0 ekleme ve maksimum bölümün bulunması ile ilgili zorluklar; altıncı soruda 0'ı bölüme eklememe, çarpma işlemi, çıkarma yapmaya sol taraftan başlama ve sadece yeni indirdiği sayının içinde bölen arama ile ilgili zorluklar; yedinci soruda çarpma işlemi ve çıkarma yapmaya sol taraftan başlama ile ilgili zorluklar; sekizinci soruda çıkarma yapmaya sol taraftan başlama ile ilgili zorluklar; dokuzuncu soruda bölüme yanlış durumda 0 ekleme, çarpma işlemi ve maksimum bölümün bulunması ile ilgili zorluklar; 10. soruda çıkarma yapmaya sol taraftan başlama ile ilgili zorluklar; 11. soruda çıkarma yapmaya sol taraftan başlama, çarpma işlemi, bölüme yanlış durumda 0 ekleme, basamağı indirmeme, çıkarma işleminde 0'dan ödünç alma, çıkarılacak sayıyı soldan hizalama ve sadece yeni indirdiği sayının içinde bölen arama ile ilgili zorluklar; 12. soruda ise çıkarma yapmaya sol taraftan başlama ve 0'ı bölüme eklememe ile ilgili zorluklar yaşanmıştır.

Tablo 4.9.'da ise öğrencilerin yaşadıkları zorluklar ve bu zorlukların nedenleri verilmiştir.

Tablo 4.9. Öğrencilerin Yaşadıkları Zorluklar ve Bu Zorlukların Nedenleri

ZORLUKLAR	ZORLUKLARIN NEDENLERİ
Bölmede Çıkarma İşleminin Yapılması ve Bunun Yapılış Şekli ile İlgili Zorluklar	<p>Çıkarma Yapmaya Sol Taraftan Başlama</p> <p>Çıkarma İşleminde Sıfırdan Ödünç Alma</p> <p>Çıkarılacak Sayıyı Soldan Hizalama</p> <p>Çıkarma İşleminin Algoritmasını Bilmeme</p> <p>Sıfırı Bölüme Eklememe</p> <p>Algoritmada 0'ın Kaydedilmesi ile İlgili Zorluklar</p> <p>Bölmede Çarpma İşleminin Yapılması ile İlgili Zorluklar</p> <p>Basamak İndirme ve İçinde Arama ile İlgili Zorluklar</p> <p>Algoritmayı Yanlış Uygulama ile İlgili Zorluklar</p> <p>Maksimum Bölümün Bulunması ile İlgili Zorluklar</p>
	<p>Onluk bozma gerektirmeyen bir çıkarma işlemi olması.</p> <p>Bölme işlemi içerisinde yer alan çıkarma işleminde de soldan başlanır kavram yanlışlığı.</p> <p>Basamak değerinin tam anlamıyla kavranmaması.</p> <p>İşlemlerin kendi basamakları arasında yapıldığının fark edilmemesi ve çıkarma işleminin daha önce öğrendikleri gibi olmaması.</p> <p>Heyecan ve dikkatsizlik.</p> <p>Sağlam bir sıfır bilgilerinin olmaması ve sıfırın yer tutucu özelliğini kaybetmesi.</p> <p>Kalandaki sıfırların kafa karıştırması.</p> <p>Aşağı indirilen rakam sıfırsa bölüme de sıfır yazılması gerektiği konusundaki kavram yanlışlığı.</p> <p>İkinci çarpanı elde olarak ekleme.</p> <p>Eldeyi eklememe.</p> <p>Sıfır ile çarpmada bilgi eksikliği.</p> <p>Dikkatsizlik.</p> <p>Çarpım tablosunu doğru hatırlamama.</p> <p>Bir ile çarpmada bilgi eksikliği.</p> <p>Bölünenin basamak sayısının fazla olması.</p> <p>Bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgi ve uygunsuz dil kullanımı.</p> <p>Bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgi.</p> <p>Bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgi.</p>



## BEŞİNCİ BÖLÜM: TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu araştırmanın amacı 5. sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme işleminde yaşadığı zorlukları ve bu zorlukların nedenlerini tespit etmektir. Araştırmacı bu bölümde araştırma bulgularından elde edilen sonuçları vererek, ilgili literatürdeki durumu aktarmış, daha sonra ise önerilerde bulunmuştur.

### 5.1. Tartışma ve Sonuç

Çocukların yaşadığı farklı zorluk türlerini çalışmalarında kanıtlandığı şekilde ayırt etmek önemlidir, çünkü bu zorlukları gidermek için yapılan yardımların uygun olması gerekir. Aksi takdirde zorluklar devam edecektir ve muhtemelen daha da kötüleşecektir (Harris, 2001). Bu çalışma sonucunda öğrencilerin bölme işlemi ilgili yeterli işlemsel bilgiye sahip olmadıkları ortaya çıkmıştır. Bu bölümde araştırmacının yaptığı çalışmada ortaya çıkan zorluklar ve bu zorlukların nedenleri tartışılmıştır.

#### 5.1.1. Öğrencilerin Yaşadıkları Zorluklara Yönelik Tartışma ve Sonuç

Araştırmanın birinci sorusu “5. sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme işleminde yaşadıkları zorluklar nelerdir?”dir. Bu bölümde 5. sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme işleminde yaşadıkları zorluklar ve bu zorluklara karşılık gelen alanyazındaki çalışmalara yer verilmiştir.

##### 5.1.1.1. Bölmede çıkarma işleminin yapılması ve bunun yapılış şekli ile ilgili zorluklara yönelik tartışma ve sonuç.

Erdoğan ve Özdemir-Erdoğan (2012) öğrencilerin 0'dan ödünç alma hatasını çıkarma işleminde sık rastlanan bir hata olarak ele alarak öğrencilerin eksilen sayıda 0 olduğunda 0'ın sağındaki sütunda eldeye ihtiyaç duyunca 0'dan ödünç aldıklarını, sıra 0'dan çıkarmaya geldiğinde onu da doğru bir şekilde 9 olarak düşündüklerini fakat sıra 0'ın solundaki sayıya geldiğinde aslında o basamaktan da ödünç sayı aldıklarını unutarak, o sayıyı hiç eksiltmeden işlemlerine devam ettiklerini belirtmiştir. Ayrıca çıkarılacak sayıyı soldan hizalamanın öğrencilerin çok sık yaptıkları bir hata olarak ifade etmiştir.

Khemani ve Subramanian (2012) de öğrencilerin bölme işlemi içerisinde yer alan çıkarma işlemlerinde zorluk yaşadıklarını örneklerle göstermiştir. Örneğin  $360 \div 6$  işleminde, 36'nın içinde 6, 6 defadır dedikten sonra 36'dan 36 çıkarılır ve bu da hatalara ve kafa karışıklığına neden olur. Leung ve diğerleri (2006) öğrencilerin bölme işlemlerinde yer alan parçalı çıkarma işlemlerinde zorluklar yaşadıklarını çalışmalarında göstermişlerdir.

Sidekli ve diğerkleri (2013) öğrencilerin çıkarma işlemlerinde problem yaşadıkları için bölme işlemlerinde de hata yaptıklarını ifade etmiştir.

#### **5.1.1.2. Algoritmada sıfırın kaydedilmesi ile ilgili zorluklara yönelik tartışma ve sonuç.**

Çalışmada öğrencilerin bölüme ne zaman 0 ekleneceğini bilip bilmediklerini tespit etmek amacıyla iki, altı, sekiz, 10 ve 12. sorular hazırlanmıştır. Harris (2001) öğrencilerin yaptığı bu hatayı cevaba 0 eklememe ve cevapta basamak değerinin korunması gerektiğini bilmeme ya da  $0 \div 3$  işleminin nasıl yapılacağını bilmeme olarak ifade ederek  $909 \div 3 = 33$  işlemiyle örneklendirmiştir. Victoria Eyalet Hükümeti, Eğitim ve Öğretim web sitelerinde “yaygın Kavram yanlışları üzerine bir not (A Note on ‘Common Misunderstandings’)” isimli yayınladıkları yazıda öğrencilerin 6540’ı beşe bölerken 1308 yerine 138 bulduklarını göstermişlerdir (Victoria State Government, 2018). Windsor ve Booker (2005) bölüne 0’ın kaydedilmesinde öğrencilerin zorluk yaşamalarını öğrencilerin yaptığı üç yaygın hatadan biri olduğunu anlatmıştır. 8425’i 6’ya bölerken bölümü 144 kalanı 1 buldukları örnekle göstermiştir. Öğrencilerin bulması gereken bölüm 144 değil 1404’tür. Yorulmaz (2018) öğrencilerin bölme işleminde 0 rakamını kullanırken hata yaptıklarını, bir üst basamaktan indirdikleri sayı içinde bölen olmadığında sayı indirerek işlemlerine devam ettiklerini ya işlemlerini bitirdiklerini ifade etmiştir. Yorulmaz ve Önal’ın (2017) çalışmasında öğretmenlerin görüşlerine göre bölüme 0 eklemeye başarısızlık öğrencilerin bölme işlemlerinde en çok yaptıkları hatadır. Doğan’ın (2002) çalışmasında da öğrencilerin bölüme 0 yazmada başarısız oldukları ortaya çıkmıştır. Wallace (1984) öğrencilerin bölme işlemlerinde 0’ı ihmal ettiklerini belirtmiştir.

