

**T.C.  
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM  
DALI  
KONTROL VE KUMANDA SİSTEMLERİ**

**KESİR-MERTEBELİ KAYMA KIPLI KONTROLÖR İÇİN  
DEĞİŞKEN KAYMA YÜZEYİ TASARIMI**

**DOKTORA TEZİ**

**OSMAN ERAY**

**DENİZLİ, EYLÜL - 2020**

**T.C.**  
**PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM**  
**DALI**  
**KONTROL VE KUMANDA SİSTEMLERİ**



**KESİR-MERTEBELİ KAYMA KIPLI KONTROLÖR İÇİN**  
**DEĞİŞKEN KAYMA YÜZEYİ TASARIMI**

**DOKTORA TEZİ**

**OSMAN ERAY**

**DENİZLİ, EYLÜL - 2020**

**Bu tezin tasarımı, hazırlanması, yürütülmesi, araştırmalarının yapılması ve bulgularının analizlerinde bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini; bu çalışmanın doğrudan birincil ürünü olmayan bulguların, verilerin ve materyallerin bilimsel etiğe uygun olarak kaynak gösterildiğini ve alıntı yapılan çalışmalara atfedildiğine beyan ederim.**

*Osman Eray*  
**OSMAN ERAY**

## ÖZET

**KESİR-MERTEBELİ KAYMA KIPLİ KONTROLÖR İÇİN DEĞİŞKEN  
KAYMA YÜZEYİ TASARIMI  
DOKTORA TEZİ  
OSMAN ERAY  
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI  
KONTROL VE KUMANDA SİSTEMLERİ  
(TEZ DANIŞMANI: PROF. DR. SEZAI TOKAT)**

**DENİZLİ, EYLÜL - 2020**

Kayma kipli kontrol, değişken yapıli sistemler teorisinin bir alt sınıfı olarak değerlendirilen doğrusal ya da doğrusal olmayan sistemlerin kontrolünde kullanılan gürbüz bir kontrol yöntemidir. Literatürde yaygın olarak kullanılmasının ve farklı mühendislik alanlarına uygulanmasının nedeni, dış bozucular ve parametre belirsizlikleriyle başa çıkabilme kabiliyetidir. Bilimsel geçmişi birkaç asır önceye dayanan kesir-mertebeli hesaplama, son yıllarda kullanım alanı artmaya başlayan bir araştırma alanıdır. Bunun sebebi, bilgisayar teknolojilerindeki ilerleme ile birlikte kesir-mertebeli hesaplamaların belirli tanımlar, özellikler ve kısıtlamalar kullanılarak yaklaşık değerler ile yapılabilir ve uygulanabilir hale gelmesidir. Bu çalışmada ilk olarak, literatürden alınan koordinat dönüşümüyle yeni bir eksen takımında tanımlanmış zamanla-değişen kayma yüzeyine sahip kayma kipli kontrolörde zamanla-değişen kayma yüzeyi, kesir-mertebeli türev ifadesi kullanılarak yeni bir biçimde tanımlanmıştır. Önerilen kayma yüzeyi kullanılarak Lyapunov yöntemi ile ulaşma koşulunu sağlayacak şekilde kontrolör parametreleri belirlenerek kontrol kuralı elde edilmiş ve buna bağlı olarak yeni kayma kipli kontrolör tasarımları önerilmiştir. Kayma yüzeyinin eğimi olan parametrenin zamana bağlı bir Sigmoid fonksiyonu kullanılarak ayarlanması ile zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolör tasarımı yapılmıştır. Tip-2 bulanık mantık sistemleri de son yılların güncel araştırma alanları arasındadır. Bunun sebebi tip-2 bulanık mantık sistemlerinin belirsizlikler ile mücadelede tip-1 yapıdakilere kıyasla daha başarılı sonuçlar sergilemesidir. Bu nedenle önerilen zamanla-değişen kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolörün parametre ayarlaması, bir aralık tip-2 bulanık mantık sistemi tarafından da gerçekleştirilmiştir. Literatürden alınan yapısal belirsizliklere ve/veya dış bozuculara sahip kütle-yay-sönümlenme, 2-eklemlili robot kolu ve tes-sarkaç sistem modelleri üzerinde benzetim çalışmaları yapılmıştır. Kullanılan sistem modellerinde sistem durumlarının gözlenebilir olduğu ve sistem durumlarına ait başlangıç koşullarının bilindiği varsayılmıştır. Önerilen zamanla-değişen kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kontrolörler, sabit kayma yüzeyine sahip geleneksel kayma kipli kontrolör ve sabit kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolör ile belirli başarımlar ölçütleri kullanılarak karşılaştırılmıştır. Önerilen kontrolörlerin başarımlar ölçütleri ile bozuculara olan gürbüzlük açısından bir iyileştirme sağladığı görülmüştür.

**ANAHTAR KELİMELELER:** Kayma kipli kontrol, Kesir-mertebeli hesaplama, Aralık tip-2 bulanık mantık sistemi.

## **ABSTRACT**

### **VARIABLE SLIDING SURFACE DESIGN FOR FRACTIONAL-ORDER SLIDING MODE CONTROLLER**

**PH.D THESIS**

**OSMAN ERAY**

**PAMUKKALE UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE**

**ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERING**

**CONTROL SYSTEMS**

**(SUPERVISOR:PROF. DR. SEZAI TOKAT)**

**DENİZLİ, SEPTEMBER 2020**

Sliding mode control is a robust control method used in the control of linear or nonlinear systems, which is considered a subclass of variable structure systems theory. The reason why it is widely used in the literature and applied to different engineering fields is its ability to deal with external disturbances and parameter uncertainties. Fractional-order calculus, which has a scientific history dating back a few centuries, is a field of research that has started to increase in recent years. This is because, with the advancement in computer technologies, fractional-order calculations have become approximations and feasible using certain definitions, properties and constraints. In this study, firstly, the time-varying sliding surface in sliding mode controller with a time-varying sliding surface defined in a new axis set by coordinate transformation taken from the literature is defined in a new way by using the fractional-order derivative expression. By using the proposed sliding surface, the control rule was determined by determining the controller parameters to ensure the reach conditions with the Lyapunov method, and new sliding mode controller designs are proposed accordingly. A fractional-order sliding mode controller with a time-varying sliding surface was designed by adjusting the parameter, which is the slope of the sliding surface, using a time dependent Sigmoid function. Type-2 fuzzy logic systems are also among the current research areas of recent years. The reason for this is that type-2 fuzzy logic systems exhibit more successful results in combating uncertainties compared to the type-1 structures. Therefore, the parameter adjustment of the proposed fractional-order sliding mode controller with a time-varying sliding surface was also performed by an interval type-2 fuzzy logic system. Simulation studies have been carried out on mass-spring-damper, 2-joint robot arm and inverse-pendulum system models with structural uncertainties and /or external disturbances taken from the literature. In the system models used, it is assumed that the system states are observable and the initial conditions of the system states are known. Fractional-order controllers with the proposed time-varying sliding surface were compared with a conventional sliding mode controller with a constant sliding surface and a fractional-order sliding mode controller with a constant sliding surface using certain performance criteria. It has been observed that the proposed controllers provide an improvement in terms of performance criteria and robustness to the disturbances.

**KEYWORDS:** Sliding mode control, Fractional-order calculus, Interval type-2 fuzzy logic system.

# İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET.....	i
ABSTRACT .....	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
ŞEKİL LİSTESİ.....	iv
TABLO LİSTESİ.....	vi
SEMBOL LİSTESİ.....	vii
ÖNSÖZ.....	ix
1. GİRİŞ.....	1
2. GELENEKSEL KAYMA KIPLI KONTROL .....	11
2.1 Giriş .....	11
2.2 Geleneksel Kayma Kipli Kontrol .....	12
3. ZAMANLA-DEĞİŞEN BİR KAYMA YÜZEYİNE SAHİP KESİR- MERTEBELİ KAYMA KIPLI KONTROLÖR TASARIMI .....	16
3.1 Giriş .....	16
3.2 Kesir-Mertebeli Türev ve İntegral.....	16
3.2.1 Temel Tanımlar, Özellikler ve Kısıtlamalar .....	17
3.3 Önerilen Zamanla-Değişen Bir Kayma Yüzeyine Sahip Kesir- Mertebeli Kayma Kipli Kontrolör Tasarımı .....	24
3.3.1 Giriş ve Amaç .....	24
3.3.2 Kesir-Mertebeli Kayma Yüzeyinin Tanımlanması .....	25
3.3.3 Kontrol Kuralının Elde Edilmesi .....	27
3.3.4 Sigmoid Fonksiyonu Kullanılarak Parametre Ayarlamasının Yapılması .....	34
3.4 Benzetim Sonuçları.....	35
3.4.1 Benzetim I: Kütle-Yay-Sönümleme Modeli.....	37
3.4.2 Benzetim II: 2-Serbestlik Dereceli Robot Kolu Modeli .....	48
4. ZAMANLA-DEĞİŞEN BİR KAYMA YÜZEYİNE SAHİP KESİR- MERTEBELİ ARALIK TIP-2 KAYMA KIPLI BULANIK KONTROLÖR TASARIMI .....	68
4.1 Giriş ve Amaç.....	68
4.2 Tip-2 Bulanık Mantık Kümeler .....	74
4.3 Tip-2 Bulanık Mantık Sistemleri.....	75
4.3.1 Genel Tip-2 Bulanık Mantık Sistemleri .....	77
4.3.2 Aralık Tip-2 Bulanık Mantık Sistemleri.....	77
4.4 Önerilen Zamanla-Değişen Bir Kayma Yüzeyine Sahip Kesir- Mertebeli Aralık Tip-2 Kayma Kipli Bulanık Kontrolör Tasarımı.....	82
4.5 Benzetim Sonuçları.....	85
4.5.1 Benzetim I: Ters Sarkaç Modeli .....	87
5. SONUÇ VE ÖNERİLER .....	103
6. KAYNAKLAR .....	107
7. ÖZGEÇMİŞ.....	116

## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

Şekil 3.1: Sigmoid fonksiyonunun yapısı .....	35
Şekil 3.2: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $e_1(t)$ hata değerinin zamana göre değişimi .....	41
Şekil 3.3: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $e_2(t)$ hata değerinin zamana göre değişimi .....	42
Şekil 3.4: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $(e_1 - e_2)$ hata faz düzlemi yörüngeleri .....	42
Şekil 3.5: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $u(t)$ kontrol işaretleri: (a) SMC (Geleneksel) (b) FO-SMC (Sabit) (c) FO-SMC (Zamanla-Değişen).....	43
Şekil 3.6: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $e_1(t)$ hata değerinin zamana göre değişimi .....	45
Şekil 3.7: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $e_2(t)$ hata değerinin zamana göre değişimi .....	45
Şekil 3.8: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $(e_1 - e_2)$ hata faz düzlemi yörüngeleri.....	46
Şekil 3.9: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $u(t)$ kontrol işaretleri: (a) SMC (Geleneksel) (b) FO-SMC (Sabit) (c) FO-SMC (Zamanla-Değişen).....	47
Şekil 3.10: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $e_1(t)$ hata değerinin zamana göre değişimi.....	57
Şekil 3.11: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $e_3(t)$ hata değerinin zamana göre değişimi .....	57
Şekil 3.12: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $u_1(t)$ kontrol işaretleri: (a) SMC (Geleneksel) (b) FO-SMC (Sabit) (c) FO-SMC (Zamanla-Değişen).....	58
Şekil 3.13: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $u_2(t)$ kontrol işaretleri: (a) SMC (Geleneksel) (b) FO-SMC (Sabit) (c) FO-SMC (Zamanla-Değişen).....	59
Şekil 3.14: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $(e_1 - e_2)$ hata faz düzlemi yörüngeleri .....	60
Şekil 3.15: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $(e_3 - e_4)$ hata faz düzlemi yörüngeleri .....	60
Şekil 3.16: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $e_1(t)$ hata değerinin zamana göre değişimi .....	63
Şekil 3.17: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $e_3(t)$ hata değerinin zamana göre değişimi .....	63
Şekil 3.18: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $u_1(t)$ kontrol işaretleri: (a) SMC (Geleneksel) (b) FO-SMC (Sabit) (c) FO-SMC (Zamanla-Değişen).....	64

Şekil 3.19: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $u_2(t)$ kontrol işaretleri: (a) SMC (Geleneksel) (b) FO-SMC (Sabit) (c) FO-SMC (Zamanla-Değişen).....	65
Şekil 3.20: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen ( $e_1 - e_2$ ) hata faz düzlemi yörüngeleri.....	66
Şekil 3.21: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen ( $e_3 - e_4$ ) hata faz düzlemi yörüngeleri.....	66
Şekil 4.1: Tip-1 bulanık mantık sistemi .....	70
Şekil 4.2: Tip-2 bulanık mantık sistemi .....	73
Şekil 4.3: Bir bulanık kümenin (a) tip-1 (b) tip-2 bulanık üyelik fonksiyonu ile ifade edilmesi.....	74
Şekil 4.4: Bir tip-2 bulanık kümesinde belirsizlik taban alanı, üst üyelik fonksiyonu ve alt üyelik fonksiyonu.....	75
Şekil 4.5: Aralık tip-2 bulanık mantık sistemi .....	78
Şekil 4.6: Tasarlanan kontrolörün blok şema olarak gösterilimi.....	88
Şekil 4.7: (a) $s$ ve $\hat{s}$ (b) $p$ için, aralık tip-2 bulanık üyelik fonksiyonları ve dilsel değişkenler .....	96
Şekil 4.8: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $e_1(t)$ hata değerinin zamana göre değişimi .....	97
Şekil 4.9: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $e_2(t)$ hata değerinin zamana göre değişimi .....	97
Şekil 4.10: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $u(t)$ kontrol işaretleri: (a) SMC (Geleneksel) (b) FO-SMC (Sabit) (c) FO-SMC (Fonksiyon) (d) FO-SMC (T2 Bulanık). .....	98
Şekil 4.11: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen ( $e_1 - e_2$ ) hata faz düzlemi yörüngeleri.....	99
Şekil 4.12: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $e_1(t)$ hata değerinin zamana göre değişimi .....	100
Şekil 4.13: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $e_2(t)$ hata değerinin zamana göre değişimi .....	100
Şekil 4.14: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen ( $e_1 - e_2$ ) hata faz düzlemi yörüngeleri.....	101
Şekil 4.15: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $u(t)$ kontrol işaretleri: (a) SMC (Geleneksel) (b) FO-SMC (Sabit) (c) FO-SMC (Fonksiyon) (d) FO-SMC (T2 Bulanık). .....	102



## TABLO LİSTESİ

### Sayfa

Tablo 3.1: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $x_1(t)$ için başarıml ölçüt değerleri .....	44
Tablo 3.2: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $x_1(t)$ için başarıml ölçüt değerleri .....	46
Tablo 3.3: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $x_1(t)$ için başarıml ölçüt değerleri .....	61
Tablo 3.4: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $x_3(t)$ için başarıml ölçüt değerleri .....	61
Tablo 3.5: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $x_1(t)$ için başarıml ölçüt değerleri .....	62
Tablo 3.6: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $x_3(t)$ için başarıml ölçüt değerleri .....	67
Tablo 4.1: Aralık tip-2 bulanık mantık kontrolörün kural tablosu (a) $p>0$ (b) $p<0$ .....	95
Tablo 4.2: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $x_1(t)$ için başarıml ölçüt değerleri .....	99
Tablo 4.3: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen $x_1(t)$ için başarıml ölçüt değerleri .....	101

## SEMBOL LİSTESİ

$\tilde{A}$	: Bulanık A kümesi
$a_i$	: Sabit tasarım parametreleri
$\alpha, \beta$	: Kesirli diferansiyelin kesir-mertebesini ifade eden parametreler
$b$	: Kontrol giriş kazancı
$c_i$	: Sabit kayma yüzeyi parametresi
$d(t)$	: Bozucu işareti
$D^\alpha$	: Kesir-mertebeli diferansiyel
$\Gamma$	: Gamma fonksiyonu
$E$	: Kontrol işaretinin enerjisi
$\mathbf{e}(t)$	: Durum hata vektörü
$e_i(t)$	: Sistemin $i$ . durumuna ait hata değeri
$g$	: Yerçekimi ivmesi
$g_1, g_2, g_3$	: Bulanık mantık kontrolör giriş ölçekleme faktörleri
$g_u$	: Bulanık mantık kontrolör çıkış ölçekleme faktörü
$k$	: Kazanç parametresi
$K$	: Süreksiz kontrol kuralı kazanç parametresi
$k_s$	: Önerilen sabit kayma yüzeyi parametresi
$k_s(t)$	: Önerilen zamanla değişen kayma yüzeyi ayarlama parametresi
$k_s^-$	: Kayma yüzeyi ayarlama parametresinin genliğine ait alt sınır
$k_s^+$	: Kayma yüzeyi ayarlama parametresinin genliğine ait üst sınır
$l$	: Ters sarkacın bir yarı uzunluğu
$\mu$	: Skaler kesin pozitif sayı
$\eta$	: Skaler kesin pozitif sayı
$N$	: Sistemin sahip olduğu sabit parametrelerin sayısı
$p$	: Kayma yüzeyine dik koordinat
$\mathfrak{R}$	: Gerçek sayılar kümesi
$\mathbf{s}$	: Çok girişli durum için kayma yüzeyi vektörü
$s$	: Tek girişli durum için kayma yüzeyi
$s_i$	: Çok girişli durum için $i$ . kontrol girişine ait kayma yüzeyi
$\hat{s}$	: Önerilen yeni kayma yüzeyi
$\text{sat}(\cdot)$	: Doyum (doyma) fonksiyonu
$\text{sign}(\cdot)$	: İşaret fonksiyonu
$t_{\text{rise}}$	: Yükselme zamanı
$t_{\text{settling}}$	: Yerleşme zamanı
$t_{\text{reach}}$	: Ulaşma zamanı
$t_{\text{stable}}$	: Kararlı bölgeye giriş zamanı
$u(t)$	: Kontrol işareti
$u_{\text{min}}$	: Kontrol işaretine ait minimum değer
$u_{\text{max}}$	: Kontrol işaretine ait maksimum değer
$u_{\text{eq}}(t)$	: Eşdeğer kontrol işareti
$u_{\text{dis}}(t)$	: Süreksiz kontrol işareti
$u_i(t)$	: Çok-girişli durum için $i$ . kontrol işareti
$V(x, t)$	: Lyapunov fonksiyonu
$\mathbf{x}(t)$	: Sistem durum değişkenleri vektörü
$x_{i0}$	: Sistemin $i$ . durumuna ait başlangıç değeri

$x_{di}$	: Sistemin $i$ . durumuna ait istenen değer
$x_i(t)$	: Sisteme ait $i$ . durum değişkeni
$ x $	: $x$ 'in mutlak değeri
$X$	: Evrensel küme
$y(t)$	: Sistem ıkışı
$\Delta_i$	: $i$ . parametreye ait belirsizlik
$\Delta_i^-$	: Parametre belirsizliğine ait alt sınır
$\Delta_i^+$	: Parametre belirsizliğine ait üst sınır
$T$	: Örnekleme zamanı
$\bar{\gamma}$	: Bozucu işaretin genliğinin alt ve üst değerlerinin mutlak değerinin maksimumu
$\gamma^-$	: Bozucu işaretin genliğine ait alt sınır
$\gamma^+$	: Bozucu işaretin genliğine ait üst sınır
$\frac{d}{dt}$	: $t$ değişkenine göre türev işlemi
$\int$	: İntegral işlemi
$\mu(\cdot)$	: Bulanık yelik fonksiyonu
$\underline{\mu}(\cdot)$	: Bulanık alt üyelik fonksiyonu
$\overline{\mu}(\cdot)$	: Bulanık st üyelik fonksiyonu

## ÖNSÖZ

Tez konumu belirlememde ve içeriğinin oluşumunda birçok farklı bilim dalında yol göstericilerim oldu. Bu süreçte özellikle Matematik bölümünde okuduğum doktora dersleri benim için farklı bir tecrübe oldu. Bu vesileyle bir matematikçi gözüyle denklem analiz etme, çözümlenme ve ispatlama işlemlerinin nasıl yapıldığını görmüş ve öğrenmiş oldum. Bana kazandırmış oldukları katkılardan dolayı kendilerinden ders aldığım tüm hocalarıma teşekkür ederim.

Ders aşamamı tamamladıktan sonra doktora seminerlerim için iki konu ilgimi çekti. İlk seminerimi bu konulardan biri olan tip-2 bulanık mantık sistemleri ve ikinci seminerimi kesir-mertebeli hesaplama üzerine sundum. İlk defa bu konular üzerine araştırma yapma olanağını seminerlerim esnasında buldum. Tip-2 bulanık mantık sistemleri ve kayma kipli kontrol üzerine çalışmaya karar verdim. Bu konu ile ilgili kitap, tez, makale, bildiri ve uygulamaları inceledim. Tip-2 bulanık mantık Matlab® ve Simulink® araç kutularını araştırmaya başladım. Aralık tip-2 bulanık mantık sistemleri üzerine IT2FLS adında bir araç kutusu geliştirildiğini ve bunun açık kaynak olarak erişime sunulduğunu öğrendim. Araç kutusunu ve kullanma kılavuzunu temin ettim, inceledim. Bu araç kutusu ile uygulamalar yaptım. Ancak bu esnada araç kutusu ile ilgili bazı kısıtlamalar olduğunu fark ettim. Bu sebeple bu araç kutusunu kullanmaktan vazgeçtim. Tip-2 bulanık mantık sistemleri üzerinde Mendel ile öğrencileri Karnik ve Wu'nun çok sayıda çalışmaları olduğunu yaptığım araştırmalar esnasında öğrendim. Mendel ve öğrencileri tarafından bir araç kutusu geliştirildiğini ve açık kaynak olarak erişimde olduğunu gördüm. Bu araç kutusunu ve kullanma kılavuzunu da inceledim. Sonunda kendim Doç.Dr. Selami BEYHAN hocamın da tavsiyesi ile bir aralık tip-2 mantık sistemini araç kutusu olarak değil, bir Matlab® m-dosyası halinde kod olarak yazmaya karar verdim. Sistemin algoritma adımlarını Pseudo kodlarına bakarak inceledim. Wu'nun bir makalesindeki aynı örneği kullanarak sistemi Matlab'de kodlamayı başardım. Bu bana kontrol uygulamalarım için hız kazandırmış oldu. Aralık tip-2 bulanık mantık sistem tasarımı kullanarak kayma kipli kontrol uygulamalarına başladım. O sıralarda kesir-mertebeli hesaplama ile de ilgilenmeye karar verdim. Kesir-mertebeli hesaplama hakkında yazılmış kitap, tez, makale ve bildirileri inceledim.

Bu alanda üretilmiş olan CRONE, FOMCON, Ninteger ve FOTF araç kutuları olduğunu gördüm. Bunlardan FOMCON ve FOTF'yi inceleyerek kullanma kılavuzlarını okudum. FOMCON'un Simulink kütüphanesinin zenginliği benim bu araç kutusuna yönelmemi sağladı. Böylece kesir-mertebeli hesaplama ve tasarımlarını FOMCON ile gerçekleştirmeye başladım. Tüm bu araştırmalarımın sonucunda kayma kipli kontrol, zamanla-değişen kayma yüzeyi tasarımı, aralık tip-2 bulanık mantık sistemleri ve kesir-mertebeli hesaplama konularını birleştirerek yeni ve özgün kontrol çalışmaları yapmak için yola çıkmış oldum. Böylece kayma kipli kontrol uygulamalarını Matlab® kodu yazarak ve Simulink® ortamında model tasarlayarak geliştirdim. Yorucu ve uzun bir çalışma süreci sonunda doktora tezimi tamamlamayı başardım.

Bu süreç boyunca benden yardımlarını, önerilerini ve tecrübelerini esirgemeyen sevgili hocam Prof.Dr. Sezai TOKAT'a, Tez İzleme Komitesi toplantılarında yaptıkları değerlendirmeler ve yorumlar ile tez çalışmamı ilerletmemi sağlayan kıymetli hocalarım Prof.Dr. Kadir KAVAKLIOĞLU'na ve Doç.Dr. Selami BEYHAN'a, bilgi ve deneyimleriyle bana her zaman yardımcı olan değerli hocam Prof.Dr. Serdar İPLİKÇİ'ye, önerileri ile tez çalışmamın gelişmesini sağlayan kıymetli hocam Doç.Dr. Övünç POLAT'a, destekleriyle bana yardımcı olan sevgili eşim Feden ERAY'a ve çocuklarım Kerim ERAY ile İsmail Emir ERAY'a çok teşekkür ederim.

Osman ERAY

# 1. GİRİŞ

Sistem, bir girdiyi veya girdiler topluluğunu belirli işlemlerden geçirip bir çıktıya ya da çıktılar kümesi haline dönüştüren süreçler bütünüdür. Sistem, kendi içinde başka sistemleri içerebilir. Başka bir deyişle bir sistem, içerisinde değişik davranış özelliklerine sahip birçok alt sistemi barındırabilir. Örneğin, Endüstriyel üretim süreçleri bir bütün olarak değerlendirildiğinde bir sistem olarak ele alınabilir. Sistemin girdileri olan hammaddeler belirli işlem süreçlerinden geçerek sistemin çıktısı olan ürünler haline dönüşmektedir. Bu esnada farklı karakteristiğe veya davranış biçimine sahip birçok işlem süreci belirli işlevleri gerçekleştiren alt sistemler olarak görev yapmaktadır. Ya da insan, bir sistem olarak düşünülebilir; pek çok farklı işleve sahip birbiri ile etkileşim halinde olan veya olmayan çeşitli iç ve dış sistemlere sahip karmaşık bir sistemler bütünü olarak ifade edilebilir. Bu sistemlerin hepsi bir bütün olarak insanın davranışlarını ve yaşamsal faaliyetlerini meydana getirir. Sistemlerin giriş-çıkış (neden-sonuç) ilişkisi, sistemin davranışı yani karakteristiği olarak ifade edilir. Basitçe ele alındığında bir sistem için, girişindeki etkiye karşılık, sahip olduğu karakteristiğe bağlı olarak çıkışında tepki meydana getiren bir işlevler, süreçler bütünü tanımlanabilir. Doğadaki pek çok canlı veya cansız varlık aslında bir sistemdir, çünkü bunların her biri belirli bir işlevi gerçekleştirir. Sistem kavramına bir mühendis gözüyle bakıldığı zaman ise, şöyle bir tanıma ulaşılabılır: Sistem, girişine uygulanan bir işarete karşılık çıkışında yine bir işaret oluşturan birbirine bağlanmış fiziksel elemanlar topluluğudur (Ogata 1970). Burada sistemin girişine uygulanan etkiye neden; bu etkiye karşılık göstermiş olduğu tepkiye de sonuç adı verilir. Dolayısıyla bir sistemi tasarlamak, o sistemin davranışını belirleyecek olan yapıları ve parametreleri oluşturma süreçleri anlamına gelmektedir. Sistemler sahip oldukları davranış biçimine göre sınıflandırılabilir. Pek çok türde sistem vardır. Ancak bunlar arasında bazı sistemler vardır ki bu sistemler bir başka sistemin davranışını kontrol eder. Bu türdeki sisteme kontrol sistemi adı verilir. Kontrol sistemi, kendisini ya da başka bir sistemi kontrol etmek, davranış şeklini düzenlemek üzere uygun bir biçimde birbirine bağlanmış bir takım fiziksel elemanlar kümesinden meydana gelir (Ogata 1970). Kontrol sistemlerini geliştirmek için kontrol teorileri üretilmiştir. Kontrol teorisinde bir kontrol sisteminin

tasarlanması için sistem modellerinden faydalanılır. Ancak gerçek hayatta karşımıza çıkan süreçlerin tamamıyla belirgin sistem modellerinin elde edilmesi, yeterince bilginin bulunmaması, doğrusal olmayan ve zamanla değişen iç dinamiklerin var olması, belirlenebilen veya belirlenemeyen dış etmenlerin bulunması gibi bir takım faktörlerden dolayı zordur. Bu yüzden modellerin belirlenmesinde zaman zaman bazı yaklaşıklıklar, varsayımlar veya ihmaller yapılabilir. Gerçek yaşamdaki süreçlerin birçoğu doğrusal olmayan sistemler ile modellenir, çünkü sistemlerin davranışı doğrusal nitelikte olmayabilir veya sistemi etkileyen dinamikler doğrusal değildir. Bu gibi doğrusal olmayan modellerde belirli bir nokta civarında doğrusallaştırma işlemi gerçekleştirilerek sistem kontrol edildiğinde, sistemin gerçek davranışını modellerde bazı hatalar oluşabilir. Dolayısıyla sistem modeli oluşturulurken çok sayıda faktörü göz önünde bulundurmamak gerekir.

Sistem modellemesi yapılırken, sistemin yapısında meydana gelebilecek, öngörülemeyen belirsizlikler ile karşılaşılabilir. Bu belirsizlikler sistemin kendi iç karakteristiklerinden veya sistemle ilgili olmayan harici etkilerden kaynaklanabilir. Bir sistemdeki model belirsizlikleri, yapısal ve yapısal olmayan belirsizlikler olarak ikiye ayrılır. Yapısal belirsizlikler modelde bulunan terimlere, parametrelere ait hatalardan veya öngörülemeyen değişikliklerden kaynaklanır. Sistemlerde zamanla değişen davranış biçimleri mevcut ise, bu tür sistemlere dinamik sistem denir. Bir dinamik sistemi sürekli zamanda matematiksel olarak modelleyebilmek için diferansiyel denklemlerden; ayrık zamanda matematiksel olarak modelleyebilmek için ise, fark denklemlerinden faydalanılır. Bir sistemin matematiksel modelinde, modelin diferansiyel mertebesi, model terimlerinin sürekliliği, durum türevlerine göre doğrusallık, kontrol işlevleri gibi belirli miktarda bilgi vardır ve bu bilgiler yeterli değildir. Bazen sistemdeki parametre değerlerinin kesin doğrulukla ölçülmesi mümkün olmayabilir ya da parametreler zaman içerisinde değişim gösterebilir. Dolayısıyla bu tür model belirsizlikleri sistemin kendi yapısından kaynaklandığı için, yapısal belirsizlik olarak isimlendirilir. Yapısal olmayan belirsizlikler ise, sistem yapısının modellenmesi sırasında, bazı sistem dinamiklerinin göz ardı edilmesi, ihmal edilmesi ya da sistemin fiziksel yapısı hakkında yeterince bilgi sahibi olunamaması gibi nedenlerden dolayı yapılan basitleştirmeler sonucunda modelde yer almayan harici terimlerden, parametrelerden ve dinamiklerden kaynaklanır.

Bundan dolayı bu tür model belirsizlikleri sistemin kendi yapısından kaynaklanmadığı için, yapısal olmayan belirsizlik adını alır.

Ayrıca sistem dinamikleri buldukları ortam ile etkileşimde bulunabilir. Bu sebeple sistemin davranışında bazı değişimler meydana gelebilir. Sistemler üzerinde bu türde etki oluşturan dış kaynaklara dış bozucu etmenler denir. Dış bozucular, bir sistemin sağlıklı bir şekilde davranış sergilemesini, sonuç üretmesini olumsuz yönde etkileyebilir veya sistemin doğal olarak oluşturacağı davranışa karar verme sürecinde kararsızlığa sebep olabilir ve sistemi sonuç üretemez hale getirebilir hatta bazen kaotik davranışlar meydana gelmesine bile sebep olabilir. Örneğin, gürültü bilinen bir dış bozucudur ve sisteme etki ettiği zaman sistemin davranışında bozulmalar meydana gelebilir. Somut bir örnek vermek gerekirse, gürültü bir ses işaretine etki ettiğinde sesin işitsel yapısını bozar ya da gürültü bir görüntüye etki ettiği zaman ise, görüntünün görsel yapısında bozulmalar meydana getirir. Bundan dolayı denilebilir ki, parametre belirsizlikleri ve dış bozucular, kontrol başarımını olumsuz yönde etkileyen etmenlerdir ve bunlar sistemler için birer kararsızlık kaynağı olabilir.

Kontrolör veya sistem modelleri tasarlanırken daima sistem belirsizlikleri ve dış bozuculara karşı dayanıklı olan tasarımlar elde edilmesi amaçlanır. Tüm endüstriyel süreçlere bakıldığında iç sıcaklık değişimleri, mekanik işlevlerdeki bozulmalar, genleşme, büzülme, sürtünme, aşınma, yorulma gibi kontrol edilen sürecin yapısına bağlı olarak gerçekleşebilecek çeşitli sebeplerden dolayı sistem parametrelerinde değişiklikler olabilir. Ayrıca ölçme hataları, çevresel sıcaklık değişimleri, gürültü gibi etkenlerle söz konusu sistemler kendilerinden kaynaklanmayan dış bozuculardan da etkilenebilir. Literatüre bakıldığında, bu tip belirsizlik ve bozucuların olumsuz etkilerini tamamıyla ortadan kaldırmak veya azaltmak için tasarlanmış çok sayıda kontrol çalışmasının bulunduğu görülmektedir (Tokat 2003).

Araştırmacılar uzun zamandan beri belirsiz dinamik sistemleri kontrol etmek için çalışmalar yapmaktadır. Yukarıda belirtilen parametre değişiklikleri, dış bozucular ve modelleme belirsizlikleri sistem başarımını düşürdüğü için, bunlarla baş edebilmek ve bu gibi dinamik sistemleri kontrol etmek için kullanılan belirgin bir çözüm yöntemi, değişken yapıli sistemler teorisidir. Değişken yapıli sistemler, ilk olarak 1950'li yılların başında Emelyanov, Barbashin, Itkis ve Utkin tarafından,



kontrol teorisi ve sistem kararlılığı açısından, doğrusal olmayan sistemlerin özel bir sınıfı için incelenmiştir. Bu çalışmalar 1970'lere kadar tasarım yordamlarının eksikliği, yüksek frekanslı çattırtı, Rusça dışındaki kaynakların azlığı gibi nedenlerle geniş kullanım alanı bulamamış, dünyaya açılması gürbüz (dayanıklı) kontrolün önem kazanması ve Utkin (1977) ile Itkis (1976) tarafından değişken yapıli sistemlerin gürbüzlüğünün ve değişimsizliğinin tanıtılması sayesinde olmuştur. Kayma kipli kontrol, değişken yapıli kontrol sistemleri teorisinin bir alt sınıfı olarak ele alınabilir. Kayma kipli kontrol, faz yörüngesini belirlenmiş bir kayma yüzeyine doğru süren ve onun üzerinde anahtarlayan gürbüz, doğrusal olmayan, belirgin bir kontrol metodudur. Kayma kipli kontrol, literatürde geniş kullanım alanı bulmuştur, bunun nedeni onun kullanım kolaylığı ve parametre belirsizlikleri ile sınırlı dış bozuculara karşı gürbüz olmasından kaynaklanmaktadır (Utkin 2004). Kayma kipli kontrolün en önemli özelliği, kayma yüzeyi üzerinde durumların kayma hareketini gerçekleştirmesidir (Utkin 2004). Kontrol edilen sistemin durumlarının bu hareketi iki bölümde ele alınabilir. Bunlar, ulaşma kipi ve kayma kipidir. Sistem durumlarının önceden belirlenmiş bir kayma yüzeyine ulaşana kadar gerçekleşen aşama, ulaşma kipi (fazı) olarak isimlendirilir. Bu aşamada sistem durumları, dış bozuculara ve parametre değişimlerine duyarlıdır, yani onlardan etkilenir. Sistem durumlarının kayma yüzeyine ulaştıktan sonra kayma yüzeyi üzerinde anahtarlanarak orijine ulaşana kadar gerçekleşen aşama da, kayma kipi olarak isimlendirilir. Bu aşamada, sistem durumları dış bozuculara ve parametre değişimlerine duyarsız hale gelir, yani onlardan etkilenmez. Kayma kipinde yörünge asimptotik kararlı olarak orijin noktasına yaklaşır (Hung ve diğ. 1993). Bu özelliği ile kayma kipli kontrol, gürbüz bir kontrol yöntemi olarak değerlendirilmiştir. Değişken yapıli sistemler ve kayma kipli kontrol kuramını anlatan literatürde birçok çalışma bulunmaktadır (Utkin 1977; DeCarlo ve diğ. 1988; Hung ve diğ. 1993; Young ve diğ. 1999). Ayrıca literatürdeki birçok yayın, kayma kipli kontrol sürecinde ulaşma fazını kısaltmak veya tamamen ortadan kaldırmak üzerine önerilmiş yöntemlerden oluşmaktadır. Bu çalışmalar, çoğunlukla kayma yüzeyi tasarımlarını veya kontrol kuralı uyarlamalarını içermektedir. Geleneksel kayma kipli kontrolde genellikle önceden belirlenmiş, sabit bir kayma yüzeyi seçilir. Bir sistemin başlangıç değerleri kayma yüzeyinden uzak olduğunda, uzun bir ulaşma süresi oluşur yani ulaşma kipi uzun sürede gerçekleşir. Bu nedenle, kontrol başarımı ciddi şekilde azalır ve ulaşma kipinde gürbüzlük sağlanamaz. Geleneksel kayma kipli kontrolörün süreksiz kontrol kazancının

arttırılması, ulaşma kipini kısaltacaktır, ancak bu durum ciddi çatırtı sorununa yol açacaktır. Çatırtı, kontrol işaretinin yüksek frekanslı sonlu genlik salınımlarıdır. Bu problemin üstesinden gelebilmek için literatürde çok sayıda yöntem önerilmiştir. Bunlardan biri, işaret (signum) fonksiyonuna yüksek kazançlı doyma (saturation) fonksiyonu ile yaklaşmaktır (Hung ve diğ. 1993). Bir diğer yöntem ise gözleyici tasarımı yapmaktır (Utkin 2004). Ayrıca belirli başlangıç koşulları için, kayma kipli kontrolde kısa bir ulaşma kipi ile hızlı bir sistem yanıtı arasında bir denge vardır. Daha gürbüz bir sistem, daha kısa bir ulaşma süresiyle elde edilebilirken, daha yavaş bir sistem tepkisine neden olur (Utkin 2004). Bu da geleneksel kayma kipli kontroldeki bir başka olumsuzluk olarak karşımıza çıkar.

Kayma kipli kontrolör başarımını artırmak için başarılı bir kayma yüzeyi tasarım yöntemi, zamana göre değişen kayma yüzeyi kullanmaktır. Ulaşma kipinde geleneksel kayma kipli kontrolörün gürbüzlüğünü geliştirmek için, dış bozuculara maruz kalan ikinci mertebeden belirsiz bir sistem için, döndürme ve/veya öteleme yoluyla kademeli zamanla-değişen bir kayma kipli kontrolör Choi (1993; 1994) tarafından önerilmiştir. Burada önerilen kontrol stratejisi, ulaşma kipini son derece azaltmıştır ve geleneksel kayma kipli kontrolöre göre daha iyi gürbüzlük elde edilmiştir. Ayrıca, giriş kısıtlamaları altındaki ikinci mertebeden belirsiz bir dinamik sistemin gürbüzlüğünü arttırmak amacıyla ulaşma kipini tamamen ortadan kaldıran sürekli olarak zamanla-değişen bir kayma kipli kontrolör tasarımı Bartoszewicz (1995) tarafından önerilmiştir. Bir başka çalışmada, üç tip zamanla-değişen kayma yüzeyi önerilmiştir: bunlardan ikisinde hareketli düz kayma yüzeyleri kullanılmış ve üçüncüsünde sistem hatasının sonlu sürede sifıra yakınsamasını garanti eden zamanla-değişen bir eğri şeklinde bir kayma yüzeyi kullanılmıştır (Bartoszewicz 1996). Bilinmeyen bozuculara ve giriş kısıtlamalarına sahip olan üçüncü mertebeden belirsiz, doğrusal olmayan, zamanla-değişen dinamik bir sistem için kayma kipli kontrol yöntemi de literatürde yerini almıştır (Bartoszewicz ve Nowacka 2005). Başka bir çalışma, bir koordinat ekseninin tanımlandığı sınırlanmış parametre belirsizlikleri ve dış bozucular altındaki ikinci mertebeden dinamik sistemler için doğrusal zamanla-değişen kayma yüzeyine sahip kayma kipli kontrolör tasarımıdır (Tokat ve diğ. 2003). Bu çalışmada kayma yüzeyi ve kontrol kuralı tanımlanan koordinat eksenini dönüşümü kullanılarak yeniden formüle edilmiştir. Üçüncü mertebeden dinamik sistemler için koordinat dönüşümüne dayanan doğrusal

zamanla-değişen bir kayma yüzeyi de bir başka çalışmada sunulmuştur (Tokat ve diğ. 2009). Sürekli-karıştırılan biyoreaktörde fermantasyon işleminin kayma kipli kontrolü Tokat (2009) tarafından önerilmiştir. Bu çalışmada ise, kayma yüzeyinin ayarlanabilir sürekli hareketini sağlayan bir zamana bağlı fonksiyon kullanılmıştır, öyle ki bu fonksiyon yardımıyla açısız bilgi kullanılarak zamanla-değişen bir kayma yüzeyi tanımlanmıştır. Dördüncü mertebeden doğrusal olmayan sistemler için zamanla-değişen kayma yüzeyi kullanan ayrıştırılmış bir kayma kipli kontrol (Yorgancıoğlu ve Komurcugil 2010), zamanla-değişen terminal kayma kipli kontrol tekniklerini kullanan bir uzay aracı için, sonlu zamanlı bir davranış izleme kontrolü (Zhao ve Jia 2015), belirsiz doğrusal olmayan sistemler için fonksiyon tabanlı bulanık kayma kipli kontrol tasarımı (Nagarale ve Patre 2016), kuadro rotor insansız hava aracı davranış sistemi için bir adaptif bulanık zamanla değişen kayma kipli kontrol (Chang ve Shi 2017), DC motorlu dört çubuk için hareketli bir kayma kipli kontrol (Cakar ve Tanyıldızı 2018), eşleştirilmiş ve eşleştirilmemiş dış bozululara sahip dinamik sistemler için uyarlanabilir bir küresel ikinci mertebeden kayma yüzeyi (Mobayen ve Tchier 2018), üç adet ikinci mertebeden doğrusal olmayan sistem için uyarlanabilir ulaşma kuralına sahip gürbüz bir kayma kipli kontrol (Han ve diğ. 2018), robot manipülatörlerinin yörünge izleme kontrolü için kesir-mertebeli bir uyarlanabilir integral kayma kipli kontrolör tasarımı (Dumlu 2018), zamanla-değişen elipsoidal kayma yüzeyine sahip kayma kipli kontrol (Mizoshiri ve Mori 2019), dördüncü mertebeden tek-girişli çok-çıkışlı doğrusal olmayan sistemler için zamanla-değişen kayma yüzeyleri kullanan hızlı tekil olmayan terminal ayrıştırılmış bir kayma kipli kontrol (Yorgancıoğlu ve Redif 2019) ve kesir-mertebeli bir kayma kipli kontrolör kullanılarak tek bağlantılı esnek bir kolun hassas bir uç konumlandırma kontrolü (Nejad ve diğ. 2020) sırasıyla literatürde önerilmiştir.

