

**T.C.  
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM  
DALI**

**KALICI MIKNATISLI SENKRON MOTORLAR İÇİN RUNGE-  
KUTTA MODEL ÖNGÖRÜLÜ KONTROL YAKLAŞIMI**

**DOKTORA TEZİ**

**ADİLE AKPUNAR**

**DENİZLİ, AĞUSTOS - 2020**

**T.C.  
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM  
DALI**



**KALICI MIKNATISLI SENKRON MOTORLAR İÇİN RUNGE-  
KUTTA MODEL ÖNGÖRÜLÜ KONTROL YAKLAŞIMI**

**DOKTORA TEZİ**

**ADİLE AKPUNAR**

**DENİZLİ, AĞUSTOS - 2020**

**Bu tez çalışması Pamukkale Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi (PAUBAP) tarafından 2014FBE053 nolu proje ile desteklenmiştir.**

**Bu tezin tasarımı, hazırlanması, yürütülmesi, araştırmalarının yapılması ve bulgularının analizlerinde bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini; bu çalışmanın doğrudan birincil ürünü olmayan bulguların, verilerin ve materyallerin bilimsel etiğe uygun olarak kaynak gösterildiğini ve alıntı yapılan çalışmalara atfedildiğine beyan ederim.**



Adile AKPUNAR

## ÖZET

### **KALICI MIKNATISLI SENKRON MOTORLAR İÇİN RUNGE-KUTTA MODEL ÖNGÖRÜLÜ KONTROL YAKLAŞIMI**

**DOKTORA TEZİ**

**ADİLE AKPUNAR**

**PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI  
(TEZ DANIŞMANI: PROF.DR SERDAR İPLİKÇİ)**

**DENİZLİ, AĞUSTOS - 2020**

Kalıcı mıknatıslı senkron motorlar (PMSM), geleneksel motorlara göre üstünlükleri nedeniyle endüstriden ev aletlerine kadar geniş bir spektrumda yaygın olarak kullanılmaktadır. Bununla birlikte, PMSM'ler, doğrusal olmayan dinamiklere sahip çok girişli çok çıkışlı (MIMO) sistemlerdir ve bu da kontrollerini nispeten zorlaştırır. Bu çalışmada, ticari bir kalıcı mıknatıslı senkron motorun hız kontrolü için Runge-Kutta model öngörülü kontrol (RKMPC) olarak adlandırılan yeni bir model öngörülü kontrol mekanizması uygulanmıştır. Ayrıca, RKMPC tabanlı çevrimiçi parametre tahmini ile yük değişimleri altında motor hızının uyarlanması için RKMPC yöntemi kullanılmıştır. RKMPC'nin üstünlüğü, sistemin giriş ve çıkışlarındaki kısıtlamaları dikkate alabilmesi, böylece hız ve akım kontrolünün tek bir döngüde ele alınmasıdır. Çalışmada, RKMPC mekanizmasının, istenen kontrol doğruluğu için yük değişimleri ve bilinmeyen yük bozunumları gibi istenmeyen etkileri tahmin edebileceği gösterilmiştir. Kullanılan mekanizmanın performansı, farklı koşullar için deneysel olarak 0.4 kW'lık PMSM'de test edilmiştir ve geleneksel oransal integral (PI) yöntemiyle karşılaştırılmıştır. Testler, PMSM'ler için RKMPC'nin etkinliğini göstermiştir.

**ANAHTAR KELİMELELER:** Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motor (PMSM), Model Öngörülü Kontrol (MPC), Değişken Hızlı Sürücüler, Sayısal İşaret İşleyici (DSP), Runge-Kutta.

## ABSTRACT

### **RUNGE-KUTTA MODEL PREDICTIVE CONTROL APPROACH FOR PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MOTORS**

PH.D THESIS

ADİLE AKPUNAR

**PAMUKKALE UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE  
ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERING  
(SUPERVISOR:PROF.DR SERDAR İPLİKÇİ)**

**DENİZLİ, AUGUST 2020**

Permanent magnet synchronous motors (PMSMs) have commonly been used in a wide spectrum ranging from industry to home appliances due to their advantages over their conventional counterparts. However, PMSMs are multiple-input multiple-output (MIMO) systems with nonlinear dynamics, which make their control relatively difficult. In this study, a novel model predictive control mechanism, which is referred to as the Runge-Kutta Model Predictive Control (RKMPC), has been applied for speed control of a commercial permanent magnet synchronous motor. Furthermore, the RKMPC method has been utilized for the adaptation of the speed of the motor under load variations via RKMPC-based online parameter estimation. The superiority of RKMPC is that it can take the constraints on the inputs and outputs of the system into consideration, thereby handling the speed and current control in a single loop. It has been shown in the study that the RKMPC mechanism can also estimate the load changes and unknown load disturbances to eliminate their undesired effects for a desirable control accuracy. The performance of the employed mechanism has been tested on a 0.4 kW PMSM motor experimentally for different conditions and compared to the conventional PI method. The tests have shown the efficiency of RKMPC for PMSMs.

**KEYWORDS:** Permanent Magnet Synchronous Motor (PMSM), Model Predictive Control (MPC), Variable Speed Drives, Digital Signal Processing (DSP), Runge-Kutta.

# İÇİNDEKİLER

Sayfa

<b>ÖZET</b> .....	<b>i</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>ii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>iii</b>
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b> .....	<b>iv</b>
<b>TABLO LİSTESİ</b> .....	<b>vi</b>
<b>SEMBOL LİSTESİ</b> .....	<b>vii</b>
<b>KISALTMALAR LİSTESİ</b> .....	<b>viii</b>
<b>ÖNSÖZ</b> .....	<b>ix</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
1.1. Genel Bilgiler .....	1
1.2. Literatür Özeti .....	6
1.3. Tezin Amacı ve Kapsamı .....	8
<b>2. KALICI MIKNATISLI SENKRON MOTOR</b> .....	<b>10</b>
2.1. PMSM'nin Matematiksel Modeli.....	12
2.1.1. İki Fazlı Referans Düzlem Modeli ( $\alpha$ - $\beta$ ),(d-q) .....	20
2.2. PMSM nin Kontrolü .....	24
2.2.1. Skaler Kontrol Tekniği .....	25
2.2.2. Vektörel Kontrol Tekniği.....	26
2.2.2.1. Alan Yönlendirmeli Kontrol (FOC).....	27
2.2.2.2. Doğrudan Tork Kontrolü (DTC).....	28
<b>3. RUNGE-KUTTA MODEL ÖNGÖRÜLÜ KONTROL</b> .....	<b>30</b>
3.1. Runge-Kutta Model Öngörülü Kontrol Yapısı.....	36
3.2. Runge-Kutta Modele Dayalı Çevrimiçi Parametre Kestirimi .....	43
<b>4. RKMPC'NİN PMSM'YE UYGULANMASI</b> .....	<b>46</b>
4.1. RKMPC Algoritmasının Uygulanması .....	47
4.2. SVPWM .....	49
4.2.1. Referans Gerilim ve Açık "θ" Hesaplanması.....	54
4.2.2. Sektör Numarasının Belirlenmesi .....	54
4.2.3. Uzay Vektör Görev Döngüsünün Hesaplanması .....	55
4.2.4. Transistörlerin Anahtarlama Zamanlarının Belirlenmesi .....	56
4.2.5. PWM Darbelerinin Üretilmesi.....	57
4.3. KISITLAR.....	59
4.3.1. Akım Kısıtları .....	59
4.3.2. Gerilim Kısıtları .....	59
<b>5. DENEYSEL ÇALIŞMA VE SONUÇLAR</b> .....	<b>62</b>
5.1. Deney Düzeninde Kullanılan Donanım Birimleri .....	62
5.1.1. dSPACE 1104 .....	63
5.1.2. Evirici.....	66
5.1.3. PMSM.....	66
5.1.4. Artımsal Enkoder .....	68
5.2. RKMPC'nin Gerçek Zamanda Gerçekleştirilmesi .....	69
5.3. Deneysel Sonuçlar .....	72
<b>6. SONUÇ</b> .....	<b>82</b>
<b>7. KAYNAKLAR</b> .....	<b>84</b>
<b>8. ÖZGEÇMİŞ</b> .....	<b>91</b>

## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

Şekil 1.1: Kalıcı mıknatıslı elektrik makinalarının sınıflandırılması. ....	3
Şekil 2.1: PMSM’ler için farklı rotor yapılarını gösteren motor kesiti; (a) rotor yüzeyine yerleştirilmiş mıknatıslar (b) rotorun iç yüzeyine yerleştirilmiş mıknatıslar (c) rotor nüvenin içine yerleştirilmiş mıknatıslar (d) rotorun nüvesine çevresel şekilde yerleştirilmiş mıknatıslar. ....	11
Şekil 2.2: PMSM’nin elektriksel ve mekaniksel eşdeğer modeli. ....	12
Şekil 2.3: Akımın Clark dönüşümü. ....	20
Şekil 2.4: Akımın Park dönüşümü. ....	21
Şekil 2.5: PMSM’nin rotor referans düzlemde eşdeğer devre modeli a) rotor d-eksen eşdeğer devresi b) rotor q- eksen eşdeğer devresi. ....	23
Şekil 2.6: PMSM’ de kullanılan geleneksel kontrol teknikleri. ....	25
Şekil 2.7: Skaler V/f kontrol şeması. ....	26
Şekil 2.8: Alan Yönlendirmeli Kontrol (FOC) şeması. ....	27
Şekil 2.9: Direk Tork Kontrol (DTC) şeması. ....	28
Şekil 3.1: Runge-Kutta-dayalı kontrol ve parameter kestirim yapısı (İplikci 2012). ....	37
Şekil 4.1: RKMPC’nin PMSM’ye uygulanmasının kontrol blok diyagramı. ....	46
Şekil 4.2: RKMPC algoritmasının akış çizelgesi. ....	48
Şekil 4.3: 3-fazlı gerilim kaynaklı PWM invertör (Jung 2005). ....	50
Şekil 4.4: Uzay vektör dönüşümü. ....	50
Şekil 4.5: 3-fazlı VSI için gerilim uzay vektörleri. ....	51
Şekil 4.6: Eviricinin sekiz gerilim vektör durumları. ....	53
Şekil 4.7: Sektör 1’deki komşu vektörlerin bir kombinasyonu olarak referans vektör. ....	53
Şekil 4.8: Gerilim uzak vektörün her bir sektörde SVPWM anahtarlama modelleri. ....	57
Şekil 4.9: Sektör-1 için anahtarlama sinyalleri. ....	58
Şekil 4.10: Akım kısıtlaması. ....	59
Şekil 4.11: Gerilim kısıtı. ....	60
Şekil 4.12: Akım ve gerilim kısıtları. ....	61
Şekil 5.1: PMSM sisteminde RKMPC algoritmasını test etmek için kurulan deney düzeneği. ....	62
Şekil 5.2: dSPACE DS1104 R&D kontrolör kartı. ....	64
Şekil 5.3: CP1104 Konektör paneli. ....	64
Şekil 5.4: dSPACE 1104 MATLAB/Simulink blokları. ....	65
Şekil 5.5: dSPACE 1104 kullanıcı arayüzü. ....	65
Şekil 5.6: IGBT Evirici. ....	66
Şekil 5.7: Deney düzeneğinde kullanılan PMSM. ....	67
Şekil 5.8: Çıkış sinyallerin diyagramı. ....	68
Şekil 5.9: RKMPC algoritmasını test etmek için oluşturulan gerçek zamanlı sistemin MATLAB/Simulink yapısı. ....	69



Şekil 5.10: Model Öngörülü Kontrol Bloğu. ....	70
Şekil 5.11: Park-Clark dönüşümün MATLAB/Simulink gerçekleştirilmesi. ....	71
Şekil 5.12: Ters Park dönüşümün MATLAB/Simulink gerçekleştirilmesi.....	71
Şekil 5.13: Artımsal Enkoderden Hız ve Konum bilgisini ölçen MATLAB/Simulink blokları.....	72
Şekil 5.14: RKMPC ile yüksüz 100 rad/s referans hız için deneysel sonuçlar. 73	
Şekil 5.15: PI ile yüksüz 100 rad/s referans hız için deneysel sonuçlar. ....	74
Şekil 5.16: Yüksüz durumda RKMPC ile basamak referans hız için elde edilen deneysel sonuçlar.....	76
Şekil 5.17: PI ile yüksüz basamak referans hız için deneysel sonuçlar. ....	77
Şekil 5.18: RKMPC ile yüklü 100 rad/s referans hız için deneysel sonuçlar. ..	78
Şekil 5.19: PI ile yüklü 100 rad/s referans hız için deneysel sonuçlar.....	79
Şekil 5.20: RKMPC ile ani yüklü 100 rad/s referans hız için gerçek hız ve referans hızı deneysel sonucu.....	80
Şekil 5.21: PI ile ani yüklü 100 rad/s referans hız için gerçek hız ve referans hızı deneysel sonucu.....	80
Şekil 5.22: RKMPC ile 30 rad/s referans hız için gerçek hız ve referans hızı deneysel sonucu.....	81
Şekil 5.23: RKMPC ile 200 rad/s referans hız için gerçek hız ve referans hızı deneysel sonucu.....	81

## TABLO LİSTESİ

	<b><u>Sayfa</u></b>
Tablo 4.1: Evirici anahtarlama durumlarının özeti .....	52
Tablo 4.2: Anahtarlama zaman hesabı .....	58
Tablo 5.1: PMSM parametreleri. ....	67
Tablo 5.2 Yük olarak kullanılan PMSM parametreleri.....	68

## SEMBOL LİSTESİ

<b>x</b>	:Sistem durum vektörü
<b>u</b>	:Sistem giriş vektörü
<b>y</b>	:Sistem çıkış vektörü
<b><math>\theta</math></b>	:Sistem parametresi
<b><math>\lambda</math></b>	:Cezalandırma terimi
<b><math>K_u</math></b>	:Kontrol ufku
<b><math>K_y</math></b>	:Kestrim ufku
<b><math>T_s</math></b>	:Örnekleme periyodu
<b><math>\Delta u</math></b>	:Giriş hızı
<b><math>\delta u</math></b>	:Düzeltilme terimi
<b>L</b>	:Kazanç matrisi
<b>I</b>	:Birim matris
<b>J</b>	:Jacobian matrisi
<b><math>\theta_e</math></b>	:Elektriksel rotor pozisyonu
<b><math>\theta_m</math></b>	:Mekaniksel rotor pozisyonu
<b><math>\omega_e</math></b>	:Elektriksel rotor hızı
<b><math>\omega_r</math></b>	:Mekaniksel rotor hızı
<b><math>\omega_{ref}</math></b>	:Referans hız
<b><math>\lambda_m</math></b>	:Motor kalıcı mıknatıs akısı
<b><math>L_s</math></b>	:Üç faz endüktans matrisi
<b><math>W_c</math></b>	:Kojenerasyon
<b><math>T_e</math></b>	:Elektromanyetik tork
<b><math>T_L</math></b>	:Yük torku
<b><math>i_d</math></b>	:d-eksen akımı
<b><math>i_q</math></b>	:q-eksen akımı
<b><math>p_{em}</math></b>	:Motorun elektromekanik gücü
<b>J</b>	:Atalet momenti
<b>B</b>	:Viskoz sürtünme katsayısı

## KISALTMALAR LİSTESİ

<b>PMSM</b>	:Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motor
<b>SM</b>	:Senkron Motor
<b>MPC</b>	:Model Öngörülü Kontrol
<b>RKMPC</b>	:Runge Kutta Model Öngörülü Kontrol
<b>PI</b>	:Oransal İntegral kontrolör
<b>DSP</b>	:Sayısal İşaret İşlemci
<b>FPGA</b>	:Alanda Programlanabilir Kapı Dizileri
<b>DC</b>	:Doğru Akım
<b>AC</b>	:Alternatif Akım
<b>PM</b>	:Kalıcı Mıknatıs
<b>PMDC</b>	:Kalıcı Mıknatıslı Doğru Akım
<b>PMAC</b>	:Kalıcı Mıknatıslı Alternatif Akım
<b>BLDC</b>	:Fırçasız Doğru Akım Motoru
<b>EMF</b>	:Elektro Motor Kuvvet
<b>VSI</b>	:Gerilim Kaynaklı Evirici
<b>CSI</b>	:Akım Kaynaklı Evirici
<b>PWM</b>	:Darbe Genişlik Modülasyonu
<b>SVM</b>	:Uzay Vektör Modülasyon
<b>SPWM</b>	:Sinüs Darbe Genişlik Modülasyonu
<b>SVPWM</b>	:Uzay Vektör Darbe Genişlik Modülasyonu
<b>MIMO</b>	:Çok Giriş Çok Çıkış
<b>V/f</b>	:Volt/frekans
<b>FOC</b>	:Alan Yönlendirmeli Kontrol
<b>DTC</b>	:Doğrudan Tork Kontrol
<b>ADC</b>	:Analog Dijital Dönüştürücü
<b>IGBT</b>	:Kapıdan Yalıtımlı Bipolar Transistör
<b>MOSFET</b>	:Alan Etkili Transistör
<b>I/O</b>	:Giriş/Çıkış
<b>NdBF<sub>e</sub></b>	:Neodymium-Boron-Iron
<b>SmCo</b>	:Samarium-Cobalt
<b>LPF</b>	:Alçak Geçiren Filtre
<b>TTL</b>	:Transistör-Transistör Lojik

## ÖNSÖZ

Doktora çalışmam süresince desteklerini esirgemeyen danışman hocam Sayın Prof. Dr. Serdar İPLİKÇİ ve Tez İzleme Komite Üyelerim Sayın Prof. Dr. GÜNGÖR BAL, Prof. Dr. YUSUF ÖNER, Prof. Dr. AYDIN KIZILKAYA ve Doç. Dr. SELAMI KESLER'e çok teşekkür ediyorum.

Tez çalışmalarım süresince teknik desteklerini esirgemeyen Halit VAHAPOĞLU'na, Doğan AYDIN'a, yanımda olan arkadaşlarım Dr. Öğr. Üyesi Meriç ÇETİN'e, Tayfun ÇELEBİOĞLU'na ve Dr. Öğr. Üyesi Şevket YILMAZ'a teşekkür ediyorum.

Ayrıca, her zaman yanımda olan, desteğini esirgemeyen, bende ayrı bir yeri olan Öğr. Gör. Armağan BOZKURT'a, son olarak sevgileri ve desteklerini esirgemeyen, beni hayatımda bu noktaya getiren, eğitim hayatım boyunca anlayışları ve destekleri için annem Sevgi AKPUNAR ve babam Hüseyin AKPUNAR'a sevgi ve saygılarımı sunuyorum.

# 1. GİRİŞ

## 1.1. Genel Bilgiler

Bir elektrik makinası, ya mekaniksel enerjiyi elektriksel enerjiye dönüştüren ya da elektriksel enerjiyi mekaniksel enerjiye dönüştüren bir cihaz olarak tanımlanır. Böyle bir cihaz mekaniksel enerjiyi elektriksel enerjiye dönüştürüyorsa “*Jeneratör*”, elektriksel enerjiyi mekaniksel enerjiye dönüştürüyorsa da “*motor*” olarak isimlendirilir (Chapman 2005). Elektrik makinaları günlük hayatımızın hemen her yerinde görülmektedir. Özellikle birçok alandaki endüstriyel uygulamalarda kullanılmaktadır. Genellikle elektrik makinaları; doğru akım (DC) makinaları ve alternatif akım (AC) makinaları olmak üzere iki kategoride sınıflandırılır.

Uzun bir süre farklı çalışma hız aralıklarında ve yüksek performanslı sürücü sistemlerinde DC motorları kullanılmıştır. Bu motorlar, endüvi sargılarına DC uygulanarak çalıştırılırlar. Manyetik alan akısı ya kalıcı mıknatıslarla ya da stator üzerine sarılmış elektriksel sargılarla elde edilir. DC motorların asıl kusuru endüvi sargılarına uygulanan akımın yönünü değiştirmek için komütatöre ihtiyaç duymasıdır. Bu yüzden DC motorların yapısında fırçaların ve komütatörün olması kullanım alanını kısıtlar, ayrıca bakım maliyetini de artırır. Ek olarak basit bir şekilde kontrol edilebilmesine rağmen sınırlı hız aralığında çalışması da diğer bir kusurunu oluşturmaktadır.

Sonraki zamanlarda DC motorların kusurlarından dolayı araştırmacılar AC motorlarını geliştirdiler. AC motorların stator sargıları çok fazlıdır ve komütasyon işlemi stator faz sargılarına AC uygulanarak elde edilir. AC motorlar, güç şebekelerine doğrudan bağlandıkları için endüstride DC motorlarından çok daha fazla tercih edilmektedir. AC motorlar, asenkron motor (diğer adı indüksiyon motor) ve senkron motor olmak üzere iki kategoriye ayrılır. Asenkron motorlarda, manyetik alan rotor ve stator sargıları arasındaki indüksiyon etkisi ile oluşur. Bu motorlarda fırça ve kollektörlü yapı olmadığı için bakım maliyeti düşüktür, bu yüzden endüstride en çok tercih edilen bir motor türüdür. Fakat düşük verimli ve düşük güç faktörlü olması

asenكرون motorlar için bir kusurdur. Asenكرون motorlar kayma güç kayıplarından dolayı verimsizdir. Senكرون hızdan daha düşük hızda çalıştıkları için bu motorların kontrolleri de karmaşıktır (Uddin 2000<sup>a</sup>).

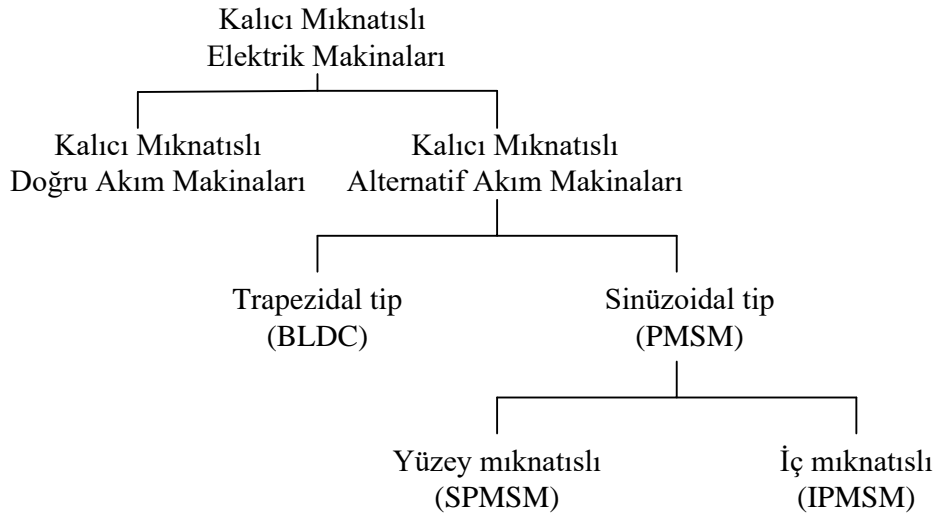
Asenكرون motorların bu kusurlarından dolayı, yüksek verim ve yüksek güç faktörü istenilen endüstri uygulamalarında senكرون motorlar tercih edilmiştir. Senكرون motorlar yüksek performanslı değişken hızlı sürücülerde asenكرون motorlara göre daha kolay kontrol edilir, senكرون hızda çalışır ve kontrolü daha az karmaşıktır. Kayma güç kayıpları yoktur. Senكرون motorlarda manyetik alan, rotor sargılarına DC uygulanarak ya da rotor üzerine monte edilmiş kalıcı mıknatıslar gibi harici kaynaklardan elde edilir. Sargılı rotorlu senكرون motorlar genellikle jeneratör olarak kullanılır. Çünkü elektrik iletiminde gerekli olan çok yüksek voltajlar elde edilmesi için yüksek manyetik akılar sağlayabilirler, bu kalıcı mıknatıslar tarafından sağlanamaz (Chai 2013<sup>a</sup>).

Kalıcı mıknatıslı (PM) makinaların gelişimi, neodymium-boron-iron (Nd-B-Fe), samarium-cobalt (Sm-Co) gibi yüksek enerjili kalıcı mıknatıslı malzelerdeki son gelişmelerle doğrudan ilgilidir. Kalıcı mıknatıslı elektrik motorları, endüvi ve alan uyarımlı olarak ifade edilen çift uyarımlı elektrik makinalarıdır. Geleneksel DC motorlar ve senكرون motorlarda her iki uyarımı sağlayan kısım harici bir elektrik enerjisi kaynağına bağlanmış elektrikselsargılardır. Kalıcı mıknatıslı elektrik motorlarındaki manyetik alan, alan sargılarının yerine kullanılan kalıcı mıknatıslar tarafından üretilir. Böylece bakır kayıpları oluşmayacağı için kalıcı mıknatıslı motorun verimi artar. Bununla birlikte, hafif ve küçük boyutta tasarlanmasına olanak sağlar. Diğer taraftan, bu motorlar geleneksel çift uyarımlı elektrik motorları kadar kolay kontrol edilemezler.

Kalıcı mıknatıslı elektrik makinaları ilk önce kalıcı mıknatıslı doğru akım makinası ve kalıcı mıknatıslı alternatif akım makinası olmak üzere iki grupta sınıflandırılabilir.

Şekil 1.1'de kalıcı mıknatıslı elektrik makinalarının sınıflandırılması gösterilmiştir. Kalıcı mıknatıslı doğru akım makina yapısı geleneksel DC komütatör makinasına çok benzerdir. Sadece farkı alan sargıları yerine kalıcı mıknatısların

kullanılmasıdır. Fırçalar ve komütatörler hala mevcuttur ve geleneksel DC komütatör makinaya ilişkin problemlerle karşı karşıyadır.



**Şekil 1.1:** Kalıcı mıknatıslı elektrik makinalarının sınıflandırılması.

Kalıcı mıknatıslı alternatif akım makinalar, manyetik alanın rotora yerleştirilmiş kalıcı mıknatıslar tarafından üretildiği senkron makinalardır. Bu makinalarda komütatör ve fırçalar yoktur. Kalıcı mıknatıslı doğru akım makinaya ilişkin olan yüksek rotor ataleti, fırça gibi problemler ortadan kaldırılmış ve makine yapısı daha basit bir hale gelmiştir. Bu özellik kalıcı mıknatıslı elektrik makinaları arasında kalıcı mıknatıslı alternatif akım makinaryı en cezbedici makine tipi haline getirmiştir. Kalıcı mıknatıslı alternatif akım makine; trapezoidal tip fırçasız doğru akım makinası (BLDC) ve sinüzoidal tip kalıcı mıknatıslı senkron makina (PMSM) olarak sınıflandırılır. Trapezoidal tip (BLDC) makina dönüş sırasında her bir stator faz sargılarında trapez şeklinde zıt elektromotor kuvvet (EMF) gerim dalga biçimi üretir. Sinüzoidal tip (PMSM) makina sinüs şeklinde zıt EMF gerilim dalga biçimi üretir.

Trapezoidal tip (BLDC) makina stator sargısına dikdörtgen dalga biçimli akım uygulanırken, sinüzoidal tip (PMSM) makine için stator sargısına sinüzoidal biçimli akım uygulanır. Trapezoidal tip kalıcı mıknatıslı alternatif akım makina fırçasız doğru akım makina (BLDC) olarak isimlendirilir ve ilk önce geliştirilen makine çeşididir. Bu makinanın kontrolü kolay olmasına rağmen tork dalgalanmalarının olması, yüksek performanslı hareket kontrolünün gerekli olduğu uygulamalarda kullanımını kısıtlamıştır.



Sinüzoidal tip (PMSM) makina daha çok geleneksel senkron makinayla yakın ilişkisi olduğu için kalıcı mıknatıslı senkron makinalar (PMSM) olarak adlandırılır. İlk zamanlarda PMSM'lerin kontrolü, asenkron motorlar için kullanılan vektör kontrol yöntemlerinin uygulanmasıyla gerçekleştirilmiştir (Perera, 2002).

Elektrik makinalarındaki taleplerin hızla artmasıyla araştırmacılar, trapezoidal tip (BLDC), sinüzoidal tip (PMSM) ve anahtarlama relüktans makina (ARM) gibi yeni makinalar tasarladılar. Ayrıca bu makinaların kontrolleri üzerinde de çalışmaya başladılar. Bu gelişmeler manyetik malzemelerdeki yeniliklerin artması ve yarı iletken teknolojisinin gelişmesiyle günümüzde hala yeni tasarımlar ve optimizasyon çalışmaları devam etmektedir.

PMSM'ler günümüzde, hem endüstride, hem de evde kullanılan düşük ve orta güçlü değişken hızlı sürücü uygulamalarında yaygın olarak kullanılmaktadır (Chakraborty ve Sharma 2016). PMSM'lerin boyutlarının küçük olması, daha az bakıma ihtiyaç duyulması, güvenilirliği, yüksek verim, yüksek tork-akım oranı ve yüksek güç yoğunluğu gibi birçok üstünlüklere sahiptir. Bu yüzden PMSM sürücüler geniş uygulama alanlarında yer almasından dolayı uzun yıllardır çok fazla ilgi odağı oldu. PMSM'nin en önemli özelliği yüksek verimli olmalarıdır. Asenkron motorların aksine rotor akımı ya da alan akımı PMSM'de yoktur. Yani rotor sargıları yerine kalıcı mıknatısların yerleştirilmesi rotor bakır kayıplarını azaltmıştır ve böylece verimi de artırmıştır.

Son yıllarda hızlı işlemcilerin gelişmesi, yüksek performanslı hareket kontrol uygulamalarında AC motorların kullanımına mükemmel bir fırsat sunmuştur. Çeşitli AC motorların arasından, yüksek tork-akım oranı, yüksek güç-ağırlık oranı, yüksek verim, yüksek güç faktörü, düşük gürültü gibi özelliklerinden dolayı PMSM günümüzde popüler olmuştur (Uddin ve diğ.,2000<sup>b</sup>).

Modern bir elektrik sürücü dört bileşene sahiptir.

- (i) Elektrik motoru
- (ii) Güç elektroniği dönüştürücüsü
- (iii) Kontrolör
- (iv) Yük

Günümüz endüstrisinde hareket kontrol sistemlerinde kullanılan bir elektrik motorunda aranan özelliklerin başında, motorun uzun süre kararlı çalışmasını sürdürmesi, ilk çalışma anında geçici halden sürekli hale geçiş sürecinde iyi bir performans sağlaması ve yüksek verimde hız, tork ve konum kontrolünün de yapılması istenmektedir. Endüstriyel uygulamalarda AC motorların farklı hızlarda çalışması gerekebilir. Bu farklı hızlarda çalıştırmak için AC motorun 3-faz stator sargıları değişken gerilim ve frekans sağlayan bir eviriciye bağlanır.

Eviriciler genel olarak besleme kaynağına göre iki türde sınıflandırılabilir: (i) Gerilim kaynaklı eviriciler (VSI) ve (ii) Akım kaynaklı eviriciler (CSI). VSI daha yaygındır ve motorun terminalinde iyi tanımlanmış anahtarlama gerilim dalga formları üretir. Bu eviricilerin gerilim kontrolü genellikle darbe genişlik modülasyonu (PWM) kullanılarak elde edilir. CSI, motor terminallerinde anahtarlama akım dalga formları sağlar (Ahmad, 2010).

Kontrolör ise motor karakteristiklerini, yükün karakteristikleriyle eşleştirmelerini sağlar. Günümüzde hala AC elektrik motor sürücülerinde yaygın olarak kullanılan ve uygulaması kolay olan vektöre dayalı kaskat yapıdaki doğrusal denetleyici oransal integral (PI) kontrol tasarımı kullanılmaktadır. Bu kontrolde en iç döngü kontrolör d-q dönen referans düzlemde akımları düzenler ve en dış döngü en iç döngü için q-eksen referans düzlemdeki akımı sağlayarak hızı düzenler (Chai ve diğ. 2013<sup>c</sup>). Bu geleneksel PI kontrolör, genellikle, PMSM kontrolü için de tercih edilmektedir (Amit ve Rajagopal, 2009).

Endüstriyel uygulamalarda, PMSM sistemler her zaman farklı bozunumlarla karşı karşıyadır. Bu bozunumlar PMSM'nin parametre belirsizlikleri ve diğer doğrusal olmayan faktörler olabileceği gibi Du ve diğ. (2014), haricen yük bozunumları da olabilir (Li ve Liu 2009). PI kontrolör sistem ile koşullar değişmediği sürece iyi bir hız performansı elde edilebilir (Du ve diğ. 2014). Fakat PMSM'nin dinamik karakteristiklerinin doğrusal olmaması, parametre belirsizlikleri ve yük bozunumlarının olmasından dolayı, PI kontrol metodunun da içinde olduğu doğrusal kontrol yöntemleri PMSM kontrol sistemi için yeterince yüksek bir performans sağlayamaz (Huixian ve Shihua 2012). Ayrıca PI kontrolörün oransal kazanç değeri ( $K_p$ ) ve integral zaman sabiti ( $T_i$ ), sabit bir değer olduğundan sistem parametre

değişimi, yük bozunumu ve hız değişimiyle PI kontrolörün performansı etkilenmektedir (Amit ve Rajagopal, 2009).

Parametre değişimleri ve yük bozunumları PMSM sürücülerde yaygın olarak mevcut olduğundan dolayı hız izleme performansı PI kontrolör kullanımında tehlikeli olabilir. Bu yüzden PMSM'nin doğrusal olmayan matematiksel dinamiklere sahip olması ve parametrelerin zamanla değişmesi, ayrıca ölçülemeyen yük torku gibi bozunumlara sahip sistemler oldukları için daha karmaşık kontrol yöntemleri gerekir. Bu tür doğrusal olmayan sistemler için doğrusal kontrol algoritmaları ile yüksek performans elde etmek çok zordur (Li 2019). Son yıllarda PMSM için çeşitli doğrusal olmayan kontrol teknikleri geliştirilmiş ve uygulanmıştır.

Bu doğrusal olmayan kontrol yöntemlerinden biri de, birçok araştırmacının en güçlü kontrol tekniklerinden biri olarak tanıttığı modele dayalı öngörülü kontroldür (MPC) (Errouissi ve diğ. 2012). MPC, sistemin öngörülen davranışı ve istenilen performansı arasındaki farkı minimize ederek gelecekteki kontrol aksiyonu elde etmek için optimizasyon temelli bir yaklaşımdır (Chai ve diğ.2013<sup>b</sup>). Uzun yıllardır bu yöntem sadece doğrusal olmayan yavaş sistemlere uygulanmasıyla sınırlı kalmıştır. Yani MPC'nin elektrik sürücüler alanına uygulamaları oldukça nadirdir (Rau ve Schröder, 2002). Çünkü MPC genellikle önemli bir hesaplama çabası gerektirir (Bolognani ve Peretti 2009). Günümüzde sayısal işaret işleme (DSP) ve alanda programlanabilir kapı dizilerindeki (FPGA) gelişmelerle, güç elektroniği dönüştürücüleri ve ayarlanabilir hız sürücüler gibi hızlı sistemlerin kontrolü için gerçek zamanda MPC uygulamak mümkündür (Errouissi ve diğ. 2012).