#### **5.1.1.3. Bölmede çarpma işleminin yapılması ile ilgili zorluklara yönelik tartışma ve sonuç.**

Bölme işlemi çarpma işleminin tersi olarak düşünülebilir ve bölme işlemi ile çarpma işlemi iç içedir. Bölme işlemi yaparken öğrenciler bölünenle kimi çarparsam bölüneni elde edebilirim diye düşünmektedirler. Bu süreçte de sağlam bir çarpma bilgisine sahip olmak önemlidir. Harris (2001) bu durumu çarpma hatası olarak isimlendirmiş ve öğrencilerin  $15 \times 3 = 46$  bulduklarını örnek Şekil 5.1.’de verilmiştir.

$$\begin{array}{r}
 496 \overline{)15} \\
 \underline{-46} \quad 32 \\
 036 \\
 \underline{-30} \\
 06
 \end{array}$$

Şekil 5.1. Çarpma hatası örneği.

Not: Şekil örneği “Harris, A. (2001). Multiplication and division. <http://www.mathematicshed.com/uploads/1/2/5/7/12572836/md.pdf> sayfasından erişilmiştir.” künyeli çalışmadan alınmıştır.

Yorulmaz (2018) öğrencilerin çarpma işlemlerinde işlemsel hatalar yaptıklarını göstermiştir. Yorulmaz ve Önal (2017) çalışmasında öğretmenlerin, öğrencilerin bölme işlemlerinde çarpma ile alakalı alt işlemlerde hatalar yaptıklarını söylediklerini belirtmiştir. Ayrıca Harris (2001) öğrencilerin çarpma işlemi ile toplama işlemi birbirine karıştırarak  $0 \times 3$ 'ü 0 değil de 3 bulmalarını da öğrencilerin yaygın olarak yaptıkları çarpma hatalarında bahsetmiştir. Sidekli ve diğerleri (2013) öğrencilerin bölme işleminde çarpma işlemi yapamadıkları için hata yaptıklarını göstermiştir.

#### **5.1.1.4. Basamak indirme ve içinde arama ile ilgili zorluklara yönelik tartışma ve sonuç.**

Öğrencilerin zorluk yaşadıkları bir başka durum da bölme işleminin algoritması gereği bölünenin basamaklarıyla sırasıyla işlem yapılmasıdır. Yorulmaz ve Önal (2017), öğretmenlerin öğrencilerin bölen bölünenin basamağında olmadığına, öğrencilerin bölünenden basamak indirerek rakamla birleştirmede başarısız olduklarını düşündüklerini ifade etmiştir.

#### **5.1.1.5. Algoritmayı yanlış uygulama ile ilgili yaşanan zorluklara yönelik tartışma ve sonuç.**

Ruthven ve Chaplin (1997) öğrencilerin algoritma için uygun olmayan işlemler yapmalarını “malgoritma doğaçlaması (the improvisation of malgorithms)” olarak adlandırmıştır.

#### **5.1.1.6. Maksimum bölümün bulunması ile ilgili zorluklara yönelik tartışma ve sonuç.**

Öğrencilerden bölme işlemlerinde bölüme yazılabilecek en büyük sayıyı bulmalarını bekleriz. Fakat bazı öğrenciler bunda zorluk yaşamışlardır. Khemani ve Subramanian (2012) öğrencilerin maksimum bölümü bulmada sorun yaşadıklarını örnekleriyle açıklamıştır. Şekil 5.2. ve Şekil 5.3.'de öğrencilerin maksimum bölümü bulmada yaşadıkları zorlukların örnekleri verilmiştir.

$$399 \div 7$$

$$\begin{array}{r} 399 \overline{) 561} \\ \underline{-35} \phantom{0} \\ \phantom{0} \times 49 \\ \underline{-42} \phantom{0} \\ \phantom{0} \times 7 \\ \underline{-7} \\ \phantom{0} \times \end{array}$$

Şekil 5.2. Maksimum bölümün bulunmasında yaşanan zorluk örneği (1)

Not: Şekil örneği "Khemani, S., & Subramanian, J. (2012). *Tackling the division algorithm*. 12<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education, 8-15 July, COEX, Seoul, Korea." künyeli çalışmadan alınmıştır

$$\begin{array}{r} 328 \overline{) 108} \\ \underline{-3} \phantom{0} \\ \phantom{0} 02 \\ \underline{-0} \\ \phantom{0} 28 \\ \underline{-24} \\ \phantom{0} 04 \end{array}$$

Şekil 5.3. Maksimum bölümün bulunmasında yaşanan zorluk örneği (2)

Not: Şekil örneği "Khemani, S., & Subramanian, J. (2012). *Tackling the division algorithm*. 12<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education, 8-15 July, COEX, Seoul, Korea." künyeli çalışmadan alınmıştır.

Şekil 5.2.'de görüldüğü gibi öğrenci bölümü 57 değil 561 bulmuştur. Bu Harun ve Sıla'nın dokuzuncu soruda yaşadığı zorluğun aynısıdır. Şekil 5.3.'de öğrenci bölümü 109 yerine 108 bulmuştur. Yorulmaz ve Önal'ın (2017) çalışmasında öğretmenlere göre öğrenciler bölünenin içinde bölen ararken hata yapmaktadırlar.

### 5.1.2. Öğrencilerin Yaşadıkları Zorlukların Nedenlerine Yönelik Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde öğrencilerin yaşadıkları zorlukların nedenleri tartışılmış ve sonuçlar paylaşılmıştır.

#### 5.1.2.1. Bölmede çıkarma işleminin yapılması ve bunun yapılış şekli ile ilgili zorlukların nedenlerine yönelik tartışma ve sonuç.

Çalışmada altı, yedi, sekiz, 10, 11 ve 12. sorularda bölme işlemi içerisinde yer alan çıkarma işlemlerinde öğrencilerin işlemlerine sol taraftan başladıkları görülmüştür. Khemani ve Subramanian'a (2012) göre öğrencilerin bölme işlemi içerisinde yer alan çıkarma işlemlerinde zorluk yaşamalarının sebebi bu çıkarma işlemlerinin daha önce öğrendikleri çıkarma işlemi gibi olmamasıdır. Çıkarma işleminin kısmi yapılması gerekir.

Öğrenciler toplama ve çıkarma işlemlerini sütun yöntemiyle aynı basamaklar arasında yapmayı öğrendikleri için bu işlem kafalarını karıştırır. Erdoğan ve Özdemir-Erdoğan'a (2012) göre öğrencilerin çıkarma işlemlerinde yaptıkları 0'dan ödünç alma hatalarının sebebi basamak değeri kavramını tam algılanmamasıdır. Brandt ve diğerleri (2016) öğrencilerin basamak değerini yanlış anlamlandırıdıkları için toplama ve çıkarma işlemlerinde hata yaptıklarını göstermiştir.

Öğrencilerin çıkarma işlemi için sayıları sola hizalayarak yazma hatasının nedeni öğrenci çıkarma işleminin kendi basamakları arasında yapıldığını fark etmemiş ya da çıkarma işlemi daha önce yaptıkları gibi olmadığı için zorluk yaşamış olabilir. Erdoğan ve Özdemir-Erdoğan'a (2012) göre bu hatanın nedeni başta dikkatsizlik gibi görünse de aslında çıkarma işleminde işlemin birler basamağının birlerle onlar basamağının onlarla şeklinde devam eden işlem seyrinin yani işlemlerin kendi basamakları arasında yapıldığının farkında olmayarak basamak değeri kavramını tam algılanmamasıdır. Brandt ve diğerlerinin (2016) çalışması da öğrencilerin basamak değeri kavramını yanlış anlamlandırıdıklarını desteklemektedir. Sıla birinci soruda 8'den 16 çıkarıp 12 bulmuştur. Öğrenci diğer sorularda böyle çıkarma işlemi yapmadığı ve araştırmacı öğrenci tanıdığı için öğrencinin yaşadığı bu zorluğun nedeninin heyecan ve dikkatsizlik olduğunu düşünmüştür.