300 yılı aşkın bir geçmişe sahip kesirli analiz fikri, ilk olarak 1695'te "yarım-mertebeli türev" olarak bahsedilen Leibniz ve L'Hospital arasındaki yazışmada ortaya çıkmıştır. Takip eden süreçte, Bernoulli, Lagrange, Laplace, Lacroix, Fourier, Abel, Liouville, Grunwald, Riemann ve Letnikov gibi bilim adamları, kesir-mertebeli türev ve integral ifadeleri de dahil olmak üzere birçok çalışma yürüttü. Kesir-mertebeli operatörlerin ilk kullanımı 1823 yılında Abel tarafından tautochrone probleminin çözümünde yapılmıştır (Petras 2011). Kesirli hesaplama, kontrol teorisi alanında ise ilk kez, büyük nesnelerin pozisyonunun otomatik kontrolü için

kullanılmıştır (Tustin ve diğ. 1958). Kesir-mertebeli integral işlemlerinin kontrolör sistemlerine uygulanmasını içeren çalışmalar Manabe tarafından (1960; 1962) sunulmuştur. Kesirli hesaplama ile ilgili tanımlar, özellikler, kısıtlamalar ve teoriler literatürdeki kitaplarda açıklanmıştır (Oldham ve Spanier 1974; Miller ve Ross 1993; Podlubny 1999). Bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle birlikte, son yıllarda kesir-mertebeli türev ve integralin popülerliği artmıştır. Ulaşma kuralı yaklaşımıyla kesir-mertebeli kayma kipli kontrol üzerine bir çalışma Efe (2010) tarafından önerilmiştir. Bu çalışmada kesir-mertebeli olarak ifade edilen doğrusal olmayan bir sistem modelinin kayma kipli kontrolü ele alınmıştır. Kesir-mertebeli PI kontrolör tasarımı üzerine bir çalışma Dogruer ve Tan tarafından (2018) sunulmuştur. Bu çalışmada zaman gecikmeli kesir-mertebeli bir sistem modelinin kontrolü modellenmiş ve bu modelin PI kontrolörü gerçekleştirilmiştir. PI kontrolörün parametrelerinin optimum değerleri, çeşitli başarımlar ölçüm kriterlerine göre elde edilmiştir. Kesir-mertebeli kayma kipli kontrol ile ilgili bir çalışma önerilmiştir (Wang ve diğ. 2018). Bu çalışmada, kayma yüzeyi kesir-mertebeli bir biçimde tanımlanmış ve kontrol kuralı buna göre elde edilmiştir. Bu kontrolörle, durum uzayı formunda verilen tamsayı-mertebeli sistem modeli kontrol edilmiştir. Doğrusal olmayan sistemler için bulanık kesir-mertebeli kayma kipli kontrol çalışması ve Bergman minimal modelinin uyarlanabilir bir kayma kipli kontrol çalışması Delavari ve arkadaşları (2010; 2019) tarafından sunulmuştur. Giriş doygunluğu altında bağlı uydu sisteminin konuşlandırılması için kesir-mertebeli bulanık kayma kipli kontrolü (Xu ve diğ. 2019), bazı doğrusal olmayan sistem sınıfları için optimal adaptif aralık tip-2 bulanık kesir-mertebeli geri-adımlı (backstepping) kayma kipli kontrol yöntemi (Moezi ve diğ. 2019), kesir-mertebeli değiştirilmiş Shinriki devresinin analizi, kontrolü ve FPGA uygulaması (Rajagopal ve diğ. 2019), 4-tekerlekli yönlendirilebilir bir mobil robotun engellerden kaçınarak kesir-mertebeli kayma kipli kontrolü (Xie ve diğ. 2020), doğrusal olmayan güç sistemlerinin sabit zamanlı kesir-mertebeli kayma kipli kontrolü (Huang ve Wang 2020), su altı araçlarında kavitasyon sentezinin kesir-mertebeli kayma kipli kontrolü (Phuc ve diğ. 2020) ve bozuculu doğrusal olmayan sistemlerin bir sınıfı için bir bozucu gözetleyici yoluyla kesir-mertebeli tekil olmayan sonlu kayma kipli kontrol uygulaması (Razzaghian ve diğ. 2020) literatürde sunulmuştur.

Bulanık kümeler ilk olarak Zadeh tarafından tanıtılmış; tip-1 bulanık küme kavramı (Zadeh 1965) ve tip-2 bulanık küme kavramı şeklinde literatüre girmiştir (Zadeh 1975). Klasik mantık, 0 (yanlış) ve 1 (doğru) değerleri arasında seçim yapmayı mümkün kılan yani iki duruma sahip bir kuramdır. Bulanık mantıkta ise 0 ile 1 arasındaki değerler de kullanılmıştır. Dolayısıyla derecelendirme işlemi meydana gelmiştir. Bir giriş değerinin bir üyelik fonksiyonuna olan üyelik derecesi 0 ile 1 arasında herhangi bir değer olabilir. Buna bağlı olarak durumlardan söz ederken sıfatlar kullanılır. Örneğin, hava sıcaklığını ifade etmek üzere çok soğuk, soğuk, serin, normal, ılık, sıcak, çok sıcak gibi dilsel değişkenleri kullanarak bunlara bağlı üyelik fonksiyonları oluşturulur. Tip-1 üyelik fonksiyonlarında giriş değerlerinin üyelik derecesi 0 ile 1 arasından belirli bir değerdir. Oysa tip-2 üyelik fonksiyonlarında üyelik dereceleri de bulanıktır (belirsizdir) yani 0 ile 1 arasında belli bir aralıktaki değerler kümesi olabilir. Dolayısıyla tip-2 bulanık kümelerde belirsizlik artmıştır. Üyelik derecelerinde bulunan bu belirsiz alan, belirsizlik taban alanı veya belirsizlik ayak izi olarak ifade edilmiştir. Buradaki belirsizliği çözümlenmek ve belirli bir sonuç elde etmek için çeşitli yöntemler literatürde önerilmiştir. Bulanık mantık sistemleri ise, üyelik fonksiyonları bulanık kümeler olan ve çıkarım mekanizmasında EĞER-İSE kurallarının yer aldığı sistemlerdir. Bulanık mantık sistemleri matematiksel modeli bilinmeyen veya matematiksel modeli oluşturulamayan sistemlerde oldukça etkilidir. Bulanık mantık sistemleri, bulanık mantık çıkarımına dayalı sonuçlar üretir ve bunlar iki grupta incelenebilir; tip-1 bulanık mantık sistemleri ve tip-2 bulanık mantık sistemleri'dir. Tip-1 ve tip-2 bulanık mantık sistemleri arasındaki fark, üyelik fonksiyonunun doğası ile ilişkilidir. Tip-2 bulanık mantık sistemlerde üyelik fonksiyonları üç boyutludur ve üçüncü boyut değişkeninin değeri bir belirsizlik içerir. Bunun nedeni tip-2 bulanık kümelerde giriş değerlerine ait üyelik derecelerinin yani üyelik fonksiyonu değerlerinin de bulanık olmasıdır yani bir belirsizlik alanı ortaya çıkmış olmasıdır. Bu belirsizlik alanı, belirsizliklerin doğrudan modellenmesini ve ele alınmasını mümkün kılar. Tip-2 bulanık mantık sistemleri, genel ve aralık tip-2 bulanık mantık sistemleri olarak iki gruba ayrılır. Aralık tip-2 bulanık mantık sistemlerinde üçüncü boyut olan giriş değerlerine ilişkin üyelik fonksiyonu değeri sabit bir değer olarak 1 alınır bunun nedeni üçüncü boyut değerini sabit 1 alıp hesaplama kolaylığı elde etmektir. Genel tip-2 bulanık mantık sistemlerinde ise bu değer, bir fonksiyondur yani değeri değişkendir. Hesaplamaların basitleşmesi nedeniyle, aralık tip-2 bulanık

mantık sistemleri farklı mühendislik çalışmalarında başarıyla uygulanmıştır. Aralık tip-2 bulanık mantık sistemleri dış bozucularla ve dinamik modeldeki parametre belirsizlikleri veya bir bulanık kontrol sistemindeki kural belirsizlikleri gibi çeşitli belirsizlikler ile karşılaşıldığında, sistemin kontrolünde tip-1 bulanık mantık sistemlerine göre daha iyi bir başarımlar göstermektedir. Bir bulanık kontrol sistemindeki kural belirsizliklerinin kaynağı, kuralların öncül değerlerde veya sonuç değerlerinde kullanılan dilsel değişkenlerin anlamlarının tasarımcıdan tasarımcıya farklı olabilmesi, bulanık sistemi aktive eden ölçümlere ait hata veya değişimlerin olabilmesi, bir bulanık sistemin parametrelerini ayarlamak için kullanılan verilerin durumu olabilir (Mendel 2001). Ayrıca bir tip-2 bulanık mantık sisteminin tip-1 bulanık mantık sisteminden farklı olan bir yanı da tip indirgeme sürecini içermesidir. Tip indirgeme adımında kullanılan çeşitli algoritmalar mevcuttur. Bunlardan en çok bilineni Karnik-Mendel (KM)'dir (Karnik ve Mendel 1998; Karnik ve diğ. 1999; Wu 2014). Tip indirgeme süre olarak çok zaman alan bir aşamadır. Genellikle yapılan çalışmalar bu tip indirgeme sürecindeki işlem süresini kısaltmak amacıyla yönelik olmuştur. Geliştirilmiş KM tip indirgeme algoritması da bu amaçla geliştirilmiş ve literatürde önerilmiştir (Wu ve Mendel 2007; 2009). KM algoritmasındaki hesaplama maliyetinin yüksek olması nedeniyle benzer şekilde Wu (2013) tarafından bir diğer tip indirgeme algoritması önerilmiştir, bu algoritma ile KM'ye göre daha düşük bir hesaplama maliyetinin elde edildiği belirtilmiş ve yapılan benzetim çalışmaları ile bu sav kanıtlanmıştır. Ayrıca sözkonusu çalışmada literatürde yer alan farklı birçok tip indirgeme algoritması hesaplama maliyeti açısından birbiri ile kıyaslanmıştır. Parçalı doğrusal aralık tip-2 bulanık kümeler için geometrik yaklaşıma dayalı kapalı form bir ağırlık merkezi tip indirgeme yöntemi Ulu ve arkadaşları (2012) tarafından tanıtılmıştır. Granül kavramı ve ardından granüler tip-2 üyelik fonksiyonları bir başka çalışmada önerilmiştir (Ulu ve diğ. 2013). Bir aralık tip-2 bulanık kümesinin ağırlık merkezini hesaplamak için bir yinelemeli tip indirgeme algoritması Celemin ve Melgarejo (2012) tarafından sunulmuştur. Bu çalışmada, farklı belirsizlik taban alanına sahip modeller üzerinde çeşitli deneyler yapılmış ve önerilen algoritmanın İyileştirilmiş (Geliştirilmiş) KM Algoritması (EKMA) ve Durdurma Koşullu Geliştirilmiş Yinelemeli Algoritma (EIASC)'dan daha hızlı sonuçlar verdiği iddia edilmiştir. Ayrıca tip-2 bulanık mantık sistemlerinin tasarımıyla ilgili bir dizi uygulama sunulmuştur (Castillo ve Melin 2008). Bir başka çalışmada tip-2 bulanık modele dayalı bir kontrolör önerilmiştir (Kumbasar ve diğ. 2011). Tip-1, self-tuning

tip-1 ve aralık tip-2 bulanık PID kontrol cihazlarının manyetik levitasyon sistemi üzerindeki başarımlarının analizi Sakallı ve arkadaşları (2014) tarafından sunulmuştur. Belirsiz dinamik parametrelere sahip MRR manipülatörleri için aralık tip-2 Takagi-Sugeno-Kang (TSK) bulanık mantık denetleyicilerinin tasarımı bir diğer çalışmada önerilmiştir (Biglarbegian ve diğ. 2011). Doğrusal olmayan belirsiz güç sistemlerinin bir sınıfını kontrol etmek için basit bir dolaylı uyarlanabilir genel tip-2 bulanık kayma kipli kontrolör Khooban ve arkadaşları (2016) tarafından önerilmiştir. Tip-2 bulanık mantık kontrolörlerin son uygulamaları üzerine bir literatür taraması Tai ve arkadaşları (2016) tarafından yapılmıştır. Modelleme belirsizliklerine ve dış bozuculara sahip, yeterince harekete geçirilmemiş (eksik tahrikli) mobil iki tekerlekli ters sarkacı eşzamanlı olarak modelleyen ve kontrol eden entegre bir aralık tip-2 bulanık mantık kontrol yaklaşımı Huang ve arkadaşları (2018) tarafından önerilmiştir. Bir kesir-mertebeli genel tip-2 bulanık PID kontrolör tasarımı Shi (2020) tarafından sunulmuştur.

Tez çalışması beş ana bölümden oluşmaktadır. İkinci bölümde geleneksel kayma kipli kontrol yöntemi anlatılmıştır. Üçüncü bölümde öncelikle zamanla-değişen fonksiyonlar yardımı ile hareket eden bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolör tasarımı sunulmuştur. Bu bölümde ilk olarak kesirli hesaplama ile ilgili temel tanımlar, kısıtlamalar ve özellikler açıklanmıştır. Arkasından önerilen kontrolörün tasarım adımları ayrıntılı olarak anlatılmıştır. Literatürdeki doğrusal olmayan sistem modelleri üzerinde benzetim çalışmaları yapılmış ve elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Dördüncü bölümde aralık tip-2 bulanık mantık sistemi ile önerilen zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolörün parametre ayarlaması üzerinde durulmuştur. Bu bölümde önerilen zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip aralık tip-2 kayma kipli bulanık kontrolör, üçüncü bölümde önerilen kontrolör ile de karşılaştırılmıştır. İlk olarak tip-2 bulanık mantık kümeleri ile sistemleri tanıtılmış ve ardından önerilen kontrolörün aralık tip-2 bulanık mantık sistemi kullanılarak parametre ayarlaması işlemi ayrıntılı olarak anlatılmıştır. Literatürden seçilen doğrusal olmayan bir sistem modeli üzerinde benzetim çalışmaları yapılmış ve elde edilen sonuçlar şekiller ve tablolar halinde sunulmuştur. Beşinci bölümde ise yapılanlar kısaca özetlenerek önerilen yöntemlerin etkinliği hakkında bilgi verilmiş ve gelecekte yapılabilecek çalışmalar üzerinde yorumlar yapılmıştır.

## 2. GELENEKSEL KAYMA KIPLİ KONTROL

### 2.1 Giriş

Kayma kipli kontrol, değişken yapılı sistemler teorisinin bir alt sınıfı olarak değerlendirilen, doğrusal ve doğrusal olmayan sistemleri kontrol etmek için kullanılan belirgin, doğrusal olmayan, geri beslemeli, gürbüz bir kontrol yöntemidir (Utkin 2013). Dış bozucular ve parametre belirsizlikleri ile başa çıkabilme kabiliyeti sayesinde mühendisliğin pek çok farklı alanında kullanılarak literatürde yerini almıştır. Kayma kipli kontrolör tasarımı iki aşamalı bir süreçtir. Bunlardan ilki, olması istenen kararlı dinamiklere karşılık düşen bir kayma yüzeyinin tanımlanması ve ikincisi ise, Lyapunov yöntemi kullanılarak belirlenen kayma yüzeyine ulaşılmasını sağlayan bir kontrol kuralının elde edilmesi sürecidir. Kayma kipli kontrolün, robotik alanında birçok uygulaması vardır. Örneğin, dalgalı ve rüzgarlı açık denizlerde insansız gemilerin otonom bir şekilde rotasını doğru bir şekilde izleyebilmesi için yüksek derecede başarı ile gerçeklenmiş kayma kipli kontrol algoritması ve uygulaması literatürde mevcuttur (Mahini ve diğ. 2013). Literatürdeki buna benzer pek çok uygulama, kayma kipli kontrolün sistem kontrolündeki başarısını ortaya koyan örneklerdir. Ancak kayma kipli kontrol yönteminde karşılaşılan olumsuz durumlar da mevcuttur, bunlardan birisi parametre belirsizliklerinin üst sınır değerinin biliniyor olarak kabul edilmesidir. Fakat kayma kipli kontrol yöntemi, zaten bu temel kabul üzerinde inşa edilmiştir. Diğer bir olumsuzluk ise, kontrol işaretindeki sonsuz (çok yüksek) frekans değerine sahip olan anahtarlanmış genlik değerleri yani çatırtılardır. Çatırtı veya çatırdama, kontrol işaretinde kayma yüzeyine ulaşıldıktan sonra sistem durumlarını kayma yüzeyi üzerinde tutabilmek için meydana gelen yüksek frekans değerine sahip genlik salınımlarıdır. Bu salınımlarının fiziksel sistemlerde anahtarlama elemanlarına kısa bir süre sonunda zarar verebilme olasılığı yüksek olduğu için, çatırdama etkisi literatürde önerilmiş çeşitli yöntemler ile ortadan kaldırılmaya çalışılmıştır (Choi ve diğ. 1994). Geleneksel kayma kipli kontrol yöntemi sonraki bölümde ayrıntılı olarak anlatılmaktadır.



## 2.2 Geleneksel Kayma Kipli Kontrol

Tek-girişli tipik bir ikinci mertebeden doğrusal olmayan belirsiz açık çevrim dinamik bir sistemin genel durum uzayı ifadesi

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \sum_{i=1}^N (a_i + \Delta_i(t)) f_i(\mathbf{x}, t) + b(\mathbf{x}, t) u(t) + d(t) \\ x_1(t_0) &= x_{10}, x_2(t_0) = x_{20}\end{aligned}\tag{2.1}$$

biçiminde yazılabilir (Edwards ve Spurgeon 1998). Burada  $\mathbf{x}(t) = (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^{2 \times 1}$  durum vektörünü,  $a_i$  ( $i = 1 \dots N$ ) sabit sistem parametrelerini,  $\Delta_i(t)$  sınırlı değerli parametre belirsizliklerini,  $u(t)$  giriş veya kontrol işaretini,  $d(t)$  zamana bağlı üst sınır değeri bilinen dış bozucuları,  $f_i(\mathbf{x}, t)$  ( $i = 1 \dots N$ ) ve  $b(\mathbf{x}, t)$  sistem karakteristiklerini ifade eden fonksiyonları tanımlamaktadır. Kontrol probleminin amacı  $\mathbf{x}(t)$  durum vektörünün,  $\mathbf{x}_d(t) = (x_{d1}(t), x_{d2}(t))$  istenen durum yörüngesini izleme davranışı üzerine kuruludur. Verilen ikinci mertebeden dinamik sistemler için kayma yüzeyi

$$s(\mathbf{x}, t) = c_1 e_1(t) + e_2(t)\tag{2.2}$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $c_1$  kesin değerli pozitif bir reel sayıdır ve izleme hatası şöyle ifade edilmektedir:

$$\mathbf{e}(t) = (e_1(t), e_2(t))\tag{2.3}$$

$$e_1(t) = x_1(t) - x_{d1}(t)\tag{2.4}$$

$$e_2(t) = x_2(t) - x_{d2}(t)\tag{2.5}$$

Burada  $x_{di}$   $i$ . durum vektörünün istenen yörünge değeridir. (2.2) eşitliği bize hataya bağlı bir doğrusal fonksiyon verir, bu doğru denkleminde  $c_1$  değeri doğrunun eğimidir, ayrıca bu doğru, kayma yüzeyi olarak isimlendirilir.  $\dot{x}_{d1} = x_{d2}$  alınarak elde edilebilen  $\dot{e}_1 = e_2$  kabulüyle, benzersiz (tekil) çözümü  $\mathbf{e} = 0$ 'da olan homojen bir diferansiyel denklem,  $s = 0$  alınarak elde edilebilir. Dolayısıyla yörüngeyi kayma

yüzeyi üzerinde tutan uygun bir kontrol kuralının seçilmesi ile hata değeri asimptotik bir biçimde sifıra doğru gider. Lyapunov'un doğrudan yöntemi ile bu hedefi gerçekleştiren bir kontrol kuralı elde edilebilir ve bunun için aday bir Lyapunov fonksiyonu şu şekilde tanımlanır (Bartoszewicz 1995):

$$V(s) = \frac{1}{2} s^2(\mathbf{x}, t) \quad (2.6)$$

Burada  $V(0) = 0$  ve  $\forall s(\mathbf{x}, t) \neq 0$  için,  $V(s) > 0$ 'dır ve Lyapunov fonksiyonunun türevinin negatif tanımlı olması amaçlanmıştır. Eşitlik (2.1)'de verilen sistemin kararlılığı için verimli bir koşul, (2.7) eşitsizliği ile verilmiş olup eğer (2.7) eşitsizliği garanti edilebilirse sistemin kararlı olması sağlanabilir (Hung ve diğ. 1993).

$$\dot{V}(s) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2(\mathbf{x}, t) \leq -\eta |s(\mathbf{x}, t)| \quad (2.7)$$

Burada  $\eta$  kesin değerli pozitif bir tasarım skaleridir. (2.7) eşitsizliğini elde etmek, sistemin kararlı ve kontrol altında olduğu, sistem durumlarının her zaman kayma yüzeyine doğru hareket edip ona vuracağı anlamına gelir. Bu nedenle, (2.7) eşitsizliği kayma yüzeyi için ulaşma koşulu olarak adlandırılır. (2.7) eşitsizliği ile verilen ulaşma koşulunda (2.2) eşitliği yerine konulursa, (2.8) eşitsizliği elde edilir.

$$s \cdot \dot{s} = s \cdot \left( c_1 e_2 + \left( \sum_{i=1}^N (a_i + \Delta_i) f_i + bu + d \right) - \ddot{x}_{d1} \right) \leq -\eta |s| \quad (2.8)$$

Sistem parametrelerini etkileyen bozucu etkileri ve parametre belirsizliklerini süreksiz kontrol kazancının içine dahil ederek, ölçeklendirilmiş röle yapısı kullanıp ulaşma koşulunu sağlayan kontrol girişi şu şekilde oluşturulabilir (Edwards ve Spurgeon 1998):

$$u = \frac{1}{b} \left\{ \left( -c_1 e_2 - \sum_{i=1}^N a_i f_i + \ddot{x}_{d1} \right) - \left( k + \sum_{i=1}^N |\bar{\Delta}_i f_i| \right) \text{sign}(s) \right\} \quad (2.9)$$

Burada sınır değerli parametre belirsizlikleri ile sınır değerli dış bozucular

$$\Delta^- \leq \Delta_i(t) \leq \Delta^+ \quad (2.10)$$

$$\gamma^- \leq d(t) \leq \gamma^+ \quad (2.11)$$

biçiminde seçilebilir. (2.9) eşitliği içinde verilen  $sign(.)$  fonksiyonunun tanımı

$$sign(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

şeklindedir. Buradaki parametre belirsizlikleri, (2.13) eşitliğindeki gibi seçilebilir (Edwards and Spurgeon 1998).

$$\bar{\Delta} = \max \left\{ |\Delta^-|, |\Delta^+| \right\} \quad (2.13)$$

Ayrıca üst sınır değeri bilinen dış bozucular ele alındığında, (2.9)'daki  $k$ 'nın alt sınır değeri (2.14) eşitsizliğine göre belirlenebilir. Böylece Lyapunov'un doğrudan yöntemi ile başlanan kontrol kuralı oluşturma süreci, ulaşma koşuluna bağlı bir şekilde süreksiz kontrol kazancının belirlenmesi ile sistemin kararlılığı garanti edilerek tamamlanmış olur.

$$k \geq \eta + \max \left( |\gamma^-|, |\gamma^+| \right) \quad (2.14)$$

ve  $k + \sum_{i=1}^N |\bar{\Delta}_i f_i|$ , alt sınır değeri sistem parametrelerine ve dış bozuculara bağlı olarak

kestirilen, belirli, pozitif, reel bir fonksiyon olan, süreksiz kontrol kuralının kazanç değeridir. (2.9) eşitliğindeki kontrol girişi iki bölümden oluşmaktadır. Birinci bölüm, kestirilen sistem parametreleri üzerine kurulu *eşdeğer kontrol kuralı* olarak bilinen sürekli terimdir ve sistemin kestirilmiş istenmeyen dinamiklerini kompanze eder. Signum fonksiyonuna sahip ikinci bölüm ise, hata durum yörüngesinin ve kayma yüzeyinin kesişiminde, kontrol işaretinin ve aktüatörün bir kısmında sonsuz anahtarlama gerektiren *süreksiz kontrol kuralı*'dır. Bu şekilde, yörünge her zaman kayma yüzeyine doğru hareket etmeye zorlanır. Bir başka deyişle, eşdeğer kontrol kuralı sistemin durum yörüngelerinin kayma yüzeyine ulaşmasını; süreksiz kontrol kuralı da sistemin durum yörüngelerinin kayma yüzeyine ulaştıktan sonra kayma yüzeyi üzerinde kalmasını ve orijine ulaşmasını sağlamaya çalışır. Burada süreksiz kontrol kuralının neden olduğu yüksek frekanslı salınımlar çatırtı olarak ifade edilir.

Çatırtı genellikle kontrol kuralı içinde istenmeyen bir davranıştır, çünkü yüksek frekanslı anahtarlama işlemi esnasında kontrolör sistemindeki röle vb. gibi donanımsal aygıtlar bir müddet sonra zarar görebilir. Bunu önlemek için çatırtıyı azaltıcı veya tamamen ortadan kaldıran çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Bunlardan en çok bilineni ve uygulamalarda tercih edileni doyma fonksiyonlarının kullanılmasıdır. Böylece süreksiz kontrol kuralına sınır katmanının içinde yer alan bir sürekli kural ile yaklaşılır. Bunu gerçekleştirmek için, süreksiz kontrol kuralı içindeki  $sign(\cdot)$  fonksiyonu  $sat(\cdot)$  fonksiyonu ile yer değiştirilir.

Örnek bir doyma fonksiyonu (2.15) eşitliğinde verildiği şekliyle literatürde tanımlanmıştır (Choi ve diğ. 1994). Burada  $\Delta_f$  geleneksel olarak sabit bir doyma değeridir. Ayrıca literatürde bunun dışında farklı doyma fonksiyonu tanımları da bulunmaktadır.

$$sat(s(\mathbf{x}, t)) = \begin{cases} \frac{s(\mathbf{x}, t)}{\Delta_f} & , |s(\mathbf{x}, t)| \leq \Delta_f \\ sign(s(\mathbf{x}, t)) & , |s(\mathbf{x}, t)| > \Delta_f \end{cases} \quad (2.15)$$

### **3. ZAMANLA-DEĞİŞEN BİR KAYMA YÜZEYİNE SAHİP KESİR-MERTEBELİ KAYMA KIPLI KONTROLÖR TASARIMI**

#### **3.1 Giriş**

Kesirli hesaplama, bilinen türev ve integral işleminin tamsayı olmayan keyfi mertebeli türev ve integral haline bir genelleştirmesidir. Son yıllarda, kesir-mertebeli sistemler üzerine bilim ve mühendisliğin birçok alanında çok sayıda çalışma ve uygulama sunulmuştur. Bunun nedeni, bilgisayar teknolojilerindeki ilerleme ile birlikte son yıllarda karmaşık yaklaşık hesaplamaların yapılabilir hale gelmesidir ve ayrıca kesir-mertebeli hesaplama kullanılarak yapılan uygulamaların tamsayı-mertebeli olanlara kıyasla başarımları ölçütleri açısından olumlu katkı ve gelişmeler sağladığı görülmektedir. Aslında kesirli türev ve integralin tarihçesine bakıldığında zaman, bu kavramların 1600'lü yılların sonlarına doğru ortaya çıktığı görülmektedir. Ancak o yıllarda hesaplamaların yapılabilmesi zor olduğu için, bu alanda fazla ilerleme kaydedilememiştir. Genellikle matematiksel kavramlar, tanımlar, kısıtlamalar ve özellikler ortaya konmuştur. Kesirli hesaplamaların kontrol teorisi içinde kullanılmaya başlanması ile birlikte kesir-mertebeli türev ve integral kavramları kontrol uygulamaları içine girmiştir. Literatüre bakıldığında zaman, kesir-mertebeli türev ve integral kullanılarak yapılan kontrol uygulamalarında tamsayı-mertebeli olanlara göre daha başarılı sonuçların elde edildiği görülmektedir.

#### **3.2 Kesir-Mertebeli Türev ve İntegral**

Kesir-mertebeli diferansiyel, türev ve integral operatörlerinin bir genelleştirmesi olarak genel bir temel  ${}_a D_t^\alpha$  operatörü ile

$${}_a D_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & , \operatorname{Re}(\alpha) > 0 \\ 1 & , \operatorname{Re}(\alpha) = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-\alpha} & , \operatorname{Re}(\alpha) < 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $\alpha$  kesirli-mertebe,  $a$  ve  $t$  operatörün sınır değerleridir. Bu tanımlama, geniş bir fonksiyon sınıfı için en iyi bilinen üç tanımın – GL (Grünwald-Letnikov), RL (Riemann-Liouville) ve Caputo – bazı koşullar altında eşdeğer olduğu gerçeğine dayanmaktadır (Podlubny 1999).

### 3.2.1 Temel Tanımlar, Özellikler ve Kısıtlamalar

Bu bölümde kesirli hesaplamanın temelini oluşturan bazı eşitliklerden bahsedilecektir. Öteden beri, Euler Gamma fonksiyonu, karmaşık sayılar ve tamsayı olmayan reel sayılar için faktöriyel işlevinin bir genelleştirmesidir. Euler Gamma fonksiyonu literatürde şu şekilde tanımlanmıştır (Oldham ve Spanier 1974):

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} t^{n-1} e^{-t} dt \quad (3.2)$$

Bu fonksiyon, aşağıdaki gibi faktöriyel biçiminde düzenlenebilir (Oldham ve Spanier 1974):

$$\Gamma(n) = (n-1)! \quad (3.3)$$

Diğer bir önemli fonksiyon, iki parametrelili Mittag-Leffler işlevidir (Petras 2011) ve bu işlev şöyle tanımlanmıştır:

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + \beta)}, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0 \quad (3.4)$$

Bu iki fonksiyonun yardımıyla kesirli hesaplama tanımları yapılır. Literatürde en sık kullanılan kesirli türev ve integral tanımları Grünwald-Letnikov (GL), Riemann-Liouville (RL) ve Caputo eşitlikleridir. Diğer tanımlar, örneğin Weyl,

Fourier, Cauchy, Abel, Nishimoto, vb. gibi, iyi bilinen isimlerle bağlantılıdır (Petras 2011).

Sürekli  $f(t)$  fonksiyonu ele alındığında,  $f(t)$  fonksiyonunun birinci mertebeden türevi şu şekilde yazılabilir:

$$\frac{d}{dt} f(t) = f'(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t) - f(t-h)}{h} \quad (3.5)$$

$f(t)$  fonksiyonunun ikinci mertebeden türevinde (3.5) eşitliği yerine konulursa

$$\frac{d^2}{dt^2} f(t) = f''(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(t) - f'(t-h)}{h} \quad (3.6)$$

$$f''(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left\{ \frac{f(t) - f(t-h)}{h} - \frac{f(t-h) - f(t-2h)}{h} \right\} \quad (3.7)$$

$$f''(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t) - 2f(t-h) + f(t-2h)}{h^2} \quad (3.8)$$

elde edilir. Benzer şekilde,  $f(t)$  fonksiyonunun üçüncü mertebeden türevi de şu şekilde elde edilebilir:

$$\frac{d^3}{dt^3} f(t) \equiv f'''(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t) - 3f(t-h) + 3f(t-2h) - f(t-3h)}{h^3} \quad (3.9)$$

Bu kurala göre,  $j > n$  ve  $n \in \mathbb{N}$  koşulları altında,  $f(t)$  fonksiyonunun  $t$ 'ye göre  $n$ -mertebeli türevini elde etmek için kullanılan genelleştirilmiş ifade

$$\frac{d^n}{dt^n} f(t) \equiv f^{(n)}(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^n} \sum_{j=0}^n (-1)^j \binom{n}{j} f(t-jh) \quad (3.10)$$

şekindedir. Eşitlik (3.10) ile verilen ilişki,  $t$  değişkenine göre  $f(t)$  fonksiyonunun değerlerinin doğrusal bir kombinasyonunu ifade eder.  $n$  pozitif değeri için binom katsayıları şu şekilde tanımlanır:

$$\binom{n}{j} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-j+1)}{j!} = \frac{n!}{j!(n-j)!} \quad (3.11)$$

Eğer bu ifadede  $n$  değeri yerine  $-n$  değeri yerleştirilirse, (3.10) eşitliği ile verilen kesir-mertebeli türev ifadesi, (3.12) eşitliği haline dönüşür.

$$\frac{d^{-n}}{dt^{-n}} f(t) \equiv f^{(-n)}(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^n} \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} f(t-jh) \quad (3.12)$$

Burada  $n$  pozitif bir tamsayıdır.

(3.12) eşitliğinde negatif tanımlı olarak verilen binom katsayılarının elde edilmesi, (3.13) eşitliği tarafından sağlanmaktadır.

$$\binom{-n}{j} = \frac{-n(-n-1)(-n-2)\cdots(-n-j+1)}{j!} = (-1)^j \binom{n}{j} \quad (3.13)$$

Burada,

$$\binom{n}{j} = \frac{n(n+1)\cdots(n+j-1)}{j!} \quad (3.14)$$

şeklinde tanımlanır.

**Tanım 1.** (3.5) ve (3.14) arasındaki eşitlikler kullanılarak ve  $n = \frac{t-a}{h}$  alınarak, bir  $f(t)$  fonksiyonunun  $t$ 'ye göre  $\alpha$  mertebeli ( $\alpha \in \mathbb{R}$ ) Grünwald-Letnikov (GL) kesir-mertebeli türev tanımı literatürde aşağıdaki şekilde verilmiştir (Podlubny 1999):

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{\lceil \frac{t-a}{h} \rceil} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t-jh) \quad (3.15)$$

Burada  $a$ , sınır değeri ifade eden reel bir sabittir.  $a$  ve  $t$   ${}_a D_t^\alpha f(t)$  operatörünün sınır değerleridir.



Eğer  $f(t) \in C^n[0, t]$  ise,  $f(t)$  fonksiyonunun  $t$ 'ye göre  $\alpha$  mertebeli  $(n-1 \leq \alpha < n \in \mathbb{Z}^+)$  Grünwald-Letnikov (GL) kesir-mertebeli türevi

$${}_0D_t^\alpha f(t) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^{(k)}(0)t^{-\alpha+k}}{\Gamma(-\alpha+k+1)} + \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{n-\alpha-1} f^{(n)}(\tau) d\tau \quad (3.16)$$

şeklinde tanımlanmıştır (Li and Deng 2007). Euler'in *Gamma* fonksiyonu ve faktöriyel işlemi arasında, (3.17) eşitliğinde verilen ilişki bulunmaktadır dolayısıyla Binom katsayılarını hesaplamak için, bu ilişkiden yararlanılabilir.

$$\binom{\alpha}{j} = \frac{\alpha!}{j!(\alpha-j)!} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(\alpha-j+1)} \quad (3.17)$$

**Tanım 2.** Riemann-Liouville tanımı adıyla bilinen diğer bir ifadeyi elde etmek için, ilk önce  $n$ -katlı Riemann-Liouville integrali,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n > 0$  için,

$$\int_a^t \int_a^{t_1} \int_a^{t_2} \cdots \int_a^{t_{n-1}} f(t_1) dt_1 dt_2 \cdots dt_{n-1} dt_n = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-n}} d\tau \quad (3.18)$$

şeklinde ifade edilir (Podlubny 1999).

Buradan yola çıkarak,  $f(t)$  fonksiyonunun  $\alpha$  kesir-mertebeli Riemann-Liouville integral tanımı şu şekilde ortaya çıkmıştır (Podlubny 1999):

$${}_aD_t^{-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad (3.19)$$

Burada  $a$  başlangıç değeri olup genellikle sıfır alınır ve ayrıca  $\alpha > 0$  ( $\alpha \in \mathbb{R}^+$ )'dır.

**Özellik 1.** Eğer  $t \geq a$  için,  $f(t)$  sürekli bir fonksiyon ve  $\alpha$  ve  $\beta$  pozitif ise,  $f(t)$  fonksiyonunun herhangi bir reel kesir-mertebeli Riemann-Liouville integral tanımı aşağıdaki özelliğe sahiptir (Podlubny 1999):

$${}_aD_t^{-\alpha} \left( {}_aD_t^{-\beta} f(t) \right) = {}_aD_t^{-\alpha-\beta} f(t) \quad (3.20)$$

**Özellik 2.** Riemann-Liouville kesirli integral tanımı, belirli makul varsayımlar altında

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} {}_a D_t^{-\alpha} f(t) = f(t) \quad (3.21)$$

özelliğine sahiptir. Dolayısıyla (3.21) eşitliği

$${}_a D_t^0 f(t) = f(t) \quad (3.22)$$

biçiminde yazılabilir (Podlubny 1999).

**Tanım 3.** Bir  $f(t)$  fonksiyonunun  $t$ 'ye göre  $\alpha$  mertebeli ( $\alpha \in \mathbb{R}$ ) Riemann-Liouville (RL) kesir-mertebeli türev tanımı,  $m-1 \leq \alpha < m \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere literatürde aşağıdaki şekilde verilmiştir (Podlubny 1999):

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \frac{d^m}{dt^m} \int_a^t (t-\tau)^{m-\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad (3.23)$$

Burada ,  $a$  ve  $t$ ,  ${}_a D_t^\alpha f(t)$  operatörünün sınır değerleridir.  $a$  başlangıç değeri olup genellikle sıfır alınır ve  $\Gamma(\cdot)$ , Euler'in *Gamma* fonksiyonudur.

**Özellik 3.**  $f(t)$  fonksiyonunun sürekli olduğu ve eğer  $\alpha \geq \beta \geq 0$  ise,  ${}_a D_t^{\alpha-\beta} f(t)$  türevinin var olduğu varsayılarak, Riemann-Liouville kesir-mertebeli türevi

$${}_a D_t^\alpha \left( {}_a D_t^{-\beta} f(t) \right) = {}_a D_t^{\alpha-\beta} f(t) \quad (3.24)$$

özelliğine sahiptir (Podlubny 1999).

**Özellik 4.**  $\alpha > 0$  ve  $t > a$  için, Riemann-Liouville kesir-mertebeli türevi (3.25) eşitliğinde verilen özelliğe sahiptir (Podlubny, 1999):

$${}_a D_t^\alpha \left( {}_a D_t^{-\alpha} f(t) \right) = f(t) \quad (3.25)$$

**Özellik 5.** Grünwald-Letnikov türevinde olduğu gibi, Riemann-Liouville kesirli türev operatörü  ${}_a D_t^\alpha f(t)$ ,  $\frac{d^m}{dt^m} f(t)$  ile değiştirilebilir, yani  ${}_a D_t^\alpha f(t)$  yerine  $\frac{d^m}{dt^m} f(t)$  yazılabilir.

$$\frac{d^m}{dt^m} ({}_a D_t^\alpha f(t)) = {}_a D_t^\alpha \left( \frac{d^m f(t)}{dt^m} \right) = {}_a D_t^{\alpha+m} f(t), \quad (3.26)$$

Ancak bu durum,  $f(t)$  fonksiyonunun kesirli türevinin  $t = a$  alt sınır değerinde şu koşullar sağlanırsa geçerlidir:

$$\begin{aligned} f^{(s)}(a) &= 0, & (s = 0, 1, 2, \dots, m) \\ (m = 0, 1, 2, \dots; n-1 < \alpha < n) \end{aligned} \quad (3.27)$$

**Özellik 6.** Bir sabitin Riemann-Liouville kesirli türevi,  $c$  herhangi bir sabit değer olmak üzere,

$${}_a D_t^\alpha c = \frac{ct^{-\alpha}}{\Gamma(1-\alpha)} \quad (3.28)$$

şeklinde tanımlanır (Podlubny 1999).

**Tanım 4.** Caputo kesir-mertebeli türev tanımı,  $m-1 < \alpha < m \in \mathbb{Z}^+$  için, şu şekilde verilmiştir (Podlubny 1999):

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_a^t (t-\tau)^{m-\alpha-1} f^{(m)}(\tau) d\tau \quad (3.29)$$

**Özellik 7.** Caputo kesirli türev operatörü  ${}_a D_t^\alpha f(t)$ ,  $\frac{d^m}{dt^m} f(t)$  ile değiştirilebilir, yani  ${}_a D_t^\alpha f(t)$  yerine  $\frac{d^m}{dt^m} f(t)$  yazılabilir.

$$\frac{d^m}{dt^m} ({}_a D_t^\alpha f(t)) = {}_a D_t^\alpha \left( \frac{d^m f(t)}{dt^m} \right) = {}_a D_t^{\alpha+m} f(t), \quad (3.30)$$

Ancak bu durum,  $f(t)$  fonksiyonunun kesirli türevinin  $t = a$  alt sınır değerinde şu koşullar sağlanırsa geçerlidir:

$$\begin{aligned} f^{(s)}(a) &= 0, & (s = n, n+1, n+2, \dots, m) \\ (m = 0, 1, 2, \dots; n-1 < \alpha < n) \end{aligned} \quad (3.31)$$

**Özellik 8.** Bir sabitin Caputo kesirli türevi,  $c$  herhangi bir sabit değer olmak üzere,

$${}_a D_t^\alpha c = 0 \quad (3.32)$$

şeklinde tanımlanır (Podlubny 1999).