## 1.2. Literatür Özeti

Bozunumlara maruz kalan ve parametre belirsizlikleri olan sistemlerde kontrol performanslarını iyileştirmek için birçok doğrusal olmayan kontrol yöntemleri geliştirilmiştir. Güney ve diğ. (2001), PMSM'nin istenilen çıkış torkunu, stator faz akımı ve akıyı elde etmek için, bulanık mantık kontrolör tasarlamışlardır. PMSM'yi altı adet MOSFET (Metal-Oksit-yarıiletken; Alan etkili Transistör) kullanılarak yapılmış olan akım kontrollü PWM evirici ile sürmüşlerdir. Zhang ve diğ. (2013), farklı bozunumlar ve belirsizlikleri olan PMSM'nin hız kontrol performansını

optimize etmek için, kayan-kip (Sliding Mode) kontrol ve bozunum kompanzasyon teknikleri kullanarak PMSM servo sistemleri için doğrusal olmayan hız kontrol algoritması geliştirmişlerdir. Mondragon ve diğ. (2018), PMSM’de sağlam çalışma hız düzenlemesi için iki serbestlik dereceli bir kontrolör önermişlerdir. Choi ve diğ. (2011), bir PMSM için uyarlanabilir hız düzenleme (Adaptive speed regulator) yöntemi önermişlerdir. Önerdikleri uyarlanabilir hız kontrolörü güçlüdür, çünkü PMSM parametresine ve yük torku değerlerine bağlı değildir. Uddin and Rahman (2007), yüksek performanslı endüstriyel tahrik uygulamaları için iç rotorlu PMSM’nin hız kontrolü için geliştirilmiş bir bulanık mantık denetleyici sunmuşlardır. Zhou ve Wang (2005), geri adımlama hız kontrol (Backstepping speed control) tekniğine dayalı gerçek zamanlı doğrusal olmayan uyarlanabilir bir hız kontrol yöntemini PMSM için önermişlerdir.

Günümüzde pek çok MPC tasarım algoritmaları mevcuttur. Belda (2013), PMSM’nin doğrusal olmayan matematiksel modelini kullanarak modele dayalı öngörülü hız kontrolü uygulamıştır ve kaskad yapıları vektör kontrole alternatif bir standart çözüm sunmuştur. Chai (2013<sup>a</sup>), PMSM’nin doğrusallaştırılmış durum uzay ifadesini kısıtlarla beraber MPC’ye uygulamış ve hız kontrolünü gerçekleştirmiştir. Errouissi ve diğ. (2012<sup>b</sup>), PMSM’nin hız kontrolü için bir bozunum gözleyicili, güçlü, doğrusal olmayan öngörülü kontrolör uygulamıştır. Bolognani ve Peretti (2009), PMSM’nin hız kontrolü için hem akım, hem de gerilim kısıtlarıyla sistem durum değişkenlerinin tümünü içeren hız ve akım kontrolörün bütünleştirildiği bir MPC geliştirmiş ve uygulamıştır. Errouissi ve diğ. (2012<sup>a</sup>), PMSM hız kontrolü için hız aşımını önleyen güçlü kaskad, doğrusal olmayan öngörülü kontrol amaçlamışlar ve gerçekleştirmişlerdir. Fan ve diğ. (2014), yüzey montajlı PMSM (SPMSM) sürücü için yük açısı sınırlamalı model öngörülü doğrudan tork kontrolü uygulamışlardır. Mariethoz ve diğ. (2009), PMSM sürücüler için sensörsüz yüksek dinamik performanslı kontrol sağlamak için kaskad yapıda uyarlanabilir açık model öngörülü tork kontrolü uygulamışlardır. Lin ve diğ. (2012), akım fark belirleme tekniği kullanarak iç mıknatıslı PMSM (IPMSM) sürücü sistemleri için bir gelişmiş öngörülü akım kontrolü uygulamışlardır. Preindl ve Scholtz (2011), PMSM sürücü sistemleri için yeni ikinci dereceden faz kilitlemeli döngü (PLL) gözleyici kullanarak sensörsüz model öngörülü direkt akım kontrolü gerçekleştirmişlerdir. Bobal ve diğ. (2010), yüksek derecede doğrusal olmayan orantılı servo motora kendinden uyarlamalı modele dayalı öngörülü

kontrol uygulamışlardır. Bir PMSM'nin hız kontrolünde akım sensörünün dengeleme hatasından artan periyodik bozunumların etkisini azaltmak için kaskat yapıda yüksek performanslı hız kontrolü sağlayan MPC yapısı geliştirmişlerdir (Chai, ve. diğ.,2013<sup>c</sup>). Bir başka çalışmada, PMSM servo sistemi için hız düzenleme sorunu incelenmiş ve PMSM servo sisteminin kontrol performansını optimize etmek için, hız döngüsünün kontrol tasarımında öngörülü fonksiyonel kontrol yöntemi tanıtılmıştır (Huixian ve Shihua, 2012). Sonlu hesaplama gecikmesini dikkate alan PMSM için yeni bir öngörülü akım kontrolörü sunulmuştur (Moon ve diğ. 2003).

### 1.3. Tezin Amacı ve Kapsamı

Son on yıldır, PMSM'ler en çok tercih edilen elektrik makinalardan biri olmuştur. Bu sebeple, literatürde gerek tasarımı, gerekse kontrolü üzerine birçok çalışmaların yapıldığı ve halen de bu konularda yeni çalışmaların yapılmakta olduğu görülmektedir. PMSM'nin çalışmasında en çok gereksinim duyulan iyi bir kontrol yönteminin kullanılmasıdır. PMSM'nin iyi bir tork, hız ve konum kontrollü çalışması istenmektedir.

Bu tezin amacı, PMSM'nin yüksek performanslı bir kontrolörle farklı hızlarda çalışmasını sağlamaktır. RKMPC yöntemi kullanarak PMSM'nin istenen bir referans hızda, sifıra yakın bir değerde sürekli hal hatası ile sürülmesi amaçlanmıştır. Ayrıca, RKMPC tabanlı çevrimiçi parametre kestirimi ile doğrusal olmayan sistem dinamik parametreleri ve yük değişimleri altında motor hızının kontrolü sağlanmıştır. PMSM, çok girişli çok çıkışlı (MIMO) bir sistemdir, ayrıca doğrusal olmayan matematiksel dinamiklere de sahiptir. Bu doğrusal olmayan matematiksel dinamikleri ele alınarak aynı zamanda akım ve gerilim kısıtları da ( $i_d^2 + i_q^2 \leq I_{maks.}^2$  ve  $u_d^2 + u_q^2 \leq U_{maks.}^2$ ) RKMPC'ye uygulanmıştır. PI kontrolördeki gibi akım ve hız döngüleri ayrı ayrı oluşturulmayıp tek bir döngü içinde kullanılmıştır. Ayrıca, akı zayıflatması da yapılmayıp,  $i_d$  referans akımı  $i_d=0$  Amper olarak tanımlanmıştır.

RKMPC, her bir örnekleme periyodunda gelecek öngörülerini ve türevlerini hesaplar ve amaç fonksiyonunu minimize eder. RKMPC metodu tüm bu işlemleri yaparken hesaplama yükünü arttırır. Bu yüzden PMSM hız kontrolünün RKMPC ile

yapılmasında hesaplamaların çok hızlı yapılmasını sağlayan dSPACE 1104 kullanılmıştır.

Bu çalışmanın yeniliği, gerçek zamanlı bir deneysel çalışma düzeneği üzerinde PMSM'nin hız kontrolünün RKMPC yöntemi İplikci (2012) ile gerçekleştirilmiş olmasıdır. 400 Watt gücünde endüstride kullanılan bir PMSM motor seçilmiştir. Algoritmaların çalışması için hızlı işlemci olan dSPACE 1104 kullanılmıştır ve ayrıca motor statorunun 3-faz sargılarına uygulanacak PWM işaretlerinin gönderilebilmesi için bir IGBT eviriciden oluşan deney düzeneği kurulmuştur. Deneysel sonuçlar, RKMPC altında PMSM'nin parametre değişimlerinde ve bilinmeyen yük koşulları altında bile referans hız işaretini izlediğini göstermektedir.

Tezin organizasyonu şu şekilde yapılmıştır: ikinci bölümde PMSM'nin 3-fazlı (a,b,c) referans düzleminde, 2-fazlı sabit  $\alpha$ - $\beta$  düzleminde ve 2-fazlı dönen rotor d-q düzlemindeki matematiksel ifadeleri elde edilmiştir. Ayrıca düzlemler arası geçiş matematiksel ifadeleri açıklanmıştır ve eşdeğer devre modeli çizilmiştir. Daha sonra geleneksel olarak endüstride kullanılan ve üzerinde çalışılan diğer kontrol yöntemleri üstünlük ve kusurlarıyla anlatılmıştır. Üçüncü bölümde, PMSM'nin hız kontrolünün yapılması için önerilen RKMPC kontrolör anlatılmış ve matematiksel ifadeleri açıklanmıştır. Dördüncü bölümde, önerilen RKMPC kontrolörün PMSM'ye uygulanmadan önce bloklar halinde blok diyagramı gösterilmiştir ve her bloğun işlevi açıklanmış, algoritmaları çıkarılmıştır. Ayrıca PMSM'yi süren IGBT evirici için uygulanan uzay vektör darbe genişlik modülasyonunun (SVPWM) matematiksel ifadeleri açıklanmış ve PMSM'nin akım ve gerilim kısıtlamaları anlatılmıştır. Beşinci bölümde, önerilen RKMPC kontrolörün PMSM'nin hız kontrolünü gerçekleştirmek üzere gerçek zamanda deneysel çalışmaların nasıl gerçekleştirildiği anlatılmıştır. Algoritmaların uygulandığı Matlab/Simulinkde kurulan bloklar ve bu blokların dSPACE 1104 ile gerçek arayüzde nasıl gerçekleştirildiği anlatılmıştır. Altıncı bölümde, RKMPC'nin PMSM hız kontrolünün gerçekleştirilmesi sonucunda gerçek zamanda alınan değerlerin grafiksel gösterimi ve yorumları yapılmıştır. Ayrıca geleneksel olarak kullanılan PI kontrolör ile de PMSM'nin hız kontrolü gerçekleştirilmiştir, buradan da alınan sonuçlarla karşılaştırmalar yapılmış ve sonuçlar kısmında da değerlendirilmiştir.

## 2. KALICI MIKNATISLI SENKRON MOTOR

PMSM'lerde, mıknatısların konumlandırılmasına bağlı olarak farklı rotor yapıları mevcuttur. Yaygın olarak rotora yerleştirme şekillerine göre PMSM'ler,

1-Kalıcı mıknatısın rotorun yüzeyine yerleştirilmesi

2-Kalıcı mıknatısın rotorun iç kısmına yerleştirilmesi

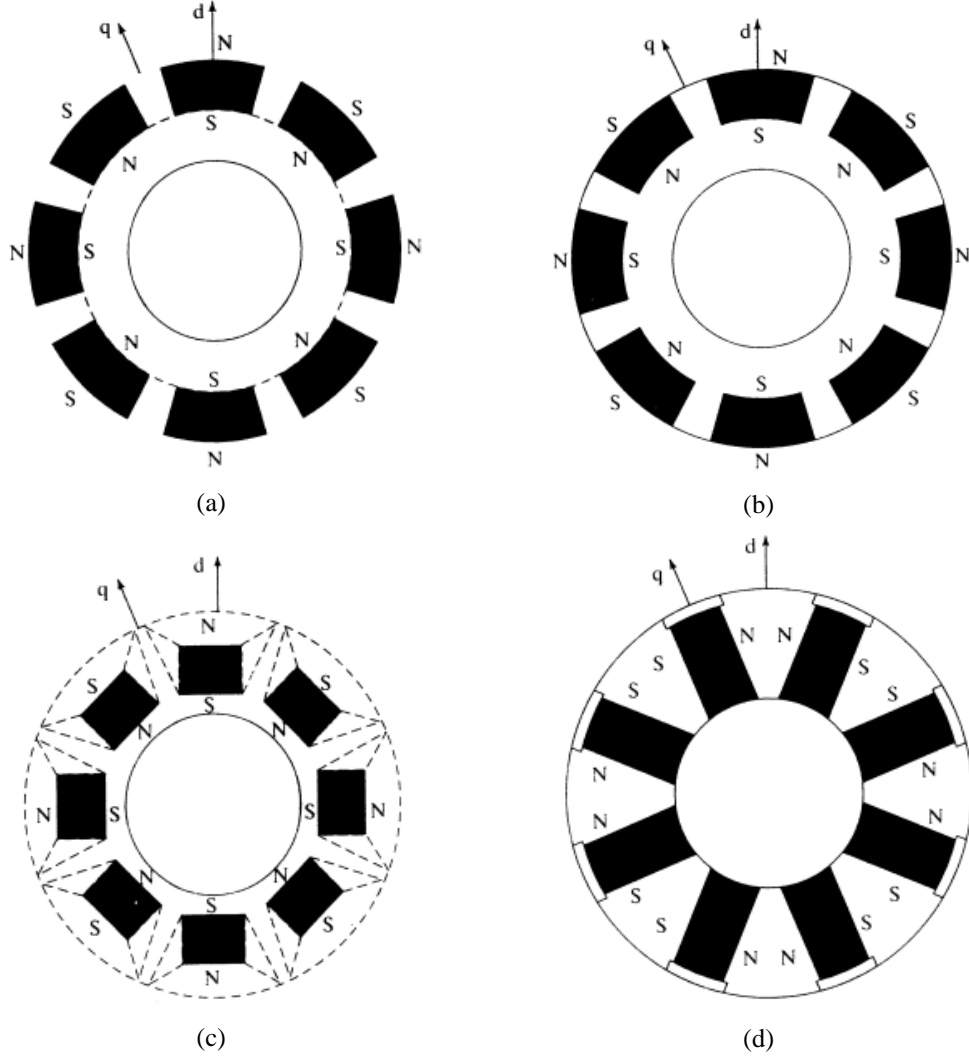
şeklinde iki farklı tasarımda yapılır. Stator yapıları, AC motorların stator yapılarıyla aynı yapıdadır (Underwood 2006). Şekil 2.1'de PMSM'ler için rotor yüzeyine ve rotor içine yerleştirilmiş farklı rotor yapılarında motor kesitleri gösterilmiştir.

Şekil 2.1a'da rotor nüvenin en dış çevre yüzeyine montaj edilmiş mıknatıslar gösterilmiştir. Bu düzenleme daha yüksek hava aralığı ve akı yoğunluğu sağlar. Fakat daha az yapısal bütünlük ve mekaniksel kuvvetlilik oluşur. Mıknatısların bu şekilde rotor nüvesine yerleştirilen makinalara yüzey kalıcı mıknatıslı senkron makina (SPMSM) olarak isimlendirilirler. Bu makinalar genelde 3000 devir/dakika'dan daha yüksek hızlarda çalışılan ortamlarda tercih edilmezler. Bu yapıda q-eksen ve d-eksen endüktansları ( $L_d$  ve  $L_q$ ) arasındaki fark çok azdır.

Şekil 2.1b'de, rotor nüvenin dış çevresinin oluklarına yerleştirilen ve rotorun düzgün bir silindirik yüzeyini sağlayan mıknatısları göstermektedir. Buna ek olarak, bu düzenleme, yüzey montajlı makinalara kıyasla mekanik olarak çok daha sağlamdır. Bu yapıda q-eksen ve d-eksen endüktansları ( $L_d$  ve  $L_q$ ) arasındaki oran 2-2.5 kadar yüksek olabilir.

Şekil 2.1c ve Şekil 2.1d'de mıknatısların sırasıyla rotor nüvesinin ortasına radyal ve çevresel doğrultulardaki yerleşimini göstermektedir. Bu yapı mekanik olarak sağlamdır ve bu nedenle yüksek hızlı uygulamalar için uygundur. Fakat bu yapıların üretilmesi Şekil 2.1a veya Şekil 2.1b'deki yapıların üretiminden daha karmaşıktır. Ayrıca q-eksen ve d-eksen endüktansları ( $L_d$  ve  $L_q$ ) arasındaki oran Şekil 2.1b'deki yapının oranından daha yüksek olmalı, ancak 3 değerini aşmamalıdır (Krishnan 2001).

Günümüz endüstrisinde en çok kullanılan PMSM rotor yapısı Şekil 2.1a'daki gibi yüzey mıknatıslı rotor yapısıdır. Çünkü gerek mıknatısların rotor nüvesi yüzeyine yerleştirilmesi ve gerekse kontrolünün daha az karmaşık olmasından dolayı tercih edilmektedir.



**Şekil 2.1:** PMSM'ler için farklı rotor yapılarını gösteren motor kesiti; (a) rotor yüzeyine yerleştirilmiş mıknatıslar (b) rotorun iç yüzeyine yerleştirilmiş mıknatıslar (c) rotor nüvesinin içine yerleştirilmiş mıknatıslar (d) rotorun nüvesine çevresel şekilde yerleştirilmiş mıknatıslar.

Kalıcı mıknatısların geçirgenliği hava ile hemen hemen aynı olduğundan, iç mıknatıslı tip yapıda d-ekseninin etkili hava aralığı q-eksenine göre artmaktadır. Bu nedenle, d-eksen relüktansı q-eksen relüktansından daha yüksektir. Bu, q-eksen endüktansının d-eksen endüktansından daha yüksek olduğu sonucunu verir, yani iç mıknatıslı PMSM'de  $L_q > L_d$ 'dir (Perera, 2002).

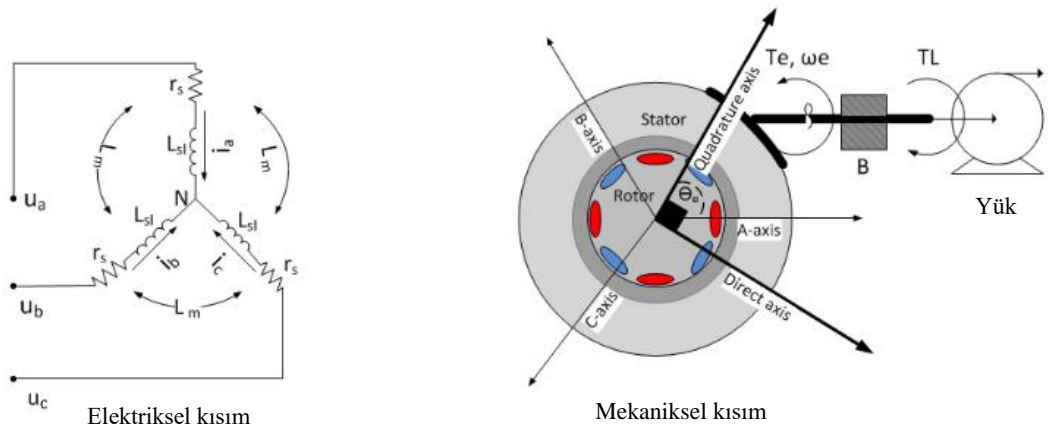


## 2.1. PMSM'nin Matematiksel Modeli

Bir PMSM'yi analiz etmek ve kontrol etmek için öncelikle matematiksel modelini bilmek gerekir. PMSM ile geleneksel sargılı rotorlu senkron motorun (SM) stator yapıları benzerdir. Ek olarak kalıcı mıknatıslar (PM) tarafından üretilen zıt EMF ile uyartımlı bir bobinin ürettiği zıt EMF arasında fark yoktur. Bundan dolayı PMSM'in matematiksel modeli geleneksel rotoru sargılı SM'in matematiksel modeline benzerdir. Matematiksel modelin elde edilmesinde aşağıdaki varsayımlar yapılmıştır:

- 1) Parametre değişiklikleri dikkate alınmasına rağmen doyum ihmal edilir.
- 2) Zıt EMF sinüzoidaldir.
- 3) Parametre değişimlerine göre hesaplanan girdap akımları ve histeresiz kayıpları ihmal edilebilir (Pillay ve Krishnan 1988).

Şekil 2.2'de 8 kutuplu, 3-fazlı PMSM'in elektriksel ve mekanik eşdeğer devresi gösterilmiştir. Sol tarafta eşdeğer elektrik devresi, sağ tarafta bir yüke bağlanmış mekanik kesit görülmektedir. PMSM'nin rotoruna kalıcı mıknatıslar yerleştirilmiştir. Senkron motorlarda, enerji dönüşümü işlemi, rotor üzerine yerleştirilmiş kalıcı mıknatıslar tarafından üretilen sabit manyetik alan ile motor hava aralığında oluşan ve zamanla değişen manyetik bir alanın etkileşimiyle bir elektromanyetik tork üretilerek gerçekleştirilir.



Şekil 2.2: PMSM'nin elektriksel ve mekanik eşdeğer modeli.

İstenilen bir çalışma hızı elde etmek için, 3-faz stator gerilimleri rotor konumunun ( $\theta_e$ ) bir fonksiyonu olarak değişmelidir. Senkron motorun açısal hızı ( $\omega_e$ ),

stator sargılarına uygulanan gerilimin frekansını izler (Elhangari, 2013). Geleneksel PMSM’de, 3-fazlı kaynak gerilimin frekans kontrolüyle çalışma hız dinamiği değiştirilerek motor senkron hızda çalışır.

Bu bölümde, bu makinanın akı bağı ve gerilim eşitlikleri 3-fazlı (a,b,c) sabit referans düzlemde verilmiştir. Daha sonra Clark ve Park dönüşümleri olarak ifade edilen iki koordinat dönüşümleri, 2-fazlı sabit ve rotor referans düzlemde makine eşitliklerini elde etmek için uygulanmıştır. Makinanın durum uzay modeli bu diferansiyel eşitliklerden elde edilmiştir. Yani PMSM’nin dinamik denklemleri motorun 3-fazlı modelinden elde edilir (Elhangari, 2013). PMSM’nin matematiksel modelini elde etmek için, motorun elektriksel ve mekaniksel kısımları üzerinde Kirchhoff’un ikinci kanunu ve Newton’un ikinci kanunu uygulamak gerekir.

Öncelikle elektriksel kısımdaki eşitlikleri ifade edecek olursak Şekil 2.2’den motorun elektriksel kısmına Kirchhoff’un ikinci kanunu uygulanabilir. Böylece faz gerilimleri

$$\begin{aligned} u_a(t) &= r_s i_a(t) + \frac{d\lambda_a}{dt} \\ u_b(t) &= r_s i_b(t) + \frac{d\lambda_b}{dt} \\ u_c(t) &= r_s i_c(t) + \frac{d\lambda_c}{dt} \end{aligned} \quad (2.1)$$

şeklinde elde edilir. Burada  $r_s$ , statorun her bir faz direncidir,  $u_a(t)$ ,  $u_b(t)$  ve  $u_c(t)$  3-faz sargıların faz gerilimleridir ve  $i_a(t)$ ,  $i_b(t)$  ve  $i_c(t)$  faz akımlarıdır.  $\lambda_a$ ,  $\lambda_b$  ve  $\lambda_c$  akı bağıdır. (2.2) eşitliğinde verilmiştir. 3-faz stator sargıları  $120^\circ$  elektriksel açıyla yerleştirilmiştir.

$$\begin{aligned} \lambda_a(t) &= L_{aa}(\theta_e) i_a(t) + L_{ab}(\theta_e) i_b(t) + L_{ca}(\theta_e) i_c(t) + \lambda_{ma}(\theta_e) \\ \lambda_b(t) &= L_{ab}(\theta_e) i_a(t) + L_{bb}(\theta_e) i_b(t) + L_{bc}(\theta_e) i_c(t) + \lambda_{mb}(\theta_e) \\ \lambda_c(t) &= L_{ca}(\theta_e) i_a(t) + L_{bc}(\theta_e) i_b(t) + L_{cc}(\theta_e) i_c(t) + \lambda_{mc}(\theta_e) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Burada  $L_{aa}$ ,  $L_{bb}$  ve  $L_{cc}$  sargıların a, b ve c fazlarının öz endüktanslarıdır. Aynı şekilde  $L_{ab}$ ,  $L_{bc}$  ve  $L_{ca}$ , ab, bc ve ca sargıları arasında ortak endüktansların ifadeleridir.

$\lambda_{ma}$ ,  $\lambda_{mb}$  ve  $\lambda_{mc}$  her bir stator fazındaki kalıcı mıknatıslar tarafından sağlanan akı bağıntısını ifade eder. Bu akı elektriksel açısal rotor pozisyonunun ( $\theta_e$ ) periyodik bir fonksiyonudur. Stator sargılarının sinüzoidal dağılımlı olduğu varsayılırsa, o zaman kalıcı mıknatısın ürettiği akı bağıntıları,

$$\begin{aligned}\lambda_{ma}(\theta_e) &= \lambda_m \sin(\theta_e) \\ \lambda_{mb}(\theta_e) &= \lambda_m \sin(\theta_e - 2\pi/3) \\ \lambda_{mc}(\theta_e) &= \lambda_m \sin(\theta_e + 2\pi/3)\end{aligned}\tag{2.3}$$

şeklinde ifade edilir. Dönen kalıcı mıknatıs tarafından üretilen akı bağıntısı  $\lambda_m$  ile ifade edilir. Çıkıntısız rotorlu bir makinanın öz ve ortak endüktansları genelde rotor pozisyonuna ( $\theta_e$ ) bağlı değildir. (2.2) eşitlikteki ifade çıkıntılı rotorlu makina için yazılmıştır (Batzel 1999). Öz endüktans ifadeleri ise,

$$\begin{aligned}L_{aa}(\theta_e) &= L_1 + L_{av} - L_\theta \cos(2\theta_e) \\ L_{bb}(\theta_e) &= L_1 + L_{av} - L_\theta \cos(2\theta_e + 2\pi/3) \\ L_{cc}(\theta_e) &= L_1 + L_{av} - L_\theta \cos(2\theta_e - 2\pi/3)\end{aligned}\tag{2.4}$$

ile tanımlanır. Burada  $L_1$ ,  $L_{av}$  ve  $L_\theta$  sırasıyla kaçak endüktans, ortalama endüktans ve pozisyona bağlı endüktanslardır. Ortak endüktans eşitlikleri,

$$\begin{aligned}L_{ab}(\theta_e) &= -\frac{L_{av}}{2} - L_\theta \cos\left(2\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \\ L_{bc}(\theta_e) &= -\frac{L_{av}}{2} - L_\theta \cos(2\theta_e) \\ L_{ca}(\theta_e) &= -\frac{L_{av}}{2} - L_\theta \cos\left(2\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right)\end{aligned}\tag{2.5}$$

şeklindedir. (2.2)-(2.5) eşitlikleri (2.1)'de yerlerine yazılırsa, faz gerilimleri matris-vektör yapısında aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_a(t) \\ \mathbf{u}_b(t) \\ \mathbf{u}_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_s & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{r}_s & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{r}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_a(t) \\ \mathbf{i}_b(t) \\ \mathbf{i}_c(t) \end{bmatrix} + \mathbf{L}_s \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_a(t) \\ \dot{\mathbf{i}}_b(t) \\ \dot{\mathbf{i}}_c(t) \end{bmatrix} + \omega_e \dot{\mathbf{L}}_s \begin{bmatrix} \mathbf{i}_a(t) \\ \mathbf{i}_b(t) \\ \mathbf{i}_c(t) \end{bmatrix} - \omega_e \lambda_m \begin{bmatrix} \sin(\theta_e) \\ \sin(\theta_e - 2\pi/3) \\ \sin(\theta_e + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

3-fazlı sabit düzlemde endüktans matrisi,

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_1 + L_{av} - L_\theta \cos(2\theta_e) & -\frac{L_{av}}{2} - L_\theta \cos(2\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & -\frac{L_{av}}{2} - L_\theta \cos(2\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ -\frac{L_{av}}{2} - L_\theta \cos(2\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & L_1 + L_{av} - L_\theta \cos(2\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & -\frac{L_{av}}{2} - L_\theta \cos(2\theta_e) \\ -\frac{L_{av}}{2} - L_\theta \cos(2\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & -\frac{L_{av}}{2} - L_\theta \cos(2\theta_e) & L_1 + L_{av} - L_\theta \cos(2\theta_e - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

şeklinde tanımlanır. Bu endüktansın rotor açısına göre türevi ise,

$$\dot{\mathbf{L}}_s = \begin{bmatrix} 2L_\theta \sin(2\theta_e) & 2L_\theta \sin(2\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & 2L_\theta \sin(2\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ 2L_\theta \sin(2\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & 2L_\theta \sin(2\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & 2L_\theta \sin(2\theta_e) \\ 2L_\theta \sin(2\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & 2L_\theta \sin(2\theta_e) & 2L_\theta \sin(2\theta_e - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

şeklinde elde edilir. Çıkıntısız rotorlu durumunda,  $L_\theta$  yaklaşık olarak değeri sıfırdır.

Böylece endüktans matrisi,

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_1 + L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} \\ -\frac{1}{2}L_{av} & L_1 + L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} \\ -\frac{1}{2}L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} & L_1 + L_{av} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

olur. (2.3), (2.4) ve (2.5) eşitlikleri (2.2) eşitliğinde yerine konulursa, tüm mıknatıslama akısı (2.10) eşitliğindeki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}
\lambda_a &= (L_1 + L_{av})i_a - \frac{1}{2}L_{av}i_b - \frac{1}{2}L_{av}i_c + \lambda_m \sin(\theta_e) \\
\lambda_b &= -\frac{1}{2}L_{av}i_a + (L_1 + L_{av})i_b - \frac{1}{2}L_{av}i_c + \lambda_m \sin(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) \\
\lambda_c &= -\frac{1}{2}L_{av}i_a - \frac{1}{2}L_{av}i_b + (L_1 + L_{av})i_c + \lambda_m \sin(\theta_e + \frac{2\pi}{3})
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Tüm mıknatıslama akısı matris-vektör yapısında,

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 + L_m & -\frac{1}{2}L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} \\ -\frac{1}{2}L_{av} & L_1 + L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} \\ -\frac{1}{2}L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} & L_1 + L_{av} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \lambda_m \begin{bmatrix} \sin(\theta_e) \\ \sin(\theta_e - \frac{2}{3}\pi) \\ \sin(\theta_e + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

ile ifade edilebilir. Benzer şekilde, (2.11) eşitliği matris-vektör gösteriminde aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\boldsymbol{\lambda}_{abc} = \mathbf{L}_s \mathbf{i}_{abc} + \lambda_m \tag{2.12}$$

(2.1) eşitliğinde tanımlanan matris formdaki elektriksel modeli sade bir şekilde,

$$\mathbf{u}_{abc} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{abc} + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_{abc}}{dt} \tag{2.13}$$

şeklinde yazılabilir. (2.12) eşitliği (2.13) eşitliğinde yerine konulursa

$$\mathbf{u}_{abc} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{abc} + \mathbf{L}_s \frac{d\mathbf{i}_{abc}}{dt} + \frac{d\lambda_m}{dt} \tag{2.14}$$

elde edilir. Böylece faz gerilimleri,

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_b \\ \mathbf{u}_c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_a \\ \dot{\mathbf{i}}_b \\ \dot{\mathbf{i}}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 + L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} \\ -\frac{1}{2}L_{av} & L_1 + L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} \\ -\frac{1}{2}L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} & L_1 + L_{av} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_a \\ \dot{\mathbf{i}}_b \\ \dot{\mathbf{i}}_c \end{bmatrix} \\
&+ \omega_e \begin{bmatrix} \lambda_m \cos(\theta_e) \\ \lambda_m \cos(\theta_e - \frac{2}{3}\pi) \\ \lambda_m \cos(\theta_e + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.15}$$

biçiminde elde edilir. (2.15) eşitliği durum denklemleri biçiminde ifade edilecek olursa, PMSM için aşağıdaki durum-uzayı modeline ulaşılır:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_a \\ \dot{\mathbf{i}}_b \\ \dot{\mathbf{i}}_c \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} L_1 + L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} \\ -\frac{1}{2}L_{av} & L_1 + L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} \\ -\frac{1}{2}L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} & L_1 + L_{av} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_a \\ \mathbf{i}_b \\ \mathbf{i}_c \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} L_1 + L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} \\ -\frac{1}{2}L_{av} & L_1 + L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} \\ -\frac{1}{2}L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} & L_1 + L_{av} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_b \\ \mathbf{u}_c \end{bmatrix} - \\
&\omega_e \begin{bmatrix} L_1 + L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} \\ -\frac{1}{2}L_{av} & L_1 + L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} \\ -\frac{1}{2}L_{av} & -\frac{1}{2}L_{av} & L_1 + L_{av} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_m \cos(\theta_e) \\ \lambda_m \cos(\theta_e - \frac{2}{3}\pi) \\ \lambda_m \cos(\theta_e + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Mekaniksel kısmı ele alındığında ise Şekil 2.2'den makine ve yükün mekaniksel modeli basit şekilde Newton'un ikinci kanunu kullanılarak şu şekilde ifade edilebilir (Lyshevski 2008),

$$J \frac{d^2\theta_m}{dt^2} = T_e - B\omega_r - T_L \quad (2.17)$$

Burada,  $\theta_m$  rotorun mekaniksel açısal yerdeğişimi,  $\omega_r$  rotorun mekaniksel açısal hızı,  $J$  atalet momenti,  $B$  viskoz sürtünme katsayısı ve  $T_L$  uygulanan yük torkudur.  $T_e$  üretilen elektromanyetik torku ifade eder ve ko-enerjiden  $W_c$  şu şekilde hesaplanabilir:

$$W_c = \frac{1}{2} \mathbf{L}_s \mathbf{i}_{abc}^2 + \mathbf{i}_{abc} \boldsymbol{\lambda}_m + W_{pm} \quad (2.18)$$

Burada,  $W_{pm}$  kalıcı mıknatısta depolanan enerjidir. Böylece,

$$W_c = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c \end{bmatrix} \mathbf{L}_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_m \sin(\theta_e) \\ \lambda_m \sin(\theta_e - \frac{2}{3}\pi) \\ \lambda_m \sin(\theta_e + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} + W_{pm} \quad (2.19)$$

haline gelir.  $\mathbf{L}_s$  ve  $W_{pm}$ , rotor açısal pozisyonun ( $\theta_e$ ) fonksiyonu olmadığı için elektromanyetik tork  $T_e = p \frac{\partial W_c}{\partial \theta_e}$  ile verilir.  $p$  motor kutup çifti sayısıdır.

$$T_e = p \lambda_m (i_a \cos(\theta_e) + i_b \cos(\theta_e - \frac{2}{3}\pi) + i_c \cos(\theta_e + \frac{2}{3}\pi)) \quad (2.20)$$

Burada,  $i_a$ ,  $i_b$  ve  $i_c$ , karşılıklı  $120^\circ$  faz farklı yerleştirilmiş ve dengeli olduğu varsayılan 3-fazlı sinüzoidal stator akımlarıdır.

$$\begin{aligned} i_a &= i_m \cos(\omega_e t) = i_m \cos(\theta_e) \\ i_b &= i_m \cos(\omega_e t - \frac{2}{3}\pi) = i_m \cos(\theta_e - \frac{2}{3}\pi) \\ i_c &= i_m \cos(\omega_e t + \frac{2}{3}\pi) = i_m \cos(\theta_e + \frac{2}{3}\pi) \end{aligned} \quad (2.21)$$

(2.21) eşitliğindeki 3-faz stator akımları (2.20) eşitliğinde yerine konulursa,  $\cos^2(\theta_e) + \cos^2(\theta_e - \frac{2}{3}\pi) + \cos^2(\theta_e + \frac{2}{3}\pi) = \frac{3}{2}$  Elhangari, (2013) şeklinde tanımlı trigonometrik bağıntıdan tekrar düzenlenirse, (2.20) eşitliği ile tanımlanan elektromanyetik tork için aşağıdaki sonuca ulaşılır.

$$T_e = \frac{3}{2} p \lambda_m i_m \quad (2.22)$$

(2.17) eşitliğinde makine ve yükün mekaniksel modelin mekaniksel açısal konum ( $\theta_m$ ) ve mekaniksel hız ( $\omega_r$ ) cinsinden ifade edildiğinden dolayı, elektrikli açısal hız ( $\omega_e$ ) ve elektriksel açısal konum ( $\theta_e$ ) ile ifade edilmesi gerekir. Mekaniksel açısal konum ile elektrik açısal konum arasındaki ilişki,

$$\theta_m = \frac{\theta_e}{p} \quad (2.23)$$

ilişisini ve benzer şekilde mekaniksel hız ile elektriksel açısal hız arasındaki,

$$\omega_r = \frac{\omega_e}{p} \quad (2.24)$$

ilişisini dikkate alarak (2.17) eşitliği elektriksel açısal hız cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} \frac{J}{p} \frac{d\omega_e}{dt} &= T_e - \frac{B}{p} \omega_e - T_L \\ \frac{d\omega_e}{dt} &= \frac{p}{J} \left[ T_e - \frac{B}{p} \omega_e - T_L \right] \\ T_e - T_L &= \frac{J}{p} \dot{\omega}_e + \frac{B}{p} \omega_e \end{aligned} \quad (2.25)$$

Elektromanyetik tork için (2.22)'de elde edilen eşitlik (2.25)'de yerine koyularak düzenlenirse elektriksel açısal hızın türevi ile ilgili



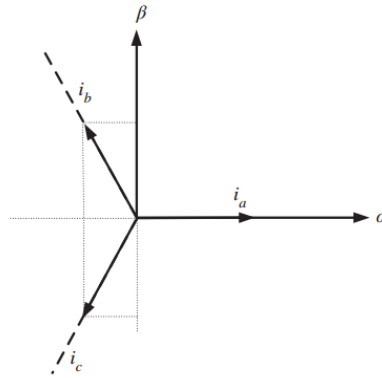
$$\dot{\omega}_e = \frac{3p^2}{2J} \lambda_m i_m - \frac{B}{J} \omega_e - \frac{p}{J} T_L \quad (2.26)$$

sonucuna ulaşılır.