#### **5.1.2.2. Algoritmada sıfırın kaydedilmesi ile ilgili zorlukların nedenlerine yönelik tartışma ve sonuç.**

Sıfır rakam olarak önemlidir (Arslan ve Ubuz, 2012). Bölme işleminde bölene ne zaman 0 yazılacağını bilmek de önemlidir. 0'ın bir önemi yokmuş gibi görünse de diğer basamaktaki sayıların yerlerini belirlemede önemli rol oynar (Arslan ve Ubuz, 2012). Booker, Bond, Sparrow ve Swan (2004) 0'ın birçok kişiye zorluk yaşattığını ve genç çocuklar için hiçbir şey için bir şey yazmanın zor olduğunu belirtmiştir (akt. Windsor ve Booker, 2005). Arslan ve Ubuz'a (2012) göre de 0 normalde hiçliği ifade etmektenken sayıları oluşturan basamakta önemli bir rolü olması öğrenciler için kolay anlaşılabilir bir şey değildir. Windsor ve Booker'a (2005) göre ise 0 soyut olduğu için birçok öğrenciye büyük problemler yaratır. Bu yüzden de öğrencilerin bölme algoritmasını öğrenmeden önce öğrencilerin 0 bilgileri, basamak değeri bilgileri ve basamakların adlandırılmasıyla ilgili bilgilerinin tam olması gerekmektedir. Khemani ve Subramanian da (2012) öğrencilerin yaptıkları işlemlerde 0 yer tutucu özelliğini kaybederek  $360 \div 6$  işleminde bölümü 60 yerine 6 bulduklarını örneklendirmiştir. Ayrıca bölme işleminde bölünen bütün bir sayı olarak düşünülmez, bölünenin rakamlarına odaklanılır. Yorulmaz'a (2018) göre ise öğrenciler dikkatsizlikten, bilgi eksikliğinden, işlemi hemen yapıp bitireyim düşüncesi ile işlemi hızlıca

yapmaktan, bölünenin basamaklarından kısmi bir biçimde oluşturulan sayının içinde bölen yoksa 0 bölüm kısmına eklenir kuralını bilmedikleri için 0 rakamını bölüme yazmazlar. Wallace (1984) öğrencilerin bölme işlemlerinde 0'ı ihmal ettikleri için hata yaptıklarını tespit etmiştir.

### 5.1.2.3. Bölmede çarpma işleminin yapılması ile ilgili zorlukların nedenlerine yönelik tartışma ve sonuç.

Öğrenciler bölme işlemlerini yaparken sürekli çarpma işlemi yapmak zorunda kalmışlardır. Çarpma işlemlerini yanlış yaptıklarında bölme işlemleri de yanlış olmaktadır. Bölme işleminde yapılan araştırmalar çarpma bilgilerinin bölme işlemlerini çözmede etkili olduğunu göstermiştir (Camos ve Baumer, 2015). Doruk ve Doruk da (2019) bölme işlemleri çarpma işlemlerini de içerdiği için öğrencilerin bölme işlemlerinde problem kurmada daha başarısız olduklarını vurgulamıştır. Harris (2001) öğrencilerin elde eklemeyi unuttuklarını Şekil 5.4.'deki örnekte göstermiştir.

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 3 \\ \hline 98 \\ 1 \end{array}$$

Şekil 5.4. Çarpma işleminde elde eklememe hatası örneği.

*Not: Şekil örneği "Harris, A. (2001). Multiplication and division. <http://www.mathematicshed.com/uploads/1/2/5/7/12572836/md.pdf> sayfasından erişilmiştir." künyeli çalışmadan alınmıştır.*

Yorulmaz (2018) öğrencilerin çarpma işlemlerinde elde eklemeye zorluk yaşadıklarını tespit etmiştir. Ayrıca öğrencilerde 0 ile çarpmada bilgi eksikliği vardır. Yorulmaz (2018) öğrencilerin çarpma işlemlerinde 0 ve 1 ile çarpmada zorluk yaşadıklarından bahsetmiştir. Öğrenciler bazı hataları dikkatsizlikten de yapmıştır. Leung ve diğerleri (2006) çarpım tablosunda eksiklikleri olan öğrencilerin bölme işleminde zorluk yaşayacaklarını belirterek, öğrencilere geleneksel bölme işlemi öğretimi yerine bölümün parçalanması yönteminin kullanılmasının öğrencilerin daha az hata yapmasını sağlayacağını savunmuşlardır.

### 5.1.2.4. Basamak indirme ve içinde arama ile ilgili zorlukların nedenlerine yönelik tartışma ve sonuç.

Doğan (2002) öğrencilerin bölen iki veya daha fazla basamaklı bir sayı olduğunda daha fazla hata yaptıklarını ortaya çıkarmıştır. Bölünenin basamak sayısının fazla olması bölünenin de basamak sayısının fazla olması demektir. Öğrenciler bölme işlemi

konusundaki hatalı ve eksik bilgisinden dolayı bölünenin her basamağıyla ayrı ayrı işlem yapmış, sadece yeni indirdiği sayının içinde böleni aramıştır. Bunun bir diğer sebebi de öğretmenin derste kullandığı uygunsuz dildir. Windsor ve Booker'a (2005) göre bölme işleminin prosedürlerini açıklamak için kullanılan dil uygunsuz bir dildir ve kullanılan bu dilin matematikle ilişkisi azdır. "Bir sayıyı diğerinin yanına koyma", "rakamı aşağı indirme" gibi söylemler öğrencilerin kafasını karıştırmaktadır ve öğrencilerin bölme kavramı ile ilgili anlayışlarını ciddi bir düzeyde engellemektedir. Cotton (2010) öğrencilerin bölme işlemini kullanırken açıkladıkları dilin (örneğin  $81$ 'i  $3$ 'e bölerken  $81$  bölü  $3$ ,  $8$ 'in içinde  $3$ ,  $2$  kez var.  $2$ 'yi taşı.  $3$ ,  $21$ 'in içinde  $7$  kez var. Yani cevap  $27$ .) basamak değerinden yoksun olduğunu belirtmiştir. Bu konuşmada  $80$ ,  $8$ ;  $20$  de  $2$  olur.

#### **5.1.2.5. Algoritmayı yanlış uygulama ile ilgili yaşanan zorlukların nedenlerine yönelik tartışma ve sonuç.**

Öğrenciler bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgileri nedeniyle işlemlerinde zorluk yaşamıştır. Öğrencilerden birisi birinci soruda yaptığı işlemde bölme ve çarpma işlemlerini birbirine karıştırmıştır. Beşinci soruda ise işlem sırasında sayıları nereye yazacağını şaşırması ve bölme işlemini yanlış yapmıştır.

#### **5.1.2.6. Maksimum bölümün bulunması ile ilgili zorlukların nedenlerine yönelik tartışma ve sonuç.**

Öğrenciler bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgileri nedeniyle işlemlerinde zorluk yaşamışlardır. Varol ve Kubanç da (2015) öğrencilerin hatalı ya da eksik bilgilerinden dolayı işlemlerinde hata yaptıklarını tespit etmiştir. Bu çalışmada öğrencilerin "*kalan, bölenden küçük olur*" kuralını bilmedikleri ortaya çıkmıştır.

## **5.2. Öneriler**

Araştırmada 5. sınıf öğrencilerinin bölme işlemlerinde zorlandıkları ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin yaşadığı zorluklar hangi nedenden kaynaklanırsa kaynaklansın, bu zorluklar mutlaka yaşanmaktadır (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Neredeyse öğrencilerin hepsi hata yapar. Bu hatalar da genellikle yeni öğrenilmeye çalışılan konularda yanlış algılamalar sebebiyle ortaya çıkar (Önal ve Aydın, 2018). Öğretmenler de öğrencilerin yaşayabilecekleri olası kavram yanılgıları önlemek, zorluklara ve hatalara engel olmak için yeterli bilgiye sahip olmalıdır. Öğrencilerin bölme işlemleri konusunda yapacakları olası hataların öğretmenler tarafından bilinmesi ve öğrencilerde kavram yanılgıları oluşmaması için gerekli önlemlerin alınması önemlidir (Göktürk-Özdemir, Bayraktar ve Yılmaz, 2017). Etkili ve nitelikli öğretmenler öğrenme sürecini hataların nasıl etkilediğinin farkındalığıyla hataları

oluşmadan önlemeye ve daha önceden oluşmuş hataları da tekrar ettirmemeye çalışmalıdır (Önal ve Aydın, 2018). Ghulam-Mohyuddin ve Khalil'e (2016) göre de öğrenciler hata yaptıklarında bu hataların nedenlerini belirlemek ve bu hataların nasıl düzeltilerek doğru cevaba ulaşılabileceği konusunda öğretmenlere önemli görevler düşmektedir. Bölme işlemi ile ilgili öğretmenlere ve öğretmen adaylarına yapılan çalışmalar onların da bölme işleminin anlamı ve kuralların anlamlandırılmasında konularında eksiklikleri olduğunu göstermiştir. Öğretmenlerin bu konudaki eksiklikleri hizmet içi eğitimlerle, aday öğretmenlerin eksiklikleri ise eğitim fakültelerinde giderilmelidir.