**Özellik 9.** Tamsayı mertebeli türev operatörlerine benzer şekilde kesir-mertebeli türev operatörlerinde de doğrusallık özelliği mevcuttur yani bu özellik,

$${}_a D_t^\alpha (\lambda f(t) + \mu g(t)) = \lambda {}_a D_t^\alpha (f(t)) + \mu {}_a D_t^\alpha (g(t)) \quad (3.33)$$

şeklinde yazılabilir (Podlubny 1999). Burada  ${}_a D_t^\alpha$ , kesirli türev tanımlarından herhangi birini ifade etmektedir.

Tez çalışmasında verilen kontrol problemlerinin benzetim çalışmaları yapılırken, kesirli türev ve integral hesaplamalarında MATLAB® için, FOMCON adı verilen kesirli bir modelleme ve kontrol araç kutusu kullanılmıştır (Tepljakov ve diğ. 2011). Bu araç kutusunun dışında CRONE, Ninteger, FOTF adında başka araç kutuları da mevcuttur. Ancak FOMCON bunlar arasında en kullanışlı olanlardan birisidir. Simulink® kütüphanesinde kesir-mertebeli türev ve integral, kesir-mertebeli sistem, kesir-mertebeli transfer fonksiyonu ve kesir-mertebeli kontrol uygulaması geliştirmeye yönelik çok sayıda araç mevcuttur. Bu araçları kullanarak Simulink® üzerinde kesir-mertebeli modeller tasarlanabilir. Örneğin kesir-mertebeli türev bloğu oluştururken kesirli-mertebe, hesaplamada kullanılacak filtre türü, filtre derecesi, filtre sınır değerleri gibi parametrelerin değerleri tasarımcı tarafından belirlenebilmektedir. Bu değerlere göre türev hesaplanmaktadır. FOMCON araç kutusu ile yapılan kesir-mertebeli türev hesaplaması FOTF ile aynı sonucu vermektedir.

### 3.3 Önerilen Zamanla-Değişen Bir Kayma Yüzeyine Sahip Kesir-Mertebeli Kayma Kipli Kontrolör Tasarımı

#### 3.3.1 Giriş ve Amaç

Kesirli hesaplama düşüncesi, ilk olarak 1695'te “yarım-mertebeli türev” olarak bahsedilen, Leibniz ve L'Hospital arasındaki yazışmada ortaya çıkmıştır. Takip eden süreçte, Bernoulli, Lagrange, Laplace, Lacroix, Fourier, Abel, Liouville, Grunwald, Riemann ve Letnikov gibi bilim adamları, kesir mertebeli türev ve integral ifadeleri de dahil olmak üzere birçok çalışma yürütmüştür. Kesirli hesaplama, bilinen türev ve integral işleminin tamsayı olmayan keyfi mertebeli türev ve integral haline bir genelleştirmesidir. Son yıllarda, kesir-mertebeli sistemler üzerine bilim ve mühendisliğin birçok alanında çok sayıda çalışma ve uygulama sunulmuştur. Bunun nedeni, bilgisayar teknolojilerindeki ilerleme ile birlikte son yıllarda karmaşık yaklaşık hesaplamaların yapılabilir hale gelmesi ve kesir-mertebeli türev ve integral kullanılarak yapılan kontrol uygulamalarında, tamsayı-mertebeli olanlara göre daha başarılı sonuçların elde edilmesidir.

Zamanla-değişen kayma yüzeyi tasarımı, kayma yüzeyinin zamana bağlı olarak değiştirilmesi ile elde edilen ve kayma kipli kontrolör başarımında olumlu gelişmeler sağlayan bir yöntemdir. Bununla ilgili literatürde yer alan çeşitli çalışmalar incelendiğinde, bu yöntemin kontrol sürecine katkı sağladığı görülmektedir. Kayma yüzeyinin biçimi, farklı tanımlamalar yapılarak değiştirilebildiği gibi, kayma yüzeyi zamana bağlı olarak döndürme veya öteleme hareketleriyle değişken hale de getirilebilir. Kayma yüzeyinin zamanla-değişken yapılmasını sağlayan birçok uyarılama gerçekleştirilebilir. Burada belirli fonksiyonlar veya bulanık mantık sistem yaklaşımları gibi çeşitli yöntemler kullanılabilir. Bu konuda seçim, tasarımcının kendisine aittir.

Tez çalışmasının amacı, kayma kipli kontrolör tasarımı yeni bir kayma yüzeyi tanımlayarak, çeşitli başarımlar ölçüm kriterlerine göre kontrolör başarımını arttırmaktır. Böylece kayma kipli kontrol literatürüne katkı sağlanması hedeflenmiştir. Literatürde örneği bulunmayan bu yeni kayma yüzeyi, zamanla-değişen kayma yüzeyinin kesir-mertebeli olarak yeniden tanımlanması ile elde

edilmiştir. Literatürde yer alan geometrik yaklaşım yöntemiyle koordinat dönüşümüne dayalı zamanla-değişen kayma yüzeyi, kesir-mertebeli türev kavramı yardımıyla yeni bir biçimde tanımlanmıştır. Lyapunov'un doğrudan yöntemi ile ulaşma koşulunu ve dolayısıyla kararlılık şartlarını sağlayan yeni bir kontrol kuralı adım adım işlem yapılarak türetilmiştir. Kararlılık analizi yapılarak kontrolör tasarlandığı için, tasarım parametreleri de buna uygun olarak seçilmiştir. Kayma yüzeyinin zamanla-değişken olmasını sağlayan parametre, zamana bağlı bir sigmoid fonksiyonu şeklinde seçilerek, kayma yüzeyinin zamana bağlı olarak döndürülmesi sağlanmıştır. Burada iki zorluk karşımıza çıkmaktadır, bunlardan birincisi, kayma yüzeyinin zamanla-değişken bir yapıda olması ve ikincisi de kesir-mertebeli türev hesaplamasının literatürde verilen tanımlar vasıtasıyla oldukça karmaşık işlemler sonucunda elde edilebiliyor olmasıdır. Bu hesaplamalar ile belli bir değere yaklaşılmakta ve bu yaklaşılan değer zamanın o anındaki kesir-mertebeli türev değeri olmaktadır.

### 3.3.2 Kesir-Mertebeli Kayma Yüzeyinin Tanımlanması

Tez çalışmasında önerilen kesir-mertebeli zamanla-değişen bir kayma yüzeyi, sistem davranışını iyileştirmek ve yeni bir kayma yüzeyi tasarımı yapmak üzere zamanla-değişen kayma yüzeyi tanımı içinde kesir-mertebeli türev kullanılarak yeniden tanımlanmıştır. Bu kayma yüzeyi hata faz düzleminde aşağıdaki şekilde elde edilmektedir:

- i) İlk olarak, koordinat eksenlerinden birincisi olan  $s$  kayma yüzeyi kesir-mertebeli olarak (3.34) eşitliği şeklinde tanımlanır.

$$s(t) = c_1 e_1(t) + D^{(1-\alpha)} e_1(t) \quad (3.34)$$

- ii) Arkasından,  $s$  kayma yüzeyine dik olarak seçilen  $p$  doğrusu, koordinat eksenlerinin ikincisi olarak kesir-mertebeli bir biçimde (3.35) eşitliği şeklinde tanımlanır.

$$p(t) = \left( -\frac{1}{c_1} \right) e_1(t) + D^{(1-\alpha)} e_1(t) \quad (3.35)$$

Burada  $c_1$  sabit bir değerdir. Bu iki koordinat ekseninin yani doğrunun birbirine dik olması için gerek ve yeter koşul, doğrular arasındaki açının 90 derece olmasıdır. Bunun gerçekleşebilmesi için, (3.36) eşitliğinin sağlanması gerekmektedir. Bu eşitliğin sağlanması şu şekilde yapılır

$$[c_1 \ 1] \begin{bmatrix} -\frac{1}{c_1} \\ c_1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0, \text{ for } s \perp p \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (c_1) \cdot \left(-\frac{1}{c_1}\right) + 1 &= 0 \\ \Rightarrow -1 + 1 &= 0 \\ \Rightarrow 0 &= 0 \end{aligned} \quad (3.37)$$

sonucuna ulaşılır. Böylece yeni bir koordinat eksenini, yani  $(s-p)$  koordinat eksenini, (3.35) ve (3.36) eşitliklerinden faydalanılarak tanımlanmış olur.  $(s-p)$  koordinat ekseninde, önerilen yeni kesir-mertebeli zamanla-değişen kayma yüzeyi

$$\hat{s}(t) = s(t) - k_s(t) \cdot p(t) \quad (3.38)$$

şeklinde tanımlanır. Tasarlanan koordinat sistemi, geleneksel kayma yüzeyine olan mesafe hakkında önemli bir bilgi sağlar. Bu bilgi,  $k_s$  döndürme parametresidir.  $k_s$  parametresi, geleneksel kayma kipli kontrol sürecindeki belirli sabit bir  $s$  kayma yüzeyinden farklı olarak, zamanla-değişen bir  $\hat{s}$  kayma yüzeyi elde etmemizi sağlar. Bu yeni  $\hat{s}$  kayma yüzeyini  $k_s$  parametresini zamanla-değişen özellikte kılarak oluşturabiliriz. Bu parametrenin ayarlanması için çeşitli algoritmalar kullanılabilir. Kontrolör, ulaşma kipi sırasında sisteme etki eden belirsizliklere ve bozuculara karşı hassastır. Ek olarak, kayma yüzeyi boyunca sistem durumlarının yörüngesi, istenen başarımlar gereksinimleri için yetersiz olabilir. Bu nedenle, sistem başarımını iyileştirmek için kayma yüzeyi ayarlanmalıdır.  $k_s$  parametresini ayarlayarak kayma yüzeyinin döndürülmesi yani ayarlanması farklı yöntemlerle yapılabilir (Tokat ve diğ. 2003).

Doğrusal kayma yüzeyinin ayarlanması, temel olarak  $k_s$  değerinin ayarlanmasıyla elde edilir. Negatif  $k_s$  değerleri için, kayma yüzeyi, geleneksel kayma yüzeyinin üst kısmındaki bölgededir yani üzerindedir. Fakat pozitif  $k_s$  değerleri için,

kayma yüzeyi, geleneksel kayma yüzeyinin alt kısmındaki bölgeye yani çizginin karşı tarafına döner. Bu özellik, kontrol kuralını değiştirmek ve sistem durumlarını etkilemek için kullanılabilir. Kontrol kuralını elde etmek için geleneksel doğrusal sabit kayma yüzeyi fonksiyonu yerine kayma yüzeyinin değeri, (3.38) eşitliği kullanılarak hesaplanabilir. Matematiksel olarak,  $c_1$  cinsinden  $k_s$ 'in alabileceği değerler, (3.39) eşitsizliği ile verilir.

$$-c_1^2 < k_s(t) < 1 \quad (3.39)$$

Küçük  $c_1$  değerleri izleme sürelerinin daha uzun olmasına neden olur ve bu nedenle alt sınır, izin verilen izleme süresiyle ilgilidir.  $k_s$ 'in üst sınırı ise, ilgili sistemin mekanik özellikleriyle sınırlıdır.

### 3.3.3 Kontrol Kuralının Elde Edilmesi

Önerilen yeni kesir-mertebeli kayma yüzeyi  $\hat{s}$  için kontrol kuralı, Lyapunov fonksiyonu tanımlanarak ulaşma koşulu yazılıp elde edilebilir. Bunun için,  $\hat{s}$ 'ya göre Lyapunov fonksiyonu

$$V(\hat{s}) = \frac{1}{2} \hat{s}^2 > 0 \quad (3.40)$$

şeklinde yazılır. Burada  $V(0) = 0$  ve  $\forall \hat{s} \neq 0$  için,  $V(\hat{s}) > 0$ . Ulaşma koşulu, Lyapunov fonksiyonunun türevi kullanılarak (3.41) eşitsizliği şeklinde yazılabilir. Eğer bu koşul garanti edilebilirse sistemin kararlı olması sağlanabilir (Hung ve diğ. 1993).

$$\dot{V}(\hat{s}) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \hat{s}^2 \leq -\eta |\hat{s}| \quad (3.41)$$

Buradan,

$$\hat{s} \cdot \dot{\hat{s}} \leq -\eta \cdot |\hat{s}| \quad (3.42)$$



ulaşma koşulu elde edilir. Bu ifadeye yer alan terimler açık bir biçimde şu şekilde yazılabilir:

$$\hat{s}(t) = \left( c_1 e_1(t) + D^{(1-\alpha)} e_1(t) \right) - k_s(t) \left( -\frac{1}{c_1} e_1(t) + D^{(1-\alpha)} e_1(t) \right) \quad (3.43)$$

$$\hat{s}(t) = \left( c_1 + \frac{k_s(t)}{c_1} \right) \cdot (e_1(t)) + (1 - k_s(t)) \cdot (D^{(1-\alpha)} e_1(t)) \quad (3.44)$$

$$\hat{s}(t) = f_1(t) \cdot g_1(t) + f_2(t) \cdot g_2(t) \quad (3.45)$$

Burada

$$f_1(t) = \left( c_1 + \frac{k_s(t)}{c_1} \right), \quad (3.46)$$

$$g_1(t) = (e_1(t)), \quad (3.47)$$

$$f_2(t) = (1 - k_s(t)), \quad (3.48)$$

$$g_2(t) = (D^{(1-\alpha)} e_1(t)). \quad (3.49)$$

şeklinindedir. Şimdi, önerilen kesir-mertebeli zamanla-değişen yeni kayma yüzeyi  $\hat{s}$ 'nin zamana göre tamsayı-mertebeli türevini aşağıdaki gibi alalım:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{s}(t) = & \left( \left( \frac{d}{dt} f_1(t) \right) \cdot g_1(t) + f_1(t) \left( \frac{d}{dt} g_1(t) \right) \right) + \\ & \left( \left( \frac{d}{dt} f_2(t) \right) \cdot g_2(t) + f_2(t) \left( \frac{d}{dt} g_2(t) \right) \right) \end{aligned} \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{s}(t) = & \left( \left( \frac{d}{dt} \left( c_1 + \frac{k_s(t)}{c_1} \right) \right) \cdot (e_1(t)) + \left( c_1 + \frac{k_s(t)}{c_1} \right) \left( \frac{d}{dt} (e_1(t)) \right) \right) + \\ & \left( \left( \frac{d}{dt} (1 - k_s(t)) \right) \cdot (D^{(1-\alpha)} e_1(t)) + (1 - k_s(t)) \left( \frac{d}{dt} (D^{(1-\alpha)} e_1(t)) \right) \right) \end{aligned} \quad (3.51)$$

Bundan sonraki adımlarda (3.51) eşitliğinde verilen parametreleri, eşitliklerin anlaşılmasını kolaylaştırmak için, kısa bir biçimde

$\hat{s} = \hat{s}(t)$ ,  $\dot{\hat{s}} = \frac{d}{dt} \hat{s}(t)$ ,  $k_s = k_s(t)$ ,  $\dot{k}_s = \frac{d}{dt} k_s(t)$ ,  $\dot{e}_1 = \frac{d}{dt} e_1(t)$ ,  $D^1 = \frac{d}{dt}$  şeklinde yazalım.

Buna göre, (3.51) eşitliği düzenirse

$$\dot{\hat{s}} = \frac{\dot{k}_s}{c_1} e_1 + \left( c_1 + \frac{k_s}{c_1} \right) \dot{e}_1 - \dot{k}_s D^{(1-\alpha)} e_1 + (1-k_s) \left( D^1(D^{(1-\alpha)} e_1) \right) \quad (3.52)$$

eşitliği elde edilir. Buradan, (3.52) eşitliğindeki bazı terimleri, eşitlik (3.26)'da verilen Özellik 5'e göre  $D^1(D^{(1-\alpha)} e_1) = D^{(2-\alpha)} e_1 = D^{(-\alpha)} \frac{d^2}{dt^2} e_1 = D^{(-\alpha)} \ddot{e}_1$  ve  $D^{(1-\alpha)} e_1 = D^{(-\alpha)} \frac{d}{dt} e_1 = D^{(-\alpha)} \dot{e}_1$  şeklinde yazılırsa

$$\dot{\hat{s}} = \frac{\dot{k}_s}{c_1} e_1 + \left( c_1 + \frac{k_s}{c_1} \right) \dot{e}_1 - \dot{k}_s D^{(-\alpha)} \dot{e}_1 + (1-k_s) \left( D^{(-\alpha)} \ddot{e}_1 \right) \quad (3.53)$$

eşitliği elde edilir. Bu ifade, (3.42) eşitsizliğinde yani ulaşma koşulunda yerine konulursa,

$$\hat{s} \left( \left( c_1 + \frac{k_s}{c_1} \right) \dot{e}_1 + \frac{\dot{k}_s}{c_1} e_1 - \dot{k}_s D^{(-\alpha)} \dot{e}_1 + (1-k_s) D^{(-\alpha)} \ddot{e}_1 \right) \leq -\eta \cdot |\hat{s}| \quad (3.54)$$

eşitsizliği elde edilir. Burada,  $D^{(-\alpha)} \ddot{e}_1 = D^{(-\alpha)} (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_{d1})$  ifadesini (3.54) eşitsizliğinde yerine yazalım.

$$\hat{s} \left( \left( c_1 + \frac{k_s}{c_1} \right) \dot{e}_1 + \frac{\dot{k}_s}{c_1} e_1 - \dot{k}_s D^{(-\alpha)} \dot{e}_1 + (1-k_s) D^{(-\alpha)} (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_{d1}) \right) \leq -\eta \cdot |\hat{s}| \quad (3.55)$$

(3.55) ifadesinde  $\ddot{x}_1$  terimini yerine yerleştirelim. Böylece,

$$\begin{aligned} & \hat{s} \left( \left( c_1 + \frac{k_s}{c_1} \right) \dot{e}_1 + \frac{\dot{k}_s}{c_1} e_1 - \dot{k}_s D^{(-\alpha)} \dot{e}_1 + \right. \\ & \left. (1-k_s) D^{(-\alpha)} \left( \sum_{i=1}^N (a_i + \Delta_i) f_i + b.u + d - \ddot{x}_{d1} \right) \right) \leq -\eta \cdot |\hat{s}| \end{aligned} \quad (3.56)$$

eşitsizliği elde edilir. Bu ifade düzenlenirse

$$\begin{aligned} & \hat{s} \left( (c_1 + \frac{k_s}{c_1})\dot{e}_1 + \frac{\dot{k}_s}{c_1}e_1 - \dot{k}_s D^{(-\alpha)}\dot{e}_1 + \right. \\ & \left. (1-k_s)D^{(-\alpha)} \left( \sum_{i=1}^N a_i f_i + \sum_{i=1}^N \Delta_i f_i + b.u + d - \ddot{x}_{d1} \right) \right) \leq -\eta \cdot |\hat{s}| \end{aligned} \quad (3.57)$$

elde edilir. (3.57) eşitsizliğinin her iki tarafı  $\hat{s}$  terimine bölünürse

$$\begin{aligned} & (c_1 + \frac{k_s}{c_1})\dot{e}_1 + \frac{\dot{k}_s}{c_1}e_1 - \dot{k}_s D^{(-\alpha)}\dot{e}_1 + \\ & (1-k_s)D^{(-\alpha)} \left( \sum_{i=1}^N a_i f_i + \sum_{i=1}^N \Delta_i f_i + b.u + d - \ddot{x}_{d1} \right) \leq -\eta \cdot \frac{|\hat{s}|}{\hat{s}} \end{aligned} \quad (3.58)$$

ifadesi elde edilir. İşaret fonksiyonunun tanımını kullanılarak  $\frac{|\hat{s}|}{\hat{s}}$  terimi yerine  $\text{sign}(\hat{s})$

fonksiyonu yerleştirilebilir. Böylece,

$$\begin{aligned} & (c_1 + \frac{k_s}{c_1})\dot{e}_1 + \frac{\dot{k}_s}{c_1}e_1 - \dot{k}_s D^{(-\alpha)}\dot{e}_1 + \\ & (1-k_s)D^{(-\alpha)} \left( \sum_{i=1}^N a_i f_i + \sum_{i=1}^N \Delta_i f_i + b.u + d - \ddot{x}_{d1} \right) \leq -\eta \cdot \text{sign}(\hat{s}) \end{aligned} \quad (3.59)$$

eşitsizliği oluşur. Burada süreksiz kontrol kuralının kazanç değeri kararlılık şartları sağlanacak şekilde seçilerek, (3.59) ifadesi şu şekilde yeniden yazılabilir:

$$\begin{aligned} & (c_1 + \frac{k_s}{c_1})\dot{e}_1 + \frac{\dot{k}_s}{c_1}e_1 - \dot{k}_s D^{(-\alpha)}\dot{e}_1 + \\ & (1-k_s)D^{(-\alpha)} \left( \sum_{i=1}^N a_i f_i + \sum_{i=1}^N \Delta_i f_i + b.u + d - \ddot{x}_{d1} \right) + \eta \cdot \text{sign}(\hat{s}) = 0 \end{aligned} \quad (3.60)$$

(3.60) eşitliği, (3.33) eşitliğinde verilen Özellik 9'a göre düzenlenerek

$$\begin{aligned} & (c_1 + \frac{k_s}{c_1})\dot{e}_1 + \frac{\dot{k}_s}{c_1}e_1 - \dot{k}_s D^{(-\alpha)}\dot{e}_1 + \\ & (1-k_s)D^{(-\alpha)} \sum_{i=1}^N a_i f_i + (1-k_s)D^{(-\alpha)} \sum_{i=1}^N \Delta_i f_i + \\ & (1-k_s)D^{(-\alpha)}d - (1-k_s)D^{(-\alpha)}\ddot{x}_{d1} + \eta \cdot \text{sign}(\hat{s}) = 0 \end{aligned} \quad (3.61)$$

ifadesi elde edilir. (3.61) eşitliğinde bulunan  $(1-k_s)D^{(-\alpha)}(b.u)$  terimi, eşitliğin karşı tarafına geçirilirse,

$$\begin{aligned}
-(1-k_s)D^{(-\alpha)}(b.u) &= \frac{\dot{k}_s}{c_1}e_1 + \left(c_1 + \frac{k_s}{c_1}\right)\dot{e}_1 - \dot{k}_s D^{(-\alpha)}\dot{e}_1 + \\
&\quad (1-k_s)D^{(-\alpha)}\left(\sum_{i=1}^N a_i f_i\right) + \\
&\quad (1-k_s)D^{(-\alpha)}\left(\sum_{i=1}^N \Delta_i f_i + d\right) - \\
&\quad (1-k_s)D^{(-\alpha)}(\ddot{x}_{d1}) + \eta \cdot \text{sign}(\hat{s})
\end{aligned} \tag{3.62}$$

eşitliği oluşur. (3.62) eşitliğinin her iki tarafı  $\frac{1}{(1-k_s)}$  terimi ile çarpılır ise,

$$\begin{aligned}
-D^{(-\alpha)}(b.u) &= \frac{1}{(1-k_s)} \frac{\dot{k}_s}{c_1} e_1 + \frac{1}{(1-k_s)} \left(c_1 + \frac{k_s}{c_1}\right) \dot{e}_1 - \frac{1}{(1-k_s)} \dot{k}_s (D^{(-\alpha)}\dot{e}_1) + \\
&\quad D^{(-\alpha)}\left(\sum_{i=1}^N a_i f_i\right) + D^{(-\alpha)}\left(\sum_{i=1}^N \Delta_i f_i + d\right) - D^{(-\alpha)}(\ddot{x}_{d1}) + \\
&\quad \left(\frac{\eta}{1-k_s}\right) \cdot \text{sign}(\hat{s})
\end{aligned} \tag{3.63}$$

eşitliğine ulaşılır. (3.63) eşitliğinin her iki tarafındaki terimler  $D^{(\alpha)}$  operatörüne alınır ve (3.25) eşitliğinde verilen Özellik 4 burada kullanılır ise,

$$\begin{aligned}
-b.u &= \left(\frac{\dot{k}_s}{c_1 \cdot (1-k_s)}\right) D^{(\alpha)} e_1 + \left(\frac{c_1 + \frac{k_s}{c_1}}{1-k_s}\right) D^{(\alpha)} \dot{e}_1 - \left(\frac{\dot{k}_s}{1-k_s}\right) e_1 + \\
&\quad \left(\sum_{i=1}^N a_i f_i\right) + \left(\sum_{i=1}^N \Delta_i f_i + d\right) - (\ddot{x}_{d1}) + D^{(\alpha)} \left(\frac{\eta}{1-k_s}\right) \cdot \text{sign}(\hat{s})
\end{aligned} \tag{3.64}$$

ifadesi elde edilir. (3.64) eşitliğinde  $\dot{e}_1 = e_2$  dönüşümü yapılır ise, (3.65) eşitliği elde edilir.

$$\begin{aligned}
-b.u = & \left( \frac{\dot{k}_s}{c_1 \cdot (1-k_s)} \right) D^{(\alpha)} e_1 + \left( \frac{c_1 + \frac{k_s}{c_1}}{1-k_s} \right) D^{(\alpha)} e_2 - \left( \frac{\dot{k}_s}{1-k_s} \right) e_1 + \\
& \left( \sum_{i=1}^N a_i f_i \right) - (\ddot{x}_{d1}) + D^{(\alpha)} K . \text{sign}(\hat{s})
\end{aligned} \tag{3.65}$$

Bu ifadeye dış bozucuların sınır değerleri

$$\gamma^- \leq d \leq \gamma^+ \tag{3.66}$$

şeklinde tanımlanır. Ayrıca sınır değerli parametre belirsizlikleri

$$\Delta^- \leq \Delta_i \leq \Delta^+ \tag{3.67}$$

biçiminde verilir. Böylece, kararlılık koşullarını sağlayan süreksiz kontrol kuralının kazanç değeri şu şekilde seçilmiş olur:

$$K = \sum_{i=0}^N |\bar{\Delta}_i f_i| + k \tag{3.68}$$

Burada,

$$k \geq \hat{\eta} + \bar{\gamma} \tag{3.69}$$

$$\hat{\eta} = \frac{\eta}{1-k_s} \tag{3.70}$$

$$\bar{\Delta}_i = \max(|\Delta_i^-|, |\Delta_i^+|) \tag{3.71}$$

$$\bar{\gamma} = \max(|\gamma^-|, |\gamma^+|) \tag{3.72}$$

şeklinde belirlenmiştir. Kontrol kuralını elde etmek için, (3.65) eşitliğinin her iki tarafı  $\frac{1}{b}$  terimi ile çarpılır. Böylece,

$$u = \frac{1}{b} \left( - \left( \frac{\dot{k}_s}{c_1 \cdot (1 - k_s)} \right) D^{(\alpha)} e_1 - \left( \frac{c_1 + \frac{k_s}{c_1}}{1 - k_s} \right) D^{(\alpha)} e_2 + \left( \frac{\dot{k}_s}{1 - k_s} \right) e_2 - \sum_{i=1}^N a_i f_i + \ddot{x}_{d1} - D^{(\alpha)} K \cdot \text{sign}(\hat{s}) \right) \quad (3.73)$$

kontrol kuralı elde edilir. Kontrol kuralı ( $u$ ), iki bileşenden oluşmaktadır. Bunlardan biri eşdeğer kontrol kuralı ( $u_{eq}$ ) ve diğeri de süreksiz kontrol kuralıdır ( $u_{dis}$ ). Eşdeğer kontrol kuralı, sistem durumlarının kayma yüzeyine doğru hareket etmesini ve ulaşmasını sağlar yani durum yörüngelerinin ulaşma kipi esnasındaki hareketini gerçekleştirir. Süreksiz kontrol kuralı ise, sistem durumları kayma yüzeyine ulaştıktan sonra, onları kayma yüzeyinde tutarak onların orijine ulaşmasını sağlar. Bunu yaparken durum yörüngelerinin hareketini kayma yüzeyi üzerinde anahtarlama hareketi şeklinde gerçekleştirir. Kontrol kuralındaki yüksek frekanslı anahtarlama hareketi şeklinde gerçekleşen bu davranışa *Çatırdama* veya *Çatırtı* denir.

Bu açıklamalar doğrultusunda kontrol kuralı şu şekilde yazılabilir:

$$u \hat{=} u_{eq} + u_{dis} \quad (3.74)$$

$$u_{eq} = \frac{1}{b} \left( - \left( \frac{\dot{k}_s}{c_1 \cdot (1 - k_s)} \right) D^{(\alpha)} e_1 - \left( \frac{c_1 + \frac{k_s}{c_1}}{1 - k_s} \right) D^{(\alpha)} e_2 + \left( \frac{\dot{k}_s}{1 - k_s} \right) e_2 - \sum_{i=1}^N a_i f_i + \ddot{x}_{d1} \right) \quad (3.75)$$

$$u_{dis} = - \frac{1}{b} D^{(\alpha)} K \cdot \text{sign}(\hat{s}) \quad (3.76)$$

Burada  $b$  ve  $c_1$  değerleri sabittir,  $k_s$  ise zamanla-değişen türevi alınabilir bir fonksiyon şeklindedir.

### 3.3.4 Sigmoid Fonksiyonu Kullanılarak Parametre Ayarlamasının Yapılması

( $s-p$ ) düzleminde tanımlı yeni bir kesir-mertebeli zamanla-değişen kayma yüzeyi (3.77) eşitliği kullanılarak  $e_1 = x_1 - x_{d1}$ ,  $e_2 = x_2 - x_{d2} = \dot{x}_1 - \dot{x}_{d1}$  olmak üzere

$$\hat{s}(t) \triangleq s(t) - k_s(t) \cdot p(t) \quad (3.77)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada  $k_s$  değerinin büyüklüğü ve işareti, yeni kayma yüzeyinin geleneksel kayma yüzeyine göre bağlı konumunu belirleyen bir parametredir. Negatif  $k_s$  değerleri için yeni kayma yüzeyi  $\hat{s}$ , geleneksel kayma yüzeyine göre ters-saat yönünde; pozitif  $k_s$  değerleri için ise saat yönünde döndürülmüş olarak elde edilir. (3.77) diferansiyel denklemini sıfıra götüren çözüm kümesinde  $e_1(t)$  izleme hatasının değerinin asimptotik olarak sıfıra yaklaşmasını sağlayacak olan çözümlerin var olabilmesi için,  $k_s$  değerinin

$$-c_1^2 < k_s(t) < 1 \quad (3.78)$$

aralığında olması gerekir. Kararlı bölgelerde  $k_s$  bu değer aralığında olduğundan (3.78) koşulu tüm kararlı  $c_1$  değerleri için sağlanmaktadır.  $k_s$  parametresi zamana bağlı matematiksel bir ilişki ile tanımlanmıştır. Eşitlik (3.73)'te verilen kontrol kuralında  $k_s$  değişkeninin zamana göre türevi bulunduğu için,  $k_s$  için en az birinci mertebeden türevi alınabilir bir fonksiyon kullanılması gerekmektedir. Ayrıca dönme hareketi sürekli ve hep belirli bir yönde tanımlı olduğundan  $k_s$  için sürekli artan ya da sürekli azalan monoton bir fonksiyon kullanılmalıdır. Monoton fonksiyon,  $x_1 < x_2$  olmak üzere  $\forall x_1, x_2 \in \mathfrak{R}$  için,  $f(x_1) \leq f(x_2)$  olacak şekilde artan veya  $f(x_1) \geq f(x_2)$  olacak şekilde azalan yapıda olan fonksiyondur. Bu amaca uygun olarak  $k_s$  değeri ötelenmiş bir sigmoid fonksiyonu kullanılarak

$$k_s(t) = \frac{k_s^+ - k_s^-}{1 + \exp(-bt + a)} + k_s^- \quad (3.79)$$

şeklinde tanımlanabilir (Tokat ve diğ. 2003).

Burada  $b$  ve  $a$  sırası ile, zaman ölçekleme ve zaman öteleme parametreleridir. Dönme ölçütü  $k_s(t)$  'ye ait izin verilen minimum ve maksimum değerler sırasıyla  $k_s^-$  ve  $k_s^+$  olarak alınmıştır.

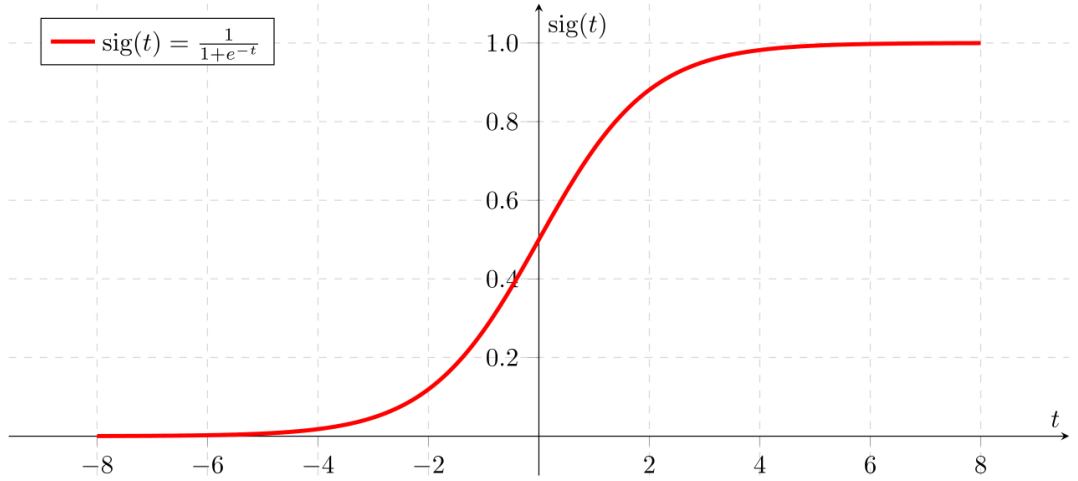
Sigmoid fonksiyonuna ait parametreler kayma yüzeyinin dönme yönüne uygun olarak farklı şekilde seçilir. Eğer saat yönünde bir dönme olacak ise, fonksiyonun parametre değerleri

$$k_s^- < 0, \quad k_s^+ = 0, \quad b > 0 \quad (3.80)$$

olarak seçilir. Eğer ters-saat yönünde bir dönme olacak ise, fonksiyonun parametre değerleri

$$k_s^- = 0, \quad k_s^+ > 0, \quad b < 0 \quad (3.81)$$

olarak seçilir ve böylece  $k_s(t)$  fonksiyonu elde edilir. Ötelenmemiş ve ölçeklenmemiş bir Sigmoid fonksiyonu Şekil 3.1'de görülmektedir.



Şekil 3.1: Sigmoid fonksiyonunun yapısı.

### 3.4 Benzetim Sonuçları

Bu bölümdeki sayısal benzetimler, doğrusal olmayan bir kütle yay sönümlenme modeli ile 2-serbestlik derecesine sahip (2-eklemlili) bir robot kolu modeli üzerinde gerçekleştirilmiştir. Belirlenen modeller literatürden seçilmiştir. Her iki



modele ait üç farklı kontrolör tasarımı Simulink® ve Matlab® ortamında tasarlanmıştır. Bu kontrolörler,

1. Geleneksel kayma kipli kontrolör,
2. Sabit bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolör,
3. Önerilen kesir-mertebeli zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kayma kipli kontrolör'dür.

Tezin benzetim çalışmaları aşamasında, tez çalışmasında teorik olarak önerilen yöntemlerin uygulamada ne kadar başarılı olduğu incelenmiştir. Bunun için kontrolörlerin, izleme problemiyle başa çıkabilme kabiliyetlerinin ölçülmesi amacıyla literatürden alınan modeller ve teorik olarak tasarlanan kontrolörler Matlab® ve Simulink® ortamında oluşturulmuştur. Bu kontrolörler, sınırlı dış bozucuların etkisi altındaki sınırlı parametre belirsizliklerine sahip modellere ayrı ayrı uygulanmış ve kontrolörlerin izleme başarımı birbiri ile kıyaslanarak gözlemlenmiştir. Kontrolörlerin, modeli kontrol etmedeki başarısı ölçülürken aynı zamanda kontrol işaretinin durumu da analiz edilmiştir. Örneğin, kontrol işaretinin enerji tüketimi, maksimum ve minimum değerleri hesaplanmıştır. Ayrıca kontrol işareti, hem çatırtılı ve hem de çatırtısız bir halde modellere uygulanmıştır. Kontrol işaretinin içindeki işaret fonksiyonunun doğal olarak ürettiği çatırtının ortadan kaldırılması için, literatürden alınan bir doyma fonksiyonu, işaret fonksiyonunun yerine kullanılmış ve böylece çatırtı probleminin ortadan kaldırılması sağlanmıştır. Her iki durum için de kontrol işareti analiz edilmiş, kontrolörün başarımı farklı ölçüm parametreleri ile ölçülmüştür. Grafiksel başarımların yanı sıra IAE, ITAE, ISE, ITSE, ulaşma zamanı ( $t_{reach}$ ), yükselme zamanı ( $t_{rise}$ ), yerleşme (oturma) zamanı ( $t_{settling}$ ), kontrol işaretinin maksimum ( $u_{max}$ ) ve minimum ( $u_{min}$ ) değerleri, kontrol işaretinin enerji tüketimi ( $E$ ) gibi çeşitli başarımların ölçüm kriterleri de hesaplanarak sonuçlar tablo halinde sunulmuştur. Burada, IAE mutlak hatanın integralini, ISE hatanın karesinin integralini, ITAE mutlak hata ile zaman çarpımının integralini, ITSE hatanın karesi ile zaman çarpımının integralini veren parametrelerdir. IAE ve ISE sönüm miktarını içeren ölçütlerdir. Eğer bir bozucu içeren sistemde IAE ve ISE değerleri azaltılırsa, bu durumda sürekli hal hatasının ortadan kaldırıldığı, sönümün sağlandığı söylenebilir. Aksi halde, bu değerler zamanla artmaya devam eder. ITAE ve ITSE ölçütlerinde ise, hatalar zaman ile

çarpıldığı için uzun dönemdeki hatalara daha fazla ağırlık verilir (Ogata 1970). Başlangıçta oluşan büyük hatalar IAE ve ISE ölçütlerine katılırken, ITAE ve ITSE kararlı haldeki hatalardan daha çok etkilenir. ISE ve ITSE ölçütlerinde hatanın karesel olarak ele alınması büyük hata değerlerine daha duyarlı olunmasını sağlar. Böylece, tüm bu ölçütler bir kontrol sistemine ait geçici ve sürekli hal karakteristiklerini yansıtan uygulanabilir büyüklükler olarak düşünülebilir. Ayrıca zaman tanım bölgesi ölçütlerinden olan yükselme zamanı ( $t_{rise}$ ) yerleşme zamanı ( $t_{settling}$ ) ve ulaşma zamanı ( $t_{reach}$ ) değerleri de hesaplanmıştır. Böylece hem grafiklerin gözlemlenmesi ve hem de başarımların ölçüm sonuçlarının incelenmesi ile kontrolörlerin başarısı hakkında sağlıklı değerlendirme yapılabilmesi amaçlanmıştır. Kontrolörlerin başarısı birbiri ile kıyaslanırken adil bir karşılaştırma olması için, tüm kontrolörler aynı başlangıç koşullarından başlatılarak çalıştırılmış, aynı parametre belirsizliklerine sahip aynı bozucuların etkisi altındaki modellere aynı süre aralığında uygulanmıştır.

### 3.4.1 Benzetim I: Kütle-Yay-Sönümleme Modeli

Benzetim çalışmalarının ilki, literatürde Choi ve diğ. (1994) tarafından önerilen doğrusal olmayan bir kütle yay sönümleme sisteminin ikinci mertebeden bir modeli üzerinde gerçekleştirilmiştir. Kütle-yay-sönümleme sistemi için doğrusal olmayan ikinci mertebeden dinamik denklem

$$m\ddot{x}_1 + \mathcal{G}_1(x_1, t) + \mathcal{G}_2(\dot{x}_1, t) = u(t) + d(t) \quad (3.82)$$

şeklindedir. Burada  $\mathcal{G}_1(x_1, t)$  ve  $\mathcal{G}_2(\dot{x}_1, t)$  sırasıyla yay ve sönümleyici bileşenlerinin doğrusal olmayan modelleridir. Bu bileşenler

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_1(x_1, t) &= (a_1 x_1 + \Delta_1 x_1) + (a_2 x_1^3 + \Delta_2 x_1^3) \\ \mathcal{G}_2(\dot{x}_1, t) &= (a_3 \dot{x}_1 + \Delta_3 \dot{x}_1) + (a_4 \dot{x}_1 |\dot{x}_1| + \Delta_4 \dot{x}_1 |\dot{x}_1|) \end{aligned} \quad (3.83)$$

olarak modellenir. Eşitlik (2.1)'de verilen, bir dinamik sistemin durum uzayı ifadesinde  $N=4$  alınarak, kütle yay sönümleme sisteminin durum uzayı biçimi, sistem parametreleri aşağıdaki şekilde olmak üzere, şu şekilde gösterilebilir:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\
\dot{x}_2(t) &= \sum_{i=1}^4 a_i f_i(\mathbf{x}, t) + \sum_{i=1}^4 \Delta_i(t) f_i(\mathbf{x}, t) + b(\mathbf{x}, t)u(t) + d(t) \\
x_1(t_0) &= x_{10}, x_2(t_0) = x_{20}
\end{aligned} \tag{3.84}$$

$$\begin{aligned}
b &= \frac{1}{m}, \\
f_1(x_1, t) &= \frac{x_1}{m}, \\
f_2(x_1, t) &= \frac{x_1^3}{m}, \\
f_3(x_2, t) &= \frac{x_2}{m} = \frac{\dot{x}_1}{m}, \\
f_4(x_2, t) &= \frac{x_2 |x_2|}{m} = \frac{\dot{x}_1 |\dot{x}_1|}{m}
\end{aligned} \tag{3.85}$$

Burada  $m$  kütle değeri 1 kg seçilmiştir. Ayrıca sistem parametreleri

$$\begin{aligned}
a_1 &= a_2 = -0.45, \\
a_3 &= a_4 = -0.25
\end{aligned} \tag{3.86}$$

olarak belirlenmiştir. Sistemdeki parametre belirsizlikleri  $\Delta_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) ve sisteme etki eden dış bozucular  $d(t)$  ise

$$\begin{aligned}
\Delta_1 &= \Delta_2 = -0.25 \sin(5\pi t) \\
\Delta_3 &= \Delta_4 = -0.15 \sin(7\pi t) \\
d(t) &= 0.05 + 0.25 \cos(3\pi t)
\end{aligned} \tag{3.87}$$

olarak seçilmiştir. Bilgisayar benzetimleri için belirlenen örnekleme zamanı  $T = 0.001$  saniyedir. İstenen (arzu edilen) durum yörüngeleri de

$$\begin{aligned}
x_{d1}(t) &= -0.5 \cos(\pi t / 5) \\
x_{d2}(t) &= 0.1\pi \sin(\pi t / 5)
\end{aligned} \tag{3.88}$$

olarak seçilmiştir. Sistem durumları için başlangıç koşulları  $(x_1(0), x_2(0)) = (0, 1)$  noktası ve bitiş (son) koşulları da orijin yani  $(0, 0)$  noktasıdır.