(2.16)-(2.26) eşitliklerinde tarif edilen modelden, elektriksel ve mekaniksel kısımlar arasındaki bağıntı açıkça görülmektedir. Elde edilen elektromanyetik tork, rotor akısı ve stator akımlarıyla orantılıdır (Elhangari, 2013).

### 2.1.1. İki Fazlı Referans Düzlem Modeli ( $\alpha$ - $\beta$ ),(d-q)

$i_d$  ve  $i_q$  bileşenleri 2-fazlı dönen referans düzlemde gösterilir. Bu yüzden ölçülen 3-fazlı (a,b,c) stator akımları zamanla değişen stator referans düzleminden 2-fazlı ekseninde dönen (d-q) referans düzleme dönüştürülmelidir. Bu dönüşüm iki adımda yapılabilir. Önce 3-fazlı (a,b,c) sabit referans düzleminden 2-fazlı sabit referans düzleme ( $\alpha$ - $\beta$ ) dönüşüm gerçekleştirilir. Buna **Clark** dönüşümü denir (Liu ve diğ. 2009). Şekil 2.3'de akımın Clark dönüşümü gösterilmiştir.



Şekil 2.3: Akımın Clark dönüşümü.

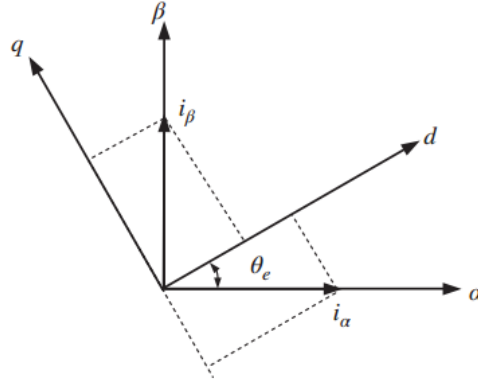
Clark dönüşümü,

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $i_0$ , 3-fazlı akımın sıfır dizi bileşenini temsil eder ve dengeli 3-fazlı akımlar için sıfırdır. Ters Clark dönüşümü kullanılarak sabit referans düzlemden ( $\alpha$ - $\beta$ ) tekrar 3-fazlı sabit referans düzleme (2.28) eşitliği ile dönüşüm sağlanır.

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$\alpha$ - $\beta$  referans düzlemdeki değişkenler ile d-q referans düzlemdeki değişkenler arasında benzersiz bir ilişki vardır.  $\alpha$ - $\beta$  düzlemindeki gerçek ve sanal bileşenlerin dönen d-q referans düzlemindeki karşılığına **Park** dönüşümü denir (Liu ve diğ. 2009). Şekil 2.4'de akımın d-q park dönüşüm gösterilmiştir.



Şekil 2.4: Akımın Park dönüşümü.

Akımın iki referans düzlemde dönüşümü,

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \sin(\theta_e) \\ -\sin(\theta_e) & \cos(\theta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $\theta_e$  iki referans düzlem arasındaki açıdır ve aynı zamanda rotorun elektriksel açısıdır. Ters Park dönüşümü kullanılarak (2.30) eşitliği ile ( $\alpha$ - $\beta$ ) düzlemde tanımlanabilir (Liu ve diğ. 2009).

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & -\sin(\theta_e) \\ \sin(\theta_e) & \cos(\theta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

d-q dinamik modelleme, motorun geçici hal ve kararlı hal durumunda çalışması için kullanılır (Singh ve diğ 2012).

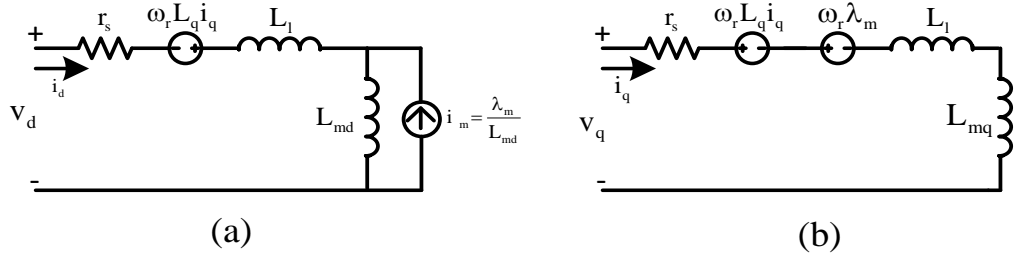
Durum değişkenlerin (gerilimler, akımlar ve akılar) 3-faz sabit düzlemde (a, b, c) dönen (d-q) düzleme dönüşümü aşağıdaki denklemlerden elde edilir. Park dönüşümüyle Clark dönüşümünün birleşimi 3-fazlı (a,b,c) sabit düzlemde, d-q referans düzleme geçişi Park-Clark dönüşümü verir.

$$\begin{bmatrix} V_q \\ V_d \\ V_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta_e) & \sin(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Ters Park-Clark dönüşümü kullanılarak 3-faz (a,b,c) referans düzleme tekrar (2.32) eşitliği ile geçilir (Wang ve diğ. 2015).

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \sin(\theta_e) & 1 \\ \cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_0 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

(2.15) eşitliğindeki 3-faz stator gerilim ifadelerinin Park-Clark dönüşümü yapıldıktan sonra elde edilen (2.33) eşitliğindeki 2-faz stator gerilim eşitlikleri kullanılarak motorun d-q eşdeğer devresi Şekil 2.5'deki gibi çizilmiştir. PMSM'de manyetik alan kalıcı mıknatıslar tarafından üretilir. Bu mıknatıslar rotor üzerindedir. Stator akımının mıknatıs alanı üzerinde etkisi olmadığı varsayılarak, çalışma sırasında akı sabittir. Bununla birlikte, gerçekte stator akımı, orijinalini etkileyen kendi manyetik alanını üretir. Buna endüvi reaksiyonu denir (Shi 2017).



**Şekil 2.5:** PMSM'nin rotor referans düzlemde eşdeğer devre modeli a) rotor d-eksen eşdeğer devresi  
b) rotor q-eksen eşdeğer devresi.

Şekil 2.5'den d-eksen ve q-eksen gerilim eşitlikleri yazılacak olursa

$$\begin{aligned} v_q &= r_s i_q + p\lambda_q + \omega_r \lambda_d \\ v_d &= r_s i_d + p\lambda_d + \omega_r \lambda_q \end{aligned} \quad (2.33)$$

elde edilir. Burada d-eksen ve q-eksen akı ifadeleri (2.34) eşitliğinde verilmiştir.

$$\begin{aligned} \lambda_q &= L_q i_q \\ \lambda_d &= L_d i_d + \lambda_m \end{aligned} \quad (2.34)$$

d-eksen ve q-eksen endüktans ifadeleri de (2.35) eşitliğinde verilmiştir.

$$\begin{aligned} L_q &= L_l + L_{avq} \\ L_d &= L_l + L_{avd} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Rotor referans düzlemde makinenin gerilim eşitlikleri

$$\begin{aligned} v_q &= r_s i_q + \omega_r (L_d i_d + \lambda_m) + \rho L_q i_q \\ v_d &= r_s i_d - \omega_r L_q i_q + \rho (L_d i_d + \lambda_m) \end{aligned} \quad (2.36)$$

şeklindedir (Amin ve diğ. 2017). Burada  $\rho$  türev operatörüdür.

PMSM tarafından üretilen elektromanyetik tork ifadesi makinenin güç denge eşitliği kullanılarak elde edilebilir. Motordaki anlık güç d-eksen ve q-eksen rotor düzleminde yazılırsa,

$$P_e = \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q) \quad (2.37)$$

şeklinde tanımlanır. (2.36) eşitliğindeki  $v_d$  ve  $v_q$ , (2.37) eşitliğinde yerine konulursa,

$$p_e = \frac{3}{2}[r_s(i_d)^2 + r_s(i_q)^2] + \frac{3}{2}[pL_d \frac{(i_d)^2}{2} + pL_q \frac{(i_q)^2}{2}] + \frac{3}{2}[\omega_r \lambda_d i_q - \omega_r \lambda_q i_d] \quad (2.38)$$

elde edilir. (2.38) eşitliğindeki ilk ifade iletkenlerdeki güç kaybıdır ve ikinci terim manyetik alanlarda depolanan enerjinin değişim zamanını gösterir. Üçüncü terim ise elektriksel enerjiden mekaniksel enerjiye dönüşümü ifade eder.

(2.38) eşitliğindeki üçüncü terim

$$p_{em} = \frac{3}{2}[\omega_r \lambda_d i_q - \omega_r \lambda_q i_d] \quad (2.39)$$

ile temsil edilen elektromekanik güç çıkışı olup; motor milinden alınan güce, yani rotor milinin mekanik açısal hızının ve motor tarafından üretilen torkun çarpımına eşit olmalıdır. Böylece,

$$\omega_r T_e = \frac{3}{2}[\omega_r \lambda_d i_q - \omega_r \lambda_q i_d] \quad (2.40)$$

yazılabilir. Burada rotorun mekaniksel açısal hızı ve elektriksel hızı arasındaki ilişkiyi ifade eden, (2.24) eşitliği (2.40)'da yerine konulursa,

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{p}{2} [\lambda_d i_q - \lambda_q i_d] \quad (2.41)$$

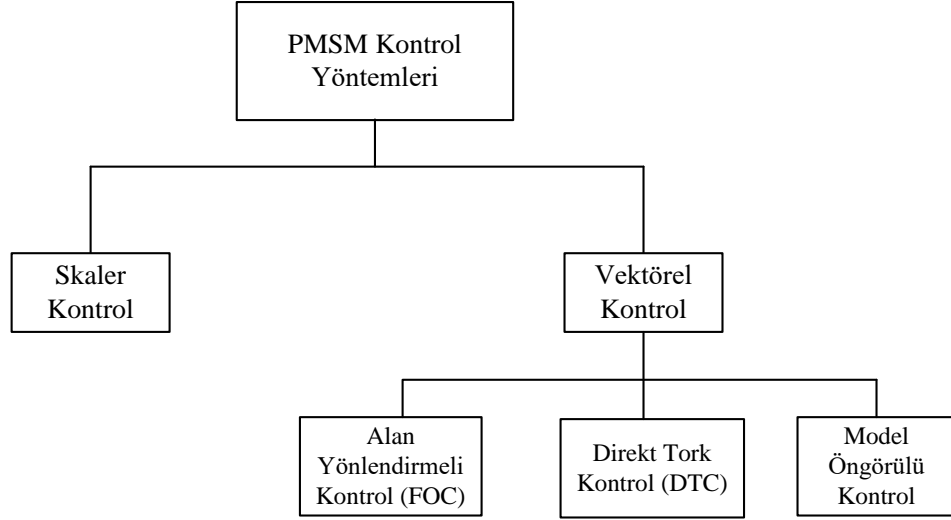
elde edilir. (2.34) eşitliğindeki  $\lambda_d$  ve  $\lambda_q$  tanımları (2.41)'de yerine konulup düzenlenirse tork ifadesi için nihai ifadeye ulaşılır (Perera 2002).

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{p}{2} [\lambda_m i_q - (L_d - L_q) i_d i_q] \quad (2.42)$$

## 2.2. PMSM nin Kontrolü

PMSM'nin kontrolü için çeşitli kontrol teknikleri kullanılmaktadır. Bunlar; skaler kontrol, vektörel kontrol ve modern kontrol teknikleri olarak sınıflandırılabilir (Dwivedi ve diğ. 2010). Şekil 2.6'da PMSM'de kullanılan geleneksel kontrol teknikleri gösterilmiştir. Geleneksel kontrol teknikleri skaler kontrol ve vektörel kontrol olmak üzere iki sınıfa ayrılabilir. Skaler kontrol açık çevrim bir kontroldür ve

uygulaması kolaydır. Ancak skaler kontrolün kararlı hal durum tepkisi iyi değildir. Vektörel kontrol kapalı çevrim bir kontroldür. Kararlı hal durum tepkisi iyidir ve en çok tercih edilen kontroldür.



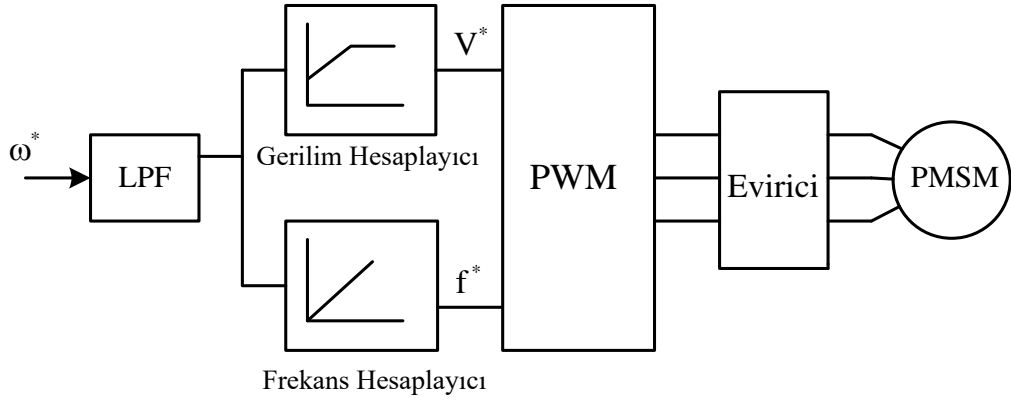
Şekil 2.6: PMSM’ de kullanılan geleneksel kontrol teknikleri.

Uygulama yöntemlerine göre vektörel kontrol de kendi içerisinde sınıflara ayrılır. Bunlar; alan yönlendirmeli kontrol, doğrudan tork kontrolü ve doğrusal olmayan kontrol yöntemleridir. Doğrusal olmayan kontrol yöntemlerinden birisi de son zamanlarda araştırmacıların PMSM’nin kontrolünde kullandıkları model öngörülü kontroldür (MPC).

### 2.2.1. Skaler Kontrol Tekniği

Skaler V/f kontrolü, basitliği ve maliyet etkinliği nedeniyle yaygın olarak kabul gören endüstriyel kontroldür. Skaler V/f kontrol şeması Şekil 2.7’de gösterilmiştir.

Referans hıza bağlı olarak, hızla orantılı olacak biçimde frekans değeri ayarlanır. Yani gerekli gerilim seviyesi V/f oranı sabit tutulacak şekilde belirlenir. Bu kontrol değişkenleri daha sonra motoru çalıştırmak için darbe genişlik modülatörüne (PWM) gönderilir. Bir geri besleme sisteminin olmaması nedeniyle, skaler kontrol açık döngü kontrolü olarak da adlandırılır (Beng 2010).



**Şekil 2.7:** Skaler V/f kontrol şeması.

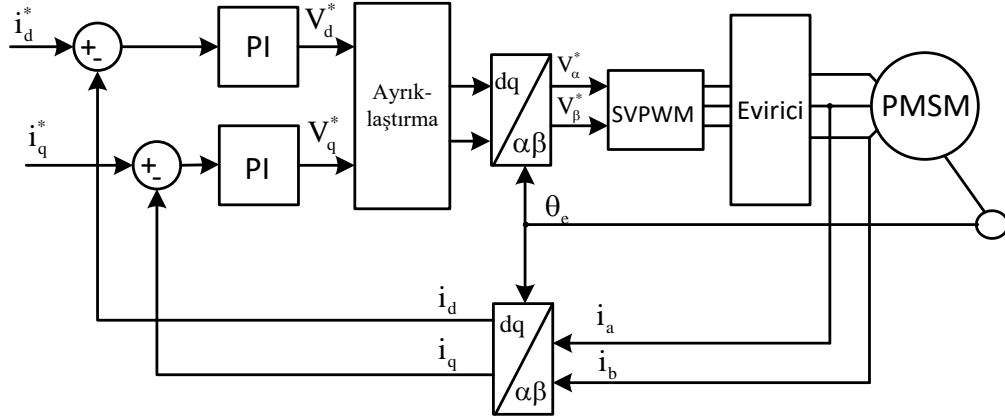
Skaler kontrol tekniği, sadece kararlı durumlar için geçerli olan basitleştirilmiş bir modele dayanmaktadır. Bu yöntemde, gerilimler, akımlar ve akı bağlantı uzay vektörlerinin genliği ve frekansı kontrol edilir. Skaler kontrol yöntemi geçici performans için uygun değildir. Motorun dinamiklerini tamamen yok sayar. Bu nedenle, bu sürücünün dinamik performansı zayıftır ve kararlı çalışma için ek bir kararlılık döngüsü gerektirdiğinden PMSM için de uygun değildir. Bu nedenle PMSM'nin skaler kontrolü sadece yüksek dinamik performans gerektirmeyen uygulamalar (pompalar ve fanlar gibi) için kullanışlıdır (Dwivedi ve diğ. 2010).

### 2.2.2. Vektörel Kontrol Tekniği

Vektörel kontrol iyi bilinen asenkron motor kontrol yöntemidir. Hem kararlı hem de geçici hal durumlarında tork, hız ve pozisyon gibi elektromekaniksel değişkenlerin yüksek performanslı kontrolünü sağlar (Jakub ve Milan, 2012). Bu yöntemde sadece gerilim, akım ve akı uzay vektörünün büyüklüğü ve frekansı kontrol edilmez, aynı zamanda bu uzay vektörlerin konumunun hassas kontrolü de sağlanır. Vektörel kontrol tekniği, asenkron motorların yanında senkron motorlar gibi birçok AC motorlara da uygulanmaktadır (Bal ve diğ. 2007). Vektörel kontrol, alan yönlendirmeli kontrol (FOC) ve doğrudan tork kontrolü (DTC) olmak üzere iki grupta değerlendirilebilir.

### 2.2.2.1. Alan Yönlendirmeli Kontrol (FOC)

Alan yönlendirmeli kontrol (FOC) ya da akım kontrolü 1970 yıllarında Alman araştırmacılar tarafından tanıtılan yüksek performanslı kontrol yöntemidir. Stator akımının akı ve tork üreten bileşenlerinin ayrıştırılmış kontrolünü sağlar ve dolaylı olarak motorun karakteristiğini DC motorun kontrol özelliğine benzer şekilde AC motor akımını ve torkunu kontrol etmektedir (Xu ve diğ. 2014). Şekil 2.8’de FOC için blok diyagramı gösterilmiştir.



Şekil 2.8: Alan Yönlendirmeli Kontrol (FOC) şeması.

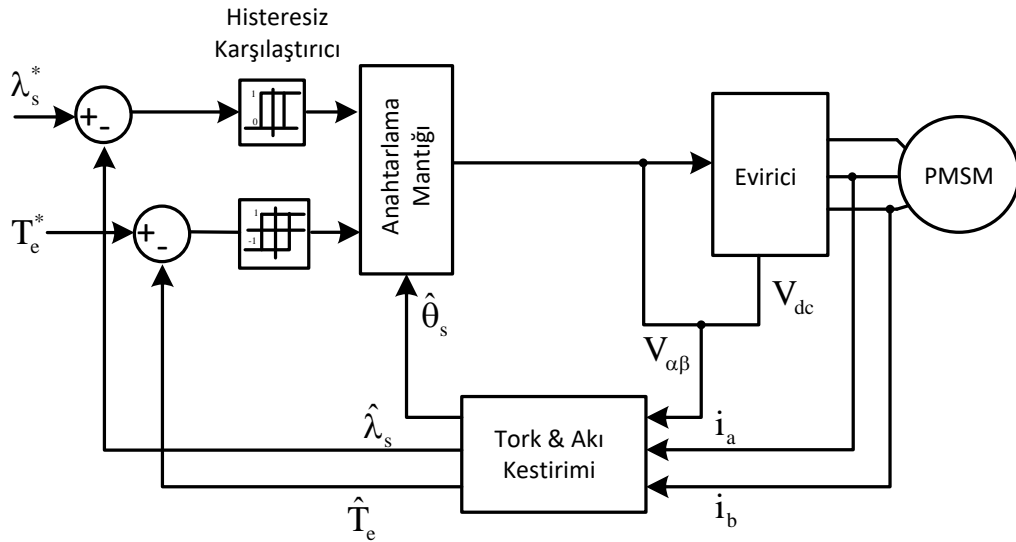
FOC, sürücünün ayrıklaştırılmış kontrolünü elde etmek için d-eksen ve q-eksen akım denetleyicilerini kullanır (Dwivedi ve diğ. 2010). FOC’da anahtarlama durumları doğrudan olarak ele alınmaz. Onun yerine istenilen gerilim vektörünü hesaplamak için PI kontrol gibi standart yöntemlerin uygulanmasına izin veren sürekli kontrol seti uygulanır. Ardından, sinüs darbe genişlik modülasyonu (SPWM) ya da uzay vektör darbe genişlik modülasyonu (SVPWM) kullanılarak anahtar durumları sırasıyla yaklaşık olarak tahmin edilir (Köhler ve diğ. 2017). Bu kontrol yönteminde, tork ve akı düzenlemesi senkronize olarak dönen bir referans düzlemde gerçekleştirilir. Bu nedenle, sürekli rotor konumunun ölçülmesi zorunludur. Rotor konumu ölçülmesi nedeniyle FOC, kapalı döngü kontrol yöntemi olarak da kabul edilir. FOC’da akı ve tork düzenlemesi, d-eksen ve q-eksen akımları yoluyla yapılır. Bununla birlikte, bir PMSM için akı ve tork, d-eksen veya q-eksen akımı ile doğru orantılı değildir. Bu nedenle, FOC dolaylı tork kontrolü olarak da bilinir. Bu kontrol yöntemi günümüzde endüstri tarafından yaygın olarak kullanılmaktadır. Ayrıca FOC tekniği, AC sürücülerin yüksek performans gerektiren uygulamalarda DC motorların yerine



kullanılmasını sağlamaktadır. FOC algoritmasının en büyük kusuru, konum sensöründen alınan konum bilgisinin doğru ölçümünü gerektirmesidir (Beng 2010).

### 2.2.2.2. Doğrudan Tork Kontrolü (DTC)

Doğrudan tork kontrolü, koordinat dönüşümsüz bir kontrol yöntemidir (Wang 2014). İç akım kontrol döngülerine ihtiyaç duymadan motor akısının ve torkunun doğrudan kontrolüne izin verir. DTC, akı ve torku kontrol etmek için bir histeresis kontrolörü kullanır. Bu, PMSM'nin kontrolünün iyi bir dinamik performansı ile sonuçlanır. Ancak, DTC, (i) Hızlı örnekleme zamanı gereksinimi, (ii) İki histeres kontrolörüne ihtiyaç duyulması, (iii) Değişken anahtarlama frekansı davranışı ve (iv) Tork ve akı da daha yüksek dalgalanmalar içermesi gibi çeşitli kusurlara sahiptir (Dwivedi ve diğ. 2010). DTC ile modülasyon sırası her bir örnekleme zaman aralığında belirli anahtarlama durumunu doğrudan seçen bir kontrolörle yer değiştirmiş olur (Köhler ve diğ. 2017). DTC sürücüsünün blok şeması Şekil 2.9'da gösterilmiştir.



Şekil 2.9: Direk Tork Kontrol (DTC) şeması.

1980'li yıllarda (Takahashi ve diğ. 1986) ve (Depenbrock 1986) tarafından asenkron makinalar için önerilen DTC, FOC yönteminden farklı olarak akım kontrol yaklaşımını uygulamaz. Onun yerine akıyı ve torku doğrudan ve bağımsız olarak düzenler. Tork ve akı hatalarına göre, PWM modülatörünü atlayarak doğrudan motor

stator sargılarına uygulanacak olan uygun ve optimum gerilim vektörleri seçer (Beng 2010).

PMSM genellikle bilinmeyen bozunumlarla karşı karşıya kalmıştır. Aynı zamanda doğrusal olmayan matematiksel dinamiklere sahip olması ve çok girişli çok çıkışlı (MIMO) bir sistem olduğu için çalışma sırasında parametreleri de değişmektedir. Bu yüzden PMSM'nin performansını artırmak için çeşitli güçlü kontrol teknikleri geliştirilmiştir (Errouissi ve diğ. 2012<sup>b</sup>). Bunlardan birisi de model öngörülü kontrol (MPC) yöntemidir. Bu tez çalışmasında PMSM'nin hız kontrolü için RKMPC yöntemi kullanılmıştır. Bu bölümden sonra RKMPC yöntemi anlatılacaktır.

### 3. RUNGE-KUTTA MODEL ÖNGÖRÜLÜ KONTROL

Kontrol mühendisliği ve haberleşme gibi birçok farklı disiplinler için önemli bir sorun olan sürekli zamanlı, doğrusal olmayan bir sisteme ait bilinmeyen ya da değişken parametrelerin kestirimi ve aynı zamanda sistemin kontrolü gibi zor problemlerle karşılaşılmaktadır (Çetin 2015). Bu tez çalışmasında, doğrusal olmayan dinamikleri olan aynı zamanda parametre değişimleriyle de karşı karşıya kalan PMSM'in hız kontrolünü gerçekleştirmede kullanılan Runge-Kutta Model Öngörülü Kontrol (RKMPC) yöntemi anlatılmıştır. Doğrusal olmayan N-boyutlu, sürekli zamanlı bir MIMO sistem için durum denklemleri, durum ve giriş değişkenleri ile ilgili (3.2) kısıtları altında (3.1) ile tanımlanır.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(x_1(t), \dots, x_N(t), u_1(t), \dots, u_R(t), \theta) \\ &\vdots \\ \dot{x}_N &= f_N(x_1(t), \dots, x_N(t), u_1(t), \dots, u_R(t), \theta)\end{aligned}\tag{3.1}$$

Durum ve giriş ifadelerin kısıtları da,

$$\begin{aligned}x_1(t) \in X_1, \dots, x_N(t) \in X_N, & \quad \forall t \geq 0 \\ u_1(t) \in U_1, \dots, u_R(t) \in U_R, & \quad \forall t \geq 0\end{aligned}\tag{3.2}$$

(3.1) eşitliğinde tanımlanan durum ve giriş değişkenleri ile ilgili kısıtların minimum ve maksimum aralıkları,

$$\begin{aligned}X_i &= \{x_i \in \mathcal{R} \mid x_{i_{\min}} \leq x_i \leq x_{i_{\max}}\} & i = 1, \dots, N \\ U_i &= \{u_i \in \mathcal{R} \mid u_{i_{\min}} \leq u_i \leq u_{i_{\max}}\} & i = 1, \dots, R\end{aligned}\tag{3.3}$$

şeklinde ifade edilebilir. Sistemin çıkış eşitlikleri ise,

$$\begin{aligned}y_1(t) &= g_1(x_1(t), \dots, x_N(t), u_1(t), \dots, u_R(t)) \\ &\vdots \\ y_Q(t) &= g_Q(x_1(t), \dots, x_N(t), u_1(t), \dots, u_R(t))\end{aligned}\tag{3.4}$$

şeklinde tanımlanır.  $\mathbf{x}(t) \in \mathfrak{R}^N$ ,  $\mathbf{u}(t) \in \mathfrak{R}^R$  ve  $\mathbf{y}(t) \in \mathfrak{R}^Q$  tanımlarıyla  $\mathbf{x}$  sistem durum vektörü,  $\mathbf{u}$  sistem giriş vektörü ve  $\mathbf{y}$  sistem çıkış vektörü ve  $\boldsymbol{\theta}$  sistem parametresi olarak tanımlanır. R giriş sayısı, N durum sayısı ve Q çıkış sayısını gösterir.

(3.1), (3.2) ve (3.4) eşitlikleri daha sade bir şekilde yazılacak olursa, sürekli zamanlı, doğrusal olmayan MIMO bir sistem için durum uzayı gösterimine ulaşılır.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\theta}) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))\end{aligned}\tag{3.5}$$

Burada  $\mathbf{f}$  ve  $\mathbf{g}$  fonksiyonları sürekli zamanlı ve türevi alınabilen fonksiyonlardır. Kontrol yöntemi ayrık zamanlı olduğundan dolayı  $T_s$  örnekleme periyodu ile örneklenecek ayrık zamanlı işaretler olarak kullanılabilir ( $\ddot{y}=1,2,\dots,K_y$ ,  $\ddot{u}=0,1,\dots,K_u$ ).

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{y}}(t) \big|_{t=(n+\ddot{y})T_s} &= \tilde{\mathbf{y}}((n+\ddot{y})T_s) = \tilde{\mathbf{y}}[n+\ddot{y}] \\ \mathbf{x}(t) \big|_{t=(n+\ddot{y})T_s} &= \mathbf{x}((n+\ddot{y})T_s) = \mathbf{x}[n+\ddot{y}] \\ \mathbf{u}(t) \big|_{t=(n+\ddot{u})T_s} &= \mathbf{u}((n+\ddot{u})T_s) = \mathbf{u}[n+\ddot{u}]\end{aligned}\tag{3.6}$$

$\tilde{\mathbf{y}}(t)$  şeklinde bir referans işareti ve bu işaretin gelecekte ( $t=(n+\ddot{y})T_s$ ) alacağı değerlerin ( $\tilde{\mathbf{y}}(n+\ddot{y})T_s$ ), önceden bilindiği varsayılırsa genel kontrol problemi,

$$\min_{\mathbf{u}} \sum_{\ddot{y}=1}^{K_y} (\tilde{\mathbf{y}}[n+\ddot{y}] - \hat{\mathbf{y}}[n+\ddot{y}])^2 + \lambda_r \sum_{\ddot{u}}^{K_u} (\mathbf{u}[n+\ddot{u}] - \mathbf{u}[n+\ddot{u}-1])^2\tag{3.7}$$

$$\text{Kısıtlar: } \mathbf{x}_{\min} \leq \mathbf{x}((n+\ddot{y})T_s) \leq \mathbf{x}_{\max}, \quad \ddot{y}=1,2,\dots,K_y$$

$$\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}((n+\ddot{u})T_s) \leq \mathbf{u}_{\max}, \quad \ddot{u}=1,2,\dots,K_u$$

$$|\mathbf{u}((n+\ddot{u})T_s) - \mathbf{u}((n+\ddot{u}-1)T_s)| \leq \Delta \mathbf{u}_{\max}, \quad \ddot{u}=1,2,\dots,K_u$$

şeklinde tanımlanır.

MPC'nin problem tanımı yapılacak olursa; (3.7) eşitliğindeki durum, giriş ve giriş hızı işaretlerinin tanımlanan maksimum ve minimum değerler arasında kalmaları şartıyla sistemin çıkış işaretinin ( $\mathbf{y}((n+\ddot{o}_y)T_s)$ ) belirlenen referans işaretini ( $\tilde{\mathbf{y}}(n+\ddot{o}_y)T_s$ ), takip etmesini sağlamak için uygun bir kontrol giriş işareti ( $\mathbf{u}(n+\ddot{o}_u)T_s$ ) bulmaktır (Çetin ve Iplikci 2015). Buradaki  $K_y$  ve  $K_u$  sırasıyla kestirim ufku ve kontrol ufkudur.  $K_u < K_y$  olarak seçilir.

Öngörü giriş ufku  $\ddot{o}_u > K_u + 1, \dots, K_y$  için  $\mathbf{u}((n+\ddot{o}_u)T_s) = \mathbf{u}((n+K_u)T_s)$  olarak ifade edilmiştir. Burada  $\mathbf{u} = [\mathbf{u}(nT_s) \dots \mathbf{u}((n+K_u)T_s)]^T$  şeklinde tanımlanan kontrol giriş işaretlerini bulmak için (3.8) eşitliğindeki amaç fonksiyonu minimize edilmektedir.

$$\begin{aligned} f(\mathbf{u}) &= \sum_{\ddot{o}_y=1}^{K_y} (\tilde{\mathbf{y}}((n+\ddot{o}_y)T_s) - \hat{\mathbf{y}}((n+\ddot{o}_y)T_s))^2 + \lambda \sum_{\ddot{o}_u=0}^{K_u} (\mathbf{u}((n+\ddot{o}_u)T_s) - \mathbf{u}((n+\ddot{o}_u-1)T_s))^2 \\ &= \sum_{\ddot{o}_y=1}^{K_y} (\tilde{\mathbf{y}}[n+\ddot{o}_y] - \hat{\mathbf{y}}[n+\ddot{o}_y])^2 + \lambda \sum_{\ddot{o}_u=0}^{K_u} (\mathbf{u}[n+\ddot{o}_u] - \mathbf{u}[n+\ddot{o}_u-1])^2 \end{aligned} \quad (3.8)$$

ile tanımlanan amaç fonksiyonu en küçüklenmektedir.