Bölme işleminin altında yatan matematiksel fikirleri öğretmek için uygun öğretim sırası sağlamak bölme işlemi sürecini daha derinlemesine anlamayı sağlayabilir, böylece matematiğe olan güven ve tutum artar (Windsor ve Booker, 2005). Öğrencilerin hatasız bir bölme işlemi yapabilmeleri için toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinin hatasız yapılabilmesi gerekmektedir. Yani matematiğin ön şartlılık ilkesine uygun bir öğretim gerçekleştirilmelidir. Toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerindeki eksiklikler giderildiğinde öğrencilerin de daha iyi bir bölme işlemi yapabildiği görülmüştür (Sidekli ve diğ., 2013). Öğretmenlerin bu işlemlerdeki eksiklikleri tespit ederek gidermesi daha sonra bölme işlemini öğretmesi önemlidir. Araştırmalar iyi bir bölme işlemi yapabilmek için iyi bir basamak değeri bilgisine sahip olmanın önemini vurgulamıştır. Bu yüzden de ilkokulda bölme işlemi öğretimine başlamadan önce toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinin yanı sıra basamak değeri kavramı iyi bir şekilde öğretilmelidir.

Öğrencilere bölme işleminin öğretimi hem öğretmenler hem uzmanlar tarafından tekrar gözden geçirilerek düzenlenmelidir. Bölme işleminde kullanılan klasik metodun yanında öğrencilere kısmi bölme, parçalama, bölünenin katlarını bölünenden azaltma gibi farklı yöntemler de gösterilmelidir ve derslerde öğrencilere seçenek olarak sunulmalıdır. (Leung ve diğ., 2006; Khemani ve Subramanian, 2012; Cotton, 2010). Somut materyallerden, görsellerden (onluk taban blokları, animasyonlar vb.) yararlanarak bu işlemin nasıl gerçekleştirildiği somutlaştırılmalıdır. Böylece öğrencilerin süreci görmeleri sağlanabilir. Kavramların öğretilmesinde somut nesnelere kullanmak öğrencilerin hatalarını gidermesi ve kavramları doğru öğrenmeleri için gereklidir (Yorulmaz, 2018). Duncan ve diğerlerine (2007b) göre de bölme işlemlerinin anlaşılması ve ilişkilerin kurulabilmesi için şekiller çizmek, şemalar ve somut materyaller kullanmak önemlidir. Reys ve diğerlerine (1998) göre çeşitli modeller kullanma bölmenin anlaşılmasını kolaylaştırır ve bölme işlemini modellemek için nesne grupları, sayı doğrusu, diziler kullanılabilir.



Öğrencilerin bölme işlemlerini kontrol edebilmeleri açısından bölme işlemi yapmadan bölümün basamak sayısını tahmin etme ve sağlama işlemine daha fazla önem verilmelidir. Bölümün basamak sayısını tahmin etme bölümü tam olarak vermese de en azından bölüme öğrencin bölüme 0 yazıp yazmama konusunda şüpheye düştüğünde yardımcı olabilir. Bölünenin basamaklarında sırayla böleni ararken bölünenin hangi basamağıyla işlem yapılıyorsa o sayı renkli kalemle işaretlenebilir ya da Albayrak ve Şimşek'in (2017) bahsettiği şekilde sayının sağ tarafı kapatılabilir. Bölme işleminin öğretiminde kullanılan dil daha matematiksel olmalıdır. Örneğin "0 attık" deyip geçmek yerine bölüme yazılan 0'ın neden yazıldığı açıklanmalıdır. Bölüme 0 yazıldığında ise işleme Şekil 5.5.'de verildiği gibi bu 0'la böleni çarparak devam edilmelidir.

$$\begin{array}{r}
 84 \overline{)8} \\
 - 8 \phantom{0} \\
 \hline
 04 \\
 - 0 \\
 \hline
 4
 \end{array}$$

Şekil 5.5.  $84 \div 8$  işlemine ait olması gereken çözüm.

*Not: Şekil örneği "Albayrak, M. ve Şimşek, M. (2017). Yetişkinlerin davranışlarını değiştirmenin güçlüğü: Bölme örneği. Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 19(1)." künyeli çalışmadan alınmıştır.*

Öğrencileri motive eden, matematik dersine katılımlarını sağlayan etkinlikler uygulanarak öğrencilerin ilgisi artırılabilir (Yorulmaz, 2018). Kavram yanlışlarının ve bunun sonucunda ortaya çıkan hatalar sadece öğrenci başarısızlarından kaynaklanmaz, kavramların öğretiminde kullanılan öğretim modelleri bu kavram yanlışlarının ve hatalarının oluşmasına sebep olmakla beraber artmasını da sağlamaktadır (Zembat, 2018). Bölme işleminin öğretimine ikinci sınıftan itibaren başlandığı için sınıf öğretmenleri, beşinci sınıfta da bölme işlemi detaylı olarak son kez ele alındığı için ortaokul matematik öğretmenleri derslerini öğrencileri zorluklarını göze alarak tasarlamalıdır.

## KAYNAKÇA

- Albayrak, M. (2010). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için ilköğretimde matematik ve ğretimi-I* (3. Baskı). Erzurum: Mega Ofset Matbaacılık.
- Albayrak, M. ve Şimşek, M. (2017). Yetişkinlerin davranışlarını değiştirmenin güçlüğü: Bölme rneği. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(1), 184-198.
- Altun, M. (2010). *İlköğretim 2. kademedede (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik ğretimi* (7. Baskı). Bursa: Alfa Aktüel.
- Arsal, Z. (2002). *İlköğretim matematik dersi bölme işleminde somut yaŐantılarda yapılan öğretimin etkililiği*. Yayınlanmamış doktora tezi. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Arslan, S. ve Kanbolat, O. (2016). Matematik ğreniminde engeller. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. . Zembat (Editörler), *Matematik Eğitiminde Teoriler* içinde (1. baskı, s.431-445). Ankara: Pegem Akademi.
- Arslan, S. ve Ubuz, B. (2012). Basamak değeri konusunda karşılaşılan zorluklar. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Editörler), *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve üzüm nerileri* içinde (3. Baskı, s. 97-126). Ankara: Pegem Akademi
- Atlı, A., Doğangüzel, E. E., Güneş, A. ve Şahin, N. (2019). *İlkokul matematik 2 ders kitabı*. Devlet Kitapları İkinici Baskı. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Ayvaz, A. (2010). *4. sınıf matematik dersi bölme işlemi alt öğrenme alanının edebi ürünlerle işlenmesinin ğrenci başarısı ve tutumuna etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Sakarya Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Sakarya
- Baki, A. (1997). Educating mathematics teachers. *Journal of Islamic Academy of Sciences*, 10(3), 93-102.
- Baki, M. (2013). Sınıf ğretmeni adaylarının bölme işlemi ile ilgili matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Eğitim ve Bilim*. 38(167), 300-311.
- Baki, A. ve Bütün, M. (2009). İlköğretim matematik ğretmenlerinin bölme kavramı ile ilgili alan eğitimi bilgilerinin yapısı. *e-Journal of New World Sciences Academy*, 4(4), 1243-1256.
- Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal For Research in Mathematics Education*, 21(2), 132-144. doi:10.2307/749140
- Ballheim, C. (1999). Readers respond to what's basic. *Mathematics Education Dialogues*, 3(1), 11-12.
- Başar, M., nal, M. ve Yalçın, M. (2002). *İlköğretim kademesiyle baŐlayan matematik korkusunun nedenleri*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 16-18 Eylül, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

- Baykul, Y. (2002). *İlköğretimde matematik öğretimi 1-5. sınıflar için* (6. Baskı). Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F. (2012). Matematiksel kavram yanılgıları: Sebepleri ve çözüm arayışları. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Editörler), *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri* içinde (3. baskı, 1-30). Ankara: Pegem Akademi.
- Brandt, C. F., Bassoi, T. S., & Baccon, A. L. P. (2016). Difficulties of 6th grade elementary school students in solving the four basic fundamental operations: Addition, subtraction, multiplication and division of natural numbers. *Creative Education*, 7(13), 1820-1833.
- Burns, M. (1991). Introducing division through problem-solving experiences. *The Arithmetic Teacher*, 38(8), 14-18. [www.jstor.org/stable/41194834](http://www.jstor.org/stable/41194834) sayfasından erişilmiştir.
- Camos, V., & Baumer, J. (2015). Why is it so hard to solve long divisions for 10-year-old children?. *Int J Sch Cog Psychol*, 2(7), 1-9. doi: 10.4172/2469-9837.1000S2-007
- Carpenter, T. (1986). Conceptual knowledge as a foundation for procedural knowledge. In J. Hiebert (Ed.) *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (1st ed., pp. 113-132). Hillsdale, NJ: Routledge.
- Carter, C. S., & Yackel, E. (1989). *A constructivist perspective on the relationship between mathematical beliefs and emotional acts*. Annual meeting of the American Educational Research Association, March 27-31, San Francisco.
- Cengiz, N. (2013). Doğal sayılarla dört işlem ve tarihçesi. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır ve A. Delice (Editörler), *Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar* içinde (1. baskı, s.59-79). Ankara: Pegem Akademi.
- Correa, J., Nunes, T., & Bryant, P. (1998). Young children's understanding of division: The relationship between division terms in a noncomputational task. *Journal of Educational Psychology*, 90(2), 321-329. doi: 10.1037/0022-0663.90.2.321
- Cotton, T. (2010). *Understanding and teaching primary mathematics* (1st edition). Harlow: Pearson.
- Çiltaş, A. ve Muşlu, M. (2016). Doğal sayılarda işlemler konusunun öğretiminde matematiksel modelleme yönteminin öğrenci başarısına etkisi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11 (2), 329-343. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/befdergi/issue/28762/307845> sayfasından erişilmiştir.
- Dağdelen, S. ve Ünal, M. (2017). Matematik öğrenim ve öğretim sürecinde karşılaşılan sorunlar ve çözüm önerileri. *YYÜ Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 483-510. <http://efdergi.yyu.edu.tr/makaleler/Cilt14/meabdyuefd10022017y.pdf> sayfasından erişilmiştir.