Kayma kipli kontrolörlerin başarımları eş zamanlı olarak karşılaştırılmıştır. Karşılaştırılan bu kontrolörler, sabit bir kayma yüzeyine sahip geleneksel kayma kipli kontrolör, sabit bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolör ve sigmoid fonksiyonu kullanılarak elde edilen zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolördür.

Eşitlik (2.9)'da verilen kontrol kuralı, sabit bir kayma yüzeyine sahip geleneksel kayma kipli kontrolör için seçilmiştir. Eşitlik (3.73)'da önerilen kontrol kuralı ise, sabit bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolör ve sigmoid fonksiyonu kullanılarak elde edilen zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolör için kullanılmıştır. Tüm kontrolörler için,  $c_1 = 7$  ve kontrol kazanç terimi içinde yer alan  $k = 0.5$  olarak seçilmiştir. Sabit bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolörde  $k_s = -3.5$  olarak belirlenmiştir. Sigmoid fonksiyonu kullanılarak elde edilen zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli önerilen kayma kipli kontrolörün  $k_s$  değeri ise, sigmoid fonksiyonu tarafından belirlenmiştir. Burada kullanılan, değeri zamana göre değişen sigmoid fonksiyonu (3.79) eşitliğinde verilmiştir. Bu fonksiyonun parametreleri  $k_s^- = -49$ ,  $k_s^+ = 0$ ,  $a = 1.404$  ve  $b = 4$  olarak seçilmiştir. Kesir-mertebeli türev operatörleri için  $\alpha = 0.05$  olarak belirlenmiştir. Bu parametrenin değeri belirlenirken, parametre optimizasyonu *Izgara Arama (Grid Search)* yöntemi kullanılarak yapılmış ve bu işlem sonucunda elde edilen değerler arasında başarımlar ölçütlerinin en iyi olduğu değerlere bakılarak, kullanılan tasarım parametrelerinin optimum değerleri belirlenmiştir. Bu süreç, çok zaman alan bir süreçtir, çünkü kontrolörler, tasarım parametrelerinin belli bir aralıkta belli bir adım miktarıyla değiştirilmesi yoluyla tekrar tekrar çalıştırılmış, her çalışma süreci sonunda başarımlar ölçütleri elde edilmiştir. Daha sonra bunlar arasında optimum olanları bulunmuştur. Bu optimum değerlerin elde edilmesini sağlayan tasarım parametreleri de benzetim parametreleri olarak seçilmiştir. Burada, kullanılan bilgisayarın işlemci modeli ve hızı, hafıza büyüklüğü, donanım özellikleri büyük önem taşımaktadır. Örneğin, standart özelliklere sahip güncel bir bilgisayar ile sunucu tipindeki gelişmiş işlemci, hafıza, ana kart özelliklerine sahip bir bilgisayarın bu işlemleri çalıştırma süreleri elbette ki farklı olacaktır. Bu durum aşikârdır. Dolayısıyla optimizasyon işlemleri yapılırken gelişmiş özelliklere sahip bilgisayarlar ile çalışmak sürecin hızlandırılması

açısından büyük kolaylık sağlar. Sigmoid fonksiyonunun  $a$  ve  $b$  değeri 0 ile 10 aralığında 0.001 adım miktarınca değiştirilmiş ve optimum  $a=1.404$  ve  $b=4$  değerleri bulunmuştur. Benzer şekilde kesir-mertebeli türevin mertebesi olan kesir değeri  $\alpha$ , 0 ile 1 aralığında 0.001 adım miktarınca değiştirilmiş ve optimum  $\alpha=0.05$  değeri bulunmuştur. Kesir-mertebeli türev hesaplamasında, FOMCON adı verilen kesirli modelleme araç kutusu kullanılmıştır (Tepljakov ve diğ. 2011). Bu araç kutusu Simulink® içine eklenerek kesir-mertebeli model tasarımları yapılabilmektedir. Ek olarak,  $k_s = 0$  ve  $\alpha = 0$  için, eşitlik (3.73)'de önerilen kontrol kuralı, (2.9) eşitliğindeki geleneksel yapıdaki kontrol kuralı haline gelmektedir.

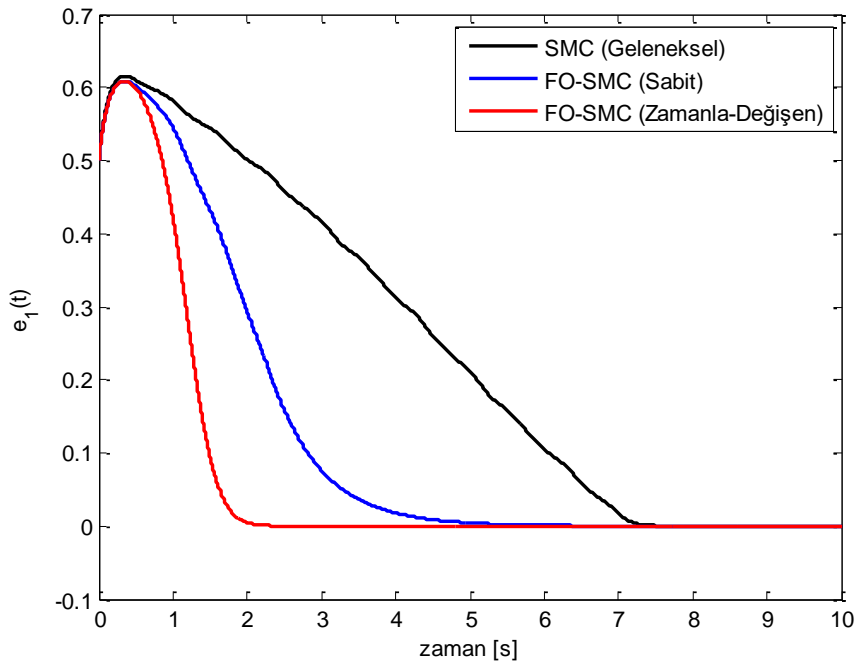
Bu örnek için benzetim sonuçları iki şekilde verilmiştir; birincisi, süreksiz kontrol işaretinde işaret (sign) fonksiyonu kullanılarak elde edilen sonuçlar, yani çatırtının olduğu duruma ilişkin sonuçlar ve ikincisi ise, süreksiz kontrol işareti içerisinde eşitlik (2.15)'de verilen doyma (sat) fonksiyonu kullanılarak elde edilen sonuçlar yani çatırtının olmadığı (chattering-free) duruma ilişkin sonuçlardır. Dolayısıyla Şekil 3.2 ve Şekil 3.5 arasında verilen görsel sonuçlar ile Tablo 3.1'de listelenen parametre değerleri, kontrol işaretinde işaret fonksiyonu kullanılarak elde edilen sonuçlardır. Benzer şekilde Şekil 3.6 ve Şekil 3.9 arasında verilen görsel sonuçlar ile Tablo 3.2'de listelenen parametre değerleri, kontrol işaretinde doyma fonksiyonu kullanılarak elde edilen sonuçlardır. Yani sunulan bu sonuçlar, çatırtılı ve çatırtısız kontrol işareti ile elde edilen sonuçlar olarak düşünülebilir. Bunun yapılmasının sebebi, kontrol kuralındaki çatırtının ortadan kaldırılması ile nasıl bir kontrolör başarımı elde edilebileceğinin gözlemlenmesidir. Çünkü çatırtı genellikle kontrol işareti içinde istenmeyen bir davranış biçimidir. Çatırtı kontrolörün donanımsal yapısı içerisindeki röle vb. mekanik anahtarlama elemanlarının kullanım ömrünü azaltabilen bir eylemdir bunun nedeni de yüksek frekanslı anahtarlama yapılmasıdır. Ayrıca bu şekilde kontrol işaretinin tükettiği enerji miktarı da artacaktır. Bu da genellikle istenmeyen olumsuz bir özelliktir. Tez çalışmasında her iki durum için de sonuçlar verilerek kıyaslamamanın çok yönlü bir biçimde yapılabilmesi amaçlanmıştır.

Kontrol işaretinin çatırtılı halinde, verilen başlangıç koşulları için,  $e_1(t)$  ve  $e_2(t)$  geçici hal yanıtları sırasıyla Şekil 3.2 ve Şekil 3.3'te gösterilmektedir. Önerilen yaklaşımın, ulaşma süresi ve yerleşme süresinde diğerlerinden daha iyi bir başarımla

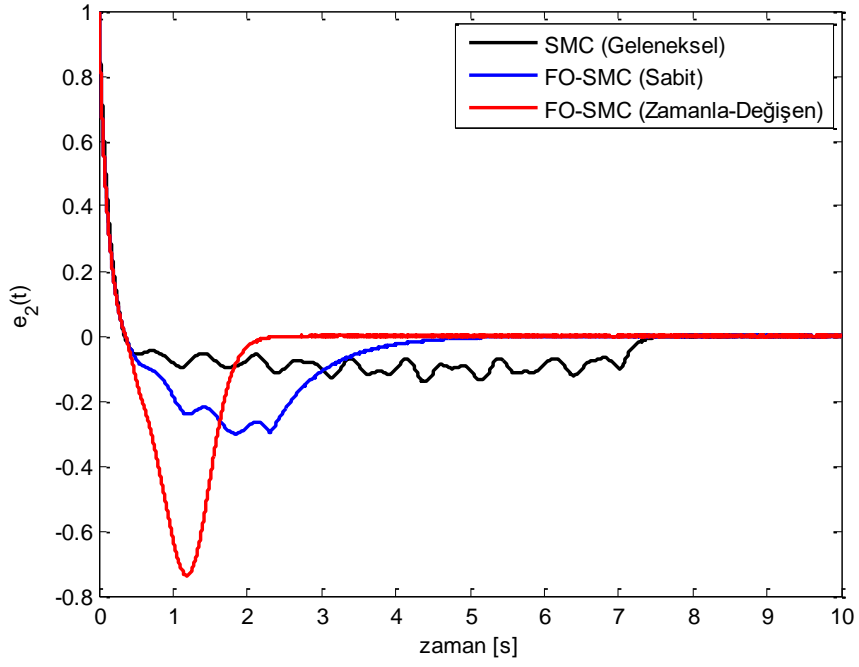
sergilediği şekillerden görülmektedir. Bu yönden denilebilir ki, önerilen yöntem ile diğerlerine göre daha sağlam bir kontrolör elde edilir.

İlgili kontrolörlerin  $(e_1 - e_2)$  hata faz düzlemi yörüngeleri Şekil 3.4'te verilmiştir. Kontrol girişleri Şekil 3.5'te verilmiştir. Önerilen yaklaşımın ulaşma süresini azaltarak bozucu etkisini azalttığı şekilden görülmektedir.

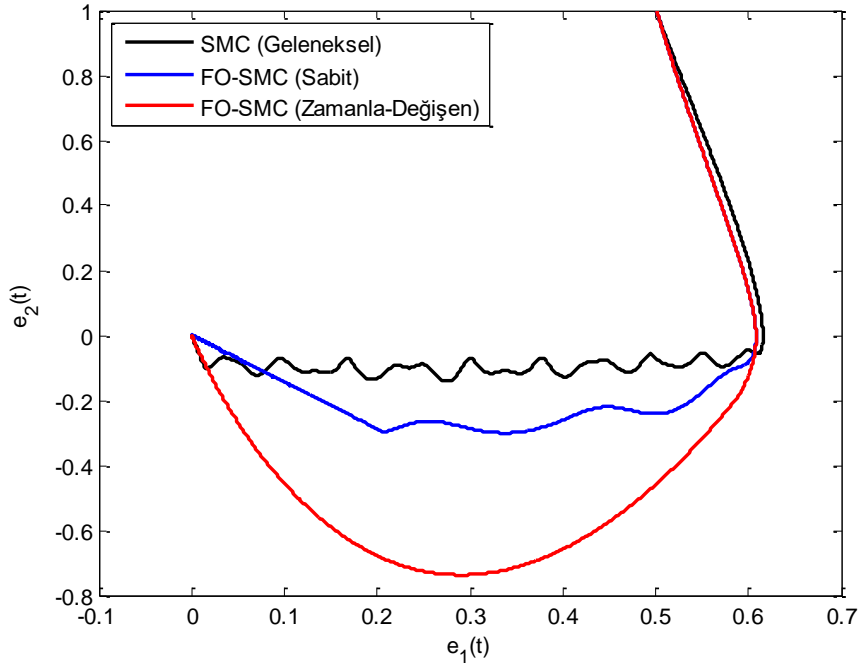
Kontrolör başarımlarının grafiksel olarak kıyaslanmasının yanı sıra sayısal değerler ile de karşılaştırılabilmesi için, mutlak hatanın integrali (IAE), hatanın karesinin integrali (ISE), mutlak hata ile zaman çarpımının integrali (ITAE), hatanın karesi ile zaman çarpımının integrali (ITSE), ulaşma zamanı ( $t_{reach}$ ), yükselme zamanı ( $t_{rise}$ ), yerleşme zamanı ( $t_{settling}$ ), kontrol işaretinin maksimum değeri ( $u_{max}$ ), kontrol işaretinin minimum değeri ( $u_{min}$ ) ve kontrol işaretinin enerji tüketimi ( $E$ ),  $x_1$  durumu için hesaplanarak Tablo 3.1'de sunulmuştur. Böylece kıyaslanmanın adil ve doğru bir şekilde yapılması sağlanmıştır.



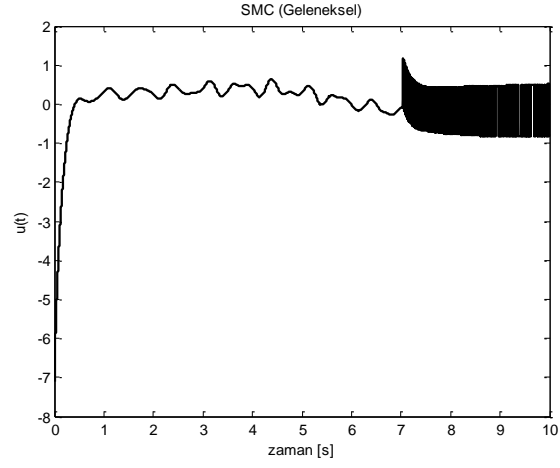
**Şekil 3.2:** İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $e_1(t)$  hata değerinin zamana göre değişimi.



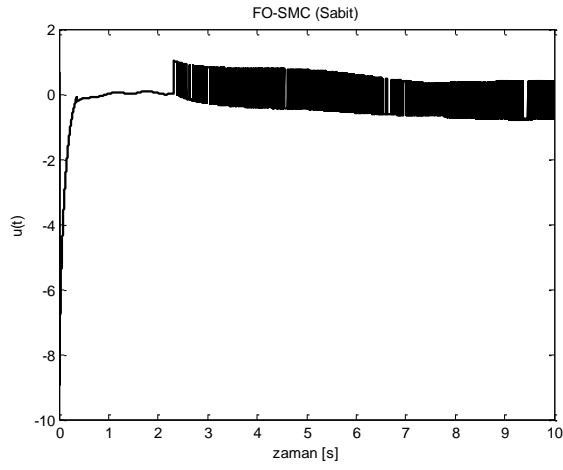
Şekil 3.3: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $e_2(t)$  hata değerinin zamana göre değişimi.



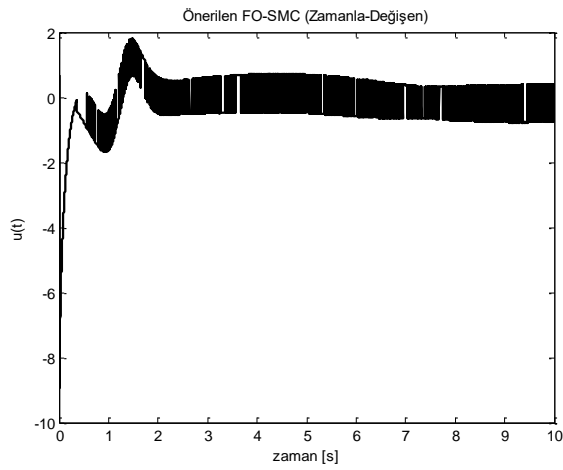
Şekil 3.4: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $(e_1 - e_2)$  hata faz düzlemi yörüngeleri.



(a)



(b)



(c)

**Şekil 3.5:** İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $u(t)$  kontrol işaretleri:  
(a) SMC (Geleneksel) (b) FO-SMC (Sabit) (c) FO-SMC (Zamanla-Değişen).



**Tablo 3.1:** İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $x_1(t)$  için başarımlar ölçüt değerleri

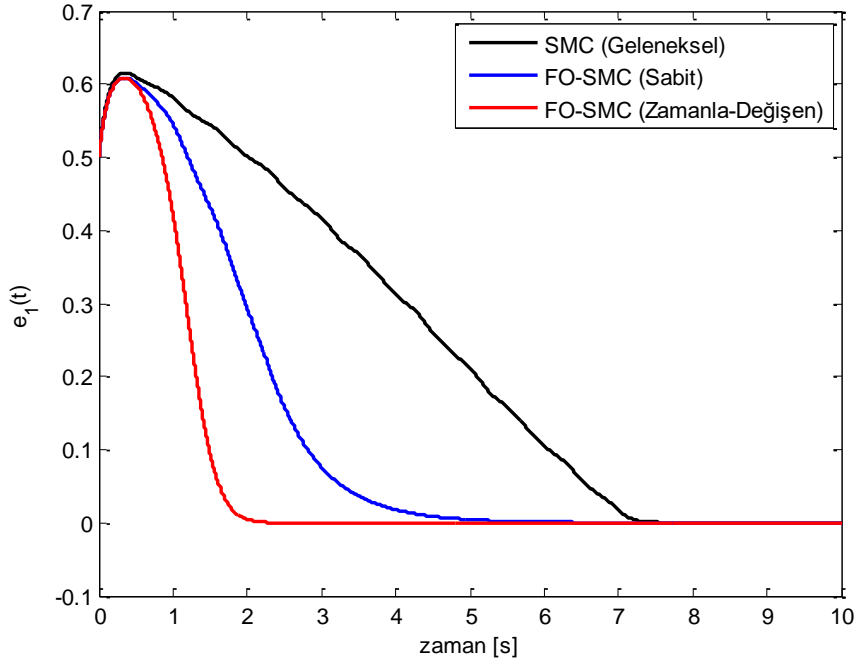
	<b>SMC (Geleneksel)</b>	<b>FO-SMC (Sabit)</b>	<b>Önerilen FO-SMC (Zamanla Değişen)</b>
<b>IAE</b>	2.450	1.232	0.702
<b>ITAE</b>	5.968	1.511	0.449
<b>ISE</b>	1.097	0.562	0.352
<b>ITSE</b>	2.082	0.515	0.191
$t_{reach}$	7.046	2.314	0.557
$t_{rise}$	3.997	1.881	0.674
$t_{settling}$	7.100	4.412	1.899
$u_{max}$	1.166	1.034	1.797
$u_{min}$	-7.100	-8.933	-8.933
<b>E</b>	$5.342 \times 10^3$	$6.606 \times 10^3$	$8.283 \times 10^3$

Doyma (sat) fonksiyonu, kontrol işaretinde çatırtıyı önlemek için sürekli olmayan kontrol işareti içinde kullanılabilir. Bu amaçla, benzetimler eşitlik (2.15)'de verilen doyma fonksiyonu kontrol kuralı içerisinde işaret fonksiyonunun yerine kullanılarak yeniden çalıştırılmıştır. Burada  $\Delta_f = 0.005$  olarak seçilmiştir.

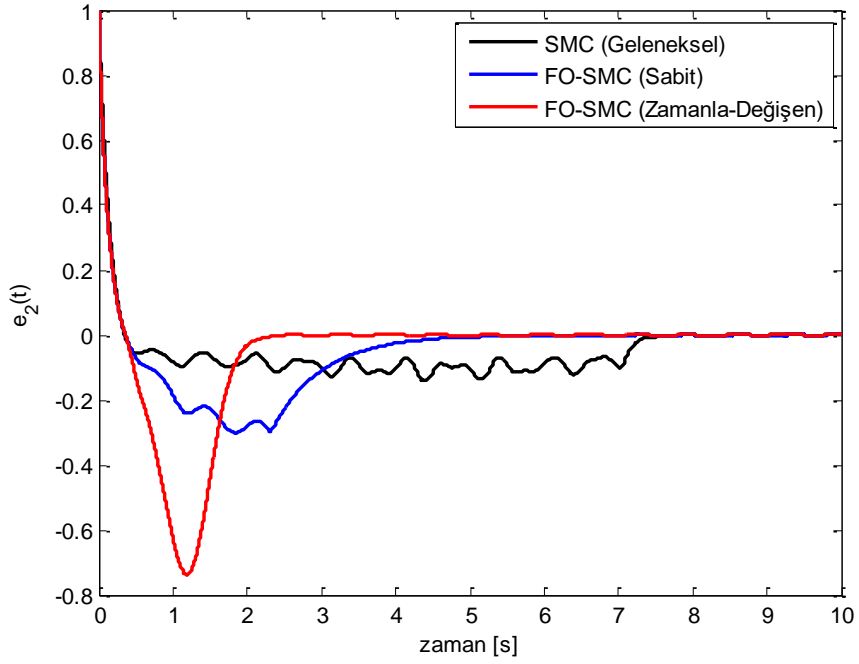
Kontrol işaretinin çatırtısız hali için elde edilen,  $e_1(t)$  ve  $e_2(t)$  geçici hal yanıtları sırasıyla Şekil 3.6'da ve Şekil 3.7'de gösterilmektedir.

$(e_1 - e_2)$  hata faz düzlemi yörüngeleri Şekil 3.8'de ve kontrol girişleri Şekil 3.9'da verilmiştir.

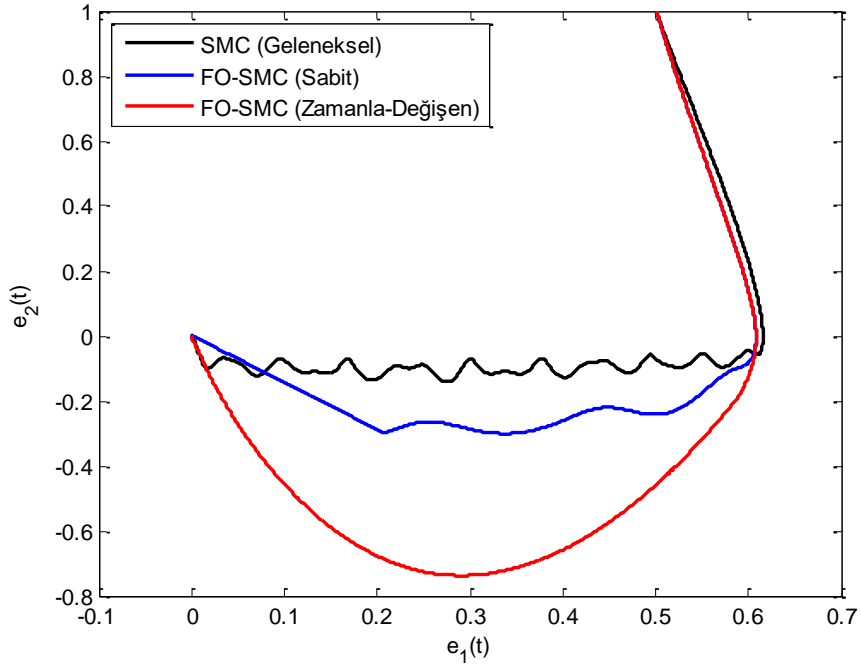
Tablo 3.2'de de  $x_1$  durumuna ilişkin başarımlar ölçütleri listelenmiştir.



Şekil 3.6: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $e_1(t)$  hata değerinin zamana göre değişimi.



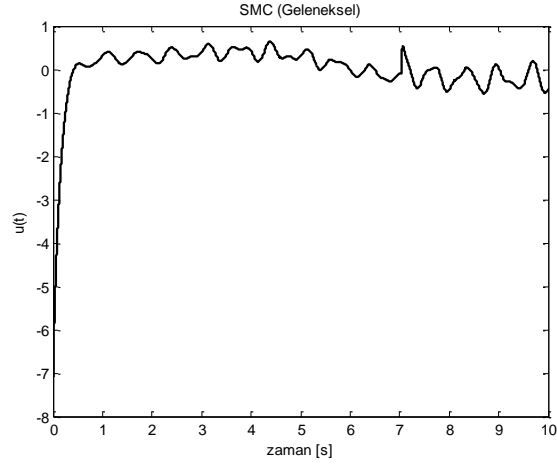
Şekil 3.7: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $e_2(t)$  hata değerinin zamana göre değişimi.



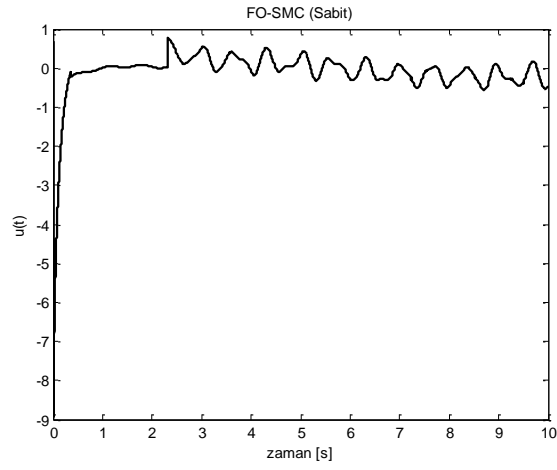
**Şekil 3.8:** Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $(e_1 - e_2)$  hata faz düzlemi yörüngeleri.

**Tablo 3.2:** Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $x_1(t)$  için başarımlı ölçüt değerleri

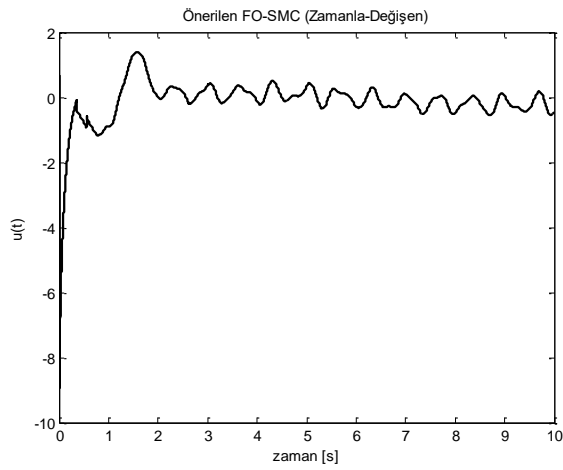
	SMC (Geleneksel)	FO-SMC (Sabit)	Önerilen FO-SMC (Zamanla-Değişen)
<b>IAE</b>	2.450	1.233	0.703
<b>ITAE</b>	5.970	1.515	0.454
<b>ISE</b>	1.097	0.562	0.352
<b>ITSE</b>	2.082	0.515	1.191
$t_{reach}$	7.039	2.312	0.557
$t_{rise}$	3.997	1.881	0.674
$t_{settling}$	7.100	4.411	1.894
$u_{max}$	0.638	0.768	1.379
$u_{min}$	-7.100	-8.933	-8.933
<b>E</b>	$4.270 \times 10^3$	$4.450 \times 10^3$	$5.617 \times 10^3$



(a)



(b)



(c)

**Şekil 3.9:** Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $u(t)$  kontrol işaretleri: (a) SMC (Geleneksel) (b) FO-SMC (Sabit) (c) FO-SMC (Zamanla-Değişen).

### 3.4.2 Benzetim II: 2-Serbestlik Dereceli Robot Kolu Modeli

Sürtünme veya diğer etkilerin olmadığı varsayıldığında, bir  $n$ -bağlantılı robot kolu sisteminin dinamiği, aşağıdaki ikinci mertebeden doğrusal olmayan diferansiyel denklemi ile tanımlanabilir (Delavari ve diğ. 2010):

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (3.89)$$

Burada  $q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^n$  olmak üzere,  $q$  eklem değişkeni  $n$ -vektörünü yani eklem konumunu,  $\tau$  genelleştirilmiş kuvvetlerin  $n$ -vektörünü yani giriş torkunu,  $M(q) \in R^{n \times n}$  pozitif ve simetrik eylemsizlik matrisini,  $C(q, \dot{q})\dot{q}$  Coriolis ve merkezkaç kuvvetleri vektörünü,  $G(q)$  yerçekimi vektörünü yani yerçekimine bağlı torkları ifade etmektedir. 2-serbestlik dereceli (2-DOF) robot kolu modeli ( $x$ - $y$ ) düzleminde bir dönme ve kayma eklemine sahiptir. Yerçekimi kuvvetini göz ardı ederek ve kolun kütleini ve uzunluğunu normalleştirerek, 2-DOF robot kolunun matematiksel bir modeli durum uzayı biçiminde aşağıdaki gibi elde edilebilir (Delavari ve diğ. 2010):

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) \quad (3.90)$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{\{[\mu x_1(t) + M(x_1(t) + a)]x_4^2(t) + [d_1(t) + u_1(t)]\}}{(\mu + M)} \quad (3.91)$$

$$\dot{x}_3(t) = x_4(t) \quad (3.92)$$

$$\dot{x}_4(t) = \frac{\{-2[\mu x_1(t) + M(x_1(t) + a)]x_2(t)x_4(t) + [d_2(t) + u_2(t)]\}}{(J_1 + J_2 + \mu x_1^2(t) + M(x_1(t) + a)^2)} \quad (3.93)$$

$$x_1(t_0) = x_{10}, x_2(t_0) = x_{20}, x_3(t_0) = x_{30}, x_4(t_0) = x_{40} \quad (3.94)$$

Burada  $\mu$  hareket bağlantısının kütlesi,  $M$  yüküdür,  $J_1$  ve  $J_2$ , sırasıyla  $o_1$  ve  $o_2$  boyunca dikey eksene göre hareketli bağlantının atalet momentleridir.  $d_k(t)$  ( $k = 1, 2$ ) sınır değerli dış bozucuları

$$\begin{aligned}d_1(t) &= 0.5 \sin(3\pi t) \\d_2(t) &= 0.5 \sin(3\pi t)\end{aligned}\quad (3.95)$$

olarak ifade edilmiştir. Robot kolu eklemleri aşağıdaki istenen yörüngeye göre sürülür:

$$\begin{aligned}x_{d1}(t) &= 0.5 \sin(\pi t / 10) \\x_{d3}(t) &= \pi \sin(\pi t / 10)\end{aligned}\quad (3.96)$$

Benzetim çalışmaları esnasında model parametreleri

$$\begin{aligned}M &= 1.5 \text{ kg}, \\ \mu &= 1 \text{ kg}, \\ J_1 &= J_2 = 1 \text{ kg m}^2, \\ a &= 1 \text{ m}.\end{aligned}\quad (3.97)$$

olarak belirlenmiştir.

Sistem durumları için seçilen başlangıç koşulları

$$\begin{aligned}q_1(0) &= x_1(0) = x_{10} = 0.5, \\ \dot{q}_1(0) &= x_2(0) = x_{20} = 0.5, \\ q_2(0) &= x_3(0) = x_{30} = -0.5, \\ \dot{q}_2(0) &= x_4(0) = x_{40} = -0.5.\end{aligned}\quad (3.98)$$

şeklinde. Durumlar için son koşullar orijin olarak alınmıştır. Tüm benzetimler [0; 20] saniye zaman aralığında gerçekleştirilmiştir. Bilgisayar benzetimleri için belirlenen örnekleme zamanı  $T = 0.001$  saniyedir. Bu örnek için üç adet kontrolör tasarlanmıştır. Bu kontrolörlerin başarımları eş zamanlı olarak karşılaştırılmıştır. Karşılaştırılan bu kontrolörler, sabit bir kayma yüzeyine sahip geleneksel kayma kipli kontrolör, sabit bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolör ve sigmoid fonksiyonu kullanılarak elde edilen zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolördür.

Bu örneğe ilişkin geleneksel kayma yüzeyleri,  $s_i$  ( $i = 1, 2$ ) aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\begin{aligned} s_1(t) &= c_1 e_1(t) + e_2(t) \\ s_2(t) &= c_2 e_3(t) + e_4(t) \end{aligned} \quad (3.99)$$

Burada  $c_1$  ve  $c_2$  sabit değerlerdir ve hata değerleri

$$\begin{aligned} e_1(t) &= x_1(t) - x_{d1}(t) \\ e_2(t) &= x_2(t) - x_{d2}(t) \\ e_3(t) &= x_3(t) - x_{d3}(t) \\ e_4(t) &= x_4(t) - x_{d4}(t) \end{aligned} \quad (3.100)$$

olarak tanımlanır.

Eşitlik (3.99)'da verilen kayma yüzeylerinin zamana göre tamsayı-mertebeli türevi alınırsa

$$\begin{aligned} \dot{s}_1(t) &= c_1 \dot{e}_1(t) + \dot{e}_2(t) \\ \dot{s}_2(t) &= c_2 \dot{e}_3(t) + \dot{e}_4(t) \end{aligned} \quad (3.101)$$

elde edilir. Kapalı çevrim kontrol sisteminin kararlılık koşullarını bulmak için, eşitlik (2.6)'da verilen Lyapunov fonksiyonu şu şekilde yeniden yazılabilir:

$$V(s_1, s_2) = \frac{1}{2} (s_1^2 + s_2^2) > 0 \quad (3.102)$$

Burada  $V(0,0) = 0$  ve  $\forall s \neq 0$  için,  $V(s_1, s_2) > 0$ 'dır ve Lyapunov fonksiyonunun türevinin negatif tanımlı olması amaçlanmıştır. Bu örnekte verilen sistemin kararlılığı için etkin bir koşul, (3.103) eşitsizliği ile verilmiş olup eğer bu eşitsizlik garanti edilebilirse sistemin kararlılığı sağlanabilir (Hung ve diğ. 1993).

$$\begin{aligned} \dot{V}(s_1, s_2) &= \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (s_1^2 + s_2^2) \\ \dot{V}(s_1, s_2) &= s_1 \cdot \dot{s}_1 + s_2 \cdot \dot{s}_2 \leq -\eta_1 |s_1| - \eta_2 |s_2| \end{aligned} \quad (3.103)$$

Kayma yüzeylerinin dinamikleri karardır. Bundan dolayı kapalı çevrim kontrol sisteminin kararlılığı, kontrol parametrelerinin uygun seçimi ile elde edilebilir. Bölüm 2'de açıklanan yordama göre, geleneksel kayma kipli kontrolöre ilişkin kontrol kuralı aşağıdaki şekilde elde edilebilir:

$$u_1 = (\mu + M)(-c_1 e_2 + \ddot{x}_1) - (\mu x_1 + M(x_1 + a))x_4^2 - K_1 \cdot \text{sgn}(s_1) \quad (3.104)$$

$$u_2 = (J_1 + J_2 + \mu x_1^2 + M(x_1 + a)^2)(-c_2 e_4 + \ddot{x}_3) - (-2(\mu x_1 + M(x_1 + a))x_2 x_4) - K_2 \cdot \text{sgn}(s_2) \quad (3.105)$$

Dış bozucuların sınır değerleri

$$\begin{aligned} \gamma_1^- \leq d_1 \leq \gamma_1^+ \\ \gamma_2^- \leq d_2 \leq \gamma_2^+ \end{aligned} \quad (3.106)$$

olarak tanımlanmıştır.

Sürekli kontrol kurallarının kazanç değerleri şu şekildedir:

$$\begin{aligned} K_1 &= k_1 \\ K_2 &= k_2 \end{aligned} \quad (3.107)$$

(3.107) eşitliğinde verilen kazanç değerleri sistemin kararlılığını sağlamak için, aşağıdaki koşullara uygun olarak seçilmiştir:

$$\begin{aligned} k_1 &\geq \eta_1 + \bar{\gamma}_1 \\ k_2 &\geq \eta_2 + \bar{\gamma}_2 \end{aligned} \quad (3.108)$$

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_1 &= \max(|\gamma_1^-|, |\gamma_1^+|) \\ \bar{\gamma}_2 &= \max(|\gamma_2^-|, |\gamma_2^+|) \end{aligned} \quad (3.109)$$

Bu örneğe ilişkin kesir-mertebeli kayma yüzeyleri,  $s_i$  ( $i = 1, 2$ ) aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\begin{aligned} s_1(t) &= c_1 e_1(t) + D^{(1-\alpha)} e_1(t) \\ s_2(t) &= c_2 e_3(t) + D^{(1-\alpha)} e_3(t) \end{aligned} \quad (3.110)$$

Burada yine  $c_1$  ve  $c_2$  sabit değerlerdir ve hata değerleri



$$\begin{aligned}
e_1(t) &= x_1(t) - x_{d1}(t) \\
e_2(t) &= x_2(t) - x_{d2}(t) \\
e_3(t) &= x_3(t) - x_{d3}(t) \\
e_4(t) &= x_4(t) - x_{d4}(t)
\end{aligned} \tag{3.111}$$

olarak tanımlanır.

Yeni bir koordinat düzlemi elde etmek ve bu düzlemde zamanla-değişen yeni bir kayma yüzeyi tanımlamak için, (3.110) eşitliğinde tanımlanan  $s_i$  ( $i=1, 2$ ) kayma yüzeylerine dik olacak şekilde  $p_i$  ( $i=1, 2$ ) doğruları tanımlanır. Bu doğruların eğimi diklik koşulunu sağlayacak şekilde tanımlanmıştır (Tokat ve diğ. 2003).

$$\begin{aligned}
p_1(t) &= -\frac{1}{c_1} e_1(t) + D^{(1-\alpha)} e_1(t) \\
p_2(t) &= -\frac{1}{c_2} e_3(t) + D^{(1-\alpha)} e_3(t)
\end{aligned} \tag{3.112}$$

Elde edilen bu ( $s$ - $p$ ) koordinat sisteminde, önerilen yeni kesir-mertebeli zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kontrolörü tasarlamak için, ilk önce önerilen  $\hat{s}_i$  ( $i=1, 2$ ) kayma yüzeyleri, (3.113) eşitliğindeki şekliyle tanımlanır.

$$\begin{aligned}
\hat{s}_1(t) &= s_1(t) - k_{s1}(t) \cdot p_1(t) \\
\hat{s}_2(t) &= s_2(t) - k_{s2}(t) \cdot p_2(t)
\end{aligned} \tag{3.113}$$

Burada kayma yüzeylerinin zamanla-değişen bir biçimde olmasını sağlayacak olan  $k_{si}$  ( $i=1, 2$ ) fonksiyonları

$$\begin{aligned}
k_{s1}(t) &= \frac{k_{s1}^+ - k_{s1}^-}{1 + \exp(-bt + a)} + k_{s1}^- \\
k_{s2}(t) &= \frac{k_{s2}^+ - k_{s2}^-}{1 + \exp(-bt + a)} + k_{s2}^-
\end{aligned} \tag{3.114}$$

olarak zamana bağlı bir Sigmoid fonksiyonu olarak alınmıştır. Burada  $a$  ve  $b$  sabit değerlerdir. Matematiksel olarak  $c_i$  ( $i=1, 2$ )'e göre  $k_{si}$  ( $i=1, 2$ )'nin kabul edilebilir sınır değerleri şu şekildedir:

$$\begin{aligned} -c_1^2 < k_{s1} < 1 \\ -c_2^2 < k_{s2} < 1 \end{aligned} \quad (3.115)$$

Eşitlik (3.110) ile (3.112), (3.113) eşitliğinde yerine konulursa

$$\begin{aligned} \hat{s}_1 &= \left( c_1 + \frac{k_{s1}}{c_1} \right) e_1 - (1 - k_{s1}) D^{(1-\alpha)} e_1 \\ \hat{s}_2 &= \left( c_2 + \frac{k_{s2}}{c_2} \right) e_3 - (1 - k_{s2}) D^{(1-\alpha)} e_3 \end{aligned} \quad (3.116)$$

eşitlikleri elde edilir. (3.116)'da verilen eşitliklerde eşitliğin her iki tarafının zamana göre tamsayı-mertebeli türevi alınırsa

$$\begin{aligned} \dot{\hat{s}}_1 &= \frac{\dot{k}_{s1}}{c_1} e_1 + \left( c_1 + \frac{k_{s1}}{c_1} \right) \dot{e}_2 - \dot{k}_{s1} D^{(-\alpha)} e_2 + (1 - k_{s1}) (D^{(-\alpha)} \ddot{e}_1) \\ \dot{\hat{s}}_2 &= \frac{\dot{k}_{s2}}{c_2} e_3 + \left( c_2 + \frac{k_{s2}}{c_2} \right) \dot{e}_4 - \dot{k}_{s2} D^{(-\alpha)} e_4 + (1 - k_{s2}) (D^{(-\alpha)} \ddot{e}_3) \end{aligned} \quad (3.117)$$

eşitlikleri elde edilir.

Kapalı çevrim kontrol sisteminin kararlılık koşullarını bulmak için, eşitlik (2.6)'da verilen Lyapunov fonksiyonu şu şekilde yeniden yazılabilir:

$$V(\hat{s}_1, \hat{s}_2) = \frac{1}{2} (\hat{s}_1^2 + \hat{s}_2^2) > 0 \quad (3.118)$$

Burada  $V(0,0) = 0$  ve  $\forall \hat{s} \neq 0$  için,  $V(\hat{s}_1, \hat{s}_2) > 0$ 'dır ve Lyapunov fonksiyonunun türevinin negatif tanımlı olması amaçlanmıştır. Bu örnekte verilen sistemin kararlılığı için etkin bir koşul, (3.119) eşitsizliği ile verilmiş olup eğer bu eşitsizlik garanti edilebilirse sistemin kararlılığı sağlanabilir (Hung ve diğ. 1993).

$$\begin{aligned} \dot{V}(\hat{s}_1, \hat{s}_2) &= \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\hat{s}_1^2 + \hat{s}_2^2) \\ \dot{V}(\hat{s}_1, \hat{s}_2) &= \hat{s}_1 \cdot \dot{\hat{s}}_1 + \hat{s}_2 \cdot \dot{\hat{s}}_2 \leq -\eta_1 |\hat{s}_1| - \eta_2 |\hat{s}_2| \end{aligned} \quad (3.119)$$

Kayma yüzeylerinin dinamikleri karardır. Dolayısıyla kapalı çevrim kontrol sisteminin kararlılığı, kontrol parametrelerinin uygun bir şekilde seçilmesi ile sağlanabilir.

Bölüm 3'te açıklanan yordama göre, kesir-mertebeli zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kayma kipli kontrolöre ilişkin kontrol kuralı aşığıdaki şekilde elde edilebilir:

$$u_1 = (\mu + M) \left( - \left( \frac{\dot{k}_{s1}}{c_1(1-k_{s1})} \right) D^{(\alpha)} e_1 - \left( \frac{c_1 + \frac{k_{s1}}{c_1}}{1-k_{s1}} \right) D^{(\alpha)} e_2 + \left( \frac{\dot{k}_{s1}}{1-k_{s1}} \right) e_2 + \ddot{x}_1 \right) - (\mu x_1 + M(x_1 + a)) x_4^2 - D^{(\alpha)} K_1 \cdot \text{sgn}(\hat{s}_1) \quad (3.120)$$

$$u_2 = (J_1 + J_2 + \mu x_1^2 + M(x_1 + a)^2) \left( - \left( \frac{\dot{k}_{s2}}{c_2(1-k_{s2})} \right) D^{(\alpha)} e_3 - \left( \frac{c_2 + \frac{k_{s2}}{c_2}}{1-k_{s2}} \right) D^{(\alpha)} e_4 + \left( \frac{\dot{k}_{s2}}{1-k_{s2}} \right) e_4 + \ddot{x}_3 \right) - (-2(\mu x_1 + M(x_1 + a)) x_2 x_4) - D^{(\alpha)} K_2 \cdot \text{sgn}(\hat{s}_2) \quad (3.121)$$

Dış bozucuların sınır değerleri

$$\begin{aligned} \gamma_1^- &\leq d_1 \leq \gamma_1^+ \\ \gamma_2^- &\leq d_2 \leq \gamma_2^+ \end{aligned} \quad (3.122)$$

olarak tanımlanmıştır.

Sürekli kontrol kurallarının kazanç değerleri şu şekildedir:

$$\begin{aligned} K_1 &= k_1 \\ K_2 &= k_2 \end{aligned} \quad (3.123)$$

(3.123) eşitliğinde verilen kazanç değerleri sistemin kararlılığını sağlamak için, aşığıdaki koşullara uygun olarak seçilmiştir:

$$\begin{aligned} k_1 &\geq \hat{\eta}_1 + \bar{\gamma}_1 \\ k_2 &\geq \hat{\eta}_2 + \bar{\gamma}_2 \end{aligned} \quad (3.124)$$

$$\begin{aligned} \hat{\eta}_1 &= \frac{\eta_1}{1 - k_{s1}} \\ \hat{\eta}_2 &= \frac{\eta_2}{1 - k_{s2}} \end{aligned} \quad (3.125)$$

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_1 &= \max(|\gamma_1^-|, |\gamma_1^+|) \\ \bar{\gamma}_2 &= \max(|\gamma_2^-|, |\gamma_2^+|) \end{aligned} \quad (3.126)$$

Eşitlik (3.104)'te ve (3.105)'te verilen kontrol kuralları, bu örnek için tasarlanan sabit bir kayma yüzeyine sahip geleneksel kayma kipli kontrolör için seçilmiştir. Eşitlik (3.120)'de ve (3.121)'de önerilen kontrol kuralları ise, sabit bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolör ve sigmoid fonksiyonu kullanılarak elde edilen zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolör için kullanılmıştır. Tüm kontrolörler için,  $c_1 = 7$ ,  $c_2 = 7$  ve kontrol kazanç terimi içinde yer alan  $k_1 = 1.7$ ,  $k_2 = 2$  olarak seçilmiştir. Sabit bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolörde  $k_s = -3.5$  olarak belirlenmiştir. Sigmoid fonksiyonu kullanılarak elde edilen zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli önerilen kayma kipli kontrolörün  $k_s$  değeri ise, sigmoid fonksiyonu tarafından belirlenmiştir. Burada kullanılan, değeri zamana göre değişen sigmoid fonksiyonları (3.114) eşitliğinde verilmiştir. Bu fonksiyonun parametreleri  $k_{s1}^- = -49$ ,  $k_{s2}^- = -49$ ,  $k_{s1}^+ = 0$ ,  $k_{s2}^+ = 0$ ,  $a = 1.404$  ve  $b = 4$  olarak alınmıştır. Kesir-mertebeli türev operatörleri için  $\alpha = 0.05$  olarak belirlenmiştir. Bu parametrelerin değeri belirlenirken, parametre optimizasyonu *Izgara Arama (Grid Search)* yöntemi kullanılarak yapılmıştır. Ek olarak,  $k_{s1} = 0$ ,  $k_{s2} = 0$  ve  $\alpha = 0$  için, eşitlik (3.120)'de ve (3.121)'de önerilen kontrol kuralları, (3.104) ve (3.105) eşitliklerindeki geleneksel yapıdaki kontrol kuralı haline gelmektedir.

Bu örnek için de benzetim sonuçları iki şekilde verilmiştir; birincisi, süreksiz kontrol işaretinde işaret (sign) fonksiyonu kullanılarak elde edilen sonuçlar, yani çatırtının olduğu duruma ilişkin sonuçlar ve ikincisi ise, süreksiz kontrol kuralı

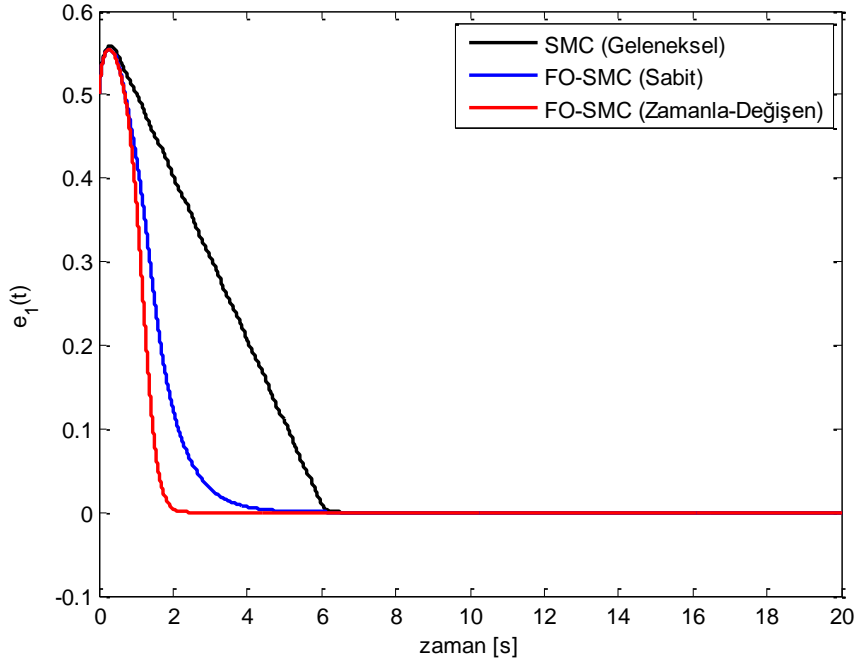
içerisinde eşitlik (2.15)'de verilen doyma (sat) fonksiyonu kullanılarak elde edilen sonuçlar yani çattırının olmadığı (chattering-free) duruma ilişkin sonuçlardır. Dolayısıyla Şekil 3.10 ve Şekil 3.15 arasında verilen görsel sonuçlar ile Tablo 3.3'te ve Tablo 3.4'te listelenen parametre değerleri, kontrol işaretinde işaret fonksiyonu kullanılarak elde edilen sonuçlardır. Benzer şekilde Şekil 3.16 ve Şekil 3.21 arasında verilen görsel sonuçlar ile Tablo 3.5'te ve Tablo 3.6'da listelenen parametre değerleri, kontrol işaretinde doyma fonksiyonu kullanılarak elde edilen sonuçlardır. Yani sunulan bu sonuçlar, çattırtılı ve çattırtısız kontrol işareti ile elde edilen sonuçlar olarak düşünülebilir.

Kontrol işaretinin çattırtılı halinde, verilen başlangıç koşulları için,  $e_1(t)$  ve  $e_3(t)$  geçici hal yanıtları sırasıyla Şekil 3.10'da ve Şekil 3.11'de gösterilmektedir. Önerilen yaklaşımın, ulaşma süresi ve yerleşme süresinde diğerlerinden daha iyi bir başarıyı sergilediği şekillerden görülmektedir.

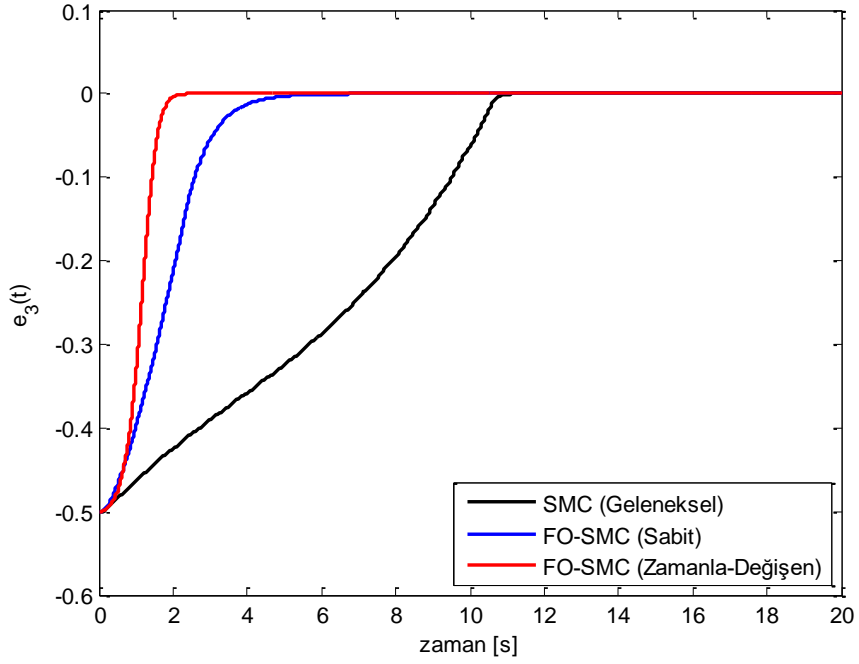
Kontrol girişleri  $u_1$  ve  $u_2$  sırasıyla Şekil 3.12'de ve 3.13'te verilmiştir. Önerilen yaklaşımın ulaşma süresini azaltarak bozucu etkisini azalttığı şekilden görülmektedir.

$(e_1 - e_2)$  ve  $(e_3 - e_4)$  hata faz düzlemi yörüngeleri sırasıyla Şekil 3.14'te ve Şekil 3.15'te verilmiştir.

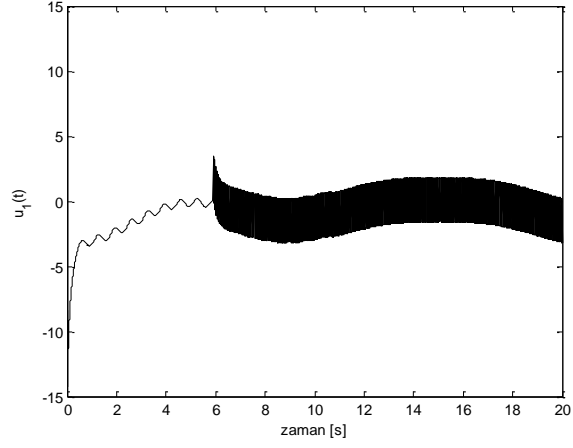
Kontrolör başarımlarının grafiksel olarak kıyaslanmasının yanı sıra sayısal değerler ile de karşılaştırılabilmesi için, mutlak hatanın integrali (IAE), hatanın karesinin integrali (ISE), mutlak hata ile zaman çarpımının integrali (ITAE), hatanın karesi ile zaman çarpımının integrali (ITSE), ulaşma zamanı ( $t_{reach}$ ), yükselme zamanı ( $t_{rise}$ ), yerleşme zamanı ( $t_{settling}$ ), kontrol işaretinin maksimum değeri ( $u_{max}$ ), kontrol işaretinin minimum değeri ( $u_{min}$ ) ve kontrol işaretinin enerji tüketimi ( $E$ )  $x_1$  ve  $x_3$  durumları için hesaplanarak Tablo 3.3 ve Tablo 3.4'te sunulmuştur.



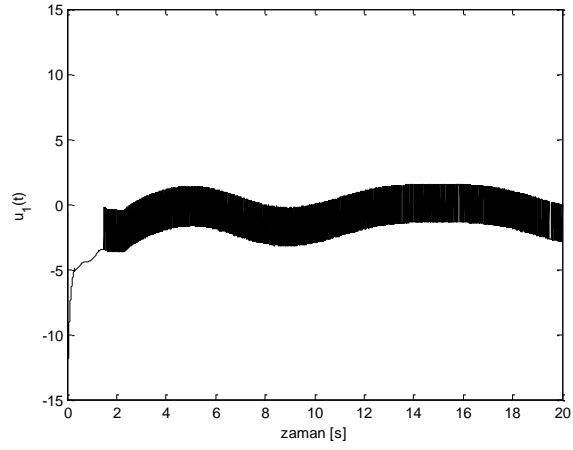
Şekil 3.10: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $e_1(t)$  hata değerinin zamana göre değişimi.



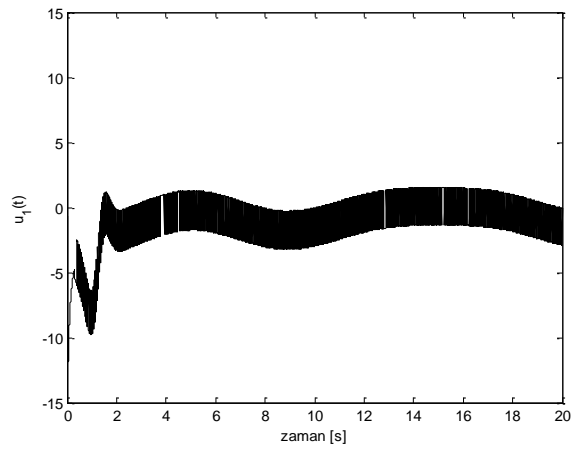
Şekil 3.11: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $e_3(t)$  hata değerinin zamana göre değişimi.



(a)

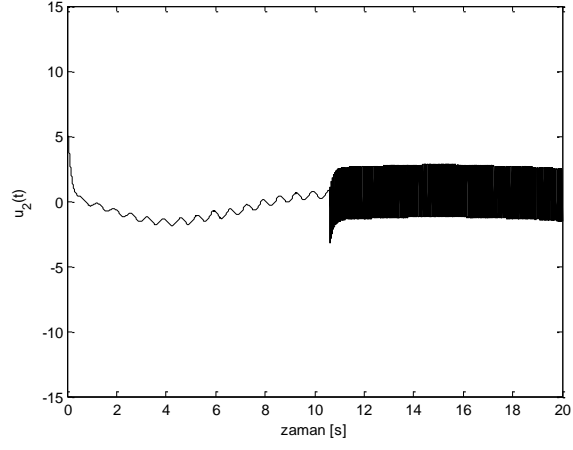


(b)

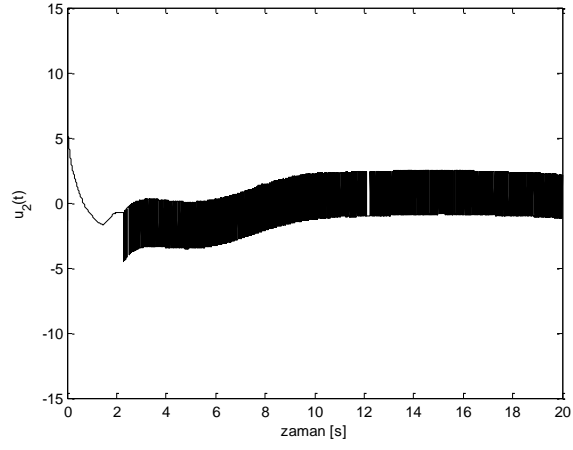


(c)

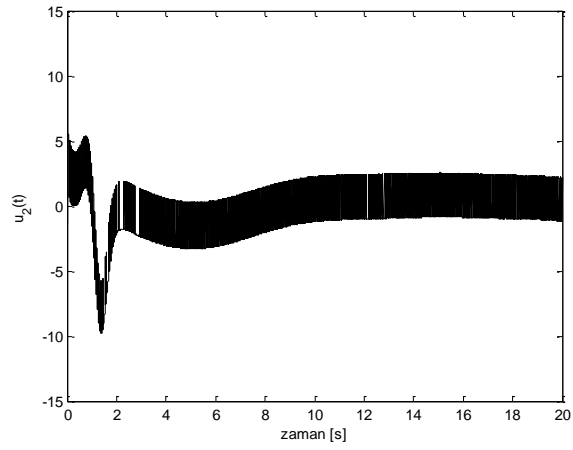
**Şekil 3.12:** İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $u_1(t)$  kontrol işaretleri:  
 (a) SMC (Geleneksel) (b) FO-SMC (Sabit) (c) FO-SMC (Zamanla-Değişen).



(a)



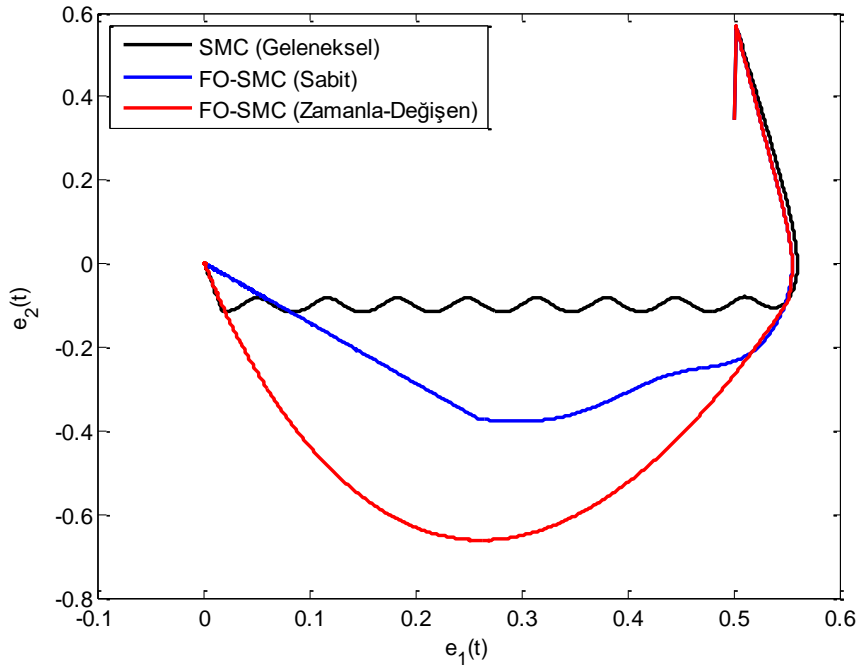
(b)



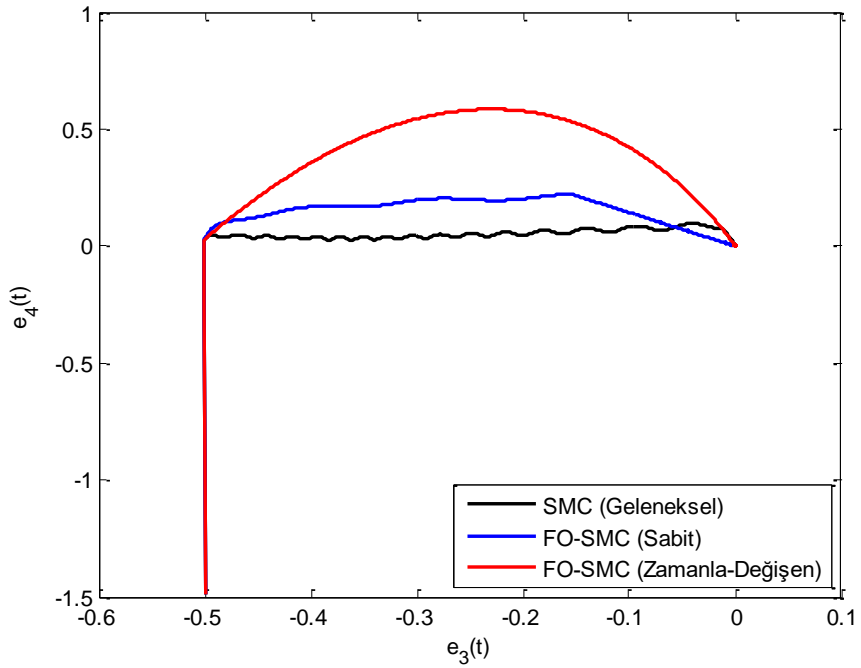
(c)

**Şekil 3.13:** İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $u_2(t)$  kontrol işaretleri:  
 (a) SMC (Geleneksel) (b) FO-SMC (Sabit) (c) FO-SMC (Zamanla-Değişen).





Şekil 3.14: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $(e_1 - e_2)$  hata faz düzlemi yörüngeleri.



Şekil 3.15: İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $(e_3 - e_4)$  hata faz düzlemi yörüngeleri.

**Tablo 3.3:** İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $x_1(t)$  için başarımlı ölçüt değerleri

	<b>SMC (Geleneksel)</b>	<b>FO-SMC (Sabit)</b>	<b>Önerilen FO-SMC (Zamanla-Değişen)</b>
<b>IAE</b>	1.819	0.867	0.638
<b>ITAE</b>	3.732	0.852	0.405
<b>ISE</b>	0.717	0.352	0.292
<b>ITSE</b>	1.118	0.241	0.155
$t_{reach}$	5.928	1.495	0.397
$t_{rise}$	4.070	1.713	0.755
$t_{settling}$	6.001	3.743	1.881
$u_{max}$	380.056	381.470	381.470
$u_{min}$	-14.213	-17.368	-17.366
<b>E</b>	$2.364 \times 10^5$	$2.455 \times 10^5$	$2.624 \times 10^5$

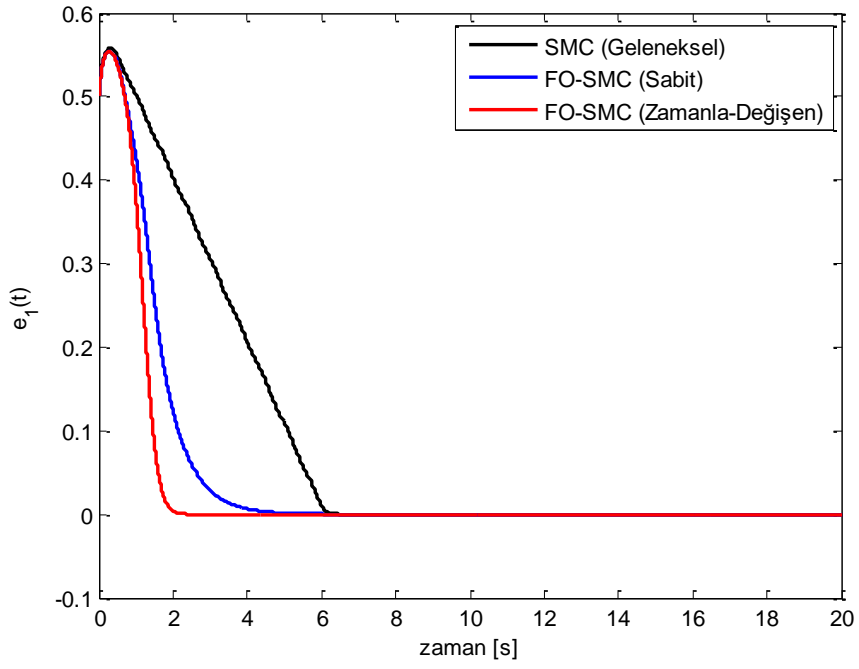
**Tablo 3.4:** İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $x_3(t)$  için başarımlı ölçüt değerleri

	<b>SMC (Geleneksel)</b>	<b>FO-SMC (Sabit)</b>	<b>Önerilen FO-SMC (Zamanla-Değişen)</b>
<b>IAE</b>	3.141	0.934	0.570
<b>ITAE</b>	12.439	1.112	0.359
<b>ISE</b>	1.112	0.333	0.235
<b>ITSE</b>	3.528	0.281	0.122
$t_{reach}$	10.619	2.285	0.086
$t_{rise}$	8.798	2.412	0.918
$t_{settling}$	10.631	4.183	1.862
$u_{max}$	$5.569 \times 10^3$	$5.577 \times 10^3$	$5.577 \times 10^3$
$u_{min}$	-3.161	-4.507	-9.746
<b>E</b>	$3.108 \times 10^7$	$3.117 \times 10^7$	$3.121 \times 10^7$

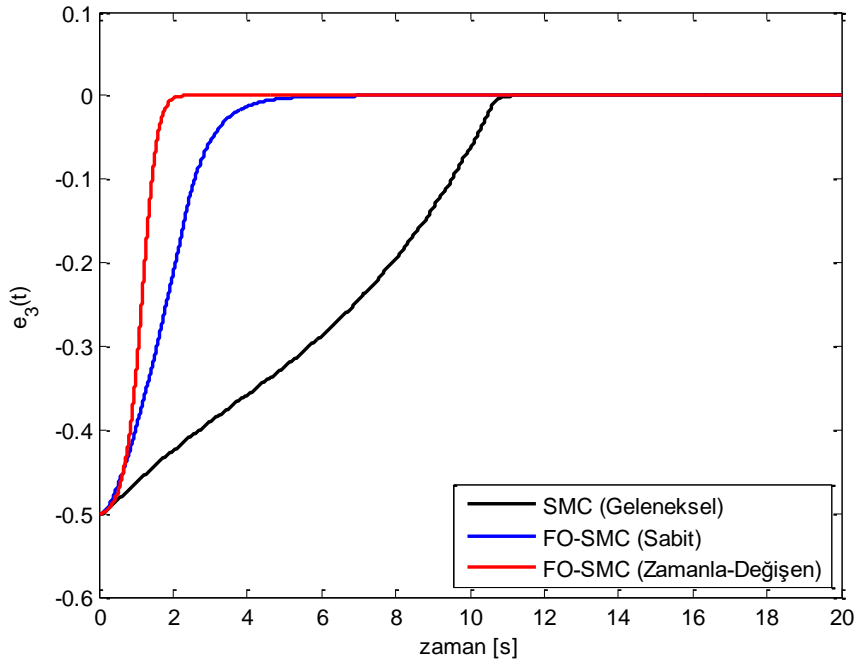
Doyma (sat) fonksiyonu, kontrol işaretinde çatırtıyı önlemek için sürekli olmayan kontrol işareti içinde kullanılabilir. Bu amaçla, benzetim, eşitlik (2.15)'te verilen doyma fonksiyonu kontrol kuralı içerisinde işaret fonksiyonunun yerine kullanılarak yeniden çalıştırılmıştır. Burada  $\Delta_f = 0.005$  olarak seçilmiştir. Buna bağlı olarak kontrol işaretinin çatırtısız hali için elde edilen,  $e_1(t)$  ve  $e_3(t)$  geçici hal yanıtları sırasıyla Şekil 3.16'da ve Şekil 3.17'de gösterilmektedir. Kontrol girişleri  $u_1$  ve  $u_2$  sırasıyla Şekil 3.18'de ve Şekil 3.19'da görülmektedir. Ayrıca ilgili kontrolörlerin  $(e_1 - e_2)$  ve  $(e_3 - e_4)$  hata faz düzlemi yörüngeleri sırasıyla Şekil 3.20'de ve Şekil 3.21'de verilmiştir. Tablo 3.5'te ve Tablo 3.6'da ise  $x_1$  ve  $x_3$  durumlarına ilişkin başarımlar ölçütleri listelenmiştir.

**Tablo 3.5:** Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $x_1(t)$  için başarımlar ölçüt değerleri

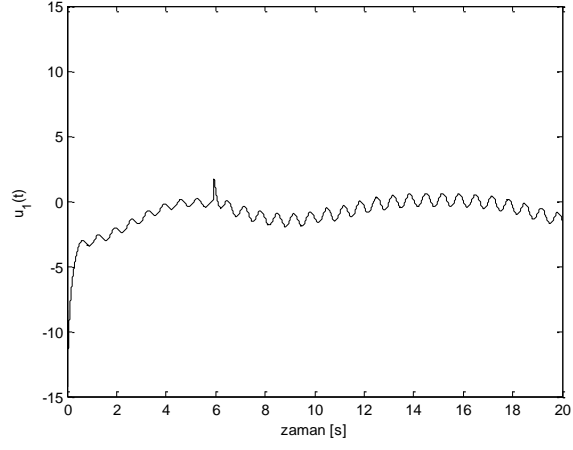
	<b>SMC (Geleneksel)</b>	<b>FO-SMC (Sabit)</b>	<b>Önerilen FO-SMC (Zamanla-Değişen)</b>
<b>IAE</b>	1.820	0.868	0.639
<b>ITAE</b>	3.745	0.867	0.422
<b>ISE</b>	0.717	0.352	0.292
<b>ITSE</b>	1.118	0.241	0.155
$t_{reach}$	5.922	1.492	0.397
$t_{rise}$	4.070	1.712	0.755
$t_{settling}$	6.001	3.744	1.876
$u_{max}$	380.056	381.470	381.470
$u_{min}$	-14.213	-17.368	-17.366
<b>E</b>	$1.972 \times 10^5$	$2.091 \times 10^5$	$2.256 \times 10^5$



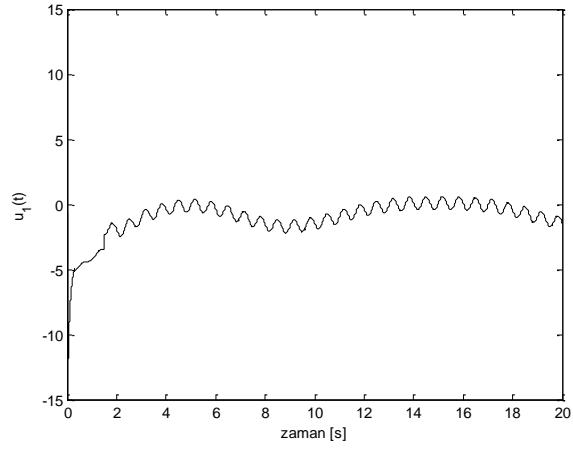
Şekil 3.16: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $e_1(t)$  hata değerinin zamana göre değişimi.



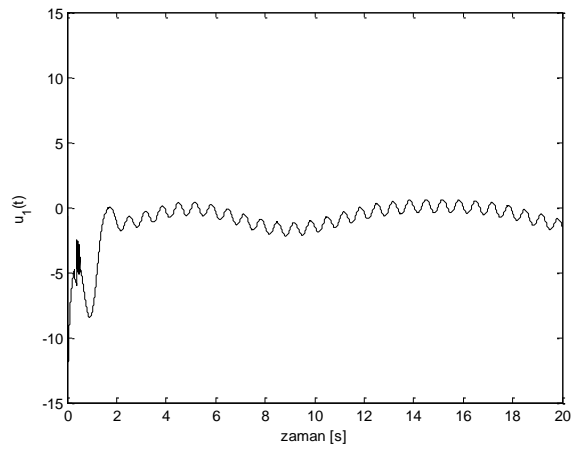
Şekil 3.17: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $e_3(t)$  hata değerinin zamana göre değişimi.



(a)

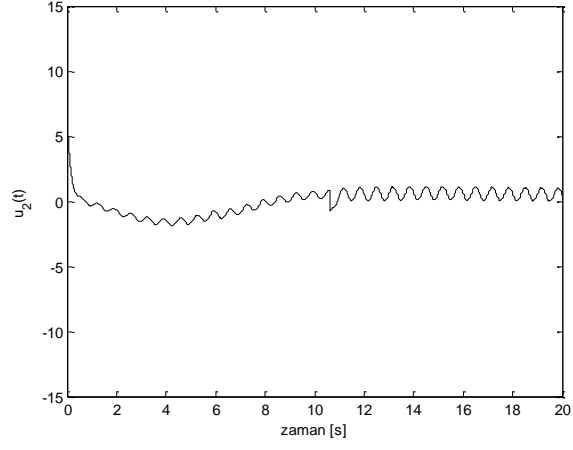


(b)

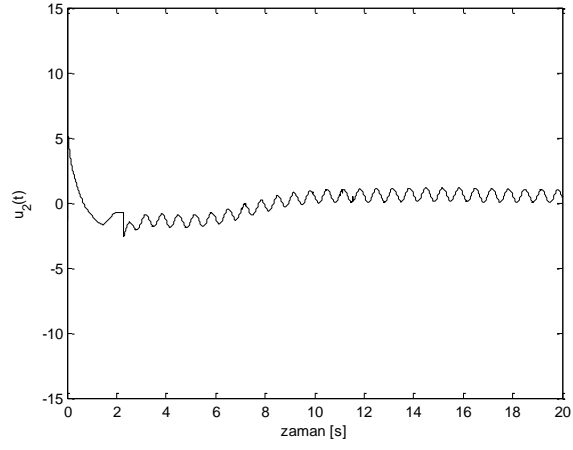


(c)

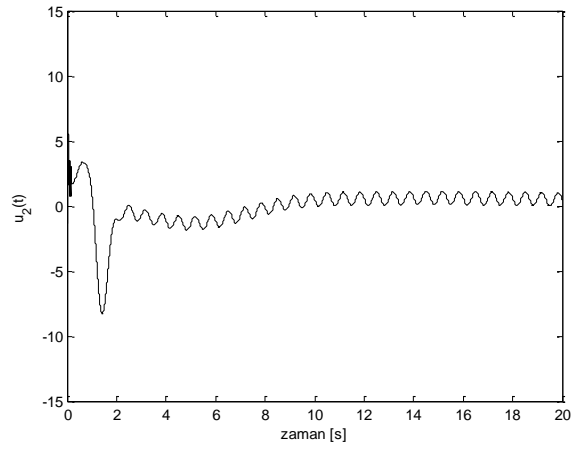
**Şekil 3.18:** Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $u_1(t)$  kontrol işaretleri: (a) SMC (Geleneksel) (b) FO-SMC (Sabit) (c) FO-SMC (Zamanla-Değişen).



(a)

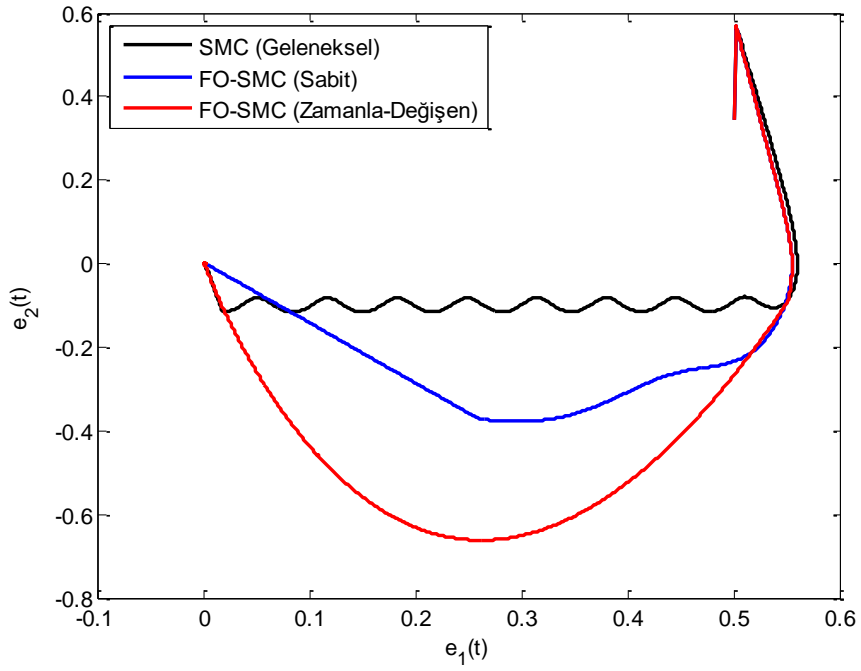


(b)

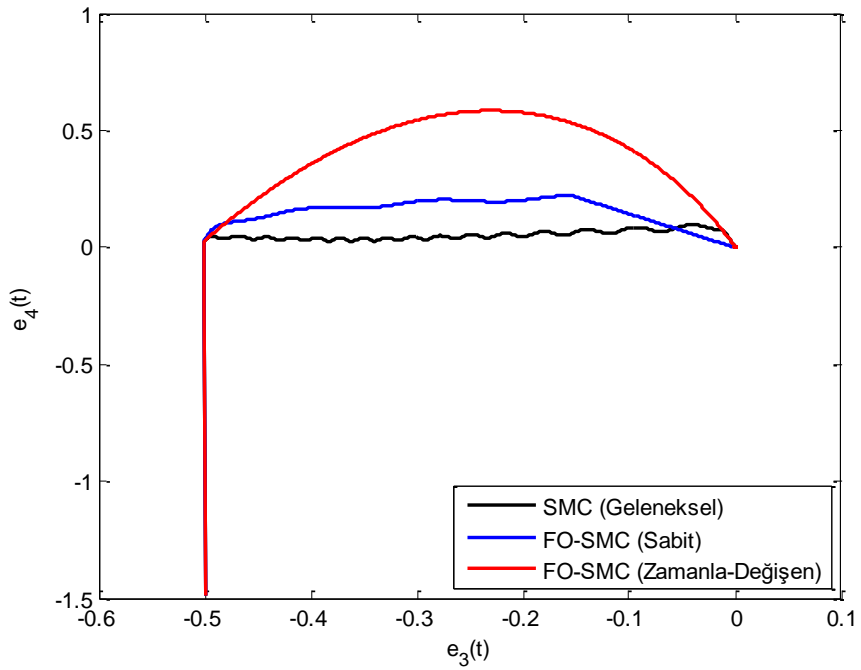


(c)

**Şekil 3.19:** Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $u_2(t)$  kontrol işaretleri: (a) SMC (Geleneksel) (b) FO-SMC (Sabit) (c) FO-SMC (Zamanla-Değişen).



Şekil 3.20: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $(e_1 - e_2)$  hata faz düzlemi yörüngeleri.



Şekil 3.21: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $(e_3 - e_4)$  hata faz düzlemi yörüngeleri.

**Tablo 3.6:** Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $x_3(t)$  için başarımlar ölçüt değerleri

	<b>SMC (Geleneksel)</b>	<b>FO-SMC (Sabit)</b>	<b>Önerilen FO-SMC (Zamanla-Değişen)</b>
<b>IAE</b>	3.141	0.935	0.572
<b>ITAE</b>	12.448	1.130	0.375
<b>ISE</b>	1.112	0.333	0.235
<b>ITSE</b>	3.528	0.281	0.122
$t_{reach}$	10.610	2.282	0.084
$t_{rise}$	8.798	2.412	0.917
$t_{settling}$	10.631	4.186	1.859
$u_{max}$	$5.569 \times 10^3$	$5.577 \times 10^3$	$5.577 \times 10^3$
$u_{min}$	-1.884	-2.616	-8.277
<b>E</b>	$3.104 \times 10^7$	$3.113 \times 10^7$	$3.115 \times 10^7$



## 4. ZAMANLA-DEĞİŞEN BİR KAYMA YÜZEYİNE SAHİP ARALIK TİP-2 KESİR-MERTEBELİ KAYMA KIPLI BULANIK KONTROLÖR TASARIMI

### 4.1 Giriş ve Amaç

Klasik mantık, iki durum değerine  $\{0,1\}$  sahip bir kuramdır. Bu durum değerlerinden birincisi DOĞRU durumunu temsil eden 1 değeri, ikincisi de YANLIŞ durumunu temsil eden 0 değeridir. Örneğin, bir ifadenin sonucu klasik mantığa göre, ya doğrudur ya da yanlıştır. Buradaki doğru değerinden kasıt, o ifadenin sonucunun %100; yanlış değerinden kasıt ise, o ifadenin sonucunun %0 oranında doğruluk içermesi anlamına gelmektedir. Klasik mantık'ta, bir A kümesinin karakteristik fonksiyonu X evrensel kümesi içindeki her  $x$  elemanına 1 ya da 0 değerini atar. Buna göre karakteristik fonksiyon  $\forall x \in X$  için,

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad (4.1)$$

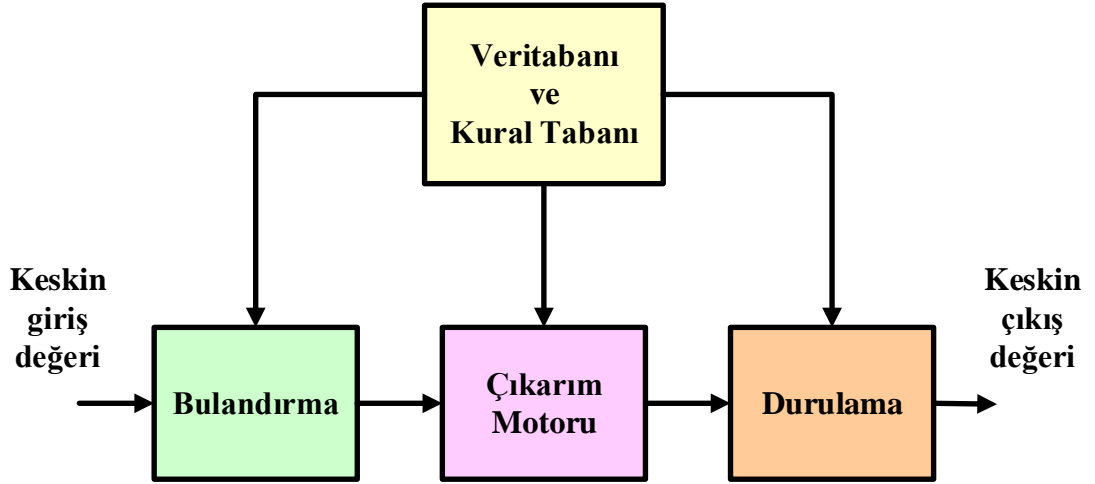
şeklinde ifade edilir. Yani X evrensel kümesi içindeki bir  $x$  elemanının A kümesine üye olma durumu 1 ya da 0 değerleri ile temsil edilir.  $x$  elemanı A kümesinin bir elemanı ise, bunun karakteristik fonksiyondaki karşılığı 1; değil ise, bunun karakteristik fonksiyondaki karşılığı 0'dır. Burada kümeler büyük harfler, küme elemanları da küçük harfler ile gösterilir. Böylece karakteristik fonksiyon, evrensel kümenin içindeki  $x$  elemanlarını 0 ve 1 değerlerinden oluşan bir kümeye eşleştirir, yani  $\mu_A(x): X \rightarrow \{0, 1\}$  dönüşümünü gerçekleştirir. Bu tanım, gerçek hayattaki kimi olayları yorumlarken doğru bir yaklaşım olabilir, fakat bazen öyle olaylar ile karşılaşılır ki bu tanım, böyle durumlarda yetersiz bir hale gelir. Böyle durumlarda X evrensel kümesi içindeki bir  $x$  elemanının A kümesine ait olup olmama durumu kesin olarak belirlenemeyebilir. Bulanık mantık, klasik mantığın yeterince tanımlayamadığı bu gibi durumları ifade etmek için ortaya çıkmıştır. Zadeh tarafından (1965) önerilen bulanık mantık kuramında, bulanık küme kavramı yer

almaktadır. Bulanık kümeler, kendilerine ait olup olmama durumu 0 ya da 1 değerleriyle net olarak belirlenemeyen kümelerdir.  $X$  evrensel kümesi içinde bulunan bir  $x$  elemanın  $\tilde{A}$  bulanık kümesinin elemanı olup olmama durumu 0 ile 1 arasında bulunan değerlerden biri ile temsil edilebilir. Örneğin bulanık mantık kuramına göre,  $X$  evrensel kümesindeki bir  $x$  elemanın  $\tilde{A}$  bulanık kümesine ait olma durumu 0.4 ile ifade edilebilir. Burada haliyle bir kafa karışıklığı oluşmaktadır. Yani  $x$  elemanın  $\tilde{A}$  bulanık kümesine olan üyelik derecesi eğer 0.4 ise, bu eleman için  $\tilde{A}$  kümesinin %100 elemanıdır diyemeyeceğimiz gibi, %0 elemanıdır da diyemeyiz. Dolayısıyla bulanıklık yani belirsizlik buradan doğmaktadır. Burada karakteristik fonksiyonunun aldığı değer,  $X$  evrensel kümesindeki bir  $x$  elemanın  $\tilde{A}$  bulanık kümesine üyelik miktarını ifade eder ve bu değere  $x$  elemanın  $\tilde{A}$  bulanık kümesine olan üyelik derecesi denir. Karakteristik fonksiyon bulanık mantık içerisinde üyelik fonksiyonu olarak ifade edilir. Üyelik fonksiyonu,  $\forall x \in X$  olmak üzere,

$$\mu_{\tilde{A}}(x) : x \rightarrow [0,1] \quad (4.2)$$

ilişisini kurar (Ulu 2013). Buna göre üyelik derecesi 0 ile 1 dahil olmak üzere, bunlar arasındaki değerlerden herhangi biri olabilir. Bulanık mantık, insanlardaki akıl yürütme gibi çıkarımlara dayanan bir teoridir. Dolayısıyla bulanık mantık teorisi, gerçek dünyada meydana gelen belirsiz durumları modellemede klasik mantık kuramından daha etkilidir. Örneğin 100 °C'deki suyun sıcaklığı sıcak olarak nitelendirilirse, 85 °C'deki suyun sıcaklığı için ne denebilir? Bu sıcaklıktaki suya soğuk denilemeyeceği gibi, sıcak denilmesi de doğru ve tatmin edici bir değerlendirme olmayacaktır. Bu nedenle, önermelerin doğru veya yanlış değerleri arasında çok sıcak, sıcak, soğuk, çok soğuk vb. ara değerler kullanılarak bulanık küme kavramı geliştirilmiştir. Bulanık küme teorisi, çok küçük, küçük, orta, büyük ve çok büyük gibi birçok sıfatı kullanarak kademeli veri modellemesini gerçekleştirir. Böylece sistemlerin modellenmesinde daha gerçekçi ve doğal sonuçlar elde edilir. İlk olarak ortaya atılan bulanık mantık kümeleri, tip-1 bulanık mantık kümeleri olarak isimlendirilmiştir. Tip-1 bulanık kümelere dayalı olarak geliştirilen sistemlere de tip-1 bulanık mantık sistemleri denir. Bir tip-1 bulanık mantık sistemi bulandırma, çıkarım motoru, durulama ve bilgi tabanı adı verilen süreçlerden meydana gelir. Bu süreçlerin her biri bir takım görevleri icra eder. Bilgi tabanı sistemin bir veri kaynağı gibi düşünülebilir. Sistem içinde oluşturulan üyelik

fonksiyonları ve kurallar bu veri kaynağında saklanır. Üyelik fonksiyonları veritabanı içerisinde, kurallar kural tabanı içerisinde bulunur. Bulandırma süreci, sisteme giriş verisi olarak uygulanan parametre değerini alır ve bu değer için bulanık üyelik fonksiyonu karşılığını hesaplar yani bulanık üyelik derecesini bulur. Bunu yaparken veritabanında yer alan üyelik fonksiyonlarından faydalanır. Böylece açık, net, keskin olarak nitelendirilen giriş verisi bulanık bir değere dönüşmüş olur. Bu yüzden bu sürecin adına bulandırma denmiştir. Keskin değerler bu sürecin sonunda bulanık değerler haline gelir. Bulanık çıkarım aşamasında ise, kural tabanı içinde yer alan kurallar içinden bulanık giriş değerlerine uygun olan kural seçilir ve bu kurala göre bulanık çıkış değeri üretilir. Yani bu süreç sistemin karar mekanizması gibi çalışır. Son aşama ise, durulama adı verilen, bulanık çıkış değerinden artık sistemin çıktısı olacak keskin, net çıkış değerinin elde edilmesi sürecidir. Bu süreçte kullanılmak üzere birçok farklı durulama yöntemi geliştirilmiştir. Bu süreçte çıkarım mekanizması sonucunda üretilen bulanık değer, belirlenen bir durulama yöntemi ile açık, keskin, net bir değer haline dönüştürülür. Bu değer sistemin çıkış değeri olur. Bir tip-1 bulanık mantık sisteminin blok şema halinde gösterilmesi Şekil 4.1’de verilmiştir.



Şekil 4.1: Tip-1 bulanık mantık sistemi.

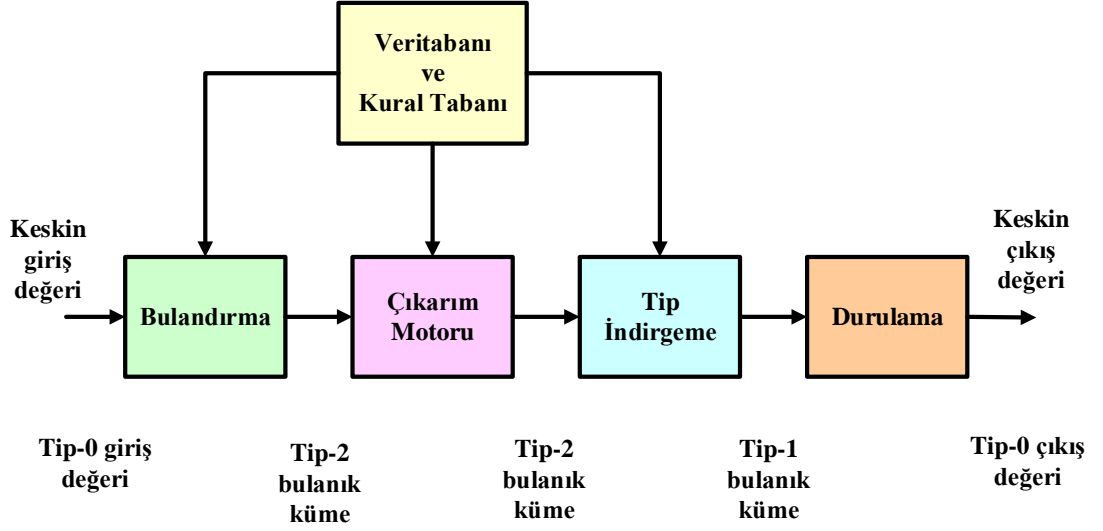
Bulanık mantığın olumlu yönü dilsel değişkenleri kullanarak modelleme yapabilme imkanını tasarımcıya sunmasıdır, ancak olumsuz yönü ise, oldukça fazla belirsizliği kendi içerisinde barındırıyor olmasıdır. Örneğin, kural tabanında tanımlanan kurallar bir tasarımcıdan başka bir tasarımcıya farklı biçimlerde

tanımlanabilir veya kuralların öncül ve sonuç bölümlerinde kullanılan dilsel değişkenler tasarımcıdan tasarımcıya farklı anlamlar içerebilecek durumda olabilir. Bu, bir belirsizliktir. Benzer şekilde, üyelik fonksiyonlarının tasarımı esnasında kullanılan dilsel değişkenlerin anlamlarında doğabilecek farklılıklar, sisteme gürültü veya bozucu gibi unsurların etki etmesi, sistemin kendi tasarım parametrelerinde belirsizlik veya bozucuların oluşması gibi etmenler birer belirsizlik kaynağıdır.

Tip-2 bulanık mantık kuramı ise, tip-1 bulanık mantık kuramının geliştirilmiş bir hali olarak düşünülebilir. Bilindiği gibi tip-1 bulanık mantık kuramına göre,  $X$  evrensel kümesi içinde bulunan bir  $x$  elemanın  $\tilde{A}$  bulanık kümesine olan üyelik derecesi  $[0,1]$  aralığında bir değer almakta idi. Oysa tip-2 bulanık mantık kuramında bu üyelik dereceleri de bulanık hale gelmiştir, yani keskin değerlerden oluşmamaktadır. Tip-2 bulanık mantık kuramına göre,  $X$  evrensel kümesi içinde bulunan bir  $x$  elemanın  $\tilde{A}$  bulanık kümesine olan üyelik derecesi  $[0,1]$  aralığında birçok değer alır yani burada üyelik dereceleri bulanık bir üyelik fonksiyonu ile ifade edilir. Dolayısıyla tip-2 bulanık mantık kuramında bulanıklık ya da belirsizlik artmıştır. Böylece belirsizliğin modellenmesi yalnız dilsel değişkenlerle sınırlı kalmayıp üyelik fonksiyonlarında da mevcut duruma gelmiştir. Hatırlanacağı gibi, bir elemanın bir kümeye olan üyeliğinin 0 ya da 1 şeklinde keskin bir değer olarak belirlenemediği durumlarda, tip-1 bulanık mantık kuramı kullanılıyordu. Benzer şekilde bir elemanın bir kümeye olan üyeliğinin 0.3 gibi bulanık bir değer olarak belirlenemediği durumlarda da, tip-2 bulanık mantık kuramı kullanılır. Tip-2 bulanık mantık sistemlerinde belirsizlikler aynı zamanda üyelik fonksiyonlarında da mevcuttur. Tip-1 bulanık mantık kümeleri için üyelik derecesi yani üyelik fonksiyonu değeri belirli bir değerdir. Fakat tip-2 bulanık mantık kümeleri için üyelik fonksiyonu değeri belirli bir değer değildir, bulanıktır. Dolayısıyla tip-2 bulanık mantık sistemlerinde belirsizlik, üyelik fonksiyonu değerlerinin de bulanık olmasından dolayı artmıştır. Bundan dolayı belirsizlikleri modellemede tip-2 bulanık mantık sistemleri tip-1 yapıda olanlara kıyasla daha başarılıdır. Örneğin, gürültülü girişlerin olması veya anlamları tasarımcıdan tasarımcıya değişebilen dilsel değişkenler üzerinde belirsizlik olması durumunda tip-2 bulanık mantık sistemleri tip-1 yapıda olanlara göre daha iyi bir başarımla sergileme yeteneğine sahiptir. Bilindiği gibi genellikle tasarımcı bilgisi ile oluşturulan dilsel değişkenler üyelik fonksiyonlarının şekli hakkında bir bilgi içermez. Üyelik fonksiyonlarının sayısal

veriler ile belirlenmesi durumunda ise sayısal verilerdeki belirsizlik doğrudan üyelik fonksiyonları üzerinde bir belirsizliğe dönüşür. Bu gibi durumlar ile ortaya çıkan dilsel ya da sayısal belirsizliklerin etkisi tip-1 bulanık sistemlerin aksine tip-2 bulanık sistemlerle azaltılabilmektedir. Teorik olarak bulanık mantık kümelerinin tip derecesi yükseldikçe belirsizliklerle başa çıkabilme kabiliyetleri artmaktadır fakat tip derecesinin yükselmesi sistemin karmaşıklığını da arttırır. Bu yönden bakıldığında tip-2 bulanık mantık sistemleri tip-1 yapıda olanlara göre daha karmaşık bir yapıya sahiptir ve bu karmaşıklık, sistemin sonuç üretme zamanında tip-1 yapıdakilere kıyasla oldukça belirgin bir artışa sebep olur. Dolayısıyla bu durum tip-2 bulanık mantık sistemler açısından bir olumsuzluk olarak değerlendirilebilir.

Bir tip-2 bulanık mantık sistemi bulandırma, çıkarım motoru, durulama, bilgi tabanı ve tip indirgeme süreçlerinden meydana gelmektedir. Bir tip-2 bulanık mantık sisteminin blok şema halinde gösterilimi Şekil 4.2’de verilmiştir. Bu şekile bakıldığında tip-1 bulanık mantık sistemlerine göre işlem süreçleri açısından bir farklılık göze çarpmaktadır. Farklı olan bu süreç tip indirgeme sürecidir. Tip indirgeme süreci tip-2 türdeki bulanık değerleri tip-1 türde bir bulanık değere dönüştürür. Burada kullanılmak üzere literatürde çeşitli algoritmalar önerilmiştir. Bunlar arasında en çok bilineni Karnik-Mendel (KM) algoritmasıdır (Karnik ve Mendel 1998; Karnik ve diğ. 1999; Wu 2014). Bulandırma süreci, sisteme giriş verisi olarak uygulanan parametre değerini alır ve bu değer tip-2 bulanık üyelik fonksiyonu karşılığını hesaplar yani bulanık üyelik derecesini bulur. Burada bulanık üyelik fonksiyonu değerleri birden çoktur. Yani bulanık üyelik derecesi, bulanık bir fonksiyondur, bu fonksiyonun aldığı minimum ve maksimum değerler arasındaki bulanık bölge, keskin giriş değerinin bulandırılması sonucu elde edilen değerlerin oluşturduğu bulanık bölgedir. Böylece açık, net, keskin olarak nitelendirilen giriş verisi bulanık değerler haline dönüşmüş olur. Bilgi tabanı içerisindeki kural tabanında kurallar, veritabanında tip-2 bulanık üyelik fonksiyonları saklanmaktadır. Bulanık çıkarım aşamasında, bilgi tabanı içinde yer alan kurallar içinden bulanık giriş değerlerine uygun olan kurallar seçilir ve bu kurallara göre bulanık çıkış değerleri üretilir. Yani bu süreç sistemin karar verme sürecidir. Son aşama ise, durulama adı verilen, tip indirgeme aşamasından geçerek tip-1 bulanık çıkış değeri haline gelen değerden artık sistemin çıktısı olacak keskin, net çıkış değerinin elde edilmesi sürecidir.



Şekil 4.2: Tip-2 bulanık mantık sistemi.

Tip-2 bulanık mantık sistemlerinin en önemli aşaması tip indirgeme sürecidir. Dolayısıyla literatürde yer alan çalışmaların birçoğu bu sürece ilişkin yeni yöntemler veya algoritmalar önermektedir. Bu yöntemlerin veya algoritmaların amacı oldukça fazla zaman alan bu süreç için, işlem zamanını düşürebilmektir. Genellikle bu hedefe yönelik çalışmalar yapılmıştır. Çünkü, önerilen ilk tip indirgeme algoritması olan KM algoritması, büyük miktarda veri ile karşı karşıya kaldığı zaman, iteratif bir algoritma olmasından dolayı uzun işlem zamanı oluşmasına sebep olmaktadır.

Aralık tip-2 bulanık kümeleri genel tip-2 bulanık kümelerin özel bir halidir. Aralık tip-2 bulanık kümelerinde tüm ikincil üyelik fonksiyonları değişken bir fonksiyon yerine sabit 1 değerini alan bir fonksiyondur yani keskin bir değer almaktadır. Böylece ikincil üyelik fonksiyonları aralık tip-2 bulanık kümelerde ayırt edici bir bilgi taşımamakta ve tip-2 bulanık mantık işlemlerinde sadece birincil üyelik fonksiyonlarının sınır değerlerinin kullanılması yeterli olmaktadır. Bu nedenle aralık tip-2 bulanık kümeleri sağladıkları hesaplama kolaylıkları nedeniyle tip-2 bulanık sistemlerde sıklıkla kullanılmaktadır.

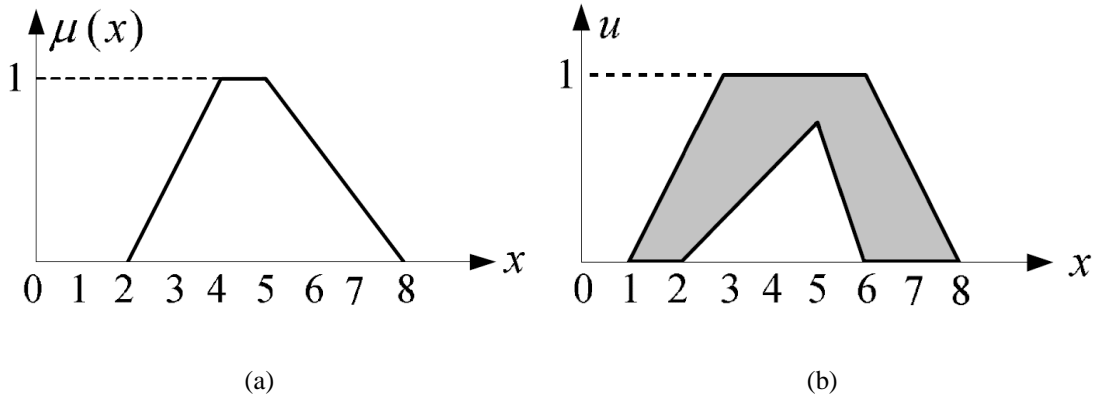
Tez çalışmasının bu bölümünde modelleme ve kontrol uygulamaları için, daha fazla esneklik ve serbestlik sağlamak ve kontrol sisteminin başarımını arttırmak amacıyla bir aralık tip-2 bulanık sistem tasarımı yapılmıştır. Bu bulanık sistem ile kontrol sisteminin parametre ayarlaması yapılarak kontrolörün başarımının artırılması hedeflenmiştir.

## 4.2 Tip-2 Bulanık Kümeler

Bir tip-2  $\tilde{A}$  bulanık kümesi  $0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x, u) \leq 1$  olmak üzere

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \int_{u \in J_x} \mu_{\tilde{A}}(x, u) / (x, u) \quad J_x \subseteq [0, 1] \quad (4.3)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $x$ ,  $X$  domenindeki birincil değişkeni ve  $u$  her bir  $x \in X$  için  $J_x$  domenindeki ikincil değişkeni göstermektedir.  $J_x$   $x$  değişkeninin birincil üyelik fonksiyonu ve  $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$  ise  $\tilde{A}$  kümesinin ikincil üyelik değerleri olarak adlandırılır.  $\iint$  ifadesi tüm mümkün  $x$  ve  $u$  değerlerinin birleşimini ifade etmektedir (Ulu 2013). Şekil 4.3'te bir bulanık kümenin tip-1 ve tip-2 üyelik fonksiyonları ile ifade edilmesi gösterilmiştir.



Şekil 4.3: Bir bulanık kümenin (a) tip-1 (b) tip-2 bulanık üyelik fonksiyonu ile ifade edilmesi.

Tip-2 bulanık kümeleri genel tip-2 bulanık kümeler ve aralık tip-2 bulanık kümeler olmak üzere iki gruba ayırılır. Genel tip-2 bulanık kümelerde ikincil üyelik fonksiyonları üçgen, yamuk, Gauss vb. gibi farklı şekillerde birer fonksiyondur. Oysa aralık tip-2 bulanık kümelerin ikincil üyelik fonksiyonları tüm  $u$  noktaları için

$$\mu_{\tilde{A}}(x, u) = 1 \quad (4.4)$$

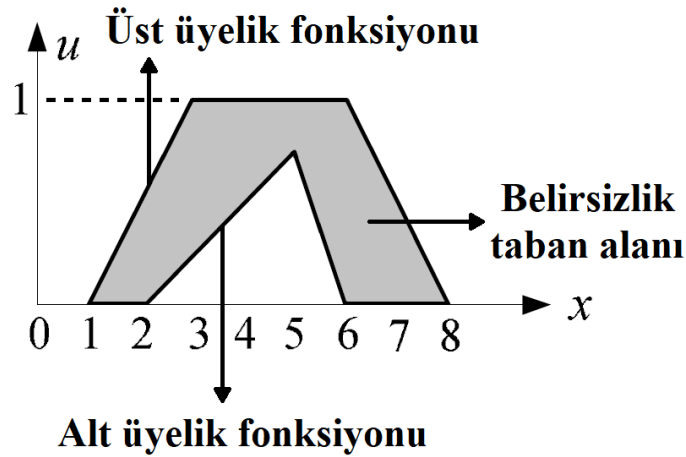
şeklinde, yani sabit 1 değerini alan bir fonksiyondur. Dolayısıyla aralık tip-2 bulanık kümeler, genel tip-2 bulanık kümelerin özel bir biçimi olarak düşünülebilir.

Bir  $\tilde{A}$  aralık tip-2 bulanık kümesi  $\mu_{\tilde{A}}(x, u) = 1$  olmak üzere

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \int_{u \in J_x} 1/(x, u) \quad J_x \subseteq [0, 1] \quad (4.5)$$

şeklinde ifade edilir (Ulu 2013).

Bir  $\tilde{A}$  tip-2 bulanık kümesinin birincil üyelik değerlerinde mevcut olan belirsizlik, sınırlanmış bir bulanık alan tanımlar ve bu alana belirsizlik taban alanı adı verilir. Belirsizlik taban alanı bir tip-2 bulanık kümesinin üç boyutlu görüntüsünün iki boyuta izdüştürülmüş halidir (Ulu 2013). Bir  $\tilde{A}$  tip-2 bulanık kümesinin belirsizlik taban alanının alt ve üst sınırlarını tanımlayan tip-1 üyelik fonksiyonlarına sırasıyla alt üyelik fonksiyonu  $\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)$  ve üst üyelik fonksiyonu  $\overline{\mu}_{\tilde{A}}(x)$  denir. Belirsizlik taban alanı aralık tip-2 bulanık kümelerin oldukça önemli ve faydalı bir karakteristiğidir. Çünkü bir aralık tip-2 bulanık küme kendisine ait belirsizlik taban alanı ile tam olarak tanımlanabilmektedir (Ulu 2013).



Şekil 4.4: Bir tip-2 bulanık kümesinde belirsizlik taban alanı, üst üyelik fonksiyonu ve alt üyelik fonksiyonu.

Şekil 4.4'te bir tip-2 bulanık kümesinde belirsizlik taban alanı, üst üyelik fonksiyonu ve alt üyelik fonksiyonu gösterilmektedir.

### 4.3 Tip-2 Bulanık Mantık Sistemleri

Tip-2 bulanık mantık sistemleri yapısında en az bir tane tip-2 bulanık kümenin kullanılmasıyla oluşturulmuş sistemlerdir (Wu 2014). Bir tip-2 bulanık mantık sistem yapısı Şekil 4.2'de gösterilmiştir. Buradan görüldüğü gibi tip-2



bulanık mantık sistemlerinin yapısında tip-1 yapıdakilerden farklı olarak tip indirgeme bloğu bulunmaktadır. Tip-2 bulanık mantık sistemlerinde bulandırma aşaması keskin giriş değerlerini çıkarım motorunda işlenebilir hale getirmek için, bulanık değerlere çevirir. Bu bulandırma işleminde tekil tip, tip-1 ya da tip-2 bulanık kümeler kullanılabilir. Bilgi tabanı üyelik fonksiyonlarının tanımlandığı veri tabanı ve kuralların tanımlandığı kural tabanından oluşur. Veritabanında giriş ya da çıkış bulanık kümeleri için en az bir adet tip-2 üyelik fonksiyonu tanımlı bulunmaktadır. Çıkarım motoru tip-1 bulanık mantık sistemlerinde olduğu gibi bulandırılmış değerleri kullanarak o an için hangi kuralın uygun olduğuna karar verir ve bulanık çıkış değerlerini üretir. Tip-1 bulanık mantık sistemlerine göre buradaki fark, çıkarım aşamasının sonucunun tip-1 bulanık küme yerine tip-2 bulanık küme olmasıdır. Dolayısıyla tip-2 bulanık mantık sistemlerinin tip-1 bulanık mantık sistemlerinden temel farkı yapısında fazladan bir tip indirgeme yapısını sahip olmasıdır. Çıkarım sürecinin sonucu olarak gelen tip-2 bulanık küme ilk olarak tip indirgeme mekanizmasında tip-1 bulanık kümeye indirgenir. Tip indirgeme aşamasının sonucu olan tip-1 bulanık küme ise durulama sürecinde durulama işlemine tabi tutularak tip-0 yani keskin çıkış değerine dönüştürülür. Gerek ikincil üyelik fonksiyonlarının seçimi ve işlemleri üzerinde, gerekse tip indirgeme bloğundan ötürü tip-2 bulanık mantık sistemlerinin tasarım parametreleri tip-1 bulanık mantık sistemlerine göre daha fazladır. Bu yüzden tip-2 bulanık mantık sistemleri bu ilâve tasarım parametreleri ile tip-1 yapıda olanlara göre daha iyi ve daha dayanıklı bir başarımla sergileyebilme potansiyeline sahiptir. Ayrıca tip-2 bulanık kümelerin ikincil üyelik fonksiyonlarının da bir bulanık küme ifade etmesinden dolayı tip-2 bulanık mantık sistemleri, belirsizlikleri modelleme ve belirsizliklerin oluşturduğu olumsuz etkileri azaltma yeteneğine sahiptir.

Tip-2 bulanık mantık sistemleri bulandırma aşamasında bulunan tip-2 üyelik fonksiyonlarının yapısına göre, genel tip-2 ve aralık tip-2 bulanık mantık sistemleri olarak iki gruba ayrılmaktadır. Oysa aralık tip-2 bulanık mantık sistemlerinde yer alan tip-2 bulanık ikincil üyelik fonksiyonları tüm  $u$  noktaları için

$$\mu_{\bar{A}}(x, u) = 1 \quad (4.6)$$

biçimindedir (Ulu 2013). Dolayısıyla aralık tip-2 bulanık mantık sistemleri, genel tip-2 bulanık mantık sistemlerinin özel bir halidir.

#### 4.3.1 Genel Tip-2 Bulanık Mantık Sistemleri

Genel tip-2 bulanık mantık sistemlerinde tip-2 bulanık ikincil üyelik fonksiyonları üçgen, Gauss vb. gibi çeşitli şekillerde birer fonksiyon olabilir (Ulu 2013). Dolayısıyla bu sistemlerde işlem karmaşıklığı oldukça fazladır. Bu yüzden genellikle literatürde yapılan çalışmaların büyük çoğunluğu, işlem karmaşıklığının ve işlem süresinin daha az olmasından dolayı aralık tip-2 bulanık mantık sistemleri ile yapılan çalışmalardan oluşmaktadır. Dolayısıyla tez çalışmasının tip-2 bulanık mantık sistem tasarımı aşamasında aralık tip-2 bulanık mantık sisteminin tasarlanmasına karar verilmiştir. Aralık tip-2 bulanık mantık sistemlerinin yapısı sonraki bölümde detaylı bir biçimde anlatılmıştır.

#### 4.3.2 Aralık Tip-2 Bulanık Mantık Sistemleri

Aralık tip-2 bulanık mantık sistemleri, genel tip-2 bulanık mantık sistemlerinin özel bir halidir. Aralık tip-2 bulanık mantık sistemlerinde yer alan tip-2 bulanık ikincil üyelik fonksiyonları tüm  $u$  noktaları için

$$\mu_{\tilde{A}}(x, u) = 1 \quad (4.7)$$

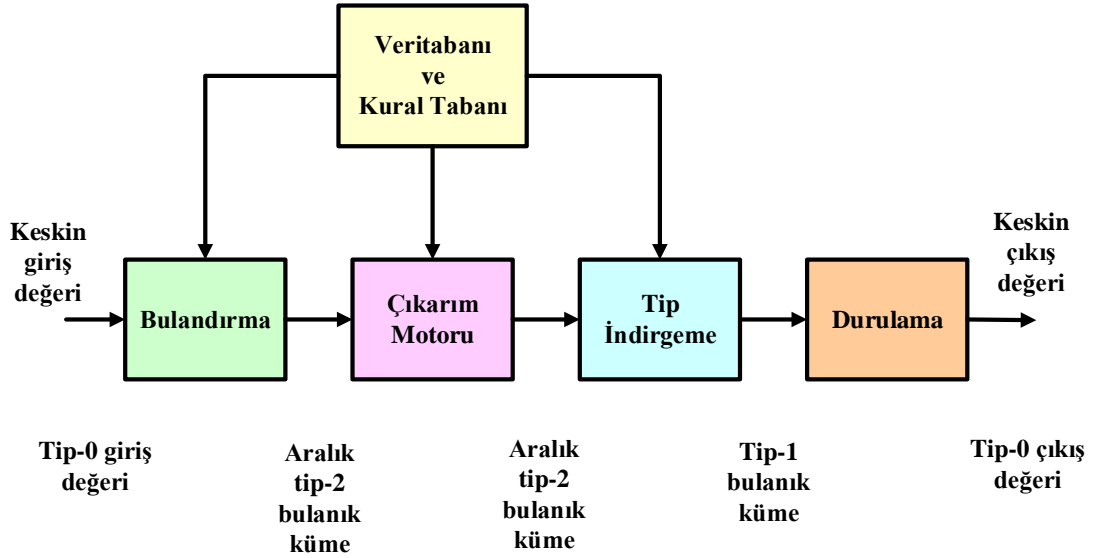
biçimindedir. Dolayısıyla bir  $\tilde{A}$  aralık tip-2 bulanık ikincil üyelik fonksiyonu  $\mu_{\tilde{A}}(x, u) = 1$  olmak üzere

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \int_{u \in J_x} 1/(x, u) \quad J_x \subseteq [0, 1] \quad (4.8)$$

olarak ifade edilir (Ulu 2013).

Şekil 4.5, bir aralık tip-2 bulanık mantık sisteminin şematik diyagramını göstermektedir. Tip-1 yapısına benzer olmakla birlikte, en büyük fark kural tabanındaki bulanık kümelerden en az bir tanesinin bir aralık tip-2 bulanık küme

olmasıdır. Dolayısıyla, çıkarım motorunun çıktıları aralık tip-2 bulanık kümelerdir ve durulama yapılmadan önce bunları bir tip-1 bulanık kümeye dönüştürmek için bir tip düşürücüye ihtiyaç vardır. Pratikte, bir aralık tip-2 bulanık mantık sistemi kullanılarak hesaplamalar önemli ölçüde basitleştirilebilir.



Şekil 4.5: Aralık tip-2 bulanık mantık sistemi.

Bir aralık tip-2 bulanık mantık sisteminin kural tabanında aşağıdaki biçimde  $N$  adet kural bulunur. Bu kurallar

$$R^n : \text{EĞER } x_1 \tilde{X}_1^n \text{ VE } x_2 \tilde{X}_2^n \text{ VE } \dots \text{ VE } x_l \tilde{X}_l^n \text{ ise, O HALDE } y \text{ Y}^n \text{ 'dir.} \quad (4.9)$$

$$n = 1, 2, \dots, N \quad (4.10)$$

şeklindedir (Wu 2014). Burada  $x_i$  değerleri keskin girişleri,  $y$  keskin çıkış değerini,  $\tilde{X}_i^n$  ( $i=1,2,\dots,l$ ) aralık tip-2 bulanık kümeleri yani önermedeki öncül kümeleri,  $Y^n = [\underline{y}^n, \bar{y}^n]$  ise bir aralıktır yani önermedeki sonuç kümesini ifade eder. Birçok uygulamada,  $\underline{y}^n = \bar{y}^n$  olarak kullanılır, yani kuralın sonucunda ortaya çıkan her bir değer keskin, net bir sayı ile temsil edilir.

Bir  $x' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_l)$  için, bir aralık tip-2 bulanık mantık sistemindeki tipik hesaplamalar aşağıdaki algoritma adımlarını içerir (Wu 2014):

**Aralık tip-2 bulanık mantık sistemi algoritma adımları**

**ADIM-1:** Her bir  $X_i^n$  ( $i=1,2,\dots,I$ ,  $n=1,2,\dots,N$  olmak üzere) üzerindeki  $x'_i$  değerinin üyelik aralığını hesapla, yani  $[\mu_{\underline{X}_i^n}(x'_i), \mu_{\bar{X}_i^n}(x'_i)]$  değerlerini hesapla.

**ADIM-2:**  $n$ . kuralın ateşleme aralığını şu şekilde hesapla, yani  $F^n$  değerlerini şu şekilde hesapla:

$$\begin{aligned} F^n(x') &= [\mu_{\underline{X}_1^n}(x'_1) \times \dots \times \mu_{\underline{X}_I^n}(x'_I), \mu_{\bar{X}_1^n}(x'_1) \times \dots \times \mu_{\bar{X}_I^n}(x'_I)] \\ &\equiv [\underline{f}^n, \bar{f}^n], \quad n=1,2,\dots,N \end{aligned} \quad (4.11)$$

**ADIM-3:**  $F^l(x')$  ve buna karşılık gelen kural sonuçlarını birleştirmek için tip indirgeme işlemi aşağıdaki şekilde gerçekleştirir.

$$Y_{\cos}(x') = \bigcup_{\substack{f^n \in F^n(x') \\ y^n \in Y^n}} \frac{\sum_{n=1}^N f^n y^n}{\sum_{n=1}^N f^n} = [y_{left}, y_{right}] \quad (4.12)$$

Burada

$$y_{left} = \min_{k \in [1, N-1]} \frac{\sum_{n=1}^k \bar{f}^n \underline{y}^n + \sum_{n=k+1}^N \underline{f}^n \underline{y}^n}{\sum_{n=1}^k \bar{f}^n + \sum_{n=k+1}^N \underline{f}^n} \equiv \frac{\sum_{n=1}^L \bar{f}^n \underline{y}^n + \sum_{n=L+1}^N \underline{f}^n \underline{y}^n}{\sum_{n=1}^L \bar{f}^n + \sum_{n=L+1}^N \underline{f}^n} \quad (4.13)$$

$$y_{right} = \max_{k \in [1, N-1]} \frac{\sum_{n=1}^k \underline{f}^n \bar{y}^n + \sum_{n=k+1}^N \bar{f}^n \bar{y}^n}{\sum_{n=1}^k \underline{f}^n + \sum_{n=k+1}^N \bar{f}^n} \equiv \frac{\sum_{n=1}^R \underline{f}^n \bar{y}^n + \sum_{n=R+1}^N \bar{f}^n \bar{y}^n}{\sum_{n=1}^R \underline{f}^n + \sum_{n=R+1}^N \bar{f}^n} \quad (4.14)$$

şeklinde verilir. Burada  $L$  ve  $R$  anahtarlama noktaları olup şu şekilde tanımlanır:

$$\underline{y}^L \leq y_{left} \leq \underline{y}^{L+1} \quad (4.15)$$

$$\bar{y}^R \leq y_{right} \leq \bar{y}^{R+1} \quad (4.16)$$

$\{\underline{y}^n\}$  ve  $\{\bar{y}^n\}$  sırasıyla artan sırada sıralanmıştır.

**ADIM-4:**Durulama adımının çıkışı olarak keskin çıkış değerini aşağıdaki şekilde hesapla: (Bunun için birçok yöntem vardır. Bunlardan en yaygın kullanılanı, kümelerin-orta-noktası (center-of-sets) durulama yöntemidir.)

$$y = \frac{y_{left} + y_{right}}{2} \quad (4.17)$$

$y_{left}$  ve  $y_{right}$  değerleri de Karnik-Mendel (KM) tip indirgeme algoritması kullanılarak aşağıdaki şekilde hesaplanabilir (Karnik ve Mendel 1998):

### ***Karnik-Mendel (KM) Tip İndirgeme Algoritması İşlem Adımları***

**ADIM-1:**  $\underline{y}^n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) değerlerini artan şekilde sırala ve sıralanmış  $\underline{y}^n$  değerlerini benzer isimle çağır.  $F^n(\mathbf{x}')$  ağırlıklarını kendi  $\underline{y}^n$  değerleri ile eşleştir ve indeksleri yeniden numaralandırılmış  $\underline{y}^n$  değerine karşılık gelecek şekilde onları yeniden numaralandır.

**ADIM-2:**İşlemi şu şekilde başlat:

$$f^n = \frac{f^n + \bar{f}^n}{2} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (4.18)$$

ve aşağıdaki değeri hesapla:

$$y = \frac{\sum_{n=1}^N \underline{y}^n f^n}{\sum_{n=1}^N f^n} \quad (4.19)$$

**ADIM-3:**Anahtarlama noktasını,  $k$  ( $1 \leq k \leq N - 1$ ), aşağıdaki şekilde bul:

$$\underline{y}^k \leq y \leq \underline{y}^{k+1} \quad (4.20)$$

**ADIM-4:**Şu işlemi yap:

$$f^n = \begin{cases} \bar{f}^n, & n \leq k \\ \underline{f}^n, & n > k \end{cases} \quad (4.21)$$

ve aşağıdaki değeri hesapla:

$$y' = \frac{\sum_{n=1}^N y^n f^n}{\sum_{n=1}^N f^n} \quad (4.22)$$

**ADIM-5:**Eğer  $y' = y$  ise, işlemi sonlandır ve  $y_{left} = y$  ve  $L = k$  yap.

**ADIM-6:**Eğer  $y' = y$  değil ise,  $y = y'$  yap ve ADIM-3'e geri dön.

**ADIM-7:**  $\bar{y}^n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) değerlerini artan şekilde sırala ve sıralanmış  $\bar{y}^n$  değerlerini benzer isimle çağır.  $F^n(\mathbf{x}')$  ağırlıklarını kendi  $\bar{y}^n$  değerleri ile eşleştir ve indeksleri yeniden numaralandırılmış  $\bar{y}^n$  değerine karşılık gelecek şekilde onları yeniden numaralandır.

**ADIM-8:**İşlemi şu şekilde başlat:

$$f^n = \frac{f^n + \bar{f}^n}{2} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (4.23)$$

ve aşağıdaki değeri hesapla:

$$y = \frac{\sum_{n=1}^N \bar{y}^n f^n}{\sum_{n=1}^N f^n} \quad (4.24)$$

**ADIM-9:**Anahtarlama noktasını,  $k$  ( $1 \leq k \leq N - 1$ ), aşağıdaki şekilde bul:

$$\bar{y}^k \leq y \leq \bar{y}^{k+1} \quad (4.25)$$

**ADIM-10:**Şu işlemi yap:

$$f^n = \begin{cases} f^n, & n \leq k \\ \bar{f}^n, & n > k \end{cases} \quad (4.26)$$

ve aşağıdaki değeri hesapla:

$$y' = \frac{\sum_{n=1}^N \bar{y}^n f^n}{\sum_{n=1}^N f^n} \quad (4.27)$$

**ADIM-11:**Eğer  $y' = y$  ise, işlemi sonlandır ve  $y_{right} = y$  ve  $R = k$  yap.

**ADIM-12:**Eğer  $y' = y$  değil ise,  $y = y'$  yap ve ADIM-9'a geri dön.

Yukarıdaki algoritmaların işlem adımları adım adım işletilerek bir aralık tip-2 bulanık mantık sisteminin verilen giriş değerlerine karşılık düşen çıkışı hesaplanır. Burada tip indirgeme algoritması olarak KM'nin işlem adımları verilmiştir. Bu algoritma iteratif bir hesaplama yaptığı için oldukça yüksek bir hesaplama maliyetine sahiptir. Bu nedenle, literatürde KM'ye alternatif çeşitli tip indirgeme algoritmaları da önerilmiştir. Bunlardan birisi, KM'nin geliştirilmiş bir versiyonu olan *İyileştirilmiş KM* algoritmasıdır (Wu and Mendel 2007; 2009).

Tez çalışmasında aralık tip-2 bulanık mantık sisteminin verilen algoritma adımları ile KM ve İyileştirilmiş KM tip indirgeme algoritmaları pseudo kod adımlarına bakılarak Matlab® ortamında kodlanmış ve aralık tip-2 bulanık mantık sistemi Matlab® m-dosyası şeklinde elde edilmiştir.

#### **4.4 Önerilen Zamanla-Değişen Bir Kayma Yüzeyine Sahip Kesir-Mertebeli Aralık Tip-2 Kayma Kipli Bulanık Kontrolör Tasarımı**

Bu bölümde aralık tip-2 bulanık mantık tekniğinden yararlanılarak önerilen kesir-mertebeli kayma kipli kontrolör başarımının iyileştirilmesi amacı ile kesir-mertebeli kayma kipli bulanık kontrolör tasarımı yapılmıştır. Bu amaçla Bölüm 3'te

önerilen zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolörün, parametre ayarlaması için, bir aralık tip-2 bulanık mantık sistemi tasarlanmıştır. Önerilen aralık tip-2 bulanık mantık sisteminin algoritma adımları ve KM ve İyileştirilmiş KM algoritması Matlab® ortamında kodlanmış ve m-dosyası olarak elde edilmiştir. Elde edilen m-dosyasında ilk önce sistemin keskin giriş değerlerini bulanık değerler haline dönüştürecek olan yamuk (trapezoid) biçiminde aralık tip-2 üyelik fonksiyonları tanımlanmıştır. Arkasından sistemin keskin çıkış değerleri oluşturulmuştur. Bulanık çıkarım yapılabilmesi için kural tabanındaki kurallar tanımlanmıştır. Tip indirgeme aşamasında KM algoritması kullanılmıştır. Durulama sürecinde küme-değerlerinin-ortası (center-of-the sets) yöntemi tercih edilmiştir. Tüm bu algoritma adımları kodlanarak bulanık mantık sistem tasarımı yapılmıştır. Bu bulanık mantık sistemine giriş değerleri olarak  $s$ ,  $p$ ,  $\hat{s}$  değişkenleri uygulanmış, çıkış değeri olarak da  $\Delta k_s$  değişkeni alınmıştır. Sistemin  $(s-p)$  uzayındaki koordinatlarından yararlanılarak doğrudan  $k_s$  değeri elde edilebilir. Bu amaçla, sistem durum yörüngelerinin konumuna göre uygun bir kayma yüzeyi,  $k_s$ 'in alması gereken değer doğrudan bir bulanık mantık kontrolör çıkışı ile üretilerek elde edilebilir. Fakat,  $k_s$  değeri,  $s$  ve  $p$  koordinat değişkenlerine ait bulanık değerlere çok duyarlı olacağı için doğrudan  $k_s$  değerinin elde edilmesi zordur. Doğrudan  $k_s$  değerini elde etmenin bu olumsuzluğundan dolayı çıkış olarak  $\Delta k_s$  değerini veren bir bulanık mantık kontrolör tasarlanmıştır. Çünkü,  $k_s$ 'in bir sonraki adımda hangi yöne ne kadar değişeceğine karar vermek,  $k_s$ 'in o anki değerini doğrudan belirlemekten daha kolaydır (Tokat ve diğ. 2003). Bu amaçla sırasıyla eşitlik (3.34), (3.35) ve (3.38) kullanılarak  $s$ ,  $p$ ,  $\hat{s}$  değerleri elde edilmiş ve tasarlanan bulanık mantık sistemin giriş değişkenleri olarak kullanılmıştır. Hata faz düzleminde  $s$ ,  $p$ ,  $\hat{s}$ 'nin işaretlerinin farklı olduğu bölgeler bulunmaktadır. Örneğin, sistem durumu çalışma zamanının belli bir anında iken,  $s > 0$ ,  $p < 0$ ,  $\hat{s} < 0$  olabilir. Bu bilgiler sayesinde, sistem durumlarının hangi bölgede olduğu, geleneksel ve önerilen kayma yüzeylerine göre hangi konumda olduğu bilinir. Böylece,  $k_s$ 'in ne yönde değiştirilmesi gerektiği; yani kayma yüzeyinin ne yönde döndürülmesi gerektiği belirlenebilir. Bunu gerçekleştiren temel işletim kuralları (meta-rules) şu şekilde verilebilir (Tokat ve diğ. 2003):

1)Eğer kararlı bölgede ve  $p < 0$  ise, sistem  $e > 0$ ,  $\dot{e} < 0$  olan I. çeyrektedir. Bu durumda;



a)Eğer  $s < 0$  ve  $\hat{s} < 0$  ise, sistem durumları her iki kayma yüzeyinin de altındadır; o halde  $k_s$ 'i  $s$  ve  $\hat{s}$ 'in değerine bağlı olarak değiştir;  $s$  daha küçük ise  $k_s$ 'i arttır, aksi halde değiştirme.

b)Eğer  $s < 0$  ve  $\hat{s} > 0$  ise, önerilen kayma yüzeyi geleneksel kayma yüzeyinin altında ve sistem durumları bu iki yüzey arasındadır; o halde önerilen kayma yüzeyi daha hızlı bölgede olduğu için yavaş adımlarla  $k_s$ 'i küçülterek geleneksel kayma yüzeyine yaklaş.

c)Eğer  $s > 0$  ve  $\hat{s} < 0$  ise, önerilen kayma yüzeyi geleneksel kayma yüzeyinin üstünde ve sistem durumları bu iki yüzey arasındadır; o halde önerilen kayma yüzeyi daha yavaş bölgede olduğu için bir önceki kurala kıyasla daha büyük genliğe sahip adımlarla  $k_s$ 'i arttırarak geleneksel kayma yüzeyine yaklaş.

d)Eğer  $s > 0$  ve  $\hat{s} > 0$  ise, sistem durumları her iki kayma yüzeyinin de üzerindedir; o halde  $k_s$ 'i  $s$  ve  $\hat{s}$ 'in genliklerine bağlı olarak değiştir.

e)Eğer  $s$  ve  $\hat{s}$  değerleri genlik ve işaret olarak aynı ise, bu durumda önerilen kayma yüzeyi, geleneksel kayma yüzeyine ulaşmış demektir; o halde  $k_s$ 'i değiştirme.

2)Eğer kararlı bölgede ve  $p > 0$  ise sistem  $e > 0$ ,  $\dot{e} > 0$  olan III. çeyrektedir. Benzer şekilde, bu durumda;

a)Eğer  $s < 0$  ve  $\hat{s} < 0$  ise, sistem durumları her iki kayma yüzeyinin de altındadır; o halde  $k_s$ 'i  $s$  ve  $\hat{s}$ 'in değerine bağlı olarak değiştir;  $s$ 'in genliği daha küçük ise  $k_s$ 'i küçült aksi halde değiştirme.

b)Eğer  $s < 0$  ve  $\hat{s} > 0$  ise, önerilen kayma yüzeyi geleneksel kayma yüzeyinin altında ve sistem durumları bu iki kayma yüzeyi arasındadır; o halde önerilen kayma yüzeyi geleneksel kayma yüzeyine göre daha yavaş bölgede olduğu için bir önceki kurala göre biraz daha büyük adımlarla  $k_s$ 'i arttırarak geleneksel kayma yüzeyine yaklaş.

c)Eğer  $s > 0$  ve  $\hat{s} < 0$  ise, önerilen kayma yüzeyi geleneksel kayma yüzeyinin üstünde ve sistem durumları bu iki kayma yüzeyi arasındadır; o halde önerilen kayma yüzeyi geleneksel kayma yüzeyine göre daha hızlı bir bölgede olduğu için bir

önceki kurala kıyasla daha küçük adımlarla  $k_s$ 'i küçülterek geleneksel kayma yüzeyine yaklaş.

d)Eğer  $s>0$  ve  $\hat{s}>0$  ise, sistem durumları her iki kayma yüzeyinin de üzerindedir; o halde  $k_s$ 'i  $s$  ve  $\hat{s}$ 'in genliğine bağlı olarak değiştir.

e)Eğer  $s$  ve  $\hat{s}$  değerleri değerleri genlik ve işaret olarak aynı ise o halde önerilen kayma yüzeyi, geleneksel kayma yüzeyine ulaşmış demektir. Bu durumda  $k_s$ 'i değiştirme.

3)Kararsız bölgelerde ayarlama mekanizmasını çalıştırma ve geleneksel kayma kipli kontrolörü kullan.

Verilen temel işletim kuralları, belirlenen üyelik fonksiyonları ve dilsel değişkenler vasıtasıyla uygun bir kural tablosu Tablo 4.1'de gösterildiği gibi elde edilmiştir. Kayma yüzeyinin dönme miktarı aynı zamanda  $k_s$ 'in döndürme işlemi sırasındaki genliği ile ilişkilidir. Çünkü, hesaplanan aynı miktardaki  $\Delta k_s$  büyüklükleri, küçük  $k_s$  değerleri için daha büyük miktarda dönme sağlayacaktır. Bunu önlemek için,  $\Delta k_s$  değerini doğrudan bir önceki  $k_s$  değeri ile toplamak yerine, yeni  $k_s$  değeri

$$k_s(t) = k_s(t-1) \cdot (1 + \text{sign}(k_s(t-1)) \cdot \Delta k_s) \quad (4.28)$$

şeklinde elde edilmiştir. Eşitlik (4.28)'de  $\Delta k_s$  değeri, bir önceki  $k_s$  değerinin genliği ile çarpıldığı için,  $k_s$ 'teki değişim  $k_s$  sifıra yaklaştıkça bağıl olarak küçültülmüş olmaktadır. Bu ise başarıyı olumlu yönde etkiler (Tokat ve diğ. 2003).

#### 4.5 Benzetim Sonuçları

Bu bölümdeki sayısal benzetim çalışması, doğrusal olmayan bir tek aşamalı ters sarkaç modeli üzerinde gerçekleştirilmiştir. Belirlenen model literatürden seçilmiştir. Bu modele ait dört farklı kontrolör tasarımı Simulink® ve Matlab® ortamında tasarlanmıştır. Bu kontrolörler,

1. Geleneksel kayma kipli kontrolör,
2. Sabit bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolör,
3. Önceki bölümde önerilen zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolör,
4. Önerilen zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli aralık tip-2 kayma kipli bulanık kontrolör'dür.

Tezin benzetim çalışmaları aşamasında, tez çalışmasında teorik olarak önerilen yöntemlerin uygulamada ne kadar başarılı olduğu incelenmiştir. Bunun için kontrolörlerin, izleme problemiyle başa çıkabilme kabiliyetlerinin ölçülmesi amacıyla literatürden alınan model ve tasarlanan kontrolörler Simulink® ve Matlab® ortamında oluşturulmuştur. Bu kontrolörler, sınırlı dış bozucuların etkisi altındaki belirlenen modele ayrı ayrı uygulanmış ve kontrolörlerin izleme başarımı birbiri ile kıyaslanarak gözlemlenmiştir. Kontrolörlerin, modeli kontrol etmedeki başarısı ölçülürken aynı zamanda kontrol işaretinin durumu da analiz edilmiştir. Örneğin, kontrol işaretinin enerji tüketimi, maksimum ve minimum değerleri hesaplanmıştır. Ayrıca kontrol işareti, hem çatırtılı ve hem de çatırtısız bir halde modele uygulanmıştır. Kontrol işaretinin içindeki işaret fonksiyonunun doğal olarak ürettiği çatırtının engellenmesi için, literatürden alınan bir doyma fonksiyonu, işaret fonksiyonunun yerine kullanılmış ve böylece çatırtının ortadan kaldırılması sağlanmıştır. Her iki durum için de kontrol işareti analiz edilmiş, kontrolörün başarımı farklı başarımlar ölçüm parametreleri ile ölçülmüştür. Grafikselleştirilmiş başarımların yanı sıra IAE, ITAE, ISE, ITSE, ulaşma zamanı ( $t_{reach}$ ), yükselme zamanı ( $t_{rise}$ ), yerleşme zamanı ( $t_{settling}$ ), kararlı bölgeye giriş zamanı ( $t_{stable}$ ), kontrol işaretinin maksimum ( $u_{max}$ ) ve minimum ( $u_{min}$ ) değerleri, kontrol işaretinin enerji tüketimi (E) gibi çeşitli başarımlar ölçüm kriterleri de hesaplanarak sonuçlar tablo halinde sunulmuştur. Burada, IAE mutlak hatanın integralini, ISE hatanın karesinin integralini, ITAE mutlak hata ile zaman çarpımının integralini, ITSE hatanın karesi ile zaman çarpımının integralini veren parametrelerdir. Böylece, tüm bu ölçütler bir kontrol sistemine ait geçici ve sürekli hal karakteristiklerini yansıtan uygulanabilir büyüklükler olarak düşünülebilir. Ayrıca zaman tanım bölgesi ölçütlerinden olan yükselme zamanı ( $t_{rise}$ ), yerleşme zamanı ( $t_{settling}$ ), ulaşma zamanı ( $t_{reach}$ ) ve kararlı bölgeye giriş zamanı ( $t_{stable}$ ) değerleri de hesaplanmıştır. Böylece hem grafiklerin gözlemlenmesi ve hem de başarımlar ölçüm sonuçlarının incelenmesi ile kontrolörlerin

başarısı hakkında sağlıklı değerlendirme yapılabilmesi amaçlanmıştır. Kontrolörlerin başarısı birbiri ile kıyaslanırken âdil bir karşılaştırma olması için, tüm kontrolörler aynı başlangıç koşullarından başlatılarak çalıştırılmış, aynı bozucuların etkisi altındaki modele aynı süre aralığında uygulanmıştır.

Ayrıca bu bölümde, önerilen kontrolörün parametre ayarlamasını gerçekleştirmek için, bir aralık tip-2 bulanık mantık sistemi tasarlanmıştır. Bu sistem 3 adet giriş değişkenine bağlı olarak 1 adet çıkış değişkenini üretmektedir. Giriş değişkenleri, Bölüm 3'te önerilen eşitlik (3.34), (3.35) ve (3.38) kullanılarak elde edilen  $s$ ,  $p$ ,  $\hat{s}$ 'dir. Çıkış değişkeninin yardımıyla da eşitlik (4.28)'de verilen parametre üretilmiştir. Bu parametre ile kesir-mertebeli kayma kipli kontrolörün kayma yüzeyinin zamanla-değişen bir yapıda olması sağlanmıştır. Yani kesir-mertebeli kayma kipli kontrolörün parametre ayarlaması, aralık tip-2 bulanık mantık sistemi tarafından yapılmaktadır. Böylece yeni bir uyarlamalı (adaptif) kayma kipli kontrolör yapısı elde edilmiştir. Önerilen bu kontrolör, zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli aralık tip-2 kayma kipli bulanık kontrolör olarak isimlendirilmiştir.

#### 4.5.1 Benzetim I: Ters Sarkaç Modeli

Bu bölümde bir tek aşamalı ters sarkaç modeli üzerinde benzetim çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Literatürden alınan tek aşamalı ters sarkaç sisteminin dinamik denklemleri durum uzayı biçiminde aşağıdaki şekildedir (Liu ve Wang 2012):

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u + d(t)\end{aligned}\quad (4.29)$$

Burada

$$\begin{aligned}f(\mathbf{x}) &= \frac{g \sin x_1 - mlx_2^2 \cos x_1 \sin x_1 / (m_c + m)}{l(4/3 - m \cos^2 x_1 / (m_c + m))} \\ g(\mathbf{x}) &= \frac{\cos x_1 / (m_c + m)}{l(4/3 - m \cos^2 x_1 / (m_c + m))}\end{aligned}\quad (4.30)$$

olarak verilmiştir.  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]$ ,  $x_1$  ve  $x_2$  sırasıyla ters sarkacın açısı ve hız bilgilerini ifade eden durum değişkenleridir. Yerçekimi ivmesi  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  olarak alınmıştır.

$u$  kontrol girişini,  $m_c = 1$  kg aracın kütlesini,  $m = 0.1$  kg sarkacın kütlesini,  $l = 0.5$  m sarkacın bir yarı uzunluğunu ifade eden parametrelerdir. Dış bozucu işaret

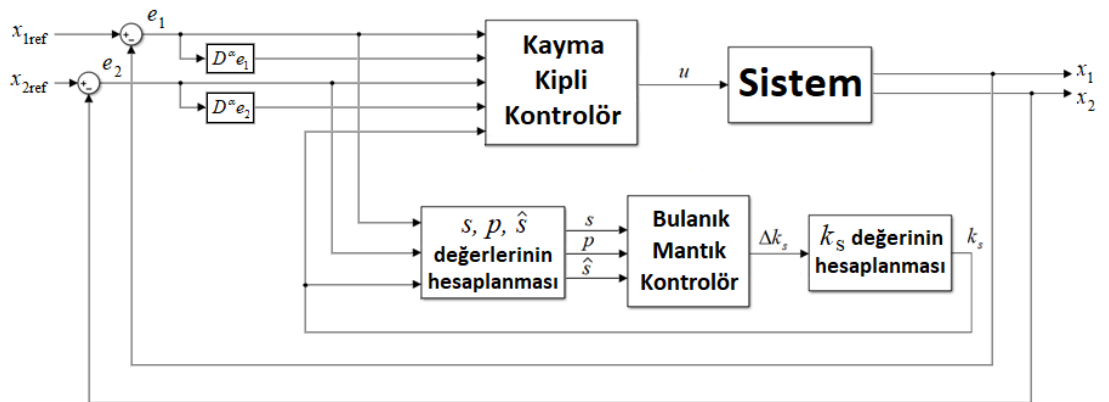
$$d(t) = 0.5 + 2.5 \cos(3\pi t) \quad (4.31)$$

olarak belirlenmiştir. Bilgisayar benzetimleri için belirlenen örnekleme zamanı  $T = 0.001$  saniyedir ve benzetimler  $[0; 10]$  saniye zaman aralığında gerçekleştirilmiştir. İstenen (arzu edilen) durum yörüngeleri de

$$\begin{aligned} x_{d1}(t) &= -0.5 \cos(\pi t / 5) \\ x_{d2}(t) &= 0.1\pi \sin(\pi t / 5) \end{aligned} \quad (4.32)$$

olarak seçilmiştir. Sistem durumları için başlangıç koşulları  $(x_1(0), x_2(0)) = (0.5, 0.5)$  noktası ve bitiş (son) koşulları da orijin yani  $(0, 0)$  noktasıdır.

Literatürden seçilen bu tek aşamalı ters sarkaç modelinin kontrolü için tasarlanan zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli aralık tip-2 kayma kipli bulanık kontrolörün blok şema olarak gösterilimi Şekil 4.6'da verilmiştir. Kesir-mertebeli kayma kipli kontrolörün zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip olması için bir aralık tip-2 bulanık mantık sistem (kontrolör) tasarlanmıştır. Bu sistem sayesinde kayma yüzeyinin zamanla-değişen bir yapıda olmasını sağlanmaktadır. Burada aralık tip-2 bulanık mantık sistemi, kesir-mertebeli kayma kipli kontrolörün parametre ayarlamasını gerçekleştirmektedir



Şekil 4.6: Tasarlanan kontrolörün blok şema olarak gösterilimi.

Bu örneğe ilişkin geleneksel kayma yüzeyi aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$s(t) = c_1 e_1(t) + e_2(t) \quad (4.33)$$

Burada  $c_1$  sabit bir değerdir ve hata değerleri

$$\begin{aligned} e_1(t) &= x_1(t) - x_{d1}(t) \\ e_2(t) &= x_2(t) - x_{d2}(t) \end{aligned} \quad (4.34)$$

olarak tanımlanır.

Eşitlik (4.33)'te verilen kayma yüzeyinin zamana göre tamsayı-mertebeli türevini aşağıdaki gibi alalım:

$$\dot{s}(t) = c_1 \dot{e}_1(t) + \dot{e}_2(t) \quad (4.35)$$

Kapalı çevrim kontrol sisteminin kararlılık koşullarını bulmak için, eşitlik (2.6)'da verilen Lyapunov fonksiyonu şu şekilde yeniden yazılabilir:

$$V(s) = \frac{1}{2}(s^2) > 0 \quad (4.36)$$

Burada  $V(0) = 0$  ve  $\forall s \neq 0$  için,  $V(s) > 0$ 'dır ve Lyapunov fonksiyonunun türevinin negatif tanımlı olması amaçlanmıştır. Bu örnekte verilen sistemin kararlılığı için etkin bir koşul, (4.37) eşitsizliği ile verilmiş olup eğer bu eşitsizlik garanti edilebilirse sistemin kararlılığı sağlanabilir (Hung ve diğ. 1993).

$$\begin{aligned} \dot{V}(s) &= \frac{1}{2} \frac{d}{dt}(s^2) \\ \dot{V}(s) &= s \cdot \dot{s} \leq -\eta |s| \end{aligned} \quad (4.37)$$

Kayma yüzeyinin dinamikleri kararlıdır. Bundan dolayı kapalı çevrim kontrol sisteminin kararlılığı, kontrol parametrelerinin uygun seçimi ile elde edilebilir. Bölüm 2'de açıklanan yordama göre, geleneksel kayma kipli kontrolöre ilişkin kontrol kuralı aşağıdaki şekilde elde edilebilir:

$$u = \frac{1}{g(x)} \left( -c_1 e_2 - f(x) + \ddot{x}_{d1} - K \cdot \text{sign}(s) \right) \quad (4.38)$$

(4.38) eşitliğinde kontrol kuralı içerisinde yer alan kazanç değeri sistemin kararlılığını sağlamak için, aşağıdaki koşula uygun olarak seçilmiştir:

$$K \geq \eta + \bar{\gamma} \quad (4.39)$$

Dış bozucu işaretin sınır değerleri ve üst sınır değeri de sırasıyla

$$\gamma^- \leq d \leq \gamma^+ \quad (4.40)$$

$$\bar{\gamma} = \max(|\gamma^-|, |\gamma^+|) \quad (4.41)$$

olarak tanımlanmıştır.

Bu örneğe ilişkin kesir-mertebeli kayma yüzeyi, aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$s(t) \triangleq c_1 e_1(t) + D^{(1-\alpha)} e_1(t) \quad (4.42)$$

Burada yine  $c_1$  sabit bir değerdir ve hata değerleri

$$\begin{aligned} e_1(t) &\triangleq x_1(t) - x_{d1}(t) \\ e_2(t) &\triangleq x_2(t) - x_{d2}(t) \end{aligned} \quad (4.43)$$

olarak tanımlanır.

Yeni bir koordinat düzlemi elde etmek ve bu düzlemde zamanla-değişen yeni bir kayma yüzeyi tanımlamak için, (4.42) eşitliğinde verilen  $s$  kayma yüzeyine dik olacak şekilde  $p$  doğrusu tanımlanır. Bu doğrunun eğimi diklik koşulunu sağlayacak şekilde tanımlanmıştır (Tokat ve diğ. 2003).

$$p(t) \triangleq -\frac{1}{c_1} e_1(t) + D^{(1-\alpha)} e_1(t) \quad (4.44)$$

( $s-p$ ) koordinat sisteminde, önerilen kesir-mertebeli zamanla-değişen kayma yüzeyine sahip kontrolörü tasarlamak için, ilk önce önerilen  $\hat{s}$  kayma yüzeyi, (4.45) eşitliğindeki şekliyle tanımlanır.

$$\hat{s}(t) \triangleq s(t) - k_s(t) \cdot p(t) \quad (4.45)$$

Burada kayma yüzeyinin zamanla-değişen bir biçimde olmasını sağlayacak olan  $k_s$  değeri aralık tip-2 bulanık mantık sistemi tarafından elde edilmiştir. Matematiksel olarak  $c_1$ 'e göre  $k_s$ 'in kabul edilebilir sınır değerleri şu şekildedir:

$$-c_1^2 < k_s < 1 \quad (4.46)$$

Eşitlik (4.42) ile (4.44), (4.45)'te yerine konulursa

$$\hat{s} = \left( c_1 + \frac{k_s}{c_1} \right) e_1 - (1 - k_s) D^{(1-\alpha)} e_1 \quad (4.47)$$

eşitliği elde edilir. (4.47)'de verilen eşitlikte, eşitliğin her iki tarafının zamana göre tamsayı-mertebeli türevi alınır

$$\dot{\hat{s}} = \frac{\dot{k}_s}{c_1} e_1 + \left( c_1 + \frac{k_s}{c_1} \right) \dot{e}_1 - \dot{k}_s D^{(-\alpha)} e_2 + (1 - k_s) (D^{(-\alpha)} \ddot{e}_1) \quad (4.48)$$

eşitliği elde edilir.

Kapalı çevrim kontrol sisteminin kararlılık koşulunu bulmak için, eşitlik (2.6)'da verilen Lyapunov fonksiyonu şu şekilde yeniden yazılabilir:

$$V(\hat{s}) = \frac{1}{2} (\hat{s}^2) > 0 \quad (4.49)$$

Burada  $V(0) = 0$  ve  $\forall \hat{s} \neq 0$  için,  $V(\hat{s}) > 0$ 'dır ve Lyapunov fonksiyonunun türevinin negatif tanımlı olması amaçlanmıştır. Bu örnekte verilen sistemin kararlılığı için etkin bir koşul, (4.50) eşitsizliği ile verilmiş olup eğer bu eşitsizlik garanti edilebilirse sistemin kararlılığı sağlanabilir (Hung ve diğ. 1993).



$$\begin{aligned}\dot{V}(\hat{s}) &= \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\hat{s}^2) \\ \dot{V}(\hat{s}) &= \hat{s} \dot{\hat{s}} \leq -\eta |\hat{s}|\end{aligned}\quad (4.50)$$

Kayma yüzeylerinin dinamikleri kararlıdır. Dolayısıyla kapalı çevrim kontrol sisteminin kararlılığı, kontrol parametrelerinin uygun bir şekilde seçilmesi ile sağlanabilir. Bölüm 3'te açıklanan yordama göre, kesir-mertebeli zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kayma kipli kontrolöre ilişkin kontrol kuralı aşağıdaki şekilde elde edilebilir:

$$\begin{aligned}u &= \frac{1}{g(x)} \left[ - \left( \frac{\dot{k}_s}{c_1 \cdot (1-k_s)} \right) D^{(\alpha)} e_1 - \left( \frac{c_1 + \frac{k_s}{c_1}}{1-k_s} \right) D^{(\alpha)} e_2 + \right. \\ &\quad \left. \left( \frac{\dot{k}_s}{1-k_s} \right) e_2 - f(x) + \ddot{x}_{d1} \right] - \frac{1}{g(x)} D^{(\alpha)} K \cdot \text{sign}(\hat{s})\end{aligned}\quad (4.51)$$

(4.51) eşitliğinde kontrol kuralı içerisinde yer alan kazanç değeri sistemin kararlılığını sağlamak için, aşağıdaki koşula uygun olarak seçilmiştir:

$$K \geq \hat{\eta} + \bar{\gamma} \quad (4.52)$$

$$\hat{\eta} = \frac{\eta}{1-k_s} \quad (4.53)$$

Dış bozucu işaretin sınır değerleri ve üst sınır değeri de sırasıyla

$$\gamma^- \leq d \leq \gamma^+ \quad (4.54)$$

$$\bar{\gamma} = \max(|\gamma^-|, |\gamma^+|) \quad (4.55)$$

olarak tanımlanmıştır.

Eşitlik (4.38)'de verilen kontrol kuralı, sabit bir kayma yüzeyine sahip geleneksel kayma kipli kontrolör için seçilmiştir. Eşitlik (4.51)'de önerilen kontrol kuralı ise, sabit bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolör, zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolör ve

zamanla-değişen bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli aralık tip-2 kayma kipli bulanık kontrolör için kullanılmıştır. Tüm kontrolörler için,  $c_1 = 7$ ,  $\eta = 0.05$ ,  $\bar{\gamma} = 3$  seçilmiştir. Sabit bir kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolörde  $k_s = -0.5$  olarak belirlenmiştir. Kesir-mertebeli türev operatörleri için  $\alpha = 0.05$  olarak belirlenmiştir. Bu parametrenin değeri belirlenirken, parametre optimizasyonu *Izgara Arama (Grid Search)* yöntemi kullanılarak yapılmıştır. Kesir-mertebeli türev hesaplamasında, FOMCON adı verilen kesirli bir modelleme ve kontrol araç kutusu kullanılmıştır (Tepljakov ve diğ. 2011).  $k_s = 0$  ve  $\alpha = 0$  için, eşitlik (4.51)'de önerilen kontrol kuralı, (4.38) eşitliğindeki geleneksel yapıdaki kontrol kuralı haline gelmektedir. Aralık tip-2 bulanık mantık kontrolörün girişleri eşitlik (4.42), (4.44) ve (4.45) kullanılarak elde edilen  $s, p, \hat{s}$ 'dir, çıkış değişkeni de  $\Delta k_s$ 'dir.  $\Delta k_s$  parametresinin yardımıyla da eşitlik (4.28)'de verilen  $k_s(t)$  parametresi üretilmiştir. Böylece  $k_s$ 'in zamana bağlı olarak değişen bir yapıda olması sağlanmıştır. Aralık tip-2 bulanık mantık kontrolörün giriş değişkenleri olan  $s, \hat{s}$  ve  $p$  için belirlenen aralık tip-2 bulanık üyelik fonksiyonları Şekil 4.9'da görülmektedir. Bulanık üyelik fonksiyonları olarak yamuk (trapezoid) biçiminde fonksiyonlar seçilmiştir. Bu fonksiyonların alt ve üst üyelik fonksiyonlarına ait bulanık üyelik derecesi değerleri sırasıyla 0.5 ve 1'dir. Giriş değişkenleri  $s, \hat{s}$  için, dilsel (linguistic) değerler olarak, NB (Negatif Büyük), NM (Negatif Orta), NS (Negatif Küçük), ZE (Sıfır), PS (Pozitif Küçük), PM (Pozitif Orta), PB (Pozitif Büyük) değerleri belirlenmiştir. Benzer şekilde üçüncü giriş değişkeni  $p$  için ise, dilsel (linguistic) değerler olarak, N (Negatif) ve P (Pozitif) değerleri belirlenmiştir. Giriş değişkenlerinin aldığı değerlere göre çıkış değişkeninin alacağı değer, kurallar halinde tanımlanmıştır ve kural tabanı için belirlenen bu kurallar Tablo 4.1'de verilmiştir.

Tabloda verilen bu kurallar sistemin kural tabanında şu şekilde yazılmıştır:

$R^1$  : EĞER  $s$  NB VE  $\hat{s}$  NB VE  $p$  N ise, O HALDE  $\Delta k_s$  ZE 'dir.

$R^2$  : EĞER  $s$  NM VE  $\hat{s}$  NB VE  $p$  N ise, O HALDE  $\Delta k_s$  NS 'dir.

...

$R^{98}$  : EĞER  $s$  PB VE  $\hat{s}$  PB VE  $p$  P ise, O HALDE  $\Delta k_s$  ZE 'dir.

Aralık tip-2 bulanık kontrolörün çıkış değerleri ise, sabit aralık değerler olarak şöyle seçilmiştir:

$$\begin{aligned}
\text{NB} &= [-1 & -0.7143 & ] & (\text{Y1}) \\
\text{NM} &= [-0.7143 & -0.4286 & ] & (\text{Y2}) \\
\text{NS} &= [-0.4286 & -0.1429 & ] & (\text{Y3}) \\
\text{ZE} &= [-0.1429 & +0.1429 & ] & (\text{Y4}) \\
\text{PS} &= [+0.1429 & +0.4286 & ] & (\text{Y5}) \\
\text{PM} &= [+0.4286 & +0.7143 & ] & (\text{Y6}) \\
\text{PB} &= [+0.7143 & +1 & ] & (\text{Y7})
\end{aligned}$$

Aralık tip-2 bulanık mantık sisteminin tip indirgeme aşamasında KM (Karnik-Mendel) algoritması kullanılmıştır. Durulama aşamasında seçilen yöntem ise, literatürde sıkça kullanılmış olan aralık tip-2 bulanık küme değerlerinin ortasını bulan *Center-Of-Sets* yöntemidir. Bulanık mantık kontrolörün giriş ölçekleme faktörleri sırasıyla  $g_1 = 0.29$ ,  $g_2 = 2.4$ ,  $g_3 = 100$  ve çıkış ölçekleme faktörü  $g_u = 0.125$  olarak seçilmiştir.

Kontrol işaretinin çatırtılı halinde, verilen başlangıç koşulları için,  $e_1(t)$  ve  $e_2(t)$  geçici hal yanıtları sırasıyla Şekil 4.8’de ve Şekil 4.9’da gösterilmektedir. Kontrol girişleri Şekil 4.10’da verilmiştir. Kontrol girişlerine bakıldığı zaman önerilen kontrolör ile ulaşma zamanının azaldığı görülebilmektedir. Bu ise sistemin daha gürbüz kılınmasını sağlar. Fakat önerilen kontrolör ile kontrol giriş işaretinde başlangıçta hızlı bir dalgalanma olduğu, ancak sonra bunun yok edilerek sistemin yerleşme zamanını yakaladığı gözlemlenmektedir. Önerilen yaklaşımda kontrol işaretinin başlangıçta kısa süreliğine büyük değerler almasının nedeni, kontrol işareti için gerekli olan  $k_s$  değerine ait türev alma işleminin bilgisayar ortamında hesaplanması ve bu yüzden kullanılan paket programa ait diferansiyel denklem çözücünden etkilenmesidir. Tablo 4.2’den görüleceği gibi önerilen kontrolörün kontrol işaretinin maksimum ve minimum değerlerinde diğer kontrolörlere kıyasla daha yüksek değerler elde edilmesi başlangıçtaki bu hızlı bir şekilde gerçekleşen hareket sebebiyledir. Benzer şekilde kontrol işaretinin enerji tüketimi de bundan dolayı diğerlerine göre bir miktar yüksek çıkmıştır, bu açıdan bakıldığı zaman önerilen kontrolör bir olumsuz yöne sahiptir. Ancak toplam değerlendirme açısından bu önemsenecek bir durum değildir. Çünkü burada dikkate alınması gereken daha önemli parametreler, başarımlı ölçüm değerleri ve kontrolörün bozuculardan ne kadar etkilendiği durumudur.

**Tablo 4.1:** Aralık tip-2 bulanık mantık kontrolörün kural tablosu (a)  $p>0$  (b)  $p<0$

(a)

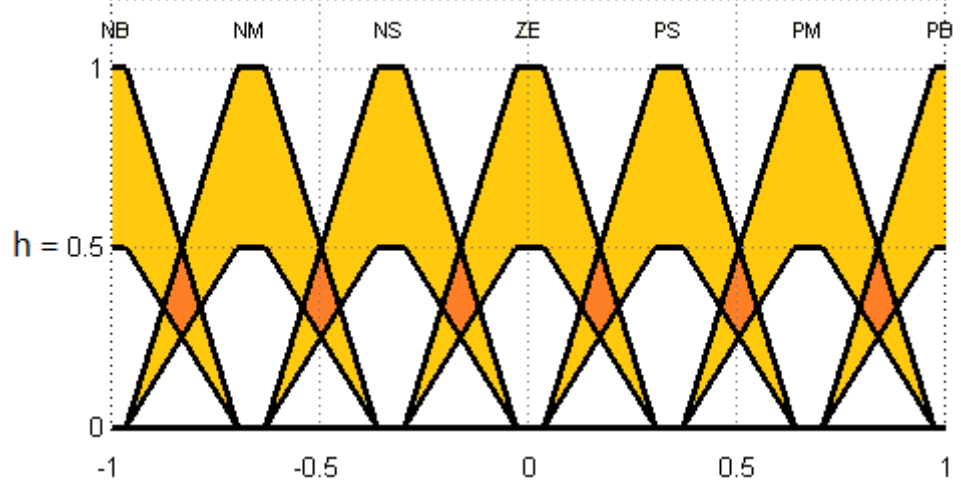
$\hat{s}$

$\Delta k_s$	<b>NB</b>	<b>NM</b>	<b>NS</b>	<b>ZE</b>	<b>PS</b>	<b>PM</b>	<b>PB</b>
<b>NB</b>	ZE	ZE	ZE	NS	NS	NM	NB
<b>NM</b>	PS	ZE	ZE	NS	NM	NM	NB
<b>NS</b>	PM	PS	ZE	NS	NS	NM	NM
<b>ZE</b>	PM	PM	PS	ZE	ZE	NS	NM
<b>PS</b>	PB	PM	PS	PS	ZE	NS	NM
<b>PM</b>	PB	PM	PM	PS	ZE	ZE	NS
<b>PB</b>	PB	PM	PM	PS	ZE	ZE	ZE

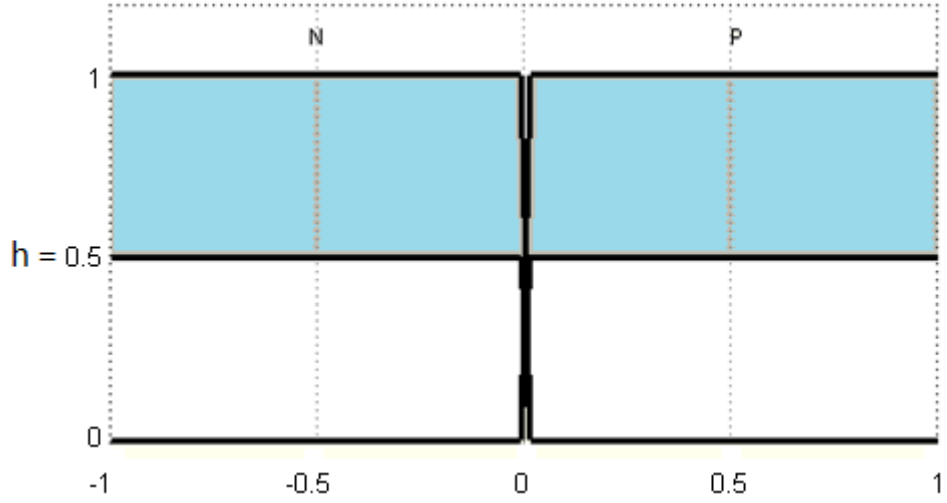
(b)

$\hat{s}$

$\Delta k_s$	<b>NB</b>	<b>NM</b>	<b>NS</b>	<b>ZE</b>	<b>PS</b>	<b>PM</b>	<b>PB</b>
<b>NB</b>	ZE	ZE	ZE	PS	PM	PM	PB
<b>NM</b>	NS	ZE	ZE	PS	PM	PM	PB
<b>NS</b>	NM	NS	ZE	ZE	PS	PM	PB
<b>ZE</b>	NM	NS	ZE	ZE	PS	PM	PM
<b>PS</b>	NM	NM	NS	NS	ZE	PS	PM
<b>PM</b>	NB	NM	NM	NS	ZE	ZE	PS
<b>PB</b>	NB	NM	NS	NS	ZE	ZE	ZE



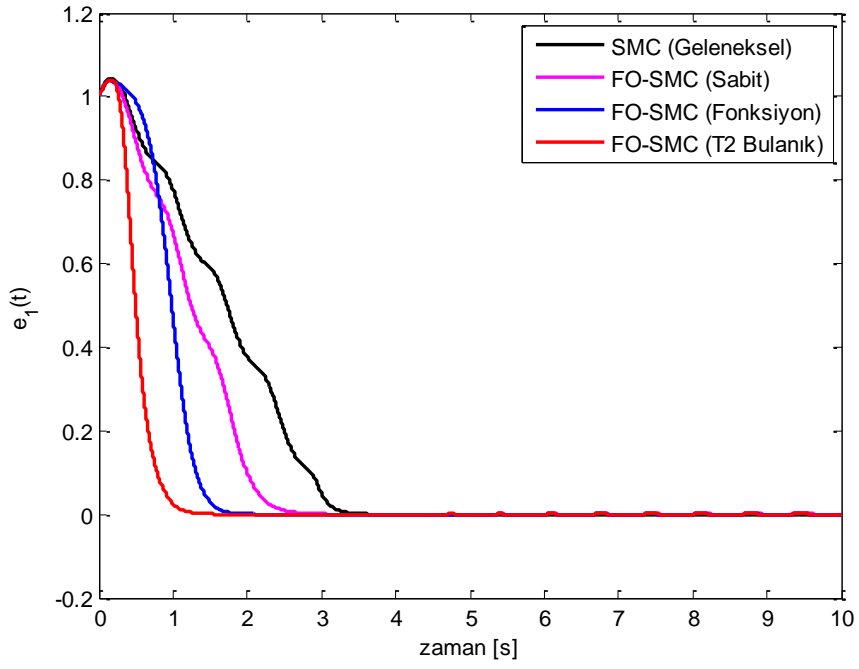
(a)



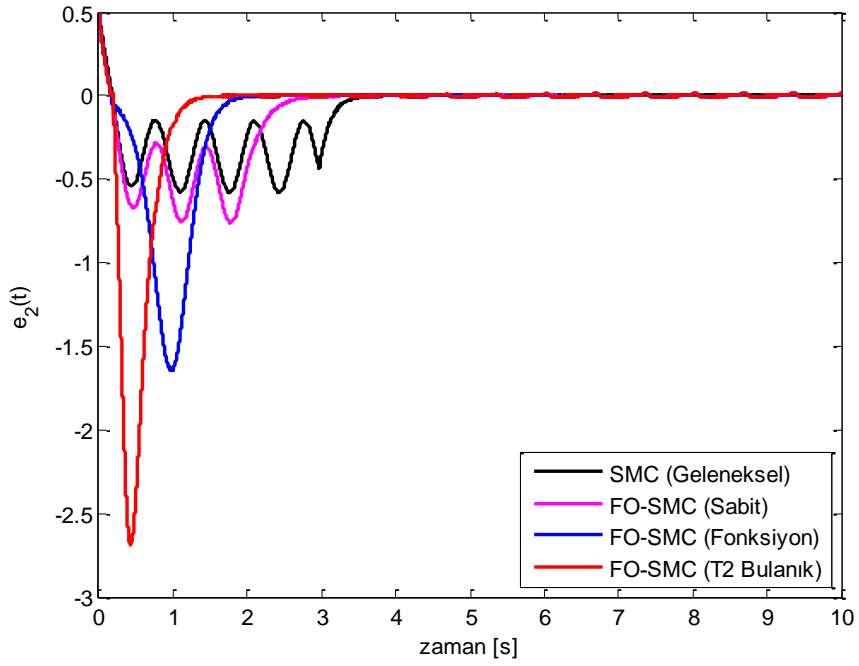
(b)

**Şekil 4.7:** (a)  $s$  ve  $\hat{s}$  (b)  $p$  için, aralık tip-2 bulanık üyelik fonksiyonları ve dilsel değişkenler.

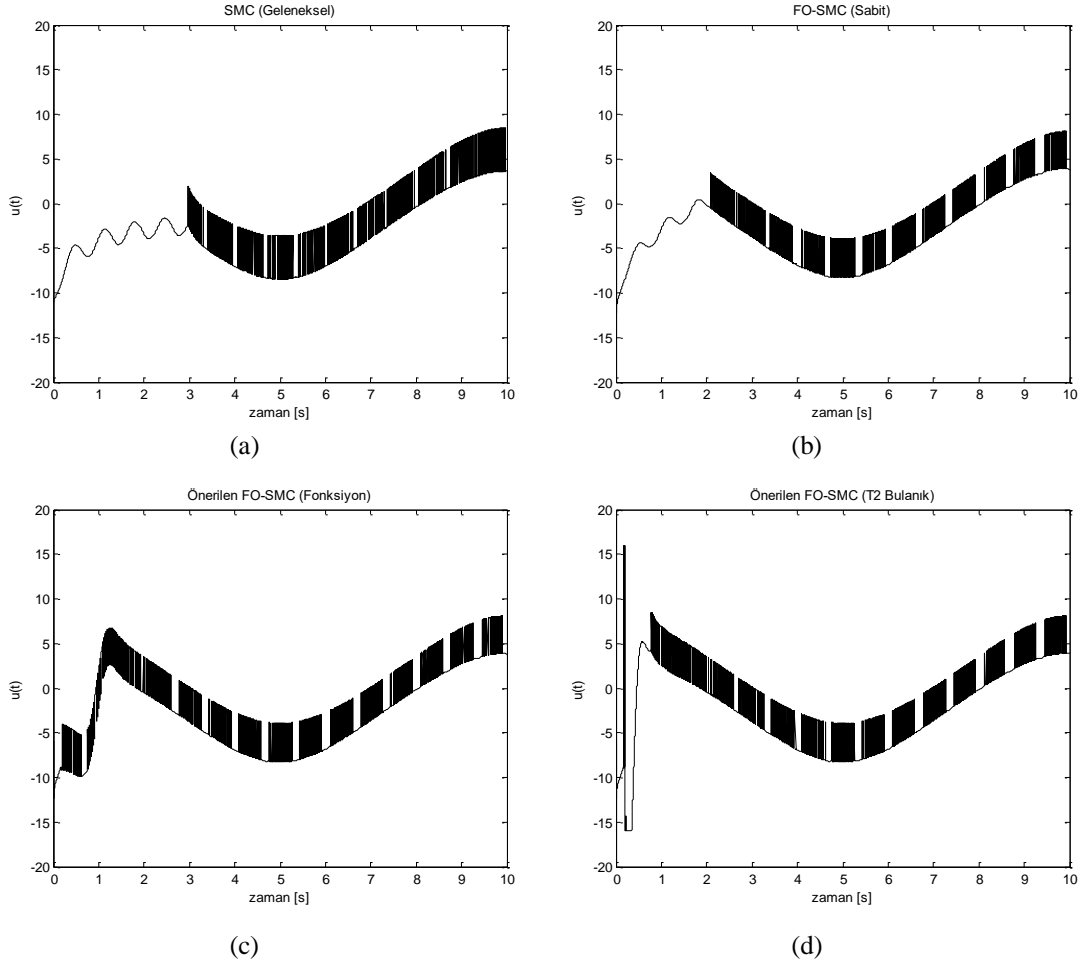
İlgili kontrolörlerin  $(e_1 - e_2)$  hata faz düzlemi yörüngeleri Şekil 4.11'de verilmiştir. Şekilden görüldüğü üzere önerilen kontrolör ile doğrusal olmayan ve yumuşak bir yörünge hareketi elde edilmiştir.



**Şekil 4.8:** İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $e_1(t)$  hata değerinin zamana göre değişimi.



**Şekil 4.9:** İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $e_2(t)$  hata değerinin zamana göre değişimi.



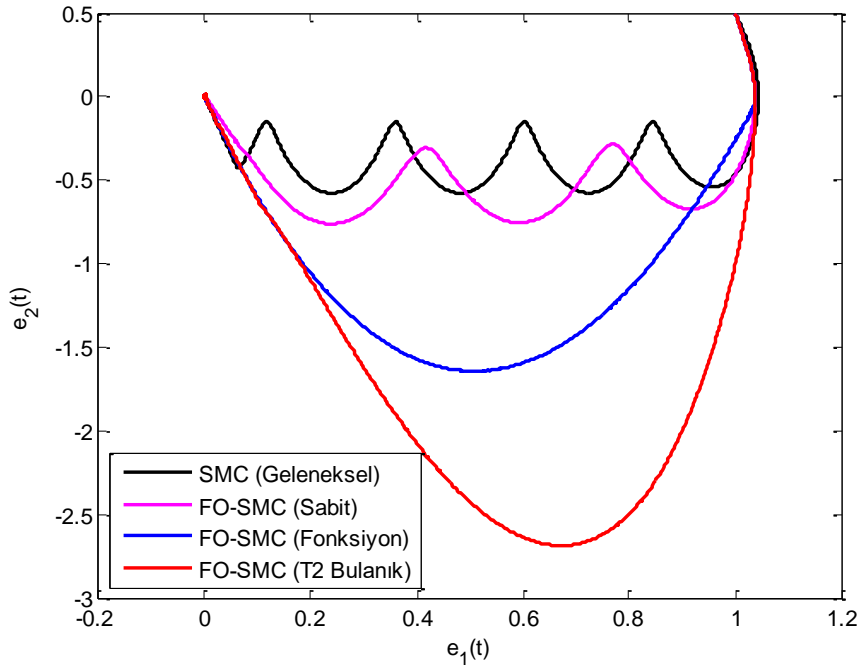
**Şekil 4.10:** İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $u(t)$  kontrol işaretleri: (a) SMC (Geleneksel) (b) FO-SMC (Sabit) (c) FO-SMC (Fonksiyon) (d) FO-SMC (T2 Bulanık).

Doyma (sat) fonksiyonu, kontrol işaretinde çatırtıyı önlemek için sürekli olmayan kontrol işareti içinde kullanılabilir. Bu amaçla benzetimler eşitlik (2.15)'te verilen doyma fonksiyonu kontrol kuralı içerisinde işaret fonksiyonunun yerine kullanılarak yeniden çalıştırılmıştır. Burada  $\Delta_f = 0.005$  olarak seçilmiştir.

Buna bağlı olarak kontrol işaretinin çatırtısız hali için elde edilen,  $e_1(t)$  ve  $e_2(t)$  geçici hal yanıtları sırasıyla Şekil 4.12'de ve Şekil 4.13'te gösterilmektedir.

$(e_1 - e_2)$  hata faz düzlemi yörüngeleri Şekil 4.14'te ve kontrol girişleri Şekil 4.15'te verilmiştir.

Doyma fonksiyonu kullanılarak elde edilen  $x_1$  durumuna ilişkin başarımlar ölçütleri de Tablo 4.3'te listelenmiştir.

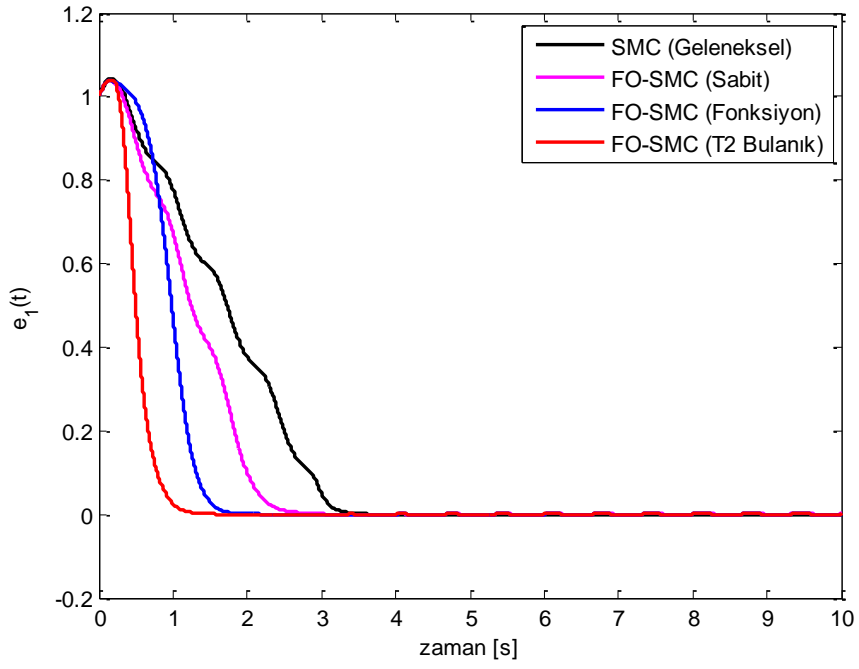


**Şekil 4.11:** İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $(e_1 - e_2)$  hata faz düzlemi yörüngeleri.

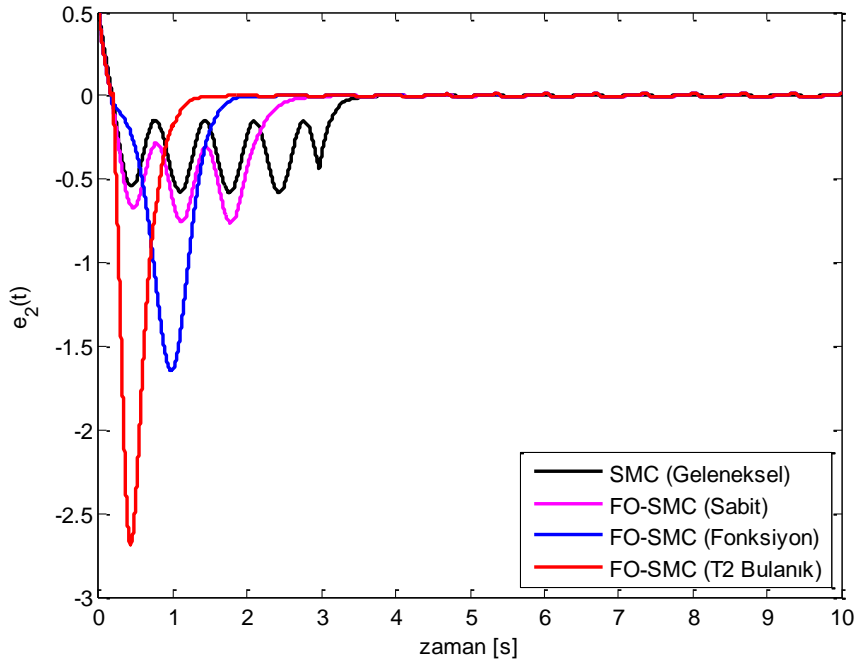
**Tablo 4.2:** İşaret fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $x_1(t)$  için başarımlı ölçüt değerleri

	<b>SMC (Geleneksel)</b>	<b>FO-SMC (Sabit)</b>	<b>FO-SMC (Fonksiyon)</b>	<b>Önerilen FO-SMC (T2 Bulanık)</b>
<b>IAE</b>	1.727	1.299	1.007	0.545
<b>ITAE</b>	1.806	1.009	0.540	0.176
<b>ISE</b>	1.271	1.979	0.875	0.451
<b>ITSE</b>	0.998	1.570	0.386	0.103
$t_{reach}$	2.970	2.080	0.186	0.780
$t_{rise}$	2.305	1.508	0.642	0.452
$t_{settling}$	3.233	2.498	1.664	1.139
$t_{stable}$	0.180	0.166	0.166	0.190
$u_{max}$	8.461	8.0923	8.091	16.000
$u_{min}$	-11.069	-12.346	-12.346	-16.000
<b>E</b>	$2.376 \times 10^5$	$2.139 \times 10^5$	$2.433 \times 10^5$	$2.697 \times 10^5$

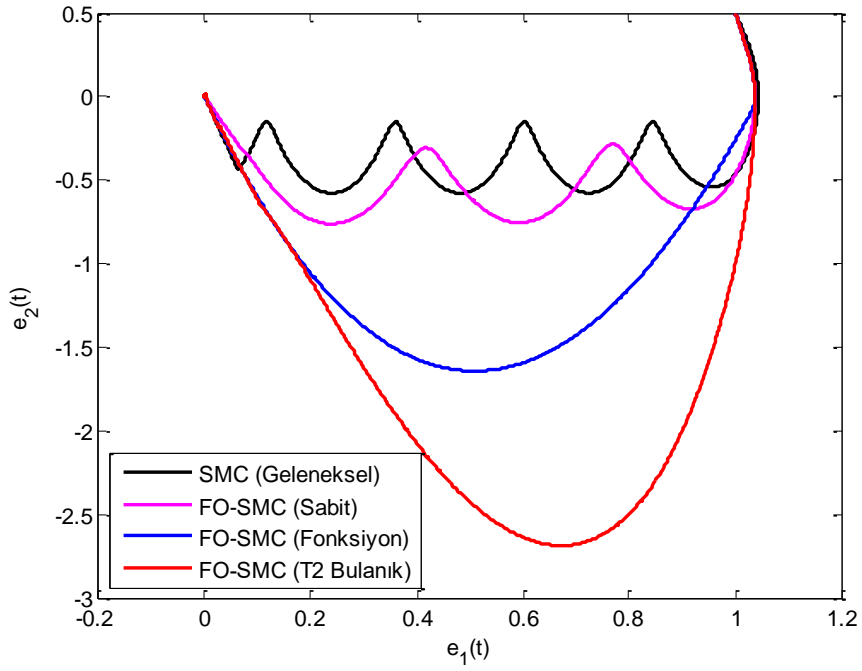




Şekil 4.12: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $e_1(t)$  hata değerinin zamana göre değişimi.



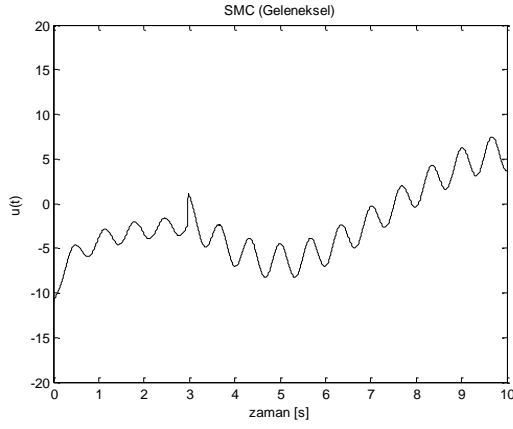
Şekil 4.13: Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $e_2(t)$  hata değerinin zamana göre değişimi.



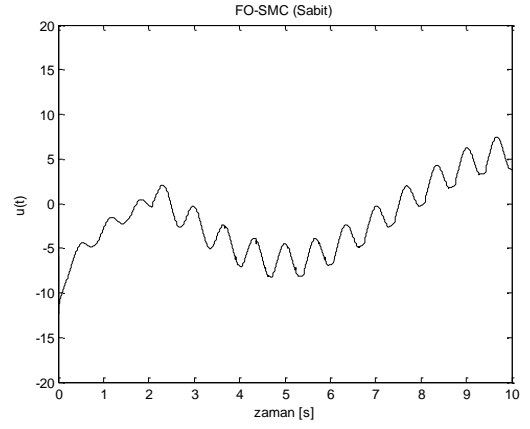
**Şekil 4.14:** Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $(e_1 - e_2)$  hata faz düzlemi yörüngeleri.

**Tablo 4.3:** Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $x_1(t)$  için başarımlı ölçüt değerleri

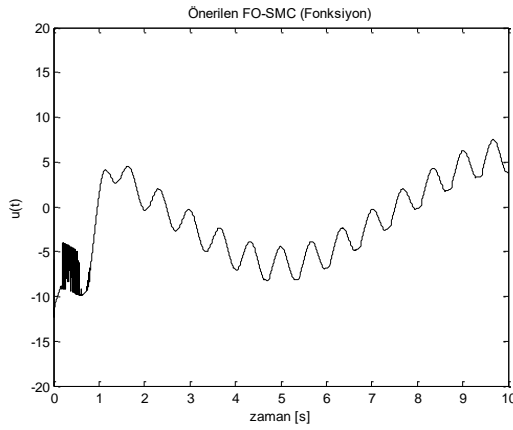
	SMC (Geleneksel)	FO-SMC (Sabit)	FO-SMC (Fonksiyon)	Önerilen FO-SMC (T2 Bulanık)
<b>IAE</b>	1.728	1.300	1.008	0.547
<b>ITAE</b>	1.812	1.015	0.548	0.184
<b>ISE</b>	1.271	0.979	0.875	0.451
<b>ITSE</b>	0.998	0.570	0.386	0.103
$t_{reach}$	2.970	2.076	0.167	0.777
$t_{rise}$	2.305	1.508	0.643	0.452
$t_{settling}$	3.233	2.496	1.662	1.136
$t_{stable}$	0.180	0.167	0.167	0.190
$u_{max}$	7.482	7.476	7.491	16.000
$u_{min}$	-11.069	-12.346	-12.346	-16.000
<b>E</b>	$2.151 \times 10^5$	$1.969 \times 10^5$	$2.219 \times 10^5$	$2.480 \times 10^5$



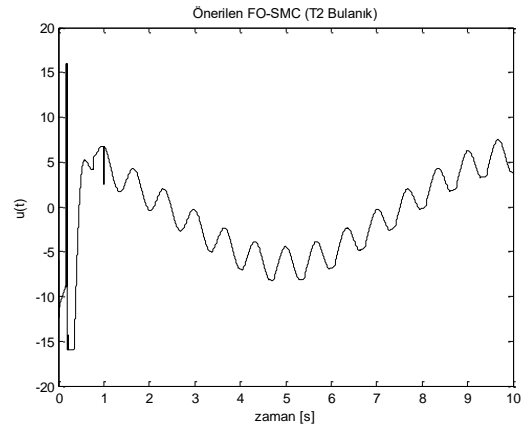
(a)



(b)



(c)



(d)

**Şekil 4.15:** Doyma fonksiyonlu kontrol kuralı kullanılarak elde edilen  $u(t)$  kontrol işaretleri:  
(a) SMC (Geleneksel) (b) FO-SMC (Sabit) (c) FO-SMC (Fonksiyon) (d) FO-SMC (T2 Bulanık).

## 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Kesir-mertebeli hesaplama son yıllarda popüler hale gelmiş bir araştırma alanıdır. Bunun sebebi, bilgisayar teknolojilerindeki ilerleme ile birlikte kesir-mertebeli hesaplamaların belirli tanımlar, özellikler ve kısıtlamalar kullanılarak yaklaşık değerler ile yapılabilir ve uygulanabilir hale gelmesidir. Böylece tamsayı değerlerin dışında kesirli gerçel değerler de kullanılarak türev veya integral hesaplamaları gerçekleştirilebilir duruma gelmiştir. Bu sayede tamsayı-mertebeli hesaplamalar ile elde edilen sonuçlar dışında kesir-mertebeli hesaplamalar ile de sonuçlar elde edilebilmekte ve bu sonuçlara dayalı çeşitli yeni tasarımlar yapılabilmektedir. Bu çalışmada zamanla-değişen kayma yüzeyleri kesir-mertebeli türev ifadesi kullanılarak yeni bir biçimde tanımlanmış ve buna bağlı olarak yeni kayma kipli kontrolör tasarımları önerilmiştir. Literatürden alınan koordinat dönüşümüyle yeni bir eksen takımında tanımlanmış olan kayma yüzeyi, kesir-mertebeli türev kavramıyla yeni bir biçimde tanımlanmıştır. Önerilen kayma yüzeyi kullanılarak Lyapunov yöntemi ile ulaşma koşulunu sağlayacak şekilde kontrolör parametreleri seçilmiş ve kontrol kuralı elde edilmiştir. Kayma yüzeyinin kesir-mertebeli bir biçimde tanımlanması ile kontrol kuralı da doğal olarak kesir-mertebeli bir şekilde elde edilmiştir. Kayma yüzeyinin eğimi olan parametrenin zamanla ayarlanması ile, zamanla-değişen kesir-mertebeli kayma yüzeyi elde edilmiştir. Zamana bağlı yeni değişkenin ayarlanması için dönme yönüne göre ve ulaşma koşulunu sağlayacak şekilde değişkene ait parametrelerin nasıl seçilmesi gerektiği üzerinde durulmuştur. Parametre ayarlaması için iki yöntem kullanılmıştır. Bunlardan birincisi kayma yüzeyinin eğimi olan parametrenin zamana bağlı, türevi alınabilir bir fonksiyon şeklinde tanımlanmasıdır. İkincisi de bu parametrenin bir bulanık mantık sistemi tarafından üretilmesidir. Burada bulanık mantık sistemi olarak aralık tip-2 bulanık mantık sistemi önerilmiştir. Tip-2 bulanık mantık sistemleri de son yılların popüler araştırma alanları arasındadır. Bunun nedeni tip-2 bulanık mantık sistemlerinin belirsizlikler ile mücadelede tip-1 yapıdakilere kıyasla daha iyi başarımlar sonuçları sergilemesidir. Bu durum literatürde yer alan çalışmalara bakıldığında da görülmektedir. Bu nedenle tez çalışmasında yer alan parametre ayarlamasının yeni bir aralık tip-2 bulanık mantık sistemi tasarlanarak

gerçekleştirilmesi düşünülmüştür. Bu amaçla önce teorik kontrolör tasarımları yapılmış ve arkasından bu tasarımların literatürden alınan yapısal belirsizliklere sahip ve/veya dış bozucuların etkisi altında bulunan, doğrusal-olmayan kütle-yay-sönümleme, 2-eklemlerli robot kolu, ters sarkaç sistem modelleri üzerinde benzetim çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Önerilen yöntemlerin analizi bilgisayar ortamında koşturulan Matlab® ve Simulink® benzetimleri ile yapılmıştır. Kullanılan sistem modellerinde sistem durumlarının gözlenebilir olduğu varsayılmıştır. Sistem durumlarının gözlenebilir olmadığı haller için durum kestirici ve durum gözleyici tasarımları üzerinde durmak gerekir. Kayma yüzeyinin döndürülmesi için önerilen yordamlar kayma yüzeyinin başlangıçtaki konumu için durumlara ait ilk koşullardan yararlanmaktadır. Sistem durumlarına ait başlangıç koşullarının bilindiğini varsaymak çok sınırlayıcı değildir. Çünkü, sistem durumlarına ait ölçülen ya da kestirilen veriler her zaman elde edilebilir. Böylece, başlangıç koşulları kontrol sistemi çalışmaya başladığında elde edilen bir veri olarak ele alınabilir. Literatürde geçen kayma yüzeyi tasarım yöntemleri incelendiğinde ulaşma zamanını ortadan kaldırmak ya da azaltmak amacı ile geliştirilen birçok çalışmada da sistem durumlarına ait başlangıç koşullarının kullanıldığı görülmektedir. Önerilen kayma yüzeylerinin sabit kayma yüzeyine sahip geleneksel kayma kipli kontrolör ve sabit kayma yüzeyine sahip kesir-mertebeli kayma kipli kontrolör ile benzetim karşılaştırmaları yapılarak önerilen yeni yöntemlerin ulaşma, yükselme, kararlı bölgeye giriş ve yerleşme zamanını da içeren IAE, ITAE, ISE, ITSE gibi çeşitli başarımlar ölçütleri ile bozuculara olan gürbüzlük açısından bir iyileştirme sağladığı görülmüştür.

Önerilen yeni kayma yüzeylerinin önemli bir özelliği de dönme işleminin sürekli zamanda gerçekleştirilmesidir. Bu ise zamana bağlı olarak tanımlanan sürekli bir fonksiyon yardımı veya bir bulanık mantık sistemi tarafından üretilen değer yine zamana bağlı sürekli bir fonksiyon tarafından işlenmesi ile gerçekleştirilmiştir. Dönme işlemi bu parametre ile yapıldığı için, geleneksel kontrolöre ait kayma yüzeyi eğimini belirleyen parametrenin değiştirilmesine gerek duyulmaz. Bu sayede kontrolöre ait parametrelerinin değiştirilmesinin olanak dışı olduğu durumlarda da önerilen yapı çalıştırılabilmektedir. Oysa geleneksel kayma yüzeyine ait parametrenin ayarlandığı yaklaşımlarda, sistem parametrelerinin değiştirilebilir olması gerekir. Ayrıca önerilen yaklaşımlarda kullanılan dönme parametresi sıfır

yapıldığında hem kayma yüzeyi hem de kontrol işareti geleneksel kayma kipli kontrolördeki gibi olmakta ve sistem geleneksel yapıda olduğu gibi çalışmaktadır.

Bu tez çalışmasında elde edilen tasarımlar üzerinde gelecekte yapılabilecek bazı çalışmalar şu şekilde sıralanabilir:

1) Kesir-mertebeli hesaplama kontrol teorisi alanında halen araştırmaya açık bir alandır. Kontrol sistemleri veya kontrolör parametreleri kesir-mertebeli olarak tasarlanabilir. Ancak bunların teorik olarak tasarım aşamalarının ortaya konması oldukça zordur. Çünkü yapılan kesirli-hesaplamalar hali hazırda var olan belirli tanımlar, özellikler ve kısıtlamalar kullanılarak yapılabilmektedir. Bunun yerine tamsayı-mertebeli türev operatöründe olduğu gibi genel ve kısıtlamasız bir tanım gerçekleştirebildiği takdirde, bu alandaki tasarım ve uygulama çalışmaları da hız kazanacaktır.

2) Önerilen kayma yüzeyi için tasarlanan fonksiyon yaklaşımında sigmoid fonksiyonu kullanılmıştır. Bunun sebebi türevi alınabilir, türevi ve kendisi sürekli, monoton bir fonksiyon olmasıdır. Bunun için benzer özelliklere sahip başka fonksiyonlar da kullanılabilir.

3) Benzetim çalışmalarında parametre ayarlamaları Izgara Arama yöntemi ile yapılmıştır. Parametrelerin sınır değerleri ile, bazı parametrelerin değerleri ilk koşullara göre önceden belirlense de diğer parametrelerin nasıl seçildiği sistem başarımı açısından oldukça önemlidir. Başarımı daha da iyileştirmek için Grid Search yerine tüm parametreler farklı bir optimizasyon yöntemi kullanılarak da iyileştirilebilir.

4) Önerilen yöntemlerin test edilmesi bilgisayar ortamında yapılan çeşitli benzetimler ile sağlanmıştır. Verilen örneklerde kayma kipine giriş anının daha iyi gözlenebilmesi açısından kontrol işaretindeki yüksek frekanslı çattırtı giderilmemiş ve şekillerde gösterilmiştir. Bunun yanında doyma fonksiyonu kullanılarak çattırtının kolayca giderildiği ve önerilen yöntemle ait başarımların ölçütlerinin bundan fazla etkilenmediği de aynı örnekler üzerinde gösterilmiştir. Bu sayede önerilen yöntemler, fiziksel sistemlerde kullanılabilecek çattırtının giderildiği uygun kontrol işaretini

üretebilmektedir. Önerilen yöntemlerin gerçek zamanlı sistemlere uygulanması yapılabilecek önemli bir çalışma konusudur.

5) Önerilen kayma yüzeyleri için sadece kararlı bölgeler üzerinde durulmuş ve kararlı bölgelerde geçerli döndürme düzenleri gerçekleştirilmiştir. Kararsız bölgelerde de başarıyı iyileştirmek için literatürde verilen öteleme düzenleri ya da başka farklı yöntemler geliştirilebilir. Bu çalışmada önerilen döndürme düzenlerinin etkisini doğrudan görebilmek amacı ile öteleme işlemi üzerinde durulmamıştır. Öteleme düzeni kontrol sistemine eklenerek de başlangıç koşullarının kararsız bölgede olduğu durumlar için daha iyi başarımlar elde edilebilir.

6) Önerilen aralık tip-2 bulanık mantık sisteminde giriş değişkenlerine ait üyelik fonksiyonları yamuk (trapezoid) biçiminde seçilmiştir. Bundan farklı olarak yeni fonksiyonlar da tip-2 üyelik fonksiyonu olarak tanımlanabilir. Aralık tip-2 bulanık mantık sisteminin tip indirgeme sürecinde KM (Karnik-Mendel) algoritmasının kullanımı tercih edilmiştir. Bunu sebebi ise, bu algoritmanın literatürde sıkça kullanılan popüler bir algoritma olmasıdır. Ancak tip-2 bulanık mantık sistemleri içinde karmaşıklığı ve işlem yoğunluğu en yüksek olan süreç tip indirgeme aşamasıdır. Dolayısıyla buradaki yoğun işlem hacmi nedeniyle işlem süreleri oldukça artmaktadır. KM algoritması da iteratif bir algoritma olduğu için, yüksek işlem zamanına ve karmaşıklığa sahiptir. Literatürdeki çalışmalara bakıldığında genellikle işlem zamanını ve algoritma karmaşıklığını azaltmaya yönelik çalışmalar yapıldığı ve bu amaçla yeni tip indirgeme algoritmaları önerildiği görülmektedir. Bu noktada bu tezde geliştirilen tasarımlara özel yeni bir tip indirgeme algoritması önerilerek işlem süresi ve algoritma karmaşıklığı düşürülebilir.

## 6. KAYNAKLAR

Bartoszewicz, A., “A comment on ‘A time-varying sliding surface for fast and robust tracking control of second-order uncertain systems’”, *Automatica* 31 (12), 1893-1895, (1995).

Bartoszewicz, A., “Time-varying sliding modes for second-order systems”, *Proceedings of the IEEE on Control Theory and Applications*, 143 (5), 455-462, (1996).

Bartoszewicz, A. and Nowacka, A., “A moving switching plane for the sliding mode control of the third order system”, *Proceedings of the 16th Triennial World Congress*, 2 (1), Prague Czech Republic, 610-615, (2005).

Biglarbegian, M., Melek, W.W. and Mendel, J.M., “Design of novel interval type-2 fuzzy controllers for modular and reconfigurable robots: theory and experiments”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 58 (4), 1371-1384, (2011).

Cakar, O. and Tanyıldızı, A.K., “Application of moving sliding mode control for a DC motor driven four-bar mechanism”, *Advances in Mechanical Engineering*, 10 (3), 1-13, (2018).

Castillo, O. and Melin, P., *Type-2 Fuzzy Logic: Theory and Applications*, Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, (2008).

Celemin, C.E. and Melgarejo, M.A., “A faster iterative computation of the centroid of an interval type-2 fuzzy set”, *Proceedings of the IEEE Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS)*, Berkeley CA USA, (2012).

Chang, S. and Shi, W., “Adaptive fuzzy time-varying sliding mode control for quadrotor UAV attitude system with prescribed performance”, *Proceedings of the 29th IEEE Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, Chongqing China, 4389-4394, (2017).



Choi, S-B., Cheong, C-C. and Park, D-W., “Moving switching surfaces for robust control of second-order variable structure systems”, *International Journal of Control*, 58 (1), 229-245, (1993).

Choi, S-B., Park, D-W. and Jayasuriya, S., “A time-varying sliding surface for fast and robust tracking control of second-order uncertain systems”, *Automatica*, 30 (5), 899-904, (1994).

DeCarlo, R.A., Zak, S.H. and Matthews, G.P., “Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial”, *Proceedings of the IEEE*, 76 (3), 212-232, (1988).

Delavari, H., Ghaderi, R., Ranjbar., A. and Momani, S., “Fuzzy fractional order sliding mode controller for nonlinear systems”, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 15 (4), 963-978, (2010).

Delavari, H., Heydarinejad, H. and Baleanu, D., “Adaptive fractional-order blood glucose regulator based on high-order sliding mode observer”, *IET Systems Biology*, 13 (2), 43-54, (2019).

Dogruer, T. and Tan, N., “Design of pi controller using optimization method in fractional-order control systems”, *IFAC-PapersOnLine*, 51 (4), 841-846, (2018).

Dumlu, A., “Design of a fractional-order adaptive integral sliding mode controller for the trajectory tracking control of robot manipulators”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 232 (9), 1212–1229, (2018).

Edwards, C. and Spurgeon, S.L., *Sliding Mode Control: Theory and Applications*, New York, London: Taylor & Francis, (1998).

Efe, M.Ö., “Fractional order sliding mode control with reaching law approach”, *Turkish Journal of Electrical Engineering Computer Sciences*, 18 (5), 731-747, (2010).

Han, H., Wu, X. and Qiao, J., “Design of robust sliding mode control with adaptive reaching law”, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 50 (11), 4415-4424, (2018).

Huang, J., Ri, M., Wu, D. and Ri, S., “Interval type-2 fuzzy logic modeling and control of a mobile two-wheeled inverted pendulum”, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 26 (4), 2030-2038, (2018).

Huang S. and Wang J., “Fixed-time fractional-order sliding mode control for nonlinear power systems”, *Journal of Vibration and Control*, doi: 10.1177/1077546319898311, (2020).

Hung, J.Y., Gao, W. and Hung, J.C., “Variable structure control: a survey”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 40 (1), 2-22, (1993).

Itkis, U., *Control Systems of Variable Structure*, New York USA: Wiley, (1976).

Karnik, N.N. and Mendel, J.M., “Introduction to type-2 fuzzy logic systems”, *Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Anchorage AK, (1998).

Karnik, N.N., Mendel, J.M. and Liang, Q., “Type-2 fuzzy logic systems”, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 7 (6), 643–658, (1999).

Khooban, M.H., Niknam, T. and Sha-Sadeghi, M., “A time-varying general type-II fuzzy sliding mode controller for a class of nonlinear power systems”, *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 30, 2927-2937, (2016).

Kumbasar, T., Eksin, I., Güzelkaya, M. and Yesil, E., “Type-2 fuzzy model based controller design for neutralization processes”, *ISA Transactions*, 51, 277-287, (2011).

Li, C. and Deng, W., “Remarks on fractional derivatives”, *Applied Mathematics and Computation*, 187 (2), 777-784, (2007).

Liu, J. and Wang, X., *Advanced Sliding Mode Control for Mechanical Systems*, Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, (2012).

Mahini F., DiWilliams L., Burke K. and Ashrafiuon H., “An experimental setup for autonomous operation of surface vessels in Frough seas”, *Robotica*, 31 (5), 703-715, (2013).

Manabe, S., “The non-integer integral and its application to control systems”, *The Journal of the Institute of Electrical Engineers of Japan*, 80 (860), 589-597, (1960).

Manabe, S., “The system design by the use of a model consisting of a saturation and non-integer integrals”, *The Journal of the Institute of Electrical Engineers of Japan*, 82 (890), 1731-1740, (1962).

Mendel, J.M., *Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic System: Introduction and New Directions*, Upper Saddle River NJ: Prentice-Hall, (2001).

Miller, K.S. and Ross, B., *An Introduction to The Fractional Calculus and Fractional Differential Equations*, New York: Wiley, (1993).

Mizoshiri, Y. and Mori, T., “Sliding mode control with a time-varying ellipsoidal sliding surface”, *Proceedings of the 2019 IEEE/SICE International Symposium on System Integration*, Paris France, 165-170, (2019).

Mobayen, S. and Tchier, F. “Robust global second-order sliding mode control with adaptive parameter-tuning law for perturbed dynamical systems”, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 40 (9), 2855-2867, (2018).

Moezi, S.A., Zakeri, E. and Eghtesad, M., “Optimal adaptive interval type-2 fuzzy fractional-order backstepping sliding mode control method for some classes of nonlinear systems”, *ISA Transactions*, 93, 23-39, (2019).

Nagarale, R.M. and Patre, B.M., “Exponential function based fuzzy sliding mode control of uncertain nonlinear systems”, *International Journal of Dynamics and Control*, 4 (1), 67-75, (2016).

Nejad, F.H., Fayazi, A., Zadeh, H.G., Marj, H.F. and HosseinNia, S.H., “Precise tip-positioning control of a single-link flexible arm using a fractional-order sliding mode controller”, *Journal of Vibration and Control*, doi: 10.1177/1077546320902548, (2020).

Ogata, K., *Modern Control Engineering*, New Jersey USA: Prentice-Hall Englewood Cliffs, (1970).

Oldham, K.B. and Spanier, J., *The Fractional Calculus: Theory and Applications of Differentiation and Integration To Arbitrary Order*, New York: Academic Press, (1974).

Petras, I., *Fractional-Order Nonlinear Systems: Modeling, Analysis and Simulation*, Heidelberg: Springer-Verlag, (2011).

Phuc B.D.H., Phung VD., You SS. and Do T.D., “Fractional-order sliding mode control synthesis of supercavitating underwater vehicles”, *Journal of Vibration and Control*, doi: 10.1177/1077546320908412, (2020).

Podlubny, I., *Fractional Differential Equations: An Introduction To Fractional Derivatives, Fractional Differential Equations, To Methods Of Their Solution and Some of Their Applications*, San Diego: Academic Press, (1999).

Rajagopal, K., Nazarimehr, F., Guessas, L., Karthikeyan, A., Srinivasan, A. and Jafari, S., “Analysis, control and fpga implementation of a fractional order modified shiriki circuit”, *Journal of Circuits, Systems, and Computers*, doi: 10.1142/S0218126619502323, (2019).

Razzaghian A., Moghaddam R.K. and Pariz N., “Fractional-order nonsingular terminal sliding mode control via a disturbance observer for a class of nonlinear systems with mismatched disturbances”, *Journal of Vibration and Control*, doi: 10.1177/1077546320925263, (2020).

Sakalli, A., Kumbasar, T., Yesil, E. and Hagrass, H., “Analysis of the performances of type-1, self-tuning type-1 and interval type-2 fuzzy pid controllers on the magnetic levitation system”, *Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Beijing China, (2014).

Shi J.Z., “A fractional-order general type-2 fuzzy PID controller design algorithm”, *IEEE Access*, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2980686, (2020).

Tai, K., El-Sayed, A., Biglarbegian, M., Gonzalez, C.I., Castillo, O. and Mahmud, S., “Review of recent type-2 fuzzy controller applications”, *Algorithms*, 9 (2), 1-19, (2016).

Tepljakov, A., Petlenkov, E. and Belikov, J., “FOMCON: Fractional-order modeling and control toolbox for MATLAB”, *Proceedings of the 18th International Conference Mixed Design of Integrated Circuits and Systems (MIXDES)*, Gliwice Poland, (2011).

Tokat, S., “Koordinat Dönüşümüne Dayalı Zamanla Değişen Kayma Yüzeyi Tasarım Yöntemleri”, Doktora Tezi, *İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Kontrol ve Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı, İstanbul, (2003).

Tokat, S., Eksin, I. and Güzelkaya, M., “New approaches for on-line tuning of the linear sliding surface slope in sliding mode controllers”, *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, 11 (1), 45-59, (2003).

Tokat, S., Eksin, I. and Güzelkaya, M., “Linear time-varying sliding surface design based on co-ordinate transformation for high-order systems” *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 31 (1), 51-70, (2009).

Tokat, S., “Sliding mode controlled bioreactor using a time-varying sliding surface”, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 31 (5), 435-456, (2009).

Tustin, A., Allanson, J.T., Layton, J.M. and Jakeways, R.J., “Design of systems for automatic control of the position of massive objects”, *Proceedings of the IEE PartC: Monographs*, 105(1), 1-57, (1958).

Ulu, C., “Granüler Tip-2 Bulanık Yapılar Kullanılarak Sistemlerin Modellenmesi ve Kontrolü”, Doktora Tezi, *İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı, İstanbul, (2013).

Ulu, C., Güzelkaya, M. and Eksin, I., “A new type reduction method for piecewise linear interval type-2 fuzzy sets”, *Proceedings of the 2nd World Conference on Soft Computing*, Baku Azerbaijan, 494-498, (2012).

Ulu, C., Güzelkaya, M. and Eksin, I., “Granular type-2 membership functions: a new approach to formation of footprint of uncertainty in type-2 fuzzy sets”, *Applied Soft Computing*, 13 (8), 3713-3728, (2013).

Utkin, V.I., “Variable structure systems with sliding modes”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-22 (22), 212-222, (1977).

Utkin, V.I., “Sliding Mode Control”, (eds: A. Sabanovic, L. Fridman, and S. Spurgeon), *Variable Structure Systems: From Principles To Implementation*, London: The Institution of Engineering and Technology, (2004).

Utkin, V.I., *Sliding Modes in Control and Optimization*, Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, (2013).

Wang, J., Shao, C. and Chen, Y-Q., “Fractional order sliding mode control via disturbance observer for a class of fractional-order systems with mismatched disturbance”, *Mechatronics*, 53, 8-19, (2018).

Wu, D., “Approaches for reducing the computational cost of interval type-2 fuzzy logic systems: overview and comparisons”, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 21 (1), 80-99, (2013).

Wu, D., “A brief tutorial on interval type-2 fuzzy sets and systems”, (2014).

Wu, D. and Mendel, J.M., “Enhanced Karnik–Mendel algorithms for interval type-2 fuzzy sets and systems”, *Proceedings of the NAFIPS*, San Diego CA, 184–189, (2007).

Wu, D. and Mendel, J.M., “Enhanced Karnik–Mendel algorithms”, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 17 (4), 923–934, (2009).

Xie Y., Zhang X., Meng W., Zheng S., Jiang L., Meng J. and Wang S., “Coupled fractional-order sliding mode control and obstacle of a four-wheeled steerable mobile robot”, *ISA Transactions* doi:10.1016/j.isatra.2020.08.025, (2020).

Xu, S., Sun, G., Ma, Z. and Li, X., “Fractional-order fuzzy sliding mode control for the deployment of tethered satellite system under input saturation”, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 55 (2), 747-756, (2019).

Yang, H. and Yin, S., “Reduced-order sliding-mode-observer-based fault estimation for Markov jump systems”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 64 (11), 4733-4740, (2019).

Yorgancioglu, F. and Komurcugil, H., “Decoupled sliding-mode controller based on time-varying sliding surfaces for fourth-order systems”, *Expert Systems with Applications*, 37 (10), 6764-6774, (2010).

Yorgancioglu, F. and Redif, S., “Fast nonsingular terminal decoupled sliding-mode control utilizing time-varying sliding surfaces”, *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences*, 27 (3), 1922-1937, (2019).

Young, D.K., Utkin, V.I. and Özgüner, Ü., “A control engineer's guide to sliding mode control”, *IEEE Transactions on Control System Technology*, 7 (3), 328-342, (1999).

Zadeh, L.A., “Fuzzy sets”, *Information and Control*, 8, 338-353, (1965).

Zadeh, L.A., “The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-I”, *Information Sciences*, 8 (3), 199-249, (1975).

Zhao, L. and Jia, Y., “Finite-time attitude tracking control for a rigid spacecraft using time-varying terminal sliding mode techniques”, *International Journal of Control*, 88 (6), 1150-1162, (2015).



## 7. ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Osman ERAY

Doğum Yeri ve Tarihi : Gölhisar 29.04.1979

Lisans Üniversite : Kocaeli Üniversitesi

Y. Lisans Üniversite : Pamukkale Üniversitesi

Elektronik posta : oeray@akdeniz.edu.tr

İletişim Adresi : Yeni Mah. Şehit Hüseyin Çöl Cad. Akça Apt.  
Kat:3 Korkuteli / Antalya

### **Yayın Listesi** :

• Eray, O. and Tokat, S., “The design of a fractional-order sliding mode controller with a time-varying sliding surface”, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, doi: 10.1177/0142331220944626, (2020).

• Tokat, S., Fadali, M.S. and Eray, O., “A classification and overview of sliding mode controller sliding surface design methods”, (eds: X. Yu, M.Ö. Efe), *Recent Advances in Sliding Modes: From Control to Intelligent Mechatronics*, Switzerland: Springer International Publishing, 417-439, (2015).

### **Konferans listesi** :

• Eray, O., Tokat, S. and İplikçi, S., “An application of speech recognition with support vector machines”, *Proceedings of the IEEE 6th International Symposium on Digital Forensic and Security (ISDFS)*, Antalya Türkiye, 1-6, (2018).

- Eray, O. and Tokat, S., “Interval type-2 sliding mode fuzzy controller with a time-varying sliding surface”, *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Science and Engineering (UBMK)*, Antalya Türkiye, 866-871, (2017).

- Tokat, S. and Eray, O., “Using polynomial functions for a time varying sliding surface with angular information”, *Proceedings of the IEEE International Workshop on Recent Advances in Sliding Modes (RASM)*, İstanbul Türkiye, 1-6, (2015).