Burada  $\hat{\mathbf{y}}((n+\ddot{o}_y)T_s) \equiv \hat{\mathbf{y}}[n+\ddot{o}_y]$  ile tanımlanan değerler sistemin kestirilmiş çıkışlarıdır.  $\lambda$  parametresi giriş işaretlerindeki ani değişimleri cezalandıran parametredir. (3.8) eşitliğindeki ifadede görüldüğü gibi amaç kestirim hatalarını en aza indiren bir kontrol işareti  $\mathbf{u}[n]$  bulmaktır.

Sistemin matematiksel dinamik modeli bilindiği için belli bir sistem giriş işaretine karşılık,  $\ddot{o}_y = 1, 2, \dots, K_y$  için sistem durumu  $\hat{\mathbf{x}}[n+\ddot{o}_y]$  ve sistem çıkış  $\hat{\mathbf{y}}[n+\ddot{o}_y]$  değerlerini sistemin dinamik modeliyle bulmak mümkündür ve sistemin gerçek değerleri değil sistemin dinamik denkleminde elde edilen kestirimlerdir. Bu değerler,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}[n+\ddot{o}_y] &= \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}[n+\ddot{o}_y]) \\ &= \mathbf{g}(\hat{\mathbf{f}}(\hat{\mathbf{x}}[n+\ddot{o}_y-1], \mathbf{u}[n+\ddot{o}_y-1])) \\ &= \mathbf{g}(\hat{\mathbf{f}}(\hat{\mathbf{f}}(\hat{\mathbf{x}}[n+\ddot{o}_y-2], \mathbf{u}[n+\ddot{o}_y-2], \mathbf{u}[n+\ddot{o}_y-1]))) \end{aligned} \quad (3.9)$$

şeklinde bulunabilir. (3.9) eşitliğindeki  $\hat{\mathbf{f}} : \mathcal{R}^N \times \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}^N$  fonksiyonu sistemin yaklaşık fonksiyonudur.  $K_u < \ddot{o}_u < K_y$  için  $\mathbf{u}[n+\ddot{o}_u] = \mathbf{u}[n+K_u]$  olarak tanımlanmıştır. Sistemin çıkış

işareti ve referans çıkış işaretindeki kestirimleri, kestirim ufku kadar (3.10) eşitliğinde verilmiştir.

$$\hat{\mathbf{Y}}_n = \begin{bmatrix} \hat{y}[n+1] \\ \hat{y}[n+2] \\ \vdots \\ \hat{y}[n+\ddot{o}_u+1] \\ \hat{y}[n+\ddot{o}_u+2] \\ \vdots \\ \hat{y}[n+K_y] \end{bmatrix} \text{ ve } \tilde{\mathbf{Y}}_n = \begin{bmatrix} \tilde{y}[n+1] \\ \tilde{y}[n+2] \\ \vdots \\ \tilde{y}[n+\ddot{o}_u+1] \\ \tilde{y}[n+\ddot{o}_u+2] \\ \vdots \\ \tilde{y}[n+K_y] \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Bu ifadelerden sonra, MPC problemi artık doğrusal olmayan kısıtlı bir optimizasyon problemi şeklinde (3.11) eşitliğindeki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}} f(\mathbf{u}) &= \sum_{\ddot{o}_y}^{K_y} (\tilde{y}[n+\ddot{o}_y] - \hat{y}[n+\ddot{o}_y])^2 + \lambda_r \sum_{\ddot{o}_u}^{K_u} (\mathbf{u}[n+\ddot{o}_u] - \mathbf{u}[n+\ddot{o}_u-1])^2 \\ &= (\tilde{\mathbf{Y}}_n - \hat{\mathbf{Y}}_n)^T (\tilde{\mathbf{Y}}_n - \hat{\mathbf{Y}}_n) + \lambda_r \mathbf{u}^T \mathbf{L} \mathbf{u} - 2\lambda_r \mathbf{u}[n] \mathbf{u}[n-1] + \lambda_r \mathbf{u}^2[n-1] \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\text{Kısıtlar: } \mathbf{x}_{\min} \leq \mathbf{x}((n+\ddot{o}_y)T_s) \leq \mathbf{x}_{\max}, \quad \ddot{o}_y=1,2,\dots,K_y$$

$$\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}((n+\ddot{o}_u)T_s) \leq \mathbf{u}_{\max}, \quad \ddot{o}_u=1,2,\dots,K_u$$

$$|\mathbf{u}((n+\ddot{o}_u)T_s) - \mathbf{u}((n+\ddot{o}_u-1)T_s)| \leq \Delta \mathbf{u}_{\max}, \quad \ddot{o}_u=1,2,\dots,K_u$$

(3.11) eşitliğindeki  $\mathbf{L}$  matrisi  $(K_u+1) \times (K_u+1)$  boyutludur.

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \ddots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

(3.11) eşitliğinde verilen amaç fonksiyonu Gradyan temelli bir yaklaşımdır. Bu yaklaşım,  $(f(\mathbf{u}[n] + \delta\mathbf{u}[n]) < f(\mathbf{u}[n]))$  ifadesini sağlayacak bir düzeltme terimi ( $\delta\mathbf{u}[n]$ ) bulmaya amaçlar. Bulunan bu düzeltme teriminin aday kontrol işaretine eklenmesi ile uygun bir kontrol işareti ( $\mathbf{u}^*[n] = \mathbf{u}[n] + \delta\mathbf{u}[n]$ ) elde edilebilmektedir (Maciejowski 2002). İkinci dereceden Taylor yaklaşıklığı kullanılarak (3.11) eşitliği ile verilen amaç fonksiyonu (3.13) eşitliğindeki gibi tekrar düzenlenebilir.

$$f(\mathbf{u}[n] + \delta\mathbf{u}[n]) \cong f(\mathbf{u}[n]) + \left[ \frac{\partial f(\mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]} \right]^T \delta\mathbf{u}[n] + \frac{1}{2} [\delta\mathbf{u}[n]] \left[ \frac{\partial^2 f(\mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]^2} \right] \delta\mathbf{u}[n] \quad (3.13)$$

Eşitlik (3.13) ifadesindeki  $\left[ \frac{\partial f(\mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]} \right]$  ve  $\left[ \frac{\partial^2 f(\mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]^2} \right]$  sırasıyla Gradyan vektörü ve Hessian matrisidir. Düzeltme terimi ( $\delta\mathbf{u}[n]$ ), amaç fonksiyonunu minimize ettiğinden dolayı, (3.13) eşitliğinin düzeltme terimine göre türevi alınır ve sıfıra eşitlenirse,

$$\frac{\partial f(\mathbf{u}[n] + \delta\mathbf{u}[n])}{\partial \delta\mathbf{u}[n]} \cong \frac{\partial f(\mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]} + \left[ \frac{\partial^2 f(\mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]^2} \right] \delta\mathbf{u}[n] = 0 \quad (3.14)$$

şeklinde ifade edilir. Düzeltme terimi,

$$\delta\mathbf{u}[n] = - \left[ \frac{\partial^2 f(\mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]^2} \right]^{-1} \frac{\partial f(\mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]} \quad (3.15)$$

şeklinde elde edilir.

İteratif bir şekilde hesaplama yapıldığında, Hessian matrisi pozitif tanımlı ve daha yüksek dereceden terimler ihmal edilebilecek kadar küçükse, yerel minimuma Newton yönünde karesel yakınsar (Nocedal ve Wright 1999; Venkataraman 2002).

Böylece amaç fonksiyonunu minimize etmek için, Gradyan vektörün  $\left( \frac{\partial f(\mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]} \right)$  ve

Hessian matrisin  $\left( \left[ \frac{\partial^2 f(\mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]^2} \right] \right)$  bulunması gerekir. Gradyan vektörü,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \left( (\tilde{\mathbf{Y}}_n - \hat{\mathbf{Y}}_n)^T (\tilde{\mathbf{Y}}_n - \hat{\mathbf{Y}}_n) + \lambda \mathbf{u}^T \mathbf{L} - 2\lambda \mathbf{u}[n] \mathbf{u}[n-1] + \lambda \mathbf{u}^2[n-1] \right) \\
&= -2 \left( \frac{\partial \hat{\mathbf{Y}}_n}{\partial \mathbf{u}} \right)^T (\tilde{\mathbf{Y}}_n - \hat{\mathbf{Y}}_n) + 2\lambda \mathbf{L} \mathbf{u} - 2 \begin{bmatrix} \lambda \mathbf{u}[n-1] \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.16}$$

şeklindedir. Burada  $\left( \frac{\partial \hat{\mathbf{Y}}_n}{\partial \mathbf{u}} \right)$  ifadesinin bulunması gerekir. Hessian matrisi,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 f(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}^2} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \left( -2 \left( \frac{\partial \hat{\mathbf{Y}}_n}{\partial \mathbf{u}} \right)^T (\tilde{\mathbf{Y}}_n - \hat{\mathbf{Y}}_n) + 2\lambda \mathbf{L} \mathbf{u} - 2 \begin{bmatrix} \lambda \mathbf{u}[n-1] \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \right) \\
&= -2 \left( \frac{\partial^2 \hat{\mathbf{Y}}_n}{\partial \mathbf{u}^2} \right)^T (\tilde{\mathbf{Y}}_n - \hat{\mathbf{Y}}_n) + 2 \left( \frac{\partial \hat{\mathbf{Y}}_n}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \left( \frac{\partial \hat{\mathbf{Y}}_n}{\partial \mathbf{u}} \right) + 2\lambda \mathbf{L}
\end{aligned} \tag{3.17}$$

şeklindedir. Burada  $\left( \frac{\partial^2 \hat{\mathbf{Y}}_n}{\partial \mathbf{u}^2} \right)^T (\tilde{\mathbf{Y}}_n - \hat{\mathbf{Y}}_n)$  ifadesi ihmal edilecek kadar küçüktür ve

Hessian matrisi tekrar düzenlenirse yaklaşık olarak (3.18) eşitliğindeki gibi ifade edilebilir.

$$\frac{\partial^2 f(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}^2} \cong 2 \left( \frac{\partial \hat{\mathbf{Y}}_n}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \left( \frac{\partial \hat{\mathbf{Y}}_n}{\partial \mathbf{u}} \right) + 2\lambda \mathbf{L} \tag{3.18}$$

Burada  $\frac{\partial \hat{\mathbf{Y}}_n}{\partial \mathbf{u}}$  matrisi MIMO sistemler için (3.19) eşitliğindeki gibi Jacobian matrisi olarak ifade edilir.



$$\mathbf{J} = \left( \frac{\partial \hat{\mathbf{Y}}_n}{\partial \mathbf{u}} \right) = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_1[n+1]}{\partial u_1[n]} & \frac{\partial \hat{y}_1[n+1]}{\partial u_2[n]} & \cdots & \frac{\partial \hat{y}_1[n+1]}{\partial u_R[n]} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \hat{y}_1[n+K]}{\partial u_1[n]} & \frac{\partial \hat{y}_1[n+K]}{\partial u_2[n]} & \cdots & \frac{\partial \hat{y}_1[n+1]}{\partial u_R[n]} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \hat{y}_Q[n+K]}{\partial u_1[n]} & \frac{\partial \hat{y}_Q[n+K]}{\partial u_2[n]} & \cdots & \frac{\partial \hat{y}_Q[n+1]}{\partial u_R[n]} \\ \sqrt{\lambda_1} & \sqrt{\lambda_1} & \cdots & \sqrt{\lambda_1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{\lambda_R} & \sqrt{\lambda_R} & \cdots & \sqrt{\lambda_R} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Düzeltilme terimi ( $\delta \mathbf{u}[n]$ ) Jacobian yaklaşıklıkları ile ifade edilecek olursa,

$$\delta \mathbf{u}[n] = -(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \eta \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}^T \hat{\mathbf{e}}_c[n] \quad (3.20)$$

şeklinde elde edilir. Burada ( $\hat{\mathbf{e}}_c$ ), referans çıkış işareti ile sistem çıkış işareti arasındaki hatadır. (3.21) eşitliğinde verildiği gibidir.  $\eta$  parametresi ise Hessian matrisinin negatif tanımlı olması durumunda, pozitif tanımlı olmasını sağlayacak skaler bir büyüklüktür.

$$\hat{\mathbf{e}}_c[n] = \begin{bmatrix} \hat{e}[n+1] \\ \vdots \\ \hat{e}[n+K] \\ \vdots \\ \hat{e}[n+KQ] \\ \sqrt{\lambda_1} \Delta u_1[n] \\ \vdots \\ \sqrt{\lambda_R} \Delta u_R[n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1[n+1] - \hat{y}_1[n+1] \\ \vdots \\ \tilde{y}_1[n+K] - \hat{y}_1[n+K] \\ \vdots \\ \tilde{y}_Q[n+K] - \hat{y}_Q[n+K] \\ \sqrt{\lambda_1} [u_1[n] - u_1[n-1]] \\ \vdots \\ \sqrt{\lambda_R} [u_R[n] - u_R[n-1]] \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

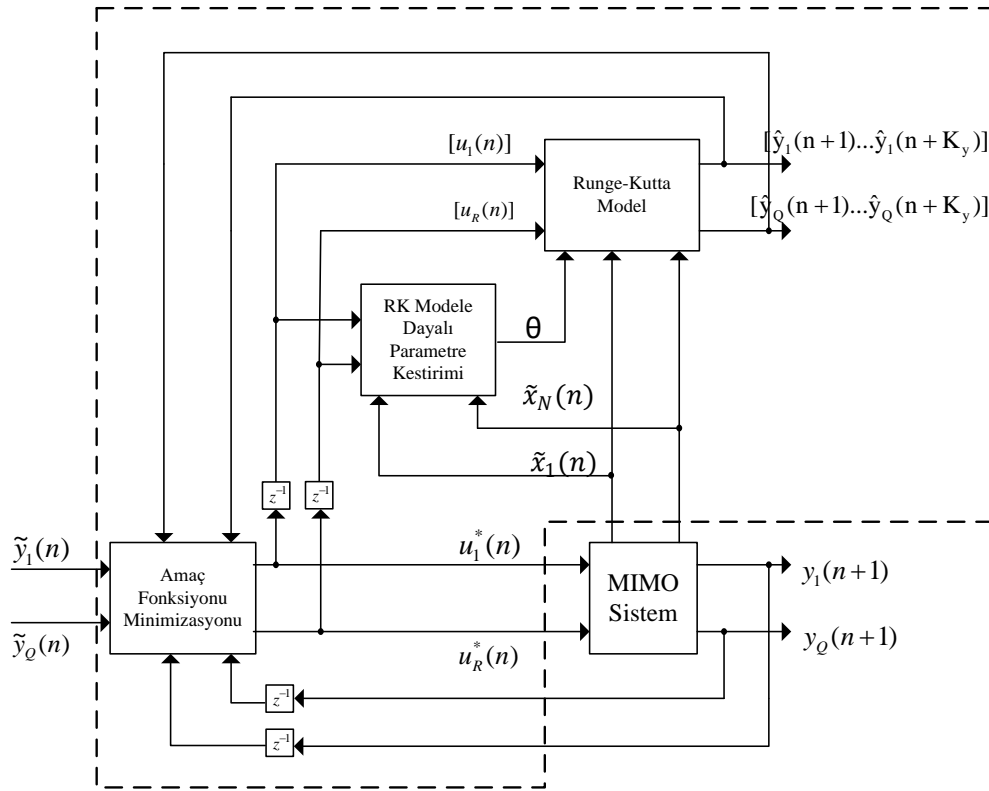
### 3.1. Runge-Kutta Model Öngörülü Kontrol Yapısı

Runge-Kutta modele dayalı kontrol ve parametre kestirim yapısı Şekil 3.1'de verilmiştir. Yapı üç bloktan oluşmaktadır. Birinci blok Runge-Kutta model bloğu olup, bu blok amaç fonksiyonu minimizasyon bloğunun çıkışından alınan bir önceki sistem giriş kontrol işaretlerini ve gerçek sistemden ölçülen durum değişkenlerini giriş olarak

almaktadır. Aynı zamanda doğrusal olmayan sistemlerin parametrelerindeki değişimlerin kestirilmesini sağlayan RK model tabanlı parametre kestirim bloğun çıkışından alınan parametrelerde RK model bloğunda giriş olarak tanımlanır. Çıkışında ise öngörülen sistem çıkışları ( $\hat{y}[n + \ddot{o}_y]$ ,  $\ddot{o}_y=1,2,\dots,K_y$ ), elde edilir. İkinci blok amaç fonksiyonu minimizasyon bloğudur. Bu blokta giriş olarak sistem referans çıkışı, sistemin gerçek çıkışı ve sistemin öngörülen çıkış değerleri tanımlanır. Aynı zamanda bu blokta (3.15) eşitliğinde verilen düzeltme terimi  $\delta \mathbf{u}[n]$  elde edilir. Bunun

için Gradyan vektörü  $\left(\frac{\partial f(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}\right)$  ve Hessian matrisi  $\left(\left[\frac{\partial^2 f(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}^2}\right]^{-1}\right)$  bu blokta hesaplanır.

Blok çıkışında ise sistem giriş kontrol işareti  $\mathbf{u}[n]$  elde edilir. Üçüncü blok ise RK Modele dayalı parametre kestirim bloğudur. Bu blok doğrusal olmayan matematiksel dinamik denklemlerdeki parametre değişimlerin kestirilmesini yapar. Giriş olarak bir önceki sistem giriş kontrol işareti ve gerçek sistemden ölçülen durum işaretleri  $\mathbf{x}[n]$  ile öngörülen durum işaretleri  $\hat{\mathbf{x}}[n]$  'dir. Blok çıkışında ise kestirilmiş sistem parametreleri elde edilir.



Şekil 3.1: Runge-Kutta-dayalı kontrol ve parametre kestirim yapısı (İplikci 2012).

Gerçek zamanlı sistemler her zaman sürekli zamanlı sistemlerdir. RKMPC ayırık zamanlı bir kontrolör olduğu için bu sürekli zamanlı sistem ayrıklaştırılmalıdır. Ayrıklaştırma 4. dereceden Runge Kutta algoritması ile yapılmaktadır. Bu algoritma ile  $((n+1)T_s)$  anında sistem durum değişkenlerinin değerleri hesaplanmaktadır. Durum değişkenlerinin  $(\hat{\mathbf{x}}[n] = \mathbf{x}(nT_s))$  olduğu ve  $(nT_s)$  anında başladığı kabul edilirse sonraki örnekleme adımıdaki durum değişkenlerinin alacağı değerler,

$$\begin{aligned}\hat{x}_1[n+1] &= \hat{x}_1[n] + \frac{k_{11}[n]}{6} + \frac{k_{21}[n]}{3} + \frac{k_{31}[n]}{3} + \frac{k_{41}[n]}{6} \\ &\vdots \\ \hat{x}_N[n+1] &= \hat{x}_N[n] + \frac{k_{1N}[n]}{6} + \frac{k_{2N}[n]}{3} + \frac{k_{3N}[n]}{3} + \frac{k_{4N}[n]}{6}\end{aligned}\quad (3.22)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada,

$$\begin{aligned}k_{11}[n] &= T_s f_1(\hat{x}_1[n], \dots, \hat{x}_N[n], u_1[n], \dots, u_R[n]) \\ &\vdots \\ k_{N1}[n] &= T_s f_N(\hat{x}_1[n], \dots, \hat{x}_N[n], u_1[n], \dots, u_R[n]) \\ \\ k_{12}[n] &= T_s f_1(\hat{x}_1[n] + \frac{k_{11}[n]}{2}, \dots, \hat{x}_N[n] + \frac{k_{N1}[n]}{2}, u_1[n], \dots, u_R[n]) \\ &\vdots \\ k_{N2}[n] &= T_s f_N(\hat{x}_1[n] + \frac{k_{11}[n]}{2}, \dots, \hat{x}_N[n] + \frac{k_{N1}[n]}{2}, u_1[n], \dots, u_R[n]) \\ \\ k_{13}[n] &= T_s f_1(\hat{x}_1[n] + \frac{k_{12}[n]}{2}, \dots, \hat{x}_N[n] + \frac{k_{N2}[n]}{2}, u_1[n], \dots, u_R[n]) \\ &\vdots \\ k_{N3}[n] &= T_s f_N(\hat{x}_1[n] + \frac{k_{12}[n]}{2}, \dots, \hat{x}_N[n] + \frac{k_{N2}[n]}{2}, u_1[n], \dots, u_R[n]) \\ \\ k_{14}[n] &= T_s f_1(\hat{x}_1[n] + k_{13}[n], \dots, \hat{x}_N[n] + k_{N3}[n], u_1[n], \dots, u_R[n]) \\ &\vdots \\ k_{N4}[n] &= T_s f_N(\hat{x}_1[n] + k_{13}[n], \dots, \hat{x}_N[n] + k_{N3}[n], u_1[n], \dots, u_R[n])\end{aligned}\quad (3.23)$$

biçiminde tanımlı olup,  $\mathbf{k}[n]$  vektörün genel formu;

$$\mathbf{k}[n] = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} k_{11}[n] + 2k_{12}[n] + 2k_{13}[n] + k_{14}[n] \\ k_{21}[n] + 2k_{22}[n] + 2k_{23}[n] + k_{24}[n] \\ \vdots \\ k_{N1}[n] + 2k_{N2}[n] + 2k_{N3}[n] + k_{N4}[n] \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$= \frac{1}{6} (\mathbf{k}_1[n] + \mathbf{k}_2[n] + \mathbf{k}_3[n] + \mathbf{k}_4[n])$$

şeklinde yazılabilir. (3.25) eşitliğinde sistemin bir sonraki örnekleme anındaki çıkışları,

$$\begin{aligned} \hat{y}_1[n+1] &= g_1(\hat{x}_1[n+1], \dots, \hat{x}_N[n+1], u_1[n], \dots, u_R[n], \theta) \\ &\vdots \\ \hat{y}_Q[n+1] &= g_Q(\hat{x}_1[n+1], \dots, \hat{x}_N[n+1], u_1[n], \dots, u_R[n], \theta) \end{aligned} \quad (3.25)$$

şeklinde ifade edilir. (3.22) ve (3.25) eşitlikleri,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}[n+1] &= \hat{f}(\hat{\mathbf{x}}[n], \mathbf{u}[n], \theta) \\ &= \hat{\mathbf{x}}[n] + \mathbf{k}[n] \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\hat{\mathbf{y}}[n] = \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}[n], \mathbf{u}[n])$$

biçiminde vektörel formda yazılabilir.

Aynı şekilde, RK modeliyle kestirim ufku boyunca durum değişkenleri öngörülür ve bu öngörülen durum değişkenleri kullanılarak sistem çıkışları da öngörülür.

$$\hat{\mathbf{y}}[n] = \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}[n]) \quad (3.27)$$

(3.20) eşitliği ile verilen düzeltme terimi  $\delta \mathbf{u}[n]$  ifadesinin çözümü için hata vektörünü ( $\mathbf{e}$ ) ve Jacobian matrisini ( $\mathbf{J}$ ) hesaplamak gerekir. Bunun için de (3.28) eşitliğindeki gibi sistem öngörü çıkışlarının ( $\hat{\mathbf{y}}[n + \delta_y]$ ) sistem giriş işaretine ( $\mathbf{u}[n]$ ) göre türevlerinin hesaplanması gerekir.

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{y}}[n + \delta_y]}{\partial \mathbf{u}[n]} = \frac{\partial^T \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}(n+\delta_y)} \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}[n + \delta_y]}{\partial \mathbf{u}[n]} \quad (3.28)$$

Burada,

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{x}}[n + \ddot{o}_y]}{\partial \mathbf{u}[n]} = \left( \frac{\partial \hat{\mathbf{f}}}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\substack{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}[n+\ddot{o}_y-1] \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}[n]}} \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}[n + \ddot{o}_y - 1]}{\partial \mathbf{u}[n]} \right) + \frac{\partial \hat{\mathbf{f}}}{\partial \mathbf{u}} \Big|_{\substack{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}[n+\ddot{o}_y-1] \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}[n]}} \quad (3.29)$$

şeklindedir. Bu eşitliklerdeki  $\frac{\partial \hat{\mathbf{f}}}{\partial \mathbf{x}}$ ,  $\frac{\partial \hat{\mathbf{f}}}{\partial \mathbf{u}}$  ve  $\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}}$  terimlerinin bulunması gerekir. Kontrol edilecek gerçek zamanlı sistemin ayırık zamanlı matematiksel dinamiklerinin durum değişkenlerine göre türev hesabı

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\mathbf{f}}}{\partial \mathbf{x}} &= \frac{\partial [\mathbf{x} + \mathbf{k}]}{\partial \mathbf{x}} \\ &= \mathbf{I} + \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \mathbf{x}} \end{aligned} \quad (3.30)$$

şeklindedir.

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1[n] &= \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11}[n] \\ \vdots \\ \mathbf{k}_{N1}[n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_s \mathbf{f}_1(\hat{\mathbf{x}}[n], \mathbf{u}[n]) \\ \vdots \\ \mathbf{T}_s \mathbf{f}_N(\hat{\mathbf{x}}[n], \mathbf{u}[n]) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_s \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}[n], \mathbf{u}[n]) \\ \mathbf{k}_2[n] &= \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{12}[n] \\ \vdots \\ \mathbf{k}_{N2}[n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_s \mathbf{f}_1(\hat{\mathbf{x}}[n] + 0.5\mathbf{k}_1[n], \mathbf{u}[n]) \\ \vdots \\ \mathbf{T}_s \mathbf{f}_N(\hat{\mathbf{x}}[n] + 0.5\mathbf{k}_1[n], \mathbf{u}[n]) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_s \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}[n] + 0.5\mathbf{k}_1[n], \mathbf{u}[n]) \\ \mathbf{k}_3[n] &= \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{13}[n] \\ \vdots \\ \mathbf{k}_{N3}[n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_s \mathbf{f}_1(\hat{\mathbf{x}}[n] + 0.5\mathbf{k}_2[n], \mathbf{u}[n]) \\ \vdots \\ \mathbf{T}_s \mathbf{f}_N(\hat{\mathbf{x}}[n] + 0.5\mathbf{k}_2[n], \mathbf{u}[n]) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_s \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}[n] + 0.5\mathbf{k}_2[n], \mathbf{u}[n]) \\ \mathbf{k}_4[n] &= \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{14}[n] \\ \vdots \\ \mathbf{k}_{N4}[n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_s \mathbf{f}_1(\hat{\mathbf{x}}[n] + \mathbf{k}_3[n], \mathbf{u}[n]) \\ \vdots \\ \mathbf{T}_s \mathbf{f}_N(\hat{\mathbf{x}}[n] + \mathbf{k}_3[n], \mathbf{u}[n]) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_s \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}[n] + \mathbf{k}_3[n], \mathbf{u}[n]) \end{aligned} \quad (3.31)$$

şeklinde düzenlenirse,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{k}[n]}{\partial \mathbf{x}[n]} &= \frac{\partial (\frac{1}{6}\mathbf{k}_1[n] + \frac{1}{3}\mathbf{k}_2[n] + \frac{1}{3}\mathbf{k}_3[n] + \frac{1}{6}\mathbf{k}_4[n])}{\partial \mathbf{x}[n]} \\ &= \frac{1}{6} \frac{\partial \mathbf{k}_1[n]}{\partial \mathbf{x}[n]} + \frac{1}{3} \frac{\partial \mathbf{k}_2[n]}{\partial \mathbf{x}[n]} + \frac{1}{3} \frac{\partial \mathbf{k}_3[n]}{\partial \mathbf{x}[n]} + \frac{1}{6} \frac{\partial \mathbf{k}_4[n]}{\partial \mathbf{x}[n]} \end{aligned} \quad (3.32)$$

elde edilir. Burada,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{k}_1[n]}{\partial \mathbf{x}[n]} &= \frac{\partial T_s \mathbf{f}(\mathbf{x}[n], \mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{x}[n]} \\
&= T_s \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}[n]} \right|_{\mathbf{x}[n]=\hat{\mathbf{x}}[n]} \\
\frac{\partial \mathbf{k}_2[n]}{\partial \mathbf{x}[n]} &= \frac{\partial T_s \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + 0.5\mathbf{k}_1[n], \mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{x}[n]} \\
&= T_s \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + 0.5\mathbf{k}_1[n], \mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{x}[n]} \\
&= T_s \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + 0.5\mathbf{k}_1[n], \mathbf{u}[n])}{\partial (\mathbf{x}[n] + 0.5\mathbf{k}_1[n])} \frac{\partial (\mathbf{x}[n] + 0.5\mathbf{k}_1[n])}{\partial \mathbf{x}[n]} \\
&= T_s \left( \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}[n]} \right|_{\mathbf{x}[n]=\hat{\mathbf{x}}[n] + 0.5\mathbf{k}_1[n]} (\mathbf{I} + 0.5 \frac{\partial \mathbf{k}_1[n]}{\partial \mathbf{x}[n]}) \right) \\
\frac{\partial \mathbf{k}_3[n]}{\partial \mathbf{x}[n]} &= \frac{\partial T_s \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + 0.5\mathbf{k}_2[n], \mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{x}[n]} \\
&= T_s \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + 0.5\mathbf{k}_2[n], \mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{x}[n]} \\
&= T_s \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + 0.5\mathbf{k}_2[n], \mathbf{u}[n])}{\partial (\mathbf{x}[n] + 0.5\mathbf{k}_2[n])} \frac{\partial (\mathbf{x}[n] + 0.5\mathbf{k}_2[n])}{\partial \mathbf{x}[n]} \\
&= T_s \left( \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}[n]} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}[n] + 0.5\mathbf{k}_2[n]} (\mathbf{I} + 0.5 \frac{\partial \mathbf{k}_2[n]}{\partial \mathbf{x}[n]}) \right) \\
\frac{\partial \mathbf{k}_4[n]}{\partial \mathbf{x}[n]} &= \frac{\partial T_s \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + \mathbf{k}_3[n], \mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{x}[n]} \\
&= T_s \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + \mathbf{k}_3[n], \mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{x}[n]} \\
&= T_s \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + \mathbf{k}_3[n], \mathbf{u}[n])}{\partial (\mathbf{x}[n] + \mathbf{k}_3[n])} \frac{\partial (\mathbf{x}[n] + \mathbf{k}_3[n])}{\partial \mathbf{x}[n]} \\
&= T_s \left( \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}[n]} \right|_{\mathbf{x}[n]=\hat{\mathbf{x}}[n] + \mathbf{k}_3[n]} (\mathbf{I} + \frac{\partial \mathbf{k}_3[n]}{\partial \mathbf{x}[n]}) \right)
\end{aligned} \tag{3.33}$$

şeklindedir. Benzer şekilde ayrıık zamanlı matematiksel dinamiklerinin sistem giriş işaretine göre türevi,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \hat{\mathbf{f}}}{\partial \mathbf{u}[n]} &= \frac{\partial (\mathbf{x}[n] + \mathbf{k}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]} \\
&= \frac{\partial \mathbf{k}[n]}{\partial \mathbf{u}[n]}
\end{aligned} \tag{3.34}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{k}[n]}{\partial \mathbf{u}[n]} &= \frac{\partial \left( \frac{1}{6} \mathbf{k}_1[n] + \frac{1}{3} \mathbf{k}_2[n] + \frac{1}{3} \mathbf{k}_3[n] + \frac{1}{6} \mathbf{k}_4[n] \right)}{\partial \mathbf{u}[n]} \\
&= \frac{1}{6} \frac{\partial \mathbf{k}_1[n]}{\partial \mathbf{u}[n]} + \frac{1}{3} \frac{\partial \mathbf{k}_2[n]}{\partial \mathbf{u}[n]} + \frac{1}{3} \frac{\partial \mathbf{k}_3[n]}{\partial \mathbf{u}[n]} + \frac{1}{6} \frac{\partial \mathbf{k}_4[n]}{\partial \mathbf{u}[n]}
\end{aligned} \tag{3.35}$$

yazılabilir. Burada,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{k}_1[n]}{\partial \mathbf{u}[n]} &= \frac{\partial T_s \mathbf{f}(\mathbf{x}[n], \mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]} \\
&= T_s \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}[n]} \right|_{\mathbf{x}[n]=\hat{\mathbf{x}}[n]} \\
\frac{\partial \mathbf{k}_2[n]}{\partial \mathbf{u}[n]} &= \frac{\partial T_s \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + 0.5 \mathbf{k}_1[n], \mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]} \\
&= T_s \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + 0.5 \mathbf{k}_1[n], \mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]} \\
&= T_s \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + 0.5 \mathbf{k}_1[n], \mathbf{u}[n])}{\partial (\mathbf{x}[n] + 0.5 \mathbf{k}_1[n])} \frac{\partial (\mathbf{x}[n] + 0.5 \mathbf{k}_1[n])}{\partial \mathbf{u}[n]} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}[n]} \right|_{\mathbf{x}[n]=\hat{\mathbf{x}}[n] + 0.5 \mathbf{k}_1[n]} \\
&= T_s \left( 0.5 \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}[n]} \right|_{\mathbf{x}[n]=\hat{\mathbf{x}}[n] + 0.5 \mathbf{k}_1[n]} \frac{\partial \mathbf{k}_1[n]}{\partial \mathbf{u}[n]} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}[n]} \right|_{\mathbf{x}[n]=\hat{\mathbf{x}}[n] + 0.5 \mathbf{k}_1[n]} \right) \\
\frac{\partial \mathbf{k}_3[n]}{\partial \mathbf{u}[n]} &= \frac{\partial T_s \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + 0.5 \mathbf{k}_2[n], \mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]} \\
&= T_s \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + 0.5 \mathbf{k}_2[n], \mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]} \\
&= T_s \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + 0.5 \mathbf{k}_2[n], \mathbf{u}[n])}{\partial (\mathbf{x}[n] + 0.5 \mathbf{k}_2[n])} \frac{\partial (\mathbf{x}[n] + 0.5 \mathbf{k}_2[n])}{\partial \mathbf{u}[n]} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}[n]} \right|_{\mathbf{x}[n]=\hat{\mathbf{x}}[n] + 0.5 \mathbf{k}_2[n]} \\
&= T_s \left( 0.5 \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}[n]} \right|_{\mathbf{x}[n]=\hat{\mathbf{x}}[n] + 0.5 \mathbf{k}_2[n]} \frac{\partial \mathbf{k}_2[n]}{\partial \mathbf{u}[n]} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}[n]} \right|_{\mathbf{x}[n]=\hat{\mathbf{x}}[n] + 0.5 \mathbf{k}_2[n]} \right) \\
\frac{\partial \mathbf{k}_4[n]}{\partial \mathbf{u}[n]} &= \frac{\partial T_s \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + \mathbf{k}_3[n], \mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]} \\
&= T_s \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + \mathbf{k}_3[n], \mathbf{u}[n])}{\partial \mathbf{u}[n]} \\
&= T_s \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}[n] + \mathbf{k}_3[n], \mathbf{u}[n])}{\partial (\mathbf{x}[n] + \mathbf{k}_3[n])} \frac{\partial (\mathbf{x}[n] + \mathbf{k}_3[n])}{\partial \mathbf{u}[n]} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}[n]} \right|_{\mathbf{x}[n]=\hat{\mathbf{x}}[n] + \mathbf{k}_3[n]} \\
&= T_s \left( \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}[n]} \right|_{\mathbf{x}[n]=\hat{\mathbf{x}}[n] + \mathbf{k}_3[n]} \frac{\partial \mathbf{k}_3[n]}{\partial \mathbf{u}[n]} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}[n]} \right|_{\mathbf{x}[n]=\hat{\mathbf{x}}[n] + \mathbf{k}_3[n]} \right)
\end{aligned} \tag{3.36}$$

şeklindedir. Sistem çıkış fonksiyonunun durum değişkenlerine göre türevi,

$$\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \quad (3.37)$$

Bu şekilde tanımlanan ifadeler (3.20) eşitliğinde yerine konulduğunda düzeltme terimi  $\delta \mathbf{u}[n]$  elde edilir. Daha sonra sisteme uygulanacak kontrol işareti,

$$\mathbf{u}^*[n] = \mathbf{u}[n] + \mu \delta \mathbf{u}[n] \quad (3.38)$$

şeklinde elde edilir. Burada  $0 < \mu < 1$  Aralığında tanımlı parametre,

$$\mu = \max \left( \frac{\mathbf{u}_{\min}[n] - \mathbf{u}[n]}{\delta \mathbf{u}[n]}, \frac{\mathbf{u}_{\max}[n] - \mathbf{u}[n]}{\delta \mathbf{u}[n]} \right) \quad (3.39)$$

şeklindedir ve sisteme uygulanacak kontrol işaretinin  $[\mathbf{u}_{\min} - \mathbf{u}_{\max}]$  aralığı arasında kalmasını sağlamaktadır.