- Delice, A. ve Sevimli, E. (2010). Matematik öğretmeni adaylarının belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile işlemsel ve kavramsal bilgi düzeyleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 9(3), 581–605.
- Doğan, A. (2002). *Doğal sayılarla ilgili dört işlemde ilköğretim I. Kademe öğrencilerinin yaptıkları hata türleri*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Doruk, M. ve Doruk, G. (2019). Beşinci sınıf öğrencilerinin çarpma ve bölme işlemine yönelik kurdukları problemlerin analizi. *YYÜ Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(1), 1338-1369. <http://efdergi.yyu.edu.tr/uploads/maeabdyuefd21062019y-1569089864.pdf> sayfasından erişilmiştir.
- Duncan, G. J., Dowset, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Pagani, L. S., Feinstein, L., Engel, M., BrooksGunn, J., Sexton, H., Duckworth, K., & Japel, C. (2007a). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428-1446. doi: 10.1037/0012-1649.43.6.1428
- Duncan, N. N., Geer, C., Huinker, D., Leutzinger, L., Rathmell, E., & Thompson C. (2007b). *Navigating through number and operations in grades 3-5*. Reston, VA: NCTM.
- Erdoğan, A. ve Özdemir-Erdoğan, E. (2012). Toplama ve çıkarma kavramlarının öğretimi ve öğrenci güçlükleri. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Ed), *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri* içinde (3. Baskı, s. 31-61). Ankara: Pegem Akademi.
- Ersoy, Y. (2002). Matematik okur yazarlığı-II: Hedefler, geliştirilecek yetiler ve beceriler. <http://www.matder.org.tr/matematik-okur-yazarligi-iihedefler-gelistirilecek-yetiler-ve-beceriler/> sayfasından erişilmiştir.
- Ghulam-Mohyuddin, R., & Khalil, U. (2016). Misconceptions of students in learning mathematics at primary level. *Bulletin of Education and Research*, 38(1), 133–162.
- Göktürk-Özdemir, B., Bayraktar, R. ve Yılmaz, M. (2017). Sınıf ve ortaokul matematik öğretmenlerinin kavram yanlışlarına ilişkin açıklamaları. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 7(2), 284-305. doi: 10.24315/trkefd.284301
- Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 276-295). Reston, VA: NCTM.
- Haapasalo, L., & Kadjevich, D. (2000). Two types of mathematical knowledge and their relation. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 21(2), 139-157. doi: <https://doi.org/10.1007/BF03338914>
- Harris, A. (2001). Multiplication and division. <http://www.mathematicshed.com/uploads/1/2/5/7/12572836/md.pdf> sayfasından erişilmiştir.

- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and Learning* (pp. 65-97). Reston, VA: NCTM.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (2009). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (Transferred to Digital Printing, pp.1-27). New York: Routledge.
- Imbo, I., & Vandierendonck, A. (2008). Effects of problem size, operation, and working-memory span on simple-arithmetic strategies: Differences between children and adults, *Psychological Research*, 72(3), 331–346. doi: 10.1007/s00426-007-0112-8
- Karaçay, T. (1985). Matematik öğretiminin bugünkü durumu ve değerlendirilmesi. N. Ergen (Ed.), *Orta Öğretim Kurumlarında Matematik Öğretimi ve Sorunları* içinde (s.1-40). Türk Eğitim Derneği Yayınları: Ankara.
- Khemani, S., & Subramanian, J. (2012). *Tackling the division algorithm*. 12<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education, 8-15 July, COEX, Seoul, Korea.
- Lautert, L. L, Spinillo, A. G., & Correa, J. (2012). Children's difficulties with division: an intervention study. *Educational Research*, 3(5), 447-456.
- Lee, J. E. (2007). Making sense of the traditional long division algorithm. *Journal of Mathematical Behavior*, 26(1), 48–59. doi:10.1016/j.jmathb.2007.03.001
- Leung, L., Wong, R., & Pang, W. (2006). Departing from the traditional long division algorithm: An experimental study. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.527.6695&rep=rep1&type=pdf> sayfasından erişilmiştir.
- Luneta, K., & Makonye, P. J. (2010). Learner errors and misconceptions in elementary analysis: A case study of a grade 12 class in South Africa. *Acta Didactica Napocensia*. 3(3), 35-46.
- McCormick, R. (1997). Conceptual and procedural knowledge. *International Journal of Technology and Design Education*, 7(1-2), 141-159.
- Merriam, S. B. (2015). *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber*. (çev. ed. S. Turan, 3. Basım). Ankara: Nobel. (Orijinal çalışmanın basım tarihi 2009).
- Milli Eğitim Bakanlığı (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. Ankara: MEB.
- Mulligan, J. T., & Mitchelmore, M. C. (1997). Young children's intuitive models of multiplication and division. *Journal For Research in Mathematics Education*, 28(3), 309-330.
- National Research Council. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. J. Kilpatrick, J., Swafford, and B. Findell (Eds.). Mathematics Learning Study

- Committee, Center For Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC: National Academy Press.
- Nesher, P. (1987). Towards an instructional theory: the role of student's misconceptions. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 33-40.
- Niss, M. A. (1998). Aspects of the nature and state of research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 40(1), 1-24.
- Nuraini, N. L. S., Cholifah, P. S., & Laksono, W. C. (2018). *Mathematics errors in elementary school: A meta-synthesis study*. 1st International Conference on Early Childhood and Primary Education. doi: 10.2991/ecpe-18.2018.32
- Olkun, S. ve Toluk-Uçar Z. (2014). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi* (6. Baskı). Ankara: Eğiten Kitap.
- Önal, H. (2017). *İlkokul 1. ve 2. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlem ile ilgili yaptıkları hatalar ve çözüm önerileri*. Yayınlanmamış doktora tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Önal, H. ve Aydın, O. (2018). İlkokul matematik dersinde kavram yanılgıları ve hata örnekleri. *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 4(2), 1-9.
- Özyıldırım-Gümüş, F. (2019). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözümünde benimsedikleri kavramsal ve işlemsel yaklaşımlarının belirlenmesi: İç anadolu örneği [Özel Sayı]. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 20, 885-905. doi: 10.17494/ogusbd.554955
- Radatz, H. (1980). Student'errors in the mathematical learning process: A survey. *For the Learning Mathematics*, 1(1), 16-20.
- Reys, R. E., Suydam, M. N., Lindquist, M. M., & Smith, N. L. (1998). *Helping children learn mathematics* (5th ed.). United States Of America: Allyn and Bacon.
- Rittle-Johnson, B., & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other. *Journal of Educational Psychology*, 91(1), 175-189. doi: 10.1037/0022-0663.91.1.175
- Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: an iterative process. *Journal of Educational Psychology*. 93(2), 346-362. doi: 10.1037//0022-0663.93.2.346
- Robinson, K. M., Arbuthnott, K. D., Rose, D., McCarron, M. C., Globa, C. A., & Phonexay, S. D. (2006). Stability and change in children's division strategies. *Journal of Experimental Child Psychology*, 93(3), 224-238. doi: 10.1016/j.jecp.2005.09.002
- Rudge-Clouthier, G. (1991). *Grade 7 students' understanding of division: a classroom case study*. Unpublished master thesis. The University of British Columbia The Faculty of Graduate Studies.

- Ruthven, K., & Chaplin, D. I. (1997). The calculator as a cognitive tool: Upper-primary pupils tackling a realistic number problem. *International Journal of Computers For Mathematical Learning*, 2(2), 93–124.
- Ryan, J., & Williams, J. (2007) *Children's mathematics 4–15: Learning from errors and misconceptions*. Maidenhead: Open University Press.
- Sidekli, S., Gökbulut, Y. ve Sayar, N. (2013), Dört işlem becerisi nasıl geliştirilir. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1 (1), 31-41.
- Siegler, R. S., & Shipley, C. (1995). Variation, selection, and cognitive change. In: T. J. Simon & G. S. Halford (Eds.), *Developing cognitive competence: New approaches to process modeling* (pp. 31–76). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., Susperreguy, M. I., & Chen, M. (2012). Early predictors of high school mathematics achievement. *Psychological Science*, 23(7), 691–697. doi:10.1177/0956797612440101
- Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *The Arithmetic Teacher*, 26(3), 9-15.
- Skemp, R. R. (1987), *The psychology of learning mathematics* (Expanded American Edition). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Soylu, Y. ve Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelemesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 83-95.
- Suskind, D. (2019). *Otuz milyon kelime*. (çev. E. Eret Orhan ve B. Satılmış). Ankara: Buzdağı Yayınevi. (Orijinal çalışmanın basım tarihi 2015).
- Squire, S., & Bryant, P. (2003). Children's models of division. *Cognitive Development*, 18(3), 355–376. doi: 10.1016/S0885-2014(03)00039-X
- Star, J. R. (2000). On the relationship between knowing and doing in procedural learning. In B. Fishman & S. O'Connor-Divelbiss (Eds.), *Fourth International Conference of the Learning Sciences* (pp. 80-86). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Star, J. R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal For Research in Mathematics Education*, 36(5), 404–411.
- Tall, D., & Razali, M. R. (1993). Diagnosing students' difficulties in learning mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 24(2), 209-222. doi: 10.1080/0020739930240206
- Thomson, S., Lokan, J., Stephen, L., & Ainley, J. (2003). Lessons from the third international mathematics and science study. *TIMSS Australia Monograph Series*, 9.

- Tsamir, P., Hershkovitz, S., & Tirosh, D. (2008). Right or wrong? Exploring misconceptions in division. In A. D. Cockburn and G. Littler (Eds.). *Mathematical Misconceptions a Guide For Primary Teachers* (1st ed., pp.71-85). London: Sage Publications. doi: 10.4135/9781446269121.n6
- Türk Dil Kurumu. (2020). *Güncel Türkçe sözlük*. <http://tdk.gov.tr/> adresinden 11.02.2020 tarihinde elde edilmiştir.
- Uzun, S. Ç. ve Arslan, S. (2016). Öğrenci anlayışlarını modellemek için bir teori: Ckc. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Editörler), *Matematik Eğitiminde Teoriler* içinde (1. baskı, s.85-99). Ankara: Pegem Akademi.
- Van de Walle, J., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7th ed.). Boston, MA: Pearson Education
- Varol, F. ve Kubanç, Y. (2015). Öğrencilerin bölme işlemi gerektiren aritmetik sözel problemlerde yaşadığı zorlukların incelenmesi. *On Dokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(1), 99-123. doi: 10.7822/omuefd.34.1.6
- Victoria State Government (2018). *A note on 'common misunderstandings'*. <https://www.education.vic.gov.au/school/teachers/teachingresources/discipline/maths/assessment/Pages/commissnote.aspx> sayfasından erişilmiştir.
- Vula, E., & Berdynaj, L. (2011). Collaborative action research: Teaching of multiplication and division in the second grade. *Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry*, 2(2), 7-16.
- Wallace, C. C. (1984). *A Comparison of computational error patterns for grades 3, 5 and 8*. Unpublished master thesis. University of North Florida, College of Education and Human Services.
- Wilson, W. S. (2009). Elementary school mathematics priorities. *AASA Journal of Scholarship and Practice*, 6(1), 40-49.
- Windsor, W., & Booker, G. (2005). An historical analysis of the division concept and algorithm can provide insights for improved teaching of division. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.517.4070&rep=rep1&type=pdf> sayfasından erişilmiştir.
- Yanık, H. B. (2016). Kavramsal ve işlemsel anlama. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Editörler), *Matematik Eğitiminde Teoriler* içinde (s.101-116). Ankara: Pegem Akademi.
- Yetkin, E. (2003). Student difficulties in learning elementary mathematics. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED482727.pdf> sayfasından erişilmiştir.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. genişletilmiş baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yorulmaz, A. (2018). *Gerçekçi matematik eğitiminin ilkökul dördüncü sınıf öğrencilerinin dört işlem becerilerindeki hatalarının giderilmesine etkisi*.



Yayınlanmamış doktora tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Yorulmaz, A. ve Önal, H. (2017). Examination of the views of class teachers regarding the errors primary school students make in four operations. *Universal Journal of Educational Research*, 5(11), 1885-1895. doi: 10.13189/ujer.2017.051105

Zembat, İ. Ö. (2010). Kavram yanılması nedir?. M.F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Editörler), *Matematiksel kavram yanılmaları ve çözüm önerileri* içinde (s.1-8). Ankara: Pegem A Yayıncılık.

## EKLER

### Ek 1. Kazanımlar

#### 2. SINIF BÖLME İŞLEMİ İLE İLGİLİ KAZANIMLAR

M.2.1.5.1. Bölme işleminde gruplama ve paylaşırma anlamlarını kullanır.

- Gerçek nesnelere kullanımına yer verilir.*
- 20 içinde doğal sayılarla kalansız işlem yapılır.*
- Bölme işleminin sembolik gösterimine geçmeden önce, bölme işlemini ardışık çıkarma olarak modeller.*

M.2.1.5.2. Bölme işlemini yapar, bölme işleminin işaretini ( $\div$ ) kullanır.

- Öğrencilerin bölme işlemi sürecinde verilen probleme uygun işlemi seçmeleri sağlanır.*
- Bölünen, bölen, bölüm ile bölü çizgisinin bölme işlemine ait kavramlar olduğu vurgulanır. (MEB, 2018, s.34)*

#### 3. SINIF BÖLME İŞLEMİ İLE İLGİLİ KAZANIMLAR

M.3.1.5.1. İki basamaklı doğal sayıları bir basamaklı doğal sayılara böler.

- Bölme işleminde diğer işlemlerden farklı olarak işleme en büyük basamaktan başlanması gerektiği vurgulanır.*
- Bölme işleminde kalan, bölenden küçük olduğunda işleme devam edilmeyeceği belirtilir.*
- Somut nesnelere yapılan modellemelerin yanı sıra, sayı doğrusu vb. modeller de kullanılır.*

M.3.1.5.2. Birler basamağında sıfır olan iki basamaklı bir doğal sayıyı 10'a kısa yoldan böler.

M.3.1.5.3. Bölme işleminde bölünen, bölen, bölüm ve kalan arasındaki ilişkiyi fark eder.

- Bölme işleminde bölünenin, bölen ve bölüm çarpımının kalan ile toplamına eşit olduğu modelleme ve işlemlerle gösterilir.*

M.3.1.5.4. Biri bölme olacak şekilde iki işlem gerektiren problemleri çözer.

- Problem kurmaya yönelik çalışmalara da yer verilir. (MEB, 2018, s.40)*

#### 4. SINIF BÖLME İŞLEMİ İLE İLGİLİ KAZANIMLAR

M.4.1.5.1. Üç basamaklı doğal sayıları en çok iki basamaklı doğal sayılara böler.

- Bölünen ve bölüm arasındaki basamak sayısı ilişkisi fark ettirilir.*
- Bölme işleminde bölümün basamak sayısını işlem yapmadan belirleyerek işlemin doğruluğunun kontrol edilmesi sağlanır.*

M.4.1.5.2. En çok dört basamaklı bir sayıyı bir basamaklı bir sayıya böler.

M.4.1.5.3. Son üç basamağı sıfır olan en çok beş basamaklı doğal sayıları 10, 100 ve 1000'e zihinden böler.

M.4.1.5.4. Bir bölme işleminin sonucunu tahmin eder ve tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır.

M.4.1.5.5. Çarpma ve bölme arasındaki ilişkiyi fark eder.

M.4.1.5.6. Doğal sayılarla bölme işlemini gerektiren problemleri çözer.

a) *Problem çözerken en çok üç işlem gerektiren problem üzerinde çalışılır.*

b) *En çok iki işlem gerektiren problem kurma çalışmalarına da yer verilir. (MEB, 2018, s.46)*

## 5. SINIF BÖLME İŞLEMİ İLE İLGİLİ KAZANIMLAR

M.5.1.2.5. En çok dört basamaklı bir doğal sayıyı, en çok iki basamaklı bir doğal sayıya böler.

*Kalanlı bölme işlemlerinde ondalık gösterimlere girilmez.*

M.5.1.2.6. Doğal sayılarla çarpma ve bölme işlemlerinin sonuçlarını tahmin eder.

*Tahmin etmenin önemi vurgulanarak, tahmin becerilerinin gelişmesi için işlem sonuçlarıyla tahminlerin karşılaştırılması yapılır.*

M.5.1.2.7. Doğal sayılarla zihinden çarpma ve bölme işlemlerinde uygun stratejiyi belirler ve kullanır.