### 3.2. Runge-Kutta Modele Dayalı Çevrimiçi Parametre Kestirimi

Gerçek zamanda çalışan sistemin kendi içinde ve çevre koşullarından kaynaklı ani değişimlere uyarlanabilmesi için RK modele dayalı kestirim bloğu kullanılır. Burada sistemin doğrusal olmayan matematiksel dinamiklerinde bulunan parametrelerin ( $\theta$ ) sistemin çalışma sırasında çevrim içi kestirimi yapılır.  $\mathbf{x}[n]$  bir önceki sistem durum işaretleri ve  $\mathbf{x}[n+1]$  mevcut durum işaretleri ile  $\mathbf{u}[n]$  bir önceki sistem giriş kontrol işaretinin bilindiği varsayılsın. (3.22) eşitliğinde hesaplanan durum işaretleri kullanılarak sistemin durum işaretleri, giriş kontrol işaretleri ve parametrelerinin bir önceki değerleri ile mevcut değerleri arasında ilişkiler kurulabilir. Böylece, parametre ( $\theta$ ) kestirimi yapmak için sistemden ölçülen durum işaretleri ile RK model ile üretilen durum işaretleri arasındaki fark,

$$\mathbf{e}_\theta[n] = \begin{bmatrix} e_1[n] \\ e_2[n] \\ \vdots \\ e_N[n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1[n+1] - \hat{x}_1[n+1] \\ x_2[n+1] - \hat{x}_2[n+1] \\ \vdots \\ x_N[n+1] - \hat{x}_N[n+1] \end{bmatrix} \quad (3.40)$$



ile tanımlanan kestirim hatası vektörünü oluşturur.

Daha sonra bu hata vektörünün parametrelere göre türevlerinden oluşan (3.41) eşitliğindeki gibi Jacobian matrisi elde edilir.

$$\mathbf{J}_\theta[n] = \begin{bmatrix} \frac{\partial e_1[n]}{\partial \theta[n]} \\ \frac{\partial e_2[n]}{\partial \theta[n]} \\ \vdots \\ \frac{\partial e_N[n]}{\partial \theta[n]} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{x}_1[n+1]}{\partial \theta[n]} \\ \frac{\partial \hat{x}_2[n+1]}{\partial \theta[n]} \\ \vdots \\ \frac{\partial \hat{x}_N[n+1]}{\partial \theta[n]} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Sistemin mevcut parametresi ( $\theta$ ),

$$\theta[n+1] = \theta[n] - \frac{\mathbf{J}_\theta^T[n] \mathbf{e}_\theta[n]}{\mathbf{J}_\theta^T[n] \mathbf{J}_\theta[n]} \quad (3.42)$$

şeklinde güncellenir.

Parametre kestirimi gerçekleştirebilmek için, RK modelde bulunan durum işaretlerinin, kestirimi yapılacak parametrelere göre ( $\theta$ ) türevlerini oluşturan Jacobian matrisinin bulunması gerekir. Bu matrisin her bir elemanı  $i=1,2,\dots,N$  olmak üzere (3.43)-(3.49) eşitliklerle hesaplanır.

$$\frac{\partial e_i[n]}{\partial \theta[n]} = \frac{\partial (x_i[n+1] - \hat{x}_i[n+1])}{\partial \theta[n]} \quad (3.43)$$

şeklindedir. Sistemden ölçülen durum işaretlerinin değerleri ( $x_i[n+1]$ ) şeklinde olduklarından aynı ifade tekrar yazılırsa,

$$\frac{\partial e_i[n]}{\partial \theta[n]} = - \frac{\partial \hat{x}_i[n+1]}{\partial \theta[n]} \quad (3.44)$$

elde edilir. Bu kısmi türevler (3.29) eşitlikteki gibi alınırsa,

$$\frac{\partial \hat{x}[n+1]}{\partial \theta[n]} = \left( \frac{\partial \hat{\mathbf{f}}}{\partial \mathbf{x}[n]} \Big|_{\substack{\mathbf{x}[n]=\hat{\mathbf{x}}[n+\ddot{o}_y-1] \\ \mathbf{u}[n]=\mathbf{u}[n] \\ \theta[n]=\theta[n]}} \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}[n+\ddot{o}_y-1]}{\partial \theta[n]} \right) + \frac{\partial \hat{\mathbf{f}}}{\partial \theta[n]} \Big|_{\substack{\mathbf{x}[n]=\hat{\mathbf{x}}[n+\ddot{o}_y-1] \\ \mathbf{u}[n]=\mathbf{u}[n] \\ \theta[n]=\theta[n]}} \quad (3.45)$$

şeklinde hesaplanabilir. Parametre kestirimi bir örnekleme adımı sonrası için RK modeli kullanılacağından,

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{x}}[n + \delta_y - 1]}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} = 0 \quad (3.46)$$

olacaktır. Jacobian matrisi,

$$\mathbf{J}_\theta[n] = - \left[ \frac{\partial \mathbf{e}[n]}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} \right] = - \left[ \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}[n+1]}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} \right] = - \left[ \frac{\partial \hat{\mathbf{f}}}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} \right] \Bigg|_{\substack{\mathbf{x}[n]=\hat{\mathbf{x}}[n+\delta_y] \\ \mathbf{u}[n]=\mathbf{u}[n] \\ \boldsymbol{\theta}[n]=\boldsymbol{\theta}[n]}} \quad (3.47)$$

şeklinde elde edilir. Burada,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\mathbf{f}}}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} &= \frac{\partial (\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{k})}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} \\ &= \frac{\partial \mathbf{k}[n]}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} \end{aligned} \quad (3.48)$$

şeklindedir.

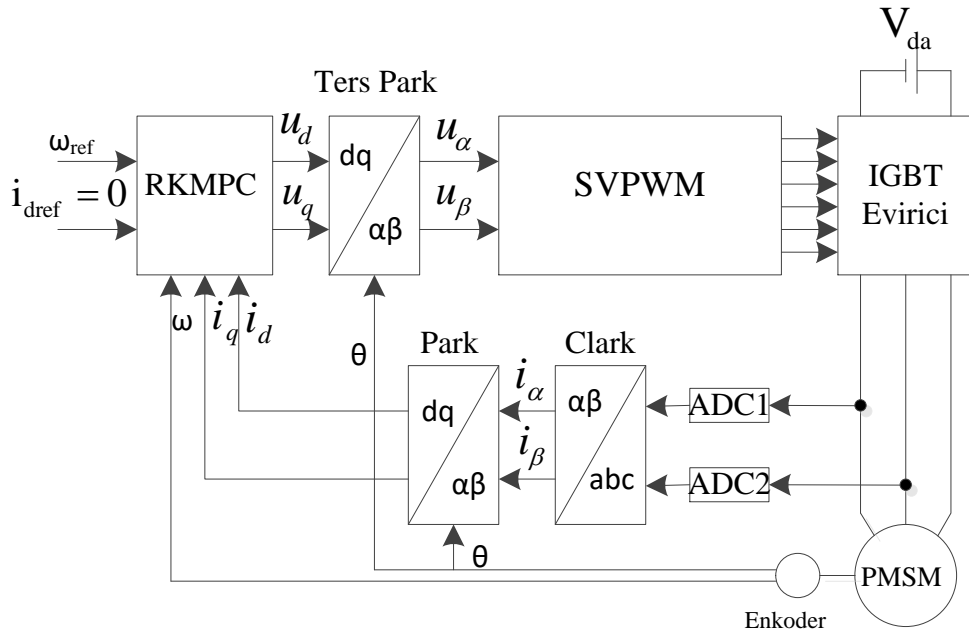
$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{k}_1[n]}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} &= \mathbf{T}_s \left[ \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} \right] \Bigg|_{\substack{\mathbf{x}[n]=\hat{\mathbf{x}}[n] \\ \mathbf{u}[n]=\mathbf{u}[n] \\ \boldsymbol{\theta}[n]=\boldsymbol{\theta}[n]}} \\ \frac{\partial \mathbf{k}_2[n]}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} &= \mathbf{T}_s \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} + 0.5 \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}[n]} \frac{\partial \mathbf{k}_1[n]}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} \right) \right] \Bigg|_{\substack{\mathbf{x}[n]=\mathbf{x}[n]+0.5\mathbf{k}_1[n] \\ \mathbf{u}[n]=\mathbf{u}[n] \\ \boldsymbol{\theta}[n]=\boldsymbol{\theta}[n]}} \\ \frac{\partial \mathbf{k}_3[n]}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} &= \mathbf{T}_s \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} + 0.5 \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}[n]} \frac{\partial \mathbf{k}_2[n]}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} \right) \right] \Bigg|_{\substack{\mathbf{x}[n]=\mathbf{x}[n]+0.5\mathbf{k}_2[n] \\ \mathbf{u}[n]=\mathbf{u}[n] \\ \boldsymbol{\theta}[n]=\boldsymbol{\theta}[n]}} \\ \frac{\partial \mathbf{k}_4[n]}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} &= \mathbf{T}_s \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} + 0.5 \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}[n]} \frac{\partial \mathbf{k}_3[n]}{\partial \boldsymbol{\theta}[n]} \right) \right] \Bigg|_{\substack{\mathbf{x}[n]=\mathbf{x}[n]+\mathbf{k}_3[n] \\ \mathbf{u}[n]=\mathbf{u}[n] \\ \boldsymbol{\theta}[n]=\boldsymbol{\theta}[n]}} \end{aligned} \quad (3.49)$$

şeklindedir. Buradaki çevrim içi parametre kestiriminde kullanılacak türev hesaplamalarında RK modeli ile elde edilir.

## 4. RKMPC'NİN PMSM'YE UYGULANMASI

Şekil 4.1'de RKMPC metodun PMSM'ye uygulanmasını gösteren kontrol sisteminin blok diyagramı gösterilmiştir. Burada üç adet analog/dijital (ADC) dönüştürücü kullanılmıştır. İki tanesi PMSM'nin 3-fazlı stator sargılarına uygulanan A ve B iki faz akımlarını ( $i_A$ - $i_B$ ) ölçmek için ve diğer üçüncü kullanılan ADC dönüştürücü ise IGBT eviricinin DC bara gerilimini ölçmek için kullanılmıştır.

Blokta ADC1 ve ADC2 dönüştürücüler yardımıyla 2-faz akımı  $i_A$  ve  $i_B$ 'nin değerleri ölçülmüştür. Diğer üçüncü faz olan  $i_C$  akımın değeri  $i_A+i_B=i_C$  şeklinde 3-fazlı akımların dengede olduğu varsayımıyla hesaplanmıştır. Fazlardan ADC dönüştürücü kullanılmaya gerek duyulmamıştır. Daha sonra ölçülen ve hesaplanan 3-fazlı stator akımları RKMPC algoritmasında durum vektör sinyalleri olarak kullanılmak üzere 2-faz rotor düzlemde olan  $i_d$  ve  $i_q$  akımlarına dönüştürülmüştür. Bunu gerçekleştirmek için ilk önce Clark dönüşüm ( $a, b, c \rightarrow \alpha, \beta$ ) daha sonrada Park dönüşüm ( $\alpha, \beta \rightarrow d, q$ ) kullanılmıştır.



Şekil 4.1: RKMPC'nin PMSM'ye uygulanmasının kontrol blok diyagramı.

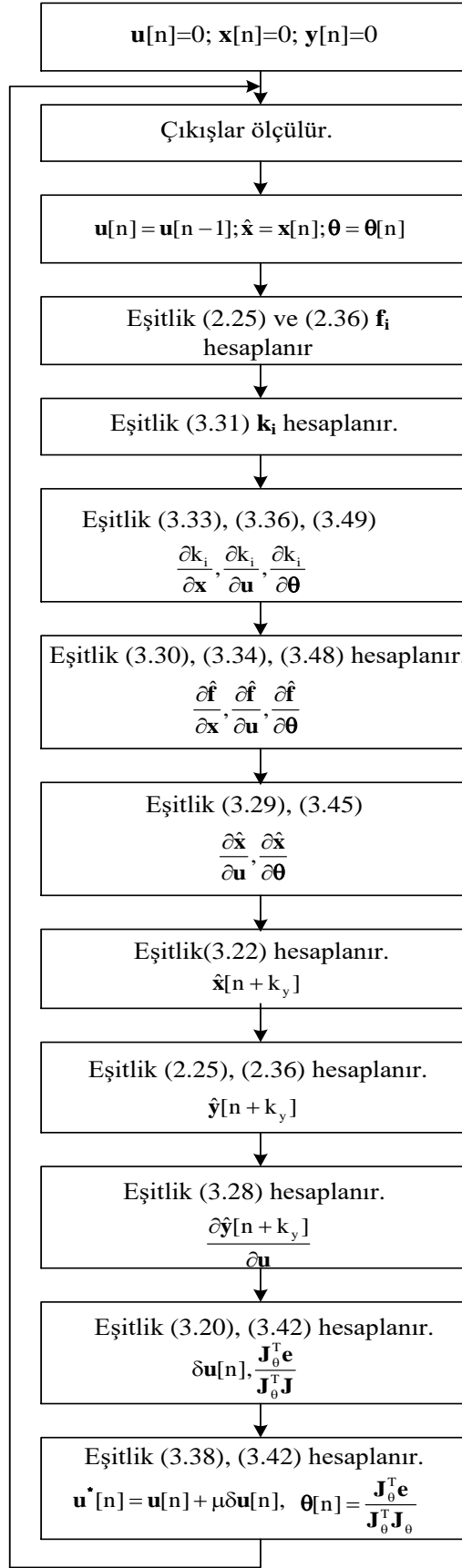
RKMPC algoritmasında kullanılan diğer bir durum vektör işareti ise hız'dır. Hız işareti  $\omega$  (rad/s) PMSM'nin enkoderinden alınan rotorun mekaniksel döner hız

bilgisidir. Ayrıca, enkoderden alınan ikinci bir işaret rotorun pozisyonunu  $\theta$  (rad) ileten işarettir. Bu işaret de Park ve Ters Park dönüşüm bloklarında kullanılır. Rotorun hız ve pozisyon bilgisi artımsal enkoder (2500ppr) kullanılarak ölçülmüştür.

RKMPC bloğu PMSM'nin kontrolünü gerçekleştirmek için tüm RKMPC algoritmalarının uygulandığı bloktur. Bu bloğun girişinde PMSM'nin çalışması istenilen referans hız ( $\omega_{ref}$ ) değeri ve hız kontrolünde herhangi bir alan zayıflatması yapılmadığı için  $i_d=0$  referans değeri tanımlanır. Ayrıca ölçülen durum işaretleri de d-eksen ve q-eksen ( $i_d$  ve  $i_q$ ) akımları ile enkoderden alınan hız bilgiside ( $\omega$ ) giriş olarak tanımlanır. RKMPC bloğunda gerekli hesaplamalar yapıldıktan sonra çıkışında sistem giriş kontrol işareti olarak  $u_d$  ve  $u_q$  gerilimleri bu blokta çıkış işareti olarak verir. Daha sonra SVPWM bloğunun girişine uygulanmak üzere ters Park dönüşümüyle tekrar 2-faz sabit düzleme  $u_\alpha$  ve  $u_\beta$ 'ya dönüştürülür. PMSM'in stator sargılarına gerilim uygulanmasını sağlayan eviricideki IGBT transistörlerin hangi sırada ve ne kadar zamanda anahtarlayacağı SVPWM algoritması ile hesaplanır ve IGBT eviricisine uygulanır. Böylece PMSM' nin hız kontrolü yapılmış olunur.

#### 4.1. RKMPC Algoritmasının Uygulanması

PMSM'nin kontrolünü sağlayan RKMPC bloğunda uygulanan algoritmanın akış çizelgesi Şekil 4.2'de gösterilmiştir. Bölüm 3'te RKMPC'nin nasıl uygulandığı anlatılmıştı. Algoritma RK modeli kullanarak öngörü ufku kadar ( $K_u$ ) adım tahminleri ve bunun türevlerini hesaplar. (3.15) eşitliğindeki düzeltme terimini ( $\delta\mathbf{u}[n]$ ) bulmak için Gradyan vektörü ve Hessian matrisi hesaplanır. Daha sonra optimize edilen kontrol giriş işareti hesaplanan düzeltme terimi ile şu şekilde güncellenir  $\mathbf{u}^*[n]=\mathbf{u}[n]+\delta\mathbf{u}[n]$ . Böylece, sistem giriş kontrol işareti elde edilir. Bununla beraber PMSM'nin doğrusal olmayan matematiksel dinamiklerindeki parametre değişimleri ve bilinmeyen ani tork değerlerini kestirmek için ölçülen gerçek ve öngörülen durum işaretleri arasındaki fark alınarak hataların ve Jacobian matrisinin elde edilmesi ile (3.42) eşitliğinden yeni parametre değerleri hesaplanır.

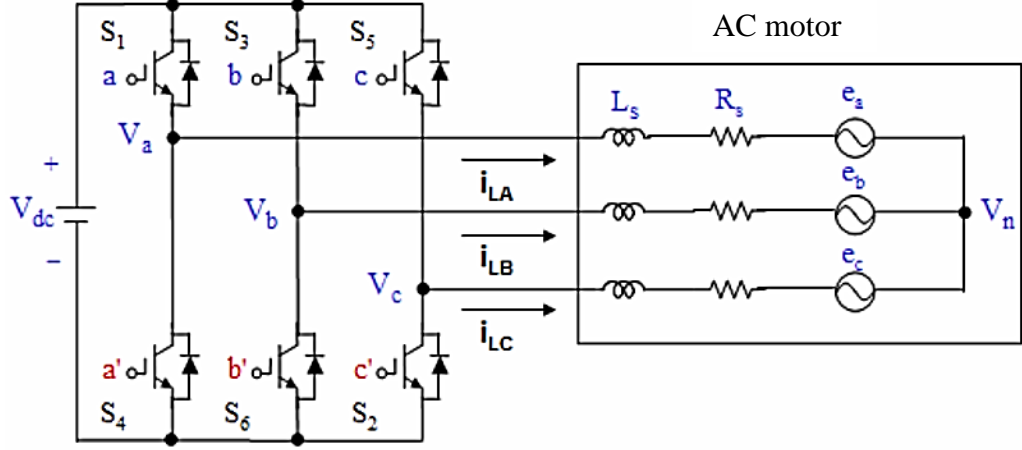


Şekil 4.2: RKMPC algoritmasının akış çizelgesi.

## 4.2. SVPWM

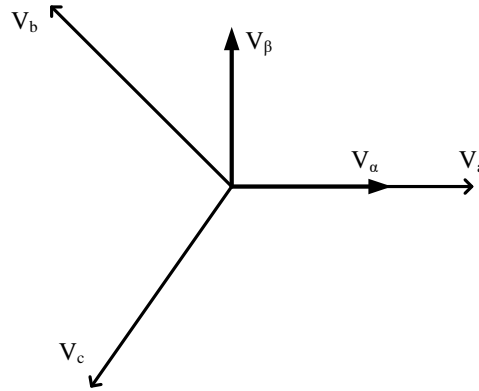
Elektrik motorların değişik çalışma hız aralıklarında çalışması için gerilimin genliği ve frekansı değişen bir AC dalga biçimi kullanılır. Bu işlem bir evirici vasıtasıyla PWM tekniği ile elde edilir. Temel fikir, kontrollü gerilim, akım, güç ve frekans elde etmek için darbelerin süresini veya görev oranını ayarlamak ve eşit alan kriterlerini karşılamaktır. Hızlı sayısal işaret işlemcileri (DSP), mikrodenetleyiciler ve FPGA'ların ortaya çıkmasıyla karmaşık PWM algoritmalarının uygulanmaları daha kolay hale getirildi. Günümüzde kontrol stratejileri, uzay vektör modülasyon (SVM) tekniği gibi sayısal modülasyon tekniklerini gerektiren sayısal sistemlerde uygulanmaktadır. SVPWM, klasik sinüs PWM ile kıyasla DC bara gerilimini daha verimli kullanmasından dolayı en popüler ve en çok tercih edilen gerçek zamanlı PWM tekniklerinden biridir (Nisha 2014). SVM sayısal kontrol tekniklerinde, gerilim kaynaklı eviricide yaygın olarak kullanılmaktadır ve 3-fazlı gerilim kaynaklı eviricide daha az harmonik bozunumu üretir (Nagaiyah ve Gnanatheja, 2013). 3-fazlı gerilim kaynaklı eviricide, genlik, faz ve frekans her zaman kontrol edilebilir.

3-fazlı gerilim kaynaklı PWM eviricinin devre modeli Şekil 4.3'de verilmiştir. Burada  $V_a$ ,  $V_b$  ve  $V_c$  yıldız bağlı motor sargılarına uygulanan çıkış gerilimleridir ve  $V_{dc}$  eviricinin DC bara gerilimidir. Burada S1-S6; a, a', b, b', c, c', anahtarlama değişkenleriyle kontrol edilerek çıkış veren 6 adet güç anahtarlarıdır. Üstteki bir transistör açık olduğunda karşılık gelen alttaki transistör kapalıdır. SVPWM 2-fazlı sabit  $\alpha$ - $\beta$  karmaşık düzlemde gerilimlerin uzay vektör ifadesine dayanan sinüzoidal PWM'dan farklı bir yaklaşımdır. SVPWM, 3-fazlı bir güç eviricinin üstteki üç güç transistörün özel bir anahtarlama sırasını ifade eder. Sekiz farklı anahtarlama kombinasyonu vardır: (000), (100), (110), (010), (011), (001), (101) ve (111). Burada (000) ve (111) anahtarlama durumunda motora akım akışı olmaz ve bu yüzden hat gerilimi sıfırdır. Diğer altı durumla motor terminallerine uygulanacak gerilimler üretilir.



Şekil 4.3: 3-fazlı gerilim kaynaklı PWM invertör (Jung 2005).

Şekil 4.4’de uzay vektör dönüşümü gösterilmiştir. Burada 3-fazlı (a,b,c) sabit düzlemi ve 2-fazlı sabit ( $\alpha$ - $\beta$ ) karmaşık düzlem tek bir düzlemde temsil edilebilir. Burada 3-fazlı fazın ( $V_a$ ) faz gerilimi ile 2-fazlı fazın ( $V_\alpha$ ) fazı aynı düzlemde dir.



Şekil 4.4: Uzay vektör dönüşümü.

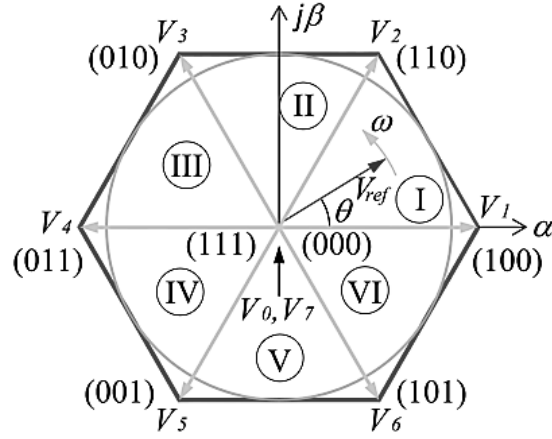
PMSM’nin 3-fazlı stator sargılarına sinüzoidal ve dengeli 3-faz gerilimler uygulanır (Arulmozhiyal ve Baskaran 2009). Bu gerilimler,

$$\vec{V} = \frac{2}{3} [V_{An} + V_{Bn} e^{j2\pi/3} + V_{Cn} e^{-j2\pi/3}] \quad (4.1)$$

şeklindedir. Burada  $\frac{2}{3}$  normalizasyon faktörüdür. Faz gerilimleri ise,

$$\begin{aligned}
V_{An} &= V_m \cos \omega t \\
V_{Bn} &= V_m \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\
V_{Cn} &= V_m \cos \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right)
\end{aligned} \tag{4.2}$$

şeklinde ifade edilir. Eğer evirici Şekil 4.5’de gösterildiği gibi ilk durumda (100) ile çalışmaya başlar ise, karmaşık uzay vektör düzleminde gösterilen tüm evirici durumları için gerilim uzay vektörlerini hesaplamak mümkündür (Maamoun ve diğ. 2010). Bu mümkün olan uzay vektörler (4.1) eşitliği kullanılarak hesaplanır. Uzay vektörlerinin ucu, bir araya getirildiğinde bir altıgen oluşturur.



Şekil 4.5: 3-fazlı VSI için gerilim uzay vektörleri.

Altı aktif vektörün herbirinin genliği  $(2/3)V_{dc}$  ‘ye eşittir ve sıfır değerde olmayan herhangi iki komşu arasındaki açı  $60^0$ . Bu arada, iki sıfır vektör ( $V_0$  ve  $V_7$ ) başlangıç noktasındadır ve yüke sıfır voltaj uygular. Sekiz vektöre temel uzay vektörleri denir ve  $V_0, V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$  ve  $V_7$  ile gösterilir. Referans vektör  $V_{ref}$ , eviricinin çıkış geriliminin temel frekans hızında dönerken uzay vektörler sabittir. Temel frekansın ( $\omega$ ) bir saykılı bir kez daire çizer.

Anahtarlama değişken vektörü  $[a, b, c]^T$  ve hat gerilim vektörü  $[V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}]^T$  arasındaki ilişki,

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = V_{dc} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \tag{4.3}$$



şeklinde tanımlanır. Aynı zamanda, anahtarlama değişken vektörü  $[a, b, c]^T$  ve faz gerilim vektörü  $[V_{an} V_{bn} V_{cn}]^T$  arasındaki ilişki ise,

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \frac{V_{dc}}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

şeklinde dir. Tablo.4.1’de anahtarlama durumları ve uygun gelen faz gerilimlerin özeti verilmiştir.

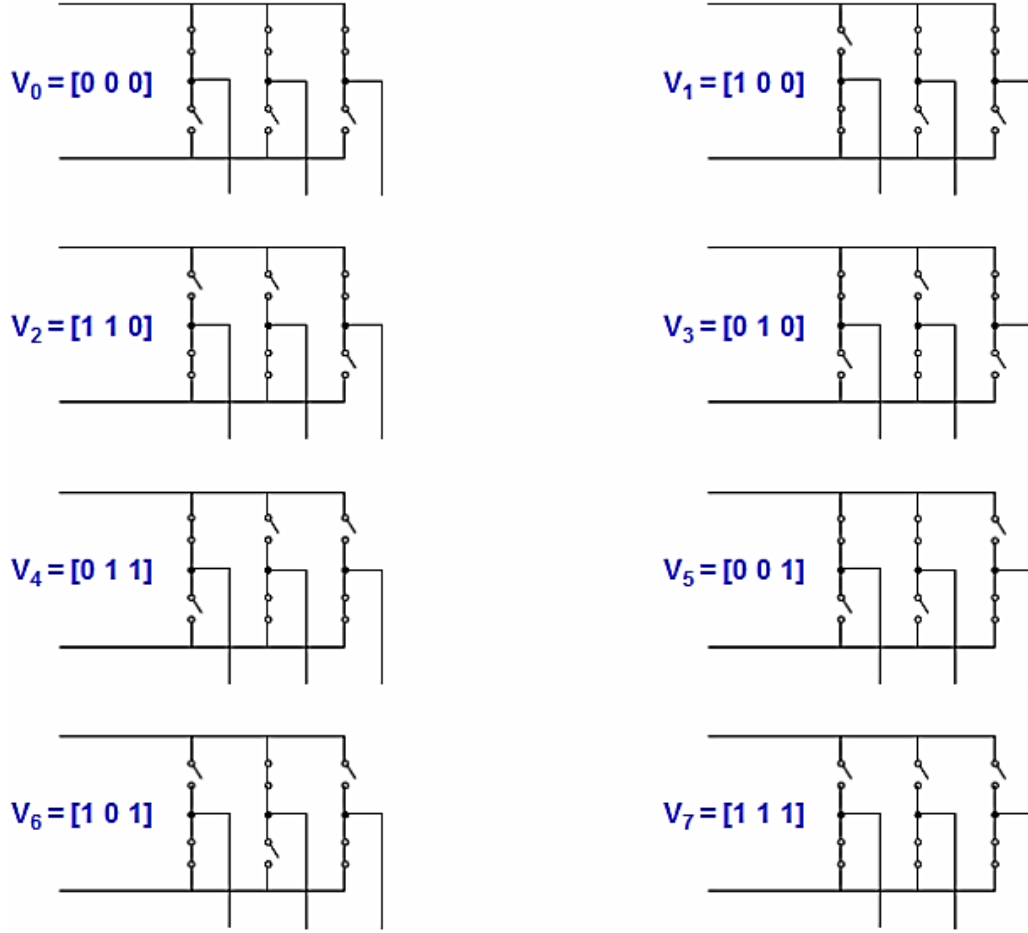
**Tablo 4.1:** Evirici anahtarlama durumlarının özeti

Gerilim Vektörleri	Anahtarlama Vektörleri			Faz Gerilimleri			Hat Gerilimi		
	a	b	c	$V_{an}$	$V_{bn}$	$V_{cn}$	$V_{ab}$	$V_{bc}$	$V_{ca}$
$V_0$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$V_1$	1	0	0	$2V_{dc}/3$	$-V_{dc}/3$	$-V_{dc}/3$	1	0	-1
$V_2$	1	1	0	$V_{dc}/3$	$V_{dc}/3$	$-2V_{dc}/3$	0	1	-1
$V_3$	0	1	0	$-V_{dc}/3$	$2V_{dc}/3$	$-V_{dc}/3$	-1	1	0
$V_4$	0	1	1	$-2V_{dc}/3$	$V_{dc}/3$	$V_{dc}/3$	-1	0	1
$V_5$	0	0	1	$-V_{dc}/3$	$-V_{dc}/3$	$2V_{dc}/3$	0	-1	1
$V_6$	1	0	1	$V_{dc}/3$	$-2V_{dc}/3$	$V_{dc}/3$	1	-1	0
$V_7$	1	1	1	0	0	0	0	0	0

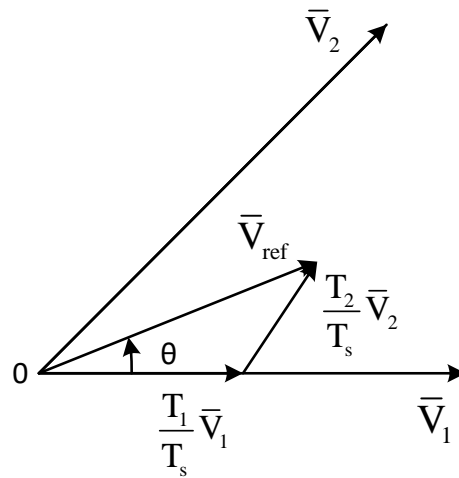
Şekil 4.6’da eviricinin sekiz tane gerilim vektör ( $V_0$ - $V_7$ ) durumları gösterilmiştir. SVPWM 3-fazlı bir eviricinin en üstteki üç güç transistörlerin özel bir anahtarlama sırasını ifade eder. Bir AC motorun fazlarına uygulanan çıkış gerilimleri ve/veya akımlarında daha az harmonik oluşur ve sinüzoidal modülasyon tekniği ile karşılaştırıldığında daha fazla verimlilik sağlanır (Jung 2005).

SVM'nin uygulanması için referans gerilim ( $V_{ref}$ ), en yakın iki aktif komşu vektör ve sıfır vektör kullanılarak elde edilir. Aktif vektörlerin seçimi, referansın bulunduğu sektör numarasına bağlıdır. Referans gerilim ( $V_{ref}$ ) bulunduğu anda, SVM uygulaması için kullanılacak vektörler tanımlanır. Bir sonraki görev, '**bekleme süresi**' adı verilen her bir vektörün uygulama zamanını bulmaktır. Eviricinin çıkış gerilim frekansı, referans gerilimin hızı ile aynıdır ve çıkış gerilim genliğide, referans gerilim ile aynıdır.

Her anahtarlama periyodu  $T_s$  için, komşu iki uzay vektörünün geometrik bir toplamı olarak referans vektörü Şekil 4.7'de gösterilmiştir ve volt-saniye dengelemesi uygulanarak matematiksel olarak ifade edilmektedir.



Şekil 4.6: Eviricinin sekiz gerilim vektör durumları.



Şekil 4.7: Sektör 1'deki komşu vektörlerin bir kombinasyonu olarak referans vektör.

Referans gerilim ( $V_{ref}$ ),

$$\vec{V}_{ref} = V_{ref} \angle \theta = \frac{T_1}{T_s} V_1 + \frac{T_2}{T_s} V_2 + \frac{T_0}{T_s} V_0 \quad (4.5)$$

şeklinde hesaplanır.  $T_1$ , uzay vektörü  $V_1$ 'in uygulandığı zamandır,  $T_2$ , temel uzay vektörü  $V_2$ 'nin  $T_2$  süresi içinde uygulanması gereken süredir ve  $T_0$ , boş  $V_0$  ve  $V_7$  vektörlerinin uygulandığı süredir. SVM algoritması aşağıdaki adımlarla uygulanır:

1. Referans gerilim ve açı " $\theta$ " hesaplanması,
2. Sektör numarasının belirlenmesi,
3. Uzay vektörü görev döngüsünün hesaplanması,
4. Transistörlerin anahtarlama zamanlarının belirlenmesi (S1-S6),
5. SVM darbelerinin üretilmesi.

#### 4.2.1. Referans Gerilim ve Açı " $\theta$ " Hesaplanması

Uzay vektörü diyagramında bir sektörden diğer sektöre hareket eden referans vektörün ( $V_{ref}$ ) geçişi sırasında, anahtarlama kayıplarını azaltmak için minimum sayıda anahtarlama gerektirir. Uzay vektörün, (4.6) eşitlikte  $V_{ref}$ 'in ( $\alpha$ - $\beta$ ) düzlemde genliği ve (4.7) eşitlikte açısı hesaplanır.

$$|V_{ref}| = \sqrt{V_\alpha^2 + V_\beta^2} \quad (4.6)$$

$$\omega.t = \theta = \tan^{-1} \left( \frac{V_\beta}{V_\alpha} \right) \quad (4.7)$$

#### 4.2.2. Sektör Numarasının Belirlenmesi

Altı aktif vektör eşit büyüklüktedir ve karşılıklı olarak  $\pi/3$  ile yer değiştirmiştir. Bu vektörler karmaşık düzlemi I ile VI arasındaki altı sektöre ayırır. Altıgen içinde istenen herhangi bir referans gerilim vektörü, onu aktif gerilim vektörleri boyunca

uzanan bileşenlere ayrıştırarak analiz edilebilir. Genel ifade (4.8) eşitliğinde verilmiştir (Wu 2006).

$$V_n = \frac{2}{3} V_{da} e^{j(n-1)\pi/3} \quad n=1,2,\dots,6 \quad (4.8)$$

### 4.2.3. Uzak Vektör Görev Döngüsünün Hesaplanması

Görev döngüsü hesaplaması iki komşu vektörün oluşturduğu her üçgen sektör için yapılır. Her sektör sınır durum vektörü ve sıfır durum vektörleri için ayrı görev döngüleri (4.9)-(4-12) eşitliklerdeki gibi verilir.

$$\int_0^{T_s} V_{ref} dt = \int_0^{T_1} V_1 dt + \int_{T_1}^{T_2} V_2 dt + \int_{T_2}^{T_s} V_0 dt, \quad (4.9)$$

$$d_\alpha = \frac{3}{2} \frac{V_{ref}}{V_{dc}} \frac{\sin(\frac{\pi}{3} - \theta)}{\sin(\frac{\pi}{3})} = \frac{3}{2} m \frac{\sin(\frac{\pi}{3} - \theta)}{\sin(\frac{\pi}{3})} \quad (4.10)$$

$$d_\beta = \frac{3}{2} \frac{V_{ref}}{V_{dc}} \frac{\sin \theta}{\sin(\frac{\pi}{3})} = \frac{3}{2} m \frac{\sin \theta}{\sin(\frac{\pi}{3})} \quad (4.11)$$

$$d_0 = 1 - d_\alpha - d_\beta \quad (4.12)$$

Burada m, modülasyon indeksidir,  $0 \leq m \leq 0.866$  'dır.

$$d_\alpha = \frac{T_1}{T_s}, d_\beta = \frac{T_2}{T_s}, d_0 = \frac{T_0}{T_s} \quad (4.13)$$

Yedi sektör için kalma süreleri,  $T_s$  örnekleme periyoduna eklenir. Sektör-I'deki anahtarlama süresi (bekleme süresi) (4.14)-(4.16) eşitliklerdeki gibi hesaplanır. Buradaki modülasyon indeksi  $m = V_{ref}/V_{dc}$  'dir.

$$T_1 = \frac{3}{2} \frac{V_{ref}}{V_{dc}} \frac{\sin(\frac{\pi}{3} - \theta)}{\sin(\frac{\pi}{3})} T_s = \frac{3}{2} m \frac{\sin(\frac{\pi}{3} - \theta)}{\sin(\frac{\pi}{3})} T_s \quad (4.14)$$

$$T_2 = \frac{3 V_{\text{ref}}}{2 V_{\text{dc}}} \frac{\sin(\theta)}{\sin(\frac{\pi}{3})} T_s = \frac{3}{2} m \frac{\sin(\theta)}{\sin(\frac{\pi}{3})} T_s \quad (4.15)$$

$$T_0 = T_s - T_1 - T_2 \quad (4.16)$$

Burada  $T_s = \frac{1}{f_s}$  'dir. Herhangi bir sektörde anahtarlama süresinin genel ifadesi,

$$T_n = \frac{3 V_{\text{ref}}}{2 V_{\text{dc}}} \frac{\sin(\frac{\pi}{3} - \theta + \frac{(n-1)}{3} \pi)}{\sin(\frac{\pi}{3})} T_s = \frac{3}{2} m \frac{\sin(\frac{\pi}{3} - \theta + \frac{(n-1)}{3} \pi)}{\sin(\frac{\pi}{3})} T_s \quad (4.17)$$

$$T_{n+1} = \frac{3 V_{\text{ref}}}{2 V_{\text{dc}}} \frac{\sin(\theta - \frac{(n-1)}{3} \pi)}{\sin(\frac{\pi}{3})} T_s = \frac{3}{2} m \frac{\sin(\theta - \frac{(n-1)}{3} \pi)}{\sin(\frac{\pi}{3})} T_s \quad (4.18)$$

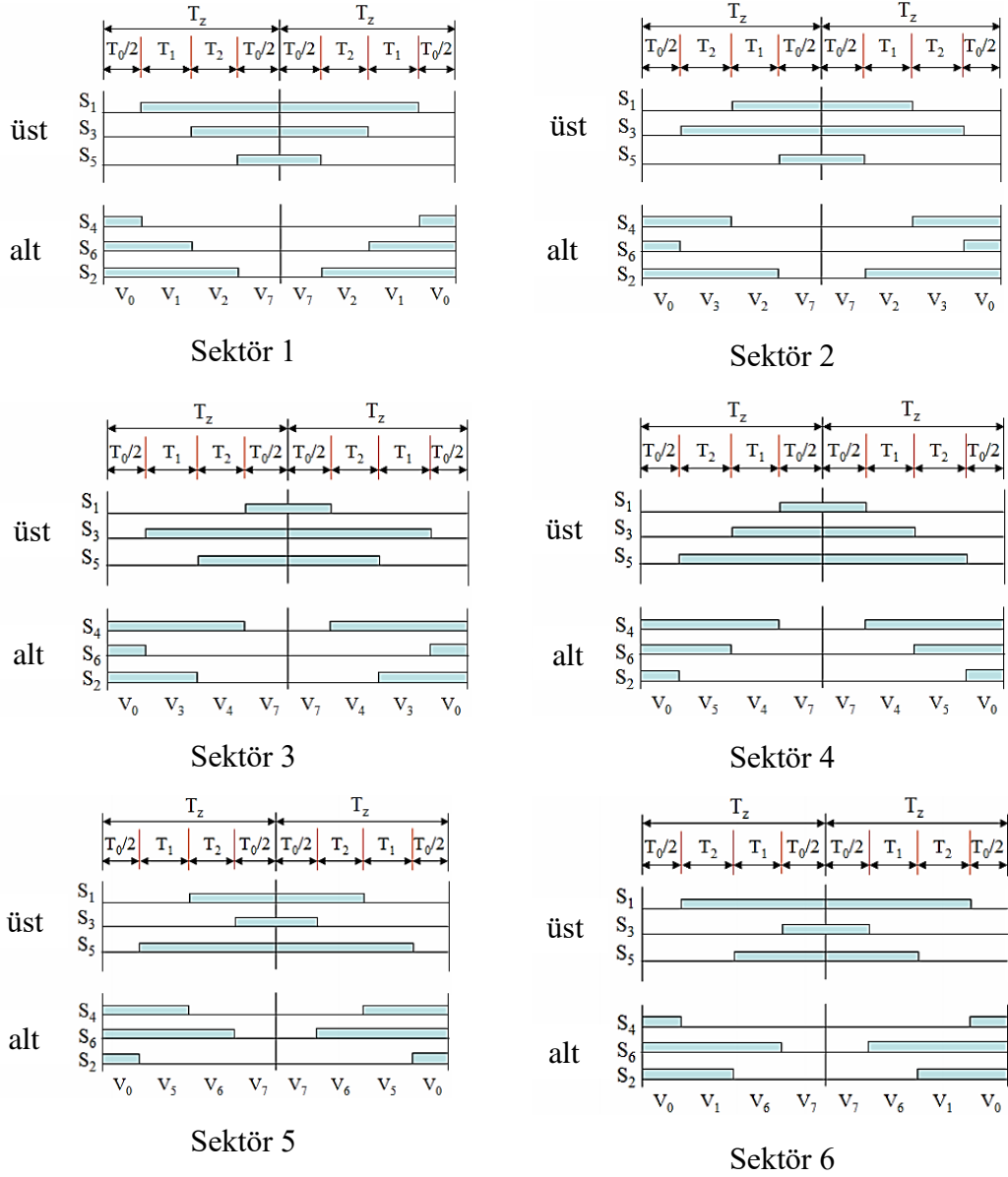
$$T_0 = T_s - T_n - T_{n+1} \quad (4.19)$$

şeklinde temsil edilebilir.

Burada  $n=1,2,\dots,6$  ve  $0 \leq \theta \leq 60^\circ$  Bu toplam anahtarlama periyodu  $T_s$  için her bir evirici durumun  $T_0$ ,  $T_1$  ve  $T_2$  anahtarlama zamanlarını verir. Zaman periyotları için hem aktif hem de sıfır vektörlerin uygulanması, ortalama gerilimin istenildiği gibi aynı genlikte olmasını sağlar

#### 4.2.4. Transistörlerin Anahtarlama Zamanlarının Belirlenmesi

Anahtarlama işlemi sıfır durum vektörü ile başlar ve başka bir sıfır durum vektörü ile biter. Gerilim uzay vektörün her bir sektördeki SVPWM anahtarlama modelleri Şekil 4.8'de gösterilmiştir. Burada altı sektörün anahtarlama modeli mevcuttur (Jung 2005).



Şekil 4.8: Gerilim uzak vektörün her bir sektörde SVPWM anahtarlama modelleri.

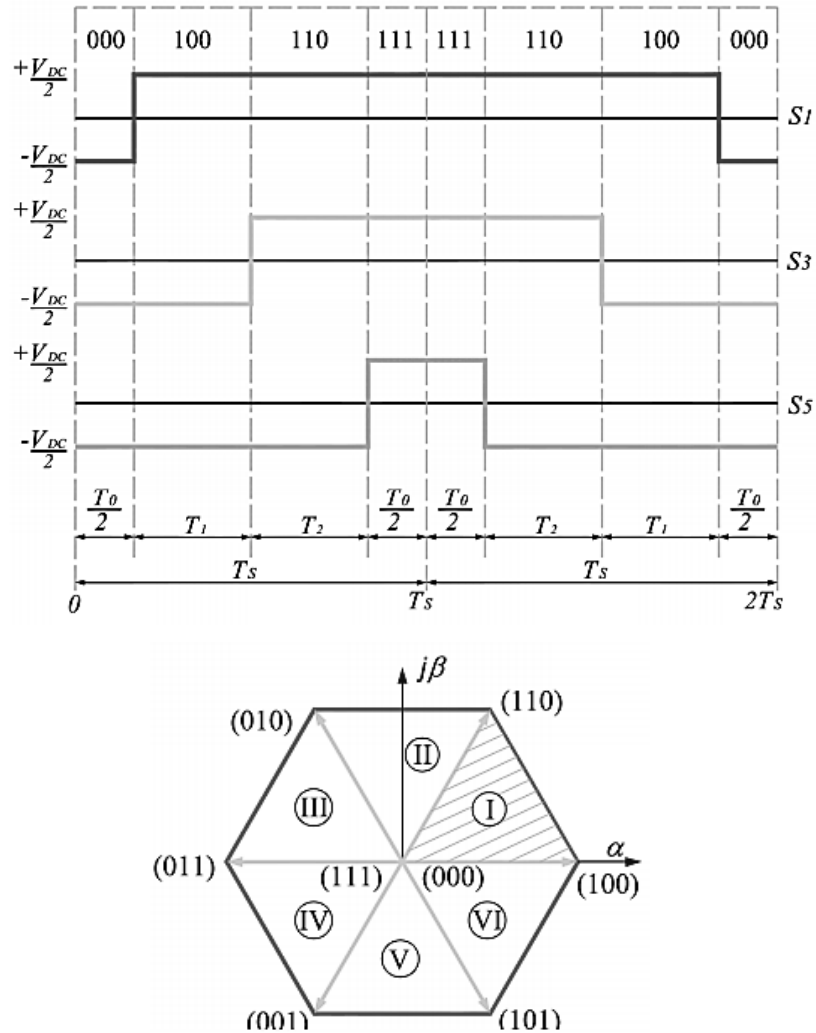
#### 4.2.5. PWM Darbelerinin Üretilmesi

Tablo 4.2’de her bir sektördeki anahtarlama zamanlarının hesaplanması gösterilmiştir. 3-faz için altı sektörde anahtarlama darbesi üretilebilir. Gereksiz anahtarlama durumları örnekleme periyodu başına anahtarlama sayısını azaltmak için kullanılır. Anahtarlama karşılık gelen 111 durumu örnekleme periyodunun merkezinde  $T_0$  segmenti için seçilmiştir, 000 durumu, her iki taraftaki  $T_0/2$  segmenti için kullanılır (Nisha ve diğ. 2012).

**Tablo 4.2:** Anahtarlama zaman hesabı

SEKTÖR	ÜST ANAHTARLAR		
	S <sub>1</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>5</sub>
I	$T_1+T_2+T_0/2$	$T_2+T_0/2$	$T_0/2$
II	$T_1+T_0/2$	$T_1+T_2+T_0/2$	$T_0/2$
III	$T_0/2$	$T_1+T_2+T_0/2$	$T_2+T_0/2$
IV	$T_0/2$	$T_1+T_0/2$	$T_1+T_2+T_0/2$
V	$T_2+T_0/2$	$T_0/2$	$T_1+T_2+T_0/2$
VI	$T_1+T_2+T_0/2$	$T_0/2$	$T_1+T_0/2$

Sektör-1’de referans vektörü üretmek için yedi bölümlü bir anahtarlama dizisi Şekil 4.9’da gösterilmiştir.



**Şekil 4.9:** Sektör-1 için anahtarlama sinyalleri.

### 4.3. KISITLAR

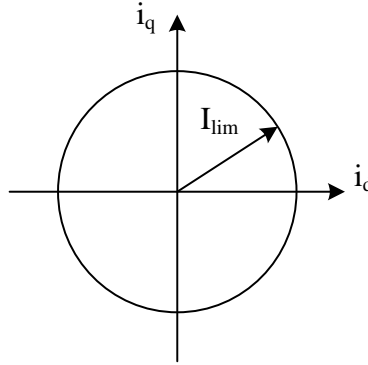
RKMPC ile kontrol algoritmalarının oluşturulmasında durum sinyalleri ve giriş sinyallerine maksimum ve minimum aralıklarda kısıtlar tanımlanmaktadır. Bir PM motorun çalışması için 3-faz stator sargılarındaki olası gerilim ve akımın değerleri belirli aralıklarda kalmalıdır. Bu değerler, motoru çalıştırmak ve uzun ömürlü olmasını sağlamak için üretici tarafından sağlanır (Sgarbossa 2008). Bu kısıtlar genellikle akım ve gerilim kısıtlarıdır.

#### 4.3.1. Akım Kısıtları

Makinenin anma değeri ya da eviricinin maksimum akım kapasitesi ( $I_{lim}$ ) ile belirlenir. Uygulanan akım vektörünün genliği ( $I_{lim}$ ),

$$(i_d)^2 + (i_q)^2 \leq I_{lim}^2 \quad (4.20)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu, Şekil 4.10'da gösterildiği gibi, akım kısıtlaması  $i_d$  ve  $i_q$  eksenlerdeki bir çemberi ifade eder.



Şekil 4.10: Akım kısıtlaması.

#### 4.3.2. Gerilim Kısıtları

Aynı şekilde maksimum gerilim DC bara gerilimi  $V_{lim}$  ile belirlenir. d-eksen ve q-eksen gerilim değerleri,



$$V_d = r_s i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega \lambda_q \quad (4.21)$$

$$V_q = r_s i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega \lambda_d \quad (4.22)$$

şeklinde tanımlanır. Kararlı durumda ve  $r_s$  ihmal edildiğinde (4.21) ve (4.22) eşitlikleri aşağıdaki eşitliklere indirgenir.

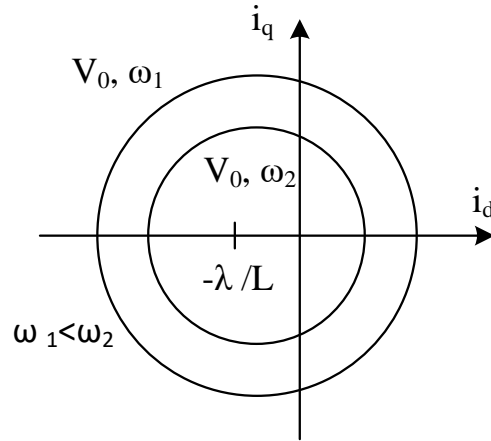
$$V_d = -\omega \lambda_q \quad (4.23)$$

$$V_q = \omega \lambda_d \quad (4.24)$$

Uygulanan faz gerilim vektörünün genliği  $V_{lim}$ ,

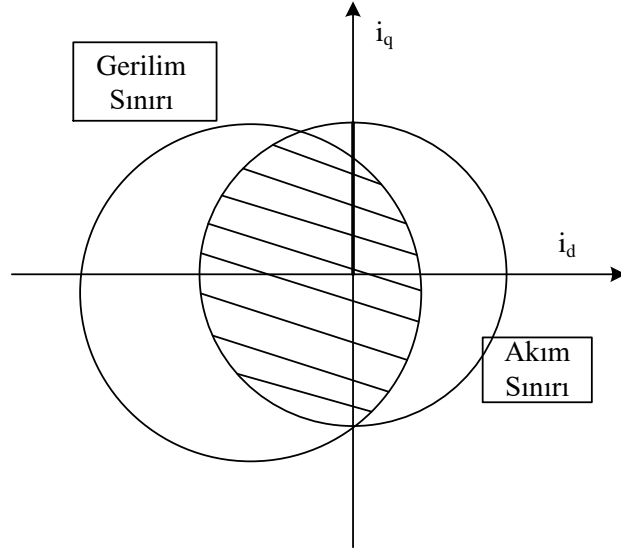
$$(V_d)^2 + (V_q)^2 = V_0^2 \leq V_{lim}^2 \quad (4.25)$$

şeklinde ifade edilebilir. (4.25) eşitliği,  $i_d$ - $i_q$  eksenlerindeki bir çemberi ifade eder. Hız arttığı zaman Şekil 4.11’de görüldüğü gibi, çember daha küçük olur, merkez her zaman aynıdır (Alsayd 2001).



Şekil 4.11: Gerilim kısıtı.

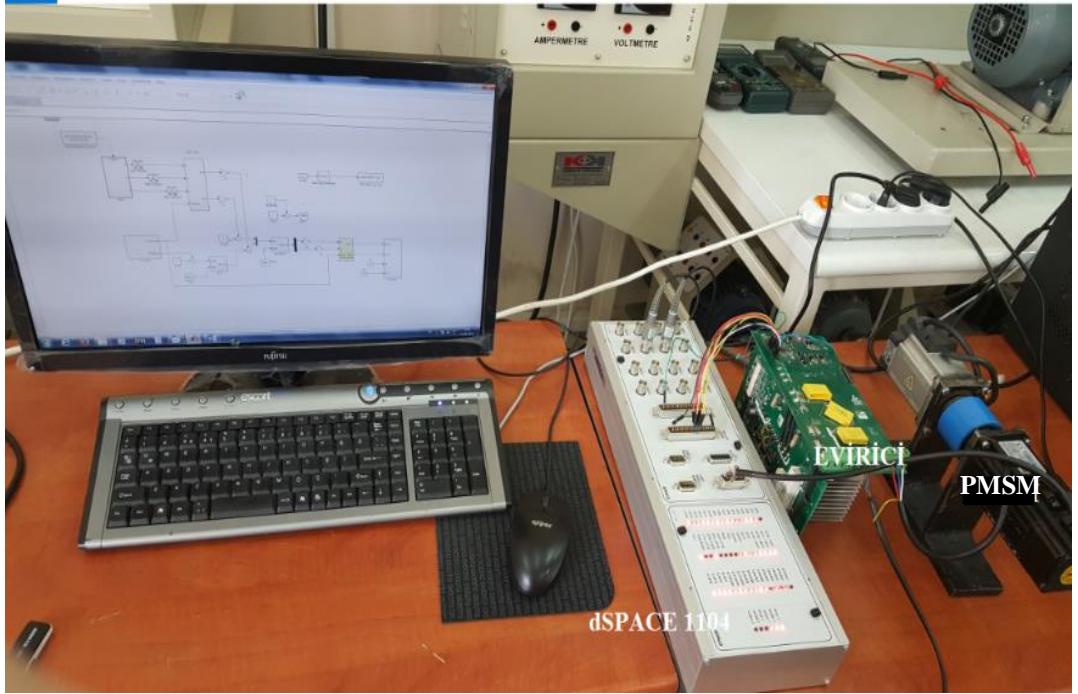
Şekil 4.12’de akım ve gerilim kısıtları aynı düzlemde gösterilmiştir.



**Şekil 4.12:** Akım ve gerilim kısıtları.

## 5. DENEYSEL ÇALIŞMA VE SONUÇLAR

PMSM'nin hız kontrolünü RKMPC ile gerçekleştirmek için kurulan deney düzeneği Şekil 5.1'de gösterilmiştir. Deney düzeneği; RKMPC ile kontrolün sağlanması için evirici ile bilgisayar arasında haberleşmeyi sağlayan dSPACE 1104 ACE kiti, kontrolü yapılan bir PMSM ve motorun 3-faz stator sargılarına gerilimin uygulanmasını sağlayan bir IGBT eviriciden oluşmaktadır. Ayrıca PMSM'ye yük olarak aynı güçte olan başka bir PMSM yük olarak kublaj bağlanmıştır.



Şekil 5.1: PMSM sisteminde RKMPC algoritmasını test etmek için kurulan deney düzeneği.

### 5.1. Deney Düzeninde Kullanılan Donanım Birimleri

Bu bölümde PMSM'nin hız kontrolünü RKMPC ile gerçekleştirmek için kurulan deney düzeneğinin donanımsal parçalarının teknik özellikleri ve çalışmaları anlatılmıştır.

### 5.1.1. dSPACE 1104

dSPACE 1104 sistemi motorlar, eviriciler ve sensörler gibi fiziksel dünya ile bilgisayar arasındaki haberleşmeyi sağlayan bir ara yüzdür. Gerçek zamanlı sistemlerin kontrolünü gerçekleştirmek için kullanılan bir araçtır. dSPACE 1104 sistemi, gerçek zamanlı sistemlerin kontrolü için bilgisayardan cihaza işaretler gönderir, ayrıca sayısal ya da analog işaret ölçümlerini de gerçekleştirir.

dSPACE 1104, 16-bit DSP-TI TMS320F240 mikro kontrolör, bir slave ve 250MHz hızda 16-bit kayan nokta işlemcili bir master işlemciden oluşmaktadır. Donanım, analog ve sayısal I/O'lu CP1104 kontrol kartından oluşur. Analog I/O işaretleri  $\pm 10$  Volt gerilim aralığında sistemden alır ya da sisteme gönderir. Sayısal I/O'lar, TTL (transistör-transistör-lojik) kurgusunda çalışır. Hızlı kontrol prototipleme (RCP) amacıyla, özel arayüz konektörleri ve konektör panelleri, kartın tüm giriş ve çıkış işaretlerine kolay erişim sağlar. A/D ve D/A giriş ve çıkışları BNC konektörleri, I/O ve PWM işaretleri D-sub 37-pin ve artımsal enkoder arabirimi D-sub 15-pin konektörleri aracılığıyla sağlanır (Marko ve diğ. 2017; DS1104 R&D Controller Board 2009).

Sayısal işaret işlemcisi (DSP), gerçek zamanlı bir durumda uygulanan güç elektroniği cihazlarını kontrol etmek için yaygın olarak kullanılır. dSPACE 1104, A/D ve D/A dönüştürücüler gibi sayısal kontrol sistemlerinde kullanılan bir dizi yerleşik çevre birimi ile desteklenir. İşlemci, gelişmiş I/O amaçları için ikincil işlemci görevi gören bir TMS320F240 ile donatılmıştır (Talip ve diğ., 2016).

dSPACE 1104 ve MATLAB/Simulink kullanarak gerçek zamanlı bir kontrol döngüsü uygulamak için Şekil 5.2'de gösterilen, masaüstü bilgisayar anakartının PCI genişleme yuvasına takılan dSPACE 1104 R&D kontrolör kartı ve Şekil.5.3'de gösterilen ADC, DAC ve enkoder gibi bağlantıları sağlayan CP1104 konektör panel gerekmektedir.

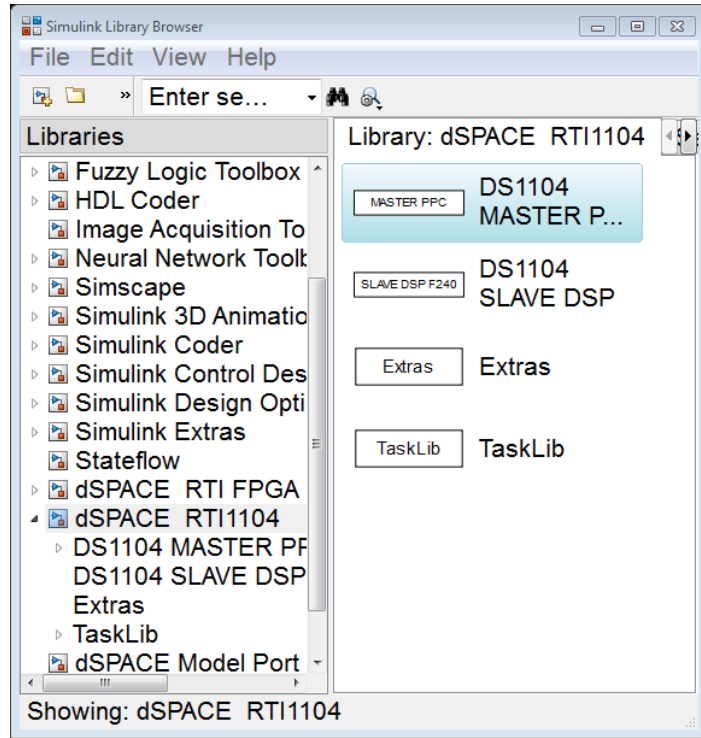


Şekil 5.2: dSPACE DS1104 R&D kontrolör kartı.



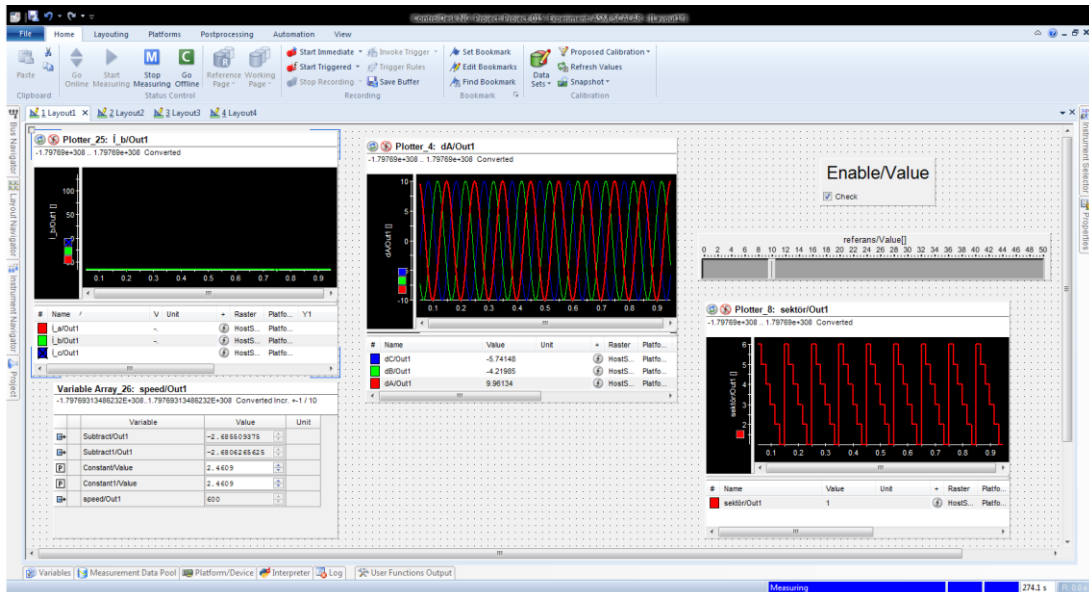
Şekil 5.3: CP1104 Konektör paneli.

Tüm gerçek zamanlı çalışmalar MATLAB/Simulink bloklar ile gerçekleştirilir. dSPACE 1104'ün simulink kütüphanesinde yer alan kendi blokları mevcuttur. Şekil 5.4'de MATLAB/Simulink blokları görülmektedir. Bu bloklar sayesinde gerçek zamanlı sistemden işaretlerin alınması, aynı zamanda bilgisayardan da oluşturulan işaretlerin gönderilmesi sağlanır. Tüm giriş/çıkışlar grafik olarak yapılandırılır ve bu bloklar Simulink blok şemasına yerleştirilebilir ve Simulink kodlayıcı ile model kodu oluşturularak çalıştırılır.



Şekil 5.4: dSPACE 1104 MATLAB/Simulink blokları.

Bu işaretlerin giriş ve çıkışlarını takip edebilmek için dSPACE 1104'ün kullanıcı arayüzü mevcuttur. Bu arayüz Şekil 5.5'de gösterilmiştir. Kullanıcının gerçek zamanlı çalışan sisteme kolaylıkla müdahale edebilmesini kolaylaştırır. Bu arayüz ile ölçümlerin yapılması, grafiksel olarak çıktıların görüntülenmesi ve oluşturulan sinyallerin uygulanması sağlanır.



Şekil 5.5: dSPACE 1104 kullanıcı arayüzü.

### 5.1.2. Evirici

Sürücülerin güç devresi, IGBT tabanlı 3-fazlı gerilim kaynaklı evirici ve kapı sürücü devrelerinden oluşur. Evirici modülleri kısa devre ve aşırı gerilim koruması ve ölü zaman kilidi ile korunur. Şekil 5.6'da IGBT evirici gösterilmiştir. Eviricide PMSM'nin 3-faz stator sargılarına gerilimin uygulanması için klemens vasıtasıyla PMSM ile evirici arasında bağlantı sağlanmıştır. Aynı zamanda SVPWM algoritmasının hesapladığı anahtarlama sırası ve zamanlaması dSPACE 1104 CP ile yapılmaktadır.

PMSM'nin 3-faz stator sargılarına uygulanan akımların ölçülmesi, evirici üzerindeki akım trafosu ile yapılır. 2-faz ( $i_A$  ve  $i_B$ ) akımlar ölçülerek üçüncü  $i_C$  akımı hesaplanır. Aynı şekilde DC bara gerilimi evirici üzerindeki gerilim trafosu yardımıyla ölçülür.



Şekil 5.6: IGBT Evirici.

### 5.1.3. PMSM

Şekil 5.7'de deney düzeneğinde kullanılan PMSM görülmektedir ve Tablo 5.1'de kullanılan bu PMSM'in parametreleri verilmiştir. PMSM'nin rotor yapısı yüzey mıknatıslıdır. Dolayısıyla d-eksen ve q-eksen endüktansları da ( $L_d-L_q$ ) birbirine eşittir.



Şekil 5.7: Deney düzeneğinde kullanılan PMSM.

Tablo 5.1: PMSM parametreleri.

Parametre	Birimi	Değeri
Anma gücü	Watt	400
Anma hızı	devir/dakika	3000
Anma torku	Nm	1.27
Anma akımı	Amper	2.8
Stator faz direnci ( R )	$\Omega$ (ohm)	2.5
d-eksek İndüktansı ( $L_d$ )	mH (mili henri)	7
q-eksek İndüktansı ( $L_q$ )	mH (mili henri)	7
Motor kutup sayısı		4

PMSM üzerinde iki adet kablo vardır bu kablolardan birisi güç kablosudur ve eviriciden stator sargılarına gerilim uygulanmasını sağlar. Diğer ikinci bağlantı kablosu, RKMPC algoritmasında kullanılmak üzere motor üzerinden geri besleme işareti olarak alınan motorun hız ( $\omega$ ) ve konum ( $\theta$ ) bilgisini içeren işaretleri iletir. Bu yüzden motor üzerinde bu işaretleri alabilmemiz için enkoder monte edilmiştir. Motor üzerinde kullanılan enkoder artımsal yapıya sahiptir ve 5 Volt ile beslenmektedir. Üzerine monte edilmiş olan artımsal enkoder devirde 2500 pals üretmektedir.



Deney düzeneğinde yük olarak kullanılan motor PMSM motordur. Tablo 5.2’de yük olarak kullanılan PMSM parametresi verilmiştir.

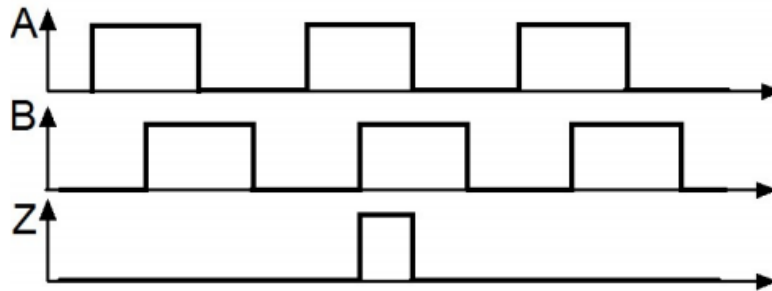
**Tablo 5.2** Yük olarak kullanılan PMSM parametreleri.

Parametre	Birimi	Değeri
Anma gücü	Watt	400
Anma hızı	devir/dakika	3000
Anma torku	Nm	1.3
Anma akımı	Amper	2.6

#### 5.1.4. Artımsal Enkoder

Enkoder geri bildirim sağlayan algılama aygıtıdır. En çok kullanılan pozisyon sensörlerinden biri artımsal enkoderdir. Modern ayarlanabilir hızlı elektriksel sürücülerin kontrolü, rotor hızı ve/veya pozisyon bilgisine ihtiyaç duyar. Artımsal bir enkoder, mili dönerken darbeler üreten geri beslemeli bir konum cihazıdır. Daha sonra darbeler, pozisyonu vermek için, genellikle tahrik içinde sayılarak toplanır. Artımlı kodlayıcıdan gelen çıkışlar normalde diferansiyeldir.

EIA-485 standart işaretleri ve dolayısıyla foto sensörden gelen sinüzoidal parlaklık değişimlerinin karesi alınmalı ve sonra uygun hat sürücüleri ile diferansiyel işarete dönüştürülmelidir. Her iki yönde göreceli hareketin algılanmasını sağlamak için, ızgara süresinin dörtte biri kadar yer değiştiren ayrı sabit ızgaralarla iki foto sensör kullanılır. Bu, 90° ile yer değiştiren iki işaret verir. Bunlar genellikle kareleme işaretleri olarak adlandırılır ve bunlar arasındaki faz ilişkisi dönme yönünü algılamak için kullanılabilir. Şekil 5.8’de çıkış işaretlerinin değişimi gösterilmiştir.



**Şekil 5.8:** Çıkış sinyallerinin diyagramı.

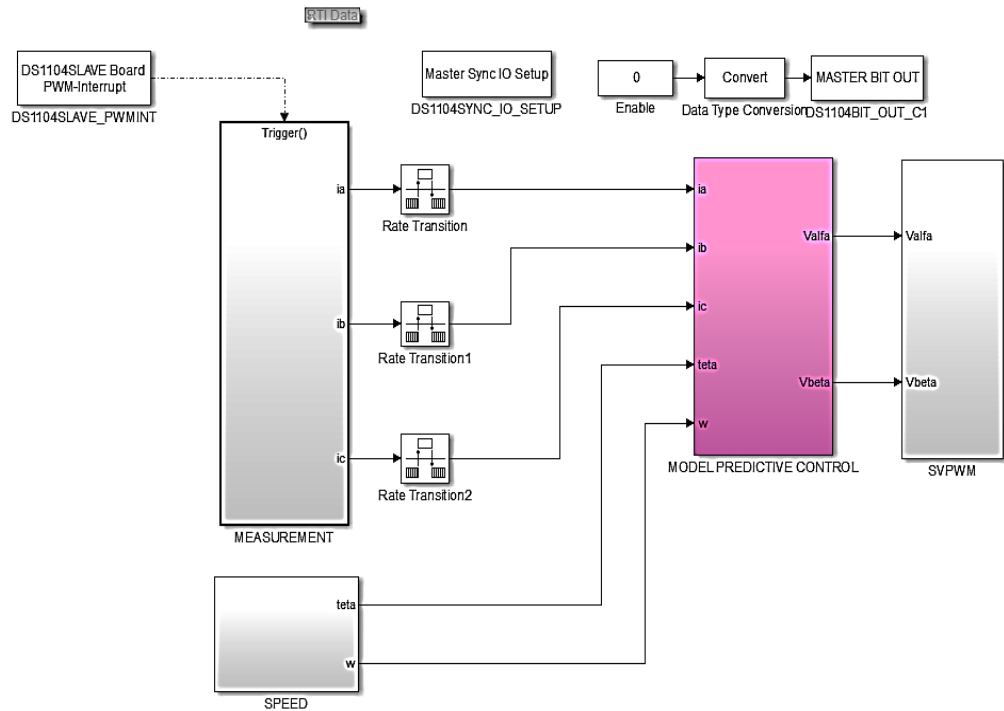
Sürücüde, A ve B kanal işaret kenarlarının her birinde artış veya azalma olan bir sayaç kullanılarak, devir başına çizgi sayısının dört katına eşit bir çözünürlükle göreceli bir konum elde edilebilir (Negrea ve diğ. 2012). Artımsal enkoder pozisyonunu algılamak için iki çıkış kanalı kullanır (A ve B). Referans işaretleyici çıkışı Z olarak adlandırılır (Incze ve diğ. 2010).

## 5.2. RKMPC'nin Gerçek Zamanda Gerçekleştirilmesi

Şekil 5.9'da görüldüğü gibi dSPACE 1104 kontrolörde uygulanmak üzere MATLAB/Simulink blokları ve aynı zamanda dSPACE 1104 blokları da kullanılarak gerçek zamanlı benzetim sistemi oluşturulmuştur.

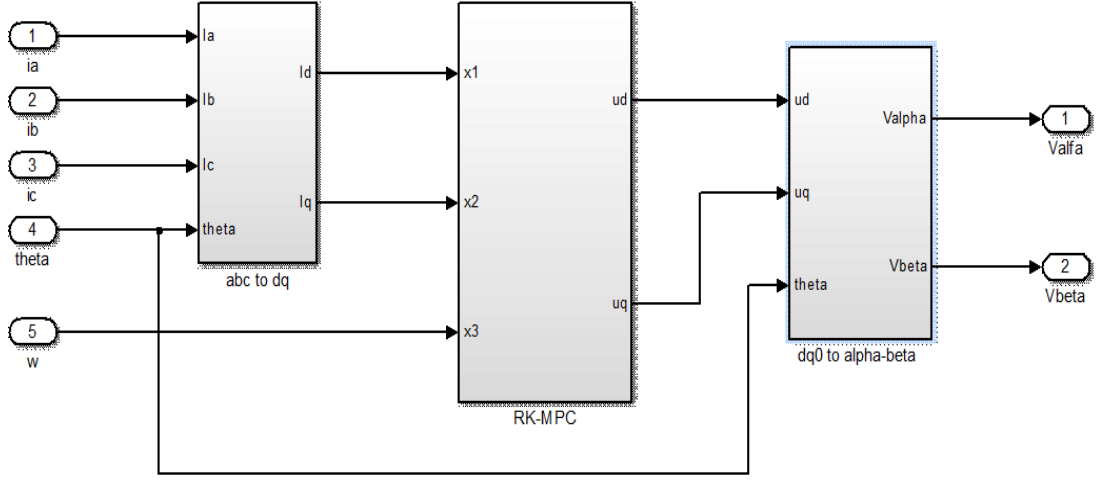
Burada ölçümler bloğunda eviriciden okunan 2-faz gerilimler,  $i_a$  ve  $i_b$  ve aynı zamanda dengeli olan üçüncü faz  $i_c$  akımı elde edilmiştir. Diğer ölçülen sinyal gerilim sinyalidir. Bu da eviricinin DC bara gerilimidir.

Hız ve konum bloğunda da enkoderden okunan hız ( $\omega$ ) ve konum ( $\theta$ ) bilgisi alınmıştır. RKMPC algoritmaları Model Öngörülü Kontrol bloğunda oluşturulmuş, SVPWM sinyalleri de 5 kHz örnekleme frekansıyla SVPWM bloğunda elde edilmiştir.



Şekil 5.9: RKMPC algoritmasını test etmek için oluşturulan gerçek zamanlı sistemin MATLAB/Simulink yapısı.

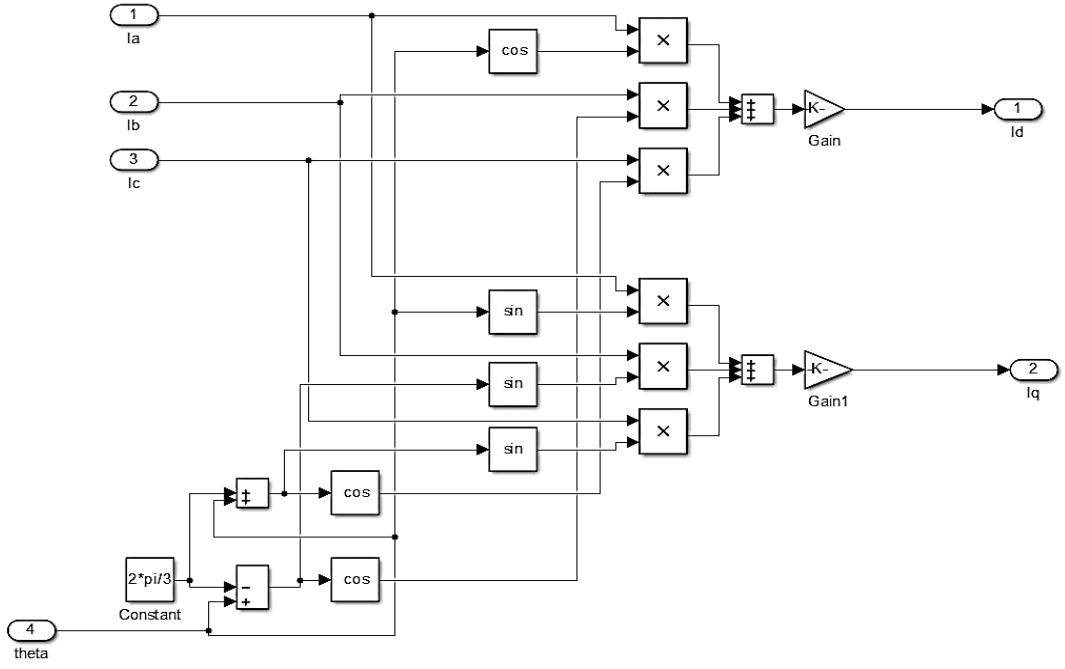
Model Öngörülü Kontrol bloğunun içi Şekil 5.10’da gösterilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi blokta önce PMSM’nin ölçüm bloğundan elde edilen 3-faz stator akımların ( $i_a$ ,  $i_b$ ,  $i_c$ ) RKMPC blokta kullanmak üzere Park-Clark dönüşümü ( $a, b, c \rightarrow d, q$ ) şeklinde 2-faz rotor referans düzleme ( $i_d$ - $i_q$ ) dönüştürülmüştür. Daha sonra RKMPC bloğunda uygun kontrol giriş işaretleri elde edilmiştir. Tüm algoritmalar bu blokta gerçekleştirilmiştir.



Şekil 5.10: Model Öngörülü Kontrol Bloğu.

PMSM’in hız kontrolü için elde edilen uygun giriş işaretleri tekrar SVPWM algoritmaları uygulayarak anahtarlama sırası ve anahtarlama zamanlarının hesaplamalarını yapmak için Ters Park dönüşümü ile 2-faz sabit referans düzleme geçilmiştir.

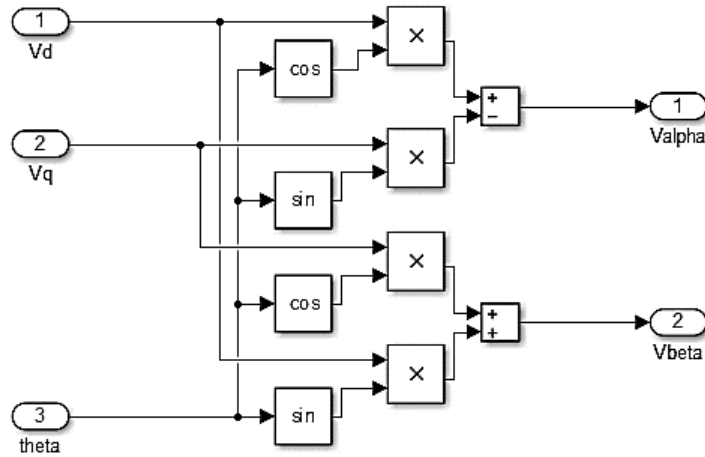
Şekil 5.11’de Park-Clark dönüşümünün MATLAB/Simulink bloklarıyla gerçekleştirilmesi gösterilmiştir. Ölçülen  $i_a$ ,  $i_b$  ve  $i_c$  akımların Park-Clark dönüşümü ile  $i_d$  ve  $i_q$  akımlarına dönüştürülebilmesi için PMSM üzerindeki artımsal enkoderden ölçülen konum bilgisine ( $\theta$ ) ihtiyaç vardır.



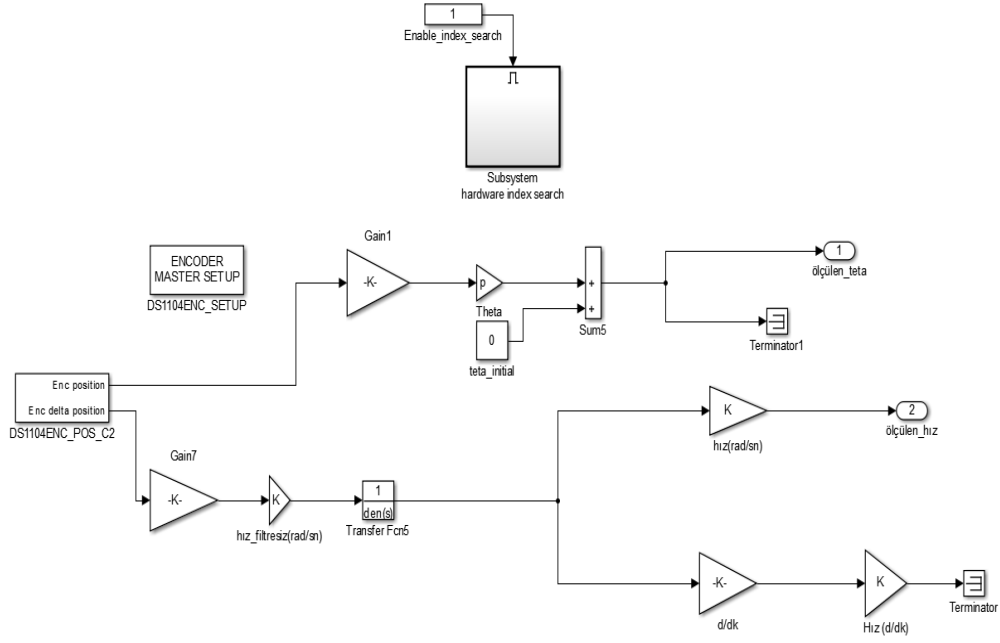
Şekil 5.11: Park-Clark dönüşümün MATLAB/Simulink gerçekleştirilmesi.

Aynı şekilde Şekil 5.12’de gösterilen MATLAB/Simulink bloklarıyla gerçekleştirilen Ters Park dönüşümünde de konum bilgisi kullanılmıştır. Park-Clark dönüşümü için (2.31) eşitliğinden, ters Park dönüşümü için ise (2.30) eşitliğinden yararlanılır.

RKMPC bloğunda kullanılmak üzere artımsal enkoderden hız bilgisi ölçülmüştür. Aynı zamanda Park-Clark ve ters Park dönüşümlerin yapılabilmesi için de artımsal enkoderden konum bilgisi ölçülmüştür. Şekil 5.13’de artımsal enkoderden hız ve konum bilgisini ölçen MATLAB/Simulink blokları gösterilmiştir.



Şekil 5.12: Ters Park dönüşümün MATLAB/Simulink gerçekleştirilmesi.

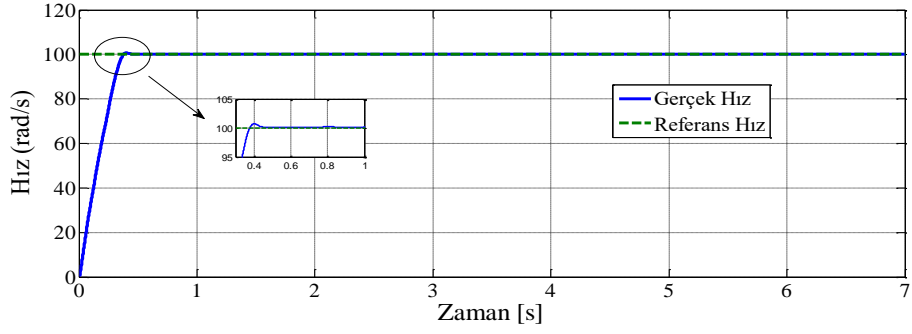


Şekil 5.13: Artımsal Enkoderden Hız ve Konum bilgisini ölçen MATLAB/Simulink blokları.

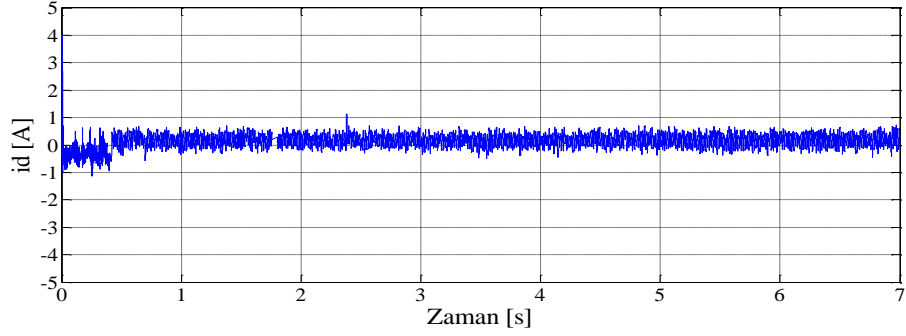
### 5.3. Deneysel Sonuçlar

Gerçek zamanda PMSM'in hız kontrolünü gerçekleştirmek için RKMPC kontrolör uygulanmış ve deneysel sonuçlar elde edilmiştir. RKMPC'nin uygulanabilirliğini göstermek için, geleneksel PI kontrolör ile karşılaştırılmıştır. Hem RKMPC, hem de PI kontrolörler aynı şartlarda çalıştırılmış ve sonuçlar grafiksel olarak gösterilip değerlendirilmiştir. PI kontrolörün parametreleri deneme yanılma ile elde edilmiştir. Her iki kontrolör için PMSM yüksüz referans hızda, basamak referans hızda, yüklü çalışmada ve ani yüklü çalışma koşullarında çalıştırılmıştır.

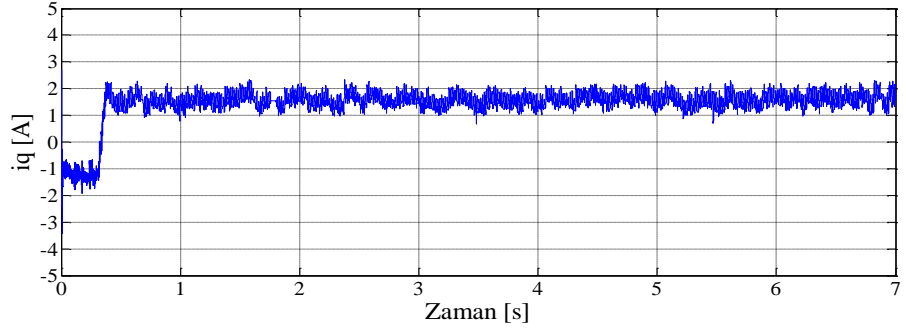
Şekil 5.14'de RKMPC ile yüksüz 100 rad/s referans hız için deneysel sonuçlar verilmiştir. Şekil 5.14a'da 100 rad/s referans hızda çalıştırılan PMSM'nin hız değişiminin hızlı bir şekilde ve aşım olmadan referans hızına yakınsadığı görülmektedir. Sürekli halde hatasız referans hızda çalışmaktadır. Şekil 5.14b'de 0 A referans akımı ile çalıştırılan PMSM'nin  $i_d$  akım değişimi verilmiştir. Çalışmada alan zayıflatılması yapılmamıştır.  $i_d$  akımı referans olarak  $i_d=0$  A tanımlandığı için  $i_d$  akımı da 0 A seviyesindedir. Şekil 5.14c'de  $i_q$  akımı gösterilmiştir.  $i_q$  akımı torku kontrol eden akımdır. Şekil 5.14d'de RKMPC'nin sistem kontrol giriş sinyali olarak ürettiği  $u_d$  ve  $u_q$  gerilim sinyalleri gösterilmiştir.



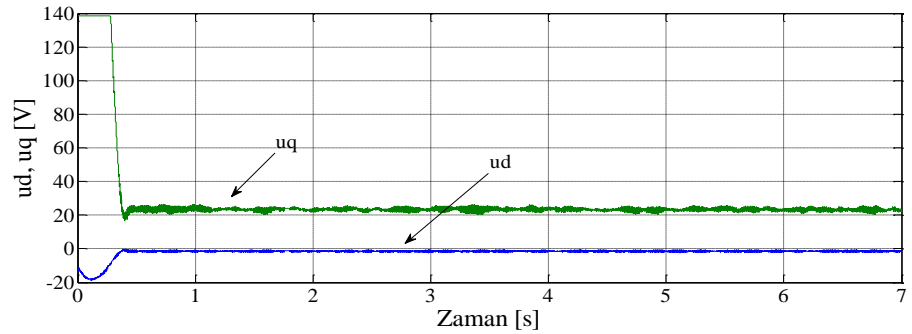
(a) gerçek hız ve referans hızı.



(b)  $i_d$  akımı.



(c)  $i_q$  akımı.

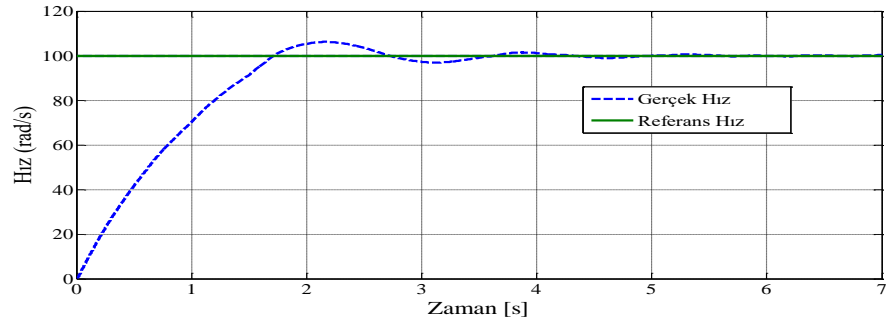


(d)  $u_d$  ve  $u_q$  gerilimleri.

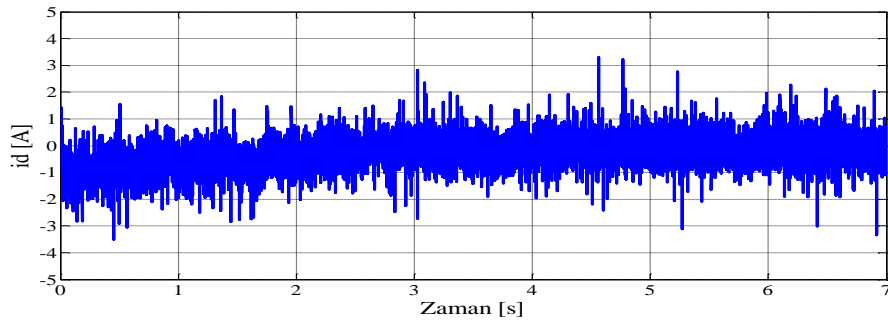
**Şekil 5.14:** RKMPC ile yüksüz 100 rad/s referans hız için deneysel sonuçlar.

Şekil 5.15'te PI ile PMSM'nin yüksüz 100 rad/s referans hız için deneysel sonuçlar verilmiştir. Şekil 5.15a'da aynı koşullarda yüksüz 100 rad/s referans hızda çalıştırılmıştır. Geçici halde PMSM'nin hız değişimi referans hıza hemen

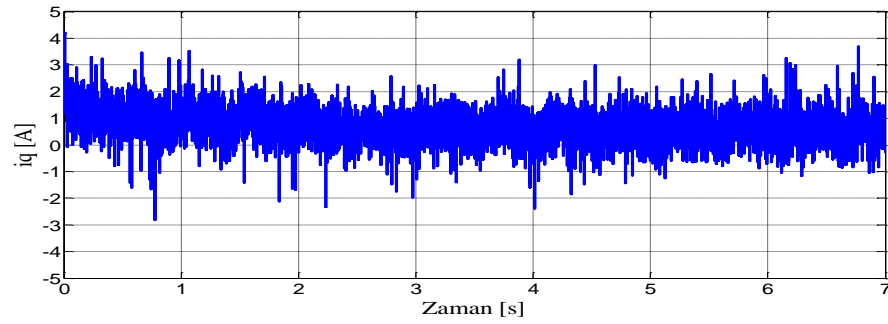
yakınsamamıştır, ayrıca aşım ve osilasyonda mevcuttur. Sürekli halde referans hızı yakınsadığı görülmektedir.



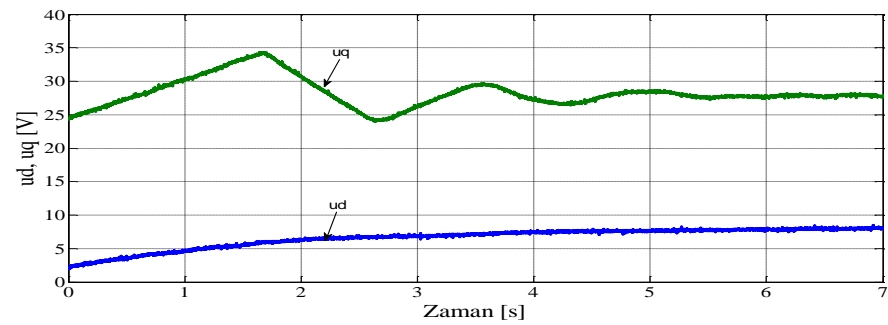
(a) gerçek hız ve referans hızı.



(b)  $i_d$  akımı.



(c)  $i_q$  akımı.



(d)  $u_d$  ve  $u_q$  gerilimleri.

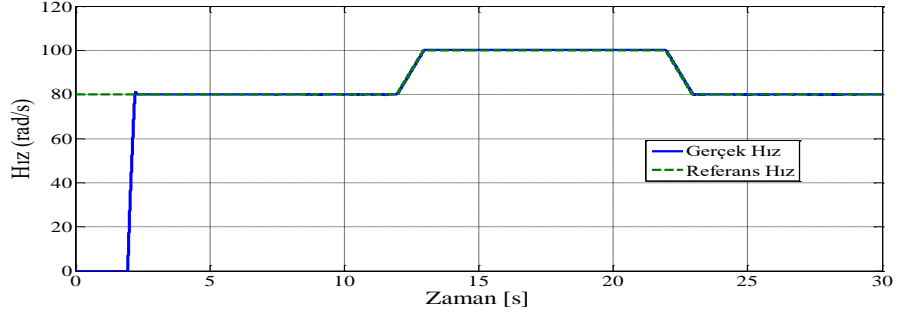
Şekil 5.15: PI ile yüksüz 100 rad/s referans hız için deneysel sonuçlar.

Şekil 5.15b’de PI kontrolörde de alan zayıflatılması yapılmamıştır  $i_d$  akımı  $i_d=0$  A referans akımı olarak tanımlanmıştır. Şekilde görüldüğü gibi  $i_d$  akımı çok aşırı salınımlıdır. Şekil 5.15c’de  $i_q$  akımı gösterilmiştir.  $i_q$  akımı da aşırı salınımlıdır. Şekil 5.15d’de PI kontrolörün üretmiş olduğu kontrol giriş sinyalleri  $u_d$  ve  $u_q$  gösterilmiştir.

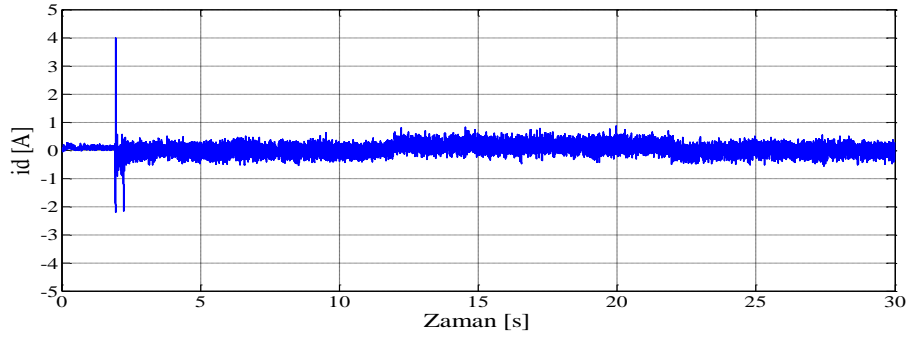
Yüksüz durumda RKMPC ile basamak referans hız için elde edilen deneysel sonuçlar Şekil 5.16’da gösterilmiştir. Başlangıçta 80 rad/s hızda başlayıp daha sonra 12 s gibi bir zamanda 100 rad/s hıza çıkmış ve devamında yaklaşık 23 s sonra tekrar 80 rad/s hıza inilmiştir. Şekil 5.16a’da başlangıçta gerçek hızın basamak referans hıza hızlı bir şekilde ulaştığı görülmektedir. Hem başlangıçta hem de basamak hızlarda geçici halde herhangi bir aşım yoktur. Kararlı durum hal hızda da neredeyse sıfır hata ile referans hızı takip etmektedir. Şekil 5.16b’de referans d-eksen akımı  $i_d=0$  A’dır. Şekil 5.16c’de  $i_q$  akımı gösterilmiştir. Şekil 5.16d’de RKMPC’nin sistem kontrol giriş sinyali olarak üretmiş olduğu  $u_d$  ve  $u_q$  gerilim sinyalleri gösterilmiştir.

Aynı şekilde aynı koşullarda yüksüz durumda PI ile basamak referans hız için elde edilen deneysel sonuçlar Şekil 5.17’de gösterilmiştir. Şekil 5.17a’da gerçek hız referans hıza hemen ulaşmamış aynı zamanda aşım oluşmuştur. Tüm basamak hızlarda aşım görülmektedir. Şekil 5.17b’de d-eksen akımı  $i_d=0$  A referans değeri takip etmeye çalışmıştır, fakat  $i_d$  akımında salınımlar mevcuttur. Şekil 5.17c’de  $i_q$  akımı gösterilmiştir.  $i_q$  akımında da salınımlar mevcuttur ve. Şekil 5.17d’de RKMPC’nin sistem kontrol giriş sinyali olarak üretmiş olduğu  $u_d$  ve  $u_q$  gerilim sinyalleri gösterilmiştir.

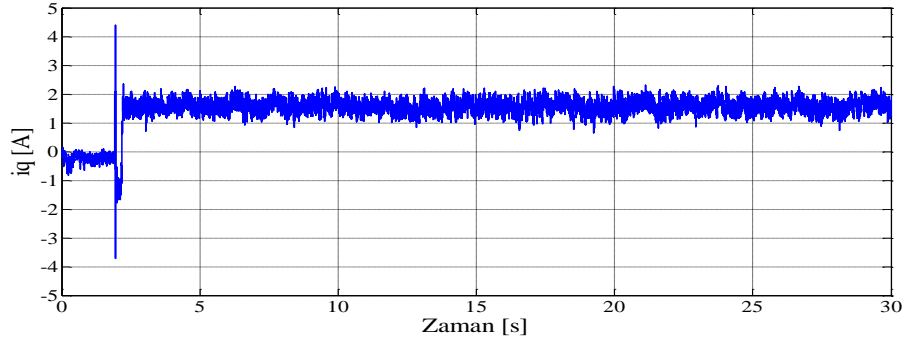




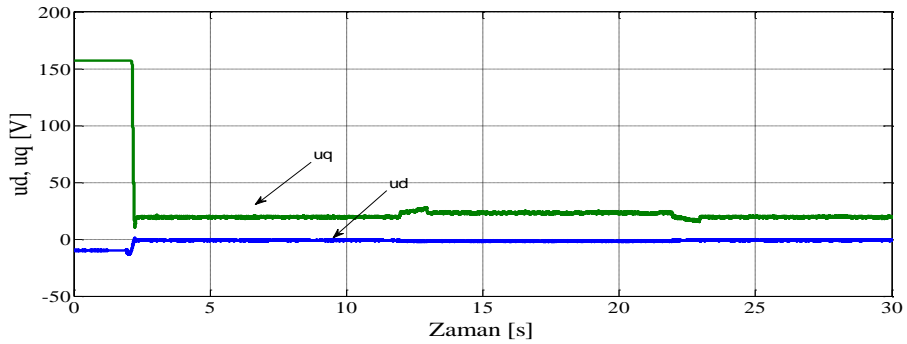
(a) gerçek hız ve referans hızı.



(b)  $i_d$  akımı.

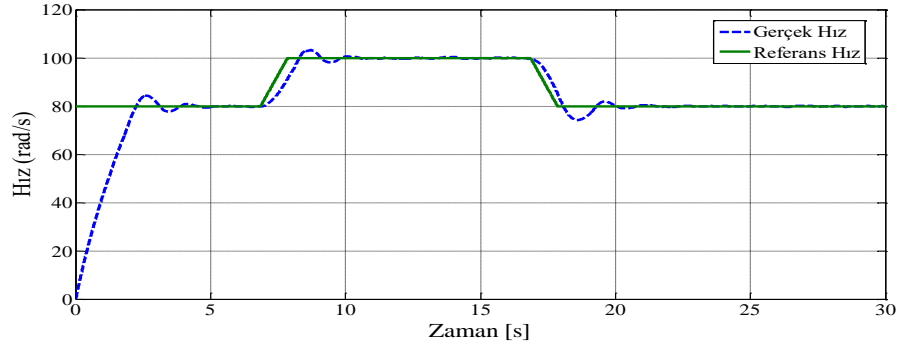


(c)  $i_q$  akımı.

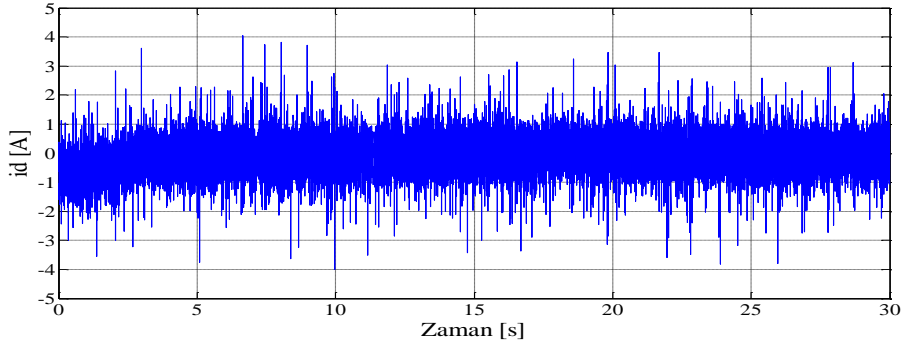


(d)  $u_d$  ve  $u_q$  gerilimleri.

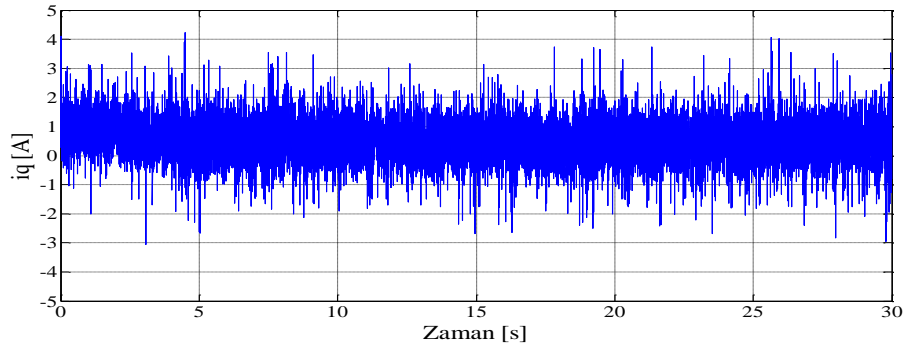
Şekil 5.16: Yüksüz durumda RKMPC ile basamak referans hız için elde edilen deneysel sonuçlar.



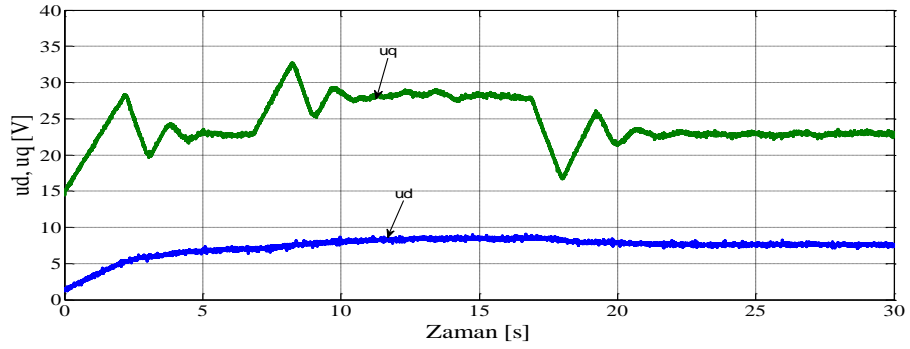
(a) gerçek hız ve referans hızı.



(b)  $i_d$  akımı.



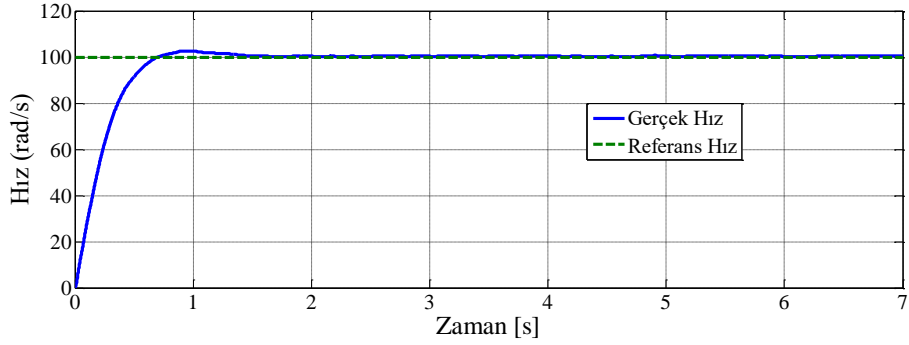
(c)  $i_q$  akımı.



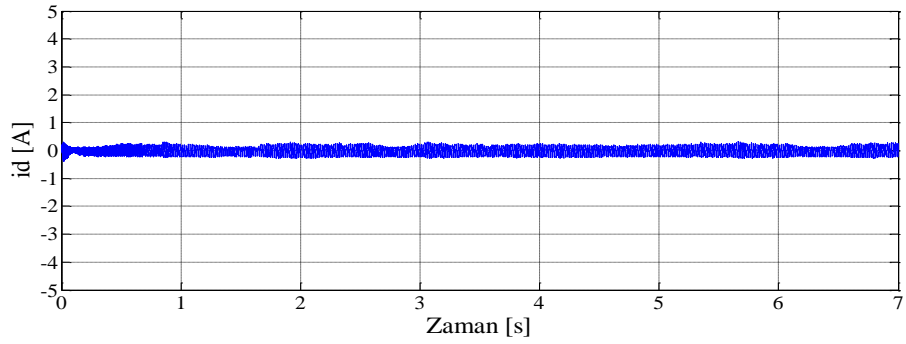
(d)  $u_d$  ve  $u_q$  gerilimleri.

Şekil 5.17: PI ile yüküzsüz basamak referans hız için deneysel sonuçlar.

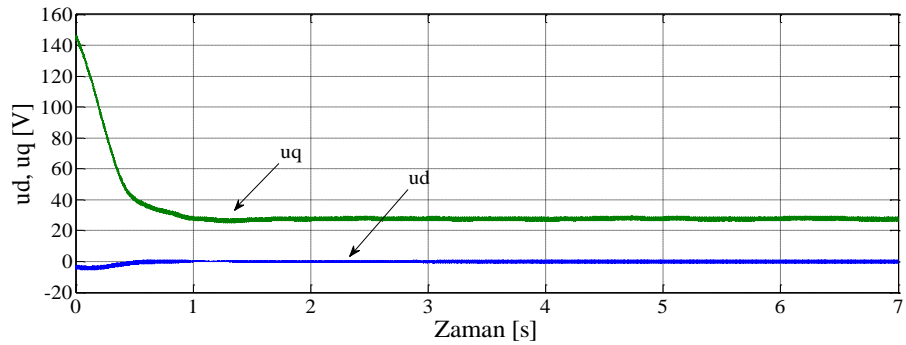
Yüklü durumda 100 rad/s referans hız için RKMPC ile elde edilen deneysel sonuçlar Şekil 5.18’de gösterilmiştir. PMSM başlangıçta %70 tork uygulanarak çalıştırılmıştır. Şekil 5.18a’da gerçek hız referans hıza hızlı bir şekilde minimum aşım ile ulaşmıştır. Şekil 5.18b’de  $i_d=0$  A referans akım değerini takip etmektedir. Şekil 5.18c’de RKMPC’nin sistem kontrol giriş sinyali olarak üretmiş olduğu  $u_d$  ve  $u_q$  gerilim sinyalleri gösterilmiştir.



(a) gerçek hız ve referans hızı.



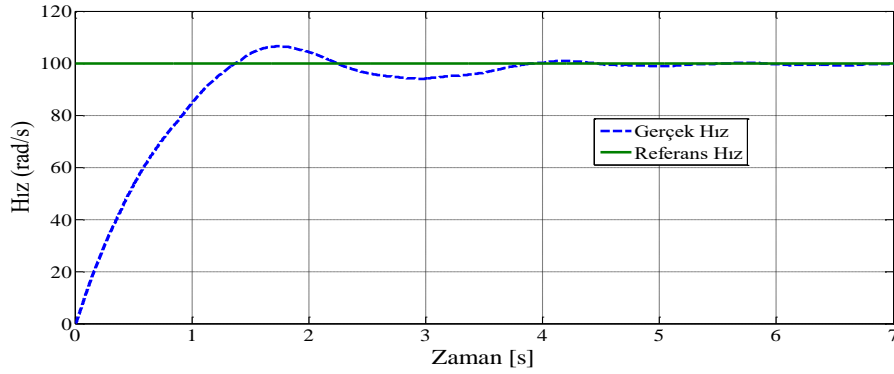
(b)  $i_d$  akımı.



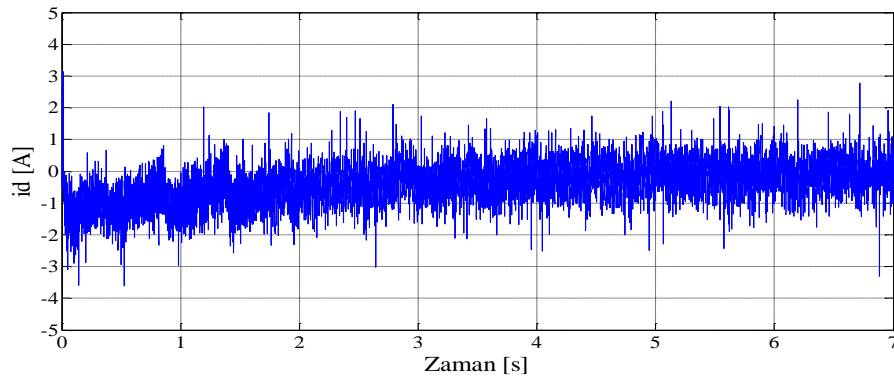
(c)  $u_d$  ve  $u_q$  gerilimleri.

Şekil 5.18: RKMPC ile yüklü 100 rad/s referans hız için deneysel sonuçlar.

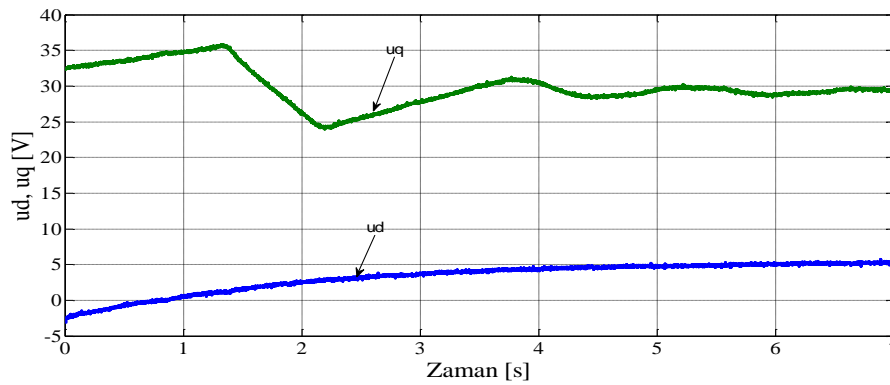
Aynı koşullarda, PMSM, PI kontrolör ile yüklü 100 rad/s referans hızda çalıştırılmıştır ve elde edilen deneysel sonuçlar Şekil 5.19'da gösterilmiştir. Şekil 5.19a'da gerçek hızın geçici hal davranışta referans hızı geç ulaştığı aynı zamanda aşım ve osilasyonlu takip ettiği görülmektedir. Şekil 5.19b'de  $i_d=0$  A referans akımını takip etmektedir, fakat salınımlıdır. Şekil 5.19c'de PI'nın sistem kontrol girişi olarak ürettiği  $u_d$  ve  $u_q$  gerilim sinyalleri gösterilmiştir.



(a) gerçek hız ve referans hızı.



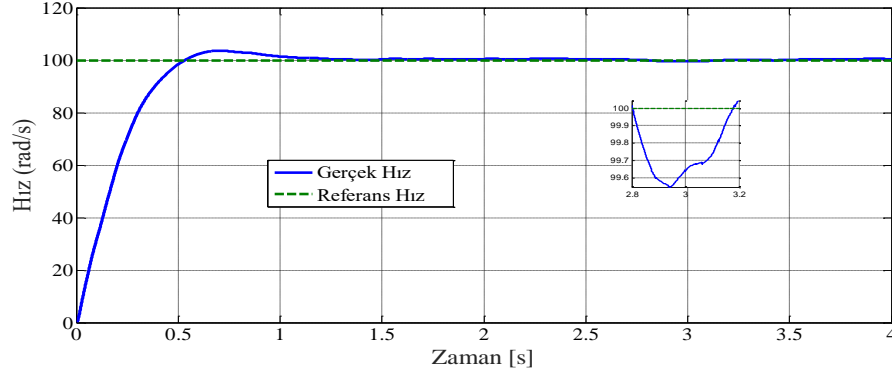
(b)  $i_d$  akımı.



(c)  $u_d$  ve  $u_q$  gerilimleri.

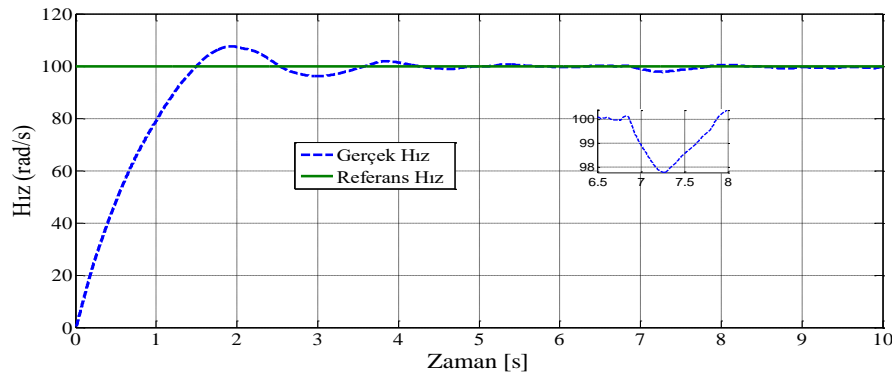
Şekil 5.19: PI ile yüklü 100 rad/s referans hız için deneysel sonuçlar.

Son olarak, başlangıçta yüksüz 100 rad/s hızda çalışırken yaklaşık  $t=2.8$  s zamanda KMSM'ye %70 ani yük uygulanmıştır. RKMPC'nin ani yük bozunumlarında kontrol etmesi test edilmiştir. Şekil 5.20'da RKMPC ile ani yüklü 100 rad/s referans hız için gerçek hız ve referans hızı deneysel sonucu gösterilmiştir. Ani yük uygulamasında gerçek hız, referans hıza hızlı bir şekilde ulaşmıştır.



Şekil 5.20: RKMPC ile ani yüklü 100 rad/s referans hız için gerçek hız ve referans hızı deneysel sonucu.

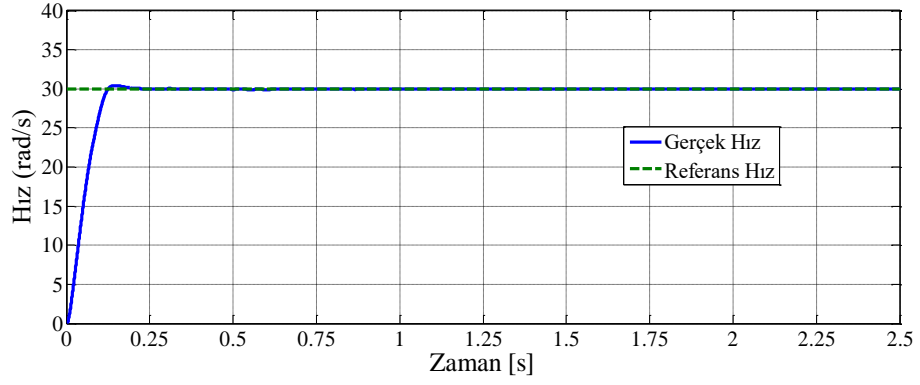
Aynı koşullar PI için de uygulanmıştır. Şekil 5.21'de PI ile ani yüklü 100 rad/s referans hız için gerçek hız ve referans hızı deneysel sonucu gösterilmiştir. PI kontrolör yüksüz çalışırken  $t=7$  s zamanda PMSM'ye %70 ani yük uygulanmıştır. Gerçek hız, referans hıza biraz daha yavaş hızda ulaşmıştır.



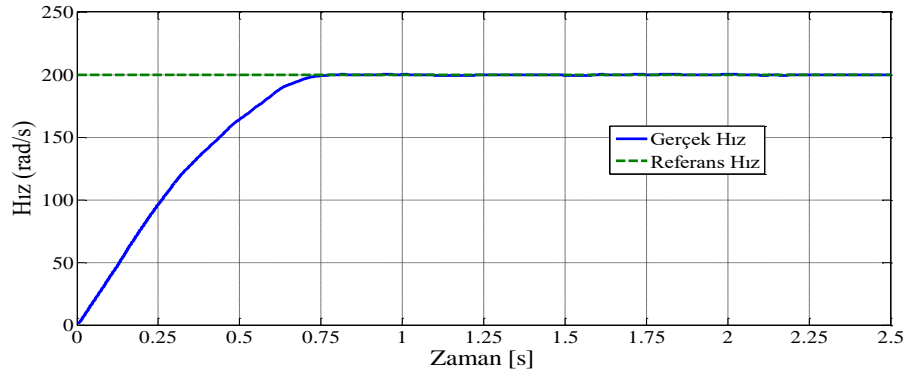
Şekil 5.21: PI ile ani yüklü 100 rad/s referans hız için gerçek hız ve referans hızı deneysel sonucu.

PMSM'in 30 rad/s düşük referans hızda ve 200 rad/s yüksek referans hızda çalıştırılıp RKMPC'nin kontrolü test edilmiştir. Şekil 5.22'de RKMPC ile 30 rad/s referans hız için gerçek hız ve referans hızı deneysel sonucu gösterilmiştir. Şekil 5.23'de RKMPC için 200 rad/s referans hız için gerçek hız ve referans hızı deneysel sonucu gösterilmiştir. Gerçek hız, referans hıza hızlı ve aşısız bir şekilde ulaşmıştır.

Şekillerden de görüldüğü gibi RKPMC, PMSM'in farklı çalışma hız aralıklarında kontrolünü sağlamaktadır.



Şekil 5.22: RKPMC ile 30 rad/s referans hız için gerçek hız ve referans hızı deneysel sonucu.



Şekil 5.23: RKPMC ile 200 rad/s referans hız için gerçek hız ve referans hızı deneysel sonucu.

## 6. SONUÇ

PMSM'ler günümüzde özellikle endüstriyel uygulamalar, askeri sistemler, otomotiv sistemler gibi birçok alanda en çok tercih edilen motorlardan biridir. Bu motorların hassas bir şekilde hız, tork ve konum kontrolüne ihtiyaç duyulur. Bu çalışmada PMSM'in hız kontrolü yapılmıştır. PMSM'ler yapı olarak bakıldığında geleneksel AC motorlardan ayıran özelliği rotor yapısının sargı yerine manyetik alan oluşturması için kalıcı mıknatıslardan yapılmış olmasıdır. Bu motorun zıt elektromotor kuvveti de sinüzoidaldir. PMSM'ler yeni tasarlanan motorlar grubundandır ve sürücüsüz çalışmaları imkânsızdır. Bu yüzden bir kontrolörle çalıştırılmak zorunludur. Günümüzde geleneksel kontrol yöntemleri olarak tanımlanan çeşitli yöntemler kullanılmaktadır. Fakat PMSM'ler doğrusal olmayan dinamiklere sahip olduğu için doğrusal olmayan kontrol yöntemleriyle kontrol edilmesi gerekmektedir.

Bu çalışmada, yeni bir kontrol mekanizması olan RKMPC, PMSM'in hız kontrolünü gerçekleştirmede kullanılmıştır. PMSM'ler çok girişli çok çıkışlı (MIMO) sistemlerdir. Doğrusal olmayan matematiksel dinamiklere sahiptir. RKMPC sistemin matematiksel dinamik denklemlerini kullandığı için dinamik denklemler doğrusallaştırılmamıştır. PI kontroldeki gibi akım ve hız kontrolü ayrı ayrı yapılmamış tek bir kontrolörde gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada herhangi bir alan zayıflatması yapılmamıştır,  $i_d$  akımı,  $i_d=0$  Amper referans akım değerinde tutulmuştur. Akım ve gerilim kısıtlamaları da ( $i_d^2 + i_q^2 \leq I_{maks.}^2$  ve  $u_d^2 + u_q^2 \leq U_{maks.}^2$ ) uygulanarak RKMPC ile PMSM kontrolü gerçekleştirilmiştir. RKMPC, her bir örnekleme periyodunda gelecek öngörülerini ve türevlerini hesaplar ve amaç fonksiyonunu minimize eder. RKMPC metodu tüm bu işlemleri yaparken hesaplama yükünü artırır.

Bu yüzden PMSM hız kontrolünün RKMPC ile yapılmasında hesaplamaların çok hızlı yapılmasını sağlayan dSPACE 1104 kullanılarak gerçek zamanda gerçekleştirilmiştir. dSPACE 1104 ile bilgisayar arasında haberleşme sağlanarak giriş çıkış sinyalleri kontrol edilmiştir. Yazılım olarak dSPACE 1104'ün kullanıcıya sunduğu MATLAB/Simulink ortamında çalışılmıştır. PMSM'in 3-faz stator sargılarına gerilim uygulamak için bir IGBT evirici kullanılmıştır.

Gerçek zamanlı çalışmada, yüksüz hız, basamak referans hız, yüklü hız ve ani yüklü hızlı çalışma koşullarında denenmiş ve deneysel sonuçlar verilmiştir. Daha sonra önerilen RKMPC kontrolörü, geleneksel olarak kullanılan PI kontrolör ile karşılaştırılmıştır. PMSM, aynı çalışma koşullarında alan yönlendirmeli kontrol de yapılarak PI kontrolör ile hız kontrolü yapılmıştır. PI kontrolör ile yapılan hız kontrolünde referans hıza hemen ulaşmamıştır aynı zamanda aşım ve osilasyonlu takip etmiştir. Bununla birlikte  $i_d$  ve  $i_q$  akımlarında da salınımlar olduğu görülmüştür. RKMPC ile yapılan kontrolde PMSM'in hızlı hızlı bir şekilde ve aşım olmadan referans hıza ulaşmıştır. RKMPC, PMSM'in farklı hız çalışma aralıklarında ve bilinmeyen yük değişimlerinde kontrolünü gerçekleştirmiştir. Aynı zamanda çevrimiçi parametre kestirimleride yapılmıştır. Deney sonuçlarında da görüldüğü gibi RKMPC kontrolör, PMSM için iyi bir hız performansı sağlamıştır.



## 7. KAYNAKLAR

Ahmad, M., *High performance AC drives, modelling analysis and control*, London : Springer-Verlag Limited, 63-75, (2010).

Alsayid, B., “Analysis and implementation of digital control techniques for synchronous motor drives”, PhD Thesis, *Department of Electrical Engineering XIV Course, University of Bologna, Italy*, (2001).

Amin, F., Sulaiman, E. B., Utomo, W. M., Soomro, H. A., Jenal, M., Kumar, R., “Modelling and simulation of field oriented control based permanent magnet synchronous motor drive system”, *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, 6 (2), 387-395, (2017).

Amit, V. S., and Rajagopal, K. R., “PM synchronous motor speed control using hybrid fuzzy-PI with novel switching functions”, *IEEE Transaction on Magnetics* 45 (10), 4672-4675, (2009).

Arulmozhiyal, R., Baskaran, K., “Space vector pulse width modulation based speed control of induction motor using fuzzy PI controller”, *International Journal of Computer and Electrical Engineering*, 1 (1), 98-103, (2009).

Bal, G., Özgenel, M. C., Demirbaş, Ş., “Vektör denetimli kalıcı mıknatıslı senkron motorun uzay vektör darbe genişlik modülasyonu ile performans analizi”, *Politeknik Dergisi*, 10 (1), 7-13, (2007).

Batzel, T.D., “Sensorless electric drive for permanent magnet synchronous motors”, Technical Report *The Pennsylvania State University, Applied Research Laboratory*, United States, (1999).

Belda, K., “Mathematical modelling and predictive control of permanent magnet synchronous motor drives”, *Transaction on Electrical Engineering*, 2 (4), 114-120, (2013).

Beng, G.F.H., “Sensorless direct torque and flux control of interior permanent magnet synchronous motors at very low speeds including standstill”, A thesis submitted to The University of New South Wales for the degree of Doctor of Philosophy, *School of Electrical Engineering and Telecommunications*, Australia, August, (2010).

Bobal, V., Chalupa, P., Kubalcık, M., Dostal, P., “Self-tuning predictive control of nonlinear servo motor”, *Journal of Electrical Engineering*, 61 (6), 365-372, (2010).

Bolognani, S., Peretti, L., “Design and implementation of model predictive control for electrical motor drives”, *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, 56 (6), 1925-1936, (2009).

Chai, S., “Repetitive predictive control and its application to PMSMs”, PhD Thesis, *School of Electrical and Computer Engineering Royal Melbourne Institute of Technology*, Victoria Australia, (2013<sup>a</sup>).

Chai, S., Wang, L., Rogers, E., “Model predictive control of a permanent magnet synchronous motor with experimental validation”, *Control Engineering Practice* 21, 1584-1593, (2013<sup>b</sup>).

Chai, S., Wang, L., and Rogers, E., “A cascade MPC control structure for a PMSM with speed ripple minimization”, *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, 60 (8), 2978-2987, (2013<sup>c</sup>).

Chakraborty, A. K., Sharma, N., “Control of permanent magnet synchronous motor (PMSM) using vector control approach”, *2016 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition (T&D)*, 3-5 May (2016).

Chapman, S. J., *Electric machinery fundamentals*, New York : Fourth Edition, Mc Graw Hill, International Edition, (2005).

Choi, H., H., Vu, N., T., T., and Jung, J., W., “Digital implementation of an adaptive speed regulator for a PMSM”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 26 (1), 3-8, (2011).

Çetin, M., Iplikci, S., “A novel auto-tuning PID control mechanism for nonlinear systems”, *ISA Transactions*, 58, 292–308, (2015).

Çetin, M., “Runge-Kutta model-tabanlı uyarlanabilir kestirim ve kontrol”, Doktora tezi, *Pamukkale Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği*, Denizli, 2015.

Depenbrock, M., “Direct self-control (DSC) of inverter-fed induction machine,” *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 13, 420-429, (1988).

Du, R.H., Wu, Y.F., Chen, W., Chen, Q., W., “Adaptive fuzzy speed control for permanent magnet synchronous motor servo systems”, *Electric Power Component and Systems*, 42 (8), 798-807, (2014).

DS1104 R&D Controller Board, dSpace INC. Catalogue, (2009).

Dwivedi, S., K., Laursen, M., Hansen, S., “Voltage vector based control for PMSM in industry applications”, *2010 IEEE International Symposium on Industrial Electronics 4-7 July*, Bari, Italy, 3845-3850, (2010).

Elhangari, A., “Sliding-mode control of the permanent magnet synchronous motor (PMSM)”, The Degree Master of Science in Electrical Engineering, *The School of Engineering of the University of Dayton*, United State, (2013).

Errouissi, R., Ouhrouche, M., Chen, W. H., and Trzynadlowski, A., M., “Robust cascaded nonlinear predictive control of a permanent magnet synchronous motor with antiwindup compensator”, *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, 59 (8), 3078-3088, (2012<sup>a</sup>).

Errouissi, R., Ouhrouche, M., Chen, W. H., and Trzynadlowski, A., M., “Robust nonlinear predictive control of a permanent magnet synchronous motor”, *IECON 2012-38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, 25-28 Oct., (2012<sup>b</sup>).

Fan, M., Lin, H., and Lan, T., “Model predictive direct torque control for SPMSM with load angle limitation”, *Progress In Electromagnetics Research B*, 58, 245-256, (2014).

Güney, İ., Oğuz, Y., Serteller, F., “Dynamic behaviour model of permanent magnet synchronous motor fed by PWM inverter and fuzzy logic controller for stator phase current, flux and torque control of PMSM”, *Proceedings of the int. Conference on International Electric Machines and Drive*, 479-485, (2001).

Huixian, L., Dhihua, L., “Speed control of PMSM servo system using predictive functional control and extended state observer”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 59 (2), 1171-1183, (2012).

Incze, J. J., Szabo, C., Imecs, M., “Modeling and simulation of an incremental encoder used in electrical drives”, *10th International Symposium of Hungarian Researchers on Computational Intelligence and Informatics*, 97-109, (2010).

Iplikci, S., “Runge-Kutta model-based adaptive control mechanism for nonlinear processes”, *Transaction of the Institute of Measurement and Control*, 135, 166-180, (2013).

Jakub, V., Milan, Z., “Model based design of electric drives”, *Transactions on Electrical Engineering*, 1 (4), 130-133, (2012).

Jung, J-W., “Project#2 space vector PWM inverter”, PH.D Student, *Mechatronic System Laboratory Department of Electrical and Computer Engineering the Ohio State University*, United State, February 20, (2005).

Köhler, J., Manderla, M., Malchow, F., “Embedded model predictive direct switching control for high performance electrical drives- A quantitative comparison”, *Elsevier IFAC Papers Online*, 50-1, 11871-11876, (2017).

Krishnan, R., *Electric motor drives: modeling, analysis and control*, New Jersey : Prentice Hall, ISBN: 9780130910141, (2001).

Li, S., Liu, Z.,”Adaptive speed control for permanent magnet synchronous motor system with variations of load inertia”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56 (8), 3050-3059, (2009).

Lin, C., Yu, J., Fu, L., Liu, T., and Hsiao, C., “An improved predictive current control for interior permanent magnet synchronous motor drives based on current difference detection”, *The 2012 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, Kaohsiung, Taiwan, July 11-14, 988-993, (2012).

Liu, T.-T., Tan, Y., Wu, G., Wang, S.-M., “Simulation of PMSM vector control system based on Matlab/simulink”, *International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation IEEE*, 343-346, (2009).

Lyshevski, S. E., *Electromechanical systems and devices*, CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton, (2008).

Maamoun, A., Alsayed, Y., M., Shaltout, A., “Space-vector PWM inverter feeding a permanent magnet synchronous motor”, *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Electrical, Computer, Energetic, Electronic and Communication Engineering*, 4 (5), 829-833, (2010).

Maciejowski, J. M., *Predictive control with constraints*, Prentice Hall, (2002).

Mariethoz, S., Domahidi, A., and Morari, M., “Sensorless explicit model predictive control of permanent magnet synchronous motors”, *2009 IEEE International Electric Machines and Drives Conference*, 1250-1257, (2009).

Marko, R., Sanja, A., Miroslav, B., Vojislav, V., “Education laboratory setup of DC motor cascade control based on dSPACE 1104 Platform”, *5th Icreps*, Belgrade, 12th and 13th October, (2017).

Mondragon, F., M., Guzman, V., M., H., and Resendiz, J., R., “Robust speed control of permanent magnet synchronous motors using two-degrees of freedom control”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 65 (8), 6099-6108, (2018).

Moon, H-T., Kim, H-S., Youn M-J., “A discrete-time predictive current control for PMSM”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 18 (1), 464-472, (2003).

Nagaiah, M., and Gnanatheja, R., V., “A novel space vector modulation (SVM) controlled inverter for adjustable speed drive applications”, *International Journal of Engineering Inventions*, e-ISSN:2278-7461, p-ISSN:2319-6491, Vol.3, 58-66, (2013).

Negrea, A. C., Imecs, M., Incze, I. I., Pop, A., Szabo, C., “Error compensation methods in speed identification using incremental encoder”, *2012 International Conference and Exposition on Electrical and Power Engineering (EPE 2012)*, 25-27 October, Iasi, Romania, 441-445, (2012).

Nisha, G. K., Ushakumari, S., and Lakaparampil, Z. V., “Harmonic elimination of space vector modulated three phase inverter”, *Lecture Notes in Engineering and Computer Science: Proceedings of the International Multi-conference of Engineers and Computer Scientists 14-16 March, (IMECS 2012)*, Hong Kong, 1109-1115, (2012).

Nisha, G. K. “Induction machine as a general purpose prime mover by characteristics’ control”, Thesis submitted to The University of Kerala In Fulfillment of the requirements for the award of degree of Doctor of Philosophy in Engineering, *Department of Electrical Engineering College of Engineering Trivandrum Thiruvananthapuram*, Kerala, India, (2014).

Nocedal, J., and Wright, S., *Numerical optimization*, Springer : New York, (1999).

Perera, P. D. C., “Sensorless control of permanent magnet synchronous motor drives”, PhD Thesis, *Institute of Energy Technology Aalborg University*, Aalborg, Denmark, (2002).

Pillay, P., Krishnan, R., “Modeling of permanent magnet motor drives”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 35 (4), 537-541, (1988).

Preindl, M., and Schartz, E., “Sensorless model predictive direct current control using novel second-order PLL observer for PMSM drive systems”, *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, 58 (9), 4087-4095, (2011).

Rau, M., and Schröder, D., “Model predictive control with nonlinear state space models”, *Advanced Motion Control, 7th International workshop on, Maribor, Slovenia*, 136-141, (2002).

Sgarbossa, L., “Advanced topics on motor drives for emerging mechatronic applications”, *Universita Degli Studi di Padova, PhD, Meccatronica e sistemi Industriali Ciclo XX*, (2008).

Shi, Y., “Field oriented control of permanent magnet synchronous motor with third-harmonic injection pulse width modulation to reduce quadrators’ speed ripples”, the Degree of Master of Philosophy in Electrical Engineering, *the Faculty of, New Jersey Institute of Technology, United State*, (2017).

Singh, J., Singh, B., Singh, S.P., Chaurasia and Sachan, S., “Performance investigation of permanent magnet synchronous motor drive using vector controlled technique”, *2012 2nd International Conference on Power, Control and Embedded Systems, IEEE*, 17-19 Dec., Allahabad, India, (2012).

Takahashi, I., Noguchi, T., “A new quick torque response and high efficiency control strategy of an induction motor”, *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 22, 820-827, (1986).

Talib, M.H.N., Isa, S.N.M., Hamidon, H.E., Ibrahim, Z., Rasin, Z., “Hysteresis current control of induction motor drives using Dspace DSP controller”, *IEEE International Conference on Power and Energy*, 522-527, (2016).

Uddin, M. N., “Intelligent control of an interior permanent magnet synchronous motor drive”, PhD Thesis, *Faculty of Engineering and Applied Science Memorial University of Newfoundland*, , St. John’s Newfoundland, Canada, (2000<sup>a</sup>).

Uddin, M. N., Radwan, T. S., George, G. H., Rahman, M. A., “Performance of current controllers for VSI-fed IPMSM drive”, *IEEE Transactions on Industry Applications*, 36 (6), 1531-1538, (2000<sup>b</sup>).

Uddin, M. N., Rahman, M. A., “High speed control of IPMSM drives using improved fuzzy logic algorithms”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 54 (1), 190-199, (2007).

Underwood, S.J., “On-line parameter estimation and adaptive control of permanent magnet synchronous machines”, PhD Thesis, *A Dissertation Presented to The Graduate Faculty of the University of Akron*, United State, (2006).

Venkataraman, P., *Applied optimization with MATLAB programming*, New York: Wiley-Interscience, (2002).

Wang, F., "Model predictive torque control for electrical drive systems with and without an encoder", PhD Thesis , *Technischen Univeritat München*, Germany, (2014).

Wang, L., Chai, S., Yoo, D., Gan, L., and Ng, K., *PID and predictive control of electrical drives and power converters using Matlab/simulink*, IEEE, John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd, (2015).

Wu.,B., *High-power converters and AC drives*, Wiley-IEEE Press, The Institute of Electrical and Electronics Engineerings, Canada, (2006).

Xu, K., Wenjia Chen, Yushan Xu, Mingyu Gao, Zhiwei He, "Vector control for PMSM", *Sensors & Transducers*, 170 (5), 227-233, (2014).

Zhang, X., Sun, L., Zhao, K., and Sun, L., "Nonlinear speed control for PMSM system using sliding-mode control and disturbance compensation techniques", *IEEE Transactions on Power Electronics*, 28 (3), 1358-1365, (2013).

Zhou, J., Wang, Y., "Real-time nonlinear adaptive backstepping speed control for a PM synchronous motor", *Elsevier, Control Engineering Practice* 13, 1259-1269, (2005).

## 8. ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Adile AKPUNAR  
Doğum Yeri ve Tarihi : Muğla, 28.11.1980  
Lisans Üniversite : Marmara Üniversitesi  
Y. Lisans Üniversite : Muğla Üniversitesi  
Elektronik Posta : [aakpunar@pau.edu.tr](mailto:aakpunar@pau.edu.tr)  
İletişim Adresi : Pamukkale Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi,  
2.Kat, Oda No: A0209, Kınıklı Kampüsü, 20160,  
Pamukkale/DENİZLİ.

### Yayın Listesi :

- Akpunar, A., İplikçi, S., “Runge-Kutta Model Predictive Speed Control for Permanent Magnet Synchronous Motors”, *Energies*, 13 (5):1216, (2020).

### Konferans Listesi :

- Akpunar, A., İplikçi, S., “Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motorlar (KMSM) için Runge-Kutta Model Öngörülü Kontrol Yaklaşımı “, *Türkiye Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, (TOK2014)*, Kocaeli Üniversitesi, 11-13 Eylül, Kocaeli, (2014).