*Olası stratejiler: 10, 100, 1000 ve katlarıyla çarpma ve bölme yaparken sayının sonuna 0 ekleme veya çıkarma; 8 ile çarpmak için üç kez iki katını alma; 9 ile çarpmak için 10 ile çarpıp sonuçtan bir kez kendisini çıkarma; sayılardan birisinin yarısını, diğerinin iki katını alarak çarpma; 5 ile çarpmak için sonuna 0 ekleyip yarısını alma; bir sayıyı 5'e bölmek için iki katını alıp 10'a bölme vb.*

M.5.1.2.8. Bölme işlemine ilişkin problem durumlarında kalanı yorumlar.

*Problem durumuna göre kalan ihmal edilir veya kesir olarak belirtilir. Örneğin 11 adet elmayı 2 kişiye eşit olarak paylaştırırken 1 kişiye ne kadar elma düşeceğini bulmak için kalan elma sayısı kesirle ifade edilir.*

M.5.1.2.9. Çarpma ve bölme işlemleri arasındaki ilişkiyi anlayarak işlemlerde verilmeyen öğeleri (çarpan, bölüm veya bölünen) bulur.

a) *1 çarpma veya bölme işleminde verilmeyen öğeyi bulmaya yönelik çalışmalara yer verilir. Örneğin  $4 \times ? = 36$  ifadesinde 4'ü hangi sayı ile çarptığımızda 36 edeceğinin bulunması için 36'nın 4'e bölünmesi gerektiği gösterilebilir.*

b) *Çarpma ve bölme işlemleri arasındaki ilişkiyi problem durumlarında kullanmaya yönelik çalışmalara yer verilir. Aynı problem durumu bilinmeyen ne olduğuna*

*bağlı olarak çarpma veya bölme işlemi yapmayı gerektirebilir. Örneğin her hafta 5 TL harçlık alan Ahmet 7 hafta boyunca parasını İktirmiştir.*

*Bu süre içinde İktirdiği tüm parasıyla bir flüt almıştır. Ahmet flütü kaç liraya almıştır? Aynı duruma ilişkin, bu kez bölme işlemi yapmayı gerektiren diğer bir soru ise şöyle belirtilebilir: Her hafta annesinden 5 TL harçlık alan Ahmet, fiyatı 35 TL olan bir flüt almak için parasını İktirmektedir. Kaç hafta sonra Ahmet istediği flütü almış olur?*

M.5.1.2.10. Bir doğal sayının karesini ve küpünü üslü ifade olarak gösterir ve değerini hesaplar.

M.5.1.2.11. En çok iki işlem türü içeren parantezli ifadelerin sonucunu bulur.

*Örneğin  $5^2 \times (12-6)$  veya  $16 \div (4 \times 2)$  gibi işlemlerde parantezin rolünü anlamaya ve parantezi kullanmaya yönelik çalışmalara yer verilir.*

M.5.1.2.12. Dört işlem içeren problemleri çözer.

*a) Doğal sayılarla en çok üç işlemli problemler ele alınır.*

*b) Problem kurmaya yönelik çalışmalara da yer verilir. (MEB, 2018, s.51-52)*

## Ek 2. Araştırma İzin Belgesi



T.C.  
AFYONKARAHİSAR VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : 86649407-605.01-E.17997366  
Konu: Araştırma İzni (Nesrin ORAL)

02.10.2018

PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE  
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

İlgi: a) Valilik Makamı'nın 01/10/2018 tarihli ve 17982524 sayılı Olurları  
b) 21/09/2018 tarihli ve 18308 sayılı yazınız.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Programı Tezli Yüksek Lisans öğrencisi Nesrin ORAL'ın "5.Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarla Bölme İşleminde Yaşadığı Zorluklar ve Bu Zorlukların Nedenleri" konulu tez çalışmasında kullanılmak üzere 2018-2019 Öğretim Yılı içinde Müdürlüğümüze bağlı ilgi (b) yazınızda isimleri belirtilen okullarda öğrenim gören öğrencilere araştırma çalışması yapabilmesine dair ilgi (b) talebi;

Müdürlüğümüz AR-GE Birimi tarafından "Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü" 22/08/2017 tarihli ve 35558626-10.06.01-E.12607291 sayılı yazısı ile yayımlanan 2017/25 No'lu Genelge doğrultusunda incelemiş olup ilgi (a) "Valilik Oluru" ve onaylanmış veri toplama aracı ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

Metin YALÇIN  
İl Millî Eğitim Müdürü

EKLER:

- Valilik Onayı ( 1 sayfa )
- Onaylanmış Veri Toplama Aracı (... sayfa)

**Not: 1-** Anket çalışmalarında Müdürlüğümüz tarafından onaylanmış (mühürlü) veri toplama araçlarının çoğaltılarak kullanılması zorunludur.  
**2-** Çalışmalar tamamlandıktan sonra sonuçlarının birer örneğinin İl Millî Eğitim Müdürlüğüne teslim edilmesi zorunludur.

Ayrıntılı bilgi için: Tolga YEŞİLÇAYIR (Memur)  
Karaman İş Merkezi/AFYONKARAHİSAR  
e-posta: afyonstrateji@gmail.com

İL MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ Ar-Ge  
Elektronik Ağ: afyon.meb.gov.tr  
Tel: (0 272) 2137604 / 207 Faks (0 272) 2137605

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden e79d-b75f-3281-81d5-6643 kodu ile teyit edilebilir.



T.C.  
AFYONKARAHİSAR VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : 86649407605.01-E.17982524  
Konu: Nesrin ORAL'ın Araştırma İzni

01/10/2018

VALİLİK MAKAMINA

- İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 2017/25 sayılı Genelgesi.  
b) Pamukkale Üniversitesi Öğrenci İşleri Daire Başkanlığın 21/09/2018 tarihli ve 18308 sayılı yazısı.

Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Programı Tezli Yüksek Lisans öğrencisi Nesrin ORAL "5.Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarla Bölme İşleminde Yaşadığı Zorluklar ve Bu Zorlukların Nedenleri" konulu tez çalışmasında kullanılmak üzere 2018-2019 Öğretim Yılı Dönemi içinde Müdürlüğümüze bağlı ilgi (b) yazı ekinde isimleri belirtilen okullarda görevli öğretmenlere, ilgi (a) Genelgenin hükümleri doğrultusunda anket çalışması yapmaları, çalışmaları tamamlandıktan sonra sonuçlarının birer örneğinin İl Millî Eğitim Müdürlüğüne teslim edilmesi şartıyla, Müdürlüğümüz AR-GE Birimi teklifi doğrultusunda araştırma yapmaları Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Metin YALÇIN  
İl Millî Eğitim Müdürü

OLUR  
01/10/2018

Dr. Mehmet BOZTEPE  
Vali a.  
Vali Yardımcısı

Ek:  
- İlgi Yazı ve Ekleri (39 Sayfa)

Ayrıntılı bilgi için: Tolga YEŞİLÇAYIR (Memur)  
Karaman İş Merkezi/AFYONKARAHİSAR  
e-posta: afyonstrateji@gmail.com

İL MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ Ar-Ge  
Elektronik Ağ: afyon.meb.gov.tr  
Tel: (0 272) 2137604 / 207 Faks (0 272) 2137605

### Ek 3. Pilot Uygulamada Kullanılan Bölme İşlemleri Testi

CİNSİYET: Kız ( ) Erkek ( ) YAŞ: 10 ( ) 11 ( ) 12 ( ) SINIF: 5/A ( ) 5/B ( )

SORU NO	İŞLEM	CEVAP
1	10 ÷ 2 işlemini aşamalarınızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız.	
2	32 ÷ 8 işlemini aşamalarınızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız.	
3	96 ÷ 24 işlemini aşamalarınızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız.	
4	729 ÷ 3 işlemini aşamalarınızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız.	
5	218 ÷ 2 işlemini aşamalarınızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız.	

6	150÷10 işlemini aşamalarınızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız.	
7	575÷25 işlemini aşamalarınızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız.	
8	486÷54 işlemini aşamalarınızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız.	
9	420÷ 21 işlemini aşamalarınızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız.	
10	876÷146 işlemini aşamalarınızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız.	
11	4509÷9 işlemini aşamalarınızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız.	



12	8932÷28 işlemini aşamalarınıızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız.	
13	6969÷69 işlemini aşamalarınıızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız.	
14	6447÷95 işleminde bölümü ve kalanı bulunuz.	
15	2600÷130 işlemini aşamalarınıızı sesli bir şekilde açıklayarak yapınız.	

**Ek 4. Bölme İşlemleri Testi****CİNSİYET:** Kız ( ) Erkek ( ) **YAŞ:** 10 ( ) 11 ( ) 12 ( ) **SINIF:** 5/A ( ) 5/B ( )

<b>SORU NO</b>	<b>İŞLEM</b>	<b>CEVAP</b>
<b>1</b>	$8 \div 2 = ?$	
<b>2</b>	$50 \div 5 = ?$	
<b>3</b>	$69 \div 3 = ?$	
<b>4</b>	$96 \div 24 = ?$	
<b>5</b>	$729 \div 3 = ?$	
<b>6</b>	$218 \div 2 = ?$	
<b>7</b>	$575 \div 25 = ?$	

<b>8</b>	$420 \div 21 = ?$	
<b>9</b>	$876 \div 146 = ?$	
<b>10</b>	$4509 \div 9 = ?$	
<b>11</b>	$5808 \div 48 = ?$	
<b>12</b>	$6969 \div 69 = ?$	

### Ek 5. Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu

SORU NO	İŞLEM	GÖRÜŞME SORULARI
1	$8 \div 2 = ?$	Bu işlem sana ne ifade ediyor? Sonuca nasıl ulaştığını anlatır mısın? Sence bu işlem ne işimize yarıyor? Biz bu işlemi neden yaparız?
2	$50 \div 5 = ?$	Sonuca nasıl ulaştığını anlatır mısın? Bölme işlemine neden soldan başlarız? İşlemin bittiğini nasıl anladın? Cevabının doğru olup olmadığı nasıl kontrol edebilirsin? Birler basamağındaki 0 için bir şey yapmalı mıyız? Her zaman böyle mi yaparsın?
3	$69 \div 3 = ?$	Sonuca nasıl ulaştığını anlatır mısın? Sence kalan bölenden büyük olabilir mi? (Kalan bölenden büyük olduğu durumda hatasını fark etmeyip bölme işlemine devam ettiğinde)
4	$96 \div 24 = ?$	Sonuca nasıl ulaştığını anlatır mısın? Sence kalan bölenden büyük olabilir mi? (Kalan bölenden büyük olduğu durumda hatasını fark etmeyip bölme işlemine devam ettiğinde)
5	$729 \div 3 = ?$	Sonuca nasıl ulaştığını anlatır mısın? Neden 7'nin içinde değil de 9'un içinde 3 aradın? (Bölünenin solundan değil de sağından işleme başladığında) Sence kalan bölenden büyük olabilir mi? (Kalan bölenden büyük olduğu durumda hatasını fark etmeyip bölme işlemine devam ettiğinde)
6	$218 \div 2 = ?$	Sonuca nasıl ulaştığını anlatır mısın? Neden işleme böyle başladın? (Bölünenin solundan değil de sağından başladığında) Neden 1'in içinde değil de 18'in içinde 2 arıyorsun? Sence kalan bölenden büyük olabilir mi? (Kalan bölenden büyük olduğu durumda hatasını fark etmeyip bölme işlemine devam ettiği durumda) İşlemin bittiğini nasıl anladın? Cevabının doğru olup olmadığı nasıl kontrol edebilirsin? Onlar basamağındaki 1 için bir şey yapmalı mıyız? Her zaman böyle mi yaparsın?
7	$575 \div 25 = ?$	Sonuca nasıl ulaştığını anlatır mısın? Neden işleme böyle başladın? (Bölünenin solundan değil de sağından başladığında) Sence kalan bölenden büyük olabilir mi? (Kalan bölenden büyük olduğu durumda hatasını fark etmeyip bölme işlemine devam ettiği durumda)

SORU NO	İŞLEM	GÖRÜŞME SORULARI
8	$420 \div 21 = ?$	<p>Sonuca nasıl ulaştığını anlatır mısın?</p> <p>Sence kalan bölenden büyük olabilir mi? (Kalan bölenden büyük olduğu durumda hatasını fark etmeyip bölme işlemine devam ettiği durumda)</p> <p>İşlemin bittiğini nasıl anladın?</p> <p>Neden bölüme 0 ekledin?</p> <p>Birler basamağındaki 0 için bir şey yapmalı mıyız?</p> <p>Her zaman böyle mi yaparsın?</p>
9	$876 \div 146 = ?$	<p>Sonuca nasıl ulaştığını anlatır mısın?</p> <p>Neden 87'nin içinde değil de 146'nın içinde 8/87 aradın?</p> <p>Sence kalan bölenden büyük olabilir mi? (Kalan bölenden büyük olduğu durumda hatasını fark etmeyip bölme işlemine devam ettiği durumda)</p> <p>Her zaman böyle mi yaparsın?</p>
10	$4509 \div 9 = ?$	<p>Sonuca nasıl ulaştığını anlatır mısın?</p> <p>İşlemin bittiğini nasıl anladın?</p> <p>Cevabının doğru olup olmadığı nasıl kontrol edebilirsin?</p> <p>0 için bir şey yapacak mısın? /0'ın bu işlemde aldığı görev nedir?/</p> <p>Bölme işleminde 0'ı nasıl kullandın?</p> <p>Her zaman böyle mi yaparsın?</p> <p>Sence kalan bölenden büyük olabilir mi? (Kalan bölenden büyük olduğu durumda hatasını fark etmeyip bölme işlemine devam ettiği durumda)</p>
11	$5808 \div 48 = ?$	<p>Sonuca nasıl ulaştığını anlatır mısın?</p> <p>Sence kalan bölenden büyük olabilir mi? (Kalan bölenden büyük olduğu durumda hatasını fark etmeyip bölme işlemine devam ettiği durumda)</p> <p>İşlemin bittiğini nasıl anladın?</p>
12	$6969 \div 69 = ?$	<p>Sonuca nasıl ulaştığını anlatır mısın?</p> <p>İşlemin bittiğini nasıl anladın?</p> <p>Cevabının doğru olup olmadığı nasıl kontrol edebilirsin?</p> <p>Onlar basamağındaki 6 için bir şey yapacak mısın?</p> <p>Her zaman böyle mi yaparsın?</p> <p>Sence kalan bölenden büyük olabilir mi? (Kalan bölenden büyük olduğu durumda hatasını fark etmeyip bölme işlemine devam ettiği durumda)</p>

**Ek 6. Gözlem Not Kağıdı**

**ÖĞRENCİ NO:**

<b>SORU NO</b>	<b>GÖZLEMLER</b>
<b>1</b>	
<b>2</b>	
<b>3</b>	
<b>4</b>	
<b>5</b>	
<b>6</b>	
<b>7</b>	
<b>8</b>	

<b>9</b>	
<b>10</b>	
<b>11</b>	
<b>12</b>	

**Ek 7. Özgeçmiş Formu**

**ÖZGEÇMİŞ**

<b>Kişisel Bilgiler</b>	
Adı	Nesrin
Soyadı	ORAL
Doğum Yeri ve Tarihi	Tavas-03.08.1990
Uyruğu	T.C.
İletişim Adresi ve e-mail adresi	Ece Mahallesi Feza Sokak No: 5 Kat: 2 Daire:4 Sandıklı/AFYONKARAHİSAR nesrinkara90@gmail.com
<b>Eğitim</b>	
İlköğretim	Nevişet Kameronlu İlköğretim Okulu Çivril/DENİZLİ
Ortaöğretim	Şevkiye Özel Anadolu Öğretmen Lisesi Çivril/DENİZLİ
Yükseköğretim (Lisans)	Orta Doğu Teknik Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği (2008-2013)
Yükseköğretim (Yüksek Lisans)	Pamukkale Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Matematik Eğitimi (2013-...)
<b>Yabancı Dil</b>	
Yabancı Dil Adı	İngilizce
Sınav Adı	YDS
Sınavı Yapıldığı Ay ve Yıl	Eylül-2014
Alınan Puan	73,75
<b>Mesleki Deneyim</b>	
2013-...	MEB-İlköğretim Matematik Öğretmeni



### Ek 8. Tez Kontrol Listesi

	KONTROL EDİLDİ
Tez düzeni tez yazım kılavuzuna uygun düzenlenmiştir.	
Sayfa boşlukları uygun düzenlenmiştir.	
Tüm metin Times New Roman yazı stili 1,5 satır aralıklı 12 punto ile yazılmıştır.	
Sayfa numaraları kâğıdın sağ üst köşesine yazılmıştır.	
Metin içindeki başlıklar APA stiline uygun düzenlenmiştir.	
İçindekiler, tablolar ve şekiller listeleri tez yazım kılavuzuna uygun düzenlenmiştir.	
Tezde bulunan tüm tablolar gereklidir.	
Tüm tablo başlıkları tez yazım kılavuzuna uygun yazılmıştır.	
Tüm şekil başlıkları tez yazım kılavuzuna uygun yazılmıştır.	
Tüm tablo ve şekillere metindeki bölüm sırasına göre numara verilmiştir.	
Tablolar APA stiline uygun hazırlanmıştır.	
Metin içindeki tüm alıntılar uygun şekilde belirtilmiştir.	
Metin içerisinde verilen tüm kaynaklar, kaynakça listesinde bulunmaktadır.	
Kaynak gösterimleri tez yazım kılavuzuna uygun düzenlenmiştir.	
Kaynakça listesi APA stiline uygun düzenlenmiştir.	

Prof. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU