T.C.

PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

KESİRLERLE BÖLMEYE YÖNELİK MESLEKİ GELİŞİM SÜRECİNE KATILAN ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ DÖNÜŞÜM BİLGİLERİ

Ebru MUTLU

Denizli – 2021

T.C.

PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
DOKTORA TEZİ

KESİRLERLE BÖLMEYE YÖNELİK MESLEKİ GELİŞİM SÜRECİNE KATILAN ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ DÖNÜŞÜM BİLGİLERİ

Ebru MUTLU

Danışman

Prof. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU

Bu çalışma Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi (BAP) tarafından
2019-EĞBE-006 nolu Doktora tez projesi olarak desteklenmiştir.

ETİK BEYANNAMESİ

Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nün yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında; tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi; görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu; başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu; atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi; kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı; bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı beyan ederim.

İmza

Ebru MUTLU

TEŞEKKÜR

Hayatımın belki de en zorlu ve uzun soluklu ve bir o kadarda deneyim kazandıran sürecinin sonuna gelmiş bulunmaktayım. Bu süreç içinde benim yanımda olup destekleyen herkese çok teşekkür ederim. Öncelikle tezime verdiği önerilerle ilerlememi sağlayan ve bana olan güvenini her zaman hissettiğim değerli danışmanım Sayın Prof. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU'ya çok teşekkür ederim.

Doktora tezimin tez izleme komitesinde ve tez savunmamda yer alan ve tüm süreçte bana destek olup değerli görüşlerini paylaşarak çalışmamın niteliğini artıran hocalarım Sayın Prof. Dr. Mine IŞIKSAL BOSTAN'a, Sayın Doç.Dr. Çağlar Naci HIDIROĞLU'a ve Sayın Doç. Dr. Semiha KULA ÜNVER'e teşekkür ederim.

Bu uzun soluklu yolcukta manevi desteklerini hep yanımda hissettiğim saygıdeğer bölüm hocalarım Prof. Dr. Necdet GÜNER'e, Prof. Dr. İsmet AYHAN'a, Doç. Dr. Sibel KAZAK'a, çalışmanın analizlerini yaparken yoğun çalışma temposuna rağmen desteğini bir an esirgemeyen ayrıca tez savunmamda jüri üyesi olan Sayın Dr. Öğr. Üyesi Emine Gaye ÇONYAY'a çok teşekkür ederim.

Tez çalışmam boyunca manevi desteklerini her zaman yanımda hissettiğim canım dostlarım, meslektaşlarım, Prof. Dr. Özlem GİRGİN ATLIHAN'a, Doç.Dr. Canan CELEP YÜCEL'e, Doç Dr. Ümran ŞAHİN'e, Dr. Öğr. Üyesi Hande GÜNGÖR'e, Dr. Öğr. Üyesi Aydan ORDU'ya, Dr. Öğr. Üyesi Suna ÇÖĞMEN'e çok teşekkür ederim. Bu çalışmanın başından sonuna kadar her türlü desteği veren, pozitif enerjisi ile beni sürekli ayakta tutan çok değerli çalışma arkadaşım Arş. Gör. Dr. Aytuğ ÖZALTUN ÇELİK'e sonsuz teşekkürler, iyi ki varsın.

Tez çalışmam boyunca desteklerini ve dualarını eksik etmeyen canım ailem, annem Sebahat KONYALI, babam Basri KONYALI ve kardeşim Erkan KONYALI'ya çok teşekkürler.

Hayatımın her alanında olduğu gibi doktora tez çalışmamda da verdiği destek ve sabır için can yoldaşım, kıymetli eşim Doç.Dr. Özcan MUTLU'ya, canım oğullarım Onur MUTLU ve Kerem MUTLU'ya sonuz teşekkür ederim. Sizleri çok seviyorum.

ÖZET

Kesirlerle Bölmeye Yönelik Mesleki Gelişim Sürecine Katılan Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının Dönüşüm Bilgileri

MUTLU, Ebru

Doktora Tezi, İlköğretim Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU

Aralık 2021, 247 sayfa

Öğretmenlerin sahip olduğu alan ve alan öğretimi bilgileri, öğrencilerin kavram ve işlemleri öğrenmelerinde önemli bir role sahiptir. Özellikle öğrencilerin zorluklar yaşadıkları ve anlamakta güçlük çektikleri kavramlara yönelik olası engelleri ortadan kaldırmada öğretmenlerin alan ve alan öğretimi bilgileri etkilidir. Dolayısıyla öğretmenlerin hizmet öncesi süreçte güçlü alan ve alan öğretimi bilgisini ve bu bilgilerle ilişkili becerileri kazanmaları gerekmektedir. Öğretmen eğitimi programlarının öğretmen adaylarını destekleyecek şekilde planlanması ve yürütülmesi için alan ve alan öğretimi bilgilerine yönelik çerçeveler yol gösterici bir role sahiptir. Bu tez çalışmasında öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgileri Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi bileşeni çerçevesinde incelenmiştir. Çalışmanın amacı, kesirlerle bölme öğretimine yönelik mesleki gelişim sürecine katılan öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerindeki değişimi Dönüşüm Bilgisine dayalı olarak tespit etmektir.

Bu amaç doğrultusunda çalışma nitel araştırma yöntemlerinden iç içe geçmiş tekli durum desenine dayalı olarak yürütülmüştür. Çalışmanın durumu, Dönüşüm Bilgisi'nin alt bileşenleri çerçevesinde öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik alan bilgisi ve alan öğretimi bilgilerindeki değişim olup, analiz birimi ise öğretmen adaylarının sözlü ve yazılı açıklamalarıdır. Çalışmanın katılımcıları 2019-2020 öğretim yılında öğrenim görmekte olan ölçüt örnekleme yöntemine dayalı olarak seçilen dört son sınıf matematik öğretmeni adayıdır. Öğretmen adayları ilk olarak herhangi bir müdahale olmadan kesirlerle bölmenin öğretimine yönelik bir ders planı hazırlamışlardır. Ardından kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerini geliştirmek amacıyla bölme, kesir ve kesirlerle bölme konularını içeren 11 oturumdan oluşan Mesleki Gelişim Süreci'ne katılmışlardır. Bölme ve kesir üzerine yapılan

oturumların tamamlanmasının ardından ikinci ders planlarını ve mesleki gelişim sürecinin tamamlanmasından sonra da üçüncü ders planlarını hazırlamışlardır. Öğretmen adaylarının her bir ders planı üzerine bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Daha sonra, her öğretmen adayının kesirlerle bölmeye yönelik dörder ders saati öğretim süreci gözlemlenmiş ve öğretim süreçlerini daha iyi anlamak amacıyla bireysel görüşmeler yapılmıştır. Çalışmanın verilerini dört öğretmen adayının yazılı dokümanları, gerçekleştirilen yarı-yapılandırılmış görüşmeler ve gözlemler oluşturmuştur. Öğretmen adaylarının ders planları, tüm görüşmelere ve öğretim süreçlerine ait video kayıtlarının transkriptleri, Dönüşüm Bilgisi'nin alt bileşenleri (örneklerin seçimi, öğretmenin gösterimleri, temsillerin seçimi ve öğretim materyallerinin kullanımı) ile ilişkili tematik kodlamalar kullanılarak içerik analizi ile analiz edilmiş ve öğretmen adaylarının bilgilerindeki değişimler ortaya çıkarılmıştır.

Yapılan analizlere dayalı olarak, öğretmen adaylarının ders planları ve öğretim süreçlerinde, kesirlerle bölmeye yönelik gerçekleştirilen Mesleki Gelişim Süreci'nin yansımaları görülmüştür. Öğretmen adaylarının örneklerin seçimi ve temsillerin seçimi alt bileşenleri kapsamındaki değişimleri diğer alt bileşenlere göre daha fazla olmuştur. Bu durumun Mesleki Gelişim Süreci'nde farklı temsiller yardımıyla örnek çözümlerine ve kesirlerle bölme gerektiren farklı örnek türlerine daha çok yer verilmesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Öğretmen adayları öğretmenin gösterimleri alt bileşeni kapsamında kavram ve işlemlere ilişkin daha geniş açıklamalar yapma yönünde değişim göstermiş, öğretim materyali kullanımı alt bileşeni kapsamında ise uygun öğretim materyalleri kullanmaya başlamışlardır. Bu değişimlere dayalı olarak, ortaokul öğrencilerinin kesirlerle bölmeyi kavramsal olarak öğrenmelerini desteklemek için öğretmenlerin de benzer şekilde mesleki gelişim süreçleriyle dönüşüm bilgilerinin geliştirilmesi önerilmektedir. Bu çalışmada takip edilen uygulama süreci ve elde edilen sonuçlar alan ve alan öğretimi ile ilgili yapılacak ileriki çalışmalar için araştırmacılara ve öğretmen yetiştirme programındaki öğretmen eğitimcilerinin derslerini yürütmelerinde yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Dörtlü bilgi modeli, dönüşüm bilgisi, alan bilgisi, alan öğretimi bilgisi, ortaokul matematik öğretmeni adayı, kesirlerle bölme

ABSTRACT

Transformation Knowledge of Middle School Pre-Service Mathematics Teachers Who Participated in The Professional Development Process on Division of Fractions

MUTLU, Ebru

Doctoral Thesis, Department of Elementary Education
Thesis Supervisor: Prof. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU
December 2021, 247 pages

The teachers' content and pedagogical knowledge have an important role in students' learning of concepts and procedures. In particular, this knowledge is effective in removing students' possible difficulties. Teachers thus should have strong content and pedagogical content knowledge and skills in the teacher education process. The frameworks for content and pedagogical content knowledge have a guiding role in the planning and conducting of teacher education programs in a way to support pre-service teachers. In this dissertation, pre-service mathematics teachers' content and pedagogical content knowledge about the division of fractions were examined based on the Transformation dimension of the Knowledge Quartet framework.

The study aims to determine the changes in content and pedagogical content knowledge of pre-service teachers who participated in the professional development process for teaching the division of fractions based on the Transformation dimension.

In the direction of the purpose, in this study, the "embedded unit of analysis", which is one of the case study types in the qualitative research methods was used as a research design. The case of the study is the change in the pre-service teachers' content knowledge and pedagogical content knowledge on the division of fractions based on the sub-components of the transformation dimension. The unit of the analysis is the pre-service teachers' verbal and written explanations. The participants of the study were four senior pre-service mathematics teachers who were studying in the 2019-2020 academic year and were selected based on the criterion sampling method. The pre-service teachers first prepared a lesson plan for the teaching division of fractions without any intervention. They then participated in the

Professional Development Process which consisted of 11 sessions designed to improve their content and pedagogical content knowledge about the division of fractions. These sessions included the topics of division, fractions, and division of fractions. They prepared the second lesson plans after the sessions on the division and fraction were completed and, the third lesson plans at the end of the Professional Development Process. Individual interviews were conducted with pre-service teachers about each lesson plan. After these interviews, their four-hour teaching processes on the division of fractions were observed and, later, individual interviews were conducted to better understand their teaching processes. The data of the study consisted of written documents of the pre-service teachers, semi-structured interviews, and classroom observations. The pre-service teachers' lesson plans and transcriptions of video recordings of all interviews and teaching processes were analyzed by content analysis using thematic coding related to the sub-components of transformation dimension (selection of examples, teacher's representations, selection of representations, and use of teaching materials) and changes in pre-service teachers' knowledge were determined.

The analysis showed that the Professional Development Process supported the pre-service teachers' lesson plans and teaching processes. It was seen that pre-service teachers' approaches regarding the selection of examples and the selection of representations were changed mostly compared to the other sub-components. The reason for this result might be mostly based on the discussion made about the different representations that can be used in the solutions, and different types of examples requiring division with fractions in the Professional Development Process. The pre-service teachers also showed changes by expanding their explanations of concepts and processes related to the sub-component of "teacher's demonstration" and using appropriate teaching materials related to the sub-component "use of teaching material sub-component". Based on these results, it can be suggested that teachers should engage in similar professional development processes in order to improve their transformation knowledge to support conceptual learning of the division of fractions. Also, the process followed in the dissertation and the results obtained from this study might be used as a guide for the researchers to conduct further studies on the content and pedagogical content knowledge and for the teacher educators to shape their courses in the teacher education programs.

Key words: Knowledge quartet, transformation, content knowledge, pedagogical content knowledge, middle school pre-service teachers, division of fraction

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

BİRİNCİ BÖLÜM: GİRİŞ

Öğretmenlerin matematiğin öğrenilmesine yönelik yaklaşımları öğrencilerin matematiği nasıl öğrendikleri ile ilişkilidir. Öğrencilerin öğretmeni taklit ederek veya sadece örnek çözerek yapılan matematik yerine, problem çözerken yöntem geliştiren ve uygulanabilen bu yöntemlerin sonuca ulaştığının görülebildiği, yanıtların anlamlı olup olmadığını kontrol edilebildiği matematik yapılmalıdır (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2021). Öğretim programının bu yeterlikleri sağlayacak şekilde oluşturulması gerekmektedir. Son yıllarda matematik öğretim programında öğrencilerin matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri oluşturabildiği, düşündüğü, yorumladığı, uyguladığı ve anlamlandırdığı bir yapı ile matematikteki başarıyı artırmanın önemi üzerinde çalışmalar yer almaktadır (Alenazi, 2016; Ball, 1990; Hıdıroğlu, 2019; Li ve Kulm, 2008; Ma,1999; Rowland, Huckstep ve Thwaites, 2005; Seçir, 2017; Tanışlı, Ayber ve Karakuzu, 2018; Thwaites, Huckstep ve Rowland, 2005; Tirosh, 2000; Wahyu, Kuzu, Subarinah, Ratnasari ve Mahfudy, 2020). Amerika'daki matematik eğitimi ile ilgili standartlarda öğrencilerin anlaması ve bilmesi gereken konular yapılan detaylı çalışmalar sonucunda belirlenmiştir (Common Core Standarts, 2018). Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics-NCTM) (2000) matematiği öğrenmeyi güçlendirmek için matematiksel düşünme ve anlam oluşturma ve akıl yürütme süreçlerine öğrencilerin dahil edilmesi gerekliliğine vurgu yapmıştır. Matematik dersinin, öğrencilere gerçek yaşam bağlamından kopuk, neden sonuç ilişkisinin kurulmadan algoritmaların ezberletilerek anlatılması, dersin öğrenciler tarafından anlamlandırılamamasına neden olmaktadır. Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] tarafından hazırlanan yeni ilkokul matematik öğretim programında, öğrencilerin matematiğin anlamını ve dilini kullanarak konular arasında ilişkiler oluşturabilmeleri, kavramları farklı temsil biçimleriyle ifade edebilmeleri, matematiksel düşüncelerini mantıklı şekilde açıklayabilmeleri amaçlanarak, öğrencilerin matematiksel bilgiyi oluşturma ve kullanma becerisine sahip olmaları hedeflenmektedir (MEB, 2018). Öğrencilerin kavramsal ve işlemsel anlamalarının desteklenmesi ile bu becerilere sahip olmaları beklenir. Common Core State Standards [CCSS] (2018) kavramsal ve işlemsel anlamanın aynı öneme sahip olduğunu vurgular ve bu iki becerinin matematiksel etkinlikler kullanarak değerlendirilmesi gerektiğini belirtir. Kavramsal ve işlemsel anlamayı birbirinden keskin çizgilerle ayırmak oldukça zordur. İşlemsel bir yaklaşım ile öğrenmede öğrenciler tanımların nereden geldiğini sorgulamadan, kuralları veya ilişkileri verilen şekliyle akıllarında tutmaya çalışır. Örneğin kesirlerle bölme işlemi yaparken birinci kesri aynen yazıp ikinci kesri ters çevirip çarpar ve bu algoritmanın nereden çıkarıldığı onun için önemsizdir. Bu düşünceye sahip olan öğrenci, kuralları genellikle ezberleyerek öğrenmeyi benimsemiştir. Kavramsal öğrenme alışkanlığı olan öğrenci ise problem çözerken ve matematiksel bilgi oluştururken yaratıcılığını kullanabilir. Bu şeklide algoritmaları yeniden oluşturmak yerine matematiği anlamayı önemser ve kendi çözümünü oluşturmayı düşünerek ve kavramlar arasında anlamlı ilişkiler kurarak yeni bilgileri açıklamaya çalışır (Baki, 2006; Toluk ve Olkun, 2003). Bu yaklaşımlar her ne kadar birbirinden ayrı gibi görülse de aslında birbirini tamamlayan iki bileşen olarak düşünülmelidir. Bu şekilde oluşan matematik bilgisinin kavramlar ve kavramların birbirleri ile olan ilişkilerinin anlaşılması ve yeni ilişkilerin oluşturulmasında etkili olacağı bilinmektedir (Birgin ve Gürbüz, 2009).

Öğretmenin hazırladığı ders planı ve ders planına paralel olarak yürüttüğü öğretim süreci ile öğrenmeyi nasıl gerçekleştirdiği arasında sıkı bir ilişki vardır. Ayrıca öğretmenler, öğrencilerin kavramsal anlamalarını geliştiren matematik anlayışını oluşturarak, onların matematiğin gerçek dünyayla ilişkisini kurmalarını sağlamalarında önemli bir rol oynamaktadırlar.

1.1 Problem Durumu

Matematik öğretiminde kavramsal ve işlemsel bilgiler birbirini tamamlayan bileşenlerdir. Bu nedenle matematiksel kavramların yapılandırılmasında öğrencilerin kavramları ve kavramlar arasındaki ilişkileri kurmasında kavramsal ve işlemsel bilgi önemli bir yere sahiptir. İşlemsel bilgi matematiksel bir görevi yürütebilmek için gerekli semboller, işlemler, algoritmalar ve işlem basamakları yürütme becerilerini kapsarken kavramsal bilgi ise matematiksel kurallar ve bu kuralların altında yatan anlamları bilmeyi içermektedir (Hiebert ve Lefevre, 1986). Öğrencilerin kavramsal bilgiye sahip olmalarını sağlamak için öğretmenlerin derslerini çok iyi planlamaları ve uygulamaları gerekmektedir. Öğrencilerin kavramsal bilgileri yapılandırarak anlamalarını sağlamak için uygun etkinlikler ve öğrenme ortamları oluşturulmalıdır. Bu öğrenme ortamlarının oluşturulması ve ilgili etkinliklerin hazırlanmasında öğretmenlerin alan ve alan öğretimi bilgileri belirleyici role sahiptir. Öğretmenlerin etkili bir öğretim gerçekleştirebilmeleri için kavramları hem ayrıntılı bilmeleri hem de bunları öğretimlerinde etkili şekilde kullanmaları gerekmektedir. Bu nedenle öğretmenlerin alan ve alan öğretimi bilgileri birlikte değerlendirilmelidir.

Öğretmen eğitimi programlarında öğretmen adaylarının alan öğretimi ile ilgili derslerinde, matematiksel kavramlar ve işlemler ve bunların açıklamaları, gerçek sınıf ortamlarındaki öğretim süreçleri dikkate alınarak işlenmelidir. Ayrıca öğretim sürecini direkt olarak etkileyen ders planı hazırlanırken dikkate alınması gereken durumlar detaylı olarak incelenmelidir. Öğretimin etkili bir şekilde gerçekleşmesinde önemli rol oynayan örnekler, temsiller, gösterimler ve materyaller üzerine tartışmalar yapılmalıdır. Bu çalışmada, öğretmen adaylarının kesirlerle bölme konusunun öğretimi için gerekli kavramları ve işlemleri açıklarken ders planları ve gerçek sınıf ortamlarındaki öğretimleri dikkate alınarak alan ve alan öğretimi bilgilerini nasıl kullandıkları incelenmiştir.

Kesirler, kesirlerle yapılan işlemler ve bu işlemlerin anlamları gerçek hayat durumlarının anlaşılması ve daha ileri matematik konularının öğrenilmesi için oldukça önemlidir. Kesirlerle yapılan işlemlerden özellikle bölme işlemi ile ilgili kavramsal anlamanın eksik olduğu ve ezbere yaklaşımların ön planda olduğu görülmektedir (Ma,1999). Yapılan çalışmalar, öğretmen ve öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye ilişkin yapmış oldukları işlemlerde kavram yanılgıları ve sınırlılıkları olduklarını göstermektedir (Ball, 1990; Işıksal, 2006; Kılcan, 2006; Li ve Kulm, 2008; Ma, 1999; Seçir, 2017; Tanışlı ve diğ., 2018; Tirosh, 2000). Işıksal (2006) öğretmen adaylarının, kesirlerle çarpma ve bölmeye ilişkin problemlerin çözümünde gerekli işlemleri yapmalarına rağmen bu işlemlerin anlamlarını açıklamada yetersiz olduklarını belirtmiştir. Zembat (2007) öğretmen adaylarının; Baki ve Bütün (2009) ise öğretmenlerin iki kesri birbirine bölme işlemini yaparken neden birinci kesrin aynen yazılıp ikinci kesrin tersi ile çarpıldığını açıklayamadığını ifade etmişlerdir. Ball (1990) bölme kavramı, kesirlerle bölme, sıfıra bölme, cebirsel denklemde bölme anlamlarını içeren sorular yönelterek öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerini birlikte incelemiş, öğretmen adaylarının bilgilerinin çoğunlukla işlemsel düzeyde olduğunu, işlemleri açıklamaya yönelik temsilleri çizerken zorlandıklarını, işlemlerin gerekçelerini açıklayamadıklarını belirtmiştir. Simon (1993) öğretmen adaylarının bölme kavramına ilişkin kavramsal bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığını ifade etmiştir. Bu çalışmalardan öğretmen ve öğretmen adaylarının kesirlerle bölme konusunda alan ve alan öğretimi bilgilerinde eksikliklerinin olduğu anlaşılmaktadır.

Öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerinin geliştirilmesi, öğretmen yetiştirme programlarının ve öğretmen adaylarının niteliklerinin gelişimi açısından önemlidir (Sowder, 2007). Öğretmenler, sahip oldukları alan bilgilerini öğretimsel olarak kullanılabilir duruma dönüştürmeli, seçtikleri örnekler ve gösterimlerle, kullandıkları temsiller ve materyallerle bilginin öğrencilere ulaşmasında yol gösterici olmalıdır. Bu nedenle öğretmenlerin derin alan ve alan öğretimi bilgilerinin olması önemli olup bu bilgilerin belirlenmesi ve eksikliklerin tespit edilerek geliştirilmesi gerekmektedir. Alanyazında öğretmen ve öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerini birlikte değerlendiren pek çok çalışma bulunmaktadır (Ball, 1990; Lee, 2010; Lin, 2017; Li ve Kulm, 2008; Rowland ve diğ., 2005; Tirosh, 2000; Tirosh, Tsamir ve Hershkovitz, 2008).

Bu çalışmalardan birisi Rowland ve diğerlerinin (2005), matematik öğretmeni ve adaylarının gerçek sınıf uygulamalarını analiz ederek alan ve alan öğretimi bilgilerini değerlendirmek amacıyla geliştirilmiş olan Dörtlü Bilgi Modeli'dir (DBM). DBM ile öğretmen ve öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgileri temel bilgi, dönüşüm bilgisi, ilişki kurma bilgisi ve beklenmeyen olaylar bilgisi olmak üzere dört bileşende incelenir (Rowland ve diğ., 2005; Rowland, Turner, Thwaites ve Huckstep, 2009). DBM öğretmenin alan bilgisi ve alan öğretimi bilgisinin gözlemlenebileceği yolları ayrıntılı olarak tanımlayıp, öğretmenin öğretimini nasıl gerçekleştirdiğini değerlendirmede ve geliştirmede etkili ve analitik bir modeldir. Ayrıca öğretimle ilişkili matematik içerik bilgisine yönelik fikirler sunmaktadır (Rowland; 2013; Rowland ve diğ., 2005).

Alanyazındaki çalışmaların sonuçları incelendiğinde kesirlerle bölme konusunda hem öğretmenlerin hem de öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerinde eksiklikler ya da yetersizlikler olduğu görülmektedir. Bu nedenle öğretmen ve öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerinin gelişimlerinin sağlanması gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerini nasıl kullandıklarını belirlemek için seçtikleri örnekleri, gösterimleri, temsil şekillerini ve öğretim materyallerini uygun şekilde kullanabilme durumlarının incelenmesiyle dönüşüm bilgilerini ortaya çıkaran çalışmaların alana katkı sağlayacağı düşünülmüştür. Dönüşüm bilgisi bir konunun öğrenilmesinin merkezinde yer alması nedeniyle hem dersin planlaması hem de öğretim sürecini kapsamaktadır. Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerini geliştirmek amacıyla bir Mesleki Gelişim Süreci (MGS) gerçekleştirilmiş ve bu süreçte öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgileri incelenmiştir.

1.1.1 Problem Cümlesi

Bu çalışmada kesirlerle bölmeye yönelik Mesleki Gelişim Süreci'ne (MGS) katılan ortaokul matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretimi bilgileri Dörtlü Bilgi Modeli'nin (DBM) Dönüşüm Bilgisi (DB) bileşeni çerçevesinde incelenmiştir. Bu doğrultuda araştırmanın problem cümlesi "Kesirlerle bölmeye yönelik MGS'ye katılan ortaokul matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretim bilgileri Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi bileşeninde nasıldır?" olarak belirlenmiştir.

1.1.2 Alt Problemler

Araştırmanın problem cümlesi doğrultusunda aşağıdaki alt problemlere yanıt aranmıştır.

1) Kesirlerle bölmeye yönelik Mesleki Gelişim Süreci'ne katılan ortaokul matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretimi bilgileri Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi bileşenindeki örneklerin seçimi alt bileşenine göre nasıldır?

2) Kesirlerle bölmeye yönelik Mesleki Gelişim Süreci'ne katılan ortaokul matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretimi bilgileri Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi bileşenindeki öğretmenin gösterimleri alt bileşenine göre nasıldır?

3) Kesirlerle bölmeye yönelik Mesleki Gelişim Süreci'ne katılan ortaokul matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretimi bilgileri Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi bileşenindeki temsillerin seçimi alt bileşenine göre nasıldır?

4) Kesirlerle bölmeye yönelik Mesleki Gelişim Süreci'ne katılan ortaokul matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretimi bilgileri Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi bileşenindeki öğretim materyallerinin kullanımı alt bileşenine göre nasıldır?

1.2 Amaç ve Önem

1.2.1 Çalışmanın Amacı

Öğrencilerin doğal sayıları içeren işlemleri yaparken sahip oldukları fikirleri kesirlerle yapılan işlemlere genellemeleri veya işlemlerin anlamlarına odaklanmadan ezberletilen algoritmaları kullanarak işlemler yapmaları kavramsal anlamalarını engellemektedir. Örneğin, doğal sayılardaki bölme işleminde "bölme küçültür" genellemesi kesirlerle bölme işlemine de taşınmaktadır. Öğretmen adaylarının bu yanlış genellemeleri ortadan kaldırmak ve algoritmaları gerekçeleriyle göstermek için uygun örnekleri seçmeleri, temsilleri kullanmaları, kavram ve işlemlerin öğrenilmesinde uygun stratejileri belirlemeleri gereklidir.

Bu doğrultuda öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerinin gelişimi için, öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatan bölme ve kesir oturumları ve kesirlerle bölme oturumlarından oluşan Mesleki Gelişim Süreci (MGS) ile ders planlarının geliştirilmesi ve buna paralel olarak öğretim süreçlerini gerçekleştirmeleri amaçlanmıştır. MGS'de uygun örnek seçimleri, temsillerin kullanımı, algoritmaların gerekçeleri, olası öğrenci hatalarının belirlenmesi gibi konular ele alınarak öğretmen adaylarının ders planlarını hazırlarken öğrencilerin hem işlemsel hem de kavramsal anlamalarını sağlamaları hedeflenmiştir. Bu çalışma ile kesirlerle bölme konusuna ilişkin ders planı hazırlama ve öğretim süreçlerinde nelere dikkat edilmesi konusunda çalışacak araştırmacılara, öğretmen adaylarına ve öğretmenlere yol gösterici olması amaçlanmıştır.

1.2.2 Çalışmanın Önemi

Matematik öğretmenlerinin öğretme yaklaşımlarının güçlü olması öğrenci öğrenmelerini etkileyen en önemli faktörlerden birisidir. Matematik öğretmenlerinin derin matematik bilgilerinin olması ve bu bilgiyi öğretme süreçlerinde etkili bir şekilde kullanabilmeleri için uzun süreli çalışmalara dahil edilmeleri gerekmektedir. Ülkemizde hizmet içi mesleki gelişim süreçlerinin içerikleri ve öğretmenlerin bu süreçlere katılım motivasyonlarının düşük olması (Yirci, 2017) göz önüne alındığında öğretmen yetiştirme programlarının önemi ortaya çıkmaktadır. Öğretmen eğitimcilerinin, matematik öğretmeni adaylarının hem alan hem de alan öğretimi bilgilerini geliştirecek yaklaşımlara sahip olarak tüm süreci yürütmeleri bilgi ve beceri yönünden güçlü öğretmenlerin olmasında oldukça etkilidir. Bu çalışmanın, katılımcı öğretmen adaylarının gelişiminin desteklenmesinin yanı sıra öğretmen yetiştirme programlarının içeriğine yönelik fikirler sunacağı düşünülmektedir. Çalışma, tasarım aşamasının ve sonuçlarının farklı matematiksel kavramlar üzerinde öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerini geliştirmek için nasıl bir süreç izleneceği ve bu sürecin nasıl yürütüleceği konusunda yol gösterici nitelikte olması nedeniyle önemli görülmektedir.

Alan ve alan öğretimi bilgisine yönelik modeller araştırmacılara bu bilgileri ayrıntılı olarak ele alma imkânı sunmaktadır. Bu modellerden Ball, Thames ve Phelps'in (2008) matematiği öğretme bilgisi modeli ile matematiksel içeriği göz önüne alarak öğretmenlerin alan öğretimi bilgisini ayrıntılı bir şekilde ele alan Rowland ve diğerleri (2005) tarafından geliştirilen DBM, matematik öğretmeni adaylarının bilgilerini değerlendirmede ve geliştirmede güçlü modeller olarak ele alınabilir. Bu çalışmada öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerine DBM perspektifiyle odaklanılmıştır. Matematik öğretmeni adaylarının ardışık öğretim süreçleri incelenerek ortaya çıkarılmış olan DBM sadece öğretmenin ne bildiğine değil öğretimini de nasıl gerçekleştirdiğine yönelik de değerlendirme ve bunları geliştirme imkânı sunmaktadır (Rowland ve diğ., 2005). DBM'nin öğretimle ilişkili bir şekilde matematik içerik bilgisine yönelik önemli fikirler sunması ve öğretim süreci sırasında hem alan bilgisi hem de alan öğretimi bilgisinin gözlemlenebileceği yollarının ayrıntılı olarak tanımlaması (Rowland, 2013) çalışmanın amacı doğrultusunda kullanışlı olarak değerlendirilmiştir. Ball ve diğerleri (2008) araştırmaya dayalı olarak ortaya koydukları modelde her ne kadar matematik bilgisini göz önüne alsalar da *"kategorilerimizin birbirinden ne şekilde ayrıldığını ayırt etmek her zaman kolay değildir ve bu durum tanımlarımızın kesinliğini (veya eksikliğini) etkiler (s.403)"* şeklindeki açıklamalarıyla oluşturdukları kategoriler arası ayrımın net olmadığı da ifade etmişlerdir. DBM'nin kategorileri birbirinden daha net bir şekilde ayrıldığı için matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerini inceleme ve değerlendirmede daha analitik bir araç olarak da ele alınmıştır. Bu sayede ortaya çıkarılan sonuçların kesirlerle bölmeye ilişkin matematiği öğretme bilgisine yönelik net durumlar sunacağı düşünülmektedir.

Çalışmada öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgileri DBM'nin bileşenlerinden Dönüşüm Bilgisi (DB) açısından ele alınmıştır. DB planlanma ve öğretimi gerçekleştirme aşamalarıyla doğrudan ilişkili olması ve öğretmenin kendi matematiksel bilgisini öğrencilerinin öğrenebileceği forma dönüştürmesini kapsaması (Rowland ve diğ., 2005, 2009) yönleriyle çalışmada odak noktası olarak belirlenmiştir. Dönüşüm Bilgisi, DBM'nin diğer bir bileşeni olan Temel Bilgi bileşeni üzerine tanımlanan bir kategori olduğu için bu bakış açısıyla çalışmayı yürütmek katılımcı matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle bölmeye ilişkin bilgilerini ortaya çıkarmayı sağlayacaktır. Bununla birlikte araştırmada temel alınan DB bileşeninin öğretmen adaylarının öğretim süreçlerinde kullanacakları örnekleri, gösterimleri, temsil seçimlerini ve öğretim materyallerini öğrenci öğrenmelerini destekleyecek şekilde seçme ve kullanma yaklaşımlarını da geliştirme imkânını sağlayacağı düşünülmüştür.

Ortaokul öğretim programında yer alan kesirler ve kesirlerle yapılan işlemlerde özellikle kesirlerle bölme işlemindeki öğretmen ve öğretmen adaylarının sınırlı anlayışları ve bu doğrultuda hatalı yaklaşımları göz önüne alındığında öğretmen adaylarının etkili bir öğretim gerçekleştirmelerini sağlamaları için alan ve alan öğretimi bilgilerinin gelişimlerinin desteklenmesi gerekmektedir. Bu nedenle öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerini geliştirmek için bir MGS düzenlenmiştir. MGS'nin hizmet ettiği amaçlar dikkate alındığında kesirlerle bölme konusunun uygun bir şekilde planlanıp uygulanabilmesi olanağını sağlaması açısından oldukça önemlidir. Bu amaçlar doğrultusunda gerçekleştirilen çalışmanın ilgili alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.3 Sınırlılıklar

Bu çalışma aşağıdaki verilen sınırlılıklar çerçevesinde yapılmıştır.

1. Araştırma 2019-2020 eğitim öğretim yılında elde edilen veriler ile sınırlıdır.

2. Araştırmanın çalışma grubu, dört ortaokul matematik öğretmeni adayının bilgi ve yaklaşımları ile sınırlıdır.

3. Araştırmadan elde edilen bilgiler, veri toplama araçlarından elde edilen bilgilerle sınırlıdır.

4. Gözlemden elde edilen bilgiler, ortaokul matematik öğretmeni adaylarının gözlemlenen dörder ders saatinden elde edilen bilgilerle sınırlıdır.

5. Araştırma DBM’nin DB bileşeni ile sınırlıdır.

6. Araştırma araştırmacının deneyim ve gözlemleriyle sınırlıdır.

1.4 Sayıltılar

Bu çalışma aşağıdaki verilen sayıltılar çerçevesinde yapılmıştır.

1. Araştırmada öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgileri DB çerçevesinde yansıtılmıştır.

2. Çalışma boyunca araştırmacı önyargılarından uzak hareket etmiş ve veri analizini uzman görüşü alarak gerçekleştirmiştir.

3. Öğretmen adayları çalışmaya tüm samimiyetleri ile katılmışlar ve veri toplama sürecinde herhangi bir sorun ile karşılaşılmamıştır.

4. Öğretim sürecinde öğretmen adayları ve öğrenciler arasında herhangi bir sorun olmamıştır.

5. MGS’nin oturumları sırasında alınan ses ve video kayıtta herhangi bir sorun yaşanmamıştır.

6. Öğretmen adayları ile gerçekleşen ders planı değerlendirme görüşmeleri, öğretim süreci ve öğretim sürecini değerlendirme görüşmelerinde kullanılan ses ve video kayıt almada bir sorun yaşanmamıştır.

1.5 Tanımlar

Dörtlü Bilgi Modeli: Matematik içerik bilgisini özellikle alan bilgisi ve alan öğretimi bilgisinin birlikte öğretim üzerindeki etkilerine odaklanılarak matematik eğitimini gözlemlemek, değerlendirmek ve geliştirmek için kullanılan bir modeldir (Rowland ve diğ., 2009).

Dönüşüm Bilgisi: Öğretmenin bilgisini, kavramları oluşturan örnek ve işlemleri seçerek ve farklı gösterimleri kullanarak öğrencilerin daha iyi anlayabilmesi amacıyla dönüştürdüğü bilgi bileşenidir (Rowland ve diğ., 2005).

Alan Bilgisi: Alana özgü kavramları, olguları bilmeyi ve aynı zamanda bu kavramların birbirleriyle olan ilişkilerini ve bu ilişkilerin hangi koşullarda geçerli olduğunu bilmektir (Shulman, 1986).

Alan Öğretimi Bilgisi: Bir konunun başkaları için anlaşılır olması amacıyla, konu içinde yer alan fikirlerin sunumunda en yararlı temsiller, en güçlü analojiler, çizimler, örnekler, açıklamalar ve gösterimlerdir (Shulman, 1986).

1.6 Kısaltmalar

AB **:** Alan Bilgisi

AÖB **:** Alan Öğretimi Bilgisi

DBM **:** Dörtlü Bilgi Modeli

TB **:** Temel Bilgi

DB **:** Dönüşüm Bilgisi

İKB **:** İlişki Kurma bilgisi

BOB **:** Beklenmeyen Olaylar Bilgisi

DP **:** Ders Planı

ÖS **:** Öğretim Süreci

MGS **:** Mesleki Gelişim Süreci

İKİNCİ BÖLÜM: KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1 Kuramsal Çerçeve

Bu bölümde öğretmen bilgisi, matematik eğitiminde öğretmen bilgisi, DBM ve DBM'nin bileşenleri, kesir ve anlamları, bölme ve anlamları açıklanmıştır.

2.1.1 Öğretmen Bilgisi

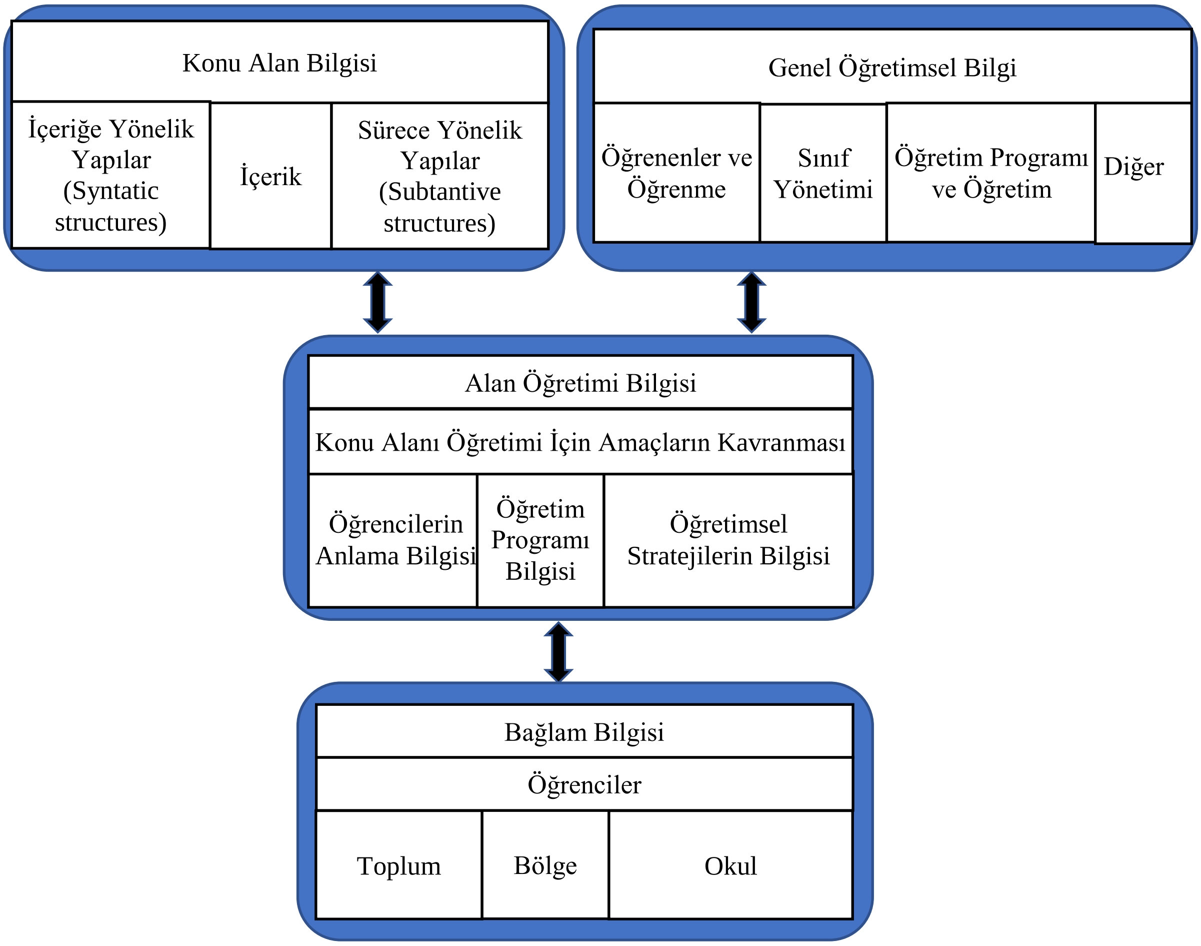
Öğretmenlerin bir konunun öğrenilmesinde sahip olması gereken bilgiler ve bu bilgileri ne şekilde kullanmaları gerektiği alanyazında sürekli olarak tartışılmış ve öğretmen bilgisini açıklayan farklı modeller ortaya atılmıştır. Bu konudaki en önemli katkı Shulman (1986, 1987) tarafından yapılmıştır. Shulman (1987) "bilgi temeli" (knowledge base) teorisiyle öğretmenin sahip olması gereken bilgi türlerini, *i) genel öğretim bilgisi, ii) öğrenenler ve özelliklerinin bilgisi, iii) eğitimsel içerikler bilgisi, iv) eğitimin amaçları ve değerleri bilgisi, v) alan bilgisi, vi) öğretim programı bilgisi, vii) alan öğretimi bilgisi* olmak üzere yedi kategori altında toplamıştır. Bu kategorilerden ilk dördü o dönemde kabul edilen öğretmen bilgisini içermektedir. Ancak Shulman yaptığı çalışmalarda etkili öğrenmenin sadece bu bilgiler üzerine inşa edilmesini eleştirmiş ve öğretmenin sahip olması gereken son üç kategorinin önemine vurgu yapmış ve çalışmalarında daha çok bu kategoriler üzerinde durmuştur. Shulman (1986) bu üç kategoriye yeterli derecede önem verilmemesini kayıp paradigma (missing paradigm) olarak isimlendirmiştir.

Shulman (1986), öğretmenlerin "ne bilmesi, nasıl öğretmesi" sorularını yanıtlarken şu üç bilgiye sahip olması gerektiğini belirtmiştir: i) Alan Bilgisi (AB), ii) Öğretim Programı Bilgisi, iii) Alan Öğretimi Bilgisi (AÖB). AB, alana özgü kavramları, olguları bilmeyi ve aynı zamanda bu kavramların birbirleriyle olan ilişkilerini ve bu ilişkilerin hangi koşullarda geçerli olduğunu bilmeyi de kapsamaktadır. Öğretim programı bilgisi, konu ya da kavram ile ilişkili kaynakların kullanımını, konuların diğer ders ve öğrenme alanları ile olan ilişkilerini bilmeyi içermektedir. AÖB ise bir konunun başkaları için anlaşılır olması amacıyla konu içinde yer alan fikirlerin sunumunda en yararlı temsilleri, en güçlü analojileri, çizimleri, örnekleri, açıklamaları ve gösterimleri içermektedir. Aynı zamanda AÖB, farklı yaş ve hazırbulunuşluklara sahip öğrencilerin beraberlerinde getirdikleri kavramlar ve ön bilgileri dikkate alarak, bir konunun öğrenilmesini kolaylaştıran ya da zorlaştıran unsurları bilmeyi de kapsamaktadır.

Shulman'ın AÖB'ye ilişkin açıklamasında belirttiği üzere, öğretmenin konunun nasıl öğretileceğine ilişkin öğretim stratejileri hakkında bilgi sahibi olması ve öğrenci anlamalarını bilmesi gerektirmektedir. AÖB öğretmenler için özel bir bilgi türü olup, öğretmenleri konu alan uzmanından ayırmaktadır (Shulman, 1987).

Shulman'nın (1986, 1987) öğretmen bilgisini açıklarken ortaya attığı AÖB kavramı öğretmen bilgisi üzerine yapılan araştırmaların ilham kaynağı olmuş ve öğretmenlerin sahip olması gereken bilgileri ve bu bilgilerin birbirleri ile olan ilişkilerini açıklayan farklı modeller ortaya çıkmasında büyük rol oynamıştır (An, Kulm ve Wu, 2004; Baki, 2010; Ball, ve diğ., 2008; Chick, Baker, Pham, ve Cheng, 2006; Cochran, DeRuiter ve King, 1993; Fennema ve Franke, 1992; Gess-Newsome, 1999; Grossman, 1990; Rowland, Huckstep ve Thwaites, 2003). Bu modelleri genel ve alana özgü modeller olmak üzere iki başlık altında incelenebilir.

Grossman (1990) Shulman'ın yedi kategoride önerdiği öğretmen bilgisini Şekil 2.1'deki gibi; konu alan bilgisi, genel öğretimsel bilgi, alan öğretimi bilgisi ve bağlam bilgisi olmak üzere dört türde ele almıştır. Bu bilgi türleri arasındaki ilişikiler Şekil 2.1'de çift yönlü oklarla gösterilmektedir.

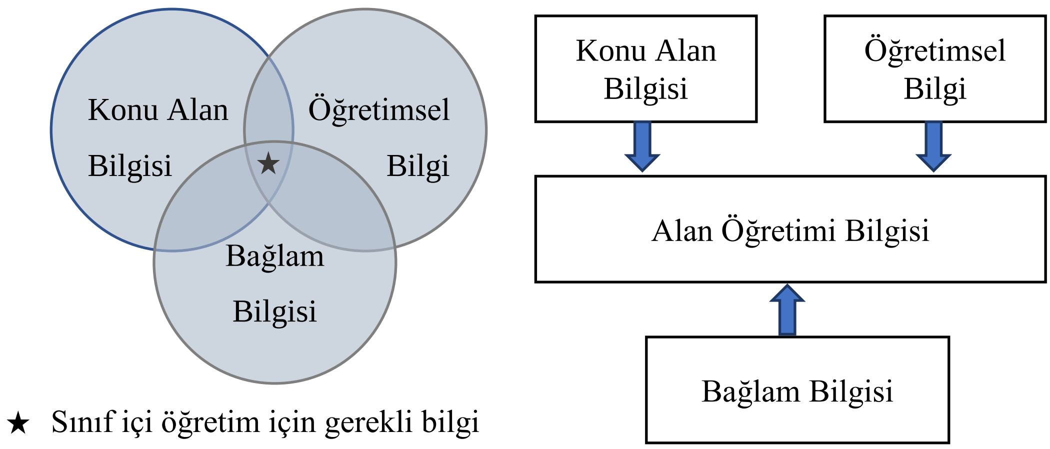


Şekil 2.1. Öğretmen bilgisi modeli (Grossman,1990, s.5)

Modelde konu alan bilgisi kapsamında içeriğe yönelik yapılar, içerik ve sürece yönelik yapılar yer almaktadır. İçeriğe yönelik yapılar, disiplin içinde yer alan hipotezlerin, kanıtların anlaşılmasını; içerik bilgisi, alana özgü bilgiler, kavramlar ve aralarındaki ilişkileri; sürece yönelik yapılar ise hem alanın nasıl oluştuğunu hem de daha ileri düzeydeki çalışmalara yön verecek alan içinde yer alan farklı paradigmaları içermektedir. Bu bilgi yetersizliğine sahip olan öğretmenler hem alanın içeriğini hem de yapısını yanlış temsil edebilirler. Modeldeki genel öğretimsel bilgi, öğretim ile ilgili olan genel bilgi, inanç ve becerileri, öğrenme ve öğrenenlerle ilgili bilgi ve inanışları, sınıf yönetimi ile ilgili bilgi ve becerileri; öğretim programı ve eğitimin amaçları ve hedefleri ile ilgili inanç ve bilgileri kapsamaktadır. Bağlam bilgisi, öğretmenin çalıştığı bölgenin imkânları, fırsatları ve sınırlılıkları hakkındaki bilgileri, okulun sahip olduğu okul kültürü, kuralları ve eğitimi etkileyecek diğer faktörler hakkındaki bilgileri, öğrenciler ve toplum hakkındaki bilgileri, öğrencilerin akademik seviyeleri, güçlü zayıf yanları ve ilgi alanları, aileleri hakkındaki bilgileri içermektedir. AÖB ise dört bileşenden oluşmakta ve bu bileşenlerden konu alanı öğretimi için amaçların kavranması, bir konuyu öğretmenin amaçları hakkındaki bilgi ve inanışları içermektedir. AÖB'nin ikinci bileşeni, öğrencilerin konulara ilişkin anlamaları ve kavram yanılgılarını içermektedir. Üçüncü bileşen olan öğretim programı bilgisi ise konunun öğrenilmesine yönelik hangi kaynakların ve öğretim materyallerinin uygun olacağını bilemeyi kapsamaktadır. AÖB'nin son bileşeni olan öğretimsel stratejileri bilgisi ise öğrenci öğrenmelerini artırmak için uygun örnekleri, temsilleri, gösterimleri ve öğretim stratejileri bilgilerini içermektedir. AÖB deneyimli bir öğretmeni bir uzmandan ayıran unsurdur.

Shulman'nın öğretmen bilgisi içinde AÖB'yi tanımlaması ile çalışmalar bu konu üzerinde yoğunlaşmaya başlamış ve AÖB için yeni modeller önerilmeye başlanmıştır. Cochran ve diğerleri (1993) öğretme ve öğrenme süreçlerini yapılandırmacı yaklaşım ile ele almışlar ve Shulman'ın önerdiği AÖB kavramını genişleterek yeni bir model geliştirmişlerdir. Bilmenin ve öğrenmenin aktif bir süreç olduğuna ve öğretme bilgisinin tüm konularının eş zamanlı olarak geliştirilmesine vurgu yaparak AÖB'yi Öğretimsel Alanı Bilme (Pedagogical Content Knowing) olarak yeniden isimlendirmişlerdir. Bu yeni tanımda, öğrencilerin öğrenmeleri hakkındaki öğretmen bilgilerinin ve öğrenmenin ve öğretimin gerçekleştiği çevresel bağlamların önemine vurgu yapılmıştır. Modelde öğretmen adaylarının bilgilerinin yeni öğrenme/ öğretme deneyimleri ile gelişerek Öğretimsel Alanı Bilme'nin de sürekli olarak geliştiğini vurgulamışlar. Bu modelde Shulman ve Grossman'ın önerdiği modellerden farklı olarak öğrenmenin öğrenci merkezli gerçekleştiği kabul edilerek, öğrencilerin düzeyleri, yaşları, yetenekleri, ön bilgilerini dikkate alarak, alan öğretimi bilgisinde öğrencileri anlama bilgisine daha çok önem verilmiştir.

Gess-Newsome (1999) öğretmenin sahip olması gereken bilgileri Şekil 2.2'de verilen bütünleştirici ve dönüştürücü olarak isimlendirdikleri iki farklı modelle açıklamışlardır.



(A) **(B)**

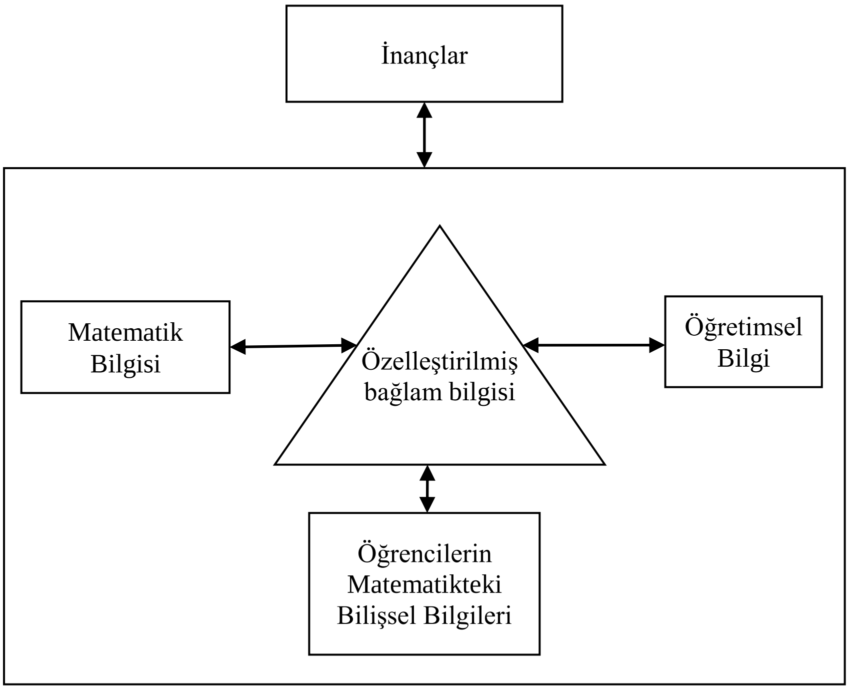
Şekil 2.2. (A) Bütünleştirici model, (B) Dönüştürücü model (Gess-Newsome, 1999, s.12)

Bütünleştirici modelde, AÖB ayrı bir bilgi türü olarak ele alınmamış, bunun yerine, özellikle deneyimli öğretmenlerin, konu alan bilgisi, öğretimsel bilgi ve bağlam bilgisini birleştirmesi ile sınıf içi öğretim için gerekli olan bilgi olarak ortaya çıktığı belirtilmiştir. Dönüştürücü modelde ise, AÖB sınıf ortamında öğrencinin bir konuyu anlamasını sağlayan bilgi olarak kabul edilir, konu alan bilgisi, öğretimsel bilgi ve bağlam bilgisi gizli kaynaklardır ve ancak AÖB'ye dönüştükçe faydalı hale gelmektedir. Bütünleştirici modelde konu alan bilgisinin, öğretimsel bilginin ve bağlam bilgisinin iyi yapılandırılarak ayrı ayrı gelişerek öğretim sürecine dahil edildiğini, dönüştürücü modelde ise bu bilgi türlerinin ister ayrı ister birlikte geliştirilerek AÖB'ye dahil edildiğinde öğretimde kullanılabileceği belirtilmiştir. Öğretim uzmanlığı açısından bu modelleri karşılaştırırken bütünleştirici modelde öğretmenler öğrettikleri konulara ait bilgi temellerini aktif bir şekilde bütünleştirirken, dönüştürücü modelde öğrettikleri tüm konular için alan öğretimi bilgisine sahiptirler.

2.1.2 Matematik eğitiminde öğretmen bilgisi

Shulman'ın (1986, 1987) öğretmen bilgisi konusunda yaptığı çalışmalar öğretmen bilgisini farklı açılardan inceleyen çalışmalara ışık tutmuş, özellikle de AÖB bu çalışmaların odak noktası olmuş ve alana özgü modeller geliştirilmiştir. Bir önceki bölümde, öğretmen bilgisini açıklamak için geliştirilmiş genel modeller hakkında bilgi verilmiştir. Bu bölümde ise özel olarak matematik eğitiminde öğretmen bilgisini açıklayan modeller (An ve diğ., 2004; Baki, 2010; Ball ve diğ., 2008; Chick ve diğ., 2006; Fennema ve Franke, 1992; Rowland, 2005; Rowland ve diğ., 2003) hakkında bilgiler verilecektir.

Fennema ve Franke (1992) öğretmenlerin sınıf ortamında oluşan öğretme bilgisini merkeze alarak Şekil 2.3'te verilen modeli geliştirmiştir. Bu modele göre, öğretmenin sahip olduğu özelleştirilmiş bağlam bilgisi, öğretimsel bilgi, öğrencinin matematikteki bilişsel bilgisi ve matematik bilgisi ile etkileşim halindedir. Bu etkileşim sonucunda ortaya çıkan özelleştirilmiş içerik bilgisi inançlar ile yeniden gözden geçirilerek öğretmenin sınıf ortamındaki öğretim uygulamalarını ve davranışlarını belirlemektedir.



Şekil 2.3. Öğretmen bilgisi: bağlamın gelişimi (Fennema ve Franke,1992, s.162)

Şekil 2.3’teki matematik bilgisi matematiğe ilişkin kavramsal ve işlemsel bilgileri, kavram ve işlemler arasındaki ilişkileri bilmeyi kapsamaktadır. Bu yönüyle Shulman’ın alan bilgisi bileşeni ile benzerlik göstermektedir. Öğretimsel bilgi Shulman’ın da belirttiği öğretime yönelik planlama, stratejiler, sınıf düzenini sağlama, öğrenci motivasyonunu artırma gibi genel öğretimsel bilgilerdir. Öğrencilerin matematikteki bilişsel bilgilerinde ise içeriğe nasıl sahip oldukları, düşündükleri, öğrendikleri ve süreçte yaşadıkları zorluklar ve başarıları içermektedir. Bu model ile, öğretmen bilgisinin, alan bilgisinden, öğrenenlerin bu alan bilgisini nasıl temsil ettiklerinden, alana ait öğrenenlerin düşünceleri hakkında bilinenlerden veya öğretmenin inançlarından ayrı düşünülemeyeceği ifade edilmektedir. Modelde ayrıca Şekil 2.3’te belirtilen bilgi bileşenleri arasında bir etkileşim olduğu kabul edilmektedir. Bu etkileşim sayesinde öğretmen bilgisi öğretim süreci ile zaman içinde gelişmektedir.

Ball ve diğerleri (2008) öğretmen bilgisini açıklamak için Matematiği Öğretme Bilgisi (MÖB) (Mathematical Knowledge for Teaching) olarak isimlendirdikleri bir model geliştirmişlerdir. Shulman'ın öğretmen bilgisi modelini, matematik öğretimindeki ihtiyaçları dikkate alarak rafine etmişlerdir. Şekil 2.4'te görüldüğü gibi konu alan bilgisini genel alan bilgisi ve uzmanlık alan bilgisi olarak iki alt bölüme, AÖB'yi ise alan ve öğrenci bilgisi, alan ve öğretim bilgisi ve öğretim programı bilgisi olmak üzere üç alt bölüme ayrılmışlardır.

Konu Alan Bilgisi		**Alan Öğretim Bilgisi**		
Genel Alan Bilgisi	Uzmanlık Alan Bilgisi	Alan ve Öğrenci Bilgisi	Alan ve Öğretim Bilgisi	Öğretim Programı Bilgisi

Şekil 2.4. Ball, Thames ve Phelps (2008) tarafından uyarlanmış Shulman'ın (1985) bilgi kategorileri (Ball, Thames ve Phelps, 2008, s. 393)

Konu alanı bilgisi konuları etkin bir şekilde öğretebilmek için öğretmenin sahip olması gereken bilgileri kapsamaktadır. Konu alan bilgisi içinde yer alan genel alan bilgisi, işlemleri yapabilmek için gerekli bilgiyi, öğrencilerin verdiği cevapların veya kitaplarda verilen tanımların doğru veya yanlış olduğunu farkına varmayı, konuşurken veya yazarken doğru ifadeleri ve terminolojiyi kullanabilmeyi de kapsamaktadır. Örneğin toplama, çıkarma gibi işlemleri yapabilme, üçgenin iç açıları toplamının 180° olduğunu bilme gibi. Genel alan bilgisi sadece öğretmenlere özgü değil, yeterli eğitimi almış kişilerin sahip olduğu bilgidir. Uzmanlık alan bilgisi uygulama ile ilgili olup öğretimsel bilgiyi içermemektedir. Uzmanlık alan bilgisi, en basit olarak öğretmenin bir konunun öğrenilmesinde karşılaşılan "neden" sorularını cevaplayabilme becerisi olarak tanımlanabilir. Uzmanlık alan bilgisi öğrencilere konunun aktarılmasında kullanılan alana özgü bilgileri barındıran öğretmenlerin sahip olması gereken matematiksel bilgidir. Örneğin, kesirlerle bölme işleminde ters çevir çarp algoritmasının gerekçelerini bilmek uzmanlık alan bilgisidir. Ball ve diğerleri (2008) daha detaylı olarak, bir öğretmenin aşağıdaki verilen görevleri yerine getirmesi için gerekli olan bilgileri uzmanlık alan bilgisi kapsamında değerlendirmişlerdir.

- Matematiksel fikirleri sunma

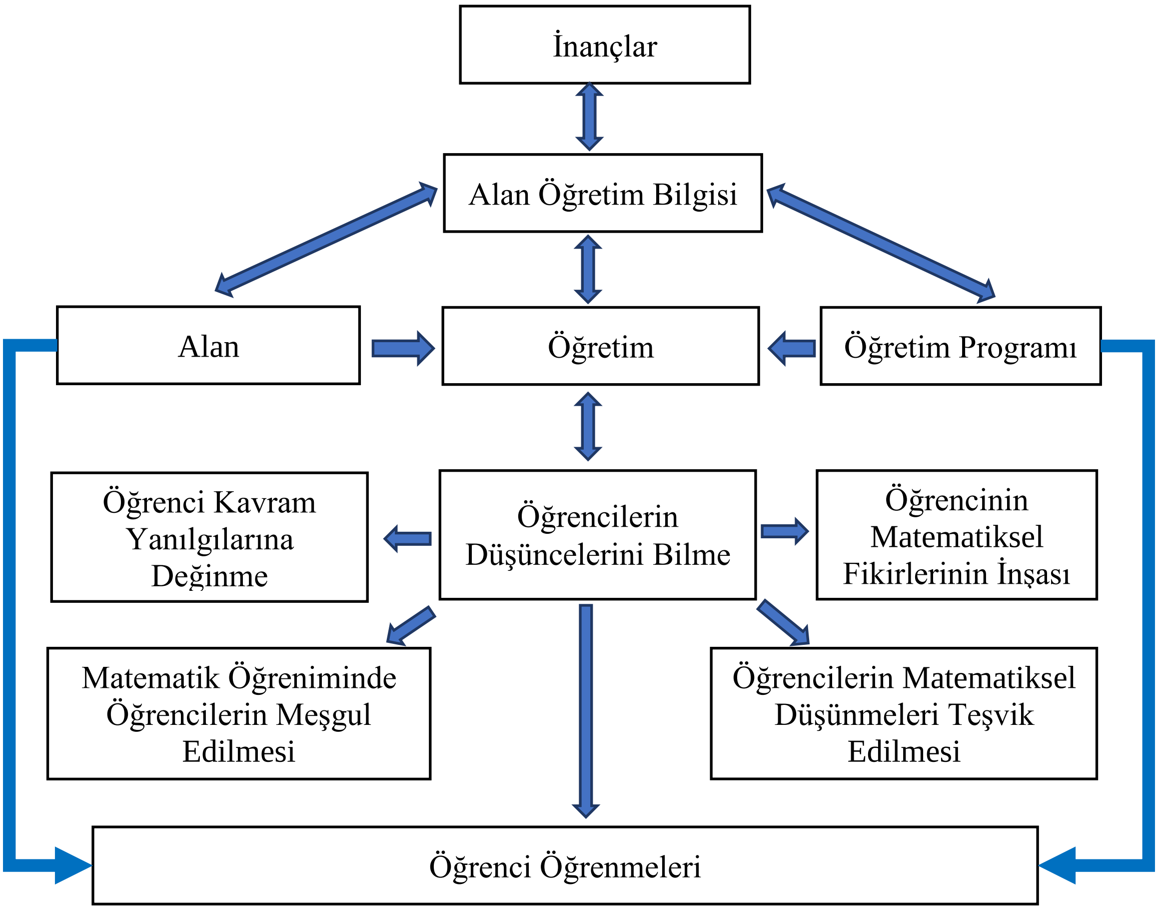
- Öğrencilerin "neden" sorularını yanıtlama
- Özel bir matematiksel noktaya yönelik örnekler bulma
- Belirli bir temsili kullanırken neyi içerdiğini bulma
- Gösterimlerin altında yatan fikirlerle ve diğer gösterimlerle ilişkilendirebilme
- Öğretilen konuyu önceki yıllarda öğretilen ve gelecekte öğretilecek konuyla ilişkilendirebilme
- Ebeveynlere matematiksel hedefleri ve amaçları açıklama
- Ders kitaplarının matematiksel içeriğini değerlendirme ve uyarlama
- Görevleri daha kolay veya daha zor olacak şekilde değiştirme
- Öğrenci iddialarının uygunluğunu hızlıca değerlendirme
- Matematiksel açıklamaları verebilme veya değerlendirebilme
- Kullanılabilir tanımları seçme ve geliştirme
- Matematiksel notasyonu ve dili kullanma ve kullanımını eleştirme
- Üretken matematiksel sorular sorma
- Belirli amaçlar için temsiller seçme
- Eşitlikleri inceleme

Ball ve diğerleri (2008) Shulman'dan (1987) farklı olarak AÖB'yi alt bileşenlere ayırarak ele alınmasının daha doğru bir yaklaşım olduğunu, böylece öğretim sürecinde etkili olan unsurların daha doğru bir şekilde tespit edilerek, uygun stratejiler benimsenebileceğini belirtmişlerdir. Bu amaçla AÖB üç bileşene ayrılmıştır. Alan ve öğrenci bilgisi, öğrenci bilgisi ve alan bilgisinin birleşiminden ortaya çıkan öğretimsel bilgidir. Bir başka ifade ile öğrencilerin sahip olduğu bilgileri, konu hakkındaki düşüncelerini, hatalarını, kavram yanılgılarını ve sebeplerini bilmek ve bunları öğretmenin sahip olduğu konu alan bilgisi ve özellikle de uzmanlık alan bilgisi ile birleştirerek sınıf içinde öğrencilere uygun olan en iyi yöntemleri seçebilme becerisini alan ve öğrenci bilgisi olarak tanımlamışlardır. Alan ve öğretim bilgisini, öğretimi bilme ile matematiği bilmeyi birleştiren bilgi olarak ele almışlardır. Öğretmenler konunun öğrenilmesinde hangi örneklerle başlayacaklarına ve daha derin öğrenme için hangi örnekleri seçeceklerine karar vererek ders planlarını bir sıraya göre tasarlamalıdır. Bir konunun açıklanmasında kullanılan temsillerin avantajlarını ve dezavantajlarını değerlendirebilmelidir. Ayrıca, bu bileşen içinde sınıf ortamında ne zaman daha fazla açıklama gerektiği, konunun daha iyi anlaşılması için yeni soruların ne zaman sorulacağına karar verilebilmesi değerlendirilmektedir. Öğretim programı bilgisi ise öğretim programına hâkim olma, tasarlanan dersin farklı alanlarla ilişkilerini dikkate almayı kapsamaktadır. Ayrıca Ball ve diğerleri (2008) bu bileşenin AÖB içinde bir bileşen mi yoksa Shulman (1987) gibi ayrı bir bileşen olarak mı yer verilmesi konusunda kesin bir kanaatlerinin olmadığını daha ileri düzeyde araştırma yapılması gerektiğini vurgulamışlardır.

Sonuç olarak Ball ve diğerlerinin (2008) geliştirdiği MÖB modelinde, matematik öğretmenlerinin görevlerini yerine getirebilmeleri için sahip olması gereken bilgiler Shulman'ın modelini baz alarak daha detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Ball ve diğerlerinin (2008) geliştirdikleri model matematik alanına özgü olmakla birlikte model içinde yer alan bilgi bileşenlerinin sınırları net bir şekilde birbirinden ayrı değildir. Örneğin, alan ve öğrenci bilgisini tanımlarken, öğrenci ve alan bilgilerinin birleşiminden yeni bir bilgi bileşeninin ortaya çıktığı belirtilmekte fakat bu bilginin nasıl oluştuğu net bir şekilde açıklanmamaktadır. Bu bilgi türünün zaman içinde sınıf içi tecrübelerden oluştuğu anlaşılmaktadır.

Shulman'ın (1986, 1987) AÖB'yi ortaya atması ile birlikte konu alan bilgisine kıyasla çerçevesi net bir şekilde çizilemeyen AÖB'yi açıklamaya yönelik modeller geliştirilmeye başlanmıştır (An ve diğ., 2004; Baki, 2010; Ball ve diğ., 2008; Chick ve diğ., 2006; Rowland ve diğ., 2003).

An ve diğerleri (2004) AÖB'yi alan bilgisi, öğretim programı bilgisi ve öğretim bilgisini bileşenlerini içeren etkili öğretim bilgisi olarak tanımlamıştır. Bu hali ile AÖB Shulman'ın yaptığı tanımdan daha geniş sınırlara sahiptir. Alan bilgisi öğretilen seviyeye uygun genel ve özel bilgileri; öğretim programı bilgisi uygun materyallerin seçimi, kitaplardaki veya öğretim programındaki amaçları ve temel fikirleri tam olarak anlamayı; öğretim bilgisi ise öğrenci düşüncelerini bilmeyi, dersin hazırlanmasını kapsamaktadır. An ve diğerleri (2004) bu üç bileşen arasındaki ilişkiyi Şekil 2.5'te alan öğretimi bilgisi ağı olarak detaylı bir şekilde göstermişlerdir.



Şekil 2.5. Alan öğretimi bilgisi ağı (An ve diğ., 2004, s.147)

Şekil 2.5'te görüldüğü gibi öğretim bilgisi alan ve öğretim programı bilgisi tarafından geliştirilmektedir. Ayrıca etkili öğretim için derin bir alan bilgisine sahip olmak yeterli değildir. Öğretmenler derin ve geniş öğretme ve öğretim programı bilgisine sahip olmalıdırlar. Bu ağ içinde bu üç tip bilgi etkileşim halindedir ve öğretme faaliyetini merkeze alarak bir biçimden diğer biçime dönüşmektedir ve nihayetinde bu bileşenler birlikte öğrenci öğrenme amacına hizmet etmektedir. Ayrıca Şekil 2.5'de de görüldüğü gibi bilgi ağı öğretmenlerin inançlarından da etkilenmektedir. Öğretmenlerin eğitim konusunda sahip oldukları farklı inançlar farklı özelliklere sahip AÖB'lerin üretilmesine neden olacaktır. Diğer taraftan öğretmenlerin sahip olduğu derin AÖB de, öğretmenlerin inançlarının şekillenmesinde önemli bir role sahiptir.

Chick ve diğerleri (2006) matematik öğretmenleri için AÖB'yi her yönüyle ele alan tanımlayan bir kuramsal çerçeve tanımlamışlardır. Bu kuramsal çerçevede AÖB'nin elementleri üç kategori altında toplanmıştır. Tablo 2.1'de AÖB'nin üç kategorisine ait elementler ve bunları tanımlamak için kullanılan göstergeler açıklanmaktadır.

Tablo 2.1. *Alan Öğretimi Bilgisini Analiz Etmeye Yönelik Kuramsal Çerçeve (Chick ve diğ., 2006, s. 299)*

AÖB Kategorileri	**Göstergeler**
Açık AÖB Elementleri	
Öğretim Stratejileri- Genel (Açıkça matematikle ilgili)	Bir matematik kavramını öğretmek için genel stratejileri veya yaklaşımları tartışma veya kullanma
Öğretim Stratejileri- Özel (Açıkça matematikle ilgili)	Özel bir matematik kavramını veya becerisini öğretmek için belirli stratejileri veya yaklaşımları tartışma veya kullanma
Öğrenci Düşüncesi- Genel (Kavram yanılgıları hariç)	Öğrencileri bir kavram hakkında düşünmenin olası yollarını tartışma veya yanıtlama veya tipik anlayış seviyelerini tanıma
Öğrenci Düşüncesi- Özel (Kavram yanılgıları hariç)	Belirli bir öğrencinin belirli bir anlayış seviyesini veya bir kavram hakkında düşünme şeklini tanımlama
Öğrenci Düşüncesi-Kavram Yanılgıları-Genel	Bir kavrama yönelik tipik/ olası öğrenci kavram yanılgılarını tartışma veya ele alma
Öğrenci Düşüncesi-Kavram Yanılgıları- Özel	Bir kavrama yönelik spesifik bir kavram yanılgısına sahip olarak öğrenciyi tanımlama
Görevlerin Bilişsel Talepleri	Görevin karmaşıklığını etkileyen yönlerini tanımlama
Kavramların Uygun ve Ayrıntılı Gösterimleri	Bir kavramı modelleme veya örnekleme yollarını açıklama veya gösterme
Kaynak Bilgisi	Öğretimi desteklemek için mevcut kaynakları tartışma/ kullanma
Öğretim Programı Bilgisi	Konuların öğretim programına uygunluğunu tartışma
İçerik Bilgisinin Amacı	Öğretim programında yer alan içeriğin nedenlerini veya nasıl kullanılabileceğini tartışma
Öğretimsel Bağlamda İçerik Bilgisi	
Temel Matematiğin Derin Anlayışı	Matematiğin tanımlanmış yönlerinin derinlemesine ve derinlemesine kavramsal anlayış sergileme
Matematiksel Yapı ve Bağlantılar	Kavramların birbirine bağımlılığı da dahil olmak üzere kavramlar ve konular arasındaki bağlantıları kurma
Süreç Bilgisi	Matematik problemlerini çözme becerilerini gösterme
Çözüm Yöntemleri	Bir matematik problemini çözmek için çözüm yöntemi gösterme

(devamı arkadadır)

Tablo 2.1. *Alan Öğretimi Bilgisini Analiz Etmeye Yönelik Kuramsal Çerçeve (Chick ve diğ.,. 2006, s. 299) (devamı)*

AÖB Kategorileri	**Göstergeler**
Açık AÖB Elementleri	
Bir Konu Bağlamında Öğretimsel Bilgi	
Öğrenme Hedefleri-Matematiğe Özel	Öğrencilerin belirli matematik içeriğiyle doğrudan ilişkili olan öğrenmelerini sağlayan bir hedefi açıklama
Öğrenme Hedefleri-Genel	Öğrencilerin, içerikle doğrudan ilgili olmayan öğrenmeleri için bir hedefi açıklama
Öğrenci İlgisini Çekme ve Sürdürebilme	Öğrencilerin ilgisini çekmek için stratejileri tartışma
Sınıf Teknikleri	Genel sınıf uygulamalarını tartışma

Chick ve diğerlerinin (2006) tanımladığı bu üç kategoriden birinci kategoride yer alan elementler alan ve öğretimsel bilginin tamamen karışımından oluşmaktadır, bu nedenle bu kategori "Açık AÖB" olarak isimlendirilmiştir. Bu kategoriye örnek olarak matematik için öğretme stratejilerini bilme, öğrenci düşünmelerini bilme, alternatif model ve temsilleri bilme ve kaynak ve öğretim programını bilme verilebilir. İkinci kategoride yer alan elementler "Öğretimsel Bağlamda Alan Bilgisi" olarak gruplandırılmıştır. Bu kategori bilgiyi anahtar parçalara ayırabilme kabiliyetini, matematiksel yapıların ve bağlantıların farkında olmayı ve Ma (1999) tarafından önerilen Temel Matematiğin Derinlemesine Anlama'yı içermektedir. Son kategori, "Konu Bağlamında Öğretimsel Bilgi" belli bir alana uygulanan öğretme bilgisinin yer aldığı durumları kapsamaktadır ve öğrencinin dikkatini çekme ve dikkatini dağılmamasını sağlayacak stratejileri bilme ve sınıf tekniklerini bilmeyi içermektedir. Chick ve diğerleri (2006) bu çerçevenin eksiksiz olmadığını aynı zamanda iç içe girmiş yönlerinin de olabileceği belirtilmektedir.

Baki (2010) AÖB'yi öğrenciler için anlaşılır hale getirmek için öğrenme sürecinin, tasarlanmasını, düzenlenmesini ve yönetilmesini kapsayan alan bilgisinin daha ötesine giden bir bilgi olarak ele almış ve bu bilgiyi "Alanı Öğretme Bilgisi" olarak isimlendirmiştir. Öğretmenin sahip olması gereken bilgileri Tablo 2.2'de gösterildiği gibi üç başlık altında incelemiştir.

Tablo 2.2. *Öğretmenin Sahip Olması Gereken Bilgi (Baki, 2010, s. 24)*

Alan Bilgisi	→	**Alanı Öğretme Bilgisi** • Öğreteceği öğretim programını bilme • Öğretim programının öğrenme alanlarını bilme ve ilişkilendirme • Alt öğrenme alanlarının kazanımlarını bilme • Öğrencinin nasıl anladığını bilme • Konuya özgü öğrencinin mevcut işlemsel ve kavramsal bilgisini bilme • Konuya özgü özel öğretim yöntemlerini bilme • Konuya özgü materyal tasarlayabilme • Konuya özgü öğrenme etkinliklerini düzenleyebilme • Öğrencinin öğrenmelerini ölçme ve değerlendirme	→	**Genel Kültür**

Tablo 2.2'den görüldüğü gibi Baki (2010) alanı öğretme bilgisini dokuz bileşen altında incelemiştir. Bu bileşenlerden "öğretim programını bilme, öğretim programını öğrenme alanları ile ilişkilendirebilme, alt öğrenme alanlarının kazanımları bilme becerileri" alanyazında öğretim programını bilmeye (An ve diğ, 2004; Ball ve diğ, 2008; Chick ve diğ., 2006), "öğrencilerin nasıl anladıklarını ve konuya özgü mevcut işlemsel ve kavramsal bilgilerini bilme" öğrenciyi anlama bilgisine (An ve diğ, 2004; Ball ve diğ, 2008; Chick ve diğ., 2006; Shulman, 1986), "konuya özgü özel öğretim yöntemlerini bilme, materyal tasarlama, öğrenme etkinlikleri düzenleme ve öğrenci öğrenmelerini ölçebilme ve değerlendirme" öğretim bilgisine (An ve diğ, 2004; Ball ve diğ, 2008; Chick ve diğ., 2006; Shulman, 1986) karşılık gelmektedir. Baki (2010) alanı öğretme bilgisinin bileşenlerini dikkate alarak matematiği öğretme bilgisi için gerekli bileşenleri aşağıdaki gibi sınıflandırmıştır (s.25).

- Öğrencinin mevcut matematik bilgisi
- Konunun sunuluşu, örnekler, gösterimler, analojiler, açıklamalar
- Özel öğretim, yöntem ve stratejileri
- Konunun matematik öğretim programındaki yeri ve diğer konularla ilişkisi
- Konuyu öğrenciler niçin öğrenmeli?, Hangi kazanımlar kazanıldı?, Eksikler ve bir sonraki adımda yapılacaklar?

Rowland ve diğerleri (2003) AÖB'yi öğretmenlerin sahip oldukları bilgileri öğrenciler için erişilebilir hale dönüştüren bilgi olarak açıklamışlardır. AÖB'nin matematiksel fikirleri öğretmek için kaynak ve sunumların veya analojilerin nasıl kullanılacağına ilişkin bilgileri de içerdiğini belirtmişlerdir. AÖB öğretmenlerin fikirlerini ve kavramları öğrencilere açıklama şekli ile de ilgili olup matematiğin nasıl öğretileceğini bilmektir. Konuyu öğretmek için hangi kaynağı kullanacağını bilmenin ve öğrencilerin anlayabileceği şekilde açıklayabilmenin matematik öğretiminin temel bileşeni olduğu belirtilmiştir.

Matematik öğretmenlerinin "kendi için" matematik bilme ile "matematiği başkasına öğretme" arasındaki farkı ayırt edebilen kişiler olması gerekmektedir (Ball, 1988). Bu nedenle matematik öğretmenlerinin AB'lerinin yanı sıra AÖB'lerini de geliştirmesi gerekmektedir. Bu doğrultuda, pek çok ülkede olduğu gibi ülkemizde de 1998 yılından itibaren öğretmen yetiştirme kurumlarında öğretim programında AÖB'lerin gelişimini desteklemek amacıyla bazı derslerin yer almaya başladığı görülmektedir. AÖB gerçek sınıf ortamlarında öğretim sırasında gözlenen bir bilgidir (Bukova-Güzel ve Kula-Ünver, 2016; Tanışlı ve diğ., 2018). Bu nedenle, sadece sınıf ortamları dışında yapılan görüşmeler, senaryolar ya da anketlerin değerlendirilmesi öğretmenlerin AÖB'lerini gerçek anlamda ortaya çıkarılmasında yetersiz kalabileceğinden sınıf içi uygulamalar da dikkate alınmalıdır (Ball, Hill ve Bass, 2005; Bukova- Güzel ve Kula-Ünver, 2016). Sınıf içi uygulamaların incelenmesi gerekliliği göz önünde bulundurularak, matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının hem AB'lerinin hem de AÖB'lerinin değerlendirilmesi ve geliştirilmesi için araştırmacılar öğretmenlerin bu uygulamalarını detaylı bir şekilde analiz ederek Dörtlü Bilgi Modeli (Knowledge Quartet) olarak isimlendirilen bir model önermişlerdir (Rowland ve diğ., 2005).

Bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının kesirlerle bölme konusunda AB'lerinin ve AÖB'lerinin değerlendirilmesi ve gelişimlerinin sağlanması amacıyla Dörtlü Bilgi Modeli (DBM) kullanılmıştır. İzleyen bölümde, DBM ve model içinde yer alan bileşenler detaylı şekilde açıklanmaktadır.

2.1.3 Dörtlü Bilgi Modeli

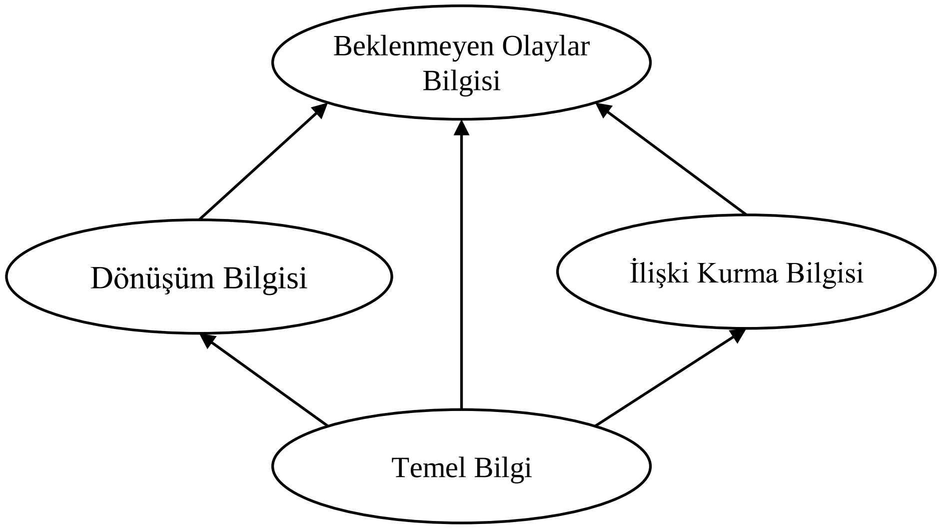
Dörtlü Bilgi Modeli (DBM) öğretmen adaylarını gözleyen kişi ya da kişilere; yürütülen derse ilişkin içeriğin görülmesi, değerlendirilmesi amacıyla ve öğretmen adaylarının matematik öğretimlerini geliştirebilmelerine olanak sağlamak amacıyla Rowland ve diğerleri (2003) tarafından önerilmiş bir modeldir (Rowland, 2005; Rowland ve diğ., 2003; 2005; Thwaites ve diğ., 2005). Bu modeli geliştirmek için Cambridge Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nde tezsiz yüksek lisans programına (Post- Graduate Certificate in Education) devam eden 149 öğretmen adayı arasından 6 okul öncesi (3-8 yaş), 6 ilkokul (8-11 yaş) gruplarına ders veren toplam 12 öğretmen adayının SKIMA (Subject Knowledge in Mathematics) programı kapsamındaki ders anlatımları gözlemlenmiştir. Kuram oluşturma desenine dayalı olarak yapılan bu çalışmada, öğretmen adaylarının matematik alan bilgisini veya matematik alan öğretimi bilgisini ortaya çıkarmak amacıyla her bir öğretmen adayının iki dersine yönelik ders planları alınmış ve toplam 24 ders saati video ile kaydedilmiştir. Ders içinde gerçekleşen tartışmaları kavramsallaştırmak amacı ile video kayıtları incelenmiş, tespit edilen önemli olan an veya olaylar tanımlanmış ve öğretmen adaylarının öğretimlerine ilişkin 18 kod belirlenmiştir. Bu kodlar; *i) teorik altyapı ve inanışlar (theoretical background and beliefs), ii) sunma ve açıklamaya dönüştürme (transformation presentation and explanation), iii) tutarlılık (coherence), iv) beklenmeyen eylemler (contingent action)* olarak dört bileşen altında toplanmıştır. Rowland ve diğerleri (2003) bu dört bileşeni; *i) temel bilgi (foundation), ii) dönüşüm bilgisi (transformation), iii) ilişki kurma bilgisi (connection), iv) beklenmeyen olaylar bilgisi (contingency)* olarak yeniden isimlendirmişler ve ilk kez DBM ifadesini kullanmışlardır. Rowland ve diğerleri (2005) DBM'de yer alan 18 kodu dört bileşen altında gruplandırmışlardır. Tablo 2.3'te DBM'ye yönelik bileşenler ve bu bileşenlerde yer alan kodlar verilmiştir.

Tablo 2.3. *DBM'nin Bileşenleri ve Kodları (www.knowledgequartet.org)*

Bileşenler	**Kodlar**
Temel Bilgi	Öğretime ilişkin teorik altyapıya sahip olma Amacın farkında olma Öğrencilerin hatalarını tanımlama Alan bilgisinde uzmanlığı gösterme Matematiksel terminolojiyi kullanma Ders kitabına bağımlı olma Sürece odaklanma
Dönüşüm Bilgisi	Örneklerin seçimi Öğretmenin gösterimleri Temsillerin seçimi Öğretim materyallerinin kullanımı
İlişki Kurma Bilgisi	Yöntemler arasında ilişki kurma Kavramlar arasında ilişki kurma Karmaşıklığı öngörme Sıralama hakkında karar verme Kavramsal uygunluğun farkına varma
Beklenmeyen Olaylar Bilgisi	Öğrencilerin düşüncelerine cevap verme Ders planından sapma Öğretmen içgörüsü Mevcut olan (olmayan) araç ve kaynaklara cevap verme

Tablo 2.3'te belirtildiği gibi temel bilgi bileşeni öğretmenin teorik alt yapı ve inançlarını kapsamaktadır. Dönüşüm bilgisi bileşeni öğretimin hem planlanmasında hem de uygulanması sürecinde kullanılan örnekleri, gösterimleri, temsilleri ve materyalleri içermektedir. İlişki kurma bilgisi bileşeni ders/derslerin birbirleri ile ilişkili bir şekilde yürütülmesi için gerekli durumlar; beklenmeyen olaylar bilgisi bileşeni ise öğretmeninin öğrencilerin düşüncelerine cevap verme ve sınıf ortamında planlanmayan beklenmeyen durumlara karşı verdikleri tepkiler ile ilgilidir.

DBM'nin dört bileşeni ve bu bileşenlerin birbirleri ile olan ilişkileri Şekil 2.6'da gösterilmektedir. Şekil 2.6 incelendiğinde temel bilgi bileşeninin diğer bileşenleri etkilediği söylenebilir. Şekil 2.6'da ayrıca dönüşüm ve ilişki kurma bilgisi bileşenlerinin beklenmeyen olaylar bilgisi bileşenini doğrudan etkilediği görülmektedir.



Şekil 2.6. DBM'nin bileşenleri arasındaki ilişki (www.knowledgequartet.org)

DBM konusunda çalışmalar sürekli olarak devam etmekte ve www.knowledgequertet.org adresinde güncellemeler yapılmaktadır (Bukova-Güzel ve Kula-Ünver, 2016). 2011 yılında İngiltere, İtalya, KKTC, Türkiye ve ABD'den katılan 15 araştırmacının katkılarıyla öğretmen adaylarına ilkokul, ortaokul ve lise düzeyinde matematik öğretim süreçlerine ilişkin gerçek kesitler verilmiştir. DMB'de yer alan dört bileşen, bu bileşenlerin içerikleri ve kullanım şekilleri ve bağlamları hakkında açıklamalar izleyen bölümlerde detaylı bir şekilde verilmektedir.

2.1.3.1 Temel bilgi. DBM'nin ilk bileşeni Temel Bilgi (TB) olup öğretmenin lisans öncesi ve öğretmen eğitiminde elde ettiği ve henüz sınıf ortamında kullanmadığı teorik alt yapı ve inançları kapsamaktadır (Rowland ve diğ., 2009). "Temel" kelimesi ile taklit ve alışkanlıklara dayanmayan rasyonel ve gerekçeli bir yaklaşım kastedilmektedir (Rowland, Turner ve Thwaites, 2014). Öğretimin teorik alt yapısını oluşturan TB, öğretmenin matematik bilgisi ve anlayışı, matematiğin öğretilmesi ve öğrenilmesinde sistematik sorgulaması sonucunda elde ettiği düşünceleri ve matematiği niçin ve nasıl öğretileceği konusunda sahip olduğu inançlardan oluşmaktadır (Rowland ve diğ., 2009). Öğretmen adayının matematik konusunda sahip olduğu değerler ve kanaatlar bahsedilen inançları oluşturmaktadır (Rowland ve diğ., 2003).

Öğretimde kavramsal bağlantılar yapabilme ile ilişkili olan DBM'nin diğer üç bileşeninde kullanılan öğretimsel tercihlerin ve stratejilerin doğru bir şekilde belirlenmesi

TB bileşenine dayanmaktadır. Bir öğretmenin sahip olduğu TB düzeyi aşağıdaki sorular çerçevesinde genel olarak tespit edilebilir (Rowland ve diğ., 2009, s. 35).

- Matematik eğitimin amaçları ve öğrencilerin matematiği niçin öğrenmeleri gerektiği hakkında açık ve tutarlı bir inanca sahip mi?
- Öğrencilerinin matematik kavrayışını desteklemek için uygun öğretme stratejilerini kullanıyor mu?
- Matematik öğretiminde önemli olan bilgileri gösteriyor mu? Örneğin matematik eğitimcilerini referans alıyor mu?
- İşlemlere ve algoritmalara odaklanmak yerine kavramsal anlamanın gelişimine odaklanıyor mu? (İşlemlere odaklanmak öğretmen adayında matematikte "enstrümantal bir kavrayışa" sahip olduğunu göstermektedir)
- Bir ders kitabı veya ulusal öğretim programı yerine kendi kaynaklarını ve öğretim stratejilerini mi kullanıyor?
- Planlamasını yaparken, yapılan genel hatalar ve yanlış anlamalar konusundaki bilgisini gösteriyor ve bunlardan kaçınmak için gerekli adımları atıyor mu?
- Matematik ifadeleri doğru bir şekilde yazmak için gereken dikkati gösteriyor mu? Örneğin, “=” işaretini doğru kullanmak gibi.
- Dört işlemi içeren süreçleri iyi bir şekilde kavradığını gösteriyor mu?
- Hızlı zihinsel yöntemler konusunda bilgisi var mı?
- Matematik dilini doğru bir şekilde kullanıyor mu?
- Matematiksel fikirler ve kavramlara doğru bir kavrayışa sahip olduğunu gösteriyor mu? Örneğin, kareler ve dikdörtgenler kümesi iki ayrık küme değildir.

Bu sorular çerçevesinde belirlenen TB düzeyindeki eksiklikler diğer üç bileşenin şekillenmesinde rol oynamaktadır. Örneğin, kesirlerle bölmede konusundaki TB’deki eksikler örnek seçimlerine, gösterimlere, temsillere, materyal kullanımına olumsuz bir şekilde yansımaktadır.

2.1.3.2 Dönüşüm bilgisi. Dönüşüm Bilgisi (DB) bir konunun öğretilmesinin merkezinde yer alan ve hem öğretimin planlanması hem de öğretim sürecini kapsayan bilgidir (Rowland ve diğ., 2005; 2009). Dönüşüm bilgisi, Shulman’ın (1987) öğretim sürecinde alan bilgisinin öğretimsel olarak etkili bir şekilde dönüştürülmesi görüşüne dayanmaktadır (Rowland ve diğ., 2005). Benzer görüşü, Ball (1988) “kendin için matematik bilmek" ile "başkasının öğrenmesine yardımcı olmak için matematik bilmenin" farklı olduğunu belirterek paylaşmıştır. DB, Shulman'nın (1987) ortaya attığı AÖB içinde yer alan bir alt bileşen olarak yer almaktadır. DB, öğretmenlerin bildiklerini öğrenciler için erişilebilir ve uygun hale getirecek şekilde dönüştürülmesi ile ilgilidir. Bu nedenle öğretmenlerin fikirlerini sunabilmeleri için analojilerle, resimlerle, örneklerle, açıklamalar ve sınıf içi gösterimlerle bildiklerini gösterecek yollar bulmaları gerekmektedir. Örneğin, öğretmen pozitif tam sayıların öğrenilmesinde nesneler kümesi, basamak değeri kartları, sayı ızgaraları gibi temsilleri kullanarak konuyu daha anlaşılabilir hale dönüştürebilmelidir (Rowland ve diğ., 2009). DB, öğretmenin bir kavramın oluşumuna yardımcı olmak için kullandığı; i) örneklerin seçimi, ii) öğretmenin gösterimleri, iii) temsillerin seçimi, iv) öğretim materyallerinin kullanımını kapsamaktadır (Petrou, 2009, Rowland, 2013; Rowland ve diğ.; 2014). Öğretmen adaylarının DB'nin bu dört alt bileşene ilişkin bilgi ve becerilere sahip olup olmadıkları hakkında fikir edinebilmek için aşağıdaki sorulardan yararlanılmaktadır (Rowland ve diğ. 2009, s.36).

Örneklerin Seçimi

- Bir konu açıklarken uygun örnekleri seçiyor mu? Örneğin, 23x6 kâğıt üzerinde çarpma işlemi yapmak için uygun bir örnek iken 19x4 akıldan çarpma işlemini yapmak için daha uygundur.

Öğretmenin Gösterimleri

- Konuların veya kavramların açıklamalarını mümkünse analojileri kullanarak açık bir şekilde veriyor mu?
- İşlemleri açık bir şekilde gösteriyor mu?
- Anlamayı geliştirmek ve değerlendirmek için etkileşimli öğretme tekniklerini kullanıyor mu?
- Öğrencilerin bilgi ve kavrayışlarının değerlendirmek ve geliştirmek için soru sormayı etkili bir şekilde kullanıyor mu?

Temsillerin Seçimi

- Uygun temsil biçimlerini seçiyor mu? Örneğin; çıkarma işlemini öğretirken sayı doğrusunu kullanmak

Öğretim Materyallerinin Kullanımı

- Uygun durumlarda araçları doğru bir şekilde kullanıyor mu? Örneğin; abaküs

DB'nin alt bileşenlere ilişkin detaylı açıklamalar izleyen bölümde verilmektedir.

2.1.3.2.1 Örneklerin seçimi. Örnekler, kavramın oluşturulmasında ve işlemlerin gösterilmesinde önemli bir yere sahiptir (Rowland ve diğ., 2009; 2014). Öğretimde örnekler genellikle iki şekilde kullanılmaktadır: matematiksel kavramların ve işlemlerin öğrenilmesi için verilen örnekler ve öğrencilere alıştırma yapmaları için verilen örnekler (pekiştirme örnekleri) (Rowland ve diğ., 2009). Kavramların ve işlemlerin öğrenilmesi için kullanılan örnekler öğrenim kazanımlarına ve sırasına uygun olarak seçilmeli ve gerçek yaşam bağlamı dikkate alınmalıdır. Etkinliklerle örneklerle başlanılması incelenen kavramların daha iyi anlaşılmasına neden olmaktadır (Rowland ve diğ., 2009). Alıştırma örnekleri, hatırlamayı kolaylaştıran ve işlem hızını artıran pekiştirme uygulamalarıdır (Schoenfeld, 1992). Rowland ve diğerleri (2009) alıştırmaların yeni verilen bir düşünce ya da yöntemin ardından bunları pekiştirme yapma amacıyla kullanılması gerektiğini belirtmişlerdir. Diğer taraftan, alıştırmaların birbirini tekrarlayan işlemsel kuralları ya da yöntemleri uygulatmak şeklinde verilmesi öğrencilerin pasif konumda olmalarına yol açarak farklı problemlerin çözümünde sıkıntı yaşamalarına neden olacaktır (Toluk ve Olkun, 2001). Öğretimdeki önemi dikkate alındığında öğretmenlerin alıştırma örneklerine daha çok yer vermeleri ve özenli bir şekilde seçmeleri gerekmesine rağmen öğretmenlerin öğretimlerinde daha çok birbirini tekrarlayan alıştırma örneklerini verdikleri tespit edilmiştir (Yusof ve Zakaria, 2010).

Bu çalışmada, öğretmen adaylarının kullandıkları örnekler, kavram ve işlemlerin öğrenilmesi için kullanılan örnekler ve pekiştirme örnekleri olmak üzere iki başlık altında incelenmiştir.

2.1.3.2.2 Öğretmenin gösterimleri. Shulman (1986) AÖB'nin en önemli bileşenlerinden birisinin gösterimleri kullanmak olduğunu ifade etmiştir. Öğretmenler öğrencilerin kavramları ve işlemleri anlamalarını geliştirmeleri için etkili öğretim tekniklerini kullanmalı ve öğrencilere işlemlerin nasıl yapılacağını açık bir şekilde göstermelidir (Rowland ve diğ., 2009). Ball ve Sleep (2007) öğretmenlerin öğrencilere kavram ve işlemleri açıklarken analojileri kullanmalarının ve etkili soru sormalarının önemli olduğunu belirtmişlerdir. Buna rağmen alanyazında yapılan çalışmalarda öğretmen ve öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarında genellikle ezber ve kural odaklı yaklaşımlara yer verdikleri belirtilmektedir (Doğan-Coşkun, Işıksal-Bostan ve Rowland, 2021; Kılcan, 2006; Kinach, 2002; Li ve Smith, 2007; Tanışlı ve diğ., 2018; Thanheiser, 2009; Toluk-Uçar, 2011).

Öğretmenin öğrencilerin bilgilerini değerlendirmek ve geliştirmek amacıyla soru sormayı etkili bir şekilde kullanması gerekmektedir (Rowland ve diğ., 2009). Kula (2011) soru sormayı etkili/etkili olmayan soru sorma olarak iki başlık altında ele almış ve etkili soru sormayı, öğrenciyi düşünmeye yöneltme, öğrenci yanıtlarını genişletme, önceki bilgileri hatırlatma, öğrenciye yanlışı buldurma amaçlı sorular, etkili soru sormamayı ise doğrudan işlemsel sonucu öğrenme ve kendi sorduğu soruyu kendi cevaplama olarak tanımlamıştır. Özaltun-Çelik ve Bukova-Güzel (2016) de öğrenci düşüncesine odaklanan soruların, öğrencilerin kavramları nasıl yapılandırdıklarının ve öğrenmenin gerçekleşip gerçekleşmediğinin ortaya çıkarılması ile kavramsal öğrenmenin sağlanmasında destek olabileceğini belirtmişlerdir. Aizikovitch-Udi, Clarke ve Star (2013) öğretmenlerin, öğrencileri değerlendirmek ve düşünmeye yönlendirmek amacıyla sorulan sorulara yer verilmesinin gerekliliğini açıklamıştır.

Bu çalışmada, öğretmenin gösterimi, kavram ve işlemleri açıklama ve soru sorma başlıkları altında incelenmiştir.

2.1.3.2.3 Temsillerin seçimi. Temsil etme, gerçek hayattaki somut şeylerin soyut kavramlara veya sembollere modelleme sürecidir (Hwang, Chen, Dung, ve Yang, 2007; NTCM, 2000). Öğretmenler bilgilerini öğrenciler için anlaşılabilir hale dönüştürmek ve kavramın yapılandırılmasına yardımcı olmak amacıyla farklı temsillerden yararlanmaktadırlar (Rowland ve diğ., 2009). Greeno ve Hall (1997) matematik öğretiminde kullanılan temsiller için öğrencilerin kavramları yapılandırırken ve akıl yürütmelerini ortaya çıkarmadaki önemine dikkat çekmişler ayrıca aynı durumun farklı temsil şekilleri ile ilişkilendirildiğinde kavram ve işlemleri anlama düzeyinin artacağını belirtmişlerdir. Temsiller soyut bir fikri sembolize etmek için fiziksel nesneleri, resimleri, gerçek yaşam durumlarını, sembolleri veya konuşma dilini içermektedir (Lesh, Post ve Behr ’den aktaran Jitendra, Nelson, Pulles, Kiss ve Houseworth. 2016). Blum ve Ferri (2009) temsillerin, öğrencilerin matematiksel kavramları öğrenmede motivasyonunu artıran, matematiğe karşı olumlu tutumlarının oluşmasını sağlayan, matematik ve günlük yaşam arasında ilişki kurmada önemli bir yeri olduğunu belirtmişlerdir. Alanyazında temsiller farklı şekillerde ele alınmıştır. Aşağıda temsil şekillerini farklı şekilde gruplandıran çalışmalara yer verilmiştir.

Janvier (1987) temsilleri, dışsal ve içsel temsiller olmak üzere iki ana kategoride sınıflandırmıştır. Bu temsillerden dışsal temsilleri Goldin ve Shteingold (2001) sayı doğrusu, tablo, çizim vb. matematiksel fikirleri öğretmek ve üzerinde tartışma yapılan somut temsilleri kapsadığını ifade etmiştir. İçsel temsilleri Zhang (1997) bireylerin zihinlerinde oluşan matematiksel kavramlar için oluşan zihinsel görüntüler şeklinde tanımlamaktadır (akt. Mainali, 2021).

Lesh ve diğerleri (1987) temsilleri, gerçek dünya nesneleri, somut temsiller, sayısal temsiller, sözel temsiller ve resim veya grafik temsiller olmak üzere beş kategoride incelemektedir. Son üç kategoride yer alan temsiller matematiksel problemleri çözmede daha soyut ve yüksek seviyeli temsillerdir (akt. Hwang ve diğ., 2007).

Mainali (2021) temsillerin matematik öğretimindeki ve öğrenimindeki önemini belirterek temsilleri grafiksel, sayısal, cebirsel ve sözel olarak dört kategori altında toplamıştır. Bazı temsillerin matematik öğretiminde baskın olarak kullanılmasına rağmen bir temsilin başka bir temsile dönüştürülmesinin daha karmaşık matematiksel kavramların öğrenilmesine ışık tutacağını belirtmiştir.

Adu- Gyamfi, Schwartz, Sinicrope ve Bossé (2019) temsilleri somut, yarı somut ve soyut temsiller olarak üç kategoride sınıflandırmışlardır. Somut temsiller bloklar, iki renkli pullar gibi fiziksel nesneler; yarı somut temsiller, benzer nesnelerin resimleri, modeller, nokta, daire, ızgaralar vb. çizimleri; soyut temsiller ise sayısal/sembolik, sayısal/tablo ve sözel ifadeleri kapsamaktadır. Kesirlerle bölmede kullanılan somut temsillere örnek olarak kesir çubuklarını, yarı somut temsillere örnek olarak alan ve sayı doğrusu modellerini, soyut temsillere örnek olarak ters çevir çarp ve ortak payda algoritmalarını vermişlerdir.

Kula (2011) limit kavramına yönelik öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerini incelemiştir. Öğretmen adaylarının limit kavramını farklı şekillerde temsil ettikleri belirlenmiştir. Bu temsiller grafiksel, sayı doğrusu, tablo ve cebirsel gösterimler başlıklarında ele alınmıştır.

Matematik eğitiminde kullanılan temsillerden birisi de gerçek yaşam temsilleridir. Gerçek yaşam temsillerinin kullanımı problem çözerken kavramların anlaşılması için önemli bir yere sahiptir (Akkuş-Çıkla, 2004). Örneğin, kesirlerde parça bütün ilişkisinin anlamlı hale getirilmesinde gerçek yaşam temsillerinin öğrencilerin sahip oldukları zihinsel sürecin oluşturulmasına yardımcı olacağı belirtilmiştir (Hıdıroğlu, 2019).

Temsilleri seçerken bazı öğrenciler görsel veya somut temsilleri tercih ederken bazıları da soyut veya sembolik temsilleri tercih etmektedir. Öğretmenler farklı öğretim stratejileri ile öğrencilerin çoklu temsilleri kullanmalarını teşvik etmesiyle öğrenme performanslarını artırarak daha iyi duruma gelebileceklerdir (Cai ve Hwang, 2002). Uygun ve anlamlı temsillerin kullanılması soyut muhakemenin gelişimini desteklemek için etkili bir yaklaşım olarak kabul edilmektedir (Jitendra ve diğ. 2016). Farklı temsillerin birbirleriyle ilişkilendirilip sunulması öğrencilerin kavramsal anlamalarına katkı sağlayacaktır (Bukova-Güzel ve Kula-Ünver, 2016; Özmantar ve Yeşildere, 2010).

Bu çalışmada öğretmen adaylarının DP'lerinin ve ÖS'lerinin değerlendirilmesi sonucunda kullandıkları temsiller, gerçek yaşam temsilleri, model temsilleri (yarı somut) ve sayısal temsiller(soyut) olmak üzere üç başlık altında toplanmıştır.

2.1.3.2.4 Öğretim materyallerinin kullanımı. Çilenti (1988) iyi ve kalıcı bir öğrenmenin, öğrenme işlemine katılan duyu organlarının sayısının çokluğu, yaparak öğrenme ortamının sağlanması, somuttan soyuta ve basitten karmaşığa doğru konuların işlenmesiyle gerçekleşebileceğini belirtmektedir. Moyer (2001) öğrencilerin matematiksel bilgiyi matematiksel modeller ve materyaller yardımıyla keşfettiklerini, direkt olarak bu bilginin gösterilmesinin mümkün olmadığını belirterek materyalleri, soyut olan kavramları öğrencilere gösterebilmek ya da temsil edebilmek için tasarlanan nesneler olarak tanımlamıştır. Kavramları açıklarken uygun materyal kullanımının öğrenme sürecini olumlu bir şekilde etkileyebileceği ifade edilirken materyallerin tek başına sihirli bir değnek olmadığı belirtilmektedir (Ball, 1992).

Ülkemizde de matematik öğretim programında öğretmenler matematik derslerinde somut materyal kullanımına teşvik edilmektedir (MEB, 2018). Yanpar-Şahin ve Yıldırım (1999) öğretim materyallerinin dersin kazanımlarına ve amaçlarına uygun şekilde tasarlanması gerektiğine, materyalin basit, sade ve anlaşılabilir olmasına vurgu yapmışlardır. Öğretmenler seçtikleri materyalleri derslerinde nasıl etkili şekilde kullanabileceklerini bilmelidirler (Çakıroğlu ve Yıldız, 2007). Ancak öğretmenlerin çoğunun, materyalleri öğrenme üzerindeki etkilerini düşünmeden kullandıkları belirtilmiştir (Grant ve diğ.'den aktaran Yetkin-Özdemir, 2008). Yetkin-Özdemir (2008) öğretmen adaylarının materyalleri seçerken öğrencinin ilgisini çeken eğlenceli, kullanışlı ve günlük yaşam ilişkili olmasına özen göstermelerine rağmen materyallerin öğretimdeki etkililiği konusunda yüzeysel bilgilerinin olduğunu belirtmiştir. Ayrıca öğrenme ve materyal kullanımının ilişkisinin öğrenilmesi ve bu ilişkinin öğretmenler tarafından açıkça bilindiği durumda öğrencilerin bu ilişkiyi kolaylıkla göremedikleri yerlerde öğretmenler bekledikleri yorumlamayı gerçekleştiremeyebileceklerdir. Skemp (1987) öğrencilerin soyut anlamalarını desteklerken somut nesnelerin kullanılmasının önemli bir yeri olduğuna vurgu yapmıştır. Materyal kullanımının öğrenci öğrenmeleri desteklediği ve kavramsal öğrenmeye yardımcı olduğu düşünüldüğünde öğretmenlerin materyalleri etkili bir şekilde kullanıp kullanmadığının araştırılması gerekmektedir.

2.1.3.3 İlişki kurma bilgisi. İlişki Kurma Bilgisi (İKB) bir dersin belli bir bölümünün, bir dersin veya birbirini izleyen derslerin bir bütün olarak planlanması ve öğretilmesini içermektedir (Rowland ve diğ., 2009). Bir ders ya da birbirini izleyen dersler için hazırlanan plan ile öğretim tutarlı olmadır. Tutarlılık ile görevlerin ve örneklerin sıralanması da dahil olmak üzere bir dersteki ve birbirini izleyen dersler boyunca konularının uyumlu bir şekilde öğrenilmesi kastedilmektedir (Rowland ve diğ., 2014). Bu nedenle öğretmenler derslerini planlarken ve öğretim sürecinde matematiksel içeriklerin ilişkili olmasına, ders içinde ve dersler arasında tanımlanan kazanımlara, örneklere ve örneklerin sıralamasına dikkat etmeli ve gerekli bağlantıları oluşturmalıdırlar (Ball, 1990). Öğretimin etkili şekilde gerçekleşmesi için gerekli olan sıralama becerisi, matematiğin kendi içindeki yapısal bağlantılarının bilinmesine ve farklı konu ve görevlere yönelik bilişsel ihtiyaçların farkında olunmasına bağlıdır (Rowland ve diğ., 2009). İKB dersler arasında farklı matematiksel fikirlerin ve derslerin farklı bölümleri arasında ilişki kurma, öğretim için etkinliklerin sıralanması, öğrencilerin farklı matematiksel konular ve görevlere yönelik zorlukların bilincinde olmasını içermektedir (Petrou, 2009). Öğretmenler önceki dersler ile kurdukları ilişkileri öğrenme sürecinde gösterebilmelidirler (Fennema ve Franke, 1992). Ma (1999) öğretmenlerin ilişkilendirme bilgisini öğretim sürecinde kullandıkları bir bilgi türü olduğunu belirtmektedir.

Rowland ve diğerleri (2009, s.36) öğretmen adaylarının İKB'ye ilişkin bilgi ve becerilere sahip olup olmadıkları hakkında fikir edinebilmek için aşağıdaki sorulardan faydalanılabileceğini belirtmişlerdir.

- Önceki derslere bağlantı yapabiliyor mu?
- Zihinsel ve sözel tetikleyiciler (starter) ve dersin ana konusu arasında bağlantı yapabiliyor mu?

- Konular arasında uygun kavramsal bağlantılar yapabiliyor mu?

Öğrencilerine öğretilen matematiksel fikirlerin kavramsal olarak uygunluğunun farkında mı?

- Matematiksel fikirler arasında bağlantıları öğrencilerin kavraması sağlamak için sorular soruyor mu?
- Konulardaki zorluk dereceleri birbirlerinden farklı mı?
- Bir fikrin karmaşıklığını önceden öngörebiliyor mu ve bu fikri öğrencilerin anlayabileceği adımlara ayırabiliyor mu?
- Fikirleri ve stratejileri aşama aşama uygun bir sırada sunuyor mu?
- Öğrencilerin kavramalarını değerlendiriyor mu ve bu değerlendirmeye göre dersini değiştiriyor mu?

İKB beş alt bileşende; i) yöntemler arasında ilişki kurma, ii) kavramlar arasında ilişki kurma, iii) karmaşıklığı öngörme, iv) sıralama hakkında karar verme, v) kavramsal uygunluğun farkına varma olarak değerlendirilmektedir (Rowland ve diğ., 2005).

2.1.3.4 Beklenmeyen olaylar bilgisi. Bir ders ne kadar ayrıntı şekilde planlansa bile, sınıf içinde planlanmayan ve öngörülemeyen durumlar ortaya çıkabilir. Beklenmeyen Olaylar Bilgisi (BOB) öğretmenin sınıf ortamında planlanmayan ve beklenmeyen durumlara karşı verdikleri tepkiler ile ilgilidir (Rowland ve diğ., 2009). Öğretmenin sorduğu soruya öğrencilerin verdiği yanıtlar, öğretmenin beklediği şekilde olabilir ya da olmayabilir. Sınıf içinde meydana gelebilecek bu durumları bir kenara bırakmak, onları görmezden gelmek ve öğrenci yanıtlarını "yanlış" olarak nitelemek öğretmenin derse olan ilgisizliğinin bir göstergesidir (Rowland ve diğ., 2005). Ball (1990), öğrencilerin sınıftaki yanıtlarının değerlendirilmesinin önemli olduğunu belirtmektedir. Öğretmenler derste olacak her şeyi önceden bilemeyeceğinden zaman zaman sürpriz olarak karşılaşabileceği durumlar karşısında yerinde cevaplar verebilmeli, gerektiğinde kavramları somutlaştırmak amacıyla ders planında olmasa bile araçları ve kaynakları derse dahil edebilmelidir (Rowland, Thwaites ve Jared, 2015). Öğretmenler beklenmeyen durumlara üç şekilde karşılık verebilir: i) yok saymak, ii) onaylamak fakat bir kenara koymak, iii) onaylamak ve sürece katmak (Rowland ve diğ., 2015). Öğretmenlerin beklenmeyen olaylara verdikleri karşılıklar öğretmenin sahip olduğu alan bilgisi ile ilişkili olup, öğretim akışını değiştirmektedir (Doğan-Çoşkun ve diğ., 2021). Öğretmenin deneyimi arttıkça derste ortaya çıkabilecek beklenmeyen durumlara yerinde müdahaleler yapabilmektedir (Kula, 2014; Rowland Jared ve Thwaites, 2011). BOB, öğretmenin öğrenciler için öğrenmeyi anlamlı ve bağlantılı bir hale getirmesi amacıyla tartışma ve kararlar almayı içerdiğinden diğer üç bileşenden ayrılmaktadır. Bu bileşen planlanması neredeyse imkânsız sınıf etkinlikleri ile ilgilidir (Rowland ve diğ., 2005). BOB öğretmenin planlaması neredeyse imkânsız durumlara verdiği tepkiler, sınıfta ders planı dışında karşılaştığı, planlamadığı olaylar veya öğrencilerin sorularına verdiği yanıtlar ve sınıf içinde beklemediği bir durumla karşılaştığında çabucak ve uygun şekilde belirlenen plandan sapabilmeyi içermektedir (Petrou, 2009; Rowland ve diğ., 2009). Örneğin; öğretmen içgörüsü ile ortaya çıkabilecek konuya yönelik uygun örnek seçiminin yapılmadığı ya da uygun gösterim şeklinin seçilmediği gibi durumların farkına varıldığında nasıl bir yol izleyeceğini bilmesi gerekir. Rowland ve diğerleri (2009, s. 37) öğretmen adaylarının BOB'a ilişkin bilgi ve becerilere sahip olup olmadıkları hakkında fikir edinebilmek için aşağıdaki sorularla ulaşılabileceğini belirtmişlerdir.

- Öğrencilerin yorumlarına, sorularına ve cevaplarına uygun geri dönütler veriyor mu?
- Tüm öğrencilerin sorularının üstesinden uygun bir şekilde gelebiliyor mu?
- Öğrencilerin faaliyetlere verdikleri tepkileri uygun bir şekilde ele alıyor mu?
- Tartışmalar esnasında öğrenciler sorulara yanlış cevap verdiklerinde veya yanlış bir açıklama yaptıklarında uygun bir şekilde karşılık veriyor mu?
- Uygun olduğunda ders planından sapıyor mu?
- Ders boyunca öğrencilerin kavrayışlarını sürekli olarak değerlendiriyor mu ve dersini bu değerlendirmeye göre değiştiriyor mu?

BOB, öğrencilerin düşüncelerine cevap verme, ders planından sapma, öğretmen içgörüsü, mevcut olan (olmayan) araç ve kaynaklara cevap verme kategorilerinde değerlendirilmektedir (Rowland ve diğ., 2005).

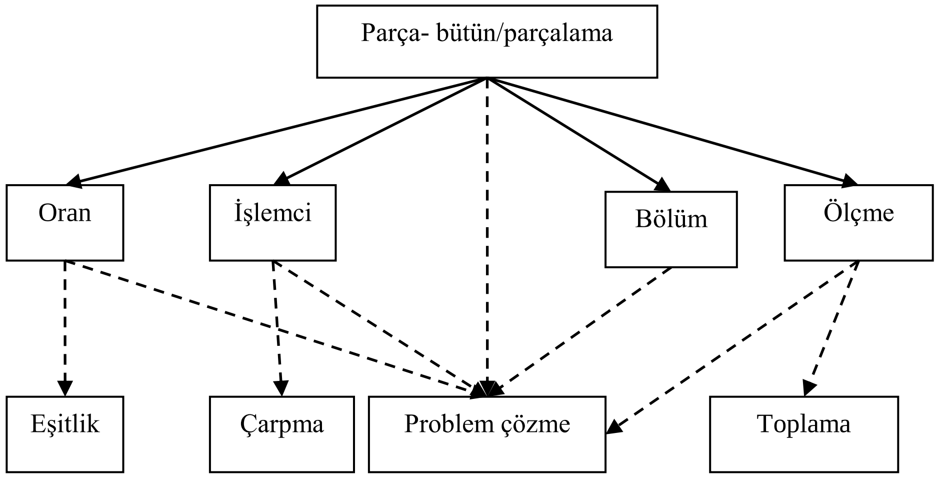
DBM öğretmen adaylarının AB ve AÖB'lerini tüm boyutları ile sistematik bir şekilde değerlendirmeyi sağlayan bir model olarak karşımıza çıkmaktadır. DBM ile araştırmacılar öğretmen adaylarının AB ve AÖB'lerini modelin önerdiği bileşenler bazında değerlendirerek ve eksikleri tespit edilerek yerinde çözüm önerileri verilebilmektedir. Örneğin, kesirlerle bölme konusuna yeni başlayan bir öğretmenin ilk örneği "$\frac{22}{5}:\frac{7}{3}$" ise DB bileşeninin örneklerin seçimini alt bileşeni bağlamında uygun örnek seçimi yapmadığı söylenebilir.

2.1.4 Kesirler ve Kesirlerin Anlamları

Kesirler bir bütünün eş parçaları ile arasındaki ilişkileri belirtir (Pesen, 2008) ve günlük yaşamda karşılaştığımız bütün-parça ilişkisini içeren karmaşık durumları modellememize imkân sağlar. Ayrıca cebirsel düşünme, ondalık ve yüzdeler, oran ve orantı kavramları, ölçme ve olasılık kavramlarıyla yakından ilişkilidir (Van de Walle ve diğ., 2021).

Öğrenciler ilk bakışta kesir kavramını adil paylaşım ile eşleştirmekte, bu eşleştirme onların kesir kavramını daha ileri safhalara taşımalarını sınırlandırmaktadır (Van de Walle ve diğ., 2021). Kesirler tam sayılar gibi doğrudan karşılaştırılamazlar. Her bir kesre denk sonsuz sayıda kesir bulunmaktadır. Referans alınan bütüne göre kesir farklı büyüklüklere karşılık gelmektedir. Bu sebeplerden dolayı kesirleri karşılaştırırken birden fazla kavramın dikkate alınması gerektiğinden kesirler öğrenciler tarafından öğrenilmesi zor bir konu haline gelmektedir. Dahası, kesirler öğretilirken çoğu zaman kavramsal temeller oluşturulmadan, direkt olarak semboller ve işlemler kullanılmaktadır (Alacaci, 2010; Pesen, 2008).

Kieren (1976) kesirleri parça bütün anlamına dayalı olarak *ölçme*, *oran*, *bölme* ve *işlemci* olmak üzere dört alt anlamda tanımlamıştır. Behr, Lesh, Post ve Silver (1983) kesrin parça bütün anlamının yanında parçalama anlamını da ilave etmiş ve Kieren'in tanımladığı bu dört alt anlamı Şekil 2.7’de gösterildiği temel işlemler (eşitlik, çarpma ve toplama) ve problem çözme ile ilişkilendirmişlerdir.



Şekil 2.7. Kesirlerin anlamı ve temel işlemler ile ilişkileri (Behr ve diğ., 1983, s.100)

Şekil 2.7'den görüldüğü gibi kesirlerin parça-bütün anlamının diğer anlamlar için temel bir özelliktedir. Burada dikkate alınması gereken önemli husus kesirlerin kavranabilmesi için öğrencilerin sadece parça-bütün anlamını öğrenmenin yeterli olmayacağı diğer dört anlamı da derin ve zengin bir şekilde kavramalarının gerekli olduğudur. Aşağıda kesirlere karşılık gelen anlamlara ilişkin açıklamalara yer verilmektedir.

Parça- Bütün Anlamı: Parça- bütün anlamında kesir eşit büyüklükte parçalara ayrılan bir bütünden alınan parçaları temsil etmekte veya bir grup nesneden alınan bölümün ya da bir uzunluğun parçasına karşılık gelmektedir (Van de Walle ve diğ., 2021). $\frac{a}{b}$ şeklinde tanımlanan bir kesir b tane eşit parçadan oluşan bütünden alınan a tane parçaya karşılık gelir (Yanık, 2015).

Ölçme Anlamı: Kesrin ölçme anlamında $\frac{a}{b}$ şeklinde verilen bir kesir $\frac{1}{b}$ birim uzunluğun a kere tekrar ettiğine karşılık gelir (Yanık, 2015). Başka bir ifadeyle $\frac{1}{b}$ birim uzunluğu ile ölçüm yapmaktır. Parça- bütün anlamında kesir "kaç taneyi" ifade ederken ölçme anlamı "ne kadar" sorusuna cevap verir (Van de Walle ve diğ., 2021).

Bölüm Anlamı: Kesrin bölüm anlamı paylaştırma ile ilgili olup kesir, bir miktarın belli sayıdaki paylaştırılması ile ortaya çıkar (Alacaci, 2010). Örneğin; 10 lira 4 kişiye paylaştırıldığında herkesin paranın dörtte birini ($\frac{1}{4}$) veya 2 $\frac{1}{2}$ lira alması bölüm anlamının yorumudur. Bölüm anlamı derslerde yeterince vurgulanmadığı için çoğunlukla öğrencilerin kesirleri kavramsallaştırmalarında sıkıntılar yaratabilmektedir (Van de Walle ve diğ., 2021).

İşlemci Anlamı: Kesrin işlemci anlamında kesir bir büyüklüğü büyüten veya küçülten sayıdır (Alacaci, 2010). Örneğin; 15 km'lik yolun $\frac{3}{5}$'ü, 15'i 5'e bölüp 3 ile çarparak veya 3 ile çarpıp 5'e bölerek bulunabilir.

Oran Anlamı: Kesrin oran anlamı aynı bütün içindeki iki parçanın birbirlerine göre durumları yani parça- parça ya da parça- bütün durumları ile ilgilidir. Örneğin; $\frac{3}{4}$ kesri, bir sınıfta ceket giyen 3 kişinin (parça) ceket giymeyen 4 kişiye (parça) oranı ya da sınıftaki ceket giyen 3 kişinin (parça) sınıftaki 7 öğrenciye (bütün) oranını temsil edebilir (Van de Walle ve diğ., 2021).

Kesirlerin öğretiminde alan, sayı doğrusu, küme modelleri kullanılmaktadır. Bu modellerden alan modelinde, kesir sayısı bir bölgenin belli bir parçasına karşılık gelir. Küme modelinde, kesir bir kümedeki nesnelerin bir parçasını temsil eder. Sayı doğrusu modeli ise kesrin sayı doğrusu üzerinde gösterilmesidir. Öğrenciler, nesnelerin eşit paylaşımı ile ilgili sahip oldukları bilgilerinin üzerine alan ve küme modelleri kullanılarak kesir kavramını oluşturabilirler. Kesir kavramını somutlaştırılması için öğrenciler, kesirlerin farklı anlamlarını içeren değişik problemler ile deneyim kazanmalıdırlar (Toluk ve Olkun, 2003).

2.1.5 Bölme ve Bölmenin Anlamları

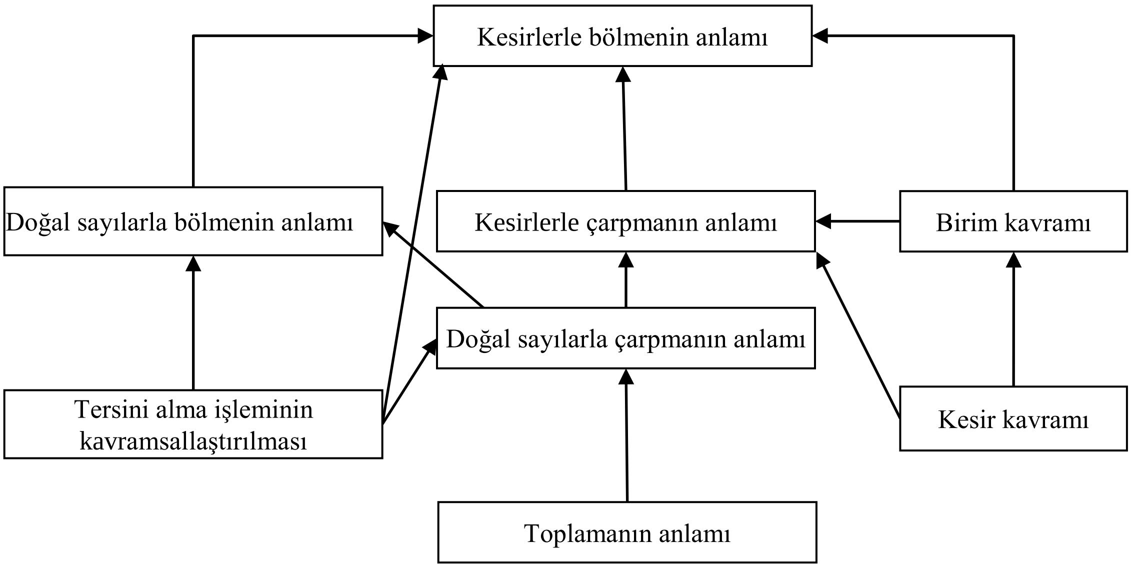
Doğal sayılarla bölme işlemi çıkarma ve çarpma işlemleri ile ilişkilidir. Bölme işlemi, a ve c bilinen ve b bilinmeyen doğal sayılar, a ≠0 olmak üzere a. b= c eşitliğini sağlayan b doğal sayısının bulunması için yapılan işlem olarak tanımlanmaktadır. Bu verilen eşitliğe göre bölme işlemi, "a" doğal sayısı ile çapıldığında "c" sayısını veren "b" sayısının bulunmasıdır (Baykul, 2014).

Doğal sayılarda bölmenin iki anlamı bulunmaktadır: i) ölçme veya gruplama, ii) paylaştırma veya parçalama. Bölmenin ölçme anlamında, bir grup nesne eşit parçalara ayrılarak grup sayısı belirlenmektedir. Bir başka ifade ile her grubun sahip olacağı nesne sayısı tekrarlı çıkarılarak grup sayısı bulunmaktadır (Van de Walle ve diğ., 2021). Örneğin, "Onur'un 10 kalemi var ve her arkadaşına 2 kalem vermek istiyor kalemleri kaç arkadaşına verebilir?" Bu soruda her grubun sahip olacağı kalem sayısı belli olup kaç grup oluşturulacağı belirlenmektedir. Paylaştırma veya parçalama anlamında ise grup sayısı bilinmektedir ve nesneler her gruba eşit olarak dağıtılır. Örneğin, "Onur'un 10 kalemi var ve bu kalemleri 2 arkadaşına eşit olarak paylaştırmak istiyor. Her bir arkadaşı kaç kalem alır?" Burada grup sayısı belli olup her bir gruba düşen kalem sayısı belirlenmektedir (Van de Walle ve diğ., 2021). Bu iki anlam birlikte değerlendirildiğinde bölme işlemi, toplam nesne sayısı (A), grup sayısı (B) veya her bir gruptaki nesne sayısı (C) olmak üzere; ölçme anlamı $A \div C = B$, ve paylaştırma anlamı ise $A \div B = C$ işlemi ile gösterilir.

Öğrencilerin dört işlem içinde en çok zorlandıkları işlem bölme işlemidir (Ma, 1999). Çünkü bölme işlemi yapılırken hem çıkarma hem de çarpma işlemleri birlikte kullanılmaktadır. Bu nedenle, öğrencilere bölme işlemini öğretmeden önce çıkarma ve çarpma işlemlerindeki eksiklikler giderilmeli ve bölme ile olan ilişkileri kurulmalıdır (Albayrak, 2010). Bölme işlemi kavramsallaştırmayı zorlaştıran bir diğer konu ise öğrencilerin bölme işleminde sahip oldukları bir takım kavram yanılgılarıdır. Bu yanılgıların temelinde ise doğal sayılardaki bölme işlemini tüm bölme işlemlerine genelleme yapmaları yer almaktadır. Bölenin bölünenden küçük olması gerektiği, bölenin doğal sayı olması gibi yanılgıları bunlara örnek olarak verilebilir (Fischbein, Deri, Nello ve Marino, 1985; Harel, Behr, Post ve Lesh, 1994).

2.1.5.1 Kesirlerle bölme. Bölme işleminin diğer işlemlere göre daha zor olması ve kesirlerin doğal sayılara göre daha karmaşık bir yapıya sahip olması kesirlerle bölmeyi matematik konuları arasında anlaşılması en zor konusu yapmaktadır (Ma, 1999). Bu nedenle, ilköğretim matematiğinde kesirlerle bölme çoğu zaman işlemsel bilginin ötesine geçememektedir (Tirosh, 2000).

Kesirlerle bölmenin öğretimi için öğretmenler daha önce kesirlerle bölme ile ilişkili olan kavramları bir akış içinde öğrencilere vermelidir. Ma (1999) bu akışı "bilgi paketi" (knowledge package) olarak ifade etmektedir. Ma'nın (1999) çalışmasında öğretmenler ile yapılan görüşmeler sonucunda kesirle bölme konusu için gerekli olan anlamları ve kavramları ve bunların aralarındaki ilişkileri göstermek için Şekil 2.8'de verilen bilgi paketi önerilmiştir. Bu bilgi paketinin en altında toplama işleminin anlamı, daha sonra ters alma işleminin kavramsallaştırılması yapılarak kesir kavramı açıklanmakta ve doğal sayılarla çarpma işlemine geçilmektedir. Doğal sayılarla çarpma işlemi, doğal sayılarla bölme işlemi ile ilişkilendirilerek kesirlerle çarpma konusu ele alınmaktadır. Tüm bu ilişkiler kurulduktan sonra kesirlerle bölme konusunun öğrenilmesine giriş yapılmaktadır.



Şekil 2.8. Kesirlerle bölmenin anlamı için bilgi paketi (Ma, 1999, s.66)

Bir bütünü oluşturan kavramlar ve bunların birbirleriyle olan bağlantıları yeni kavramların oluşmasında önemli rol oynamaktadır. Ma'nın (1999) önerdiği bilgi paketi bu açıdan matematiksel fikir ve kavramlar arasındaki ilişkileri açık bir şekilde ortaya koymaktadır. Öğretmenlerin öğretimlerini bu ilişkileri dikkate alarak gerçekleştirmeleri öğrencilerin kavramlar arasında ilişikler kurup kesirlerle bölme işleminin ne anlama geldiğini anlamalarında kolaylık sağlayacaktır. Böylece, öğrencilerin kesirlerle bölme işlemini yaparken sıklıkla yaptıkları hatalar ve bu hataların sebepleri daha net olarak görülebilecektir. Bu hatalar izleyen bölümde detaylı bir şekilde incelenmiştir.

2.1.5.2 Kesirlerle bölmede karşılaşılan hatalar. Öğrencilerin, bölme işleminde yaptıkları hataların çoğu kesirlerle bölme konusunda olduğu görülmektedir. Alanyazında kesirlerle bölme öğretiminde öğrencilerin, öğretmen adaylarının, öğretmenlerin hatalarını belirlemeye yönelik çok sayıda çalışma bulunmaktadır (Fischbein ve diğ., 1985; Işık ve Kar, 2012; Işıksal, 2006; Işıksal ve Çakıroğlu, 2008; Ma, 1999; Tirosh, 2000). Tirosh (2000) öğrencilerin kesirlerle bölmeye ilişkin yapabilecekleri hataları üç kategoride toplamaktadır:

- **Algoritmaya dayalı hatalar:** Bu hatalar genellikle öğrencilerin algoritmaları anlamsız adımlar olarak görmeleri ve bu nedenle algoritmanın adımlarını unutmaları veya yanlış hatırlamaları sonucunda ortaya çıkmaktadır. Örneğin ters çevir çarp algoritmasında bölen yerine bölüneni ters çevirme veya her ikisini ters çevirme çok sıkça yapılan hatalardır.

- **Sezgisel hatalar:** Bu hatalar öğrencilerin bölme hakkındaki sezgilerinden kaynaklanmaktadır. Yapılan araştırmalar öğrencilerin doğal sayılardaki bölme işlemini kesirlere aşırı genelleme eğiminde olduklarını ve genel olarak bölmenin parçalama anlamını kullanarak bölmeyi yorumladıklarını göstermektedir. Parçalama anlamı kesirlerle bölmede şu üç hatanın ortaya çıkmasına sebep olmaktadır: i) bölen bir doğal sayı olmalıdır, ii) bölen bölünenden küçük olmalıdır, iii) bölüm bölünenden küçük olmalıdır. Ayrıca, bölmenin parçalama anlamı öğrenciler ve öğretmen adaylarının kesirleri içeren sözel problemleri doğru bir şekilde cevaplamalarını da sınırlandırmaktadır (Fischbein ve diğ., 1985; Graeber, Tirosh ve Glover, 1989).
- **Formel bilgiye dayalı hatalar:** Kesir kavramının tam olarak anlaşılamamasına ve dört işlemin özelliklerinin yanlış bilinmesine bağlı olarak ortaya çıkan hatalar bu kategoride yer almaktadır. Örneğin; bölme işleminde değişme özelliği olmamasına rağmen öğrenciler bölme işleminin değişme özelliği olduğunu varsayarak hata yapabilmektedirler.

2.1.5.3 Kesirlerle bölmeye yönelik problem türleri. Problem kurmanın matematik eğitimindeki önemi, Freudenthal (1973) ve Pôlya, (1957) gibi matematik ve matematik eğitimi alanında önemli araştırmacılar tarafından belirtilmektedir. Polya (1957) geleneksel matematik öğretiminde, öğrencilerin bilgiyi pasif bir şekilde aldığını ve problem kurma sorumluluğunun öğretmende ve kitap yazarlarında olduğunu belirtmektedir. Oysa, problem kurma hem yeni bir problemin veya sorunun oluşturulması hem de problem çözme sürecinde bir problemin yeniden formüle edilmesi ile ilişkili olduğundan öğrencilerin matematik bilgisinde, problem çözme becerilerinde ve yaratıcılıklarının gelişmesinde oldukça önemli bir yere sahiptir (Silver, 1994). Yapılan çalışmalar öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeyi içeren problemleri kurmakta oldukça zorlandıklarını göstermektedir (Işık, 2011; Işık ve Kar, 2012; Işıksal, 2006; Leung ve Carbone, 2013; Seçir, 2017).

Kesirlerle bölmeyi içeren problem türleri, eş gruplu ölçme bölme, eş gruplu parçalamalı bölme, karşılaştırmalı ölçme bölme, karşılaştırmalı parçalamalı bölme ve dikdörtgensel alan bölme olarak beş kategoride sınıflandırılmaktadır (Lo ve Luo, 2012). İlk iki problem türü eşit büyüklükteki belli sayıdaki gruplara ayrılması ile ilgilidir. Karşılaştırma problemleri bir kümenin belli sayıda kopyasının diğer bir kümeyi oluşturduğu çarpımsal karşılaştırma durumlarını içerir. Dikdörtgensel alan bölme problemleri ise uzunluk ve genişlik gibi iki boyutun bulunduğu problemleri içermektedir. Aşağıda kesirlerle bölmeyi gerektiren problem türlerini içeren örnekler verilmiştir.

- **(Eş gruplu ölçme bölme)** Bir tepsi kurabiye yapmak için $4\frac{1}{3}$ bardak un gereklidir. Melis'in $11\frac{2}{3}$ bardak unu vardır. Melis kaç tepsi kurabiye yapabilir? (Grup sayısının bilinmediği problem)
- **(Eş gruplu parçalama bölme**) Melis'in $11\frac{2}{3}$ bardak unu vardır. Bu $2\frac{1}{2}$ tepsi kurabiye yapmak için yeterlidir. Melis'in bir tepsi için kaç bardak una ihtiyacı vardır? (Grup büyüklüğünün bilinmediği problem)
- **(Karşılaştırma ölçme bölme)** Mert bu hafta $8\frac{1}{4}$ saat çalışmıştır. Geçen hafta ise $4\frac{1}{2}$ saat çalışan Mert bu hafta geçen haftadan kaç kat fazla çalışmıştır?
- **(Karşılaştırma parçalamalı bölme)** Mert bu hafta geçen hafta çalıştığından $1\frac{1}{2}$ kat daha fazla çalışmıştır. Bu hafta $8\frac{1}{4}$ saat çalışan Mert geçen hafta kaç saat çalışmıştır?
- **(Dikdörtgensel alan bölme)** Dikdörtgenin alanı $13\frac{1}{4}$ m^2 ve uzunluğu $3\frac{1}{4}$ m ise genişliği ne kadardır?

2.2 İlgili Araştırmalar

Bu çalışmada, öğretmen adaylarının kesirlerle bölme konusunda DBM içindeki DB bileşeni dikkate alınarak alan ve alan öğretimi bilgileri değerlendirilmiştir. Bu kapsamda, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının AB ve AÖB'lerini DBM çerçevesinde inceleyen çalışmalar ile kesirlerle bölme konusunda öğretmen ve öğretmen adaylarının AB ve AÖB'lerini inceleyen çalışmalara yer verilmiştir.

2.2.1 Matematik Öğretmenlerinin ve Öğretmen Adaylarının Alan ve Alan Öğretimi Bilgilerini DBM Çerçevesinde Değerlendiren Araştırmalar

Alanyazında matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerini DBM'yi kullanarak değerlendiren çok sayıda çalışma yer almaktadır (Doğan-Coşkun ve diğ., 2021; Getenet ve Callingham; 2021, Kleve 2009; 2010; 2013; Kula, 2011; 2014; Kula ve Bukova-Güzel, 2014; Lane, O'Meara ve Walsh, 2019; Livy, 2010; Livy, Herbert ve Vale, 2019; Petrou, 2009; Rowland, 2005; Rowland ve diğ., 2003; 2005; 2009; 2011; 2015; 2014; Tanışlı ve diğ., 2018; Thwaites ve diğ., 2005; Turner, 2005; 2009; Turner ve Rowland, 2010). Bu çalışmalarda DBM'nin dört bileşeni bir bütün olarak veya tek bir bileşen olarak dikkate alınmıştır.

DBM Rowland ve diğerleri (2003) tarafından matematik öğretmeni adaylarının öğretmen bilgilerini değerlendirilmesi amacıyla geliştirilmiş bir modeldir. Bir öğretmen adayının çıkarma konusunda verdiği dersler incelenerek elde edilen bulgular çerçevesinde öğretmen bilgisini değerlendirmek için 18 kategori belirlenmiş ve daha sonra bu kategoriler TB, DB, İKB ve BOB olmak üzere dört bileşen altında toplanmıştır. TB bileşeni, öğretmenin öğretim hayatında kazandığı bilgi, kavrayış ve inançları kapsamaktadır. Bu kapsamda incelenen öğretmen adayının çıkarma işlemi konusundaki bilgisi TB bileşeni açısından değerlendirilmiştir. Öğretmen adayı ders planında fark kavramını hem kavramsal hem de dilsel açıdan açıklamayı planlamıştır. Ders planından, adayın çıkarmada "parçalama" ve "karşılaştırma" modellerinin farkında olduğu belirlenmiştir. Fark kavramını açıklamak için iki sıra şekilde (5 ve 4 manyetik kurbağa) yapıştırdığı manyetik kurbağaları kullanarak iki kümeyi karşılaştırmalarını sağlamıştır. Ayrıca adayın terminoloji kullanımı da incelenmiştir. DBM'nin ikinci bileşeni olan DB hem dersin planlanması hem de öğretim sürecinde öğretmen gösterdiği bilgi olarak tanımlanmıştır. DB bir konunun öğrenilmesinde uygun örneklerin, temsillerin ve analojilerin seçilmesini, açıklamaların yapılmasını kapsamaktadır. DB bileşeni kapsamında çalışmada bir öğretmen adayının örnek seçimi incelenmiştir. 10'a tamamlayan sayıları bulmak için yapılan bir etkinlikte öğretmen adayının seçtiği sayılar (8, 5, 7, 4, 10, 8, 2, 1, 7, 3) analiz edilerek bu sayıları seçme gerekçeleri öğrenilmeye çalışılmıştır. Adayın 10'a yakın bir sayıyla başlamasını parmak saymaya gerek kalmadan işlemin yapılmasını ve daha sonraki örneklerde işlemi biraz daha zorlaştırmayı hedeflemiştir. Ayrıca öğrencilerin alışık olmadığı bir durum olan (10+0) örnek olarak seçilerek öğrencilerin dikkatini çekmek istemiş ve toplamanın değişme özelliğini ortaya çıkaran (8, 2 gibi) örneklere de yer vermiştir. Sonuç olarak, öğretmen adayının örnek seçimlerini bilinçli bir şekilde yaptığı ve öğrencilere belli kazanımları vermeyi amaçladığı tespit edilmiştir. DBM'nin üçüncü bileşeni olan İKB bir konunun, bir ders içinde veya dersler arasında bağlantıları kuracak şekilde planlamanın ve öğretiminin yapılması ile ilgili bilgiyi kapsamaktadır. İKB kapsamında çalışmada öğretmen adayının öğretim sürecinde iki farklı ilişki kurduğu belirlenmiştir Birinci ilişki olarak öğretmen adayı çıkarmadaki iki model olan parçalama ve karşılaştırma arasındaki bağlantıyı açıklamış, ikinci olarak birebir eşleme ve sayma arasındaki ilişkiyi kurmuştur. Son olarak, DBM'nin dördüncü bileşeni olan BOB planlanması imkânsız olan sınıf ortamlarında karşılaşılan olaylarla ilgilidir. Ders sırasında öğrencilerin yaptıkları katkılar, hatalar ve bunlara öğretmenlerin verdiği cevaplar BOB kapsamında değerlendirilir. Bu çalışmada incelenen öğretmen adayı bir öğrencinin verdiği hatalı cevabı göz ardı ederek, doğru cevap veren diğer bir öğrencinin işlemi nasıl yaptığını öğrenmek istemiştir. Ancak öğrencinin yaptığı açıklamayı yeterli bulmayarak kendisin daha iyi bir açıklaması olduğunu belirtmiştir.

Rowland ve diğerleri (2005) öğretmen adayının ders içi gözlemlerini ve transkriptlerini incelemişler ve DBM içindeki dört bileşeni örnekler vererek daha ayrıntılı bir şekilde açıklamışlardır. Amacın farkında olma, öğrenci hatalarını tanımlama, alan bilgisinde uzmanlığını gösterme, öğretimin teorik altyapısını inceleme, terminolojiyi kullanma, ders kitabını kullanma, işlemlere yoğunlaşma TB bileşeni altında; örneklerin seçimi, öğretmenin gösterimleri, temsillerin seçimi DB bileşeni altında; işlemler ve kavramlar arasında ilişkiler kurma, karmaşık yapıyı öngörme, sıralama hakkında karar verme, kavramsal uygunluğun farkına varma İKB bileşeni altında öğrenci düşüncelerine karşılık verme, fırsatları kullanma, plandan sapma BOB bileşeni altında toplanmıştır. DBM'nin matematik derslerinin gözlemlenmesi ve matematik öğretiminin gelişimi için bir çerçeve olarak kullanılabileceği iddia edilmiştir.

Thwaites ve diğerleri (2005), bir öğretmen adayının 100 ve 1000'e tamamlayan sayıların bulunmasını içeren dersi DBM'nin DB, BOB ve TB bileşenlerini dikkate alarak üç kısımda incelemişlerdir. DB bileşeni çerçevesinde öğretmen adayının tahtaya yazdığı (82+? =100, 35+? = 100, 63+? =100, 820+? =1000, 350+? = 1000, 630+? =1000) örnekleri seçmesinde bir gerekçe olup olmadığı araştırılmıştır. Öğretmen adayı yapılan görüşmede ilk önce bu sayıları rastgele seçtiğini belirtmiş, daha sonra araştırmacılar tarafından bu seçimler daha ayrıntılı bir şekilde sorgulanınca ilk önce 100’e yakın 82’yi, sonra uzak olan sayıyı ve son olarak ikisinin ortasında bir sayı seçtiğini belirterek öğrencilere 100’e tamamlarken farklı durumları içeren örnekleri vermek istediğini belirtmiştir. Öğretmen adayı örnekleri ders sırasında rastgele seçmiş olsa da görüşme sonrasında örneklerin seçiminin önemli olduğu hakkında bir farkındalık sağladığı belirlenmiştir. BOB bileşeninde bu seçilen örnekleri çözmek için tahtaya çıkan öğrenciler ile öğretmen adayı arasında geçen diyaloglar değerlendirilmiştir. Öğretmen adayı, bir öğrencinin 63+? =100 işlemini çözüm aşamasında yaptığı işlemleri sorduğu sorular ile yönlendirerek öğrencinin işlemi doğru bir şekilde yapmasını sağlamıştır. Böylece bu soruyu yanlış yanıt veren öğrencilerin de çözümü açık bir şekilde anlamalarını hedeflemiştir. TB bileşeninde öğretmen adayı, simetri konusunun öğretiminde seçtiği örnekler (daire ve kare) ve açıklamaları ile temel bilgisinde eksikliklerinin olduğunu ortaya çıkarmıştır. Sonuç olarak, DBM öğretmen adaylarının sahip olduğu alan bilgilerini anlamak için yeni bir bakış açısı oluşturmuş ve öğretmen adayları ile DMB’nin bileşenleri bazında yapılan karşılıklı görüşmeler ile onların sahip oldukları alan bilgilerinin geliştirilmesi umut edilmiştir.

Turner (2005) 12 öğretmen adayının derslerini DBM’nin bileşenlerini dikkate alarak incelemiştir. Öğretmen adayları öğretimlerini, öğretim programına göre planlamışlar ancak bu planları öğretimde uygulamakta zorlandıklarını belirtmişlerdir. Eğer kendileri öğretim programından bağımsız bir şekilde ders planlarını hazırlama olanakları olsaydı daha farklı şekilde hazırlayacaklarını ifade etmişlerdir. Bu değerlendirmeler sonucunda, öğretmen adaylarının öğretimlerinde, ders kitaplarından, öğretim programından, ünite planlarının ve mentör öğretmenlerinin öğretim yöntemlerinden ve devletin belirlediği politikalardan etkilendikleri ortaya çıkmıştır. Ayrıca, öğretim sırasında matematik alan bilgilerinin yansıtılmasına da odaklanılmasının, öğretmen adaylarının sahip olduğu inanışları ile uygulama sürecinde karşılaştıkları durumlar arasındaki uyumsuzlukların farkına varmalarına neden olduğu belirtilmiştir.

Kleve (2009) bir öğretmen adayının kesirler öğretimi dersini DBM’nin dört bileşeni kapsamında incelemiştir. DB bileşeninde öğretmen adayı kesirleri göstermek için akıllı tahtada dikdörtgen ve daire temsillerden faydalanmış, sayı doğrusunu kullanmamıştır. Öğretmen adayı kesri bir bütünün parçası olarak ele almış ve örneklerini bu yönde seçmiş, bir grubun parçası veya oran anlamlarını dikkate almamıştır. Ayrıca ilk örneğinde $\frac{9}{8}$ kesrini kullanmış ve bu örnek öğrencilerin 8'in içinde 9 nasıl olabilir sorusunu sormalarına neden olmuştur.

Livy (2010) bir öğretmen adayının üçüncü sınıflarda yürütmüş olduğu dersi DBM'nin dört bileşeninde analiz etmiştir. Öğretmen adayının, dersinde çıkarma işlemine yönelik öğrenme sürecinde öğrencilerin sahip olduğu kavram yanılgısına uygun yanıt vermediği gözlemlenmiş; ders sırasında öğrenci öğrenmesinin gelişimi yerine "evet, hayır" tarzında yanıt verilecek sorular yöneltmiş, dersini soru cevap ile yürütüp, kolay nitelikte çıkarma soruları çözmüş ve ders planına bağımlı bir şekilde öğretimini gerçekleştirmiştir. Öğretmen adayı ile yapılan değerlendirme görüşmesinde, ders sırasında zor sorular sorsaydı sınıf içinde kendini güvende hissedemeyeceğini belirttiğinden alan öğretimi bilgisindeki eksiklikler ortaya çıkarılmıştır.

Kula (2011) dört lise matematik öğretmeni adayının limit kavramına ilişkin alan ve alan öğretimi bilgilerinin öğretim süreçlerine yansımalarını DBM'nin dört bileşeninde incelemiştir. Öğretmen adaylarının öğretim süreçlerini planlama ve öğretim sürecinde, matematiğe olan inanışlarının bu süreci etkilediğini belirtmiştir. Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'ndaki kazanımlar ve kazanım sıralaması baz alınarak öğrenme süreçlerini tasarlayan öğretmen adayları, öğrencilerin sahip olabileceği olası kavram yanılgıları ve zorlukları belirlemede sıkıntı yaşamışlardır. Öğretmen adaylarının öğretimlerinde seçtikleri örnekler kavram ve işlemleri öğrenilmesinin ardından limit kavramına ilişkin kural ve özelliklerin kullanımını içeren ders ve test kitaplarından yararlandıkları örnekleri içermektedir. Öğretmen adaylarının ikisi soru sormayı etkili bir şekilde kullanırken diğer ikisinin etkili soru sormada sıkıntılar yaşadığı belirlenmiştir. Etkili soru sormayı, öğrencilerin verdikleri yanıtlara nasıl ulaştıklarını sorgulayan ve onların yanıtlarını genişletecek şekilde sorular sorma olarak belirten araştırmacı çalışmasında öğretmen adaylarının soru sorma yaklaşımlarının genelde, doğrudan sonucu öğrenen, "evet, hayır" yanıtlarını vermeyi gerektiren tiplerde olduğunu tespit etmiştir. Limit kavramına ilişkin kullandıkları dört farklı gösterim şekline (grafiksel, sayı doğrusu, tablo ve cebirsel gösterimleri) birbirleri ile ilişkiler kurarak yer vermişlerdir. Sınıf içinde beklenmedik bir durumla karşılaştıklarında ise ders planlarından sapabildikleri ancak mesleki deneyimsizlikleri nedeniyle öğrencilerin sahip olabilecekleri kavram yanılgılarını ve zorlukları belirlemede eksiklikleri tespit edilmiştir. Sonuç olarak öğretmen adaylarının matematiğe olan inanışlarının ders planlarını ve öğretimlerini şekillendirdiği belirlenmiştir.

Rowland (2013) bir öğretmen adayının 5. sınıflarda çarpma konusunun öğretiminin yapıldığı dersi DBM'nin dört bileşenini dikkate alarak incelemiştir. TB bileşeninde öğretmen adayı matematik dilini doğru kullanmaya özen göstermiş ancak derste "Ben ne yapardım?, Daha kolay bir yol buldum, vb." açıklamalar ile çarpma algoritmasına bağımlı bir şekilde öğretim gerçekleştirmiştir. DB bileşeninde öğretmen adayının örnek seçimlerine odaklanılmıştır. Öğretmen adayı derse "9x4, 5x12, 5x9, 8x7, 6x3, 7x4, 4x7" örnekleri ile başlayarak öğrencilerin önceki bilgilerini hatırlatmayı amaçlamıştır. Daha sonra "37 x 9" işlemi için öğrencilere önceden bildikleri "ızgara" (grid) metodu ile çarpma işlemi yapabildiklerini hatırlatmış ve bir öğrenci tahtada örneği bu şekilde çözmüştür. Ancak öğretmen adayı sayıları alt alta yazarak geleneksel yöntem olarak sütun metodunu kullanmıştır. Bu açıklamaların ardından "49x8, 19x4, 27x9, 42x4, 23x6, 37x5, 54x4, 63x7, 93x6" örneklerini çözmüş ve daha sonra öğrencilere "99x9, 88x3, 76x8, 62x43, 55x92, 42x15" alıştırma örnekleri vermiştir. Örnek çözümlerinde örneğin, "19x4" işlemi için gerekli kısmi çarpımları (10x4 ve 9x4) öğrencilerin bildiğini varsayarak direkt yazmıştır. Ayrıca derste iki basamaklı iki sayının çarpımını içeren örnekler çözülmemesine rağmen ödev olarak verdiği alıştırma örneklerinden son üç örnek de bu türdendir. İKB bileşeninde öğretmen adayı öğrencilerin çözümlerinin ardından farklı yolla da çözümü yapabileceklerini hatırlatıp daha önceden öğrendikleri arasında ilişkiler kurmaya çalıştığı belirlenmiştir. BOB bileşeninde ise öğretmen adayı algoritmayı kullanan öğrencinin yaptığı hatayı düzeltmemiş ve başka bir öğrenci doğru bir şekilde örneği çözmüş ancak diğer öğrencinin neden hatalı çözüm yaptığını açıklamamıştır. Rowland (2013) aynı çalışmada bir öğretmen adayının 8. sınıflarda birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sisteminin öğretimini de incelemiştir. Öğretmen adayı "2x + 3y=16, 2x + 5y=20" ve "3b – 2c=30, 2b + 5c=1" şeklinde iki denklem sistemini örnek olarak vermiştir. İlk örnekte x değişkenin katsayılarını eşit olarak seçmiş böylece öğrencilerin denklem sistemini çözerken önce x değişkenini yok etmelerini beklemiştir. Fakat öğrenciler x yerine y değişkenini yok etmeyi tercih etmişlerdir. Bunun sebebi sorulduğunda, öğretmen adayının derste sürekli olarak tekrar ettiği "işareti aynı olanlar çıkarılır, farklı olanlar toplanır" kuralı ile ilişkilendirdiği tespit edilmiştir. Öğretmen adayı, denklem sisteminde y'nin işareti açık bir şekilde yazılı olduğundan öğrencilerin y değişkenini yok etme eğiliminde olduklarını düşünmüştür. Öğretmen adayının yukarıdaki kurala sürekli olarak vurgu yapması öğrencilerin çözümlerine istemeyerek de olsa bir sınırlama getirdiği yönünde sonuçlar ortaya çıkarmıştır. Bu çalışma ile öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgileri DBM çerçevesinde belirlenmiştir.

Kleve (2013) bir öğretmen adayının dersini DBM'nin dört bileşeni çerçevesinde analiz etmiştir. Dersin içeriği, 1' den daha büyük kesirler ile hesaplamaları içermektedir. DB bileşeninde ortaya çıkan sonuçlar değerlendirildiğinde öğretmen adayının ders için hazırladığı örnek ve etkinliklerini öğrenci yanıtları ile uyum sağlayacak şekilde tasarlayıp bu şekilde yürüttüğü gözlemlenmiştir. Öğretmen adayı sorduğu sorulara karşılık öğrencilerin verdikleri yanıtlar ile ilgilenmiş ancak yalnızca öğrenci yanıtlarını onaylamış ve yanıtın nedenini sınıf içinde tartışmamıştır. Öğretmen adayının öğrenci yanıtlarını sınıf içinde tartışmamasını TB eksikliğinden kaynaklı olabileceği belirtilmiştir.

Tanışlı ve diğerleri (2018) deneyimi ve deneyimsiz iki ortaokul matematik öğretmeninin ders planlarını ve öğretim süreçlerini DBM'nin bileşenleri çerçevesinde incelemişlerdir. TB bileşeni açısından deneyimli öğretmenin diğer öğretmene göre daha başarılı olduğu tespit edilmiştir. DB bileşeni açısından ise deneyimli öğretmenin zihninden oluşturduğu planı uygulayarak bazı öğrencilerin kavramsal öğrenmelerinin önüne geçtiği, deneyimsiz öğretmenin ise hazır ders planı kullanarak ders kitabı ve sınıf içindeki değişkenler arasında bağlantı kurmakta zorlandığı belirtilmiştir. Çalışmaya katılan deneyimsiz öğretmen kesirlerle bölmeyi açıklarken genel olarak kural ezberleterek çözümler yaptığı, problemlerde alan modeli temsilinden faydalanmak istese de problem bağlamı ile ilişki kurmadan bu temsil şeklini kullandığı tespit edilmiştir. Ayrıca kesirlerle bölmeyi içeren herhangi bir materyal kullanımına yer vermemiştir. İKB bileşeninde deneyimli öğretmen kavramlar arası ilişkiler kurabilirken deneyimsiz öğretmen kavramlar arası ilişki kurmak yerine işlem ve kural ezberletmeye dayalı öğretim gerçekleştirmiştir. BOB bileşeninde ise öğretim sürecini deneyimli öğretmenin diğer öğretmene göre daha başarılı bir şekilde yürüttüğü belirtilmiştir. Çalışmaya katılan iki öğretmenin sınıf içi etkinliklerinin, seçtikleri örneklerin ve temsil şekillerini etkili bir şekilde kullanıp kullanmadıklarının farkında olmadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Lane ve diğerleri (2019) çalışmasında üçüncü sınıf 13 ortaokul öğretmen adayının ortaokul öğrencilerinin (12-15 yaş) derslerini gözlemleyerek matematik dilini kullanmadaki boşlukları DBM çerçevesinde incelemişlerdir. Matematik dilini kullanma DBM'nin alt bileşenlerinden ilişkilendirme ve beklenmeyen olaylar bilgilerinde değerlendirilmemiştir. TB bileşende öğretmen adaylarının matematik dilini kullanma konusunda boşluklarının terminolojiyi yanlış kullanma, basitleştirme ve anlama şeklinde ortaya çıktığı belirlenmişlerdir. DB bileşeninde ise öğretmen adayları matematiksel anlamları net bir şekilde açıklayamamışlardır. Buna sebep olarak planlarının ve matematiksel bilgi ve anlamalarının olmadığı belirlenmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının DB'leri temsilleri ve analojileri başlığı altında değerlendirilmiş ve 7 öğretmen adayının temsillerin ve analojilerin farkında olduğu gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarının matematiksel işlemleri daha çok basit işlemlere odaklanarak kavramsal anlamaları önemsiz hale getirmişler ayrıca matematiksel anlamadan daha çok günlük yaşam kullanımlarına yer verdikleri belirlenmiştir.

Getenet ve Callingham (2021) çalışmasında Yeni Zelanda'da yedinci sınıf öğretimini yapan bir öğretmenin öğretim sürecini DBM'nin bileşenleri çerçevesinde incelemişlerdir. Çalışmada öğretmenin kesirlerin farklı anlamlarını kullanırken alan öğretimi bilgisi ve öğrencilerin sordukları sorulara verdiği cevaplar değerlendirmiştir. DB'ye ilişkin bulgular örneklerin seçimi, öğretmenin gösterimleri ve temsillerin seçimi alt bileşenlerinde değerlendirilmiştir. Öğretmenin seçtiği örnekler daha çok günlük yaşam bağlamı içerirken, öğretmenin gösterimlerinde kesirlerin farklı anlamlarını öğretmeyi amaçladığı ve öğrencilerin düşüncelerini ortaya çıkarabilmek için sorular sorduğu, kesirleri temsil ederken ise öğrencilerin sık karşılaştıkları *kesmek, parçalara ayırmak* gibi bir dil kullandığı belirtilmiştir.

Alanyazındaki bu çalışmalarda DBM'nin bileşenleri çerçevesinde öğretmen adaylarının ya da öğretmenlerin mevcut alan ve alan öğretimi bilgileri yorumlanmıştır. DB alt bileşeninde katılımcıların genel olarak seçtikleri örneklerde, gösterimlerde ve temsil seçimlerinde eksikliklerin olduğu belirlenmiştir.

2.2.1.1 DBM çerçevesinde gelişimi inceleyen çalışmalar. Alanyazında DBM kullanılarak öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerindeki gelişimleri inceleyen çalışmaların yer aldığı görülmektedir. Bu çalışmalar aşağıda detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

Turner (2009) DBM çerçevesinde bir öğretmen adayının son sınıftan itibaren öğretmen olarak mesleğini icra ettiği üç yıl boyunca verdiği derslerini değerlendirmiştir. Katılımcı, dördüncü sınıfta öğretmen adayı iken DB bileşeni kapsamında derslerindeki seçtiği örneklerde daha çok işlemsel açıklamalara odaklandığını, mesleğinin ilk yılında farklı gösterimleri kullanmaya başladığını, ikinci yılında işlemlere olan bağlılığından uzaklaşarak öğrenci anlamalarının gelişimine yönelik gösterimlere yer vermeye başladığını, mesleğinin üçüncü yılında ise öğrenci öğrenmelerini ön plana alıp kavramsal öğrenmeyi destekleyecek şekilde derslerini yürüttüğünü belirtmiştir.

Turner ve Rowland (2010) dört öğretmen adayının gelişim sürecini DBM kullanarak takip etmişlerdir. Katılımcıların dört yıl boyunca yapılan görüşmeler sonunda hem bakış açılarında hem de alan ve alan öğretimi bilgilerinde değişimler gözlemlenmiştir. Bir öğretmen adayı başlangıçta öğretiminde daha çok içerik odaklı bir bakış açısına sahipken daha sonraki yıllarda kavramsal anlamaya odaklı bakış açısına sahip olmuştur. Diğer bir öğretmen adayı öğretimin ilk yılında performans ve kavramsal odaklı öğretim anlayışına sahipken ilerleyen yıllarda öğrenci odaklı bir bakış açısına sahip olmuştur. Öğretmen adayları, derslerini planlarken ve değerlendirirken DBM'nin kendilerine yardımcı olduğunu, bileşenlerin öğretimlerinde hem faydalı hem de kullanımının kolay olduğunu ve daha önceden bilinçsizce hazırladıkları ders planlarını bileşenleri dikkate alarak hazırladıklarını ayrıca ileriki meslek hayatlarında da kullanacaklarını belirtmişlerdir. Sonuç olarak DBM'nin matematik alan bilgisinin gelişiminde etkili bir araç olduğu, katılımcılara işlemsel anlamadan daha çok kavramsal anlama ve öğrenen odaklı bir bakış açısı kazandırdığı belirlenmiştir.

Livy ve diğerleri (2018) iki ilkokul öğretmen adayının dört yıl boyunca matematik içerik bilgilerindeki gelişimlerini DMB'nin bileşenleri çerçevesinde incelemişlerdir. Çalışmada öğretmen adaylarının öğretmeye ne kadar hazır oldukları ve matematik içerik bilgilerini nasıl ve ne zaman kazandıkları araştırılmıştır. Çalışmanın katılımcıları 100 gün ilkokulda ve 45 gün ortaokulda öğretim yapmışlardır. Çalışmanın verilerini öğretmen adaylarına verilen ödevler, ders planları, yapılan görüşmeler ve öğretim süreçlerinden oluşan nitel ve nicel veriler oluşturmaktadır. Öğretmen adaylarının temel bilgilerinde sahip oldukları inançları değerlendirildiğinde kendilerine güvenmede zorluklar yaşadıkları ve temel bilgilerinin eksik olduğu belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının bu bileşende daha çok amacın farkında olma, matematiğin neden öğretileceği konusundaki inançlara ve matematiksel kavram ve fikirleri anlayıp anlamadıklarına odaklandıkları belirlenmiştir. Dört yılın sonunda iki öğretmen adayının daha çok temel ve ilişkilendirme bilgilerinde kendilerini geliştirdikleri ancak dönüşüm ve beklenmeyen olaylar bilgilerinde yeterli kanıtın oluşmadığı ifade edilmiştir. Rose isimli öğretmen adayı temel bilgisini derinleştirmek için daha çok çabalamış, Lisa ise daha çok dönüşüm bilgisinde değişim göstermiş bu sonucun Lisa'nın seçtiği örnekler ve kullandığı materyallere bakarak belirlendiği ifade edilmiştir. Öğretmen adayları ders planlarının dışına çıkmayan sorular sorduklarından beklenmeyen olaylar bilgisine yönelik sınırlı veri elde edilmiştir. Örneğin Lisa üçgen üzerine tartışmalar yapmış ve örneklerini buna uygun olarak kullanmış ancak Rose daha açık sorular sorarak matematik içerik bilgisine güvendiğini gösterebilmiştir.

2.2.1.2 DBM kullanılarak yapılan çalışmaların özeti. DBM çerçevesinde yapılan çalışmalar genel olarak iki başlık altında incelenebilir: i) öğretmen adaylarının alan ve alan öğretim bilgilerinin dört bileşen çerçevesinde değerlendirildiği çalışmalar ii) alan ve alan öğretim bilgilerinin değerlendirildiği ve gelişimin sürecinin takip edildiği çalışmalar, iii) belli bir bileşen bazında yapılan çalışmalar

DBM'nin dört bileşeni öğretmen adaylarının alan ve alan öğretim bilgilerin değerlendiren çok sayıda çalışma yapılmıştır (Getenet ve Callingham, 2021; Huckstep, Rowland ve Thwaites, 2003; Kleve, 2009; 2013; Kula, 2011; Lane ve diğ., 2019; Livy, 2010; Rowland, 2005; 2013; Rowland ve diğ., 2011; Tanışlı ve diğ., 2018; Thwaites ve diğ., 2005; Turner, 2009; Weston, 2013). Bu çalışmalarda, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin sahip oldukları alan ve alan öğretimi bilgilerinin ders planlarına ve/veya öğretim süreçlerine yansımaları değerlendirilerek, yanlış veya eksik uygulamaların sebepleri bileşenler bazında tespit edilmiştir. TB bileşeninde öğretmen adaylarının genel olarak, ders planlarını ders kitabına veya programa bağımlı bir şekilde hazırladıkları, öğretimlerini sonuç odaklı bir şekilde gerçekleştirdikleri ve öğrenci hatalarını ya da kavram yanılgılarını belirlemede eksikliklerinin olduğu belirlenmiştir. (Kelve, 2013; Livy ve diğ., 2018; Weston, 2013). DB bileşeninde, seçilen örneklerin daha çok işlem yapmaya odaklı, günlük yaşam bağlamının fazla kurulmadığı ve alıştırma örneklerinin ise öğrencilerin genelde işlem yapma becerilerini geliştirmeye yönelik olduğu belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının, öğretimlerinde genellikle kısa yanıt gerektiren sorular sormayı tercih ettikleri bu nedenle öğrencilerin düşüncelerini tam olarak ortaya çıkarmadıkları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının öğretimlerinde materyal kullanımına çok fazla yer vermedikleri ortaya çıkan bir diğer sonuçtur (Lane ve diğ., 2019; Rowland ve diğ., 2003; Rowland, 2013). İKB bileşeninde, genel olarak öğretmen adaylarının, öğrencilerin önbilgilerini hatırlatan örnekler seçerek daha önce bildikleri kavramlarla yeni kavramlar arasında ilişki kurabildikleri tespit edilmiştir (Getenet ve Callingham, 2021; Rowland, 2013). BOB bileşeninde ise genellikle beklenmeyen bir durum ile karşılaşıldığında öğretmen adaylarının durumu geçiştirme, görmezden gelme veya böyle durumlardan kaçınacak şekilde derslerini tasarladıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca bazı öğretmen adaylarının sınıf içindeki beklenmeyen bir durumda ders planından saptığını gösteren çalışmalar da bulunmaktadır (Doğan-Coşkun ve diğ., 2021; Getenet ve Callingham, 2021; Kula, 2014; Kula ve Bukova-Güzel, 2014; Kleve, 2010; Livy, 2010; Rowland ve diğ., 2011).

Bazı çalışmalarda katılımcılar uzun süre gözlemlenerek, öğretmen adayı ve öğretmen olarak mesleklerini icra ederken alan ve alan öğretimi bilgilerindeki gelişimler DBM çerçevesinde değerlendirilmiştir (Livy ve diğ., 2018; Turner, 2009; Turner ve Rowland, 2010). Bu çalışmalarda katılımcıların belli aralıklarla öğretim yaklaşımları DBM bileşenleri bazında değerlendirilerek değişimleri tespit edilmiştir. Bu değerlendirmeler esnasında öğretmenler alan ve alan öğretimi bilgisi konusunda eksikliklerinin farkına varmışlar, ders planlarını DBM'nin bileşenlerinin alt bileşenlerinde yer alan kategorileri de dikkate alarak geliştirip öğretim süreçlerinde uygulayabilmişlerdir. Ayrıca bu süreç boyunca öğretmen adaylarının başlangıçta işlem odaklı öğretim bakış açısına sahip iken zaman içinde kavramsal öğrenme ve öğrenen odaklı bir öğretim anlayışına doğru evrildikleri tespit edilmiştir.

Alanyazında DBM'nin tek bileşenini (örneğin; BOB) dikkate alan daha odaklı çalışmalar da bulunmaktadır (Doğan-Coşkun ve diğ., 2021; Kula, 2014; Kula ve Bukova-Güzel, 2014). Bu çalışmalarda üzerine odaklanılan bileşene yönelik öğretmen ve öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgileri detaylı bir şekilde analiz edilerek bileşenleri ortaya çıkaran sınıf içi tartışmalar, gösterimler, temsiller, öğrenci ve öğretmen etkileşimleri detaylı örnekler ile açıklanarak, yeni alt bileşenlerin ortaya çıkarılması ve mevcutların gözden geçirilmesi ile kuramsal çerçevenin genişletilmesine olanak sağlanmaya çalışılmıştır. Alanyazında bu türden çalışmalara daha çok yer verilmesi öğretmen adaylarına ve öğretmenlere öğretim süreçlerini tasarlarken ve gerçekleştirirken yol gösterici olacak ayrıca derslerini nasıl değerlendirecekleri, doğru ve yanlış uygulamaları hakkında bilgilerle sınıf içinde karşılaşabilecekleri durumlar için farkındalıkları oluşacaktır. Bu nedenlere DBM'nin belli bir bileşenine yönelik detaylı analizlerin yer aldığı çalışmalar da büyük önem taşımaktadır.

2.2.2 Kesirlerle Bölme İşlemine Yönelik Yapılan Çalışmalar

Alanyazında kesirlerle bölme konusunda öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin alan ve alan öğretimi bilgilerini ve öğrencilerin kesirlerle bölmeyi anlamlandırmasını inceleyen çok sayıda çalışma yer almaktadır. Bu çalışmalarda öğretmen adaylarının, kesirlerle bölmeye yönelik problem kurmada yaptıkları hatalar, kavram yanılgıları, algoritmaları gerekçelendirme, uygun modelleri kullanabilme, alan ve alan öğretimi bilgilerindeki gelişimlerini ve öğrencilerin kesirlerle bölmeyi anlamlandırma ve kavramsallaştırmada yaşadıkları sorunlar ve bunların sebepleri incelenmektedir.

Alanyazında, hem öğretmen adaylarının hem de öğretmenlerin alan ve alan öğretim bilgilerindeki eksiklikler nedeniyle kesirlerle bölmeyi tam olarak anlamlandıramadıkları ve verilen bir kesirlerle bölme işlemine uygun bir problem kurulmasında sorunlar yaşadıkları belirtilmektedir (Ball, 1990; Doğan-Coşkun, 2019).

Ball (1990) 252 ilkokul ve ortaokul öğretmen adayının alan bilgilerini belirlemek amacı ile öğretmen adaylarına test uygulanmış ve 35 öğretmen adayı ile görüşmeler yapmıştır. Çalışmada, ilk olarak öğretmen adaylarına $4\frac{1}{4} \div \frac{1}{2}$ işlemini temsil eden problemi bulmaları amacıyla uygulanan testte, i) üç farklı problem, ii) daha farklı problem önerisi, iii) emin değilim şeklinde beş madde verilmiştir. Diğer bir soruda ise $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$ işlemine verdikleri yanıtlar, oluşturdukları problemler ve temsiller, işlemi yaparken kullandıkları ters çevir çarp algoritmasını açıklama durumları incelenmiştir. İlk soruya öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğu $4\frac{1}{4} \div \frac{1}{2}$ işlemini gerektiren problem yerine, $\frac{1}{2}$ ‘e bölmek yerine 2’ye bölmeyi gerektiren $4\frac{1}{4} \div 2$ işlemini gerektiren problem seçmişlerdir. $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$ işlemini gerektiren soruda ise öğretmen adaylarının çoğunun “ $1\frac{3}{4}$ pizzamız var 2 eşit parçaya bölmek istiyoruz. Nasıl böleriz?” gibi açıklamalarla $\frac{1}{2}$'e bölmek yerine 2’ye bölmeyi gerektiren problemler oluşturarak bölmenin paylaştırma anlamına odaklandıkları belirlenmiş, kesirler ile gerçek yaşam durumları arasında ilişkiler kurmakta zorlandıkları ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının genellikle ters çevir çarp algoritmasını kullanarak çözüm yaptıkları tespit edilerek bilgilerinin daha çok işlemsel düzeyde olduğu belirlenmiştir.

Işık (2011) 127 öğretmen adayının kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinden oluşan sekiz maddelik Problem Kurma Testi'nde verdikleri yanıtlar analiz etmiştir. Dört tane kesirlerle bölme işlemi içeren testte, öğretmen adayları genel olarak "$3:\frac{3}{5}$" işlemi için ölçme anlamını içeren problemler, "$\frac{1}{2}:\frac{1}{8}$, $\frac{7}{8}:\frac{1}{4}$ ve $4\frac{2}{3}:1\frac{1}{6}$" işlemleri için problem oluştururken en fazla yanlışı ve boşu içeren kategorileri ortaya çıkarmıştır. Öğretmen adayları en çok tam sayılı iki kesri bölmeyi gerektiren problem oluşturmada güçlük çekmişlerdir. Problem oluşturmadan önce öğretmen adaylarının genelde bölen kesri bileşik kesre çevirip, bölünen kesre birim anlamı yükledikleri, problem oluştururken çarpma ve bölme işlemlerini birbirlerine karıştırdıkları ve birimleri oluşturmada güçlükler yaşadıkları tespit edilmiştir. Sonuç olarak öğretmen adaylarının verilen işlemlere yönelik problem oluşturmada kavramsal olarak eksikliklerin olduğu belirlenmiştir.

Işık ve Kar (2012) 64 öğretmen adayının *bölünenin bilinmediği, bölenin bilinmediği, bölümün bilinmediği, bölünen kesir sayısının bölen kesir sayısından küçük olduğu, bölümün bilinmediği* olmak üzere dört maddeden oluşan Problem Kurma Testi'ne (PKT) verdikleri yanıtları analiz etmişlerdir. Öğretmen adaylarının yaptıkları hatalar i) birim kargaşası, ii) kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme, iii) oran-orantı yolu ile problem kurma, iv) parça bütün ilişkisini kuramama, v) bölen kesrin paydasına bölme, vi) bölme yerine çarpma işlemi kullanma, vii) bölen kesir sayısını ters çevirerek çarpılması kategorilerinde belirlemişlerdir. Hataların nedenlerini belirlemek amacı ile 16 öğretmen adayı ile yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiş ve öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik kavramsal anlamayı göz ardı ettiklerini tespit edilmiştir.

Doğan-Coşkun (2019) 83 öğretmen adayının kesirlerle çarpma ve bölmeyi içeren işlemlere yönelik kurdukları problemleri analiz etmiştir. Öğretmen adaylarından "$\frac{5}{6}:\frac{2}{3}$" işlemine yönelik problem kurmaları istenmiştir. 39 öğretmen adayı bu işlemi içeren bir problem oluşturamamıştır. Yanıt veren öğretmen adaylarının 30'u bölmenin ölçme anlamını içeren sadece birisini eş paylaştırma anlamını içeren problem yazdığı tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının doğal sayıların anlamlarını kullanarak kesirlerle bölme işlemlerini içeren problemler yazmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Örneğin; "Bir pastanın $\frac{5}{6}$'sını misafirlerime servis etmek istiyorum. Her bir misafire pastanın $\frac{2}{3}$'ünü servis etsem kaç kişiye pasta servis edebilir?" gibi problemler oluşturmuşlardır. Çalışmanın sonuçlarında öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye ilişkin kavramsal olarak eksikliklerinin olduğu tespit edilmiştir.

Alanyazında (Ball, 1990; Doğan- Coşkun, 2019; Işık, 2011; Işık ve Kar, 2014) öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerini belirleyebilmek amacıyla yapılan çalışmalar genellikle, kesirlerle bölme alan testi, öğretim sürecinin gözlemi ve öğretimi değerlendiren görüşmeler yoluyla gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalarda öğretmen adaylarının kesirlerle bölme işleminde kullanılan algoritmaları (ters çevir çarp ve ortak payda algoritmaları) gerekçeleri ile açıklayabilme durumları, kesirlerle bölme işlemi gerektiren problemlere uygun hangi temsilleri kullandıkları ve temsillere yönelik yaptıkları açıklamaları, kesirlerle bölme problemlerini içeren çözümleri ve açıklamaları, problemleri çözerken sahip oldukları hataların neler olduğuna yer verilmiştir.

Alanyazında öğretmen ve öğretmen adayları ile yapılan bazı çalışmalar ise onların kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerini nasıl kullandıklarını belirleyebilmek için öğretim süreçlerinin gözlemi ve değerlendirmelerini kapsamaktadır. Ayrıca bu çalışmalar öğretmen ve öğretmen adaylarının kesirlerle bölme işleminde sahip oldukları hataları, algoritmaları gerekçelendirme durumları, modelleri nasıl kullandıklarını belirtmektedir.

Borko, Eisenhart, Brown, Underhill, Jones, ve Agard (1992) öğretmen adayının öğretim sürecinde “$\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$” işlemi nasıl yaptığı incelemiştir. Öğretmen adayı derste ters çevir çarp algoritmasını kullanarak işlemi yapmış bu sırada bir öğrenci “İkinci kesri neden ters çevirip çarpıyoruz?” şeklinde bir soru sormuştur. Öğretmen adayı işlemi açıklamak için tahtaya alan modelinden faydalanarak $\frac{3}{4}$’ü temsil eden şekli çizmiş (dikeyde 3 parçayı taramış) ve elimizde bu kısmın yarısını boyayacak kadar boyasının olduğunu söylemiştir. Daha sonra şekli yatay olarak 4 parçaya bölüp $\frac{2}{8}$’lik bölümün daha önceden boyandığını belirtmiştir. Ancak daha sonra çizdiği şekil üzerinden işleme yönelik bir açıklama yapamamış daha sonra bu durumla ilgileneceğini belirterek çizdiği şekle ilişkin açıklamaları yarıda bırakıp öğrencilerin ters çevir çarp algoritması ile işlemi yapabilecekleri yönünde açıklamalar yapmıştır." Öğretmen adayının alan ve alan öğretimi bilgilerindeki eksikliler nedeniyle algoritmayı gerekçelendiremediği belirlenmiştir.

Simon (1993) öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye ilişkin anlayışlarını ortaya çıkarmak amacıyla ilk olarak 33 öğretmen adayına yazılı sorular yöneltmiş daha sonra 8 öğretmen adayıyla görüşmeler gerçekleştirmiştir. Bu amaçla hazırlanan beş soru, bölmenin anlamına iki yöne odaklanan; işlemsel bilgi ve kavramsal bilginin birimlerle olan ilişkisi ve bu bilgilerin bağlantılarını içermektedir. Bu sorulardan ikisi kesirlere bölme işlemlerini ($51 \div 4$, $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$) üçü ise kesirlerle bölme problemlerinden oluşmaktadır. Öğretmen adayları işlemleri algoritma yardımıyla kolaylıkla yapmışlardır. Ancak algoritmayı açıklama ve gerçek yaşam durumu ile bağlantı kurmada, birimleri belirlemede, bölmenin anlamları arasında ilişki kurmada zorluk çektikleri daha çok bölmenin eş paylaştırma anlamına odaklandıkları gözlemlenmiş ve bilgilerinin daha çok işlemsel düzeyde olduğu belirlenmiştir.

Ma (1999) Amerikalı ve Çinli öğretmenlerin kesirlerle bölmeye yönelik anlamalarını ortaya çıkarabilmek için yaptığı çalışmada Amerikalı öğretmenlerin %43'ünün işlemin sonucunu doğru olarak bulduğu ancak soruların çözümlerinde kullandıkları algoritmayı açıklayamadıklarını belirlenmişlerdir. Bu sonuçların öğretmenlerin bölme işlemi ve kesirleri içeren diğer işlemler ile bağlantı kurmadaki eksikliklerinden kaynaklı olabileceği ifade edilmiştir. Çinli öğretmenlerin ise verilen işlemleri yaparken başarılı olmalarının yanında öğretmenlerin çoğunun işlemleri açıklayabilmek için en az bir temsili doğru kullanabildikleri tespit edilmiştir. Ayrıca algoritmayı açıklarken kural odaklı açıklamalar yerine doğal sayılarla bölme işlemi ile ilişkiler kurarak açıklamalar yapmışlardır. Dahası problemleri çözerken kullandıkları algoritmaları ispatlama çabasında oldukları açıklanmıştır. Ma (1999) öğretmenin bir konuyu temsillerle açıklayabilmesi için öğretimsel açıdan kapsamlı bilgiye sahip olması gerektiğini belirtmiştir.

Tirosh (2000) çalışmasında 30 kadın ilköğretim öğretmen adayının, kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerinin gelişimini desteklemek için yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle bölme kavramı ile ilgili yanlış anlamalarının doğası ve olası hata kaynakları hakkında bildiklerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Çalışmanın sonuçlarında, kesirlerle bölmeye ilişkin yapılan hataları, i) algoritmaya dayalı hatalar, ii) sezgisel hatalar, iii) formel bilgiye dayalı hatalar olarak üç kategoriye ayırmıştır. Algoritmaya dayalı hataları, algoritmanın yanlış hatırlanmasından kaynaklı olarak, bölen yerine bölüneni ters çevirme veya her ikisini de ters çevirmeden kaynaklı olduğunu belirmiştir. Sezgisel hataları, doğal sayılarla yapılan işlemlerin özelliklerini kesirlere aşırı genellemeden ve bölmeyi parçalamalı anlamı ile kullanmadan kaynaklı olduğu ifade edilirken, formel bilgiye dayalı hataları ise, kesir kavramına ilişkin sınırlı kavramsallaştırma ve kesirlere yapılan işlemin özelliklerine ilişkin yetersiz bilgiden kaynaklı yanlış yapma olarak belirtilmiştir.

Işıksal (2006) 17 ilköğretim matematik öğretmen adayı ile kesirlerle çarpma ve bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgileri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Çalışmada öğretmen adaylarının kesirlerle çarpma ve bölmeye ilişkin kavram, prensip ve ispatlara yönelik anlamaları, altıncı ve yedinci sınıf öğrencilerinin bu konularda sahip olabilecekleri kavram ve kavram yanılgıları hakkındaki bilgileri, bu konuları öğretirken öğretimde kullandıkları stratejileri ve kesirlerle çarpma ve bölmeyi anlamlandırmalarına ilişkin gösterimleri incelenmiştir. İki bölümden oluşan testin ilk bölümü öğretmen adaylarının alan bilgilerini, ikinci bölüm ise alan öğretimi bilgilerini belirlemeyi amaçlamaktadır. Öğretmen adaylarına ilk önce kesirlerle çarpma ve bölme testi uygulanmış ardından değerlendirme görüşmeleri gerçekleşmiştir. Çalışmanın verileri incelendiğinde, öğretmen adaylarının kesirlerle çarpma ve bölme ile ilgili temel soruları kolayca sembolize edip çözebildikleri belirlenmiştir. Ancak, kesirlerle çarpma ve bölme ile ilgili temel ilkelerin yorumlanması ve muhakeme edilmesi bağlamında kavramsal bilgilerinin eksik olduğu görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarının kavramsal olarak kesirlerle çarpma ve bölmeye yönelik güçlü inançları olsa da işlemlerin mantıksal arka planın açıklandığı yerlerde, konuları ve aralarındaki kavramsal ilişkileri temsil etmek ve açıklamak için yeterli bilgiye sahip olmadıkları belirlenmiştir.

Kılcan (2006) dört öğretmenin kesirlerle bölmeyi içeren öğretimlerine ilişkin gözlemler ve yaptığı değerlendirme görüşmeleri yardımıyla kesirlere bölme işlemine ilişkin yorumlarını ve öğretime yansımalarını incelemiştir. Katılımcılardan üç öğretmenin öğretimlerini ters çevir çarp algoritmasına odaklanarak gerçekleştirdikleri ancak algoritmayı gerekçelendiremedikleri bu nedenle bilgilerinin işlemsel düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Sadece bir öğretmenin bilgisinin kavramsal düzeyde olduğu, öğrenci anlamalarının ön planda olduğu öğrencilerin kendi fikirlerini oluşturabildiği bir öğrenme ortamı oluşturduğu belirlenmiştir. Kılcan (2006) öğretmenlerin kesirlerle bölmeye yönelik kavramsal bilgi düzeylerini, i) kurala dayalı bilgi düzeyi, ii) anlamdan yoksun işlemsel bilgi, iii) kavramsal bilgi düzeyi olmak üzere üç kategoride toplamıştır. İlk düzeydeki öğretmenler, sadece ters çevir çarp algoritmasını kullanıp algoritmanın gerekçelerini açıklamamış ve bölmenin sadece eş paylaştırma anlamına odaklanmışlardır. Bu düzeyde problem çözümlerinde öğrenciler daha çok algoritmalar ile çözüme yönlendirilmektedir. İkinci düzeydeki öğretmenler, ters çevir çarp algoritmasına ek olarak ortak payda algoritmasına ve bölmenin ölçme anlamına yer vermişlerdir ancak farklı temsillerle yaptıkları işlemleri açıklayamayıp öğrencileri işlemsel çözüme yönlendirmektedir. Üçüncü düzeydeki öğretmenler ise sadece kurala bağımlı kalmayıp, bölmenin farklı anlamlarına yer veren ve problemleri kuralları kullanmadan modeller yardımıyla çözen ve öğrenci düşüncelerini ön plana alan öğretmenlerdir. Ayrıca çalışmanın katılımcıları bölen kesrin bölünenden büyük olduğu "$\frac{5}{6}:\frac{5}{3}$" işlemini modellerle çözememiş ve bu işleme uygun olacak bir problem oluşturamamışlardır. Üçüncü düzeydeki öğretmen bu durumu, bölen kesrin tamamını bölünenin içinde göremediği için küçük kesri büyük kesre bölmenin zor olduğunu belirtmiştir.

Li ve Smith (2007) 46 ortaokul öğretmen adayının kesirlere bölmeye yönelik bilgilerini ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. "$\frac{7}{9} \div \frac{2}{3}$" işlemini öğretmen adaylarının %93'ü, "$\frac{1}{3}$' ün içinde kaç tane $\frac{1}{2}$ var?" sorusunu ise %52'si doğru bir şekilde yanıtlamıştır. Bu soruya öğretmen adaylarının çoğu "hiç" veya "sıfır" yanıtlarını vermişlerdir. Öğretmen adaylarına problem şeklinde yöneltilen soru sorulduğunda başarılarının düştüğü, çözerken zorluk çektikleri tespit edilmiştir. Ayrıca, öğretmen adaylarına, $\frac{2}{3}:2=\frac{1}{3}$ ve $\frac{2}{3}:\frac{1}{6}=4$ işlemlerinin sonuçlarının açıklanmasının istendiği sorulara, %26'sı temsiller (kesir çubuğu, pasta grafik, dairesel grafik vb.), %22'si ters çevir çarp algoritması ile cevap verirken, %46'sı ise her ikisine de tam olarak açıklama getirememiştir. Sonuç olarak öğretmen adaylarının, ters çevir çarp algoritmasını açıklamaları, farklı temsilleri kullanabilmeleri, problem çözerken zorluklar yaşadıkları tespit edilerek alan bilgilerindeki eksiklikler ortaya çıkmıştır.

Orrill, Sexton, Lee ve Gerde (2008) 12 matematik öğretmeninin kesirlerle bölmeye ilişkin bilgilerini ortaya çıkarmak amacıyla, "$\frac{2}{5}:\frac{1}{7}=\frac{14}{5}$" işlemine karşılık temsil oluşturmaları ve "$\frac{3}{4}:\frac{1}{8}$" işlemine karşılık gelen modelleri nasıl kullandıklarını incelemişlerdir. İlk soruya yönelik olarak öğretmenlerin büyük bir bölümünün "ters çevir çarp" temsilini kullandıkları belirlenmiştir. Bunu açıklarken de $\frac{2}{5}$'nin 7 kere tekrar eden bir model olarak düşünmüş çarpma işlemi ile ilişki kurmak istemişlerdir. Diğer soruya yönelik çizdikleri alan modelinde ise çarpma işleminden etkilendikleri ve doğru olmayan modeller çizdikleri tespit edilmiştir. Öğretmenlerin bu eksikliklerinin modelleri yorumlamaktaki kavramsal bilgi eksikliklerinden kaynaklı olduğu düşünülmüştür. Bu durumun kesirlerle yapılan işlemlere ait olan derin işlemsel bilgilerden kaynaklı olabileceği belirtilmiştir. Araştırmacılar, öğretmenlerin modelleri nasıl çizdiklerinden çok farklı modelleri oluşturmanın ve yorumlamanın kavramsal öğrenmedeki önemini açıklamışlardır.

Alenazi (2016) 11 öğretmen adayının kesirlere bölme işlemine yönelik anlamalarını ortaya çıkarmak amacıyla *i*) iki tane kesirlerle bölme işlemi: $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$ ve $\frac{1}{3}:\frac{1}{2}$ ve *ii*) iki tane bölmenin ölçme anlamını içeren sözel problem: "$\frac{3}{4}$m. kumaştan ne kadar $\frac{1}{2}$ m. kumaş kesebilirim?" ve "Bir film $\frac{3}{4}$saat uzunluğundadır. $\frac{1}{2}$ saatte filmin ne kadarını izleyebilirim?" ve *iii*) iki tane oranlamayı gerektiren sözel problem: "John $\frac{3}{4}$ mil koştuğunda yarışın $\frac{1}{3}$'ini kattetmiştir. Yarışın uzunluğu ne kadardır?" ve "Mutfak tabanının $\frac{3}{4}$'ünü kaplamak için $\frac{1}{3}$ kutu boya kullanıldı. Tüm zemini kaplamak için ne kadar boya gerekiyor?" problemlerini sormuştur. Öğretmen adayları işlemsel soruları ters çevir çarp algoritması, ortak payda algoritması ve tekrarlı çıkarmadan yararlanarak doğru bir şekilde çözebilmişler ancak yaptıkları işlemleri açıklarken ve modellerle temsil ederken özellikle bölen kesrin bölünen kesirden daha büyük olduğu ikinci soru için başarılı olamamışlardır. Öğretmen adaylarının çoğu sözel olarak verilen problemleri algoritmaları kullanarak doğru olarak çözmüşler ancak çözümlerinde kullandıkları modeller ile ilişki kuramamışlardır. Araştırmacı diğer çalışmalardan farklı olarak algoritmaların bölme işleminin farklı anlamlarında nasıl yorumlanabileceğine ilişkin veriler elde edip öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye ilişkin anlamalarını genişletmeyi amaçlamıştır.

Kayhan-Altay ve Kurt-Erhan (2017) 173 öğretmen adayının kesirlerle bölme işleminde kullandıkları stratejileri belirlemeyi amaçlamışlardır. Öğretmen adaylarından ters çevir çarp algoritmasını kullanmadan "$\frac{1}{2}$: $\frac{1}{8}$" işlemini çözmeleri istenmiştir. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının yanıtlarının %72,3'ü doğru bulunurken kullandıkları stratejiler, alan ve küme modeli, ortak payda algoritması, tekrarlı çıkarma ve ondalık gösterimden yararlanmak olarak tespit edilmiştir. İşlemin çözümünde alan ve küme modelini (%43,9) kullananların sayısı diğer stratejileri kullananların sayısından oldukça fazla olarak belirlenmiştir. İşlemi doğru bir şekilde temsil eden öğretmen adaylarının yanıtlarından örneklerden alan modelini kullananlar, ilk olarak bir bütün çizip $\frac{1}{2}$'i, ardından aynı bütünü bu kez $\frac{1}{8}$'i temsil edecek şekilde göstermişler ve $\frac{1}{2}$'in içindeki $\frac{1}{8}$'in kaç tane olduğunu sayarak 4 tane olduğunu bulmuşlardır. Küme modelini ise ilk olarak bir bütünü temsil etmek için16 tane daireyi bir çerçeve içine almışlar, ardından 8 parçayı $\frac{1}{2}$ ve 2 parçayı $\frac{1}{8}$ olarak gösterip bölme işlemi yaparak 4 tane 2 parçanın olarak oluştuğunu göstererek sonucu bulmuşlardır. Ortak payda algoritmasını 4 tane $\frac{1}{8}$olarak yazıp $\frac{1}{8}$'e bölerek 4 tane $\frac{1}{8}$'in sayarak göstermişlerdir. Tekrarlı çıkarmayı $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ yazıp $\frac{1}{8}$'i çıkarmışlar ve çıkan sonuçtan $\frac{1}{8}$'i sonuç 0 oluncaya kadar devam ettirmişlerdir. Ondalık gösterimden yararlanan öğretmen adayları ise ilk olarak $\frac{1}{2}$= 0,5 ve $\frac{1}{8}$= 0,125 olarak yazıp bölme işlemi yaparak sonuca ulaşmışlardır. Sonuç olarak öğretmen adayları ters çevir çarp algoritmasını kullanmak yerine daha çok alan ve küme modelleri ile çözmüş olsalar bile alan bilgilerinde eksiklikler olduğu belirlenmiştir.

Tanışlı ve diğerleri (2018) iki öğretmen ile gerçekleştirdiği çalışmada öğretmenlerden birisi kesirlerle bölme konusunun öğretimini yapmıştır. Çalışmanın verilerini, öğretmenin ders planı, ders gözlemi ve öğretimini değerlendiren görüşmeleri oluşturmaktadır. Öğretmenin kesirlerle bölme işleminde genel olarak parça-bütün anlamına ve kesirlerle bölmenin işlemsel yönüne odakladığı belirlenmiştir. Öğretmen öğrencilere işlemin anlamından çok işlemsel yönünü vurgulayarak ters çevir çarp algoritmasını ezberletmeyi amaçlamıştır. Hatta sınıf içinde bu algoritmayı sürekli olarak hatırlatıp "Hangisini ters çevireceğiz?" vb. türünden sorularla öğrencilerin düşüncelerini öğrenmekten çok işleme yoğunlaştığı gözlemlenmiştir. Ayrıca kesirlerle bölme işleminin diğer kavramlarla ilişkisine yer ver vermemiş, problemleri açıklamak için kullandığı alan modelini problem ile ilişkilendirmeden ters çevir çarp algoritmasına yönelmesine verdiği örneklerin sırasını da önemsiz hale getirmiştir. Öğretmen öğretim süreci boyunca herhangi bir materyal kullanmamış, ders planına sadık kalarak ders planı dışında herhangi bir gösterim şekli ya da temsile yer vermemiştir. Bu sonuçlar öğretmenin deneyimsiz olması nedeniyle alan ve alan öğretimi bilgilerinde eksiklikler olması yönünde bir görüş oluşturmuştur.

Alanyazında öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerini kesirlerle bölmeyi içeren öğretim deneyimleriyle geliştirmeyi amaçlayan çalışmalar yer almaktadır. Bu çalışmalarda öğretmen adaylarının öğretimden önce sahip oldukları bilgiler ve öğretimden sonraki bilgilerinde oluşan değişimlere ya da öğretim gören bir grup öğretmen adayı ve herhangi bir müdahale yapılmayan öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgileri karşılaştırılmıştır.

Zembat (2004) iki öğretmen adayının kesirlerle bölme ile ilgili anlamalarını ve kavramsal gelişimlerini incelemek için yaklaşık iki ay süren eğitim gerçekleştirmiştir. Eğitimden önce öğretmen adaylarına kesir, kesirlerle bölmeyi içeren 17 soru sorulmuştur. Öğretmen adayları bölme işlemini bölünenin içinde kaç tane bölen var şeklinde açıklamışlar, işlemleri yaparken ters çevir çarp algoritmasını kullanmayı tercih etmişler ancak algoritmanın gerekçelerini açıklayamamışlardır. Öğretmen adaylarına verilen 8 oturumluk eğitimde kesirlerle bölmeye yönelik sorulan sorularda işlemsel çözüm yapmalarına izin verilmemiş, modelleri kullanarak çözüm yapmaları desteklenecek şekilde eğitim verilmiştir. Bu çalışmaların sonucunda öğretmen adaylarının ters çevir çarp algoritmasına odaklanmadan ortak payda algoritması ile modelleri ilişkili bir şekilde kullanmayı öğrenerek kesirlerle bölmenin ne anlama geldiğine yönelik gelişimlerinin sağlandığı belirtilmiştir.

Rayner (2007) çalışmasında iki aylık öğretim süreci içeren diğer çalışmalardan farklı olarak kontrol ve deney grubu kullanarak sekiz öğretmen adayının kesirlerle bölmeye ilişkin özelleştirilmiş alan bilgilerini işlemsel ve kavramsal bilgi türleri bağlamında değerlendirmiştir. Çalışmada kesirlerle bölmeyi temel alan öğretimin özelleştirilmiş alan bilgisi bilgisine etkisine ve öğretim içeriğinin işlemsel ve kavramsal bilgi türlerinin öğretmen adaylarının özelleştirilmiş alan bilgilerindeki artış etkisi incelenmiştir. Kontrol ve deney gruplarında yer alan öğretmen adaylarına özelleştirilmiş alan bilgisi ve kavramsal bilgilerinin gelişimi yarı yapılandırılmış ön ve son görüşmeler ile belirlenmiştir. Çalışamaya katılan iki gruba farklı içerikte öğretim gerçekleştirilmiştir. Kontrol grubunun öğretim içeriği kesirlerle bölmenin yorumları ve kesirlerle bölme problemleri için standart algoritmayı açıklayan kavramları kullanmayı içermektedir. Deney grubunun öğretim içeriği ise kesirlerle bölme problemlerini çözmede kullanılan algoritmaları gerekçelendirmeyi içermektedir. Çalışmanın sonuçlarında işlemsel ve kavramsal anlamaya odaklı öğretim gören grubun kesirlerle bölmeye yönelik algoritmayı açıklayabilmeleri yönünde alan bilgilerinde gelişim gösterdikleri belirlenmiştir.

Leung ve Carbone (2013) 72 öğretmen adayının kesirlerle bölmeye ilişkin kavramsal anlamalarını incelemek için kesirlerde işlem yaparken referans alınan büyüklüğün belirlenmesini içeren iki haftalık bir öğretim gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adaylarından öğretimden önce $2\frac{1}{2} \div \frac{1}{2}$ işlemini içeren problemleri oluşturmaları ve açıklamaları istendiğinde adaylar "$2\frac{1}{2}$'in $\frac{1}{2}$'i kaçtır" gibi problemler yazmışlardır. Öğretimden sonra aynı işlem için bölmenin ölçme anlamını içeren "$2\frac{1}{2}$ litre portakal suyunu$\frac{1}{2}$ litrelik eşit şişelere doldurmak isteniyor. Kaç şişeye ihtiyaç vardır" gibi problemler ve çözümlerini açıklayan ifadelere yer vermişlerdir. Öğretimden önce öğretmen adaylarından 27'si ölçme anlamını içeren doğru problemler oluşturabilirken öğretimden sonra bu sayı 36'ya çıkmıştır. Çalışmanın sonuçlarında öğretmen adaylarının gerçek yaşam ilişkileri kurarak problemler oluşturabildikleri belirlenmiştir. Öğretmen adaylarına verilen öğretimin sonrasında kesirlerle bölme problemleri oluşturabildikleri böylece kavramsal anlamalarının geliştiği belirlenmiştir.

Lamberg ve Wiest (2015) çalışmasını dört saat süren bir mesleki gelişim programına katılan 12 öğretmenin kesirlerle bölmeye yönelik alan bilgilerini geliştirmek üzerine tasarlamıştır. Çalışmada öğretmenlerin $\frac{3}{4}$'ün içinde kaç tane $\frac{2}{3}$ olduğunu belirlemeyi içeren probleme ilişkin alan modelini grafik kağıtları, renkli asetat kağıtlarını içeren materyaller kullanarak oluşturmaları istenmiştir. Öğretmenlerin başlangıçta alan modelinin çizimi, anlamında, referans alınan bütünü yorumlamada zorluk çektikleri görülmüştür. Çalışma sonucunda araştırmacılar sadece çizdirilen modelin incelenmesinin kesirlerle bölmede alan modeli arasındaki ilişkiyi anlamlandırmak için yeterli olmadığını çizilen modellere ilişkin tartışmaların yapılmasının faydalı olacağını belirtmişlerdir.

Seçir (2017) öğretmen adaylarının sadece model çizme becerilenin yanı sıra kesirlerle çarpma ve bölmeye ilişkin problem kurmayı, model çizmeyi, matematiksel ifade yazmayı, gerekçelendirmeyi, açıklamalarını ifade edebilecekleri bir öğretim süreci ile özelleştirilmiş alan bilgilerinin gelişimini destekleyen bir çalışma yapmıştır. Çalışma, altı haftalık bir öğretim sürecine katılan altı öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adaylarına ön test uygulaması yapıldıktan sonra tasarlanan eğitim sonrası öğretmen adaylarının kesirlerle çarpma ve bölmeye ilişkin kurdukları problemler, çizdikleri modeller, verilen model veya problem için yazdıkları matematiksel ifadeler, verilen durumlar için yaptıkları gerekçelendirmeler ve açıklamaları analiz edilmiştir. Çalışmanın başlangıcında öğretmen adaylarının ters çevir çarp algoritmasını açıklayamadıkları, parça-bütün arasında ilişki kurmada zorluklar yaşadıkları, problem kurarken ve model çizerken zorlandıkları, bilgilerinin daha çok işlemsel düzeyde olduğu belirlenmiştir. Öğretimden sonra öğretmen adaylarının yaşadıkları bu zorlukların büyük ölçüde üstesinden geldikleri belirlenmiş ve çalışmada öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerinde gelişim gösterdikleri belirlenmiştir.

Alanyazında kesirlerle bölme konusunu öğrencilerle gerçekleştiren çalışmalar da yer almaktadır. Bu çalışmalar öğrencilerin kesirlerle bölme konusuna geçmeden önce sahip oldukları fikirlerle kavramsallaştırma durumlarını ve öğrencilerin sahip oldukları hataları belirlemeyi içermektedir.

Bulgar (2003) diğer çalışmalardan farklı olarak 4. sınıf öğrencilerin kesirlere bölmeye yönelik anlamalarını ortaya çıkarmayı amaçladığı çalışmada öğrencilerin somut materyaller kullanarak (örneğin, kurdele) doğal sayılarda bölmeye ilişkin sahip oldukları anlayışları kesirlerle bölme işlemleri için kullanabildiklerini, problemleri çözerken algoritmaları kullanmadan kendi stratejilerini geliştirebileceklerini göstermiştir. Bu doğrultuda öğrencilere sağlanacak bu türden fırsatların kavramların oluşumunda ve gelişiminde onlara fayda sağlayabileceğini belirtilmiştir.

Wahyu ve diğerleri (2020) 44 ilköğretim beşinci sınıf öğrencisi ile kesirlerle bölmede parçalama durumunu ele almışlardır. Çalışmanın amacı öğrencilerin bu anlamı anlamlandırırken yaptıkları hataları belirlemektir. Üç aşamalı olarak gerçekleşen çalışmada öğrencilerle üç defa öğretim gerçekleştirmişlerdir. İlk olarak öğrencilere bir doğal sayının bir kesre bölündüğü problemler verilmiş daha sonra kesrin kesre bölündüğü problemler verilmiştir. Buradaki amaç öğrencilerin ilk problemleri kavrayarak sonraki problemleri anlamalarını sağlamaktır. Öğrencilerin soruları yanıtlarken çizdikleri görseller yardımıyla sorularına nasıl anladıkları analiz edilmiştir. Örneğin problemlerden biri olan “5 sorunun cevaplanması için $\frac{3}{4}$ saat verilmiş ve her soruya eşit zaman ayrılırsa her bir soru için kaç saat gerekir?” ’e yönelik olarak öğrenciler $\frac{3}{4}$ saati görsel olarak gösterememişlerdir. Ortaya çıkan bulgularda öğrenciler “çikolatayı” grafikle temsil edebilirken “zamanı” hiçbir öğrenci grafik olarak gösterememiştir. Araştırmacılar problemde geçen kelimelerin problemin görselleştirilmesi için önemli olduğunu ayrıca kullanılan kesirlerin de görselleştirmede etkili olduğunu belirtmişlerdir.

2.2.2.1 Kesirlerle bölme işlemine yönelik yapılan çalışmaların özeti. Alanyazındaki çalışmalar genel olarak değerlendirdiğinde kesirlerle bölme konusunda öğretmen adayları, öğretmenler alan ve alan öğretimi bilgileri ve öğrencilerin kesirlerle bölmeyi anlamlandırmayla ilişkili olarak aşağıdaki genel tespitler yapılmıştır.

i) Problem kurmaya ilişkin tespitler

ii) Algoritma ve model kullanımına ilişkin tespitler

iii) Öğrencilerin yaptıkları hatalara ilişkin tespitler

Öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeyi içeren problem oluşturmada en sık karşılaşılan hatalar, yarıma bölme ile ikiye bölmenin karıştırılması, kesir sayılarına doğal sayıların anlamının yüklenmesi, oran-orantı ile problem kurma, parça bütün ilişkisini kuramama, bölen kesrin paydasına bölme, bölme yerine çarpma işlemi kullanma, bölen kesir sayısını ters çevirmesi olarak belirlenmiştir (Ball, 1990; Doğan-Coşkun, 2019; Işık, 2011; Işık ve Kar, 2012). Bu hataların sebebi olarak öğretmen adaylarının kavramsal eksikliklerinin olduğu belirtilmektedir.

Alanyazında öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının kesirlerle bölme işlemini daha çok ters çevir çarp algoritmasını kullanmışlar ancak algoritmanın gerekçelendirmesini yapamamışlardır. Bu nedenle öğretim süreçlerinde öğrencilerin daha çok işlemsel becerilerine odaklanıldığı tespit edilmiştir ve bilgilerinin daha çok işlemsel düzeyde olduğu belirlenmiştir. Probleme uygun olan modelleri kullanırken bölmenin ya paylaştırma ya da ölçme anlamına odaklanıldığı için işlemleri içeren modelleri doğru bir şekilde yer vermede eksiklikler tespit edilmiştir. Ayrıca modele bölme işlemi yerine çarpma işleminin anlamını yükleme nedeniyle de modelleri kullanırken sınırlılıklar belirlenmiştir (Alenazi, 2016; Ball, 1990; Kayhan Altay ve Kurt Erhan, 2017; Kılcan, 2006; Li ve Kulm, 2008; Li ve Smith, 2007; Lo ve Luo, 2012; Ma, 1999; Seçir, 2017; Simon, 1993, Tanışlı ve diğ, 2018; Toluk-Uçar, 2011; Zembat, 2004). Öğretmenlerin kesirlerle bölmeyi içeren farklı temsil şekillerini birbirleri ile ilişkilendiremedikleri ve bu nedenle öğretimlerinde algoritmalara öğrencilere ezberleterek yer verdikleri, kavramın gelişiminin sağlanabilmesi için herhangi bir materyali kullanmadıkları belirlenmiştir (Kılcan, 2006; Tanışlı ve diğ., 2018).

Bu tespitlerin genel sebeplerinin öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin alan ve alan öğretimi bilgilerindeki eksikliklerden kaynaklı olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarına ve öğretmenlere, kesirlerle bölme işleminin anlamını, farklı temsilleri kullanabilmeyi, kuralların gerekçelerini açıklamayı, problem oluşturabilmeyi içeren öğretim fırsatları verildiğinde gelişim gösterdikleri belirtilmiştir (Lamberg ve Wiest, 2015; Rayner, 2007; Seçir, 2017; Tirosh, 2000; Zembat, 2004).

Alanyazında öğrenciler üzerinde yapılan çalışmalarda, öğrencilerin doğal sayılardaki bölme işlemine ilişkin kavramsal bilgiyi kesirlerle bölme işlemine taşıdıkları tespit edilmiştir. Ek olarak, bazı araştırmalarda da (Bulgar, 2003; Wahyu ve diğ., 2020) kesirlerle bölme işlemini gerektiren problem durumlarını modellerken öğrencilerin zorluklar yaşadıkları bulgusuna erişilmiştir. Bu çalışmalar ışığında, alanyazında kesirlerle bölmenin kavramsal öğrenilmesi için öğretmenlerin gerçekleştirdikleri öğretim süreçlerinin önemli olduğu ve öğretmen yaklaşımlarının geliştirilmesi gerektiği gözlemlenmiştir. Bu doğrultuda bu çalışmada mevcut ihtiyaca yanıt verilmeye çalışılmıştır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM: YÖNTEM

Bu bölümünde ilk olarak araştırma modeli, çalışma grubu ve araştırmacının rolü hakkında bilgi verilmiştir. Daha sonra veri toplama kaynakları, pilot çalışma, mesleki gelişim süreci, araştırmanın geçerliği ve güvenirliği ve verilerin analizine yer verilmiştir.

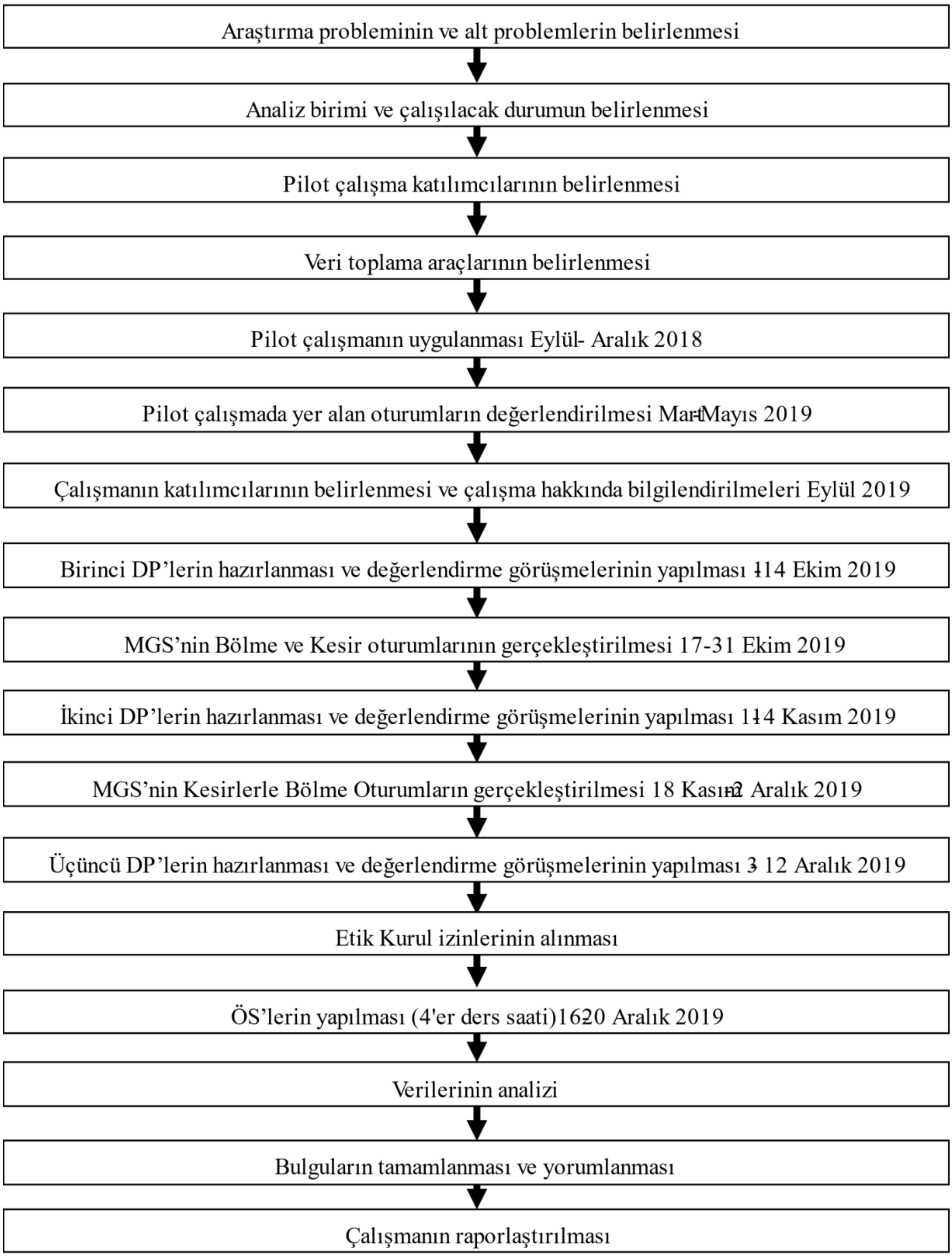
3.1 Araştırma Modeli

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Nitel araştırma, kelimeler ya da gözlemler gibi ölçülmesi zor olan niteliklerin yorumlanması ve çözümlenmesidir (Glesne, 2015). Nitel araştırmada, nitel araştırmaya konu olan grubun zihinlerinde yapılandırdığı düşünceler ve olayların derinlemesine anlamlandırılması önem taşımaktadır (Merriam, 1998). Nitel araştırma i) gerçekliğin oluşturulduğu, ii) asıl olan çalışılan durumun olduğu, iii) değişkenler karmaşık olup iç içe geçtiği ve bunlar arasındaki ilişkileri ölçmenin zor olduğu, iv) araştırmacının olay ve olguları yakından izleyerek katılımcı bir tavır geliştirdiği durumlarda kullanılır ve araştırmadaki yöntem ve kullanılacak model araştırmanın amacına ve çalışma grubuna bağlıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Nitel araştırma türlerinden birisi olan durum çalışmasında ise “nasıl “ ve “neden” sorularına yanıtlarının aranıldığı, araştırmacının durumlar üzerindeki kontrolünün az olduğu ve gerçek yaşama ait bir olaya odaklanır (Yin, 2009). Durum çalışmasının en temel özelliği, bütüncül bir yaklaşım ile ortam, bireyler, süreç, vb. faktörlerin bir ya da birkaç duruma ilişkin etkilerini incelemesidir. Durum çalışması ile genellikle birden fazla veri toplama yöntemi kullanılarak zengin ve birbirini teyit eden veri çeşitliliğine ulaşılmaktadır. Ayrıca, durumlar birbirinden farklı olduğu için sonuçlar genellenemez ancak elde edilen sonuçlar ile benzer durumların anlaşılmasına yönelik örnekler oluşturulabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Bu özelliklerden dolayı, bu çalışmada, ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle bölmeye ilişkin alan bilgilerini ve alan öğretimi bilgilerini nasıl kullandıkları Dörtlü Bilgi Modeli’nin Dönüşüm Bilgisi bileşeni çerçevesinde durum çalışması modeli ile incelenmiştir.

Bu çalışmanın analiz birimi öğretmen adaylarının alan bilgisi ve alan öğretimi bilgisi kapsamında yaptıkları açıklamalar ve çalışmanın durumu ise Dönüşüm Bilgisi’nin alt bileşenleri çerçevesinde öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik alan bilgisi ve alan öğretimi bilgilerindeki değişimlerdir. Çalışmada, öğretmen adaylarının alan bilgileri ve alan öğretimi bilgileri incelenecektir. Araştırmanın deseni olarak iç içe geçmiş tekli durum deseni kullanılmıştır. Yin (2009) iç içe geçmiş tekli durum deseni ile mevcut durumun birden fazla birim ya da tabakaya sahip olduğu hallerde durumun daha net olarak ortaya çıkarılacağını belirtmektedir.

3.2 Durum Çalışmasının Adımları

Durum çalışması, 2019-2020 eğitim ve öğretim yılında Pamukkale Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda öğrenim gören dört son sınıf ortaokul matematik öğretmeni adayı ile gerçekleştirilmiştir. Şekil 3.1'de durum çalışmasının gerçekleştirilme adımları gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Durum çalışmasının adımları

Durum çalışması için seçilen araştırma problemi, kesirlerle bölmeye ilişkin mesleki gelişim sürecine katılan ortaokul matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerinin Dönüşüm Bilgisi'nin alt bileşenleri çerçevesinde incelenmesidir. Öğretmen adaylarının yazılı ve sözlü açıklamaları çalışmanın analiz birimi olarak belirlenmiş, çalışmaya dört son sınıf matematik öğretmen adayı katılmıştır. Katılımcılar hem pilot çalışmada hem de asıl uygulamada gönüllü öğrenciler arasından lisans programındaki alan ve alan öğretimi derslerinin not ortalamaları ve kesirlerle bölmeye yönelik alan bilgilerini ortaya çıkarmayı amaçlayan testten aldıkları puanlar dikkate alınarak belirlenmiştir. Bu çalışmanın veri toplama araçları, öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik hazırladıkları ders planları, ders planlarını değerlendirmeye ilişkin görüşmeler, öğretim süreci ve öğretim sürecini değerlendiren görüşmelerdir. Öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerinin gelişimini desteklemek amacıyla hazırlanan Mesleki Gelişim Süreci'nin (MGS) oturumları ise kesirlerle bölme konusuna ait öğretim programında yer alan kazanımlar ve ön bilgiler dikkate alınarak tasarlanmıştır.

Çalışmanın pilot çalışması, Eylül-Aralık 2018 tarihleri arasında yapılmıştır. Pilot çalışmada ilk olarak, öğretmen adaylarından kesirlerle bölmeye yönelik ilk ders planlarını hazırlamaları istenmiş ardından, ders planlarını değerlendiren görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmeler sonrasında mesleki gelişim süreci için 15 oturum gerçekleştirilmiştir. Daha sonra, ikinci ders planları alınmış ve değerlendirme görüşmeleri yapılmıştır. Öğretmen adayları hazırladıkları ikinci ders planlarını öğretim sürecinde uygulamışlar ve daha sonra öğretim sürecini değerlendiren görüşmeler yapılmıştır.

Pilot çalışmanın video kayıtlarının transkriptleri araştırmacı, danışman ve matematik eğitimi alanında bir uzman tarafından değerlendirilmiş, asıl uygulamadaki oturumların içerikleri bu değerlendirmeler dikkate alınarak oluşturulmuştur. Yapılan değerlendirmeler sonucunda iki ders planının yetersiz olduğu tespit edilerek asıl çalışmada öğretmen adaylarından üç ders planı alınmasına karar verilmiştir.

Asıl uygulama, Eylül- Aralık 2019 tarihleri arasında pilot çalışmadaki tespit edilen değişiklikler dikkate alınarak yapılmış ve çalışmanın etik kurul izinleri alınmıştır (Bkz. Ek 1). Öğretmen adaylarının öğretim süreçleri için gerekli izinler Denizli İl Milli Eğitim Müdürlüğünden alınmıştır (Bkz. Ek 2). Son olarak, veriler dönüşüm bilgisinin alt bileşenleri dikkate alınarak analiz edilmiş, bulgular bu çerçevede yorumlanmıştır.

3.3 Çalışma Grubu

Bu çalışma, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik Eğitimi lisans programında öğrenim gören son sınıf ortaokul matematik öğretmeni adayları ile gerçekleştirilmiştir. Geleceğin öğretmenlerinin daha yetkin olmalarını desteklemek için çalışma grubu olarak son sınıf öğretmen adayları seçilmiştir. Öğretmen adayları seçilirken amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan ölçüt örneklem yöntemi kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme ile seçilen durumlardan araştırmanın konusu hakkında mümkün olduğunca derinlemesine bilgi elde edilebilmektedir (Patton, 2014). Ölçüt örneklemede, araştırmacı tarafından belirlenen ölçütlere uygun seçimler yapılır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışmanın katılımcıları belirlenirken öğretim programında yer alan kavramlara ait kazanımları ve öğretim yöntemlerini bilmeleri önemli olduğunu için ilk olarak, Özel Öğretim Yöntemleri I-II derslerini başarı ile tamamlayan öğretmen adayları dikkate alınmıştır. Daha sonra, bu öğretmen adayları arasından üç ölçüt dikkate alınarak seçim yapılmıştır:

i) Öğretmen adaylarının öz değerlendirme formu,

ii) Alan ve Alan Öğretimi derslerinin not ortalamaları,

iii) Kesirlerle Bölme Alan Testi puanları.

Birinci ölçütte öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgileri, öğretmen olarak kaygı ve özgüvenlerini tespit etmek amacıyla Kula (2011) tarafından önerilen forma benzer bir öz değerlendirme formu kullanılmıştır (Bkz. Ek 3). Öğretmen adaylarının vermiş olduğu yanıtlar değerlendirilerek, kendilerini açık bir şekilde ifade eden öğretmen adayları arasından seçim yapılmıştır.

İkinci ölçüt olarak, öğretmen adaylarının lisans öğrenimlerimdeki alan derslerinin (Genel Matematik, Soyut Matematik, Geometri, Analiz I-II-III, Lineer Cebir I-II, Analitik Geometri I-II, İstatistik ve Olasılık, Cebire Giriş, Diferansiyel Denklemler) ve alan öğretimi derslerinin (Öğretim Teknolojileri ve Materyal Tasarım, Özel Öğretim Yöntemleri I-II, Geometri Öğretimi) not ortalamaları kullanılmıştır. Alan derslerinin not ortalamaları, 50-70 arası düşük, 71 ve üstü yüksek, alan öğretimi derslerinin not ortalamaları 50-80 düşük, 81 ve üstü yüksek olmak üzere dikkate alınmıştır.

Üçüncü ölçüt olarak, öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik alan bilgilerini belirlemek için Seçir'in (2017) çalışmasında kullandığı Kesirlerle Bölme Alan Testi'ne (Bkz. Ek 6) benzer bir test uygulanmıştır. Testte 26 açık uçlu soru sorulmuş, cevaplar, 0 (yanlış), 1, 2, 3 (doğru) şeklinde puanlanmıştır. Öğretmen adaylarının bu testten, en yüksek puan 69, en düşük puan 44 aldıkları belirlenmiştir. Daha sonra, ikinci ve üçüncü ölçütler dikkate alınarak, her bir puan aralığında yer alan öğretmen adaylarını incelemek için aşağıda verilen dört kategori oluşturulmuştur:

i) Alan dersleri ortalamaları- Yüksek, Alan Öğretimi Dersleri ortalamaları.- Yüksek

ii) Alan Dersleri- Yüksek, Alan Öğretimi Dersleri- Düşük

iii) Alan Dersleri- Düşük, Alan Öğretimi Dersleri- Yüksek

iv) Alan Dersleri- Düşük, Alan Öğretimi Dersleri- Düşük.

Bu dört kategoriye en çok uyan dört öğretmen adayı belirlenmiştir. Tablo 3.1'de bu öğretmen adaylarının alan öğretimi ve alan dersleri not ortalaması, alan testinden aldıkları puanlar ve cinsiyetleri verilmektedir.

Tablo 3.1. *Öğretmen Adaylarının Alan Öğretim ve Alan Dersleri Not Ortalaması, Alan Bilgisi Testinden Aldıkları Puanlar ve Cinsiyetleri*

Katılımcı	**Alan Öğretimi Derslerinin Not Ortalaması***	**Alan Derslerinin Not Ortalaması****	***Alan Bilgisi Test Puanları***	***Cinsiyet***
ÖA1	76,67 (Düşük)	68,46 (Düşük)	52	Kadın
ÖA2	78,33 (Düşük)	78,22 (Yüksek)	59	Kadın
ÖA3	83,30 (Yüksek)	68,08 (Düşük)	50	Erkek
ÖA4	86,67(Yüksek)	79,31(Yüksek)	65	Kadın

*: Öğretim Teknolojileri ve Materyal Tasarım, Özel Öğretim Yöntemleri I-II, Geometri Öğretimi
**: Genel Matematik, Soyut Matematik, Geometri, Analiz I-II-III, Lineer Cebir I-II, Analitik Geometri I-II, İstatistik ve Olasılık, Cebire Giriş, Diferansiyel Denklemler

Çalışmanın katılımcı öğretmen adayları ile daha sonra tez çalışmasının içeriğine yönelik bireysel olarak görüşmeler yapılmış ve öğretmen adayları çalışmaya gönüllü olarak katılacaklarını belirtmişlerdir. Öğretmen adayları, çalışmanın gerektirdiği tüm görevleri içtenlikle yerine getirmişlerdir.

3.4 Veri Toplama Kaynakları

Nitel araştırmalarda yaygın olarak kullanılan görüşme, gözlem ve yazılı doküman incelemesi veri toplama yöntemleri arasında yer almaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Araştırmanın geçerlik ve güvenirliğini artırmak için "çeşitleme" yapılarak veriler üç yöntemde toplanmıştır. Araştırmanın verileri, öğretmen adaylarının ders planları (DP), öğretmen adayları ile DP'leri değerlendirmeye yönelik bireysel görüşmeler, öğretim süreçlerinin (ÖS) gözlemi, öğretmen adayları ile ÖS'leri değerlendiren bireysel görüşmelerden oluşmaktadır. Çalışmanın veri toplama kaynaklarını içeren açıklamalar aşağıda verilmektedir. Bu tez çalışması kapsamında veriler elde edilirken aşağıdaki kaynaklardan yararlanılmıştır.

3.4.1 Doküman

Nitel çalışmalar, araştırılması hedeflenen durum hakkında bilgi elde etmek için oluşturulan dokümanların analizlerini içermektedir. Dokümanların hangisinin veri kaynağı olarak kullanılacağı araştırmanın problemi ile ilişkilidir. Nitel çalışmalarda, örneğin, öğretmen el kitapları, ders kitapları, ders planları, program yönergeleri vb. dokümanlar veri kaynağı olarak kullanılabilir (Yıldırım Şimşek, 2016). Bu çalışmanın dokümanları, öğretmen adaylarının hazırladıkları ders planlarıdır.

Kesirlerle bölmeye yönelik her bir öğretmen adayı dörder ders saatlik üç ders planını (DP), öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatma ve ortaokul matematik öğretim programının kazanımlarını dikkate alarak hazırlamışlardır. Öğretmen adayları, ilk DP'lerini Mesleki Gelişim Süreci (MGS) oturumları başlamadan önce, ikinci DP'lerini MGS'nin bölme ve kesir oturumları tamamlandıktan sonra, üçüncü DP'lerini MGS'nin kesirlerle bölme oturumlarını tamamlandıktan sonra araştırmacıya teslim etmişlerdir. DP'ler, öğretmen adaylarının seçtikleri örnekleri, kullandıkları temsilleri ve materyalleri içermektedir. Öğretmen adayları DP'lerde, işlemsel ve gerçek yaşam durumlarını içeren örnek seçimlerini, gerçek yaşam temsillerini, sayı doğrusu, alan modellerini ve algoritmaları içeren temsilleri ve A4 kağıdını öğretim materyali olarak kullanmışlardır.

3.4.2 Görüşme

Nitel çalışmalarda görüşmeler, çalışmaya yönelik sorulara katılımcıların zihnindekileri ortaya çıkaracak şekilde araştırmacı ve katılımcıların karşılıklı etkileşimi ile yapılmalıdır (deMarrais, 2004; Patton, 2014; Yıldırım Şimşek, 2016). Patton (1987) görüşmeleri üç başlık altında incelemiştir. i) sohbet tarzı görüşme, ii) görüşme formu yaklaşımı, iii) standartlaştırılmış açık uçlu görüşme. Sohbet tarzındaki görüşmelerde, araştırmacı gözlemlediği ortama katılarak katılımcılarla etkileşim haline girip olayların akışına bağlı daha önceden hazırlanmayan sorular sorar. Görüşme formu yaklaşımıyla, araştırmanın durumunu içeren önceden hazırlanan sorular yardımıyla katılımcıların düşüncelerini öğrenmek amaçlanır. Sorular belli bir düzene göre sorulmak zorunda olmayıp sırası değiştirebilir ya da konunun ayrıntısına girebilmek için derinleştirilebilir. Standartlaştırılmış açık uçlu görüşmede, araştırma konusunun içeriğine bağlı olarak belli bir sırada oluşturulan ve her katılımcıya aynı türde ve sırada olacak şekilde sorular sorulur (Yıldırım Şimşek, 2016).

Bu çalışmada, görüşme formu yaklaşımı kullanılarak öğretmen adaylarıyla bireysel görüşmeler yapılmıştır. Öğretmen adayları ile yapılan tüm görüşmeler video kamera ve ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmış ve araştırmacı tarafından transkript edilmiştir. Öğretmen adaylarının hazırladıkları ders planlarına (DP) yönelik yapılan bireysel görüşmeler, Dönüşüm Bilgisi'nin (DB) alt bileşenleri dikkate alınarak DP'leri ve öğretim süreçlerini (ÖS) değerlendirmek amacıyla yapılmıştır. İlk olarak, öğretmen adayları ile DP'leri değerlendirmek için alanyazından DB'nin alt bileşenleri dikkate alınarak (Işıksal, 2006; Kula, 2011; Ma, 1999; Seçir, 2017; Tirosh, 2000) oluşturulan ve pilot çalışma ile teyit edilen görüşme soruları belirlenmiştir. Görüşmeler, DP'ler araştırmacıya teslim edildikten bir hafta sonra gerçekleştirilmiştir. DP'leri değerlendiren görüşme soruları yarı yapılandırılmış 10 sorudan oluşmaktadır (Bkz. Ek 4) ve her bir görüşme ortalama bir saat sürmüştür. Bu sorularla öğretmen adaylarının DP'lerini hazırlama sürecinde, örnekleri seçerken dikkate aldıkları durumlar, kavram ve işlemlerin öğrenilmesinde kullandıkları stratejiler, problemlerin çözümünde kullandıkları temsiller ve materyallere ilişkin veriler elde dilmiştir. Daha sonra, öğretmen adaylarıyla ÖS'leri değerlendirmek için pilot çalışması ile teyit edilen bireysel görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşme soruları da yarı yapılandırılmış 17 sorudan oluşmaktadır (Bkz. Ek 5) ve her bir görüşme ortalama 40 dakika sürmüştür.

3.4.3 Gözlem

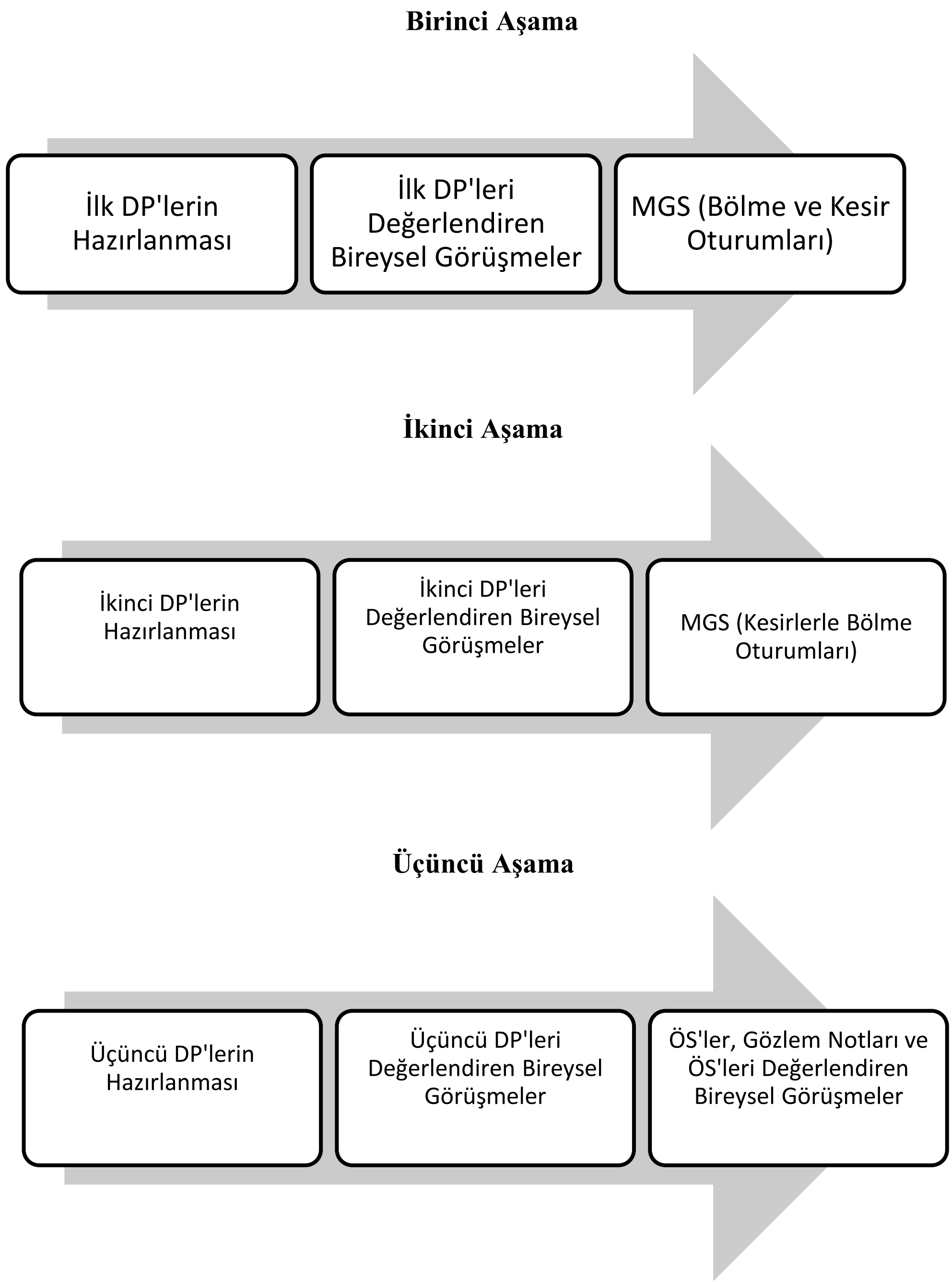
Gözlem, araştırmacının araştırma yapılan ortamda bireylerin davranışlarını ve etkinliklerini ayrıntılı şekilde inceleyerek bunlara ilişkin aldığı notları içermektedir (Creswell, 2013; Yıldırım ve Şimşek, 2016). Araştırmacının, ortamda veya süreç içinde ortaya çıkan davranışları içeren kapsamlı ve zamana yayılan bir resim elde etmesi için gözlem yönteminin kullanması önerilmektedir. Gözlemler, yapılandırılmış ve yapılandırılmamış gözlem olmak üzere iki grupta incelenir (Bailey, 1982). Yapılandırılmış gözlemde, araştırmacı genellikle bir davranışı ya da olayı incelerken süre, büyüklük, tekrarlanma sıklığını belirleyecek şekilde ölçüm yapar. Yapılandırılmamış gözlemde ise araştırmacı, gözlemlenen durumu izler ve katılımcıların davranışlarını not alarak kayıt altına alır (Karasar, 2005; Yıldırım Şimşek, 2016).

Bu çalışmada araştırmacı, öğretmen adaylarının ÖS'leri değerlendirirken yapılandırılmamış gözlem yöntemi kullanmıştır. ÖS'lerde, öğretmen adaylarının sınıf içinde ve daha sonra video kayıtlarının izlemesi esnasında sınıf içindeki davranışları, tutumları, mimikleri, ses tonu, öğrencilerle etkileşimde kullandığı kelimeler hakkında notlar alınmış ve veri analizi yapılırken transkriptler ile bu notlar değerlendirilmiştir.

Üçüncü DP'den sonra, öğretmen adaylarının dörder ders saati ÖS'leri gözlemlenmiş, araştırmacının tuttuğu gözlem notları da veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Son olarak, öğretmen adaylarının ÖS'lerini DB'nin alt bileşenleri çerçevesinde değerlendirmek amacıyla pilot çalışması ile teyit edilen yarı yapılandırılmış 17 soru sorulmuştur. Görüşmeler ortalama 40 dakika sürmüş ve video kamera ile kayıt altına alınmıştır.

3.5 Araştırmanın Verileri

Bu çalışmanın verilerini, öğretmen adaylarının hazırladıkları DP'ler, DP'leri değerlendiren bireysel görüşmeler, ÖS'lerin gözlemi, ÖS'leri değerlendiren bireysel görüşmeler ve araştırmacının ÖS'leri gözlemlerken tuttuğu notlar oluşturmaktadır. Yapılan tüm görüşmeler ve gözlemler video kamera ve ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmış ve araştırmacı tarafından deşifre edilmiştir. Araştırmanın verileri ve toplanma süreci Şekil 3.2'de gösterilmektedir.



Şekil 3.2. Araştırmanın verileri ve toplanma süreci

İlk olarak, öğretmen adaylarının kesirlere bölmeye yönelik hazırladıkları DP'ler araştırmacı tarafından incelenmiştir. Daha sonra, Dönüşüm Bilgisi çerçevesinde her bir öğretmen adayı ile bireysel görüşmeler yapılarak DP'ler değerlendirmiştir. Bu görüşmelerden sonra öğretmen adayları MGS'nin kesir ve bölme oturumlarına katılmışlardır. MGS'nin kesir ve bölme oturumlarından sonra öğretmen adaylarının hazırladıkları ikinci DP'ler bireysel görüşmeler ile değerlendirilmiştir. Bu görüşmelerden sonra, öğretmen adayları MGS'nin kesirlerle bölme oturumlarına katılmışlardır. Bu MGS oturumları tamamlandıktan sonra öğretmen adayları üçüncü DP'leri hazırlamışlar ve

DP'leri değerlendiren bireysel görüşmelerden sonra ÖS'leri gerçekleştirmişlerdir. Araştırmacı, ÖS'leri gözlemlerken gözlem notları tutmuş ve ÖS'ler sonrası öğretmen adayları ile ÖS'leri değerlendiren bireysel görüşmeler yapmıştır. Sonuç olarak, bu araştırmanın verilerini öğretmen adaylarının DP'leri, ÖS'lerin gözlemi ve ÖS'lerin gözlemi sırada araştırmacının tuttuğu gözlem notları ve ÖS'leri değerlendiren bireysel görüşmeler oluşturmaktadır.

3.6 Pilot Çalışma

Bu bölümde, pilot çalışmanın katılımcıların belirlenmesi, veri toplama süreci ve değerlendirilmesi açıklanmıştır.

3.6.1 Pilot Çalışma Grubu

Pilot çalışma grubu belirlenirken öğretim programında yer alan kavramlara ait kazanımları ve öğretim yöntemlerini bilmeleri önemli olduğunu için ilk olarak Özel Öğretim Yöntemleri I-II derslerini başarı ile tamamlayan öğretmen adayları dikkate alınmıştır. Daha sonra, bu öğretmen adayları arasından alan ve alan öğretimi derslerinin not ortalamaları dikkate alınarak aşağıdaki kategoriler dikkate alınarak dört öğretmen adayı belirlenmiştir.

1. Alan dersleri- Yüksek; Alan Öğretimi Dersleri- Yüksek
2. Alan Dersleri- Yüksek; Alan Öğretimi Dersleri- Düşük
3. Alan Dersleri- Düşük; Alan Öğretimi Dersleri- Yüksek
4. Alan Dersleri- Düşük; Alan Öğretimi Dersleri- Düşük.

3.6.2 Pilot Çalışmada Veri Toplama Süreci

Pilot çalışmanın veri toplama sürecinde aşağıdaki adımlar izlenmiştir.

i) Öğretmen adaylarının hazırladıkları DP'ler (her öğretmen adayı için iki DP)

ii) Öğretmen adayları ile DP'leri değerlendirmeye yönelik bireysel görüşmeler

iii) Öğretmen adaylarının ÖS'lerinin gözlemi

iv) Öğretmen adayları ile ÖS'lerini değerlendiren bireysel görüşmeler

Öğretmen adayları ile yapılan tüm görüşmeler ve gözlemler video kamera ve ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmış ve araştırmacı tarafından deşifre edilmiştir. İlk olarak, öğretmen adaylarından, İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'ndan belirlenen, kesirlerle bölme konusuna yönelik DP’leri hazırlamaları istenmiştir. Öğretmen adaylarına DP’lerini hazırlarken herhangi bir müdahale yapılmamıştır. DP’ler toplandıktan birer hafta sonra DP’lerine ilişkin yarı yapılandırılmış bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmada, ilk olarak öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik birinci DP’leri çalışmanın başında alınmış, ikinci DP’leri ise öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerini belirlemek ve geliştirmek amacıyla yapılan MGS oturumlarından sonra alınmıştır. İkinci DP’den sonra öğretmen adaylarının dörder ders saati ÖS’leri gözlemlenmiş, araştırmacının tuttuğu gözlem notları da veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Son olarak, öğretmen adaylarıyla ÖS’leri değerlendirmek amacıyla yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır.

Pilot çalışmanın verilerinin değerlendirilmesi sonrası, asıl çalışmada öğretmen adaylarından kesirlerle bölmeye yönelik toplamda üç DP hazırlamalarına karar verilmiştir. Üç ayrı DP ile öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerindeki değişimin daha net gözlemlenmesi amaçlanmıştır. Bu DP’lerin ilki çalışmanın başında, ikincisi bölme ve kesir kavramları üzerine yapılan MGS oturumlarından sonra ve üçüncüsü MGS oturumları tamamlandıktan sonra alınmasına karar verilmiştir.

3.6.3 Pilot Çalışmada Gerçekleştirilen MGS Oturumları ve Değerlendirmeleri

Pilot çalışmada, öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerini belirlemek amacıyla 15 oturumdan oluşan MGS oturumu gerçekleştirilmiştir. Bu oturumların başlıkları ve sayıları aşağıda belirtilmiştir.

1. Bölme Oturumu (1 oturum)
2. Kesir Oturumları (3 oturum)
3. Kesirlerle Bölme Oturumları (11 oturum)

Pilot çalışmanın sonunda, araştırmacı tarafından deşifre edilen 15 oturum araştırmacı, araştırmacının danışmanı ve alanında uzman bir öğretim üyesi ile haftalık görüşmeler yapılarak değerlendirilmiştir. Bu değerlendirmeler sonunda, oturum sayısı 11’e indirilmiş (Bkz. Ek. 7) ve oturumların içeriğine ilişkin düzenlemeler önerilmiştir. Pilot çalışmadaki oturumlar, öğretmen adaylarının alan bilgileri ve alan öğretimi bilgilerini herhangi bir sıra gözetmeden geliştirmeyi amaçlarken, asıl uygulamada bu sıra ilk olarak öğretmen adaylarının alan bilgilerini, ardından alan öğretimi bilgilerini geliştirmek üzerine düzenlenmiştir.

Asıl uygulamada yapılacak oturumların başlıkları ve sayıları aşağıda gibi belirtilmiştir.

1. Bölme Oturumu (1 oturum)
2. Kesir Oturumları (3 oturum)
3. Kesirlerle Bölme Oturumları (7 oturum)

Tablo 3.2'de pilot çalışma ve asıl uygulamada yer alan oturumlara ilişkin oturumların konu başlıkları ve içeriklerde yapılan değişiklikler yer almaktadır.

Tablo 3.2. *Pilot Çalışma ve Asıl Uygulama Oturumlarına İlişkin Konu Başlıkları, İçerikleri*

Pilot Çalışma Oturumları	**Pilot Çalışma Oturumların İçerikleri**	**Asıl Uygulama Oturumları**	**Çalışma Oturumların Konusu**
1. Bölme Oturumu	Bölme ve bölmenin anlamları	1. Bölme Oturumu	Bölme ve bölmenin anlamları
2. Kesir Oturumu	Kesir ve kesrin anlamları	2. Kesir Oturumu	Kesir ve kesrin anlamları
3. Kesir Oturumu	Kesir modelleri	3. Kesir Oturumu	Kesir modelleri
4. Kesir Oturumu	Kesirlerde tahmin	4. Kesir Oturumu	Kesir büyüklüklerini tahmin edebilme, kesirlerde sıralama, denk kesir oluşturabilme ve kesir gösterimleri
5. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölmenin anlamları	5. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölmenin ilişkili olduğu kavramlar ve kesirlerle bölmede tahmin
6. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölmeye yönelik öğrenci anlamalarına ve düşünceleri	6. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölme işlemini model kullanarak gösterebilme
7. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölmede öğrencilerin sahip olabilecekleri hataları tanımlama	7. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölme işlemini model kullanarak gösterebilme
8. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölmede tahmin becerisi	8. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölme işleminde kullanılan algoritmayı gerekçelendirebilme
9. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölme işlemine yönelik model kullanabilme	9. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölmeyi içeren farklı problem durumları oluşturabilme

(devamı arkadadır)

Tablo 3.2. *Pilot Çalışma ve Asıl Uygulama Oturumlarına İlişkin Konu Başlıkları, İçerikleri (devam)*

Pilot Çalışma Oturumları	**Pilot Çalışma Oturumların İçerikleri**	**Asıl Uygulama Oturumları**	**Çalışma Oturumların Konusu**
10. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölme işleminde kullanılan modeller	10. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölmeyi içeren farklı problem durumları ve kesirlerle bölmeyi içeren problemlerde öğrencilerin sahip olabilecekleri hataları belirleyip bu hataları düzeltmek için kullanacakları stratejileri belirleme
11. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölme işlemine yönelik algoritmayı gerekçelendirebilme	11. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölmede öğrencilerin sahip oldukları durumu belirleme, öğrencilerin sahip olabileceği hataları belirleme
12. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölmeyi içeren farkı problem türlerini oluşturabilme		
13. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölmeyi içeren farklı problem türlerini açıklama		
14. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölmeyi içeren öğrenci hataları belirleme ve bu hataları düzeltirken sınıf içinde neler yapabilecekleri		
15. Kesirlerle Bölme Oturumu	Kesirlerle bölmeyi içeren sözel problem oluşturma		

Tablo.3.2’de pilot çalışmada gerçekleştirilen, asıl uygulamada değiştirilen oturumlar ve oturumların konuları açıklanmaktadır. Pilot çalışmada, MGS oturumlarında, ilk olarak araştırmacı tarafından öğretmen adaylarına oturumların içeriklerine yönelik problem oluşturma, model çizme, ters çevir çarp algoritmasının gerekçelendirilmesi vb. ilgili görevleri yazılı olarak yerine getirmeleri istenmiş daha sonra, bu yazılı yanıtlar üzerinde öğretmen adaylarının karşılıklı olarak tartışmaları sağlanmıştır. Bu tartışmalardan sonra araştırmacı, öğretmen adaylarının verilen görevlerdeki eksiklikleri tespit ederek bu görevlere ilişkin açıklamaları alanyazındaki tanımları kullanarak aktarmıştır. Son olarak, öğretmen adaylarından, her oturumun sonunda oturumu değerlendiren yansıtıcı düşüncelerini yazmaları istenmiştir.

Pilot çalışmadaki MGS oturumlarında, öğretmen adaylarının verilen görevlere ilişkin benzer yanıtlar üzerinde tartışma yaptıkları gözlemlenmiş bu nedenle, asıl uygulamada araştırmacının seçtiği farklı yanıtlar üzerine tartışma yapılmasına karar verilmiştir. Ayrıca pilot çalışmada araştırmacı, öğretmen adaylarının yanıtlarında ortaya çıkan eksiklikleri aktaran rolündedir. Asıl uygulamada ise araştırmacı seçilen yanıtlarının kavramsal çerçevede tartışılmasını, eğer istenen göreve ilişkin öğretmen adaylarının yanıtı yok ise öğretmen adaylarına kavramsal çerçeve dikkate alınarak açıklayan rolündedir. Pilot çalışmanın katılımcı öğretmen adayları, oturumların sonunda oturumları değerlendiren yansıtıcı düşüncelerini, oturumu genel olarak değerlendirmişler, herhangi bir odak belirlemeden yazmışlardır. Öğretmen adayları, asıl uygulamada ise tamamlanan oturumdan sonra oturumu değerlendirmek ve araştırma sorularına yardımcı olacak verileri elde etmek amacıyla araştırmacı tarafından hazırlanan sorulara yönelik yansıtıcı düşüncelerini yazmışlardır. Bu sayede öğretmen adaylarının, oturumların amaçları doğrultusunda oturumları değerlendirmeleri sağlanmıştır. Araştırmacı da oturumlar sonunda oturumu değerlendiren yansıtıcı düşüncelerini yazarak oturumların öğretmen adayları üzerinde yarattığı etkiyi kayda almıştır. Pilot çalışmada araştırmacı, öğretmen adaylarına oturumlarda belirtilen görevlere yönelik kavramsal bilgiyi aktaran rolündedir. Öğretmen adayları kendilerine verilen görevleri yazılı olarak yerine getirirken araştırmacı onları beklemiştir. Bu nedenle, bu süreçte araştırmacı pasif bir role sahiptir. Oturumlara yönelik yapılan değerlendirmeler sonunda araştırmacı çalışmanın oturumlarında, öğretmen adaylarının, yazılı yanıtlarını kavramsal çerçevede inceleyerek, onların yanıtları arasından görevleri en iyi tanımlayanı veya tanımlamayanı seçmiştir. Araştırmacı, seçtiği bu yanıtları, öğretmen adaylarının tartışmasını sağlamış, onların görevlere yönelik bilgiyi yapılandırmalarına rehberlik ederek, aktif bir rol almıştır.

Asıl uygulamada, MGS'nin öğrenme ortamı ve yaklaşımına ilişkin bahsedilen değişiklikler yapılmış ancak pilot çalışmanın değerlendirmesine yönelik yapılan toplantılarda MGS’nin bölme ve kesir oturumlarının sayısı ve içeriğinde herhangi bir değişiklik yapılmamasına karar verilmiştir. Ayrıca 11 oturumdan oluşan kesirlerle bölme oturumları asıl uygulamada içerikler birleştirilerek 7 oturuma indirilmiştir. Asıl uygulamada oturumların içerikler birleştirilmiş ve sıralamalarında öğretmen adaylarının öncelikle alan bilgilerini daha sonra alan öğretimi bilgilerini harekete geçirmek amaçlanmıştır. Bu nedenle, pilot çalışmasında yer alan 6. 7. ve 14. oturumlar öğretmen adaylarının alan öğretimi bilgilerini harekete geçireceği düşüncesiyle kesirlerle bölme oturumlarının sonuna alınmıştır. Önerilen bu değişikle öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerinin gelişimine daha çok katkı sağlayacağı düşünülmüştür.

Tablo 3.3. *Pilot Çalışma ve Asıl Uygulamayı İçeren Genel Düzenlemeler*

Düzenlemeler	Pilot Çalışma	Asıl uygulama	Düzenleme Gerekçesi
Oturumların içeriği	Alan bilgisi ve alan öğretimi bilgisi karışık	İlk önce alan bilgisi daha sonra alan öğretimi bilgisi	Öğretmen adaylarının ilk önce alan bilgisi daha sonra alan öğretimi bilgisine yönelik anlayışlarını ifade etmeleri ile mesleki gelişimlerine daha çok katkı sağlama
Oturumların sayısı	15 oturum	11 oturum	Bazı oturumların içerikleri benzer olduğu için birleştirildi
Araştırmacının Rolü	Bilgiyi aktaran ve öğretmen adayları görevleri yerine getirirken onları beklediği için pasif rolde	Bilgiyi yapılandırmaya rehberlik eden ve öğretmen adayları görevleri yerine getirirken onların yanıtlarını inceleyerek aktif rolde	Öğretmen adaylarının kendi fikirleri ifade etme ve araştırmacının rehberliğinde yapılandırdıkları bilgiyi kullanarak mesleki gelişimlerine daha çok katkı sağlama, öğretmen adaylarının görevlere verdiği yanıtları inceleyerek, yanıtların tartışılmasında birden fazla tekrara girmeyi engelleyerek oturumlarda zaman kazanmayı sağlama
Defterler	Oturum tarihi sayfa numarası yazmak zorunlu değil, yazılı verilerinde kurşun kalem kullanma	Oturum tarihi ve sayfa numarası yazma, çalışmanın yazılı verilerinde tükenmez kalem kullanma zorunluluğu	Araştırmanın verilerine daha kolay erişim sağlamak, veri kaybını engelleme
Yansıtıcı Düşünceler	Öğretmen adaylarının oturumu değerlendiren yansıtıcı düşüncelerini yazmaları	Öğretmen adaylarının, araştırmacı tarafından oturumu değerlendiren sorular a yönelik yansıtıcı düşüncelerini yazmaları, ek olarak araştırmacının da oturumu değerlendiren yansıtıcı düşüncesini yazması	Araştırmacı tarafından yazılı sorulara yönelik yansıtıcı düşüncelerin yazılması ile oturumun daha etkili değerlendirilmesini sağlama, araştırmacının da yansıtıcı düşüncesini ifade etmesi ile oturumu değerlendirmesine olanak sağlama

3.7 Verilerin Analizi

Bu çalışmanın verileri analiz edilirken içerik analizi kullanılmıştır. İçerik analizi belirli kavram ve temalar çerçevesinde birbirine benzeyen verileri bir araya getirip okuyucunun anlayabileceği şekilde düzenleyip, yorumlanmasını sağlar. Görüşme, gözlem ve doküman yoluyla elde edilen nitel veriler içerik analizi ile analiz edilirken ilk olarak veriler kodlanır, temalar belirlenir, kod ve temalar düzenlenir ve son olarak bulgular tanımlanıp yorumlanır. Bir çalışmanın verileri kodlanırken daha önceden belirlenen kavramlar, verilerden çıkarılan kavramlar ve genel bir çerçeveye göre kodlamalar dikkate alınır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışmada genel bir çerçeve dikkate alınarak, veriler

DB’nin örneklerin seçimi, öğretmenin gösterimleri, temsillerin seçimi ve öğretim materyallerinin kullanımı alt bileşenleri çerçevesinde temalar oluşturularak ayrıntılı olarak incelenmiş ve kodlama yapılmıştır.

Çalışmada, öğretmen adaylarının birinci, ikinci ve üçüncü DP’leri için yapılan bireysel görüşmeleri, dörder ders saati süren ÖS’leri ve ÖS’leri değerlendirme görüşmelerini içeren video kayıtları araştırmacı tarafından deşifre edilerek veriler elde edilmiş ve aşağıdaki sıra takip edilerek analiz edilmiştir.

1. Birinci DP ve bireysel görüşmeler
2. İkinci DP ve bireysel görüşmeler
3. Üçüncü DP ve bireysel görüşmeler
4. ÖS’ler ve gözlem notları
5. ÖS’yi değerlendiren bireysel görüşmeler

Öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerini daha net görebilmek için DP ve ÖS’lerin analizleri, ön bilgileri hatırlatma ve 2018’de yayınlanan ortaokul matematik öğretim programının altıncı sınıf seviyesinde yer alan kesirlerle bölmeyi içeren beş kazanım bazında yapılmıştır. Bu beş kazanım aşağıda açıklanmaktadır.

1. Kazanım: Bir doğal sayıyı bir birim kesre ve bir birim kesri bir doğal sayıya böler, bu işlemi anlamlandırır.

2. Kazanım: Bir doğal sayıyı bir kesre ve bir kesri bir doğal sayıya böler, bu işlemi anlamlandırır.

3. Kazanım: İki kesrin bölme işlemini yapar ve anlamlandırır.

4. Kazanım: Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin eder.

5. Kazanım: Kesirlerle işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer.

Analiz sürecinde görüşmelerin transkriptleri ve DP’ler birlikte incelenerek, araştırmacı ve bir uzman tarafından çalışmanın kavramsal çerçevesi dikkate alınarak kategoriler belirlenmiştir. Bu kategoriler arasında benzerlikler ve farklılıklar belirlenerek fikir birliğine varılan kategoriler DB'nin alt bileşenleri bağlamında Tablo 3.4'teki gibi gruplandırılmıştır.

Tablo 3.4. *DB'nin Alt Bileşenlerine Göre Belirlenen Kategoriler*

Alt Bileşenler	Kategoriler
Örneklerin Seçimi	• Kavram ve işlemlerin öğrenilmesine yönelik örnekler • Kavram ve işlemleri pekiştirmeye yönelik örnekler (alıştırmalar)
Öğretmenin Gösterimleri	• Kavram ve işlemleri açıklama • Soru sorma

Temsillerin Seçimi	• Gerçek yaşam durumu içeren temsiller
	• Model temsili
	  • Alan modeli
	  • Sayı doğrusu modeli
	• Sayısal temsil
	  • Ters çevir çarp algoritması
	  • Ortak payda algoritması

Öğretim Materyallerin Kullanımı	• Uygun materyali kullanma

3.8 Mesleki Gelişim Süreci

Bu çalışmada, öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerindeki değişimi belirlemek ve eksiklerinin giderilmesini sağlayarak gelişimlerine destek olmak amacıyla Mesleki Gelişim Süreci (MGS) adı altında oturumlar düzenlenmiştir. MGS'nin bölme, kesir ve kesirlerle bölme oturumlarının içerikleri hazırlanırken aşağıda belirtilen alanyazındaki kaynaklardan esinlenerek oluşturulmuş ve Ek 7'de verilmiştir.

- Behr ve diğerlerinden (2005) kesrin anlamları,
- Ma'dan (1999) kesirlerle bölmenin ilişkili olduğu kavramlar,
- Toluk ve Olkun'dan (2003) kesir modelleri, kesir büyüklüklerini tahmin, kesirlerde sıralama, denk kesir oluşturabilme,
- Lamon'dan (2005) kesir gösterimleri ve birim kavramı,
- Lamon (2012) ve Izsák, Jacobson, Araujo ve Orrill'den (2010) kesirlerle bölme işlemini model kullanma,
- Tirosh'tan (2000) kesirlerle bölme işleminde kullanılan algoritmayı gerekçelendirebilme,
- Vergnaud'tan (1988) kesirlerle bölmeyi içeren farklı problem durumları.

MGS, araştırmacı ve katılımcı öğretmen adayları ile araştırmacının görevli olduğu fakültenin yüksek lisans dersliğinde sessiz bir ortamda video kamera ve ses kayıt cihazına kayıt altına alınan ortalama birer saatlik 11 oturumdan oluşan bir süreci kapsamaktadır.

MGS oturumları, öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatmak amacıyla bölme ve kesir oturumları ve kesirlerle bölmeye yönelik oturumları içermektedir. Oturumlarda öğretmen adaylarından örnek seçimleri, temsilleri nasıl kullandıkları, algoritmaları gerekçeleri ile açıklayıp açıklayamadıkları, öğrencilerin olası hatalarını tespit edip edemediklerini içeren görevlere ilişkin yazılı olarak yanıt vermeleri istenmiştir. Daha sonra bu yanıtlar kavramsal çerçeve dikkate alınarak araştırmacı tarafından incelenmiş, benzer ve farklı yanıtlar belirlenmiş ve öğretmen adaylarının bu yanıtlar üzerinde tartışmaları sağlanarak eksikliklerini görmeleri sağlanmıştır. Öğretmen adaylarına verilen görevlere ilişkin cevap verilmeyen konularda ise araştırmacı kavramsal çerçeveye uygun sorular sorarak öğretmen adaylarının bu konuları tartışmalarına olanak verip alanyazındaki karşılıklarını bulmalarını sağlamıştır. Ayrıca, oturumlar devam ederken araştırmacı, konu ya da kavram ile ilgili öğretmen adaylarının eksik bilgilerini tespit ettiğinde, alanyazın destekli açıklamalar yaparak, oturumlar boyunca onların zihinsel olarak aktif bir şekilde oturumlara katılmalarını sağlamıştır. Her oturumun sonunda öğretmen adayları, araştırmacı tarafından hazırlanan oturum değerlendirme sorularına yönelik yansıtıcı düşüncelerini yazmışlardır. Araştırmacı da her oturumun sonunda oturumu değerlendiren yansıtıcı düşüncesini yazmıştır.

MGS’nin ilk dört oturumunda öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatmak amacıyla bölme ve kesir kavramlarına yönelik, bölme ve bölmenin anlamları, kesir ve kesrin anlamları, kesir modelleri, kesir büyüklüklerinin tahmini, kesirlerde sıralama, denk kesir oluşturabilme ve kesir gösterimlerini içeren sorulardan oluşmaktadır. Diğer oturumlarda ise öğretmen adaylarına kesirlerle bölmeye yönelik, kesirlerle bölmenin ilişkili olduğu kavramları ve kesirlerle bölmede tahmini, kesirlerle bölme işlemini model kullanarak gösterebilmeyi, algoritmayı gerekçelendirebilmeyi, kesirlerle bölmeyi içeren farklı problem durumları oluşturabilmeyi ve problemlerde öğrencilerin sahip olabilecekleri hataları belirleyip bu hataları düzeltmek için kullanılacak stratejileri belirlemeyi içeren sorular sorulmuştur.

3.9 Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Nitel araştırmalarda elde edilen sonuçların inandırıcılığını göstermek için geçerlik ve güvenirlik ölçütleri dikkate alınmalıdır. Geçerlik, araştırmacının çalıştığı durumu olduğu şekliyle ve mümkün olduğunca yansız bir şekilde gözlemesi, güvenirlik ise araştırmada elde edilen sonuçların tekrar edilebilirliğinin sağlamasına yönelik yapılan çalışmaları içerir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Aşağıda, tez çalışmasının geçerlik ve güvenirliğini sağlamak için gerçekleştirilen bölümlere yer verilmektedir.

3.9.1 Geçerlik

Nitel bir çalışmanın geçerliği iç ve dış geçerlik olarak iki başlık altında incelenmektedir. İç geçerliğin sağlanabilmesi için araştırmanın bulgularının anlamlı, tutarlı, kavramsal çerçeve ile uyumlu, katılımcılar tarafından gerçekçiliğinin onaylanması gerekir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). İç geçerliğin artırılması için çeşitleme, uzman görüşü gibi stratejilere yer verilmelidir (Creswell, 2012). Çeşitleme, veri kaynaklarını gözlemleme, yazılı doküman incelemesi ve görüşme gibi birden fazla veri toplama yöntemini kapsamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Gözlem, çalışmanın verilerini, belirli bir hedefe odaklanarak bir araç kullanarak ya da kullanmadan izlenmesi süreci, doküman incelemesi araştırılan konular hakkında bilgi veren yazılı materyaller, görüşme ise çalışmanın amaçları doğrultusunda önceden hazırlanmış sorulara etkileşimli olarak yanıtlama sürecidir (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün Karadeniz ve Demirel, 2009; Yıldırım ve Şimşek, 2016). Gözlemler kendi doğal ortamı içinde yapılmalıdır (Karasar, 2005). İç geçerliğin sağlanmasında, araştırma konusunda bilgiye sahip olan ve nitel araştırmalarda uzman olan kişilerin çalışmayı incelemesi, eleştirel bir bakış açısıyla araştırmayı inceleyip geri dönütler ve öneriler vererek araştırmanın niteliğinin atmasına katkı sağlayacaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Ayrıca, elde edilen verilerin katılımcıların teyidine sunulması, verilerin yansız bir şekilde rapor edildiği göstermek için önemlidir (Creswell, 2012). Bu çalışmanın iç geçerliğinin sağlanması için öğretmen adaylarının DP'leri, DP'lere yönelik yapılan görüşmeler, ÖS'lerin gözlemleri ve ÖS'leri değerlendirmeye yönelik yapılan görüşmeler kullanılmıştır. İnandırıcılık ölçütünün sağlanması için veri toplama araçlarının hazırlanmasından veri analizinin yapılmasına kadar geçen süreçte uzman görüşüne başvurulmuştur. Asıl uygulama için gerekli tüm veriler pilot çalışma sonucunda belirlenmiştir. Pilot çalışmanın nitel verileri transkript edildikten sonra araştırmacı, danışman ve bir uzman tarafından MGS'nin içerik ve işlenişi için gerekli düzenlemeler gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmada elde edilen sonuçların bir bölümü uluslararası bir kongrede sunulmuş, alınan geri bildirimler asıl uygulamadaki verilerin yorumlanmasında kullanılmıştır.

Dış geçerlik araştırma sonuçlarının benzer durumlara ne ölçüde genellenebildiği ile ilgilidir. Ancak, bir nitel araştırmadaki incelenen duruma benzer bir durum ile karşılanamayacağından Erlandson, Harris, Skipper ve Allen (1993) genelleme kavramı yerine araştırma sonuçlarının uygulanabilirliğine vurgu yaparak aktarılabilirlik kavramını kullanmış ve aktarılabilirliğin sağlanabilmesi için amaçlı örnekleme ve ayrıntılı betimleme yöntemlerini önermişlerdir. Amaçlı örnekleme ile araştırmanın konusu hakkında mümkün olduğunca hem genel hem de özel bilgileri elde edecek şekilde veri kaynaklarının seçilmesi aktarılabilirliği güçlendirmektedir. Ayrıntılı betimleme ile okuyucunun verilerin elde edildiği ortama ilişkin fikirler oluşturup farklı ortamlardaki sonuçları ortaya koyabilmesine ve yorumlamasına imkân vermektedir (Patton, 2014; Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Bu çalışmanın dış geçerliğini sağlamak amacıyla veri kaynaklarının farklılığı, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile sağlanmıştır. Örneklem seçiminde ortaokul matematik öğretmeni adaylarının akademik ortalamaları, çalışmaya gönüllü olarak katılmaları ve kesirlerle bölme alan testinden aldıkları puanlar dikkate alınmıştır. Durum çalışmasının aktarılabilirliğinin sağlanması için ayrıntılı betimlemeye yer verilmiştir. Bu durumu gösterebilmek için çalışmanın tüm aşamaları, veri kaynakları, verilerin analizi ve bulguları detaylı şekilde açıklanmıştır.

3.9.2 Güvenirlik

Nitel bir çalışmanın güvenirliği tutarlık ve teyit edilebilirlik açısından incelenmektedir. Nitel araştırmalarda durumlar sürekli olarak değişkenlik gösterdiği için Erlandson ve diğerleri (1993) tutarlık incelemesi yapılmasını önermişlerdir. Tutarlık incelemesi gerekli verilerin toplanıp toplanılmadığını, verilerin kodlamasının kavramsal çerçeveye uygun olup olmadığını ve verilerle sonuçların tutarlılığının bir uzman tarafından belirlenmesini kapsamaktadır. Bu bağlamda, bu çalışmanın tutarlığı için bir uzman tarafından toplanan verilerin kavramsal çerçeve ile uyumlu olduğu ve yapılan analizlerin uygunluğu belirlenmiştir. Ayrıca analizler araştırmacının yanı sıra bir alan uzmanı tarafından da gerçekleştirilmiştir. Analizler öncesinde uzman ile DB'nin alt bileşenlerinin neler olduğu, bu bileşenlerin ÖS'de hangi eylemlerle ilişkili olarak ortaya çıkabileceği gibi durumlar üzerinde tartışılarak, analizlerin doğru ve güvenilir bir şekilde yapılabilmesi için bir ön hazırlık çalışması yapılmıştır. Daha sonra, DP'leri değerlendirmek için yapılan bireysel görüşmelerin ve ÖS'lerin transkriptleri araştırmacı ve uzman tarafından ayrı ayrı analiz edilmiştir. İlk olarak, bu transkriptler ön bilgileri hatırlatma ve kazanımlar çerçevesinde bölümlere ayrılmıştır. Bu bölümler her bir bileşen için ayrı ayrı incelenmiştir. Öncelikle her bileşeni incelemek için rastgele birer bölüm seçilerek araştırmacı ve bir uzman tarafından bireysel olarak analiz edilmiştir. Bireysel analizlerin tamamlanmasından sonra bir araya gelinerek analizler paylaşılmış ve bu aşamada fikir ayrılığı yaşanan durumlar üzerine tartışmalar yapılmıştır. Bu analiz aşaması tamamlandıktan sonra tüm veriler her bir bileşen için araştırmacı ve uzman tarafından bireysel olarak tekrar analiz edilmiştir. Bu analizlerde Miles ve Huberman'ın (1994) güvenirlik formülü (Güvenirlik = Görüş Birliği / (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı) kullanılmış ve kodlamalar arası güvenirliğin %91 olduğu tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra yapılan analizlerde hemfikir olunmayan durumlar üzerine tartışılarak, analizler için nihai karar verilmiştir. Miles ve Huberman'a (1994) göre güvenirliğin en az %80 olması gerektiği düşünüldüğünde, çalışmada yapılan analizlerin güvenirliğinin yüksek olduğu tespit edilmiştir.

Teyit edilebilirliğin sağlanması için araştırma sonuçlarının gerçeği yansıtması, araştırmacının kişisel yargılarından ve kabullerinden uzak olması beklenmektedir. Teyit edilebilirliğin sağlanması için araştırmacı veri toplama araçlarını, çalışmanın verilerini, analiz sırasında yapılan kodlamaları, aldığı notları saklayıp incelenmesi gerekli görülen durumda sunmaya hazır olmalıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Sonuç olarak, güvenirliliği yüksek olan araştırmada elde edilen sonuçlar ile başka bir araştırmacı tarafından yapılan benzer araştırmalarda elde edilen sonuçların birbirine yakın olması beklenir. Teyit edilebilirlik konusu için çalışmanın tüm görüşmeleri video kayıt altında yapılmış ve araştırmacı tarafından deşifre edilmiştir. Yazılı dokümanlar elektronik ortamda saklanmaktadır ve gözlemler sırasında araştırmacı tarafından tutulan gözlem notları fiziksel olarak tutulmaktadır.

3.10 Araştırmacının Rolü

Bu çalışmada araştırmacı hem katılımcı hem de gözlemci rolüyle araştırmayı yürütmüştür. Katılımcı rolüyle çalışmaya konu olan olaylara dahil olmuş, gözlemci rolüyle öğretmen adaylarıyla tüm süreç boyunca etkileşim halinde olmuştur.

Araştırmacı ilk olarak araştırmanın sürecini tasarlamıştır. Bu tasarım aşamasında, öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilecek oturumları genel çerçevesiyle planlamış ve böylelikle veri toplama sürecini şekillendirmiştir. Planlanan şekilde yürütülen oturumlarda hem öğretmen adaylarını gözlemlemiş hem de onların alan ve alan öğretimi bilgilerinin gelişimini destekleyici sorular yönelterek etkin bir katılım gerçekleştirmiştir. Oturumlar boyunca öğretmen adaylarına yönelttiği soruları çalışmanın kuramsal çerçevesi doğrultusunda belirlemiş ve öğretmen adaylarının yanıtlarına bağlı olarak da ek sorularla oturumların içeriğini zenginleştirmeye çalışmıştır. Öğretmen adaylarının sahip olması beklenen bilgileri edinmeleri için onları zihinsel olarak aktif hale getirecek yaklaşımlar sergilemiştir. Ayrıca oturumlar devam ederken konu ya da kavram ile ilgili öğretmen adaylarının eksik bilgileri olduğunu fark ettiğinde alanyazın destekli açıklamalar yapmıştır. Oturumları planlarken öğretmen adaylarının olası fikirlerini ve düşüncelerini belirleyip sürece bunları da dahil ettiği için oturum sırasında beklenmeyen bir durumla karşılaşmanın önüne geçmiş ve bu sayede yerinde açıklamalar yapmıştır. Öğretmen adaylarının oturumlar boyunca fikirlerini tam olarak anlayabilmek ve uygun dönütler verebilmek için aktif bir şekilde gözlem yapmıştır. Veri toplama sürecinde aktif rol oynaması aynı zamanda veri analizine yönelik başlangıç aşamasının oluşmasına da ortam hazırlamıştır. Araştırmacı gözüyle de verilere aşinalık kazanmaya ve kuramsal çerçevesi doğrultusunda yorumlamaya başlamıştır. Çalışma boyunca araştırmacı iki tür rol üstlenmiştir. Birinci rolü öğretmen adaylarının bilgilerinin gelişimini desteklemek iken, ikincisi bu süreci araştırmacı olarak yürütmek, analiz etmek ve analizlerine dayalı çıkarımlar yapmaktır. Yıldırım ve Şimşek (2016) araştırmacının kendi görüş ve düşüncelerine veri analizi sonrasında yorumlama aşamasında yer vermesi gerektiğini, aksi halde araştırmacının daha önceden sahip olduğu görüş ve düşüncelerin veri analizini etkileyebileceğini ifade etmektedirler. Çalışmada, araştırmacı verilere dayalı çıkarımlarını yaparken veri analizine dayandırmış ancak yorumlamalarını analiz sonrasında gerçekleştirmiş ve bu sayede kendi düşüncelerinin araştırma sonuçlarını etkilemesinin önüne geçmiştir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM: BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde araştırma problemi ile ilgili olarak öğretmen adaylarının ders planlarının ve öğretim süreçlerinin Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi (DB) bileşeninin alt bileşenleri bağlamında analiz edilmesi sonucunda ortaya çıkan kategorilerdeki bulgulara yer verilmiştir. Bulgularda öğretmen adaylarının birinci, ikinci ve üçüncü ders planları (DP) ve öğretim süreçleri (ÖS) dikkate alınarak alan bilgileri (AB) ve alan öğretimi bilgileri (AÖB) incelenmiştir. DP'ler ve ÖS'ler kesirlerle bölmeye yönelik öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatma ve kesirlerle bölme konusunun ortaokul matematik öğretim programında yer alan kazanımlar bazında değerlendirilmiştir.

4.1 Örneklerin Seçimi

DB'nin alt bileşenlerinden biri olan örneklerin seçimi aşağıdaki kategorilerde değerlendirilmiştir.

- Kavram ve işlemlerin öğrenilmesine yönelik örnekler
- Kavram ve işlemleri pekiştirmeye yönelik örnekler (alıştırmalar)

4.1.1 Kavram ve İşlemlerin Öğrenilmesine Yönelik Örnekler

Öğretmen adaylarının DP'lerde seçtikleri örnekler, kesirlerle bölme konusuna yönelik öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatma ve kesirlerle bölme konusunun öğretim programında yer alan kazanımları bazında incelenmiştir. Öğretmen adaylarının kavram ve işlemlerin öğrenilmesine yönelik seçtikleri örneklerde ilk olarak öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatırken seçilen örnek türleri ve örnek seçimlerindeki değişimlere, ardından toplamda beş kazanımı içeren örnek türleri ve örnek seçimlerindeki değişimlere yer verilmiştir.

4.1.1.1 Ön bilgileri hatırlatmada kullanılan örnekler. Öğretmen adayları öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatmada genel olarak bölme kavramı ve işlemini içeren ve kesirler ve kesirlerle karşılaştırmayı içeren örnekler kullanmışlardır. Tablo 4.1'de öğretmen adaylarının, DP ve ÖS'lerinde ön bilgileri hatırlatırken seçtikleri örneklere yer verilmektedir.

Tablo 4.1. *Öğretmen Adaylarının Ön Bilgileri Hatırlatırken Seçtikleri Örnekler*

Ön bilgileri hatırlatma	1. DP	2. DP	3. DP	ÖS
ÖA1	BK Bİ	BK Bİ	BK Bİ	BK Bİ
ÖA2	BK Bİ	BK Bİ	BK Bİ	BK Bİ
ÖA3	KK KR	KK KR	KK KR	KK KR
ÖA4	M	BK Bİ	BK Bİ	BK Bİ

BK: Bölme kavramını hatırlatan örnekler
Bİ: Doğal saylarda bölme işlemini hatırlatan örnekler
KK: Kesir kavramını hatırlatan örnekler
KR: Kesirleri karşılaştırmayı hatırlatan örnekler
M: Derse motive etmeyi amaçlayan etkinlik

Tablo 4.1 incelendiğinde ÖA4'ün ön bilgileri hatırlatırken ilk DP'de öğrencileri derse motive etmek amaçlı seçtiği etkinlik matematiksel kavram ve işlemler ile ilişkili değilken diğer süreçlerde bölme kavramı ve bölme işlemini içeren örneklere yer verdiği görülmüştür. ÖA3 tüm süreçte kesir kavramı ve kesirleri karşılaştırmayı içeren örnekler seçmiş ve diğer öğretmen adayları (ÖA1 ve ÖA2) ise bölme kavramı ve bölme işlemi ile ilişkili örnekler kullanmışlardır.

Öğretmen adaylarının üçü (ÖA1, ÖA2, ÖA4) birinci DP'lerinde bölmenin eş paylaştırma anlamını içeren, kesirlerin birbirleriyle ilişkilerini içeren örneklere yer vermiş, bir öğretmen adayı ise ön bilgilerini hatırlatmaya yönelik herhangi bir örneğe yer vermemiştir. İlerleyen süreçlerde öğretmen adayları örnek seçimlerinde, bölmenin farklı anlamlarını içeren (eş paylaştırma, gruplama) örnekler kullanmışlar, kesirlere bölmeye yönelik örneklerini ise zenginleştirmişlerdir.

ÖA1 ön bilgileri hatırlatma sürecinde kavram ve işlemlere yönelik aşağıdaki örneği vermiştir. ÖA1 birinci DP'de oluşturduğu senaryo ile öğrencilerin, çikolata paylaşımı sorusuyla bölme kavramına ilişkin ön bilgilerini belirlemeyi amaçlamıştır.

ÖA1: *" Biz 20 tane çikolatanın yarısını bölsek bu bize neyi ifade eder?' sorusu ile öğrencilere 20 çikolatanın içinde kaç tane yarım çikolata olduğu düşündürülür."*

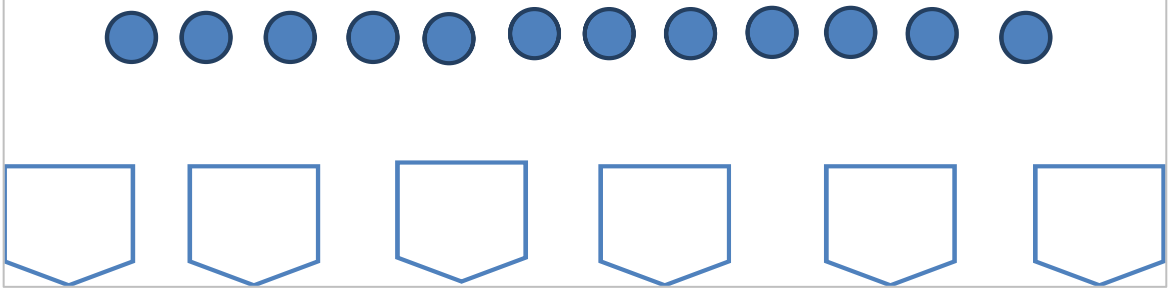
DP'den alınan kesitte görülebileceği gibi, öğretmen adayı dersinde öğrencilerin yarım kavramına odaklanmalarını sağlayacak bir soru ile başlamıştır. Bu örnek seçimindeki çikolatalardan her birinin mi bir bütün, yoksa 20 çikolatanın tamamının mı bir bütün olduğu açık şekilde ifade edilememiştir. Dolayısıyla öğretmen adayının bütün ile yarım kavramları arasındaki ilişkiyi net bir şekilde ortaya koyan bir örnek seçmediği görülmektedir. Ders planı üzerine yapılan görüşmede de ÖA1 bu örneği aşağıdaki gibi ayrıntılandırmıştır.

ÖA1: *Burada sınıfa 20 tane çikolata götürmeyi. Sınıfta 10 öğrenci bulunacağını farz ettirecektim öğrencilere 10 öğrenciye dağıtıp kişi başı kaç tane çikolata düşer sorusunu sormayı düşündüm. Öğrencilerde de bunu eş gruplara ayırarak ikişer ikişer parçalara ayırarak 20 tane çikolataya ulaşmalarını sağlamayı düşündüm.*

ÖA1'in ifadeleri doğrultusunda amacının oluşacak 40 parçanın 10 kişiye eş olacak şekilde paylaştırmak olduğu anlaşılmıştır. Bu örnekte yer verdiği bütün ve yarım kavramlarını açık olarak belirtemediği için öğrencilerin bölmenin eş paylaştırma anlamını açığa çıkarmada eksik kalacağı düşünülmüştür. Bölmenin eş paylaştırma anlamını kullanma amacı olsa da örneği ile bu anlamı ilişkilendiremeyen öğretmen adayının örnek seçiminde kullandığı kavramlarla öğrenciler için anlam karmaşasına yol açacak olup bölmeye ilişkin mevcut bilgilerini de kullanma konusunda problemler oluşabilecektir.

ÖA1 ilerleyen süreçlerde (ikinci-üçüncü DP'leri ve ÖS) öğrencilerin bölme kavramının eş paylaştırma ve gruplama anlamlarını tartışmalarını sağlayacak iki örneğe yer vermiştir. Şekil 4.1 ve Şekil 4.2'de verilen kesitlerde de bu örneklerle kesirlerle bölmeye geçmeden önce öğrencilerin bölmenin anlamları üzerine düşünmelerini sağlayarak bu düşüncelerini kesirlerle bölme sürecine yansıtmalarını sağlamayı amaçlamıştır.

12 tane bilyesi olan Mert bilyelerini 6 tane kutuya eşit yerleştirdiğinde her bir kutuda kaç tane bilyesi olur?

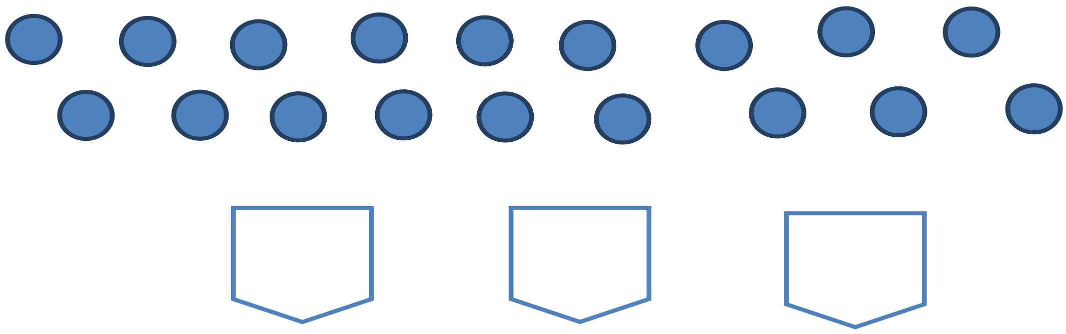


Şekil 4.1. ÖA1'in bölmenin eş paylaştırma anlamını içeren örneği

ÖA1 seçmiş olduğu ilk örneğinde, nesne ve grup sayısını öğrenciler için kolay olabilecek şekilde 12 ve 6 olarak belirlemiştir. Öğretmen adayı seçtiği sayılar ve kullandığı nesneler ile örneğin anlaşılır olmasını sağlamıştır. Ayrıca örneğin görselleştirilmesi ile öğrencilerin bilyeleri her bir gruba eş olacak şekilde paylaştırabilmeleri de önemlidir. Böylelikle öğrenciler bu örnek durumla matematiksel olarak anlam karmaşası yaşamadan eş paylaştırma fikrine odaklanabilecekler ve öğretmen adayı da öğrencilerin eş paylaştırmaya yönelik akıl yürütmelerini ortaya çıkarabilecektir.

Duru18tane bilyeyi her kutuda 6 tane bilye olacak şekilde kutulara koyduğunda, Duru'nun toplam kaç kutuya ihtiyacı vardır? (18 in içinde kaç tane 6 vardır? Sorusunun cevabıdır.)

OLASI CEVAP



Şekil 4.2. ÖA1'in bölmenin gruplama anlamını içeren örneği

ÖA1'in bölmenin gruplama anlamını içeren örnek seçiminde de benzer yaklaşımlarının olduğu söylenebilir. Eş paylaştırma anlamı için belirlediği örnekteki bölme yapılacak nesneyi değiştirmeden gruplama örneğine dönüştürmüştür. Bu sayede öğrenciler bölmenin iki anlamı arasındaki farklılığı da fark edebileceklerdir. Örnek seçimlerindeki bu yaklaşımları ile dersin amacı doğrultusunda öğrencileri öğrenme açısından hem derse motive edip bölme ile ilişkili kavramları düşünmelerini sağlayarak ilişkilendirmeler yapmalarını hem de derse karşı ilgilerini çekmektedir. Başka bir ifade ile öğretmen adayı bu yaklaşımları ile öğrencileri hem bilişsel hem de duyuşsal olarak derse hazırladığı düşünülmektedir. Öğretmen adaylarından ÖA4 birinci DP'de öğrencilere derse başlarken aşağıdaki etkinliğe yer vermeyi planlamıştır.

Şekil 4.3. ÖA4'ün ön bilgileri hatırlatırken kullanmayı planladığı etkinlik

ÖA4 birinci DP'de öğrencilerin derse yönelik motivasyonlarını artırma amacıyla Şekil 4.3'teki görüldüğü gibi iki resim vererek bu iki resim arasındaki farkı bulmalarını istemiştir. Yapılan görüşmede bu örneği neden seçtiğini ise aşağıdaki gibi açıklamıştır.

> ÖA4: *... öğrencilerin dikkatini çekmek için iki resim arasındaki fark oyununu biliyor musunuz diye sadece onların dikkatini çekmek için başlangıçta.*

ÖA4 seçmiş olduğu bu örnek ile öğrencilerin matematiksel bilgilerini ortaya çıkarmak ya da onları dersteki kavramlara yönelik zihinsel olarak hazırlanmaları sağlamak yerine sadece öğrencileri duyuşsal anlamda motive etmeyi amaçlamaktadır. ÖA4 ilerleyen süreçlerde öğrencilerin bölme kavramının eş paylaştırma ve gruplama anlamlarını tartışmalarına olanak sağlayacak iki örneğe yer vermiştir. Seçtiği bu örneklerle öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatırken kavram ve işlemlerin öğrenilmesini sağlayacak bir yaklaşım sergilemiştir.

Özet olarak, ön bilgileri hatırlatırken üç öğretmen adayı (ÖA1, ÖA2, ÖA4) ilk DP'de bölmenin işlemsel yönüne veya eş paylaştırma anlamını içeren örneklere yer verirken ÖA3 kesir ile ilgili örnekler seçmiştir. Sonraki süreçlerde ise tüm öğretmen adayları seçmiş oldukları örneklerde bölmenin eş paylaştırma ve gruplama anlamına, bölmenin işlemsel yönüne ve kesir kavramına vurgu yapmışlardır. Öğretmen adayları MGS'nin bölme oturumunda genel olarak bölmenin paylaştırma anlamına odaklanmışlardır. Ancak MGS oturumunda bölmenin eş paylaştırma ve gruplama anlamlarını içeren örnekler üzerine yapılan tartışmalar sonrasında bu anlamları içeren problem türlerine yer vermişlerdir. Öğretmen adaylarının örnek seçimlerinin MGS'nin bölme ve kesir oturumları sonrasında değiştiği söylenebilir.

4.1.1.2 Birinci kazanımın öğretiminde kullanılan örnekler. Birinci kazanım "Bir doğal sayıyı bir birim kesre ve bir birim kesri bir doğal sayıya böler, bu işlemi anlamlandırır" şeklinde tanımlanmaktadır. Bu kazanımdaki açıklamalar doğrultusunda Tablo 4.2'de öğretmen adaylarının, DP ve ÖS'lerinde birinci kazanıma ilişkin kavram ve işlemleri öğretirken seçtikleri örnekler verilmektedir.

Tablo 4.2. *Öğretmen Adaylarının Birinci Kazanıma İlişkin Kavram ve İşlemleri Öğretirken Seçtikleri Örnekler*

Birinci Kazanım	1. DP	2. DP	3. DP	ÖS
ÖA1	GY KD Kİ	Kİ	Kİ	Kİ
ÖA2	Kİ	Kİ	Kİ	Kİ
ÖA3	Kİ	Kİ	Kİ	Kİ
ÖA4	KD Kİ	Kİ	Kİ	Kİ

Kİ: Doğal sayıyı birim kesre ve birim kesri doğal sayıya bölmeyi içeren (Kazanımı içeren) örnekler
KD: Kazanım dışındaki kesirleri içeren örnekler
GY: Günlük yaşam ile ilişkilendirilmiş örnek

Tablo 4.2 incelendiğinde görüleceği gibi tüm öğretmen adayları kazanımı içeren kavram ve işlemlere yer vermişlerdir. ÖA1 ve ÖA4 ilk DP'de hem kazanım hem de kazanım dışı örnekleri kullanmışlardır. ÖA1 ilk DP'de birinci kazanım için günlük yaşam ile ilişkili olarak aşağıdaki örnekleri vermiştir.

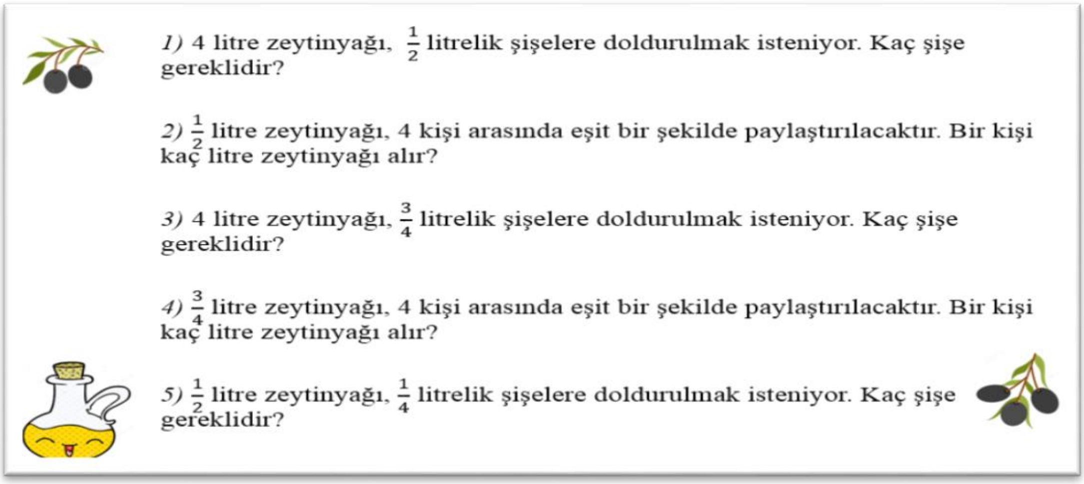
1) 3 ekmek içinde kaç tane yarım $(\frac{1}{2})$ *ekmek olduğunu bulalım.*

2) 2 ekmek içinde kaç tane çeyrek ($\frac{1}{4}$)ekmek olduğunu bulalım.

3) 30 ekmek içinde kaç tane ($\frac{2}{5}$) ekmek olduğunu bulalım.

4) Ahmet Bey'in oturduğu apartmandaki su deposunun $\frac{1}{2}$ 'si doludur. Suyu apartmandaki 4 dairenin de eşit olarak paylaştığı düşünülürse bir dairenin suyun ne kadarını kullandığını bulalım.

Birinci, ikinci ve dördüncü örnekler kazanıma ait olup, üçüncü örnek ise bir doğal sayının birim kesir dışındaki bir kesre bölünmesini gerektiren kazanım dışı ve kesirlere bölme konusuna yeni başlayan öğrenciler için anlaşılması zor olabilecek bir örnektir. ÖA1 birinci DP'den sonra DP'lerde kazanımı içeren örnekler seçmeyi planlamıştır. ÖA4 ilk DP'de kazanımla ilişkili (1, 2) ve kazanım dışı (3, 4, ve 5) örneklere (Bkz. Şekil 4.4) yer vererek kesirlerle bölme konusuna giriş yapmayı planlamıştır.



Şekil 4.4. ÖA4'ün birinci DP'de birinci kazanım için kullandığı örnekler

ÖA4 bu örnekleri seçerken öğrencilerin örnekler arasındaki farklılıkları görebilmelerini amaçladığını belirtmiştir. Ancak örneklerin bazılarının kazanım dışında olması konuya yeni başlayan öğrenciler için kavram ve işlemleri anlamada karmaşaya neden olabilecektir. ÖA4, daha sonra öğretim programında yer alan "6:$\frac{1}{2}$" işlemini açıklamayı planlamıştır. Örnekte daha küçük bir doğal sayı yerine 6 doğal sayısının kullanması ve örneğin sadece işlemsel olması öğrencilerin kavram ve işlemi anlamalarında zorluklar yaşamasına neden olabilecektir. ÖA4 ikinci DP'de kazanım dışı örnekleri çıkarmış fakat yine "6:$\frac{1}{2}$" işlemsel örneği kullanmıştır. Üçüncü DP ve ÖS'de ise seçtiği doğal sayıyı küçülterek kazanıma uygun olacak şekilde "Bir A4 kağıdının içindeki yarımların bulunması" örneği için "$1:\frac{1}{2}$" işlemini ve yarımın içindeki çeyrekleri göstermek için "$\frac{1}{2}:\frac{1}{4}$" işlemini kullanmıştır. ÖA2 tüm DP'lerinde ve ÖS'sinde kazanıma uygun ve küçük sayıları içeren örneklere yer vermiştir. Üçüncü DP sonrasında yapılan görüşmede örnek seçimini şu şekilde açıklamıştır.

> ÖA2: *Bu örneği yani evet en basit sayılardan yine bu dersi aldığım kazanımdan bir doğal sayıyı bir birim kesre bölmem gerekiyordu 1'i $\frac{1}{4}$'e bölmektense ilk başta yarıma böldürdüm yani $\frac{1}{2}$ 'ye böldürdüm*

ÖA2, önce bütün içinde yarımların bulunmasını ve daha sonra bütün içindeki çeyrekleri buldurarak daha kolay ve anlaşılır bir işlemden daha zor olan bir işleme geçerek öğrencilerin parça sayıları üzerine akıl yürütmelerini sağlamayı amaçlamıştır. Öğrenciler bu örnekler yardımı ile kesirlerle bölme işleminin anlamı hakkında fikir sahibi olabileceklerdir.

Tüm öğretmen adayları ÖS'de "$1:\frac{1}{2}$" ve "$1:\frac{1}{4}$" şeklinde anlaşılması basit olan işlemleri tartışarak birinci kazanıma ilişkin öğrencilerin akıl yürütmelerini desteklemişlerdir. Seçilen doğal sayının 1 olması nedeniyle bütün içindeki parça sayısının bulunmasında dersteki tüm öğrencilerin katılımını sağlamışlardır.

Özet olarak, öğretmen adayları ilk iki DP'de birinci kazanıma ait olan örneklerin yanı sıra kazanıma ait olmayan örnekler de kullanmışlar ve derse büyük doğal sayıları içeren örnek ile başlamışlardır. Üçüncü DP ve ÖS'de ise öğrencilerin daha kolay anlayabileceği 1 doğal sayısını içeren örnekler ile derse başlamışlar ve daha sonra sadece kazanıma uygun örnekler kullanarak derse devam etmişlerdir. Öğretmen adaylarının MGS oturumlarında küçük doğal sayıların birim kesre bölünmesini gerektiren örneklerden etkilenerek seçimlerini bu doğrultuda değiştirdikleri söylenebilir.

4.1.1.3 İkinci kazanımın öğretiminde kullanılan örnekler. İkinci kazanım, "Bir doğal sayıyı bir kesre ve bir kesri bir doğal sayıya böler, bu işlemi anlamlandırır." şeklinde verilmektedir. Bu kazanımda öğretmen adayları sonucu doğal sayı olan veya olmayan ve günlük yaşam problemlerini içeren örnek seçimlerine yer vermişlerdir. Tablo 4.3'te öğretmen adaylarının, DP ve ÖS'lerinde bu kazanıma ilişkin kavram ve işlemleri öğretirken seçtikleri örnekler verilmektedir.

Tablo 4.3. *Öğretmen Adaylarının İkinci Kazanıma İlişkin Kavram ve İşlemleri Öğretirken Seçtikleri Örnekler*

İkinci Kazanım	**1. DP**	**2. DP**	**3. DP**	**ÖS**
ÖA1	Kİ	DS DSO	DS DSO	DS DSO
ÖA2	DS DSO	DS DSO	DS DSO	DS DSO
ÖA3	DS DSO GY	DS DSO GY	DS DSO GY	DS DSO GY
ÖA4	DS DSO	DS DSO	DS DSO GY	DS DSO GY

GY: Günlük yaşam ile ilişkilendirilmiş örnek
DS: Sonucu doğal sayı olan örnekler
DSO: Sonucu doğal sayı olmayan örnekler
Kİ: Kavram ve işlemleri içermeyen etkinlik

Tablo 4.3'te görüldüğü gibi ÖA1 ilk DP'de matematiksel kavram ve işlemler ile ilişkili olmayan etkinlik yapmış daha sonraki süreçlerde sonucu doğal sayı olan ve olmayan örneklere yer vermiştir. ÖA2 tüm süreçlerde sonucu doğal sayı olan ve olmayan örnekler kullanmıştır. ÖA4 ilk iki DP'de sonucu doğal sayı olan ve olmayan örnekler kullanırken, üçüncü DP ve ÖS'de örnek seçimlerini günlük yaşam ile ilişkilendirmiştir. ÖA3 tüm süreç boyunca kazanımı içeren günlük yaşam ile ilişkili örnekler vermiştir.

ÖA1 ilk DP'de aşağıda verilen metnin iki öğrenci tarafından okunmasını planlamaktadır.

...

Hacivat: Ben söyleyeyim o zaman. 15'i böl $\frac{3}{2}$

Karagöz: Nasıl bölünür bilmem ki 15, $\frac{3}{2}$*'ye*

Hacivat: $\frac{3}{2}$*'e takla attır ve çarp 15 ile.*

Karagöz: Hay aklınla yaşa. Çarptım da 10 buldum bile.

...

Metnin içeriği incelendiğinde Hacivat ve Karagöz karakterlerinin bir doğal sayıyı bir kesre bölerken ters çevir çarp algoritmasından yararlandıkları görülmektedir. Bu metinden öğretmen adayı öğrencilerin bölme işleminin anlamlarına odaklanmak yerine $\frac{2}{3}$ kesrine takla attırmak daha sonra 15 ile çarparak ters çevir çarp algoritmasını ezberletmeyi amaçlamaktadır. Metni okuyan öğrencilerin kesirlerle bölme işlemi yerine daha çok metne ve içindeki karakterlere odaklanıp işlemin ne olduğunu anlamayacaklardır.

ÖA1 ilerleyen süreçlerde sadece işlem yapmayı gerektiren *"*$3 \div \frac{3}{5} = ?$*"* tarzında sonucu bir doğal sayı olan örneklere yer vermiştir. Sonucu doğal sayı çıkan bu örnekler yardımı ile öğrenciler bütün içindeki parçaların ne kadar olduğunu sayarak bulabilecekler ve elde ettikleri sonuç ile bölme işleminin sonucuna da ulaşmış olacaklardır. Öğrencilerin sayarak ulaşabilecekleri sonuçları içeren benzer bölme işlemi örnekleri üzerinde çalışmalarının farklı kesirleri içeren bölme işlemlerine yönelik çıkarımlarını destekleyeceği düşünülmektedir. Buna karşın ilk olarak 3'ün içinde $\frac{3}{5}$ yerine $\frac{3}{4}$'leri saymaları daha kolay olabilirdi. Öğrenciler bir önceki kazanım kapsamında birim kesirlere karşılık gelen parçaları bütünün içerisinde aradıkları için farklı kesirlere karşılık gelen parçaları ararken ilk olarak üzerinde daha kolay yorum yapabilecekleri örneklerle karşılaşsalardı kazanımı anlamlandırmaları daha etkili olabilirdi. Öğretmen adayı "3'ün içinde kaç tane çeyrek var?" ve sonrasında "3'ün içinde kaç tane üç çeyrek var?" gibi sorularla daha anlamlı durumlar oluşturabilirdi. Öğrenciler de bütünün içerisindeki çeyrek parçalarının sayısını $\frac{1}{5}$'lik parçaların sayısına göre daha kolay ifade edebilecekleri için böyle bir örnek ile başlamanın daha uygun olacağı söylenebilir.

ÖA3 tüm ders planlarında ikinci kazanım kapsamında aynı örneklere yer vermiştir. Bölmenin gruplama anlamını göz önüne alarak kesirlerle bölme işlemini anlamlandırmaya çalıştığı örnekleri aşağıdaki gibidir:

> *"5 çikolata, evdeki her bir bireye bir çikolatanın 5/6'ini alacak şekilde aile bireyleri tarafından eşit şekilde paylaşılıyor. Buna göre evde kaç birey vardır? [Örnek 1]"*
>
> *"12 litrelik damacanada bulunan suyun* $1\frac{1}{2}$ *litrelik kaç sürahiye doldurulabileceğini bulalım. [Örnek 2]"*

İlk örneğinde bir ailedeki kişi sayını bulmak için verdiği bölme işleminde sayıları, sonucu doğal sayı olacak şekilde belirlemiştir. Benzer yaklaşımı ikinci örnekte de devam ettirerek sürahi sayısı doğal sayı olacak şekilde sayılar kullanmıştır. Bu iki örnek ile kişi sayısı veya sürahi sayısı gibi öğrencilerin sonucu doğal sayı bekledikleri büyüklüklerde kesirli sonuçların çıkmasının önüne geçerek anlam karmaşası yaratmamayı hedeflemiştir.

ÖA4 ilk iki DP'de sonucu doğal sayı çıkan ve çıkmayan örnekler seçmiştir. İkinci DP'de " $3 \div \frac{3}{4} = ?$ " örneğini seçme gerekçesini aşağıdaki şekilde belirtmiştir.

> ÖA4: *Daha basit olması için. Kazanımda da o şekilde verildiğinden dolayı. Kazanım açıklamalarında böyleydi müfredatta. Daha basit işlemlerden yola çıkarak anlatılması gerektiğini söylüyordu müfredat. O yüzden bu sayıları seçtim.*

ÖA4 örnek seçimini, öğretim programında yer alan ifadelere dayalı olarak açıklamıştır. Sonuca odaklı olmadan bölen ve bölünenin de öğrenciler için daha kolay bir şekilde yorumlanabileceği sayıları içeren bir örnek seçmiştir. ÖA4 üçüncü DP'sine günlük yaşamla ilişkili problemleri eklemiş ve aşağıdaki örneklere yer vermiştir.

> *"Buzdolabında 2 adet yaş pasta vardır. Her çocuğa bir pastanın 2/3'ü verilecek şekilde bir grup çocuğa paylaştırılıyor. Bu grupta kaç çocuk vardır? [Örnek 1]*
>
> *¾ litre süt 3 eşit bardağa doldurulacaktır. Buna göre her bir bardakta kaç litre süt olur? [Örnek2]*

ÖA4 bölmenin gruplama ve eş paylaştırma anlamlarını göz önüne alarak sonucu doğal sayı olan/olmayan günlük yaşam örnekleri kullanmıştır. Bölmenin gruplama anlamına ilişkin verdiği ilk örnekte, sonucu doğal sayı çıkacak şekilde "2 pastanın $\frac{2}{3}$'lik parçalara ayrılması" problemini ele almıştır. Bölmenin eş paylaştırma anlamına ilişkin ikinci örneğinde ise bir kesri bir doğal sayıya bölmeyi gerektiren ve sonucu doğal sayı olmayan "$\frac{3}{4}$ litre sütü eşit olacak şekilde 3 bardağa paylaştırma" problemini ele almıştır. ÖA4 neden bu örnekleri seçtiğini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

ÖA4: Yani sayılar daha küçük olsun diye anlamlandırma aşamasında o yüzden seçtim.

ÖA4 örneklerde genel olarak küçük sayıları seçme yönünde bir yaklaşım sergilemiştir ve bu yaklaşımı ikinci kazanımda da sürdürmüştür.

Sonuç olarak, öğretmen adayları ikinci kazanım için örnek seçimlerindeki yaklaşımlarını genel olarak değiştirmemişler, bir öğretmen adayı birinci DP'den sonra kazanıma ait örnekler seçmiş, diğer bir öğretmen adayı ise üçüncü DP ve ÖS'de gerçek yaşam durumunu içeren örneklere yer vermiştir. Öğretmen adaylarının MGS oturumlarında kullanılan gerçek yaşam durumunu içeren örneklerden etkilenerek örnek seçimlerini bu yönde değiştirdikleri söylenebilir.

4.1.1.4 Üçüncü kazanımın öğretiminde kullanılan örnekler. Üçüncü kazanım "İki kesrin bölme işlemini yapar ve anlamlandırır" şeklinde verilmektedir. Bu kazanımda öğretmen adayları sonucu doğal sayı olan veya olmayan ve günlük yaşam problemlerini içeren örnek seçimlerine yer vermişlerdir. Tablo 4.4'te öğretmen adaylarının, DP ve ÖS'lerinde bu kazanıma ilişkin kavram ve işlemleri öğretirken seçtikleri örnekler verilmektedir.

Tablo 4.4. *Öğretmen Adaylarının Üçüncü Kazanıma İlişkin Kavram ve İşlemleri Öğretirken Seçtikleri Örnekler*

Üçüncü Kazanım	1. DP	2. DP	3. DP	ÖS
ÖA1	DS	DS DSO	DS DSO	DS DSO
ÖA2	DSO	DSO	DS DSO	DS DSO
ÖA3	GY DS	GY DS	GY DS DSO	GY DS DSO
ÖA4	DS	DS	GY DS DSO	GY DS DSO

GY: Günlük yaşam ile ilişkilendirilmiş örnek
DS: Sonucu doğal sayı olan örnekler
DSO: Sonucu doğal sayı olmayan örnekler

Tablo 4.4'te görüldüğü gibi öğretmen adaylarından sadece ÖA2 ilk iki DP'de sonucu doğal sayı çıkmayan örnekleri kullanmıştır. ÖA1 ikinci DP'den sonra sonucu doğal sayı çıkan ve çıkmayan örneklere yer vermiştir. ÖA3 ve ÖA4 ise üçüncü DP ve ÖS'de sonucu doğal sayı çıkan ve çıkmayan günlük yaşam örnekleri seçmişlerdir.

ÖA3 ilk iki DP'de sonucu doğal sayı olan aşağıdaki gerçek yaşam örneklerine yer vermiştir.

> *"Ali'nin annesi 2/3 litrelik sütü 1/6 litrelik bardaklara koyacaktır. Bu iş için kaç bardağa ihtiyaç vardır? [Örnek 1]*
>
> *Bir doktor her $\frac{2}{5}$ saatte bir hasta muayene ediyor. Bu doktorun $1\frac{3}{15}$saatte kaç hasta muayene edeceğini bulalım. [Örnek 2]*
>
> *Bir öğrenci 1/4 km'lik yolu 1 dakikada yürümektedir. Öğrencinin evi ile okul arası 6/8 km'dir. Buna göre öğrenci ev ile okul arasını kaç dakikada yürür? [Örnek 3]"*

ÖA3 örnek seçimlerinde aşağıdaki durumlara dikkat ettiğini belirtmiştir.

ÖA3: *Yine bu sayıları seçmemde tam çıkması için. İlk başta anlamaları için o şekilde seçildi biraz daha karışık kesirlerde anlaması zor olabilir.*

ÖA3 ilk iki DP'de sonucu doğal sayı çıkan ve büyük kesrin küçük kesre bölündüğü örneklere yer vererek parça bütün ilişkisini kurmayı amaçlamıştır. Örneğin, birinci örnekte, bölmenin gruplama anlamı için $\frac{2}{3}$ litre sütü bütün, $\frac{1}{6}$ litrelik bardakları ise parça olarak kullanmıştır. ÖA3 üçüncü DP ve ÖS'de sonucu doğal sayı çıkmayan ve küçük kesrin büyük kesre bölündüğü "$\frac{3}{4}:\frac{5}{6}$" işlemini de seçtiği örneklere eklemiştir.

ÖA2 ilk iki DP'de öğrencilerin kolaylıkla anlayamayacağı ve sonucu doğal sayı çıkmayan örnekler seçmiştir. Örneğin ilk DP'de "$\frac{5}{4}:\frac{2}{3}$:" şeklinde büyük kesrin küçük kesre bölündüğü ikinci DP'de ise "$\frac{2}{5}:\frac{3}{4}$" şeklinde küçük kesrin büyük kesre bölündüğü örnekler seçmiştir. ÖA2 yapılan görüşmede bu kesirleri neden seçtiğini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

ÖA2: ... *kesir olsun ikisi de kesir olsun o yüzden öylesine yazdım.*

ÖA2 kazanıma uygun kesirler seçmesine rağmen bölünen kesrin büyük ya da küçük olmasına ve işlemin anlamlı olmasına dikkat etmemiştir. Birinci örnekte $\frac{2}{3}$ kesri yerine $\frac{1}{4}$ veya $\frac{3}{4}$ gibi çeyrek kavramı ile ilişkilendirilen kesirleri kullanmış olsaydı 5 çeyrek içindeki çeyreklerin sayısını buldurarak öğrencilerin doğal sayıyı kesre bölme kazanımı için verilen örneklerden elde ettikleri bilgileri bu kazanıma aktarmalarına yardımcı olabilirdi.

ÖA2 üçüncü DP ve ÖS'de "$\frac{1}{3} \div \frac{1}{6}$" işlemini içeren örnek ile kazanıma başlamıştır. Bu örnekte bütün olarak $\frac{1}{3}$ ve parça olarak da bu bütünün yarısı olan $\frac{1}{6}$ kesirleri kullanılarak öğrencilerin parça bütün ilişkisini kolaylıkla kurmalarını sağlamıştır. Daha sonraki örneklerde sonucu doğal sayı çıkmayan ve büyük kesrin küçük kesre bölündüğü örnekler vermiştir.

ÖA4 ilk iki DP'de "$\frac{1}{3} \div \frac{1}{6}$" şeklinde uygun bir örnek seçmiş fakat sadece bu örnekle sınırlı kalmıştır. Bu örnek seçimi öğrencilerin sonucu doğal sayı çıkmayan durumlar üzerine fikir yürütebilmelerinin önüne geçmektedir. ÖA4 üçüncü DP ve ÖS'de ise sonucu doğal sayı çıkan ve çıkmayan aşağıda gerçek yaşam örneklerine yer vermiştir.

"Yarım litre zeytinyağı çeyrek litrelik kaplara doldurulacaktır. Kaç tane kap gereklidir? [Örnek 1]

15/7 litre su 3/28 litrelik buz kalıplarına doldurulacaktır. Buna göre ne kadar buz kalıbına ihtiyaç vardır? [Örnek 2]"

ÖA4 birinci örneğinde öğrencilerin bütün-parça ilişkisini daha kolay kavramaları için bölmenin gruplama anlamını içeren günlük yaşam bağlamlı sözel bir probleme yer vermiştir. İkinci örneğinde günlük yaşamda sıklıkla karşılaşmadığımız kesirleri kullanmış ve bunun gerekçesini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

ÖA4: *Burada işte öğrencilerden hani ne yapabiliriz bunda diye fikirlerini soracağım, onlarda hani model ile göstermeliyiz diyebilirler, bende hani hepsini mesela 28 parçaya ayırmak çok zor olmayacak mı? Payda eşitleme fikrinin gelmesini çünkü o zamana kadar işlemler ile uğraşıyorlar. Ve paydada eşitlenebilir sayılar olduğu için hani 4 katı ya görürler diye düşünüyorum.*

ÖA4 bu örneğinde, kesirlerde iki basamaklı sayılara yer vererek, öğrencilere her durum için model kullanmanın uygun olmadığını göstermiş ve ortak payda algoritması gibi farklı çözüm yöntemlerinin hangi durumlarda kullanılabileceğini öğretmeyi amaçlamıştır.

MGS oturumlarında üçüncü kazanıma yönelik örneklerde sonucu doğal sayı olan/olmayan, bölünen kesrin bölen kesirden büyük/ küçük olduğu ve günlük yaşam problemleri ele alınmıştır. Bu oturumlardan sonra üçüncü DP ve ÖS'de iki öğretmen adayının örnek seçimlerini MGS oturumlarındaki örneklere uyumlu olarak değiştirdikleri gözlemlenmiştir.

4.1.1.5 Dördüncü kazanımın öğretiminde kullanılan örnekler. Tablo 4.5'te öğretmen adaylarının, DP ve ÖS'lerde "Kesirle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin eder" olan dördüncü kazanıma ilişkin kavram ve işlemlerin öğrenilmesi için seçtikleri örnekler verilmektedir.

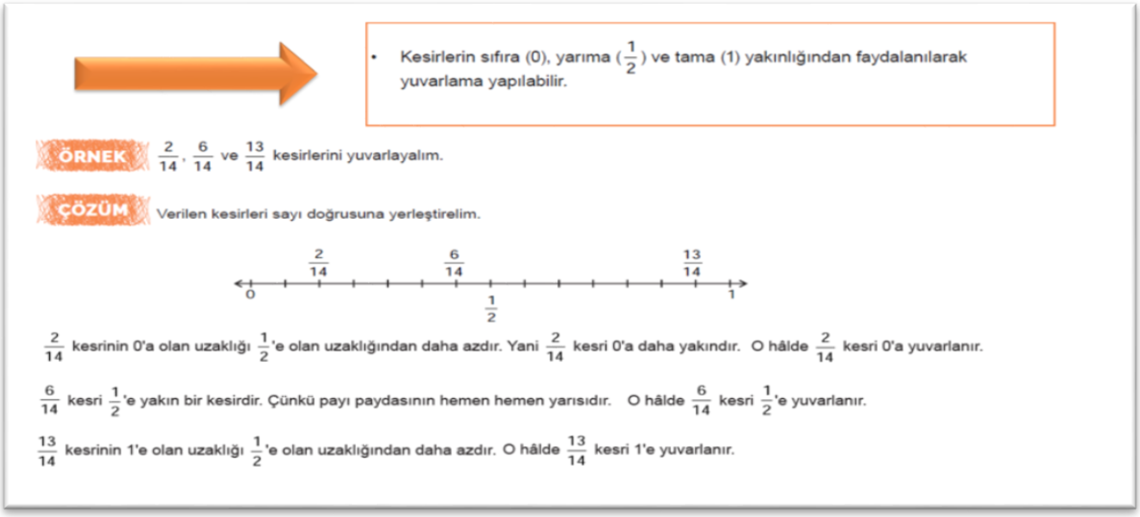
Tablo 4.5. *Öğretmen Adaylarının Dördüncü Kazanıma İlişkin Kavram ve İşlemler Öğretirken Seçtikleri Örnekler*

Dördüncü Kazanım	**1. DP**	**2. DP**	**3. DP**	**ÖS**
ÖA1	KY	TKB	TKB	TKB
ÖA2	-	TKB	TKB	-
ÖA3	TKB	TKB	TKB	TKB
ÖA4	KY	TKB	TKB	TKB

KY: Kesirlerle yuvarlamayı gerektiren örnekler
TKB: Tahminle kesirlerle bölme işlemi yapmayı gerektiren örnekler

Tablo 4.5'te görüldüğü gibi ÖA1 ve ÖA4 ilk DP'lerde kesirlere yuvarlamayı gerektiren örnek seçimlerine yer verirken ilerleyen süreçlerde dördüncü kazanımı içeren örnek seçimleri kullanmışlardır. ÖA2 ilk DP'de ve ÖS'de bu kazanıma yer vermemiş olup ikinci ve üçüncü DP'de kazanımı içeren örnek seçimleri kullanmıştır. ÖA3 ise tüm süreçte kazanımı içeren örnek seçimleri kullandığı görülmektedir.

İlk DP'de bazı öğretmen adayları (ÖA1 ve ÖA4) kazanım ile ilgili olmayan sadece kesirlerle yuvarlamayı gerektiren örneklere yer vermişlerdir. Örneğin, ÖA4'ün ilk DP'de bir kaynak kitaptan faydalandığı Şekil 4.5'teki örneği kullanmıştır.



Şekil 4.5. ÖA4'ün ilk DP'de dördüncü kazanıma yönelik verdiği örnek

ÖA4 sayı doğrusu üzerinde 0, $\frac{1}{2}$ ve 1'e yuvarlanabilecek üç kesrin yerini ve yuvarlandığı yerleri göstermiştir. Bu örnek öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatmaya yönelik olup kazanımla ilişkili değildir.

Birinci DP'den sonra öğretmen adayları genel olarak DP'lerinde kazanıma uygun olarak günlük yaşamla ilişkili örnekler seçmişlerdir. Örneğin, ÖA3 tüm DP ve ÖS'de kazanımı uygun olarak aşağıdaki örnekleri kullanmıştır.

> ***SORU 7:*** $23\frac{4}{5} : 8\frac{1}{7}$ *işleminin sonucunu tahmin edelim.*

> ***SORU 8:*** *Boyu* $5\frac{10}{11}$ *metre olan bambu bitkisi, mobilya üretimi amacıyla* $\frac{5}{11}$ *metrelik eş parçalara ayrılıyor. Bu işlemin sonunda kaç parça elde edildiğini tahmin edelim. Daha sonra parça sayısının gerçek değerini bulup tahminimizle karşılaştıralım.*

ÖA3 ilk örnekte, $\frac{4}{5}$'ü 1'e, $\frac{1}{7}$'i ise 0'a yuvarlayarak bölme işlemini "24:8" şeklinde doğal sayılarla bölme işlemine dönüştürmüştür. İkinci örnekte ise günlük hayatla ilişkili bir sözel problemden faydalanmış ve $\frac{10}{11}$'u 1'e ve $\frac{5}{11}$'i $\frac{1}{2}$'e yuvarlayarak 6: $\frac{1}{2}$ işlemine dönüştürmüştür ve gerçek sonuç ile karşılaştırma yapmalarını istemiştir. Birinci örnekte yuvarlanan kesirler doğal sayıya dönüştüğü için kazanım hedefinin dışına çıkılmış ikinci örneğin kazanıma daha uygun olduğu görülmüştür.

MGS oturumlarında dördüncü kazanıma yönelik olarak kesirlerin yuvarlanması ile yapılan tahmin ile bölme işlemlerini içeren örnekler incelenmiştir. Bu oturumların sonrasında sadece iki öğretmen adayı kesirlerin yuvarlanması ve bölme işleminin sonucunu tahmin etme konusu ile ilgili örneklere yer vermiştir.

4.1.1.6 Beşinci kazanımın öğretiminde kullanılan örnekler. Beşinci kazanım "Kesirlerle işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer." şeklinde verilmektedir. Bu kazanımda öğretmen adayları eş paylaştırma, gruplama, karşılaştırmalı bölme problemlerini içeren örneklere yer vermişlerdir. Tablo 4.6'da öğretmen adaylarının, DP ve ÖS'lerinde kazanıma ilişkin seçtikleri örnekler verilmektedir.

Tablo 4.6. *Öğretmen Adaylarının Beşinci Kazanıma İlişkin Kavram ve İşlemleri Öğretirken Seçtikleri Örnekler*

Beşinci Kazanım	**1. DP**	**2. DP**	**3. DP**	**ÖS**
ÖA1	EPP GP	EPP GP	EPP GP KBP	EPP GP KBP
ÖA2	-	EPP GP	EPP GP KBP	EPP GP KBP
ÖA3	EPP GP	EPP GP	EPP GP KBP	EPP GP KBP
ÖA4	EPP GP	EPP GP	EPP GP KBP	EPP GP KBP

EPP: Eş paylaştırma anlamı içeren sözel problemler
GP: Gruplama anlamı içeren sözel problemler
KBP: Karşılaştırmalı bölme anlamını içeren sözel problemler

Tablo 4.6 incelendiğinde öğretmen adayları genel olarak ilk iki DP'de eş paylaştırma ve gruplama anlamını içeren sözel problemlere yer vermişlerdir. ÖA2 ilk DP'de bu kazanıma ilişkin bir sözel problem kullanmazken tüm öğretmen adayları üçüncü DP ve ÖS'de karşılaştırmalı bölme anlamını içeren örnekleri de eklemişlerdir.

ÖA2 kazanıma ilişkin ilk DP'de bir örnek vermemesini aşağıdaki şekilde açıklamıştır.

ÖA2: *Aslında nasıl örnek yaptırabilirim nasıl bir soru sorabilirim aklıma gelmedi.*

ÖA2'nin açıklamasından kazanımı yeterince anlamadığı ve bu nedenle uygun bir örnek seçemediği anlaşılmaktadır. Birinci DP değerlendirme görüşmesinden etkilenerek ikinci DP'de aşağıdaki sözel problemleri kullanmıştır.

"Ayşe, 8 litre portakal suyunu $\frac{1}{4}$ litrelik 20 tane bardağa doldurmak istediğinde kaç litre portakal suyu artar?"

"Bir dede marketten $\frac{3}{2}$ kg fındık almış. Bu fındığı 3 torununa eşit şekilde paylaştırmıştır. Her bir torunun kaç kg fındığı olmuştur?"

Diğer öğretmen adayları ilk iki DP'lerinde bölmenin gruplama ve eş paylaştırma anlamlarını ve sadece büyük kesri küçük kesre bölmeyi içeren aynı örnekleri kullanmışlardır. Örneğin, ÖA3 ilk iki DP'de aşağıdaki örnekleri vermeyi planlamıştır.

"Buket 12 $\frac{1}{2}$ metre kumaş almış ve bu kumaştan gömlek diktirmeyi düşünmektedir. Terzi $2\frac{1}{2}$ metre kumaştan bir gömlek dikebildiğine göre Buket elindeki kumaştan kaç tane gömlek diktirir?"

3/5 kg elma 2 kişi arasında eşit olarak paylaştırılırsa bir kişinin payına düşen elma miktarının ne kadar olacağını bulalım."

Öğretmen adayları küçük kesri büyük kesre bölmeyi gerektiren problemleri tercih etmemişler ve bunun sebebini ÖA3 aşağıdaki gibi açıklamıştır.

ÖA3: *Hocam. ben kitaplarda hiç görmedim, görseydim verirdim.*

ÖA3 örnek seçimlerini sadece ders kitabından faydalanarak hazırlamış ve kitapta küçük kesri büyük kesre bölmeyi gerektiren sözel problemler ile karşılaşmadığı için DP'de yer vermemiştir.

Öğretmen adayları ilk iki DP'de kumaş, kabak çekirdeği vb. gibi günlük yaşamdan nesneler içeren örnekler kullanarak daha önceden aşina oldukları bölmenin gruplama ve eş paylaştırma anlamlarına odaklanmışlar farklı örnek türlerine yer vermemişlerdir.

Öğretmen adayları üçüncü DP ve ÖS'lerinde seçtikleri örneklerde değişim göstererek karşılaştırmalı bölme problemlerine de yer vermişlerdir. Örneğin, ÖA4 üçüncü DP'de aşağıdaki örnekleri kullanmıştır.

> *"Fatma* $\frac{9}{4}$ *litre su almıştır. Suyun tamamını 3 eşit şişeye dolduran Fatma'nın şişeleri kaç litre su almaktadır? [Örnek 1]*
>
> *Beyza bir kitabın* $\frac{2}{3}$*'ünü okumuştur. Yiğit ise aynı kitabın* $\frac{1}{4}$*'ünü okumuştur. Beyza, Yiğit'ten kaç kat fazla kitap okumuştur? [Örnek2]"*

ÖA4'ün birinci örneği daha önceki kazanımlarda yer verdiği türden bölmenin eş paylaştırma anlamını içermektedir. İkinci örneğinde ise karşılaştırmalı bölme problemini kullanmıştır. Örnekte Beyza ve Yiğit'in okuduğu kitapları karşılaştırmak için kesirlerle bölme işlemi yapılması gerekmektedir.

Sonuç olarak öğretmen adaylarının örnek seçimlerinin MGS oturumlarından etkilenerek genişlettikleri düşünülebilir. MGS'nin 9. oturumunda öğretmen adaylarından kesirlerle bölmeyi içeren sözel problemler yazmaları istenmiştir. Öğretmen adayları yazdıkları sözel problemlerde sadece eş paylaştırma ve gruplama anlamlarını ele almışlar, diğer anlamları içeren örnekler yazmamışlardır. MGS'nin 10. oturumunda ilk önce öğretmen adaylarının hazırladıkları örnekler üzerinde tartışmalar yapılmış ve daha sonra kesirlerle bölmenin diğer anlamlarını içeren örnekler araştırmacı tarafından öğrencilere sunulmuş ve üzerinde konuşulmuştur. MGS'nin 10. oturumundan sonra öğretmen adayları üçüncü DP ve ÖS'lerinde karşılaştırmalı bölmeyi içeren örnekler de kullanmışlardır.

4.1.2 Kavram ve işlemleri pekiştirmeye yönelik örnekler (alıştırmalar)

Öğretmen adayları DP'lerin sonunda kavram ve işlemleri pekiştirmeye yönelik örnekleri öğrencilere ödev olarak vermeyi planlamışlardır. Bu pekiştirme örnekleri genel olarak kazanımları içermektedir. Bu nedenle kazanımlar bazında değerlendirme yapmak yerine DP ve ÖS'deki gözlenen değişimler dikkate alınarak değerlendirme yapılmıştır. Öğretmen adaylarının DP'ler ve ÖS'de kavram ve işlemleri pekiştirme için verdikleri örnekler işlemsel alıştırmalar ve sözel problemleri içeren alıştırmalar olarak sınıflandırılmış ve Tablo 4.7'de verilmiştir.

Tablo 4.7 *Öğretmen Adaylarının Kavram ve İşlemleri Pekiştirme Amaçlı Örnekleri*

Alıştırmalar	**1.DP**	**2.DP**	**3.DP**	**ÖS**
ÖA1	-	İA	İA	-
ÖA2	-	İA SPA	İA SPA	-
ÖA3	-	-	-	-
ÖA4	-	-	-	-

İA: İşlemsel alıştırmalar
SPA: Sözel problemleri içeren alıştırmalar

Tablo 4.7'de görüldüğü gibi ikinci ve üçüncü DP'de ÖA1 işlemsel alıştırmalara yer verirken ÖA2 hem işlemsel hem de sözel problemleri içeren alıştırmaları kullanmıştır. Diğer öğretmen adayları tüm süreçte alıştırmalara yer vermemişlerdir.

ÖA1 ilk DP'de herhangi bir alıştırma kullanmamış, ikinci ve üçüncü DP'de ise aşağıdaki işlemsel alıştırmaları vermiştir.

Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulunuz

1) $5 \div \frac{1}{2} =$

2) $8 \div \frac{1}{4} =$

3)$1/2 \div 7 =$

4)$\frac{1}{2} \div 3 =$

5)$4\div 6/4 =$

6) $7\div 2/3 =$

7)$15\div \frac{5}{3} =$

ÖA1 işlemsel alıştırma verme gerekçesini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

ÖA1: *Hocam planda çok fazla soru var zaten, öğrencilerin işlem becerileri gelişsin istedim açıkçası.*

ÖA1 planda yer verdiği örnekler ile alıştırmaları birlikte değerlendirerek sözel problemlere yer vermemiştir. Bu alıştırmalarda sadece birinci ve ikinci kazanımları pekiştirmeyi amaçlamış ve öğrencilerin işlem becerilerini geliştirmelerine yardımcı olmuş diğer taraftan sadece işlemlerin anlamını sorgulamadan sonuçlarına odaklanmalarına neden olmuştur.

ÖA2 hem işlemsel hem de sözel problemleri içeren aşağıdaki alıştırmalara yer vermiştir.

1) Aşağıdaki bölme işlemlerini yapınız ve her adımınızı gösteriniz.
a. 11/9 ÷ 2/3 =
b. 7/12 ÷ 1/6 =
c. 1/5 ÷ 2/7 =
d. 3/7 ÷ 2/15 =
e. 3/16 ÷ 3 =

2) Aşağıdaki işlemlerin yaklaşık sonucunu tahmin ediniz.
a. 5/9 ÷ 9/4 =
b. 14/15 ÷ 7/13 =

3) Aşağıdaki problemleri çözünüz.
a. Bir terzi 10/3 m kumaşı 6/5 m'lik parçalara ayıracaktır. Terzinin kaç kumaş parçası olur?

b. Melike 7/4 litre zeytinyağını, her biri 8/7 litre zeytinyağı alan şişelere koyacaktır. Bunun için Melike'nin kaç tane şişeye ihtiyacı vardır?

ÖA2 birinci kazanım dışındaki tüm kazanımları içeren alıştırmalar kullanmıştır. İlk alıştırma örneğinde öğrencilerin işlemleri sorgulatarak daha iyi anlamalarını amaçlamıştır. ÖA2 bu alıştırmaları verme gerekçesini aşağıdaki gibi belirtmiştir.

> *ÖA2: ...ödev veririm hocam. Buradaki sayıları da kendin yazdım açıkçası. Ödev olsun diye. Sınıfta yaptıklarımızı evde yapabilsinler diye. Problemleri de kitaptan aldım. Yaparlar herhalde...*

ÖA2 alıştırmalarda kullandığı sayıları rastgele belirleyerek öğrencilerin işlemsel becerilerini geliştirmeyi düşünmektedir. İkinci ve üçüncü alıştırmalarda sadece ders kitabına bağımlı kalmış kendisi herhangi bir alıştırma üretmemiştir.

Sonuç olarak, DP'lerde ve ÖS'lerde iki öğretmen adayının (ÖA3 ve ÖA4) kavram ve işlemleri pekiştirmek için alıştırmalar kullanmadığı diğer öğretmen adaylarının ise alıştırmalar için seçtikleri örneklerde sistematik bir yaklaşım yerine rastgele bir davranış sergiledikleri görülmüştür. MGS oturumlarında öğrencilerin kesirlerle bölmenin anlamını kavratmak amacıyla kesirlerin yer aldığı bölme işlemi için sözel problemlerin öğrenciler tarafından oluşturulmasına vurgu yapılmasına rağmen öğretmen adayları bu tarz problemleri alıştırma olarak vermeyi düşünmemişlerdir.

4.2 Öğretmenin Gösterimleri

DB'nin alt bileşenlerinden biri olan öğretmenin gösterimleri aşağıdaki kategorilerde değerlendirilmiştir.

- Kavramları ve işlemleri açıklama
- Soru sorma

Öğretmen adayları tüm DP'lerde ve ÖS'de kavramları ve işlemleri açıklarken genel olarak doğrudan anlatma ve soru cevap yaklaşımlarını kullanmışlardır.

4.2.1 Kavramları ve İşlemleri Açıklama

Bu kategoride, öğretmen adaylarının DP ve ÖS'lerinde, öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatma ve öğretim programındaki kazanımlar çerçevesinde kavram ve işlemleri açıklamaya yönelik gösterimleri ele alınmıştır.

4.2.1.1 Ön bilgileri hatırlatmada kavram ve işlemleri açıklama. Tablo 4.8'de öğretmen adaylarının, DP ve ÖS'lerinde öğrencilere ön bilgileri hatırlatmada kavram ve işlemleri açıklamaya yönelik gösterimleri verilmektedir.

Tablo 4.8. *Öğretmen Adaylarının Ön Bilgileri Hatırlatmadaki Kullandıkları Kavramlar ve İşlemler*

Ön Bilgileri Hatırlatma	**1. DP**	**2. DP**	**3. DP**	**ÖS**
ÖA1	K Kİ	K EA GA	K EA GA	EA GA
ÖA2	EA	K EA GA	K EA GA	K EA GA
ÖA3	K KK	K KK	K KK	K KK
ÖA4	-	K EA GA	K EA GA	K EA GA

K: Kesir kavramı
KK: Kesirlerde karşılaştırma
Kİ: Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri
EA: Bölmenin eş paylaştırma anlamı
GA: Bölmenin gruplama anlamı

Öğretmen adayları gösterimlerinde kesir, kesirlerde karşılaştırma, bölme işleminin anlamları ve kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerine yer vermişlerdir. İlk DP'de ÖA1ve ÖA4 kesir kavramı ve kesirlerle toplama çıkarma işlemlerini daha sonraki DP'lerde ve ÖS'de bölmenin eş paylaştırma ve gruplama anlamları içeren açıklamaları eklemişlerdir. ÖA3 tüm süreç boyunca kesir kavramı ve kesirlerde karşılaştırmayı içeren açıklamalar yapmıştır. ÖA2 ilk DP'de bölmenin eş paylaştırma anlamını açıklarken daha sonraki süreçlerde açıklamalarına kesir kavramı ve bölmenin gruplama anlamını da eklemiştir.

ÖA1, ilk DP'de öğrencilere kesir kavramı ve kesirlerle toplama çıkarma işlemini hatırlatmayı planlamış ve bunu aşağıdaki gibi gerekçelendirmiştir.

> ÖA1: *Yani tam sayılarda mesela örneğin, 1, 1/2'nin yarımı ifade ettiğini biliyorlar. Öğrencilere hatırlatırım işte nerelerde karşımıza çıktığını. Çeyrek, tam, yarımdaki bölme. Daha kesirlerle bölmeyi işlemedik… Öğrenci çeyrek, yarım ve bütünün ne olduğu ve kesirlerle toplama, çıkarmayı gördüler...hazır bulunuşluk sorusu için olası cevap yazmadım çünkü sadece düşündürteceğim.*

Kesir kavramını tam, yarım ve çeyrek ifadelerini kullanarak açıklamak istemiş fakat bu ifadeleri içermeyen ve doğal sayılarda bölme işlemini gerektiren örnekler kullanmıştır. Bu örnekler üzerinde yaptığı açıklamalarda kesir kavramına yer vermemiş, öğrencilerin ön bilgilerinin olduğunu varsayarak çok fazla detaya girmemiştir.

ÖA1 daha sonraki süreçlerde, kesir kavramının yanında bölme işleminin anlamlarına yer vermiştir. ÖA1, üçüncü DP'de ön bilgileri hatırlatırken aşağıdaki ifadelere yer vereceğini belirtmiştir.

ÖA1: *Şimdi ilk önce dersin başlangıcında öğrencilere işte kesirler ve bölme işleminin nerede kullanıldığını öğrenirim. Sonra öğrencilerden beklediğim işte marketler, manavlar, fırınlar ve kasaplar ve benzeri cevapların gelmesini bekledim, daha sonra hazır bulunuşluk sorusuna geçtim, bu eş gruplar ve parçaları ayırmayı anımsatmak için.*

ÖA1 öğrencilerin kesir kavramını günlük yaşamla ilişkilendirmiş ve daha sonra bölmenin gruplama ve eş paylaştırma anlamlarını günlük yaşamı içeren sözel problemler ile açıklamıştır. Fakat ÖS'de kesir kavramını hatırlatmadan, bölme işleminin anlamlarını içeren sözel problemler ile derse başlamıştır. Eş paylaştırma anlamını içeren bir sözel problemde öğrencilerle aşağıdaki diyalog yaşanmıştır.

ÖA1: *Şimdi doğal sayılarla bölme ile ilgili size bir tane örnek yazacağım.*

Ö: Hocam biz bunu 2. sınıfta öğrendik.

ÖA1: *Evet. 12 tane bilyesi olan Mert bilyelerini 6 tane kutuya eşit olarak paylaştırdığında her bir kutuda kaç tane bilyesi olur? (tahtaya soruyu yazar) Şimdi dinleyin beni. Mert'in kaç tane bilyesi varmış…*

Sınıf: 12

ÖA1: Kaç tane kutuya paylaştıracak?

Sınıf: 6

ÖA1: Peki Mert bilyelerini 6 tane kutuya eşit olarak nasıl paylaştırabilir?

Sınıf: 2 şer,12'yi 6'ya böleriz

ÖA1: 12'yi 6'ya bölerek evet. (tahtaya 12 tane daire çiziyor) 12 tane bilyesi var 6 tane kutuya eşit olarak yerleştirmek istiyor (6 tane kutu çiziyor) 6 tane kutuya 1. bilyeyi önce 1. kutuya atıyorum.2.

bilyeyi 2. kutuya, 3. bilyeyi 3. kutuya, 4. bilyeyi 4. kutuya,5. bilyeyi 5. kutuya ve 6. bilyeyi 6. kutuya attığımda geriye 6 tane bilyem kalıyor doğru mu?

Sınıf: *Evet*

ÖA1: *O zaman sonra bir tane daha, bir tane daha, ... (kutulara bilyeleri yerleştiriyor) toplam 12 tane bilyemiz var. 6 tane kutuya eşit olarak paylaştırdım. her kutuda 2 tane bilye olmuş oldu. yani biz burada 12'nin içeresinde 6 kaç tane var onu bulmuş olduk.*

ÖA1 ders planındaki örneği açıklarken öğrencilerin katılımını sağlamış, tahtaya şekiller çizerek işlemi anlaşılır bir biçimde açıklamıştır. Ancak bir öğrencinin konuyu daha önceki yıllarda gördüğünü belirtmesi üzerine bir yorum yapmadan açıklamalarına devam etmiştir.

ÖA2 ilk DP'de öğrencilerin bölme işleminin sembolik bir gösterim dışında ne anlama geldiğini bilip bilmediğini öğrenmek istemiştir.

ÖA2: *Bu derste, ilk etapta öğrencilerin bölmeyi bilip bilmediğini. Bölme işlemini yapıyoruz mesela 15 içinde 3, 5 defa var ama o ne sadece çizimden ibaret mi öğrenciler için yoksa mantığını bilip bilmediklerini derse girişte onu öğrenmek istiyorum.*

ÖA2 ikinci, üçüncü DP ve ÖS'de bölme işlemine ek olarak kesir kavramını da açıklamayı planlamış ve üçüncü DP'de aşağıdaki açıklamaları yapmıştır.

ÖA2: *...öğrencinin bölmeyi, bölmeyi ilgilendiren bölme ve kesirlerde bölmeyi ilgilendiren önceki öğrenmelerin neler olduğunu hatırlatmak istedim … Kesirlerde bölme yapabilmek için doğal sayılarda bölme bilmesi gerekiyor ters alma işlemini. Yani bunların hepsini bilmesi gerekiyor. Kesirleri zaten başta bilmesi gerekiyor. Bunların üzerine koyarak bölmeye öğreneceğiz... öğrencilerin birim kesri bilip bilmediklerini görmek. Çünkü kesirlerde bölmeye birim kesir ile başlıyoruz bölmeye. Öncelikle bunu bilmiyorlar zaten çok zorluk çekeceklerini düşündüğüm için önce bunun üzerinde durmak istedim.*

ÖA2 birinci DP'den sonra kazanımları dikkate almış, kesir kavramını açıklamak için birim kesir kavramını hatırlatmak istemiştir. ÖS'de önce kesir kavramını ve özellikle birim kesri hatırlatmış daha sonra bölme işleminin anlamlarını içeren örnekler vererek derse devam etmiştir. Bölmenin gruplama anlamını açıklamak için bir öğrenciyi tahtaya çıkarmış, elindeki kalem ve kalemlikleri göstererek aşağıdaki açıklamayı yapmıştır.

ÖA2: *...Ahmet Efe'nin yine 6 tane kalemi var. Ahmet Efe'nin kalemlikleri var ve bu kalemlikler sadece 3 tane kalem alabiliyor. Bu kalemleri 3 kalem alan kalemlikleri paylaştıracak…*

Öğrenciye kalemleri vererek, 6 kalemi kalemliklerin içine 3'erli gruplara ayırarak 2 kalemliğin gerekli olduğunu uygulamalı bir şekilde göstermiştir.

ÖA4 ilk DP'de öğrencileri derse motive etmek için bir etkinlik yapmayı planlamış herhangi bir kavram ve işleme yer vermemiştir. Daha sonraki süreçlerde kesir, birim kesir kavramlarını ve bir kesrin tersini bulma, payda eşitleme ve doğal sayılarda bölme gibi işlemleri açıklamayı planlamıştır. Örneğin üçüncü DP'de kullanmayı planladığı kavram ve işlemler için aşağıdaki açıklamayı yapmıştır.

ÖA4: *... kesirlerde bölme işlemini yapabilmeleri için önce doğal sayılarda çarpma ve bölmeye hâkim olmaları gerektiğini düşünüyorum. Sonra bu ters çevir çarpın nedenini anlayabilmeleri için de kesrin tersini bulmayı bilmeyi gerektiğini, zaten kesirlerde bölme için kesir kavramını birim kesir kavramını, bir de bu ters çevir çarpta da anlatırken payda eşitlemeyi de göstereceğim için payda eşitlemeyi zaten bilmeliler.*

ÖA4 üçüncü DP'de öğrenci anlamalarını desteklemek için kavram ve işlemleri kazanımları dikkate alarak seçmiştir. Örneğin içinde ters çevir çarp algoritmasını gerekçelendirmek için payda eşitleme, kesrin tersini bulma işlemlerine yer vermiştir.

ÖA3 ilk DP'de sadece kesir kavramı ve kesirleri karşılaştırmayı içeren açıklamalar yapmış daha sonraki süreçlerde benzer tutumu sergilemiş, yeni kavram ve işleme yer vermemiştir. DP'lerdeki yaptığı açıklamalarını ÖS'de de devam ettirmiştir. Örneğin bütün, yarım, $\frac{1}{3}$, çeyrek kavramlarını açıklamak için ekmek görselini tahtaya yansıtmış, daha sonra öğrencilerden bu görselleri kullanarak iki kesri birbirleri ile karşılaştırmalarını istemiştir.

Sonuç olarak ön bilgileri hatırlatırken öğretmen adaylarından üçü (ÖA1, ÖA2, ÖA4) ilk DP'de kullandıkları kavram ve işlemler bölme ve kesir kavramlarına yönelik yapılan MSG'nin ilk oturumunda bölme kavramı ve anlamları üzerine yapılan tartışmalardan etkilenerek bölmenin eş paylaştırma ve gruplama anlamlarını kullanmış ve 2., 3. ve 4. oturumlarda kesir kavramı ve kesirlerin karşılaştırması üzerine yapılan tartışmalardan sonra değişim göstererek diğer DP'lerde ve ÖS'de farklı kavram ve işlemlere yer vermişlerdir. Örneğin ilk DP'den sonra öğretmen adayları doğal sayılar üzerinden bölme işleminin farklı anlamlarını açıklamaları ile öğrencilerin kesirlerle bölme işlemini ve içerdiği kavramları öğrenmelerine katkı sağlayacaktır.

4.2.1.2 Birinci kazanımda kavram ve işlemleri açıklama. Bu bölümde öğretmen adaylarının DP'ler ve ÖS'de "Bir doğal sayıyı bir birim kesre ve bir birim kesri bir doğal sayıya böler, bu işlemi anlamlandırır." kazanımında kullandıkları kavram ve işlemler ve yaptıkları açıklamalar incelenmiştir. Öğretmen adayları bu kazanımda bölme, bütün, yarım, çeyrek, birim kesir kavramlarını ve işlem olarak da ortak payda algoritmasını kullanmışlardır. Tablo 4.9'da öğretmen adaylarının, DP ve ÖS'lerinde kullandıkları kavram ve işlemler verilmektedir.

Tablo 4.9. *Öğretmen Adaylarının Birinci Kazanımda Kullandıkları Kavramlar ve İşlemler*

Birinci Kazanım	**1. DP**	**2. DP**	**3. DP**	**ÖS**
ÖA1	B Y Ç	B Y Ç	BK B Y Ç	BK B Y Ç
ÖA2	B Y OPA	B Y	BİA B Y Ç	BİA B Y Ç
ÖA3	B Y Ç	B Y Ç OPA	B Y Ç OPA	B Y Ç OPA
ÖA4	B Y Ç	B Y Ç OPA	BİA B Y Ç	BİA B Y Ç

B: Bütün kavramı
Y: Yarım kavramı
Ç: Çeyrek kavramı
BK: Birim kesir kavramı
OPA: Ortak payda algoritması
BİA: Bölme işlemi ve anlamları

Tablo 4.9'da öğretmen adayları ilk iki DP'de genel olarak bütün, yarım, çeyrek kavramlarını kullandıkları görülmektedir. Üçüncü DP'de birim kesir, bölme işlemi ve anlamlarına da yer vermişler, ÖS'de de bunları kullanmışlardır. ÖA3 diğer öğretmen adaylarından farklı olarak ilk DP'den sonra ortak payda algoritmasına da yer vermiştir.

ÖA2 ilk DP'de bütün ve yarım kavramlarına yer vermiş ve bu kavramları aşağıdaki örnek üzerinden açıklamayı planlamıştır.

ÖA2: *Burada verdiğim örnekte 3 bölü $\frac{1}{2}$. 3 tamın arasında kaç tane $\frac{1}{2}$ olduğunu buldurdum burada…yani ilk etapta $\frac{1}{5}$ seçmektense $\frac{1}{2}$ile başlayım dedim. Ama 3'te herhangi bir şey yok…bölme işlemi aslında 3 ün içinde kaç tane $\frac{1}{2}$olduğunu buluyorum bu işlemde onu göstererek yaptım 3 ü temsil eden kesri yaptım.*

ÖA2 $\frac{1}{5}$ kesri yerine öğrencilerin aşina oldukları yarım kavramını kullanarak kesirlerle bölme işlemini doğal sayılardaki bölme işlemi ile ilişkilendirmeyi amaçlamıştır. Vermiş olduğu örneği ortak payda algoritmasını kullanarak çözmeyi planlamıştır. İkinci DP'de aynı kavramlara yer vermiş üçüncü DP'de çeyrek kavramını ve bölme işleminin anlamlarını eklemiştir. Üçüncü DP'de bir doğal sayıyı yarıma bölme örneğinden sonra bir doğal sayıyı çeyreğe bölmeye geçiş yapacağını aşağıdaki ifadeleri ile belirtmiştir.

ÖA2: *Burada da 1'i $\frac{1}{2}$'ye böldürdüm, bir de $\frac{1}{4}$'e bir tane örnek var, bu aslında hani bu ikinci örnekleri ders süresinden dolayı da yetişirse $\frac{1}{4}$'e böldürürüm mesela… Kazanımın bir doğal sayıyı bir birim kesre, yani burada sadece 1: $\frac{1}{2}$ olduğu için 3 tane A4 kâğıdı götürdüğün için soruyorum. 1 tanesini kullandık şu an. Şey de düşündüm hocam burada hani 1: $\frac{1}{4}$ yerine hani 2: $\frac{1}{2}$ mi yapsa diye düşündüm. Orada da ne bileyim hani 1 tanesine 2 tane 2 taneyse 4 tanedir der çocuk onu düşünebilir diye de düşündüm. Bilmiyorum ben kesin veririm bunda şimdi bir örnek ile geçmek beni de şey yapmayabilir orada. Pekiştirmeleri için hani.*

Tüm öğretmen adayları seçtiği kavramları açıklamak için bütün, yarım ve çeyreği kullanarak bir doğal sayıyı bir birim kesre bölme işlemini A4 kâğıdı üzerinden açıklamayı planlamış ÖS'de bütün, yarım ve çeyrek kavramlarını kullanarak kesirlerle bölme işlemini açıklarken A4 kağıtları dağıtmış ve aşağıdaki sınıf içi diyalog gerçekleşmiştir.

ÖA2: …şimdi herkes 1 tane kağıdını bir alsın... bu kâğıttan yarım kağıtlar elde etmek istiyorum çocuklar…

Ö: 2 ye mi böleceğiz?

ÖA2: Yarım kağıtlar elde etmek istiyorum. Keserek kopararak.

Ö: 2 yarım mı elde edeceğiz.

ÖA2: Kaç tane yarım elde edeceğini bulacaksın. yarımlar elde etmeni istiyorum sadece. (sınıfın etkinliği yapmasını bekliyor) Herkes yaptım mı?

Ö: Evet. 2 yarım kâğıt.

ÖA2: Evet. Şimdi, çocuklar herkesin kaç tane yarım kâğıdı oldu?

Ö: 2 (sınıf)

ÖA2: *Evet. biz şimdi burada 1 tane kâğıdın içinde kaç tane yarım kâğıt olduğunu bulduk.*

ÖA2 işlemsel bir çözüme yer vermek yerine A4 kâğıdını bir bütün olarak kullanmış bütün içindeki yarımları ve çeyrekleri bulmayı öğrencileri de bu sürece dahil ederek gerçekleştirmiştir. ÖA2 ilk DP'de, bir birim kesri bir doğal sayıya bölme kazanımı için "$\frac{1}{2}:5$" işlemsel örneği ele almıştır. Bu işlemi açıklamak için ortak payda algoritmasını kullanmayı planlamasına rağmen aşağıdaki açıklamadan anlaşılacağı gibi algoritmayı nasıl açıklayacağını bilmemektedir.

ÖA2: *Hiçbir şey yok ortak payda burası direk ezber gibi geldi bana. Gibi geldi değil öyle zaten ama bunu nasıl açıklayabilirim ki burayı öğrenciyi nasıl katabilirim ki şu işlem kısmına.*

Üçüncü DP'de ise yine A4 kâğıdını kullanarak bu işlemi açıklamayı planlamıştır. ÖS'de ise daha önceki etkinlikte elde edilen yarım A4'lerle aşağıdaki diyalog içinde geçen etkinliği yapmıştır.

ÖA2: *...şimdi yarım kâğıdı 2 ye bölmenizi istiyorum.*

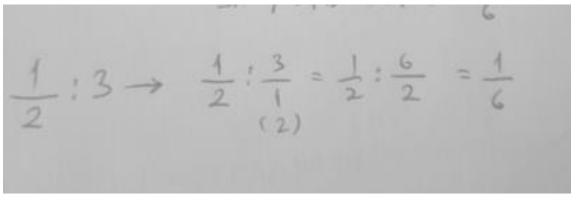
Ö: *Çeyrek olur.*

Bu etkinlikle yarım A4 kâğıdı 2'ye bölündüğünde elde edilen çeyrek A4 kâğıdının kesir karşılığının $\frac{1}{4}$ olduğu öğrencilere işlem yapmadan uygulamalı olarak gösterilmiştir. ÖA1 ve ÖA4'te ÖS'de aynı işlemi aynı etkinlik yardımıyla açıklamışlardır.

ÖA3, üçüncü DP'de "$\frac{1}{2}:3$" işlemini aşağıdaki kek temsilini içeren örnek ile açıklamayı planlamıştır.

ÖA3: *Yarım tepsi keki 3 kişiye paylaştıracağımız için 3 eşit parçaya ayırmamız gerekiyor. 3 eşit parçaya ayırdığımızda diğer yarımı da ayırmamız gerekiyor. Çünkü bütüne bakacağımız için. Her kişiye 6 eşit parçaya bölünmüş parçanın 1 parçası düşüyor o yüzden 6 parçanın 1'i düşüyor. Ona da $\frac{1}{6}$ diyoruz dedim daha sonra da algoritmik işlemini de yapacağım.*

ÖA3 bu yarım tepsi keki 3 eşit parçaya bölmek için ortak payda algoritmasını kullanmıştır. Önce yarımı alan modeli ile göstermiş, yarımı 3 eş parçaya bölerek her kişinin $\frac{1}{6}$ kek alacağını belirtmiştir. Daha sonra Şekil 4.6'daki ortak payda algoritmasını kullanarak çözüm yapmıştır.



Şekil 4.6. Örneğin ortak payda algoritması ile çözümü

ÖA3 ÖS'de de kek örneğini kullanmış ve ortak payda algoritmasını aşağıdaki gibi açıklamıştır.

ÖA3: *Evet.$\frac{1}{2}$ in içinde ne yapmamızı istiyor? 3 kişiye bölmemiz gerekiyor. Yani 3'e bölmemizi istiyor değil mi? (tahtaya $\frac{1}{2}$:3 yazıyor)*

Ö *Görünmeyen 1'i ekleyelim*

ÖA3: *Görünmeyen 1'i ekleyelim tamam (3'ün paydasına 1 yazıyor). Sonra ne yapmamız gerekiyor?*

Ö: *2 ile genişleteceğiz.*

ÖA3: *2 ile genişletelim. 2 ile genişlettiğimiz zaman ne oldu?$\frac{1}{2}$'ye hiçbir şey yapmadım, bütünümüz $\frac{1}{2}$. 3 ile 2'yi, 1 ile 2'yi çarptık. $\frac{6}{2}$ oldu. Paydalarımız aynı artık, paylarımızın oranı,$\frac{1}{6}$ cevabımız.*

ÖA3 "$\frac{1}{2}$:3" işlemini ortak payda algoritması ile çözerken her ne kadar öğrencileri sürece dahil etmek istese de çözümü kendisi yapmıştır. Bir öğrencinin "görünmeyen 1" şeklindeki yanlış terminolojiyi kullanmasını düzeltmediği gibi kendisi de bu ifadeye açıklamasında yer vermiştir.

Sonuç olarak, MGS'nin ilk dört oturumunda bölme ve kesir kavramları incelendikten sonra öğretmen adaylarından üçü (ÖA1, ÖA2, ÖA4) ön bilgileri hatırlatırken yer verdiği doğal sayılarda bölme işleminin anlamlarını birinci kazanım ile ilişkilendirerek açıklayabilmişlerdir. Öğretmen adayları genel olarak birinci kazanımda yer alan kavram ve işlemleri A4 kâğıdı üzerinden açıklamışlar, ikinci DP'den sonra bölme işlemi ve anlamlarını bütün, yarım, çeyrek gibi kavramlarla ilişkilendirmişlerdir.

4.2.1.3 İkinci kazanımda kavram ve işlemleri açıklama. Bu bölümde öğretmen adaylarının DP'ler ve ÖS'de "Bir doğal sayıyı bir kesre ve bir kesri bir doğal sayıya böler, bu işlemi anlamlandırır.” kazanımında kullandıkları kavram ve işlemler ve açıklamaları incelenmiştir. Öğretmen adayları bu kazanımda bölme işlemi ve anlamlarını, algoritmaları ve modelleri kullanmışlardır. Tablo 4.10’da öğretmen adaylarının, DP ve ÖS’lerinde kullandıkları kavram ve işlemler verilmektedir.

Tablo 4.10. *Öğretmen Adaylarının İkinci Kazanıma Yönelik Açıklamaya Yer Verdikleri Kavram ve İşlemler*

İkinci Kazanım	**1. DP**	**2. DP**	**3. DP**	**ÖS**
ÖA1	TÇÇA	BİA TÇÇA	BİA ALM	BİA ALM
ÖA2	OPA	-	BİA ALM	BİA ALM
ÖA3	OPA	OPA	OPA ALM SDM	OPA ALM SDM
ÖA4	SDM ALM	SDM TÇÇA	SDM ALM	SDM ALM

BİA: Bölme işlemi ve anlamları
OPA: Ortak payda algoritması
TÇÇA: Ters çevir çarp algoritması
SDM: Sayı doğrusu modeli
ALM: Alan modeli

Tablo 4.10’da ÖA1 ilk iki DP’de ters çevir çarp algoritmasına, ikinci ve üçüncü DP’de bölmenin anlamlarına yer verirken üçüncü DP ve ÖS’de alan modeli üzerinden açıklamalar yapmıştır. ÖA2 ilk DP’de ortak payda algoritması üçüncü DP ve ÖS’de bölmenin anlamları ve alan modeli üzerinden açıklamalar yapmıştır. ÖA3 tüm süreçte ortak payda algoritmasına yer verirken üçüncü DP ve ÖS’de açıklamalarına alan ve sayı doğrusu modellerini de eklemiştir. ÖA4 birinci ve üçüncü DP’de sayı doğrusu ve alan modellerini açıklarken, ikinci DP’de sayı doğrusu modeli ve ters çevir çarp algoritmasını içeren açıklamalar vermiştir.

ÖA1 ilk DP’de “Bir doğal sayıyı bir kesre böler ve anlamlandırır” kazanımı vermek için ters çevir çarp algoritmasını Şekil 4.7’de verilen etkinliği kullanarak açıklamayı planlamıştır.

Hacivat: Kesirlerle bölmeyi bilir misin Karagöz'üm?

Karagöz: Evet artık keselim börekleri, budur son sözüm.

Hacivat: Hayır onu demiyorum kesir diyorum kesir!

Karagöz: Canın çektiyse HaciCavcav buluruz sana büyük bir mısır.

Hacivat: Mısırı boş ver de söyle bana 1'den büyük bir kesir.

Karagöz: Anladım HaciCavcav; söyledim bile: $\frac{1}{2}$

Hacivat: Olmadı Karagöz'üm; hiç yarım, 1'den büyük olur mu?

Karagöz: Tamam o zaman, $\frac{3}{2}$: kesri olur mu?

Hacivat: Evet şimdi oldu. Bir de doğal sayı söyle.

Karagöz: Sürekli bir şey istiyorsun HaciCavcav, olmuyor böyle!

Hacivat: Ben söyleyeyim o zaman. 15'i böl: $\frac{3}{2}$

Karagöz: Nasıl bölünür bilmem ki 15, $\frac{3}{2}$ ' ye

Hacivat: $\frac{2}{3}$'e takla attır ve çarp 15 ile.

Karagöz: Hay aklınla yaşa. Çarptım da 10 buldum bile.

Hacivat: Aferin Karagöz'üm. Al 10 mısırı da ye afiyetle.

Karagöz: Gel de beraber yiyelim HaciCavcav, muhabbet ile...

Şekil 4.7. ÖA1'in ters çevir çarp algoritmasını açıkladığı etkinlik

Bu etkinlikte iki öğrenci Hacivat ve Karagöz arasındaki diyaloğu okuyacaktır. ÖA1 bu etkinliğin gerekçesini aşağıdaki şekilde ifade etmiştir.

> ÖA1: *... ilk kez görüyorlar. bunu aslında tamamen, ters çevirip çarpma algoritmasını iyice anlamaları için yaptırdığım bir şey. Daha çok aklında kalır diye düşündüm. Karagözün sorusu "15, $\frac{3}{2}$'ye nasıl bölünür bilmiyorum." Diyor. O da "$\frac{2}{3}$'e takla attır ve çarp 15 ile". Diyor. hani daha çok akılda kalsın diye ters çevir çarp. Bunun için düşündüm.*

ÖA1 ters çevir çarp algoritmasının gerekçesini vermeden, ezbere dayalı ifadelerle anlatmayı planlamıştır. ÖA1 ikinci DP'de ise "bir kesre bir doğal sayıyı böler ve anlamlandırır" kazanımı içinde yine ters çevir çarp algoritması kullanmış fakat bu sefer sadece kuralı yazmış, herhangi bir açıklama yapmamıştır. Üçüncü DP'de "4:$\frac{2}{3}$" işlemi açıklamak bölmenin gruplama anlamından faydalanmayı düşündüğünü aşağıdaki şekilde açıklamıştır.

ÖA1: *...elimizde 4 tam olduğunu düşünelim ve bunu $\frac{2}{3}$'lik gruplara ayıralım*

ÖA1 üçüncü DP'de ve ÖS'de ters çevir çarp algoritmasını ezberletme tutumundan vazgeçerek verdiği örnekteki işlemi bölmenin gruplama anlamı ile açıklamış böylece öğrencilerin bütün içindeki kesrin anlamını daha iyi yorumlayabilmelerini sağlayacaktır.

Üçüncü DP'de ve ÖS'de ÖA2 ve ÖA4 de ÖA1 gibi bölmenin gruplama anlamını dikkate alarak bütün içindeki kesir sayısının ne anlama geldiğini açıklamışlardır. ÖA4 ÖS'de "2: $\frac{2}{3}$" işlemini gerektiren sözel problemin çözümünü aşağıdaki gibi açıklamıştır.

ÖA4: ... bir kere okuyun. anlayan ve fikrini belirtmek isteyen var mı?

Ö: Hocam elimizde 2 adet yaş pasta var. Hocam bu yaş pastaları hocam çocuklara dağıtacağım. Her birine $\frac{2}{3}$ düşüyor.

ÖA4: Evet. her bir pastanın $\frac{2}{3}$ si bir çocuğa verilecek. (dikdörtgen çiziyor) şimdi bu bir tamımız. Bir bütünü 3 eşit parçaya bölüyorum (yatay 3'e bölüyor) 2 tanesini taradığında, bu kısım bana neyi ifade ediyor?

Ö: $\frac{2}{3}$ (sınıf)

ÖA4: $\frac{2}{3}$ ü ifade ediyor (yazıyor) mesela bu bizim pastamız olsun. Bu 1 tane pasta. ne yapıyorum pastayı 3 dilime ayırıyorum. öyle değil mi?3 dilime bölüyorum. 2 tane dilimi 1 çocuğa vermişim. Doğru mu? burayı anladık mı?

Ö: Evet (sınıf)

ÖA4: Bizim 2 tane pastamız var (2 tane daha dikdörtgen çiziyor) bir tane daha pastamızı çiziyoruz. Toplamda 2 tane pastamız vardı. Şimdi bunu ne yapmam gerekiyor?

Ö: Yine 3 tane çizgi çekeceğiz. 2 tanesini boyayacağız.

ÖA4: 3'e böleceğiz dimi pastamızı. Evet bölelim. 3 eşit parçaya böldük (yatay 3'e bölüyor, 2 sini tarıyor) şu kısım bana neyi gösteriyor.

Ö: $\frac{2}{3}$ (sınıf)

ÖA4: Demek ki bir çocuğa ne veriyorum? Kaç dilim veriyorum pastaları böldüğümde?

Ö: 2 tane.

ÖA4: Evet 2 dilim veriyorum değil mi? Bakın soruda ne diyor bize? Her çocuğa bir pastanın $\frac{2}{3}$'ü veriliyormuş. burayı gördünüz *mü? Yani bir pastanın* $\frac{2}{3}$*' ünü ben 1 çocuğa verdim. Bu da bir pastanın* $\frac{2}{3}$*'ünü 1 çocuğa verdim. Dimi? Burayı gördünüz mü?*

Ö: *Evet (sınıf)*

ÖA4: *Ama pastanın bir burada, bir de burada bir dilim kaldı. Ne yaparız o zaman?*

Ö: *Onları da toplarız ,1 çocuğa veririz.*

ÖA+: *Evet. onları da birleştirip 1 çocuğa veririm. Evet. (şekilde gösteriyor) Kaç tane çocuğa verdim?*

Ö: *3 (sınıf)*

ÖA4: *Evet. demek ki toplamda 3 çocuğa dağıtmış oldum. peki, biz burada ne yaptık? 2 pastamız vardı,2 pastamızın içinde neyi aradık?*

Ö: *2'nin içinde kaç tane* $\frac{2}{3}$ *var?*

ÖA4: *Evet. Çünkü bir çocuğa onu vermek istiyoruz. o zaman, nasıl ifade edebiliriz biz bunu işlem olarak ifade etmek istersek? Biz burada 2'nin içinde kaç tane* $\frac{2}{3}$ *olduğunu aradık. değil mi?*

ÖA4 problemi işlemsel bir çözüm yapmak yerine dikdörtgen yardımıyla öğrencileri de sürece dahil ederek adım adım ilerlemiştir. İlk olarak bir dikdörtgeni 3 eş parçaya bölüp 2 parçasını taramış ve daha sonra ikinci dikdörtgen için aynı işlemi yapmıştır. Taranan 2 parçanın bir çocuğa verildiğini belirtip toplamda 3 çocuğa pastanın dağıtıldığını söylemiştir.

ÖA3 ilk iki DP'de ortak payda algoritmasını, üçüncü DP'de ise ortak payda algoritmasına ek olarak alan ve sayı doğrusu modellerini kullanmayı planlamıştır. ÖS'de de üçüncü DP'deki ortak payda algoritması ve alan ve sayı doğrusu modellerini kullanmıştır. ÖA3 üçüncü DP'de "$\frac{9}{11}:3$" işlemi için ilk olarak ortak payda algoritmanı kullanacağını eğer çözüm anlaşılmazsa sayı doğrusu modelini nasıl açıklayacağını aşağıdaki şekilde belirtmiştir.

ÖA3: *Algoritma ile çözemezler ise sayı doğrusu üzerinden gösteririm diye düşündüm. Sayı doğrusu üzerinden bizim* $\frac{9}{11}$*'u 3'e bölmemiz isteniyor. O zaman* $\frac{9}{11}$*'u önce oluşturmamız gerekiyor.* $\frac{9}{11}$*'u oluşturduktan sonra 9 parçamız var* $\frac{9}{11}$*'un içinde, bu 9 parçayı 3'e bölmemiz isteniyor. O zaman 3 parçası kalıyor. Bu 3 parçada 11 parçanın* $\frac{3}{11}$*'ü diye düşündüm. Bu şekilde çözüm yaparım diye düşündüm.*

ÖA3 işlemsel çözümün anlaşılamama durumunu göz önüne alarak sayı doğrusunu kullanmayı düşünmektedir. İlk olarak sayı doğrusunu çizip $\frac{9}{11}$'u yerleştireceğini belirtmiştir. $\frac{9}{11}$'u 3 eş parçaya ayırdıktan sonra her bir parçanın $\frac{3}{11}$'e karşılık geldiğini göstermeyi planlamaktadır. ÖA3 ilk iki DP'de sadece işlemsel çözüm yer vermeyi planlamışken üçüncü DP ve ÖS'de ortak payda algoritması yanında modelleri de kullanarak açıklamalarını genişletmiştir.

Öğretmen adaylarıyla kesirlerle bölmede model kullanımına yönelik (6. ve 7. Oturumlar) yapılan MGS oturumlarında sayı doğrusu ve alan modellerinin nasıl kullanıldığına ilişkin tartışmalar yapılmıştır. Oturumlar sonrasında öğretmen adayları ilk iki DP'lerde yer vermedikleri sayı doğrusu ve alan modellerini üçüncü DP'de kullanmışlar ve ÖS'lerde açıklamalarını bu doğrultuda yapmışlardır. Öğretmen adaylarının üçüncü DP ve ÖS'de kesirlerle bölme işlemi ve içerdiği kavramları açıklarken modelleri kullanmaları öğrenci öğrenmelerinde etkili olabilir.

4.2.1.4 Üçüncü kazanımda kavram ve işlemleri açıklama. Bu bölümde öğretmen adaylarının DP'ler ve ÖS'de "İki kesrin bölme işlemini yapar ve anlamlandırır." kazanımında kullandıkları kavram ve işlemler ve açıklamaları incelenmiştir. Öğretmen adayları bu kazanımda algoritmaları ve modelleri kullanmışlardır. Tablo 4.11'de öğretmen adaylarının, DP ve ÖS'lerinde kullandıkları kavram ve işlemler verilmektedir.

Tablo 4.11. *Öğretmen Adaylarının Üçüncü Kazanıma Yönelik Açıklamaya Yer Verdikleri Kavram ve İşlemler*

Üçüncü Kazanım	**1. DP**	**2. DP**	**3. DP**	**ÖS**
ÖA1	ALM TÇÇA	ALM TÇÇA	ALM TÇÇA	ALM TÇÇA
ÖA2	TÇÇA	TÇÇA	ALM TÇÇA	ALM TÇÇA
ÖA3	OPA	OPA	SDM ALM OPA TÇÇA	SDM ALM OPA TÇÇA
ÖA4	SDM ALM	TÇÇA	SDM ALM TÇÇA	SDM ALM TÇÇA

OPA: Ortak payda algoritması
TÇÇA: Ters çevir çarp algoritması
SDM: Sayı doğrusu modeli
ALM: Alan modeli

Tablo 4.11'de görüldüğü gibi ÖA1 tüm süreçte alan modeli ve ters çevir çarp algoritmasını, ÖA2 ilk iki DP'de sadece ters çevir çarp algoritmasını üçüncü DP ve ÖS'de alan modeli ve ters çevir çarp algoritmasını kullanmıştır. ÖA3 ilk iki DP'de sadece ortak payda algoritmasını üçüncü DP ve ÖS'de ortak payda algoritmasına ek olarak modellere ve ters çevir çarp algoritmasına da yer vermiştir. ÖA4 ise ilk DP'de modelleri ikinci DP'de sadece ters çevir çarp algoritmasını üçüncü DP ve ÖS'de modellere ek olarak ters çevir çarp algoritmasını açıklamıştır.

ÖA1 ilk DP'de aşağıdaki sözel probleme yer vermiştir. "*Isparta'da halı dokuyarak geçimini sağlayan iki komşu kadın aynı büyüklükte halı dokumaya başlıyorlar. Komşulardan biri dokuması gereken halının $\frac{1}{2}$'ini, diğeri de $\frac{1}{8}$'ini bitiriyor. Hızlı halı dokuyan komşunun, diğerinin kaç katı dokuma yaptığını bulalım.*"

Bu problemin çözümünde alan modeli kullanmayı aşağıda şekilde planlamıştır.

ÖA1: ... Akıllı tahtada önce birinci yöntemde dikdörtgen çizip, yarıya bölüp $\frac{1}{2}$ sini alıp $\frac{1}{2}$'yi 4 eş parçaya ayırıp bunu da $\frac{1}{8}$'i ifade ettiğini. yani taranılan yerlerin hangisinden daha büyük olduğunu göstermek amaçlı ve sonra ters çevir çarpla

ÖA1 örneği derste akıllı tahtayı açarak alan modelini bir dikdörtgen üzerinden dokunan halıları karşılaştırmak için işlem basamaklarını göstermeden kullanmayı, ayrıca ters çevir çarp algoritmasını ezbere işlem basamakları ile kullanmayı planlamıştır.

ÖA1'in ikinci DP'deki açıklamaları ilk DP'dekine benzerlik göstermektedir. Üçüncü DP ve ÖS'de ters çevir çarp algoritmasının gerekçelendirmesini aşağıdaki şekilde açıklamıştır.

ÖA1: *Tahtaya* $\frac{a}{b}$ *:* $\frac{c}{d}$ *=* $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ *yazılır. Bu kesrin paydasını 1 yapmak için* $\frac{c}{d}$ *yi neyle çarpmamız gerektiği sorulur. Ve öğrencilerden* $\frac{d}{c}$ *cevabını vermeleri beklenir. Daha sonra Paydayı hangi sayı ile çarpıyorsak sonucun aynı kalması için payın da aynı sayıyla çarpılması gerektiği söylenir ve çarpılır.* $\frac{\frac{a}{b}x\frac{d}{c}}{\frac{c}{d}x\frac{d}{c}}$ *daha sonra öğrencilere paydası 1 olan bir kesrin sonucunun paya eşit olacağı hatırlatılır. Payda yazılmaz ve* $\frac{\frac{a}{b}x\frac{d}{c}}{\frac{c}{d}x\frac{d}{c}}=\frac{a}{b}x\frac{d}{c}$ *şeklinde gösterilir. Burada ters çevirip çarp algoritmasının birinci kesrin aynı kalıp ikinci kesrin ters çevrilip çarpılacağını göstermiş olduk şeklinde ifade edilir.*

ÖA1 ilk olarak iki kesri birbirine oranlamayı daha sonra paydayı 1 yapmak için kesrin çarpmaya göre tersini pay ve paydayı çarpıp böylece birinci kesir ile ikinci kesrin çarpmaya göre tersi ile çarpıldığını göstermeyi planlamıştır. Bu açıklamalara yer vererek algoritmayı ezbere dayalı ifadelerle uygulamak yerine işlemi açıklayıp birinci kesrin aynı kalıp ikinci kesrin neden ters çevrilip çarpıldığını göstermiştir. ÖS'de de algoritmayı üçüncü DP'de verdiği açıklamalara benzer şekilde aşağıdaki gibi yapmıştır.

ÖA1: ($\frac{2}{3}:\frac{4}{5}$ *işlemini yazıyor*) *burada bölme yapıyorduk. şimdi bu son yazdığımız soruyu ve soruları daha hızlı çözebilmeniz için farklı bir yöntem göstereceğim. iyi dinleyelim. Biz kesirleri* $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}$ *şeklide yazıyorduk. Ben bunu şu şekilde yazabilir miyim?* ($=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ *yazıyor*) *Şimdi ben buranın paydasını 1 yapmak için* $\frac{c}{d}'$ *yi neyle çarpmam gerekiyor? 1 yapmak istiyorum. Neyle çarpmamız gerekiyor* $\frac{c}{d}$*yi? Çarpmaya göre tersi le çarpmamız gerekiyor.* $\frac{c}{d}'$*nin çarpmaya göre tersi neydi?*

Ö: $\frac{d}{c}$

ÖA1: $\frac{d}{c}$ *değil mi? Şimdi ben paydayı 1 yapmak istiyorum. bu yüzden çarpmaya göre tersi ile çarpıyorum. Paydayı bir sayı ile çarpıyorsam, kesir sonucu değişmesin diye payı da aynı sayı ile çarpmaz mıyım?*

Ö: Evet (*sınıf*)

ÖA1: *Ne geldi? 1 geldi. Bizim paydamız 1 geldi dimi? Payımız da* $\frac{a}{b}$ *çarpı* $\frac{d}{c}$ *geldi. Sonuç olarak,* $\frac{a}{b}$ *çarpı* $\frac{d}{c}$ *ulaştım doğru mu?...*

ÖA1 ters çevir çarp algoritmasının gerekçesini öğrencileri de sürece dahil ederek göstermiş, algoritmayı soruları çözmek için hızlı bir yöntem olarak tanıtmıştır.

Tüm öğretmen adayları ters çevir çarp algoritmasını gerekçeleri ile üçüncü DP ve ÖS'de vermişlerdir. Öğretmen adaylarıyla MGS oturumunda (8. Oturum) ters çevir çarp algoritmasının gerekçeleri tartışılmıştır. Öğretmen adayları algoritmayı ilk iki DP'lerde "kural", "pratik yol" gibi tanımlarken, üçüncü DP'de ve ÖS'lerde gerekçelendirerek açıklamalarını zenginleştirmişlerdir.

MGS oturumlarında modellerin kullanımı ve ters çevir çarp algoritmasının gerekçeleri ayrıntılı olarak incelenmiştir. Öğretmen adayları bu oturumlardan sonra üçüncü DP ve ÖS'de üçüncü kazanıma ait kavram ve işlemleri açıklamak için gösterimlerinde sayı doğrusu modeli, alan modeli ve ters çevir çarp algoritmasına yer vermişlerdir. Öğretmen adaylarının gösterimlerini bu modeller yardımıyla açıklamaları ve ters çevir çarp algoritmasının gerekçelerine yer vermeleri öğrencilerin kesirlerle bölme işlemini ve içerdiği kavramları öğrenmelerine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

4.2.1.5 Dördüncü kazanımda kavram ve işlemleri açıklama. Bu bölümde öğretmen adaylarının DP'ler ve ÖS'de "Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin eder." kazanımında kullandıkları kavram ve işlemler ve açıklamaları incelenmiştir. Öğretmen adayları bu kazanımda kesirleri yuvarlama, tahmin yoluyla kesirleri toplama, çıkarma ve bölme işlemlerini kullanmışlardır. Tablo 4.12'de öğretmen adaylarının, DP ve ÖS'lerinde kullandıkları kavram ve işlemler verilmektedir.

Tablo 4.12. *Öğretmen Adaylarının Dördüncü Kazanıma Yönelik Açıklamaya Yer Verdikleri Kavram ve İşlemler*

Dördüncü Kazanım	1. DP	2. DP	3. DP	ÖS
ÖA1	KY	KY TKB	KY TKB	KY TKB
ÖA2	-	KY TKB	KY TKB	-
ÖA3	KY	KY TKB	KY TKB	KY TKB
ÖA4	TKTÇ	KY TKB	KY TKB	KY TKB

KY: Kesirleri yuvarlama
TKB: Tahminle kesirlerle bölme işlemi
TKTÇ: Tahminle kesirlerde toplama ve çıkarma işlemi

Tablo 4.12 incelendiğinde öğretmen adayları ilk DP'lerinde genel olarak kesirleri yuvarlama ve tahmin yoluyla kesirlerle toplama çıkarma ile ilgili işlemsel örnekleri açıklamışlardır. Öğretmen adayları ilk DP'den sonra kesirleri yuvarlamanın yanında tahmin yoluyla kesirlerle bölme işlemi gerektiren örnekleri açıklamışlardır. ÖA2 ilk DP ve ÖS'de bu kazanıma ilişkin örneğe yer vermemiştir.

ÖA3 ilk DP'de kesirleri yuvarlama için kullanacağı kavramları aşağıdaki şekilde açıklamıştır.

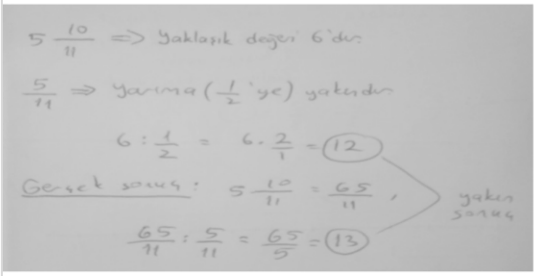
> ÖA3: *Öğrencileri burada biraz yönlendirdik 0, $\frac{1}{2}$, 1'e sadece gidiliyormuş gibi düşünmesinler diye günlük hayatta $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ çeyrek bunlar da bizim karşımıza oldukça fazla çıkıyor. Bunları da öğrenmeleri için bunlara da yer vermek istedim.*

ÖA3 yuvarlama için 0, yarım ve bütün kavramlarına ek olarak günlük yaşamda kullanılan çeyrek kavramına da eklemiştir. ÖA3 ilk DP'den sonra kesirlerle bölme işleminin sonucunu tahmin etmek için önce işlemsel örnek ve daha sonra ise sözel örnek için yaptığı işlemler Şekil. 4.8'de verilmektedir.

SORU 7: $23\frac{4}{5} : 8\frac{2}{7}$ işleminin sonucunu tahmin edelim.

Çözüm: $23+\frac{4}{5} = 23+1=24$ $8+\frac{2}{7}=8+0=8$ Yaklaşık değer 24:8= 3 olur.

SORU 8: Boyu $5\frac{10}{11}$ metre olan bambu bitkisi, mobilya üretimi amacıyla $\frac{5}{11}$ metrelik eş parçalara ayrılıyor. Bu işlemin sonunda kaç parça elde edildiğini tahmin edelim. Daha sonra parça sayısının gerçek değerini bulup tahminimizle karşılaştıralım. (**Kaynak 1**)



Şekil 4.8. ÖA3'ün işlemsel ve sözel problem için yaptığı işlemler

ÖA3 ilk DP'de sadece kesirleri yuvarlamayı ele almıştır. İlk DP'de sonra kazanıma yönelik işlemsel ve sözel örnekler de vermiştir. Üçüncü DP'de kesirleri yuvarlama için kesirleri sayı doğrusu üzerinde yerleştirmek suretiyle yuvarlamayı aşağıdaki gibi açıklamayı planlamıştır.

ÖA3: *Öğrencilerin tahmin yapmalarını kesirli işlemler gerektiren problemleri tahmin etmelerini öğreteceğiz. Öncelikle sayı doğrusu üzerinde verilen bir kesirler vereceğiz* $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{11}{12}$ *gibi bunların sayı doğrusu üzerindeki yerlerini göstereceğiz ve yerlerini gösterdikten sonra tama mı yarıma mı, yoksa bütüne mi, yakın olduğunu görecekler zaten gördükleri zaman da diğer sorular karşılarına çıktığında biraz daha rahat düşüneceklerini düşünüyorum.*

ÖA3 önce öğrencilerin "0, $\frac{1}{2}$, 1" e kolayca yuvarlayabileceklerini düşündüğü "$\frac{1}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{11}{12}$" kesirlerini sayı doğrusuna yerleştirmiş daha sonra. tahmin yoluyla kesirlere bölme gerektiren işlemsel örneği ve sözel problemin açıklamasına geçmiştir. İşlemsel örnekte yuvarlama sonucunda doğal sayılara dönüşen kesirleri kullanarak kazanımı içermeyen doğal sayılarda bölme işlemi yapmıştır. ÖS'de üçüncü DP'de yer verdiği sözel problemi aşağıdaki şekilde açıklamıştır.

ÖA3: *(Örneği tüm sınıf okuyor) ... Parçaları bulmamız gerekiyor. Parça sayısını bulmamız için bu ikisini birbirine bölmemiz* *gerekiyor. Ama tahmin istiyor önce bizden. İlk önce 5 tam $\frac{10}{11}$'in yaklaşık değerini bulmamız gerekiyor. Yapan var mı?*

ÖA3 problemin çözümü için gerekli adımları öğrencilerin düşünmesine fırsat vermeden açıklamıştır. ÖA3 bu tutumu ile süreç odaklı bir çözüm yapmak yerine sonuç odaklı yaklaşım sergilemiştir. Üçüncü DP'de tahmini kullanmayı işlemin sadece gerçek sonucu buldururken kullanmıştır.

ÖA3 ders kitabından aldığı sözel problemi diğer öğretmen adayları da üçüncü DP'lerinde kullanmayı planlamışlardır. ÖS'de ÖA2 örnekleri süresi yetmediği için kullanamamıştır.

ÖA4 ilk DP'de kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerinin sonucunu tahmin etmeyi içeren işlemsel örnekleri açıklamıştır. Birinci DP'den sonra kesirleri yuvarlama, kesirlerle bölme işleminin sonucu tahmin etmeyi gerektiren işlemsel ve sözel örnekleri açıklamıştır. Şekil 4.9'daki üçüncü DP'de kesirleri yuvarlamak için aşağıdaki kesirleri tahtaya yansıtmayı planlamış ve aşağıdaki açıklamaları yapmıştır.

$\frac{9}{17} \rightarrow$
$\frac{2}{19} \rightarrow$
$\frac{9}{8} \rightarrow$
$3\frac{4}{5} \rightarrow$
$5\frac{1}{10} \rightarrow$

Şekil 4.9. ÖA4'ün kesirleri yuvarlamayı göstermek için seçtiği kesirler

ÖA4: *... burada artık kesirlerdeki yuvarlama hakkında konuşmak için bu kesirleri, burada açıklama yapacağım ilk önce kesirlerin 0'a, yarıma ve 1'e olan yakınlıklarından faydalanılarak yuvarlama yapabiliriz diyeceğim. Ve tahtaya bu kesirleri yazacağım. Sonra onlardan da hep birlikte sınıf ile sayı doğrusuna yerleştirip göstereceğiz.*

ÖA4 ilk olarak basit kesirlerin yanında bileşik kesirlere de yer vererek sayı doğrusu üzerinde yuvarlandıkları değerleri göstermeyi planlamıştır. ÖS'de üçüncü DP'de açıkladığı gibi kesirleri yuvarlamayı gösterdikten sonra kesirlerle bölme için iki işlemsel ve bir sözel örneği kullanmıştır. İşlemsel örnekler öncesinde aşağıdaki açıklamayı yapmıştır.

ÖA4: *Tahmini bir sonuç buluyoruz. daha sonra bize verilen sayılar ile yapıyoruz. Tahmini sonucu bulurken sayılarımızı, daha kolay işlem yapabileceğim sayılara yuvarlamış olduk. Hadi bakalım kesirleri yuvarlayıp işlemleri yapalım…*

ÖA4 kesirlerle bölmeyi tahmin etmenin ilk aşmasının kesirleri yuvarlamak olduğunu öğrencilere hatırlatarak yuvarlama ve tahmin arasındaki ilişkiyi vurgulamıştır. İşlemsel örnekler olarak “$5\frac{3}{4} : \frac{8}{17}$ ve $9\frac{12}{13} : 5\frac{1}{12}$” i kullanmıştır. İlk olarak öğrencilere tahmini sonucu buldurup ardından öğrencilerin gerçek sonuç ile karşılaştırma yapmalarını sağlamıştır.

Öğretmen adayları ilk DP’de genel olarak kesirleri yuvarlamayı göstermek için 0, yarım, bütün gibi öğrencilerin aşina oldukları kavramları kullanmışlar fakat kesirlerle bölmede tahmini gerektiren herhangi bir örnek vermemişlerdir. Bu kazanıma yönelik yapılan MSG oturumundan (5. Oturum) sonra ikinci ve üçüncü DP ve ÖS’de kesirlerle bölme işleminin sonucunu tahmin etmeye ilişkin örnekler kullanmışlardır. Öğretmen adayları bu kazanıma yeterli önemi vermedikleri için öğrencileri sürece dahil etmeden kendileri hızlı bir şekilde kazanımı verme gayretinde oldukları gözlemlenmiştir.

4.2.1.6 Beşinci kazanımda kavram ve işlemleri açıklama. Bu bölümde öğretmen adaylarının DP’ler ve ÖS’de “Kesirlerle işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer.” kazanımında kullandıkları kavram ve işlemler ve açıklamaları incelenmiştir. Öğretmen adayları bu kazanımda kesirlerle bölme işlemi, kesirlerle bölmenin eş paylaştırma, gruplama ve karşılaştırma anlamlarını içeren ve kesirlerle bölme işlemi gerektirmeyen sözel problemleri açıklamışlardır. Tablo 4.13’te öğretmen adaylarının, DP ve ÖS’lerinde kullandıkları kavram ve işlemler verilmektedir.

Tablo 4.13. *Öğretmen Adaylarının Beşinci Kazanıma Yönelik Açıklamaya Yer Verdikleri Kavram ve İşlemler*

Beşinci Kazanım	**1. DP**	**2. DP**	**3. DP**	**ÖS**
ÖA1	EPA	EPA	EPA	EPA
	KA	GA	GA	GA
			KA	KA
ÖA2	KB	EPA	EPA	EPA
		GA	GA	GA
			KA	KA
ÖA3	KBİ	EPA	EPA	EPA
		GA	GA	GA
			KA	KA
ÖA4	GA	EPA	EPA	EPA
		GA	GA	GA
			KA	KA

EPA: Kesirlerle bölmede eş paylaştırma anlamını içeren sözel problemleri açıklama
GA: Kesirlerle bölmede gruplama anlamını içeren sözel problemleri açıklama
KA: Kesirlerle bölmede karşılaştırma anlamını içeren sözel problemleri açıklama
KB: Kesirlerle bölme işlemini açıklama
KBİ: Kesirlerle bölmeyi gerektirmeyen sözel problemleri açıklama

Tablo 4.13'te ilk DP'de ÖA1 kesirlerle bölmenin eş paylaştırma anlamını ÖA4 gruplama anlamını içeren sözel problemleri açıklarken, ÖA2 kesirlerle bölme işlemlerine, ÖA3 ise kesirlerle bölme işlemi gerektirmeyen sözel problemleri açıklamıştır. Tüm öğretmen adayları ikinci DP'lerde kesirlerle bölmenin eş paylaştırma ve gruplama anlamlarını içeren, üçüncü DP ve ÖS'de kesirlerle bölmenin eş paylaştırma, gruplama ve karşılaştırma anlamlarını içeren sözel problemleri açıklamışlardır.

ÖA2 ilk DP'de "$\frac{5}{4}:\frac{2}{3}$", "$\frac{7}{12}:\frac{5}{3}$" işlemlerine yer vermiş ve bu işlemleri kullanma gerekçesini aşağıdaki şekilde belirtmiştir.

> ÖA2: *En başta aslında daha çok anlasın diye, direk böyle işlemlerde girmişim bazı yerlerde de hani, direkt işlemle girince ben anlamıyordum yani modellemelerle gösterilmedi bize ama, anlamıyordum, anlamıyordum derken ezbere yapıyordum. O yüzden koydum.*

ÖA2 kendi öğrencilik döneminde kesirlerle bölme işlemini anlamlandırılmaya yönelik modellerin verilmediğini ve ters çevir çarp algoritmasının gerekçelerinin açıklanmadığını ifade ederek kendisi benzer bir yaklaşım sergilemeyi planlamış ve sadece öğrencilerin işlem becerilerini geliştirmek istemiştir.

Öğretmen adayları ikinci DP'den sonra daha çok aşina oldukları bölmenin eş paylaştırma ve gruplama anlamlarını içeren sözel problemlere yer vermişlerdir. Örneğin ÖA2, *"Ayşe, 8 litre portakal suyunu $\frac{1}{4}$ litrelik 20 tane bardağa doldurmak istediğinde kaç litre portakal suyu artar?"* sözel problemini aşağıdaki şekilde açıklamayı planlamıştır.

> ÖA2: *Ben şey yapacağım şöyle çözerim diye düşündüm. Şimdi 20 tane bardağım var $\frac{1}{4}$ litrelik hepsini doldurursam kaç litre eder elimde diye düşündüm 5 litre, ben bunu 8 litre portakal suyunu 5 litresini doldurdum elimde 3 litre arttı. Bu hani en basiti böyle düşünmesi gerekiyor ama ilk etapta hani öğrenci bu yani 8 var $\frac{1}{4}$var çeyrek deyip duruyorum şuna böyle işlem yapabilir. O yüzden bir düşünür ama çıkar yani sonuca ulaşır diye düşünüyorum. 32 tane bardak gerekiyor ama benim elimde 20 tane bardak var 12 bardak daha gerekiyor bana ve $\frac{1}{4}$ ise 12 bardak 3 litre falan gibi.*

ÖA2, $\frac{1}{4}$ litrelik 20 bardağı portakal suyu ile doldurup geriye kalan miktar için 12 bardağa ihtiyacı olduğunu üstü örtülü ifadelerle çok hızlı bir şekilde açıklamıştır. Bu açıklamalar yerine ilk olarak "8: $\frac{1}{4}$" işlemi ile toplamda kaç bardağa ihtiyacı olduğunu bulup ardından elindeki bardak sayısından bulduğu sonucu çıkarmış olsaydı problemi daha anlamlı bir şekilde yorumlayabilirdi.

Öğretmen adayları bölmenin karşılaştırmayı içeren sözel problemleri içeren örnekleri de planlarında kullanmışlardır. Örneğin ÖA2 ÖS'de *"Mert bu hafta $\frac{33}{4}$ saat, geçen hafta $\frac{9}{2}$ saat çalışmıştır. Mert bu hafta, geçen haftanın kaç katı kadar çalışmıştır?"* sözel problemini aşağıdaki şekilde açıklamıştır.

> ÖA2: *Bunu ben çözeyim mi anlatarak çözeyim. Ben bunu anlatayım işlemini sen yap tamam mı? (Ö' ye)şimdi, soruda diyor ki, bir geçen hafta var, bir bu hafta var (geçen hafta, bu hafta yazıyor) burada hangi sayıyı hangi sayıya bölmek için böyle yapabilirsiniz tamam mı? herkes izliyor mu? Soruda diyor ki geçen hafta $\frac{33}{4}$ saat çalışmış. Bu hafta da $\frac{9}{2}$ saat çalışmış. Mert bu hafta diyor, geçen haftanın kaç katı kadar çalışmıştır diyor… yani ben kat dediği için, geçen haftayı herhangi bir sayı ile çarpacağım, bu haftayı elde edeceğim…*

ÖA2 problemin çözümü için her ne kadar öğrenciyi tahtaya kaldırmış olsa da öğrencinin probleme ilişkin fikirlerini almak yerine problemi kendisi açıklamış ve gereken işlemleri tahtaya yazmış, öğrenciye ise sadece tahtaya yazdığı işlemi yaptırmıştır. ÖA2 açıklamalarında problemde geçen "kat" ifadesini "çarpma" ile ilişkilendirmiş ancak bu ilişkiyi detaylı bir şekilde açıklamamıştır.

ÖA1 ve ÖA3, ÖS'de kesirlerle bölmenin karşılaştırma anlamını içeren sözel problemleri kullanmışlar ancak problemi açıklarken öğrenci katılımını sağlamadan ÖA2 gibi benzer yaklaşımlar sergilemişlerdir.

ÖA4'ün ÖS'de *"Beyza bir kitabın $\frac{2}{3}$'ünü okumuştur. Yiğit ise aynı kitabın $\frac{1}{4}$'ünü okumuştur. Beyza, Yiğit ten kaç kat fazla kitap okumuştur?"* sözel problemine yönelik açıklamaları aşağıdaki gibidir.

Ö: *Öğretmenim, $\frac{2}{3}$'ü $\frac{1}{4}$'e bölüyoruz.*

ÖA4: *Neden bölüyoruz?*

Ö: *Çünkü kaç kat fazla okumuştur diyor. Önce onların ne kadar kitap okuduğunu bulmamız lazım.*

ÖA4 *…evet ikisinin ne kadar okuduğuna bakarız. Zaten Beyza fazla okumuş, Beyza Yiğit ten kaç kat fazla kitap okumuştur diyor. Beyza'nın okuduğu miktarın içinde Yiğit in okuduğu miktarı aramamız gerekiyor.*

ÖA4 diğer öğretmen adaylarından farklı olarak problemin çözüm sürecinde öğrencilerin fikirlerini aldıktan sonra öğrencilerin eksik ifadelerini düzelmiş ve "*Beyza'nın okuduğu miktarın içinde Yiğit in okuduğu miktarı aramamız gerekiyor"* diyerek problemin kesirlerle bölmeyi içerdiğine vurgu yapmıştır. Ancak diğer öğretmen adayları gibi çözümün tüm aşamalarını kendisi yapmıştır.

Özetle öğretmen adayları bu kazanıma yönelik yapılan MSG oturumlarından (9 ve 10. Oturumlar) sonra üçüncü DP ve ÖS'de bölmenin eş paylaştırma ve gruplama anlamına ek olarak karşılaştırmayı içeren sözel problemlere yer vererek örneklerini genişletmişlerdir. Ancak bu sözel problemleri açıklarken öğrenci fikirlerini almış olsalar da çözümleri genel olarak kendileri yapmışlardır.

4.2.2 Soru Sorma

Bu bölümde öğretmen adaylarının kesirlerle bölme konusunu yapılandırırken DP'ler ve ÖS'de sordukları sorular incelenmiştir. Bu incelemeler sonucunda her öğretmen adayı hem ön bilgileri hatırlatmada hem de tüm kazanımlar için soru sorma biçimleri benzerlik gösterdiği için her öğretmen adayının DP ve ÖS'leri ön bilgileri hatırlatma ve kazanımlar bazında bir ayrıştırma yapılmadan toplu bir şekilde soru sorma yaklaşımları değerlendirilmiştir.

4.2.2.1 DP'ler ve ÖS'lerde soru sorma. Öğretmen adayları DP'ler ve ÖS'de genel olarak; öğrenciyi düşünmeye yönlendiren, sadece işlem gerektiren, kendini onaylatan ve kısa cevaplı soruları kullanmışlardır. Tablo 4.14'te öğretmen adaylarının DP'lerde ve ÖS'de soru sormayı nasıl kullandıkları verilmiştir.

Tablo 4.14. *Öğretmen Adaylarının DP'ler ve ÖS'de Soru Sorma Yaklaşımları*

Soru Sorma	**1. DP**	**2. DP**	**3. DP**	**ÖS**
ÖA1	DYS	DYS	DYS	İSYS KOS
ÖA2	KCS	DYS	DYS	DYS SİGS KOS KCS
ÖA3	DYS	DYS	DYS	DYS SİGS KOS
ÖA4	DYS	DYS	DYS	DYS SİGS KOS

DYS: Öğrenciyi düşünmeye yönlendiren sorular
SİGS: Sadece işlem gerektiren sorular
KOS: Öğretmen adayının kendini onaylattığı sorular
KCS: Kısa cevaplı sorular (yanıtı evet/hayır olan sorular)

Tablo 4.14'te görüldüğü gibi öğretmen adayları genel olarak DP'lerde öğrenciyi düşünmeye yönlendiren sorulara yer vermeyi planlamışlardır. Sadece ÖA2 ilk DP'de kısa cevaplı sorulara yer vermiştir. Öğretmen adayları ÖS'lerde soru sorarken genel olarak öğrenciyi düşünmeye yönlendiren soruların yanında, kendini onaylatan, sadece işlem yapmayı gerektiren soruları kullanmışlardır.

ÖA1 DP'lerde genel olarak öğrencileri düşünmeye yönlendiren sorular sormayı planlamıştır. Örneğin, ikinci DP'de "8:$\frac{2}{3}$" örneğine ilişkin aşağıdaki soruları öğrencilere soracağını belirtmiştir.

ÖA1: *...Şimdi 8'i $\frac{2}{3}$ kesrine bölmek demek ne demek? Ne anlıyorsunuz sorudan? şeklinde sorabilirim mesela…*

ÖA1 ilk olarak "bölmek ne demek?" gibi sorularla öğrencilerin kavrama yönelik bilgilerini öğrenmek amacıyla sorular sormuştur. Genel olarak tüm DP'lerde yer verdiği örneklerin ve bu örneklerdeki gerekli işlemlerin ne anlama geldiğini öğrencilerden öğrenmeyi hedefleyen sorular sormayı planlamıştır. Ancak ÖS'de öğrenciyi sadece işlem yapmayı gerektiren ya da kendini onaylattığı soruları kullanmıştır. Aşağıda ÖS'de soru sormayı nasıl kullandığına ilişkin bir kesit verilmiştir.

ÖA1: ... 3 tane kağıdımız vardı. Biz burada 3 tane kağıdımızın içerisinde $\frac{1}{2}$'lik kağıtlardan kaç tane var diye bulduk dimi? Peki burada ne işlemi yapacağız o zaman?

Ö: 3 bölü $\frac{3}{2}$'yi bulacağız.

ÖA1: 3 ün içerisinde, 3 kâğıt içerisinde $\frac{3}{2}$'lik kağıtlardan kaç tane olduğunu bulacağız? Yani 3'ün içerisinde $\frac{3}{2}$'liklerden ne kadar vardır? dimi. (tahtaya yazıyor) Bunu yazın sorunun yanına.

ÖA1 "3:$\frac{3}{2}$" işlemini gerektiren örnek için daha önceki yapılan işlemin aynısını ima ederek öğrencinin düşünmesini engellemiş ve öğrenciyi sadece işlem yapmaya yönlendirmiştir. Daha sonra işlemin ne anlama geldiğini kendisi açıklamış ve öğrenciye onaylatmıştır. ÖA1 genel olarak DP'lerde öğrencilerin örneklere ilişkin düşüncelerini öğrenmek için soru sormayı etkili bir şekilde kullanmayı planlamış fakat ÖS'de planladığı şekilde sorular sormamıştır.

ÖA2 ilk DP'de genel olarak öğrencilere sadece işlem gerektiren sorular sormayı planlamıştır. Örneğin, ön bilgileri hatırlatırken "9:3" işlemi için aşağıdaki gibi soruyu sormayı düşündüğünü belirtmiştir.

ÖA2: *9'un içinde kaç tane 3 olduğunu mu buluyoruz sizce? Diye sorarım herhalde.*

ÖA2 soru sorarken gerekli işlemleri belirtmiş ve yanıtı evet/hayır olan kısa cevaplı sorular sorarak öğrencilerin örneğe ilişkin düşüncelerini ifade etmelerinin önüne geçmiştir, ikinci DP'de doğal sayılarla bölme işlemi gerektiren örneği açıklarken aşağıdaki soruları soracağını belirtmiştir.

ÖA2: *"Ali'nin 24 elması var. Bunları 4 arkadaşı arasında eş olarak paylaştırmak istiyor. Her bir arkadaşı kaç tane elma alır?" örneği anlatılır ve burada Ali'nin elmaları arkadaşlarına paylaştırırken nasıl bir yol izleyeceği sorulur.*

ÖA2 öğrencileri düşünmeye yönlendiren soru sorarak onların akıl yürütmelerini ortaya çıkarmayı planlamıştır. ÖS'de ise genel olarak öğrenciyi düşünmeye yönlendiren sorular yerine sadece işlem yapmayı gerektiren, kendini onaylatan soruları kullanmıştır. Aşağıda ÖS'den bir kesit verilmektedir.

ÖA2: ...Şimdi, (üç kişiyi seçiyor) sen, sen gel. (adlarını soruyor) burada 6 tane kalem var ve bu 6 kalem Ahmet Efe'nin tamam mı? Ahmet Efe'nin bu kalemleri Melisa ve Yasin'e eşit bir şekilde paylaştırmasını istiyorum. Nasıl paylaştıracaksın?

Ö: 2'şerli.

ÖA2: Kendine değil sadece arkadaşlarına. baştan al hepsini, nasıl paylaştıracaksın?

Ö: 3'erli

ÖA2: 3 erli. nasıl paylaştırdın. kalemleri?

Ö: Bölerek.

ÖA2: Bölerek. 6'yı 2'ye mi böldün?

Ö: Evet.

ÖA2 ÖS'de öğrencilerin örneğe ilişkin düşüncelerini öğrenmek amacıyla paylaştırmanın nasıl yapılacağını sormuş ancak öğrencilerin soruyu cevaplamasına izin vermeden "6'yı 2'ye mi böldün?" şeklinde cevabı içinde olan ve sadece işlem yapmayı gerektiren sorular yönelterek soru sormayı etkili bir şekilde kullanmamıştır.

ÖA3 tüm DP'lerde sorduğu sorularda öğrenci düşüncelerini öğrenmeyi hedeflemiştir. Örneğin üçüncü DP'de "*Buket 12 tam $\frac{1}{2}$ metre kumaş almış ve bu kumaştan gömlek diktirmeyi düşünmektedir. "Terzi 2 tam $\frac{1}{2}$ metreden bir gömlek dikebildiğine göre,* *Buket elindeki kumaştan, kaç tane gömlek diktirir?"* sözel problemi için aşağıdaki soruları sormayı planlamıştır.

ÖA3: *…Bunu öğrencilere sorarım. Fikirlerini alırım diye düşünüyorum. Ne anlıyorlar sorudan öğrenirim.*

Genel olarak ÖA3 tüm DP'lerde yukarıdaki metinde görüldüğü gibi öğrencilerin verilen örneği anlayıp anlamadıklarını öğrenmeyi planlamaktadır. ÖS'de ilk olarak öğrenciyi düşünmeye yönlendiren ancak ilerleyen süreçte öğrenciyi sadece işlem yapmaya yönlendiren ve kendini onaylatan sorular sormuş ve çoğu zaman sorduğu soruyu kendisi cevaplamıştır. Örneğin ÖS'de yukarıdaki sözel problemin çözüm aşamasında öğrencilere aşağıdaki soruları sormuştur.

ÖA3: …Evet. Ne anladınız sorudan? İfade etmek isteyen var mı?

Ö: Hocam şimdi 12 tam $\frac{1}{2}$'yi, 2 tam $\frac{1}{2}$ ile böleceğim.

ÖA3: Neden bölecek arkadaşınız?

Ö: Hocam gömlek yapacak ya.

ÖA3: Evet. Kaç tane? Peki işlemi yapmak isteyen var mı?

Ö: (bileşik kesre çevirerek yazıyor) $\frac{25}{1}$ yazıyor

ÖA3: Öncelikle arkadaşınız kolay olsun diye tam sayılı kesri bileşik kesre çeviriyor. Ne yazmamız gerekiyor?

Ö: $\frac{25}{1}$

ÖA3: $\frac{25}{1}$ mi? Bakın, 2 çarpı 12, 24. 1 ile toplayınca 25. Paydamız neydi 2'yidi dimi? O zaman ne yazmamız lazım. $\frac{25}{2}$ yazmamız gerekiyor dimi?

Ö: Evet. ($\frac{2}{25}$ yazıyor)

…

ÖA3 ilk olarak öğrencilere problemden ne anladıklarını sorarak onları düşünmeye yönlendirmiştir. Ancak *"neden bölme işlemi yapılacak?"* sorusuna bir öğrencinin verdiği *"gömlek yapılacak"* şeklindeki eksik cevabını düzeltmeden kendisi *"kaç tane?"* sorusu ile tamamlamaya çalışmıştır. Daha sonra bir öğrenciyi soruyu çözmesi için tahtaya kaldırmış, yanlış yazdığı bileşik kesri öğrencinin düzeltmesine fırsat vermeden kendini onaylatan sorular sorarak düzeltmiştir.

ÖA4 DP'lerde genel olarak öğrencileri düşünmeye yönlendiren sorular sormayı planlamıştır. Örneğin ilk DP'de soracağı soruları aşağıdaki gibi belirtmiştir.

ÖA4*: ...Evet. Önceki bölme işleminde neleri kullanıyoruz? En basitinden* $6:3$ *sizin için neyi ifade ediyordu? Orada gruplandırma. o şekilde fikir vererek. 6 bölü 3 dediğimizde biz ne buluyoruz? 2.peki 2 ye nasıl vardık? Neden 2?...*

ÖA4 öğrencilerin daha önce bildikleri doğal sayılarla bölme işlemi ile ilişki kurmalarını sağlayacak türden *"ne, nasıl, neden?"* gibi ifadelerle öğrencileri düşünmeye yönlendiren sorular sormayı planlamıştır. Tüm DP'lerde genel olarak öğrenci düşüncelerini ortaya çıkarmak amacıyla bu türden ifadelere yer vererek soru sormayı etkili bir şekilde kullanmıştır. Ancak ÖS'de her ne kadar öğrenci düşüncelerini öğrenmeye çalıştığı sorular sormuş olsa da örneği çözerken kendini onaylatan ve sadece işlem yapmaya yönlendiren soruları kullanmıştır. Aşağıda ÖS'de nasıl sorular sorduğunu gösteren bir kesit verilmiştir.

Ö: *Beyza bir kitabın* $\frac{2}{3}$ *ünü okumuştur. Yiğit ise aynı kitabın* $\frac{1}{4}$ *ünü okumuştur. Beyza, Yiğit ten kaç kat fazla kitap okumuştur?*

ÖA4: *Evet. Nasıl bulabiliriz? Fikri olan var mı?*

Ö: *Öğretmenim,* $\frac{2}{3}$ *ü* $\frac{1}{4}$*'e bölüyoruz.*

ÖA4: Neden bölüyoruz?

Ö: *Çünkü kaç kat fazla okumuştur diyor. Önce onların ne kadar kitap okuduğunu bulmamız lazım.*

ÖA4: *Evet ikisinin ne kadar okuduğuna bakarız. Zaten Beyza fazla okumuş, Beyza Yiğit ten kaç kat fazla kitap okumuştur diyor. Beyza'nın okuduğu miktarın içinde Yiğit in okuduğu miktarı aramamız gerekiyor değil mi? Kaç kat fazlasını olduğunu bulmak için.*

ÖA4 ÖS'de öğrencileri düşünmeye yönlendirirken nasıl/ neden sorularına yer vermiştir. Fakat öğrenci açıklamalarından sonra problemin çözümünde "*Beyza'nın okuduğu miktarın içinde Yiğit in okuduğu miktarı aramamız gerekiyor değil mi?"* gibi ifadelerle cevabın içinde olduğu kendini onaylatan soruları kullanmıştır.

Sonuç olarak, öğretmen adayları tüm DP'lerde öğrencileri düşünmeye yönlendiren sorular sormuşlar böylece soru sormayı etkili bir şekilde kullanmışlardır. Fakat ÖS'de öğrencileri düşünmeye yönlendiren sorulara daha az yer vermişler, kendilerini onaylatan, sadece işlem gerektiren ve evet/hayır şekilde kısa cevapları içeren sorular sormuşlar ve sordukları soruları da kendileri cevaplandırarak soru sormayı etkili bir şekilde kullanamamışlardır. MGS oturumları genel olarak öğretmen adaylarını düşünmeye yönlendiren ve onların fikirlerini ortaya çıkarmaya yönelik sorular sorularak gerçekleşmiştir. Ancak öğretmen adaylarının DP'lerdeki planladıkları soruları ÖS'de yeterince etkili bir şekilde kullanamamalarının sebebi olarak mesleki deneyimsizliklerinden kaynaklı olduğunu söylenebilir.

4.3 Temsillerin Seçimi

DB'nin alt bileşenlerinden temsillerin seçimi aşağıdaki kategorilerde değerlendirilmiştir.

- Gerçek yaşam durumu içeren temsiller
- Model temsili
    - Alan modeli
    - Sayı doğrusu modeli
- Sayısal temsil
    - Ters çevir çarp algoritması
    - Ortak payda algoritması

Bu bölümde öğretmen adaylarının öğrencilere ön bilgileri hatırlatma ve kazanımları öğretirken seçtikleri temsiller ve bu temsilleri nasıl kullandıkları açıklanmaktadır.

4.3.1 Ön Bilgileri Hatırlatmada Kullanılan Temsiller

Tablo 4.15'te öğretmen adaylarının ön bilgileri hatırlatırken kullandıkları temsil seçimleri yer almaktadır.

Tablo 4.15. *Öğretmen Adaylarının Ön Bilgileri Hatırlatırken Kullandıkları Temsiller*

Ön bilgileri hatırlatma	**1. DP**	**2. DP**	**3. DP**	**ÖS**
ÖA1	ST	ST	ST	ST
ÖA2	ST	ST	ST	ST
ÖA3	GYT	GYT	GYT	GYT
ÖA4	-	ST	ST	ST

ST: Sayısal temsil
GYT: Gerçek yaşam temsili

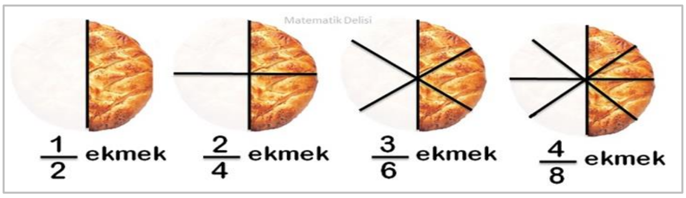
Tablo 4.15'te ÖA1, ÖA2 ve ÖA4'ün sayısal temsillerden ve ÖA3'ün gerçek yaşam durumu içeren temsillerinden yararlandıkları görülmektedir.

Ön bilgileri hatırlatmada kullanılan sayısal temsil, bölmenin işlemsel anlamına karşılık gelmektedir. Örneğin, öğretmen adaylarından ÖA4'ün üçüncü DP'de bölme işlemi ile ilgili kullandığı sayısal temsil aşağıdaki gibidir:

> "Size bir soru soracağım, bakalım bu konudaki fikirleriniz neler olacak merak ediyorum." der ve tahtaya 6 : 3 = ? yazar.

ÖA4 bölme işlemi ile ilgili öğrencilerin düşüncelerini anlamak amacıyla tahtaya cebirsel olarak "6:3" işlemi yazmayı, öğrencilerin bu işlem üzerindeki fikir yürütmelerini ve bu fikirler üzerinden 6'nın içinde kaç tane 3 olduğunu bulmanın bölme işlemine karşılık geldiğini hatırlatmayı planlamıştır.

ÖA3 her DP kapsamında ve ÖS'de öğrencilere ön bilgilerini hatırlatmak amacıyla gerçek yaşam durumlarından yararlanmıştır. Ön bilgileri hatırlatma aşamasında kesirlerin karşılaştırılmasını ele almış ve bu aşamada örnek olarak alan modelinde sıklıkla kullanılan daireyi dikkate alarak bir bütün pidenin farklı parçalarının karşılaştırılması fikrinden yararlanmıştır. Şekil 410'da ÖA3'ün kullandığı temsil verilmektedir.



Şekil 4.10. ÖA3'ün ön bilgileri hatırlatırken kullandığı gerçek yaşam temsili

ÖA3, 1 bütündeki $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ve $\frac{1}{4}$ kesirleri ve $\frac{1}{2}$'e denk olan $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ ve $\frac{4}{8}$ kesirlerini alan modeli ile temsil ederek öğrencilerin bütün parça ilişkisini ve denk olan kesirleri anlamalarını desteklemiştir.

4.3.2 Birinci Kazanımda Kullanılan Temsiller

Tablo 4.16'da öğretmen adaylarının birinci kazanımda kullandıkları temsil seçimleri yer almaktadır.

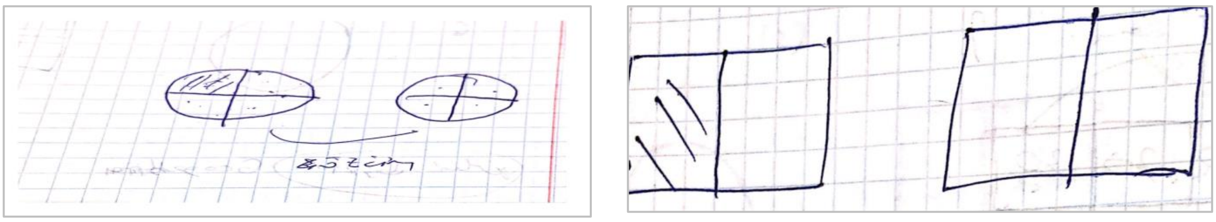
Tablo 4.16. *Öğretmen Adaylarının Birinci Kazanımda Kullandıkları Temsiller*

Birinci Kazanım	**1. DP**	**2. DP**	**3. DP**	**ÖS**
ÖA1	GYT	AMT	AMT	AMT
ÖA2	AMT	AMT	AMT	AMT
ÖA3	AMT	AMT	AMT	AMT
	OPA	OPA	OPA	OPA
ÖA4	AMT	SDT	AMT	AMT
	SDT	OPA		

GYT: Gerçek yaşam temsili
AMT: Alan modeli temsili
OPA: ortak payda algoritması
SDT: Sayı doğrusu temsili

Tablo 4.16'da görüldüğü gibi ÖA1'in ilk DP'de gerçek yaşam temsilinden, sonraki DP'lerde ve ÖS'de ise alan modeli temsilinden yararlanmıştır. ÖA2 tüm süreç boyunca sadece alan modeli temsilini kullanmış, ÖA3 ise alan modeli temsili ve ortak payda algoritmasına yer vermiştir. ÖA4 birinci DP'de alan modeli ve sayı doğrusu temsilleri, ikinci DP'de sayı doğrusu temsili ve ortak payda algoritmasından yararlanmayı planlamış, üçüncü DP ve ÖS'de sadece alan modeli temsiline yer vermiştir. Öğretmen adayları ilk iki DP'de kullanacakları temsilleri sadece tahtada göstermeyi düşünmüşler, üçüncü DP ve paralel olarak ÖS'de materyal kullanarak öğrenci katılımını sağlamışlardır.

ÖA3 tüm süreç boyunca alan ve sayısal temsiller yardımı ile birinci kazanımı anlamlandırmaya çalışmış ve kullandığı iki farklı modeli birbiri ile ilişkili bir şekilde ele almıştır. Üçüncü DP'de *"İki ekmekten kaç tane yarım tost yapılır?"* örneğini ilk olarak alan modeli ile açıklamayı ve sonrasında ortak payda algoritması ile ilişkilendirmeyi planlamıştır. İlk iki DP'de daire modeli çizerek bu model üzerinden bölme işlemini açıklayacağını belirtmiş, üçüncü DP'de alan modelini kullanabilmek için öğrencilere materyal olarak A4 kâğıdı dağıtmış ve bütün içindeki yarımları bu A4 kâğıtlarını kullanarak bulmalarını sağlamıştır. Bu sayede öğrencilerin model yardımıyla bölme işlemine yönelik çıkarımlar yapabilmelerini ve ortak payda algoritması ile alan modeli arasındaki ilişkiyi daha iyi anlamalarını sağlayabileceği düşünülebilir. Şekil 4.11'de ÖA3'ün ilk DP'de göstermeyi planladığı alan modeli, üçüncü DP'de öğrencilerin yapmalarını planladığı modele yer verilmiştir.



Birinci DP Üçüncü DP

Şekil 4.11. ÖA3'ün birinci ve üçüncü ders planının birinci kazanımlarında kullandığı alan modeli temsili

ÖA3 ilk DP'de ekmekleri daire şeklinde çizip her bir daireyi 4 eş parçaya ayırmıştır. $\frac{1}{4}$'i temsil eden bir parçayı tarayıp diğer parçaları sayarak işaretlemiş ve 8 çeyreği göstermiştir. Üçüncü DP'de ise, öğrencilerin kâğıtları iki eş parçaya katlamalarını istemiş böylece bir bütünde iki yarım ve iki bütünde dört yarım olduğunu görmelerini sağlamış ve "$2:\frac{1}{2}$" işleminin sonucunun 4 olduğunu görebileceklerini düşünmüştür. Üçüncü

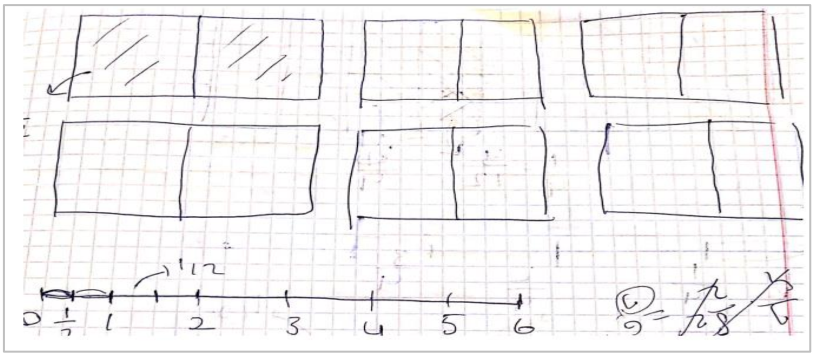
DP'ye yönelik yapılan görüşmede ortak payda algoritması yardımıyla yaptığı sayısal temsili nasıl kullanacağını aşağıdaki şekilde açıklamıştır.

> ÖA3*:* *…bizim sorumuz 2 tane ekmekten kaç tane yarım tost yapılır? Elimizde 2 tane ekmeğimiz var yani 2 tane bütünümüz var. 2 tane bütünümüzün içindeki yarımları aramamızı istiyor. O zaman 2'yi $\frac{1}{2}$'ye yani yarıma bölmemiz gerekiyor, derim. Bizim aynı birim üzerinden işlem yapmamız için yani bütünümüzün aynı olması için paydalarımızın da aynı olması gerekiyor. Payda bize bütünü ifade ediyor. 2 eş parçaya ayrıldığını ifade ediyor. O yüzden bizim paydalarımızı eşitlememiz gerekiyor. Paydalarımızı eşitleyip zaten payda eşitlemeyi biliyorlar. Paydalarımızı eşitledikten sonra artık paylarımızın oranı bize cevabımızı veriyor deyip bu şekilde biz çözüm yapabilirim.*

ÖA3 ortak payda algoritmasını kullanırken aynı birim üzerinden işlem yapmayı vurgulamaktadır. Alan modelinde bir bütünün içerdiği eş parçaların tamamının sayısal olarak paydaya karşılık geldiğini ifade etmiştir. Bölme işleminde bir miktarın içinde başka bir miktar ararken aynı birimin kullanılmasının gerekli olduğunu ortak payda algoritması ile ilişkilendirmiştir. İfadelerinde de görülebileceği gibi ortak payda algoritmasını alan modeline dayalı olarak açıklayan ÖA3 iki modeli birbiri ile ilişkili bir şekilde ele almıştır.

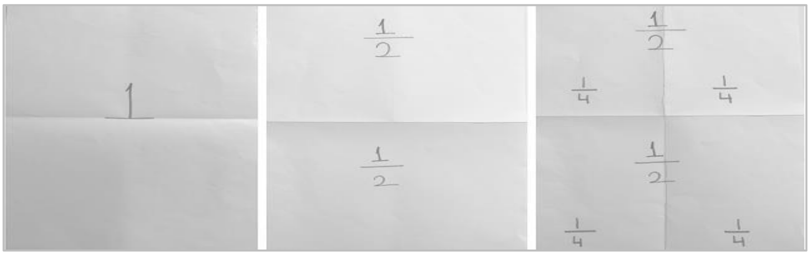
ÖA2 sadece alan modeli temsilini kullanmış, ilk iki DP'de daire şeklinde bir bütünün içindeki $\frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{4}$'lik parçaları ÖA3'e benzer şekilde göstermiştir.

ÖA4 ise birinci DP'de sayı doğrusu ve alan temsillerine yer vermiştir. Şekil 4.12'de ÖA4'ün birinci DP'ye "6:$\frac{1}{2}$" işlemi için kullandığı temsiller verilmiştir.



Şekil 4.12. ÖA4'ün yaralandığı temsillere yönelik gösterimleri

ÖA4 "6:$\frac{1}{2}$" işleminin sonucunu alan modeli ve sayı doğrusu temsilleri olmak üzere iki temsilden yaralanarak göstermeyi planlamıştır. İlk olarak 6 bütünü 6 tane dikdörtgen ile temsil edip ardından dikdörtgenleri iki eş parçaya ayırarak içindeki $\frac{1}{2}$'leri işaretlemiş ve böylelikle 12 tane yarımı göstermiştir. Aynı işlemi sayı doğrusu temsilinde gösterirken ilk olarak sayı doğrusunu 0'dan 6'ya kadar sınırlandırmıştır. Ardından 6'nın içindeki $\frac{1}{2}$'leri gösterebilmek için her bir 1 birimi bütün olarak ele alıp bu bütünleri iki eş parçaya ayırmış ve sayı doğrusu üzerinde $\frac{1}{2}$'e karşılık gelen yerleri belirlemiştir. Bu şekilde 6'nın içinde toplam 12 tane $\frac{1}{2}$ olduğunu göstermiştir. ÖA4'ün gösterimlerinden alan modeli temsilini kullanırken bütün içindeki parçaları sayma yaklaşımı ile sayı doğrusu temsilini kullanırken yararlandığı yaklaşımının birbiri ile ilişkili olduğu görülmüştür. ÖA4 her iki temsilde de bütün içindeki parçaları belirleyerek temsilleri birbirileri ile ilişkilendirmeyi planlamaktadır. Birinci DP'de bu iki modeli tahtada öğrencilere göstermeyi, üçüncü DP'de diğer öğretmen adayları gibi Şekil 4.13'te gösterilen A4 kâğıdı yardımıyla öğrencilerin alan modeli temsili üzerinde kendilerinin çalışmalarını sağlayan bir öğretim planlamış ve ÖS'de bunu gerçekleştirmiştir.



Şekil 4.13. Birinci kazanıma ilişkin alan temsili

ÖA4, A4 yardımıyla ilk olarak 1 bütün içindeki $\frac{1}{2}$'leri daha sonra $\frac{1}{4}$'leri temsil etmek için kâğıdı katlatarak alan modelini kullanmıştır. MGS'nin 6. ve 7. oturumlarında doğal sayıların birim kesre bölünmesi incelenirken önce küçük doğal sayılar seçilmiş ve bölme işlemi modeller yardımıyla temsil edilmiştir. Öğretmen adayları üçüncü DP ve ÖS'de bu temsillerden etkilenip başlangıçta kullandıkları büyük doğal sayılar ile bölme işlemi yaparak kazanıma başlamak yerine küçük doğal sayıları kullanmayı tercih etmişlerdir. ÖS'de de tüm öğretmen adayları bu temsilleri öğrenci katılımlarını sağlayarak etkili şekilde kullanmışlardır.

4.3.3 İkinci Kazanımda Kullanılan Temsiller

Tablo 4.17'de öğretmen adaylarının ikinci kazanımda kullandıkları temsil seçimleri yer almaktadır.

Tablo 4.17. *Öğretmen Adaylarının İkinci Kazanımda Kullandıkları Temsiller*

İkinci Kazanım	**1. DP**	**2. DP**	**3. DP**	**ÖS**
ÖA1	AMT TÇÇA OPA	AMT TÇÇA	AMT	AMT
ÖA2	OPA	AMT	AMT	AMT SDT
ÖA3	SDT OPA	OPA	AMT SDT OPA	AMT SDT OPA
ÖA4	AMT SDT	SDT OPA TÇÇA	AMT SDT	AMT SDT

AMT: Alan modeli temsili
SDT: Sayı doğrusu temsili
OPA: Ortak payda algoritması
TÇÇA: Ters çevir çarp algoritması

Tablo 4.17'de görüldüğü gibi ÖA1 ilk iki DP'de alan modeli ve sayısal temsillerden yararlanmış, ÖA2 ilk DP'de ortak payda algoritması, ikinci ve üçüncü DP'lerde alan modeli temsiline yer vermeyi planlamıştır. ÖS'de ise alan modeli ve sayı doğrusu temsillerini birbirleri ile ilişkilendirmemiştir. ÖA3 ilk DP'de sayı doğrusu temsili ile ortak payda algoritmasını ilişkilendirmiş, ikinci DP'de ortak payda algoritmasını kullanmayı planlamış, üçüncü DP ve ÖS'de alan modeli ve sayı doğrusu temsillerini ortak payda algoritması ile ilişkilendirmiştir. ÖA4 ilk DP'de alan modeli ve sayı doğrusu temsillerinden, ikinci DP'de sayı doğrusu ve sayısal temsillerinden yararlanmış, üçüncü DP ve ÖS'de ise alan modeli ve sayı doğrusu temsillerini birbirleri ile ilişkilendirmiştir.

ÖA2 ilk DP'de diğer öğretmen adaylarından farklı olarak sadece sayısal temsil yardımıyla ikinci kazanımı anlamlandırmaya çalışmıştır. Şekil 4.14'te bu DP'den alınan açıklamaları verilmektedir.

Öğretmen ilk olarak öğrencilere kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi yaparken ilk adımın ne olduğunu sorar. Öğrenciler *"Payda eşitlemek"* cevabını verecektirler. Öğretmen kesirlerde toplama ve çıkarma işleminde olduğu gibi kesirlerde bölme işleminde de ilk adımın payda eşitlemek olduğunu söyler ve kesir ile doğal sayının paydalarını eşitler.

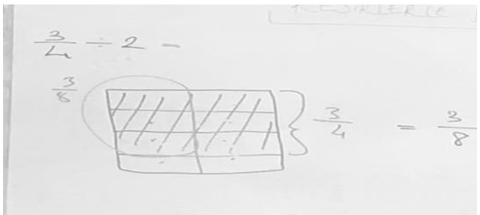
½ ÷ 5 $= \frac{1}{2} \div \frac{10}{2}$

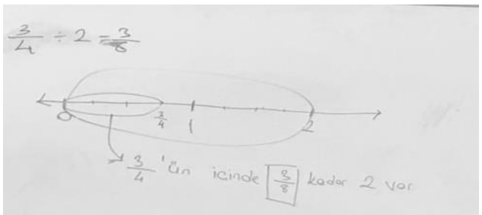
İşlem bu hale geldikten sonra öğretmen, *"İlk kesrin payını ikinci kesrin payın bölüp sonucun payına, ilk kesrin paydasını ikinci kesrin paydasına bölüp sonucun paydasına yazarız."* diyerek öğrencilere hangi işlemleri yapacağını açıklar.

$\frac{1}{2} \div \frac{10}{2} = \frac{1/10}{1} = 1/10 = \frac{1}{10}$

Şekil 4.14. ÖA2'nin birinci DP'deki sayısal temsili

ÖA2'nin açıklamaları incelendiğinde, sayısal temsil olarak kullandığı ortak payda algoritmasının adımları ile ilgili açıklamalar yapmıştır. Kesirlerle bölme işlemini yaparken kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerinde olduğu gibi öncelikle paydaları eşitlemeleri gerektiğini öğrencilere söylemeyi planlamıştır. ÖA2 ilerleyen süreçlerde kesirlerle bölme işlemini öğrencilerin daha iyi anlayabileceği varsayımıyla alan modeli temsilinden yararlanmıştır. Şekil 4.15'te ÖA2'nin ÖS'sinden alınan temsil kullanımları yer almaktadır.





Şekil 4.15. ÖA2'nin ÖS'de alan ve sayı doğrusu temsilleri

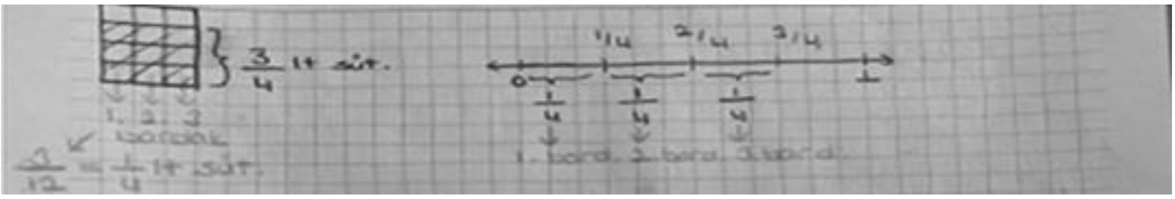
ÖA2 üçüncü DP'ye yönelik yapılan görüşmede sadece alan modeli temsilini kullanacağını belirtmesine karşın ÖS'de sayı doğrusu modelinden de faydalanmıştır. ÖS üzerine yapılan görüşmede sayı doğrusu temsilinden yararlanmasının gerekçesini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

ÖA2: $\frac{3}{4}$*'ü 2'ye bölüyordum sanırım burada direkt eş parçalamaya gittim. Orada benim bir hatam vardı hani eş parçalama anlamında. Çünkü onu da şundan dolayı yaptım* $\frac{3}{4}$*'ün arasında 2'yi göstermeyi ben sayı doğrusu ile gösterebilirim ama alan modeli ile anlayacaklarını sanmıyordum, sayı doğrusu daha kolaydı. Planımda da sayı doğrusuna yer vermemiştim aslında bunu daha iyi anladılar bence. Çalışmalarımızda iyi ki yapmışız*

> *elimin alında oldu gibi bir şey. Aslında vermeyi düşünmüyordum.*

ÖA2 sadece alan modeli temsilini kullanırken bölmenin eş paylaştırma anlamından yararlanmış ve bir bütünü dikdörtgen ile gösterip $\frac{3}{4}$'ü temsil edecek şekilde taramıştır. Daha sonra "$\frac{3}{4}: 2$" işlemini göstermek için modeli iki eş parçaya ayırmıştır. Bu işlem sonucunda elde ettiği her bir parçanın bütünün $\frac{3}{8}$'üne karşılık geldiğini belirtmiştir. Fakat öğrencilerin alan modeli temsili üzerinde bölme işlemini anlamadıklarını fark edince MGS'deki çalışmalarından hatırladığı sayı doğru temsilinden yararlanarak $\frac{3}{4}$'ü sayı doğrusu üzerinde göstermiş ve 2'nin ne kadarının $\frac{3}{4}$'ün içinde olduğunu belirtmiştir. ÖA2 alan modeli temsilinde eş paylaştırmadan faydalanırken sayı doğrusu temsilinde ölçme anlamından yararlanmıştır. ÖA2'nin bu süreçte iki temsili birbiri ile ilişkilendirmeden kullandığı görülmüştür.

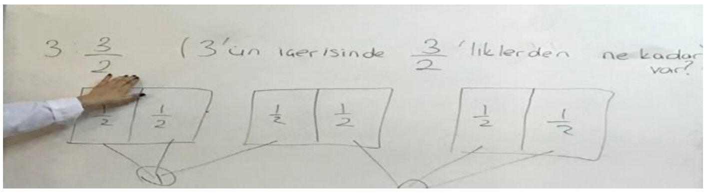
ÖA4 te ÖA2'ye benzer şekilde ilk iki DP'de kullandığı farklı temsilleri birbiri ile ilişkilendirmemiştir. Üçüncü DP'de ise alan modeli ve sayı doğrusu temsillerini ilişkilendireceğini gösteren ifadelere yer vermiştir. Şekil 4.16'da ÖA4'ün *"$\frac{3}{4}$ litre süt 3 eşit bardağa doldurulacaktır. Buna göre her bir bardakta kaç litre süt olur?"* örneğinde kullanacağı temsiller verilmektedir.



Şekil 4.16. ÖA4'ün ikinci kazanımda yararlandığı temsiller

ÖA4 $\frac{3}{4}$'ü 3 eş parçaya ayırma ile ilgili örneğini öğrencilere gösterirken alan modeli ve sayı doğrusu temsillerinden yararlanmıştır. Alan modeli temsilinde ilk olarak bir dikdörtgen üzerinde $\frac{3}{4}$'ü gösterip ardından $\frac{3}{4}$'lük kısmı üç eş parçaya ayırmıştır. Elde ettiği her bir parçanın $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ litre süt olduğunu ifade edip bu miktarında bir bardağa karşılık geldiğini belirtmiştir. Sayı doğrusu temsilinde ise bir bütünü ilk olarak 4 eş parçaya ayırarak $\frac{3}{4}$'ü belirlemiş ve ardından $\frac{3}{4}$'ü 3 eş parçaya ayırarak her bir parçanın $\frac{1}{4}$ litre süte karşılık geldiğini göstermiştir. ÖA4 her iki gösterimde benzer adımları uygulayarak işlemi gerçekleştirmiş ve böylelikle iki temsil arasındaki ilişkiyi öğrencilerin fark etmelerine yönelik bir öğretim planlamıştır.

ÖA1 ise ilk iki DP'de alan modeli temsilinin yanında sayısal temsile yer vermeyi planlamış, üçüncü DP ve ÖS'de sadece alan modeli temsili ile ikinci kazanımı anlamlandırmaya çalışmıştır. Şekil 4.17'de ÖS'de kullandığı temsil seçimi verilmektedir.



Şekil 4.17. ÖA1'in ÖS'de kullandığı alan modeli temsili

ÖA1 "$3{:}\frac{3}{2}$" işlemini alan modeli temsili ile gösterirken ilk olarak 3 bütün çizip her bir bütünü iki eş parçaya ayırmıştır. Ardından $\frac{3}{2}$ kesrini 3 tane $\frac{1}{2}$ kesrinin toplamı şeklinde ele alarak 3 bütün içindeki $\frac{3}{2}$'leri göstermiştir. Alan modeli temsili ile yaptığı bu işlemin açıklamasını da tahtaya yazmıştır. ÖA1 ilk iki DP'de ters çevir çarp algoritmasını öğrencilere vererek ezbere bir öğretim yapmayı planlarken üçüncü DP ve ÖS'de bölme işleminin ne anlama geldiğini açıklayan sözel ifadelerinin yanında alan modeli temsilini de kullanmıştır.

İlk iki DP'de her ne kadar farklı temsillere yer veren öğretmen adayları olsa da bu temsilleri birbirleri ile ilişkilendirmede sınırlı kalmışlardır (ÖA3 hariç). Öğretmen adaylarının tümü üçüncü DP ve ÖS'lerinde kullandıkları modellerde bölme işleminin anlamına vurgu yapmışlardır. Bu durumun MGS'nin kesirlerle bölmede modellerin kullanımını içeren oturumlarında (6.-7. Oturumlar) modellerin birbirleri ile ilişkilerini açıklayan çalışmalardan etkilendikleri düşünülebilir. Bu oturumlar sonrasında örnek çözümlerinde alan modeli temsilinin yanında sayı doğrusu temsiline de yer vererek birbirleri ile ilişkilendirmelerinin öğrenci anlamalarında etkili rol oynadığı söylenebilir. Ayrıca algoritma ile ezbere çözümler yerine model temsillerinden yararlanma yönündeki değişimlerinin işlemin anlamını kazandırmada önemli role sahip olduğu düşünülebilir.

4.3.4 Üçüncü Kazanımda Kullanılan Temsiller

Tablo 4.18'de öğretmen adaylarının üçüncü kazanımda kullandıkları temsil seçimleri yer almaktadır.

Tablo 4.18. *Öğretmen Adaylarının Üçüncü Kazanımda Kullandıkları Temsiller*

Üçüncü Kazanım	**1. DP**	**2. DP**	**3. DP**	**ÖS**
ÖA1	AMT TÇÇA	TÇÇA	AMT TÇÇA	AMT TÇÇA
ÖA2	OPA	OPA	AMT TÇÇA	AMT TÇÇA
ÖA3	OPA	OPA	AMT SDT OPA TÇÇA	AMT SDT OPA TÇÇA
ÖA4	AMT SDT	SDT OPA TÇÇA	AMT SDT TÇÇA	AMT SDT TÇÇA

AMT: Alan modeli temsili
SDT: Sayı doğrusu temsili
OPA: Ortak payda algoritması
TÇÇA: Ters çevir çarp algoritması

Tablo 4.18'de görüldüğü gibi ÖA1 ikinci DP'de ters çevir çarp algoritmasını, ilk ve üçüncü DP'ler ve ÖS'de alan modeli temsili ve ters çevir çarp algoritmasını kullanmıştır. ÖA2 ilk iki DP'de ortak payda algoritmasına, üçüncü DP ve ÖS'de alan modeli temsili ve ters çevir çarp algoritmasına yer vermiştir. ÖA3 ilk iki DP'de ortak payda algoritmasını, üçüncü DP ve ÖS'de alan modeli ve sayı doğrusu temsilleri ortak payda algoritmasını ilişkilendirmiş ardından ters çevir çarp algoritmasını kullanmıştır. ÖA4 ilk DP'de alan modeli ve sayı doğrusu temsillerini birbirleri ile ilişkili kullanmayı planlamış, ikinci DP'de sayı doğrusu temsili ve ortak payda algoritmasını ilişkilendirip ardından ters çevir çarp algoritmasını, üçüncü DP ve ÖS'de sayı doğrusu ve alan modeli temsillerini birbirleri ile ilişkilendirmiş ve ters çevir çarp algoritmasını kullanmıştır.

ÖA2 ilk iki DP'de sadece ters çevir çarp algoritması kullanmıştır. İkinci DP'ye yönelik yapılan görüşmede "$\frac{2}{5}:\frac{3}{4}$" işlemini gösterirken kullandığı ters çevir çarp algoritmasını aşağıdaki şekilde açıklamıştır.

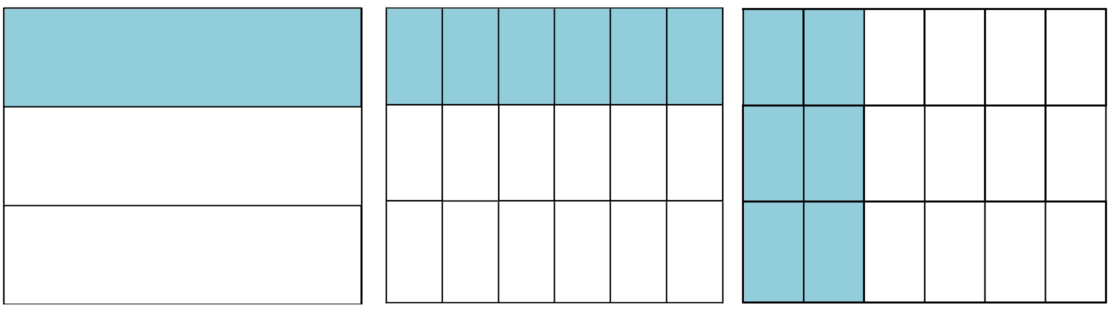
ÖA2: *...bölünen kesir $\frac{2}{5}$ olduğu için, yani işlemden etkilenen kesir $\frac{2}{5}$ olduğu için eşittirin sağ tarafına $\frac{2}{5}$ kesri yazılır. Bölme işlemini çarpma işlemine çevirdiğimiz için bölme işareti yerine çarpma işareti koyulur. İşlemde bölen kesrin, yani $\frac{3}{4}$ kesrinin işlevinin $\frac{2}{5}$ kesrini $\frac{3}{4}$'e bölmek olduğunu, ama bizim bölme işlemini çarpma işlemine çevirdiğimiz için, $\frac{3}{4}$ kesrini de çarpmaya göre tersine çevirmemiz gerektiği söylenir. Çarpma işaretinin yanına da $\frac{3}{4}$'ün tersi olan $\frac{4}{3}$ kesri yazılır.*

$$\frac{2}{5}:\frac{3}{4}=\frac{2}{5}\times\frac{4}{3}$$

Bu evrede öğrencilere, artık kesirlerde bölme işlemini kesirlerde çarpma işlemine çevirdiğimizi ve çarpma işlemini yapacağımız söylenir, çarpma işlemi yapılır.

$$\frac{2}{5}:\frac{3}{4}=\frac{2}{5}\times\frac{4}{3}=\frac{8}{15}$$

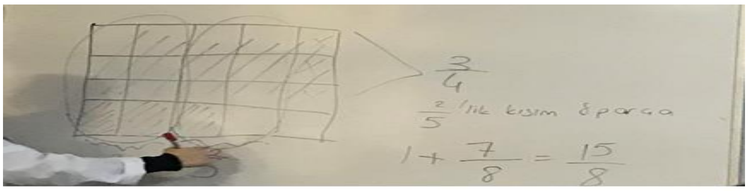
ÖA2'nin açıklaması kesirlere bölme işleminin anlamına odaklanmayıp sadece işlemsel olarak ele almayı planladığını görülmüştür. Ancak üçüncü DP ve ÖS'de bölme işleminin anlamını yansıtan alan modeli temsilini Şekil 4.18'deki gibi kullanmıştır.



Şekil 4.18. ÖA2'nin üçüncü kazanıma yönelik alan modeli temsili

ÖA2 "$\frac{1}{3}:\frac{1}{6}$" işlemini alan modeli temsili ile göstermek için önce bir bütünü soldaki şekilde görüldüğü gibi yatay olarak 3 eşit parçaya bölmüş ve $\frac{1}{3}$ kesrini tarayarak göstermiştir. Daha sonra bütünü dikey olarak 6 eş parçaya bölmüş ve böylece her dikey sütun $\frac{1}{6}$ kesrine karşı gelmiştir. Bu işlemler sonucunda ortadaki resimde oluşan kutuları sağdaki resimdeki gibi sütunlara taşıyarak 2 sütun elde etmiş ve $\frac{1}{6}$'lerden 2 tane olduğunu göstermiştir. Bu gösteriminin ardından ters çevir çarp algoritmasını kullanmayı planlamıştır.

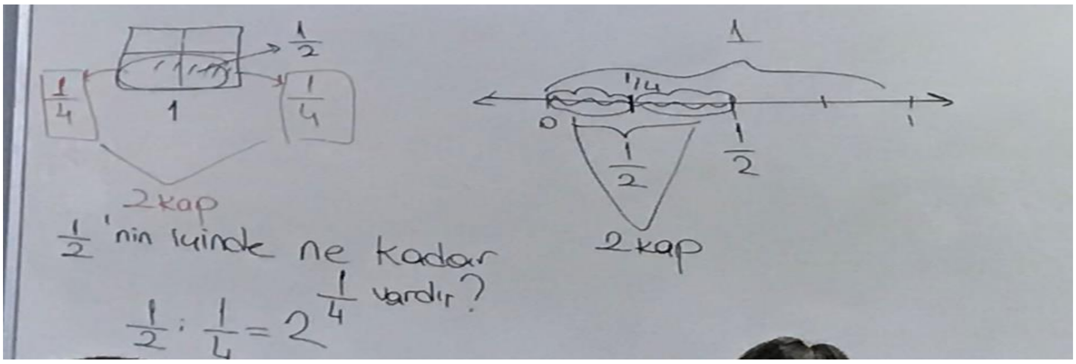
ÖA1 üçüncü DP ve ÖS'de örnek çözümlerinde alan temsili ve ters çevir çarp algoritmasından yararlanmıştır. Şekil 4.19'da ÖS'de "$\frac{3}{4}:\frac{2}{5}$" örnek çözümüne yönelik kullandığı alan modeli temsili verilmiştir.



Şekil 4.19. ÖA1'in kullandığı alan modeli temsili

ÖA1 ilk olarak bir kareyi yatay bir şekilde 4 eş parçaya ayırmış, $\frac{3}{4}$'ü temsil eden kısmı taramıştır. Ardından $\frac{3}{4}$'ün içinde ne kadar $\frac{2}{5}$ olduğunu bulmak için bütünü dikey bir şekilde 5 eş parçaya bölmüş ve 20 eş parça oluşturmuştur. Çizmiş olduğu şekilde dikeyde 5 eş parça olduğu için $\frac{3}{4}$'e karşılık gelen taralı yatay kısmı dikey olarak taşımıştır. İlk olarak 1 tane $\frac{2}{5}$'yi göstermiş ardından kalan taralı kısmın $\frac{2}{5}$'nin $\frac{7}{8}$'si kadar olduğunu belirlemiştir. Bu durumda 1 ile $\frac{7}{8}$'yi toplamış, $\frac{3}{4}$'ün içinde $\frac{15}{8}$ kadar $\frac{2}{5}$ olduğunu belirtmiştir. Alan modeli temsilini uygun bir şekilde gösteren ÖA1 ardından ters çevir çarp algoritması ile bölme işlemini yapmıştır.

ÖA4 üçüncü DP ve ÖS'de örnek çözümlerinde farklı temsillerden yararlanmıştır. Şekil 4.20'de ÖA4'ün ÖS'sinden alınan alan modeli ve sayı doğrusu temsillerini nasıl kullandığı gösterilmiştir.



Şekil 4.20. ÖA4'ün kullandığı alan modeli ve sayı doğrusu modeli temsilleri

ÖA4 $\frac{1}{2}$'in içinde ne kadar $\frac{1}{4}$ olduğunu bulmaya yönelik örneğini gösterirken alan modeli ve sayı doğrusu temsilinden yararlanmıştır. Alan modeli temsilinde ilk olarak bir dikdörtgen üzerinde $\frac{1}{2}$'i göstermiş ardından $\frac{1}{4}$'lik eş parçalara ayırmıştır. $\frac{1}{2}$'in içinde elde ettiği $\frac{1}{4}$'leri gösterip 2 sonucuna ulaşmıştır. Sayı doğrusu temsilinde ise bir bütün içinde ilk olarak $\frac{1}{2}$'i belirtmiş ve ardından bütünü 4 eş parçaya ayırarak $\frac{1}{2}$'in içindeki 2 tane $\frac{1}{4}$'lik parçaların toplamda 2'ye karşılık geldiğini göstermiştir. ÖA4 her iki gösterimde benzer adımları uygulayarak işlemi gerçekleştirmiş ve böylelikle iki temsil arasındaki ilişkiyi öğrencilerin fark etmelerine yönelik bir öğretim planlamıştır. Ancak bu kazanımın ilerleyen bölümünde *"$\frac{15}{7}$ litre su $\frac{3}{28}$ litrelik buz kalıplarına doldurulacaktır. Buna göre ne kadar buz kalıbına ihtiyaç vardır?"* örneğinde kullandığı temsilleri değiştirdiği görülmektedir. ÖA4 üçüncü DP'ye yönelik yapılan görüşmede aşağıdaki ifadelere yer vermiştir.

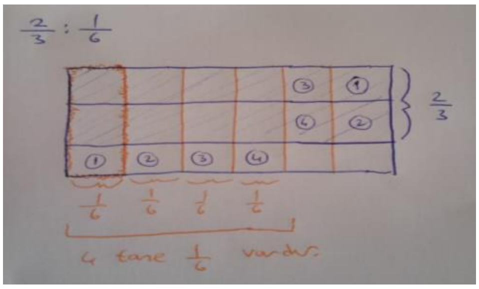
ÖA4: *Öğrencilerden "Önceki sorulardaki gibi şekil çizelim." yanıtları gelecektir. Öğrencilerle bu problem için model çiziminin zor olacağı ve zaman alacağı hakkında konuşulur. Bu problemde bölme işlemi yapılacağı fikri üzerinde de konuşulduktan sonra "burada hangi işlemle sonucu bulabiliriz" diye sorarak, $\frac{15}{7}:\frac{3}{28}$ işleminin yapılması gerektiğine ulaşılmaya çalışılır. Sonra öğretmen "Peki o zaman nasıl yapabiliriz bu işlemi?" diye sorar. ... "Aynı birim üzerinde işlem yapmak için paydaları eşitliyorduk, burada da eşitleyebiliriz." der ve payda eşitleme yaparak $\frac{60}{28}:\frac{3}{28}$ yazar.*

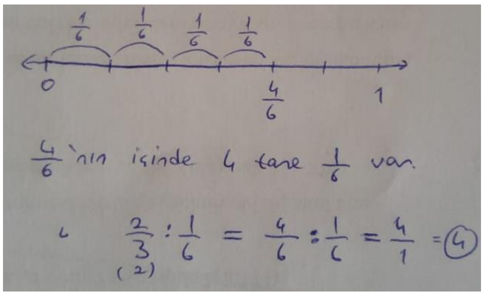
ÖA4 her örnek için model temsili kullanımının zorluğunu gerekçe göstererek, çözümlerin payda eşitleyerek yapılabileceğini belirtmiştir. Ardından bu durumu genelleyebilmek için aşağıdaki açıklamalara yer vermiştir.

ÖA4: *Öğretmen bunu genellemek için tahtaya* $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}$ *yazar. "Az önce yaptıklarımızı burada tekrar uygulayalım." der ve paydaları eşitler* $\frac{a\times d}{b\times d}:\frac{b\times c}{b\times d}$ *yazar. Payları kendi aralarında, paydaları kendi aralarında bölerek* $\frac{a\times d:b\times c}{b\times d:b\times d}=\frac{a\times d:b\times c}{1}=a\times d:b\times c$ *yazar.*

ÖA4'ün bu açıklamaları dikkate alındığında ters çevir çarp algoritmasını ortak payda algoritması ile ilişkilendirerek yer vermeyi planladığı görülmektedir.

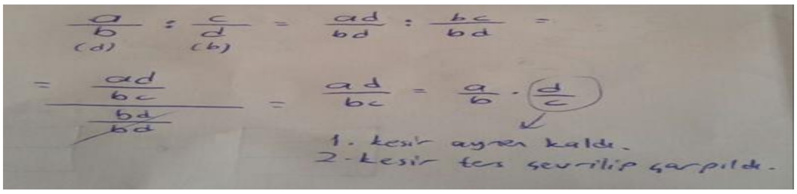
ÖA3 ilk iki DP'ye kadar ortak payda algoritmasından yararlanmış, üçüncü DP ve ÖS'de alan modeli ve sayı doğrusu temsillerini de kullanmıştır. Üçüncü DP'deki temsilleri Şekil 4.21'de verilmiştir.





Şekil 4.21. ÖA3'ün kullandığı temsil şekilleri

ÖA3 üçüncü DP'de *"Ali'nin annesi* $\frac{2}{3}$ *litrelik sütü* $\frac{1}{6}$ *litrelik bardaklara koyacaktır. Bu iş için kaç tane bardağa ihtiyaç vardır?"* örneğine ilişkin alan modeli temsilini kullanırken ilk olarak bir bütünü yatay bir şekilde 3 eş parçaya ayırmış iki parçasını taramıştır. Ardından aynı bütünü dikey olarak 6 eş parçaya bölmüş ve bu aşamada $\frac{2}{3}$'nin içinde $\frac{1}{6}$'lik parçanın 4 tane olduğunu göstermiştir. Sayı doğrusu temsilini kullanırken ise ilk olarak bir bütünü 6 eş parçaya bölmüş ve $\frac{2}{3}$'ye denk olan $\frac{4}{6}$ kesrini sayı doğrusuna yerleştirmiştir. Ardından $\frac{1}{6}$'lik parçalardan 4 tane olduğunu göstermiştir. Bu temsillerin ardından ortak payda algoritmasından yararlanmıştır. Sayı doğrusu temsilinde, yer verdiği kesirleri aynı birim cinsinden ifade etme yaklaşımını ortak payda algoritmasında da belirterek model ve sayısal temsilleri birbiri ile ilişkilendirmiştir. ÖA3 bu kazanımda ters çevir çarp algoritmasını Şekil 4.22'deki gibi kullanmayı planlamıştır.



Şekil 4.22. ÖA3'ün kullandığı ortak payda algoritması temsili

ÖA3 ters çevir çarp algoritmasını ortak payda ile göstermiştir. Üçüncü DP'yi değerlendirme görüşmesinde *"Öğrenciler kesirlerde bölmenin anlamını kavradıktan sonra artık daha pratik işlem yapabilmeleri için ters çevir çarp algoritması öğrencilere gösterilir."* ifadeleri dikkate alındığında, öğrencilere algoritmayı pratik yol olarak göstereceğini belirtmektedir. Bu açıklamaları doğrultusunda ÖA3'ün ters çevir çarp algoritmasından yararlandığı diğer temsil şekillerini ise ilişki kurmadan yer vereceği görülmektedir.

Sonuç olarak öğretmen adaylarından ÖA4 ve ÖA3 model temsillerini ve ortak payda algoritmasını birbirleri ile ilişkilendirirken, ÖA1 ve ÖA2 alan modeli temsili ile ters çevir çarp algoritmasından faydalanmışlardır. Öğretmen adaylarının MGS'nin kesirlerle bölmede algoritma ve model temsillerini içeren oturumları (6.-7.-8. Oturumlar) sonrasında temsilleri ve birbirleri ile ilişkilerini kullanmayı bu kazanımda da yansıttıkları düşünülebilir. Özellikle ortak payda algoritması ile model temsillerinin ilişkilendirilmesi de farklı temsil şekillerinin kullanılması ile karşımıza çıkmaktadır. Bu yaklaşımla öğrencilerin farklı temsilleri birbirleri ile ilişkilendirmelerinde ve kesirlere bölmeyi anlamlandırmalarında faydalı olabileceği söylenebilir.

4.3.5 Dördüncü Kazanımda Kullanılan Temsiller

Öğretmen adayları tüm DP'ler ve ÖS'lerde bu kazanım için sayısal temsillerden olan ters çevir çarp veya ortak payda algoritmalarından yaralanmışlardır.

Öğretmen adayları ilk olarak örneğe yönelik sonuçları öğrencilerin tahmin etmelerini, daha sonra işlemin sonucunu algoritmalar yardımıyla buldurarak iki sonucu karşılaştırmalarını istemişler. Örneğin, ÖA1'in üçüncü DP ve ÖS'de *"$\frac{5}{6}$ kg elma $\frac{21}{40}$ kg'lık poşetlere konulacaktır. Bu iş için kaç poşet gerektiğini tahmin ederek bulalım ve gerçek sonucu ile karşılaştıralım."* örneği için kullandığı temsiller Şekil 4.23'te verilmektedir.

Tahmini çözüm: ($\frac{5}{6}$) =1' e yuvarlanır. ($\frac{21}{40}$) = $\frac{1}{2}$' e yuvarlanır. 1: $\frac{1}{2}$ = 2

Gerçek sonuç :ters çevirip çarp algoritmasından :

$\frac{5}{6}:\frac{21}{40}=\frac{5}{6}\ x\ \frac{40}{21}=\frac{100}{63}$

Şekil 4.23. ÖA1'in kullandığı ters çevir çarp algoritması

ÖA1 örnek çözümünde ilk olarak $\frac{5}{6}$'i 1'e, $\frac{21}{40}$'i $\frac{1}{2}$'e yuvarlayıp algoritma kullanarak "1:$\frac{1}{2}$" işleminin sonucu yazmış, daha sonra gerçek sonucu bulmak için ters çevir çarp algoritmasını kullanmıştır.

Öğretmen adaylarının bu kazanımda temsil seçimleri tüm süreç boyunca aynı kalmıştır. Sadece ÖA2 birinci DP'de kazanımı unuttuğundan, ÖS'de ise süresi yetmediğinden dolayı bu kazanıma yer verememiştir. Bu nedenle herhangi bir temsil kullanamamıştır. Sonuç olarak öğretmen adayları, kesirlerle bölmenin ne anlama geldiğini öğrencilerin bildiklerini varsaymışlar ve bu kazanımın gerekli olmadığını düşünerek süreyi daha verimli kullanmak için farklı temsiller yerine sadece sayısal temsillere yer vermişlerdir.

4.3.6 Beşinci Kazanımda Kullanılan Temsiller

Tablo 4.19'da öğretmen adaylarının beşinci kazanımda kullandıkları temsil seçimleri yer almaktadır.

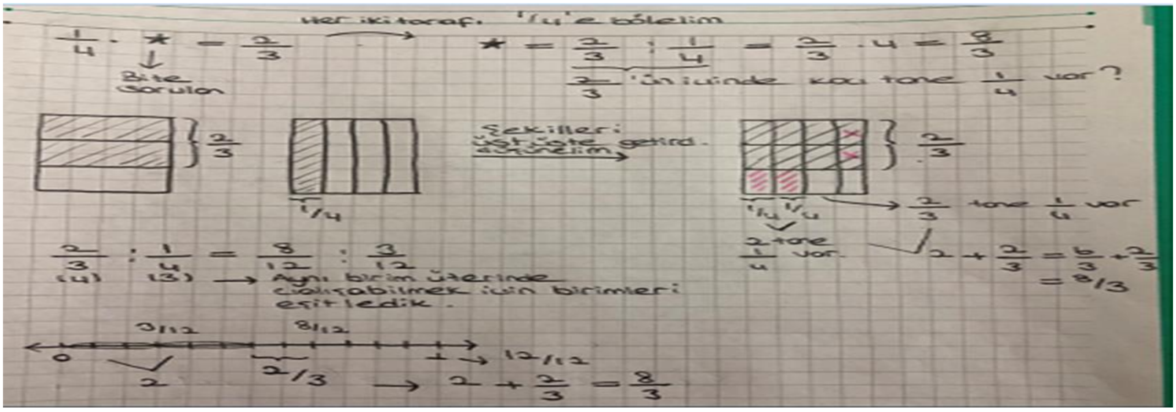
Tablo 4.19. *Öğretmen Adaylarının Beşinci Kazanımda Kullandıkları Temsiller*

Beşinci Kazanım	1. DP	2. DP	3. DP	ÖS
ÖA1	TÇÇA	TÇÇA	TÇÇA	TÇÇA
ÖA2	-	TÇÇA	TÇÇA	TÇÇA
ÖA3	OPA	OPA	TÇÇA	TÇÇA
ÖA4	TÇÇA	TÇÇA OPA	AMT SDT OPA TÇÇA	AMT SDT OPA TÇÇA

TÇÇA: Ters çevir çarp algoritması
OPA: Ortak Payda Algoritması
AMT: Alan modeli temsili
SDT: Sayı doğrusu temsili

Tablo 4.19'da görüldüğü gibi ÖA1, ÖA2 (ilk DP hariç) tüm süreçte ters çevir çarp algoritmasını, ÖA3 ilk iki DP'de ortak payda algoritmasını ve üçüncü DP ve ÖS'de ters çevir çarp algoritmasını kullanmıştır. ÖA4 ilk DP'de ters çevir çarp algoritmasını, ikinci DP'de ek olarak ortak payda algoritmasını, üçüncü DP ve ÖS'de ise model temsilleri ve ortak payda algoritmasını birbirleri ile ilişkilenmiş ardından ters çevir çarp algoritmasından faydalanmıştır.

Öğretmen adayları ilk iki DP'de örnek çözümlerindeki temsil seçimlerini genel olarak algoritmalardan yana kullanmışlardır. Örneğin, ÖA4 ilk iki DP'de diğer öğretmen adayları gibi algoritmadan yararlanmıştır. Üçüncü DP'de ve paralel olarak ÖS'de temsil seçimlerini genişleterek alan modeli ve sayı doğrusu temsillerine de yer vermiştir. ÖA4'ün *"Beyza bir kitabın $\frac{2}{3}$'ünü okumuştur. Yiğit ise aynı kitabın $\frac{1}{4}$'ünü okumuştur. Beyza, Yiğit'ten kaç kat fazla kitap okumuştur?"* örneğine ilişkin Şekil 4.24' te yararlandığı temsiller gösterilmiştir.



Şekil 4.24. ÖA4'ün kullandığı temsiller

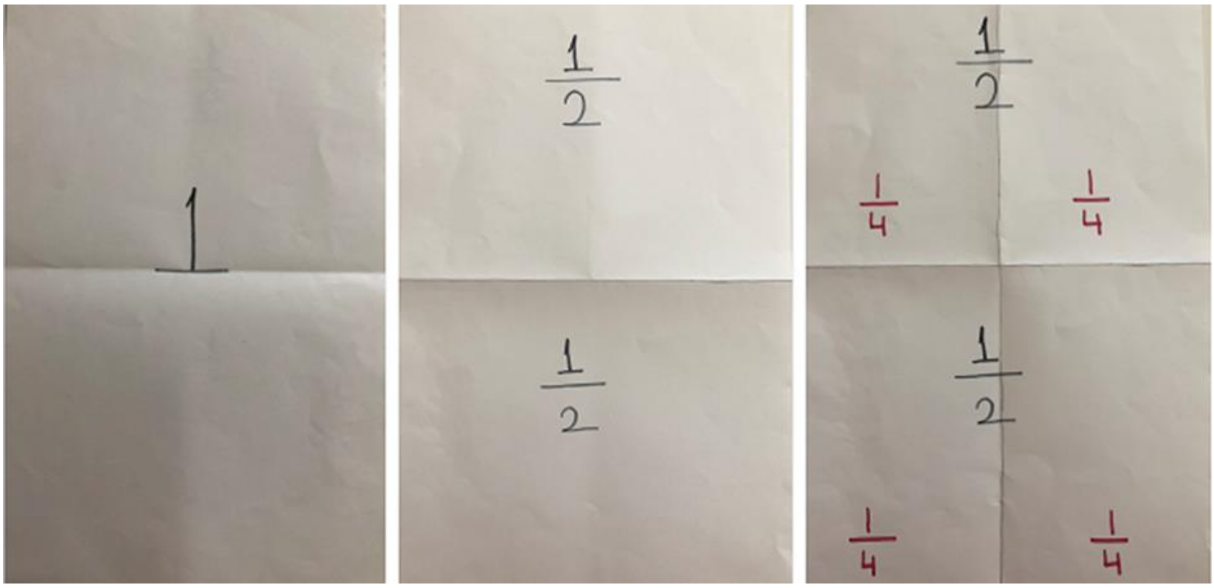
ÖA4'ün temsilleri kullanıma biçimi daha önceki kazanımlardakine benzerlikler göstermektedir. İlk olarak çarpma işlemi yardımıyla tanımladığı işlemde ★'ı bulabilmek için bölme işleminden faydalanmıştır. Bunu gösterirken ters çevir çarp algoritmasını kullanmıştır. Algoritma ile yaptığı çözümün altına her ne kadar işlemin anlamını yazmış olsa da yaptığı işlem ile anlamı arasında bir ilişki kuramamıştır. Daha sonra $\frac{2}{3}$'nin içindeki $\frac{1}{4}$'i bulmayı öğrencilere gösterirken alan modeli temsili, sayı doğrusu temsili ve ortak payda algoritmasından yararlanmayı planlamıştır. Alan modeli temsilinde ilk olarak bir dikdörtgen üzerinde $\frac{2}{3}$'yi, ardından çizmiş olduğu dikdörtgene eş başka bir dikdörtgende $\frac{1}{4}$'i göstermiştir. Son olarak bu dikdörtgenleri üst üste yerleştirerek $\frac{2}{3}$'nin içindeki $\frac{1}{4}$'leri belirleyebilmek için taşıma işlemi yapmıştır. İlk olarak 2 tane $\frac{1}{4}$'in olduğunu daha sonra kalan parçanın $\frac{2}{3}$'lik kısma karşılık geldiğini belirtip 2 ile $\frac{2}{3}$'yi toplamıştır. Sayı doğrusu temsilini kullanırken ilk olarak bir bütünü 12 eş parçaya bölmüş ve $\frac{2}{3}$'ye denk olan $\frac{8}{12}$ kesrini sayı doğrusuna yerleştirmiştir. Ardından $\frac{1}{4}$'lik parçalardan ilk olarak 2 tane olduğunu belirginleştirerek, kalan $\frac{2}{3}$'lik parçayı göstermiştir. Sayı doğrusu temsilinde yer verdiği kesirleri aynı birim cinsinden ifade etme yaklaşımını ortak payda algoritmasında belirterek temsilleri birbirleri ile ilişkilendirmiştir.

MGS oturumlarında farklı temsiller yardımıyla problem çözümlerine yer verilmiş olmasına rağmen sadece bir öğretmen adayı farklı temsilleri kullanmıştır. Öğretmen adaylarının daha önceki kazanımlarda model temsillerini kullanmış olmaları nedeniyle burada daha çok farklı temsiller kullanarak problem çözmek yerine daha çok farklı türden problemlere odaklandıkları düşünülmektedir.

4.4 Öğretim Materyallerinin Kullanımı

Öğretmen adayları bu alt bileşende yalnızca üçüncü DP ve ÖS'de sadece birinci kazanıma ilişkin bir çeşit öğretim materyali olarak A4 kâğıdını kullanmışlardır.

Örneğin, ÖA4 birinci kazanım için Şekil 4.25'te verilen A4 kâğıdını öğrencilere dağıtmış ve ilk önce bir bütün içindeki yarımları göstererek A4 kâğıdını yatay bir şekilde ortadan ikiye katlamış, ardından çeyrekleri göstermek için dikey olarak katlamıştır ve her bir parçanın üzerine elde edilen kesirleri yazmıştır. Diğer öğretmen adayları da üçüncü DP ve ÖS'de A4 kâğıdını benzer şekilde öğretim materyali olarak kullanmışlardır.



Şekil 4.25. ÖA4'ün birinci kazanım için kullandığı materyal

Sonuç olarak tüm öğretmen adayları öğretim materyallerinin kullanımında sadece birinci kazanım için tek bir materyale yer vererek öğrencilerin aşina oldukları yarım, çeyrek gibi kesirleri göstermeyi amaçlamışlardır. Bu tutumun sebebi olarak, i) öğretmen adaylarının kendi öğretim süreçlerinde öğretim materyalleri ile çok sık karşılaşmamaları, ii) MGS'deki oturumlarda materyal kullanımının önemine ilişkin açıklamaların yapılmaması, iii) öğretmen adaylarının öğretimde kullanılabilecek potansiyel öğretim materyallerini araştırmamaları olduğunu söylenebilir.

4.5 Bulguların Özeti

Bu bölümde DB bileşeni altındaki örneklerin seçimi, öğretmenin gösterimleri, temsillerin seçimi ve öğretim materyallerinin kullanımı alt bileşenleri çerçevesinde öğretmen adaylarının ön bilgileri hatırlatma ve kazanımlar bazındaki değişimler özet olarak verilmiştir.

4.5.1 Örneklerin Seçimindeki Değişimler

Öğretmen adaylarının DP'ler ve ÖS'de seçtikleri örneklerin incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular, kavram ve işlemlerin öğrenilmesine yönelik ve kavram ve işlemleri pekiştirmeye yönelik örnekler başlıkları altında verilmiştir. Kavram ve işlemlerin öğrenilmesini içeren örneklere yönelik bulgular ön bilgileri hatırlatma ve kazanımlar bazında, kavram ve işlemleri pekiştirmeyi amaçlayan örneklere yönelik bulgular ise DP'ler ve ÖS'ler çerçevesinde sunulmuştur.

Ön bilgileri hatırlatırken öğretmen adaylarından üçü bölme kavramı ve işlemini içeren örneklere yer vermişlerdir. İlk DP'de bölmenin sadece eş paylaştırma anlamını içeren örnekler kullanmışlar, ikinci ve üçüncü DP'ler ve ÖS'lerde bölmenin eş paylaştırma ve gruplama anlamına ve işlemsel yönüne vurgu yapmışlardır. Bir öğretmen adayı ise kesir kavramını ve kesirleri karşılaştırmaya yönelik örnekler kullanmış ve bu örnekleri tüm DP'ler ve ÖS'de değiştirmemiştir. Genel olarak öğretmen adaylarının MGS'nin bölme ve kesir oturumlarının tamamlanmasıyla ön bilgileri hatırlatırken seçtikleri örneklerde değişimler gözlemlenmiştir.

Birinci kazanımda öğretmen adayları genel olarak birinci ve ikinci DP'lerde kazanımı içeren kesirlerin yanı sıra ve kazanımın dışındaki kesirleri içeren örnekleri ele almışlardır. Üçüncü DP ve ÖS'de öğretmen adaylarının tümü "$1:\frac{1}{2}$" ve "$1:\frac{1}{4}$" işlemlerinin ne anlama geldiği üzerine tartışmışlar ve öğrencilerin birinci kazanıma ilişkin akıl yürütmelerini desteklemişlerdir. Öğrencilerin bütün içindeki parça sayısını bulmak için 1 doğal sayısını kullanmışlar ve katılımlarını sağlamışlardır.

Öğretmen adayları ikinci ve üçüncü kazanımlar için ilk iki DP'de matematiksel kavram ve işlemleri içermeyen, sonucu doğal sayı çıkan örnekler seçmişlerdir. Öğretmen adaylarının bu örnekleri seçmelerinin altındaki düşüncenin genel olarak algoritma temelli çözüm yaklaşımları kullanma düşünceleri olduğu görülmüştür. Üçüncü DP'ler ve ÖS'de sonucu doğal sayı çıkan ve çıkmayan gerçek yaşam durumu içeren örnekler de eklemişler böylece ve öğrencilerin kavramları ve işlemleri yapılandırmalarını sağlamışlardır.

Dördüncü kazanımda öğretmen adayları genel olarak ilk DP'de kesirlerle yuvarlamayı gerektiren örneklere, daha sonra ise tahminle kesirlerle bölme işlemi gerektiren sözel problemleri içeren örneklere yer vermişlerdir.

Beşinci kazanımda ise ilk iki DP'de kesirlerle bölmeyi gerektiren eş paylaştırma ve gruplamayı içeren sözel problemlere yer vermişlerdir. Seçtikleri örnekleri üçüncü DP'ler ve ÖS'lerde karşılaştırmalı bölmeyi de içeren örneklerle genişletmişlerdir. Öğretmen adaylarının örnek seçimlerindeki değişimlerin MGS'de yer alan kesirlerle bölme problemlerini içeren oturumların tamamlanmasıyla değişim gösterdikleri düşünülebilir.

Kavram ve işlemleri pekiştirme için öğretmen adayları genel olarak ikinci ve üçüncü DP'lerde öğrencilere kesirlerle bölme işlemini gerektiren alıştırmaları ödev olarak vermişlerdir. Bu alıştırmalarda DP'lerde yer verdikleri örneklerin sadece sayılarını değiştirip öğrencilerin işlem becerilerini geliştirmeyi düşünmüşler ve yeterli özeni göstermemişlerdir.

Sonuç olarak, öğretmen adayları kavram ve işlemlerin öğrenilmesine yönelik olarak ilk iki DP'de sonucu doğal sayı çıkan, eş paylaştırma ve gruplama anlamını içeren örnekler daha sonraki süreçlerde ise sonucu doğal sayı çıkmayan, günlük yaşamı içeren örnekler ve karşılaştırmayı içeren örnekleri de ekleyerek öğrenci anlamalarını destekleyecek yönde değişim göstermişlerdir. Öğretmen adayları pekiştirmeye yönelik örnekleri ilk DP'de kullanmamışlardır. İkinci ve üçüncü DP'lerde iki öğretmen adayı DP'lerde yer vermeyi planladıkları örneklerin sadece sayılarını değiştirerek ve daha çok öğrencilerin işlem becerilerini geliştirmeyi amaçlayan örnekler seçtikleri belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının kavram ve işlemlerin öğrenilmesinde kullandıkları örneklere verdikleri özeni pekiştirmeye yönelik verdikleri örneklerde göstermedikleri görülmektedir.

4.5.2 Öğretmenin Gösterimlerindeki Değişimler

Öğretmenin gösterimleri alt bileşeninde öğretmen adaylarının DP'leri ve ÖS'de elde edilen bulgular kavram ve işlemleri açıklama ve soru sorma başlıkları altında verilmiştir. Kavram ve işlemleri açıklamaya yönelik bulgular ön bilgileri hatırlatma ve kazanımlar çerçevesinde, soru sormaya yönelik bulgular ise DP'ler ve ÖS'ler çerçevesinde sunulmuştur.

Ön bilgileri hatırlatırken öğretmen adayları genel olarak ilk DP'de kesir kavramı ve kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini, birinci DP'den sonra kesir ve bölmenin farklı anlamlarını, sadece bir öğretmen adayı kesir ve kesirlerle karşılaştırmayı içeren kavram ve işlemleri açıklamıştır. Öğretmen adaylarının açıklamalarında genel olarak birinci DP'den sonra farklı kavram ve işlemlere yer vermelerinin sebebinin MGS'nin bölme ve kesir oturumlarında yapılan açıklamalardan olduğu düşünülmektedir.

Birinci kazanımda öğretmen adayları genel olarak ilk iki DP'de bütün, yarım, çeyrek gibi kavramları, üçüncü DP ve ÖS'de bu kavramlara ek olarak bölme işlemi ve anlamlarını, bir öğretmen adayı ise bu kavramların yanında ortak payda algoritmasının açıklamasına yer vermiştir. Öğretmen adayları genel olarak ikinci DP'den sonra kavram ve işlemleri A4 kâğıdı üzerinden açıklamışlar ve bölme ve kesir oturumlarından sonra bütün, yarım, çeyrek gibi kavramları bölmenin farklı anlamları ile ilişkilendirmişlerdir.

İkinci kazanımda üç öğretmen adayı genel olarak ilk iki DP'de algoritmaları kullanmış, üçüncü DP ve ÖS'de ise modeller yardımıyla kavram ve işlemleri açıklamışlardır. Bir öğretmen adayı (ÖA4) tüm süreçte kavram ve işlemleri modeller ile açıklamıştır. Öğretmen adayları kesirlerle bölmede model kullanımına yönelik (6. ve 7. oturumlar) yapılan MGS oturumlarında, sayı doğrusu ve alan modellerinin nasıl kullanıldığına ilişkin tartışmalar sonrası üçüncü DP'de modelleri kullanmayı planlamışlar ve ÖS'lerde açıklamalarını bu doğrultuda yapmışlardır.

Üçüncü kazanımda öğretmen adayları ilk iki DP'de kavram ve işlemleri açıklarken algoritmaları kullanmayı planlamış, üçüncü DP ve ÖS'de bu kavram ve işlemleri ilk olarak modeller yardımıyla açıklamış ardından algoritmaları kullanmışlardır. Öğretmen adaylarıyla ters çevir çarp algoritmasının gerekçelendirmesine yönelik MGS oturumuna (8. oturum) ilişkin tartışmalar sonrasında bu gerekçeleri üçüncü DP ve ÖS'de kullanmışlar, kuralı ezberletme eğiliminden vazgeçmişlerdir. Ayrıca kesirlerle bölme işlemini ve içerdiği kavramları öğrenmede etkili olabilecek modelleri kullanmışlardır.

Dördüncü kazanımda öğretmen adayları ilk DP'de kesirlerle yuvarlama veya tahminle kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini, birinci DP'den sonra kesirlerle yuvarlama ve tahminle kesirlerle bölme işlemini açıklamışlardır. Bu kazanıma yönelik yapılan MSG oturumundan (5. oturum) sonra öğretmen adayları genel olarak ikinci ve üçüncü DP ve ÖS'de kesirlerle bölme işleminin sonucunu tahmin etmeye ilişkin örnekleri açıklamışlar ancak bu kazanımı yeterince önemsememişler, öğrencileri sürece dahil etmeden kendileri hızlı bir şekilde kazanımı verme eğilimde olmuşlardır.

Beşinci kazanımda öğretmen adayları genel olarak ilk iki DP'de bölmenin eş paylaştırma ve gruplama anlamlarını içeren sözel problemleri, üçüncü DP ve ÖS'de bunlara ek olarak kesirlerle bölmede karşılaştırmayı içeren problemleri açıklamışlardır. Öğretmen adayları bu kazanıma yönelik yapılan MSG oturumlarından (9 ve 10. oturumlar) sonra üçüncü DP ve ÖS'de bölmenin eş paylaştırma ve gruplama anlamına ek olarak karşılaştırma anlamlarını içeren sözel problemlere yer vererek örneklerini genişletmiş olsalar da sözel problemleri açıklarken çözümleri genel olarak kendileri yapmışlardır.

Öğretmen adayları tüm DP'lerde genel olarak öğrenciyi düşünmeye yönlendiren sorular sorarak soru sormayı etkili bir şekilde kullanmayı planlamışlardır. Ancak ÖS'de öğrencileri düşünmeye yönlendiren sorulara daha az yer verip, kendini onaylatan, sadece işlem gerektiren ve evet/hayır şekilde kısa cevapları içeren sorular sormuşlar ve sordukları soruları kendileri cevaplamışlardır. Bu nedenle öğretmen adaylarının ÖS'de soru sormayı etki bir şekilde kullanmadıkları söylenebilir. Öğretmen adayları kavram ve işlemleri açıklarken MGS oturumlarında yer verilen başlıklardan etkilenip açıklamalarını genişletmişlerdir. Ancak soru sormaya ilişkin değişimleri öğretim sürecinde ders planlarındaki gibi gerçekleşmemiştir.

4.5.3 Temsillerin Seçimindeki Değişimler

Öğretmen adaylarının DP'ler ve ÖS'de temsil seçimlerinin incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular gerçek yaşam durumu içeren temsiller, model temsili ve sayısal temsil başlıkları altında verilmiştir. Bu temsillere yönelik bulgular ön bilgileri hatırlatma ve kazanımlar çerçevesinde sunulmuştur.

Ön bilgileri hatırlatırken kullanılan temsillerde tüm süreç boyunca öğretmen adaylarının üçü doğal sayılarda bölme işlemini, sadece biri gerçek yaşam temsillerini kullanmıştır. Gerçek yaşam temsilini kullanan öğretmen adayı, gerçek yaşam durumu ile alan modelini ilişkilendirerek öğrenci anlamalarını da desteklemiştir.

Birinci kazanımda öğretmen adaylarının üçü genel olarak tüm süreç boyunca model temsillerini, sadece biri alan modeli temsilini ortak payda algoritması ile ilişkili bir şekilde kullanmıştır. Öğretmen adayları üçüncü DP ve ÖS'de A4 kâğıdı yardımıyla alan modeli temsilini kullanarak öğrencilerin aktif katılımını sağlayan bir öğretim gerçekleştirmişlerdir.

İkinci kazanımda öğretmen adayları genel olarak ilk iki DP'de kesirlerle bölmeyi ters çevir çarp ve ortak payda algoritmaları ile üçüncü DP ve ÖS'de alan ve sayı doğrusu modellerini birbirleri ile ilişkilendirerek temsil etmişlerdir. Öğretmen adaylarından biri model temsillerini ortak payda algoritması ile ilişkiler kurarak kullanmıştır. Öğretmen adaylarının üçüncü DP'lerinde ve ÖS'lerinde kullandıkları modellerde, kesirlerle bölmede modellerin kullanımını içeren MGS oturumlarında (6.-7. oturumlar) modellerin birbirleri ile ilişkilerini açıklanmış ve sonrasında öğretmen adayları örnek çözümlerinde model temsillerini birbirleri ile ilişkilendirmişlerdir.

Üçüncü kazanımda öğretmen adayları ilk iki DP'de kesirlere bölmeyi temsil ederken genel olarak, ters çevir çarp ve ortak payda algoritmalarını kullanmış, üçüncü DP ve ÖS'de ise alan ve sayı doğrusu modellerini ortak payda algoritması ile ilişkilendirmiş ardından ters çevir çarp algoritmasına yer vermişlerdir. Öğretmen adayları MGS'nin kesirlerle bölmede algoritma ve model temsillerini içeren oturumları (6.-7.-8. oturumlar) sonrası temsilleri modellerle ilişkilendirmişlerdir.

Dördüncü kazanımda ise öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller ters çevir çarp ve ortak payda algoritmaları ile sınırlı kalmıştır. Öğretmen adayları, kesirlerle bölmenin ne anlama geldiğini öğrencilerin bildiklerini varsaymışlar ve süreyi daha verimli kullanmak için sadece sayısal temsillere yer vermişlerdir.

Beşinci kazanımda öğretmen adaylarının üçü tüm süreç boyunca ters çevir çarp ya da ortak payda algoritmalarını kullanmışlardır. Sadece bir öğretmen adayı hem modelleri ortak payda algoritması ile ilişkilendirmiş hem de ters çevir çarp algoritmasına yer vermiştir.

Öğretmen adaylarının temsil seçimlerinin, alan ve sayı doğrusu modellerinin ve bu modellerin ortak payda algoritması ile ilişkilerinin açıklandığı MGS oturumlarından sonra değiştiği gözlemlenmiştir.

4.5.4 Öğretim Materyallerinin Kullanımındaki Değişimler

Öğretmen adayları öğretim materyallerini sadece üçüncü DP ve ÖS'de kullanmışlardır. Birinci kazanım için bir bütün içindeki yarım ve çeyrekleri göstermek amacıyla bir A4 kâğıdını katlayarak/ keserek öğretim materyali olarak kullanmış diğer kazanımlar için herhangi bir öğretim materyali kullanmamışlardır. Öğretmen adayları hem DP'ler de hem de ÖS'de öğretim materyali kullanımı açısından yetersiz kalmışlardır. Bu tutumun sebepleri, öğretmen adaylarının kendi öğretim süreçlerinde öğretim materyalleri ile çok sık karşılaşmamaları, MGS'deki oturumlarda materyal kullanımının önemine ilişkin açıklamaların yapılmaması, öğretmen adaylarının öğretimde kullanılabilecek potansiyel öğretim materyallerini araştırmamaları olabilir.

4.5.5 Bulguların Genel Değerlendirmesi

Öğretmen adaylarının eylemlerinin DB'ye göre süreç boyunca nasıl değiştiği Tablo 4.20'de belirtilmektedir. Öğretmen adaylarının tüm DP'lerinde ve ÖS'lerinde ortaya çıkan eylemleri DB'nin örneklerin seçimi, öğretmenin gösterimleri, temsillerin seçimi ve öğretim materyallerinin kullanımı alt bileşenleri kapsamında ilişkili oldukları kategorilere göre ayrıntılandırılmıştır.

Tablo 4.20. *Öğretmen Adaylarının Eylemlerinin Dönüşüm Bilgisi'nin Alt Bileşenlerine Göre Değişimi*

Dönüşüm Bilgisi'nin Alt Bileşenleri	**Kategoriler**	**1. Ders Planı**	**2. Ders Planı**	**3.Ders Planı**	**Öğretim Süreci**
Örneklerin Seçimi	**Kavram ve İşlemlerin Öğrenilmesine Yönelik Örnekler**	Sonucu doğal sayı çıkan örnekler, kazanım dışı örnekler	Sonucu doğal sayı çıkan örnekler	Sonucu doğal sayı çıkan/çıkmayan günlük yaşam örnekleri	Sonucu doğal sayı çıkan/çıkmayan günlük yaşam örnekleri
	Alıştırmalar		Ders planındaki örneklerin sayıları değiştirilerek verilen ödevler	Ders planındaki örneklerin sayıları değiştirilerek verilen ödevler	
Öğretmenin Gösterimleri	**Kavram ve İşlemleri Açıklama**	- Ortak payda algoritması - Ters çevir çarp algoritması	- Ortak payda algoritması - Ters çevir çarp algoritması	- Alan ve sayı doğrusu modelleri, ortak payda algoritması - Ters çevir çarp algoritması	- Alan ve sayı doğrusu modelleri, ortak payda algoritması - Ters çevir çarp algoritması
	Soru Sorma	Öğrenciyi düşünmeye yönlendiren sorular	Öğrenciyi düşünmeye yönlendiren sorular	Öğrenciyi düşünmeye yönlendiren sorular	- Kendini onaylatan sorular - Sadece işlem gerektiren sorular - Evet/hayır şeklinde cevapları içeren sorular - Öğrenciyi düşünmeye yönlendiren sorular
Temsillerin Seçimi	**Günlük Yaşam Durumu İçeren Temsiller**	Günlük yaşam temsili (ÖA1; 1. Kazanım, ekmek, ÖA3: Ön bilgileri hatırlatma, pide)	Günlük yaşam temsili (ÖA3: Ön bilgileri hatırlatma, pide)	Günlük yaşam temsili (ÖA3: Ön bilgileri hatırlatma, pide)	Günlük yaşam temsili (ÖA3: Ön bilgileri hatırlatma, pide)
	Model ve Sayısal Temsiller	- Sayısal temsil - Alan modeli temsili	- Sayısal temsil - Alan modeli temsili	- Alan ve sayı doğrusu modelleri, ortak payda algoritması - Ters çevir çarp algoritması	- Alan ve sayı doğrusu modelleri, ortak payda algoritması - Ters çevir çarp algoritması
Öğretim Materyallerinin Kullanımı	**Uygun Materyali Kullanma**			Öğretim materyali kullanma	Öğretim materyali kullanma

Tablo 4.20 incelendiğinde, öğretmen adaylarının örneklerin seçimi ve temsillerin seçimi alt bileşenleri kapsamındaki değişimler diğer alt bileşenlere göre daha fazla olduğu görülmektedir. Bu değişimlerin nedeni olarak, MGS'de farklı temsiller yardımıyla örnek çözümlerine ve kesirlerle bölme gerektiren farklı örnek türlerine daha çok yer verilmesi olabilir. Sonuç olarak öğretmen adayları birinci, ikinci, üçüncü ve beşinci kazanımlardaki örnek seçimlerini ve problem türlerini değiştirmişler ancak dördüncü kazanımda öğretmen adaylarının bu kazanımı çok fazla önemsememeleri nedeniyle değişimleri sınırlı kalmıştır. Öğretmen adaylarının öğretmenin gösterimleri alt bileşenindeki değişimleri değerlendirildiğinde kavram ve işlemleri daha geniş açıkladıkları ancak düz anlatım ve soru cevap yöntemlerinin dışına çıkmadıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca bu alt bileşende yer alan soru sormayı öğretim sürecinde etkili bir şekilde kullanamamışlardır. Bu durumun kaynağının öğretmen adaylarının öğretim deneyimi açısından yetersiz olmaları kaynaklı olduğu düşünülebilir. Öğretmen adayları öğretim materyali kullanırken tek çeşit materyali sadece birinci kazanım için kullanmışlardır. Buna sebep olarak öğretmen adaylarının materyal kullanmanın öneminin yeterince farkında olmadıkları söylenebilir.

BEŞİNCİ BÖLÜM: TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. Tartışma ve Sonuç

Bu tez kapsamında MGS oturumlarına katılan ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle bölme konusundaki alan ve alan öğretimi bilgileri incelenmiştir. Bu bölümde bulgulara dayalı olarak elde edilen sonuçlar; Dönüşüm Bilgisi'nin örneklerin seçimi, öğretmenin gösterimleri, temsillerin seçimi ve öğretim materyallerinin kullanımı alt bileşenleri dikkate alınarak alanyazın ile karşılaştırılarak olarak değerlendirilmiştir.

5.1.1. Örnek Seçimlerine Yönelik Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde öğretmen adaylarının DP'lerde ve ÖS'de ön bilgileri hatırlatmada ve kazanımlarda yer verdikleri örnek seçimlerindeki değişimler ayrıntılı bir şekilde tartışılmıştır. Öğretmen adaylarının örnek seçimleri kavram ve işlemlerin öğrenilmesi ve pekiştirilmesi kategorilerinde incelenmiştir.

Öğretmen adayları kavram ve işlemlerin öğrenilmesi için genel olarak ilk iki DP'de öğrencilerin işlem bilgilerini geliştirmeye odaklanmışlar, bölmenin eş paylaştırma ve gruplama anlamını içeren ve sonucu doğal sayı çıkan örnek seçimleri yapmışlardır. MGS oturumları tamamlandıktan sonra hazırladıkları üçüncü DP'de ise öğretmen adayları sonucu doğal sayı çıkan/çıkmayan, günlük yaşam bağlamını içeren ve bölmenin eş paylaştırma, gruplama ve karşılaştırma anlamlarına ait örneklere de yer verme yönünde değişim göstermişlerdir.

Rowland (2013) konuya başlamadan önce öğrencilere ön bilgilerinin hatırlatılmasının konunun anlamlandırılmasında önemli bir yere sahip olduğunu vurgulamaktadır. Bu çalışmada da öğretmen adayları kavram ve işlemlerin öğrenilmesine yönelik hazırladıkları ilk DP'lerinde öğrencilere ön bilgileri hatırlatmak amacıyla örnekleri kullanarak derse başlamayı planlamışlardır.

Öğretmen adayları ön bilgileri hatırlatmak için bölmenin sadece eş paylaştırma anlamını içeren örneklerden yararlanmışlardır. Aynı şekilde ilk DP'den sonra bölme ve kesirleri içeren MGS oturumlarının başlangıcında öğretmen adaylarıyla bölme işlemi üzerine yapılan tartışmalarda da adayların sadece eş paylaştırma anlamını içeren örneklere yer verdikleri gözlemlenmiştir. Alanyazındaki çalışmalarda da öğretmenlerin bölme işlemini öğretirken genellikle eş paylaştırma anlamını içeren örneklere yer verdikleri belirtilmektedir (Fischbein ve diğ., 1985; Simon, 1993). Bölmenin farklı anlamlarını içeren örneklere yer vermek öğrencilerin bölme işlemini kavramsal olarak anlamaları için önemlidir (Duncan ve diğ., 2007). Bölmenin eş paylaştırma anlamının yanında gruplama anlamının da birlikte verilmesinin önemli olduğu vurgulanmaktadır (Van de Walle ve diğ., 2021). Bu nedenle öğretmen adayları seçtikleri örneklerle hem öğrencilerin bölme işlemini anlamlandırmalarını sağlamalı hem de kavrama ilişkin bilgilerini de ortaya çıkarmalıdır. Örnek seçimleri aynı zamanda öğretmen adaylarının alan bilgilerini yansıtan göstergelerden biridir (Rowland ve diğ., 2003). Bu çalışmada Fischbein ve diğerleri (1985) ve Simon'un (1993) çalışmalarındaki sonuçlara paralel olarak, katılımcı öğretmen adayları başlangıçta bölmenin sadece eş paylaştırma anlamını içeren örnekler seçmişlerdir. Bryant (1999) öğrencilerin paylaştırma kavramına daha çok aşina olduklarından dolayı öğretmenlerin bu kavramı daha çok tercih ettiğini fakat bunun öğrencilerin bölmeyi tam olarak kavramsallaştırmalarının önüne geçtiğini belirtmektedir. Bu çalışmada öğretmen adaylarının başlangıçta sadece eş paylaştırma anlamını tercih etmelerinin nedeni bölmeye ilişkin yeterli alan bilgisine sahip olmamaları veya eş paylaştırma anlamını daha iyi bilmeleri ile ilgili olabilir. Öğrencilerin bölme işlemini daha iyi anlamlandırmalarını sağlamak için öğrenme sürecinde eş paylaştırma anlamı içeren örneklerin yanı sıra gruplama anlamını da içeren örneklere yer vermesi gerekmektedir. Bu sebeple, MGS'nin bölme oturumlarında, bölmenin anlamları üzerine tartışmalar yapılarak gruplama anlamının önemi vurgulanarak farkındalık oluşturulmuştur. Böylece öğretmen adaylarının ikinci DP ve sonraki süreçlerde bölmenin eş paylaştırma anlamı yanında gruplama anlamını içeren örnekleri de kullanarak örnek seçimlerinde değişim gösterdikleri belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının kesirlerle bölme kazanımları için seçtikleri örnekler incelendiğinde ilk iki DP'de "eş gruplu ölçme bölme" ve "eş gruplu parçalamalı bölme" şeklinde iki farklı türe odaklanarak sonucu doğal sayı çıkan örneklere yer verdikleri belirlenmiştir. Alanyazında da kesirlerle bölmeye yönelik çalışmalarda (Doğan-Coşkun, 2019; Kılcan, 2006; Leung ve Carbone, 2013; Ma, 1999; Tanışlı ve diğ., 2018) öğretmenlerin/öğretmen adaylarının genellikle kesirlerle bölme konusunda bu iki türe odaklandığı belirtilmektedir. Ayrıca, bu çalışmanın katılımcı öğretmen adayları, bu örnekleri 6. sınıf ders kitaplarından ve ortaöğretim matematik öğretim programından

(MEB, 2018) seçtiklerini belirtmişlerdir. Bu açıdan, mevcut kaynaklarda ve öğretim programlarında genellikle bu iki örnek türüne yer verildiği görülmektedir. İkinci DP'den sonra MGS oturumlarında, öğretmen adayları ile kesirlerle bölmeyi içeren farklı problem türleri üzerine yapılan tartışmalar sırasında "karşılaştırmalı ölçme bölme", "karşılaştırmalı parçalamalı bölme" ve "dikdörtgensel alan bölme" türleri de incelenmiştir. Öğretmen adaylarının bu tartışmalardan etkilenerek üçüncü DP'de kesirlerle bölmede öğrenci anlamalarını sağlayacak şekilde yukarıdaki belirtilen örnek türlerine de yer vererek örnek seçimlerinde değişim olduğu görülmüştür.

Öğretmen adaylarının ilk iki DP'de kesirlerle bölmeyi içeren örnek seçimlerinde sadece sonucu doğal sayı çıkan ve büyük kesri küçük kesre bölen örneklere yer verdikleri görülmüştür. Bazı öğretmen adaylarının öğretim programına ve bu doğrultuda öğretime yönelik ayrıntılı bir irdeleme yapmamış olmaları ve kesirlerle bölmenin öğretimine yönelik deneyimsiz olmaları nedenleriyle kazanımların sırasına dikkat etmeden ve bazı kazanımları da dışarıda bırakarak örnekler seçtikleri görülmüştür. Kılcan (2006) deneyimsiz öğretmenlerin kazanımların sırasını dikkate almadan örnekleri kullandıklarını belirtmektedir. Kesirlerle bölmede ilk önce doğal sayıyı bir kesre bölmeyi içeren ve daha sonra bir kesri başka bir kesre bölmeyi içeren örnek sıralamasının öğrenci anlamalarında önemli olduğu ve günlük yaşam ile ilişkilerin kurularak buna yer verilmesi gerekliliği alanyazında belirtilmektedir (Getenet ve Callingham, 2021; Wahyu ve diğ, 2020). Bunlara paralel olarak, bu çalışmada da öğretmen adayları MGS'de yer alan kesirlerle bölme oturumları sonrasında üçüncü DP'de tüm kazanımların sırasına da dikkat ederek örnekler seçmişler ve her kazanımla ilgili sonucu doğal sayı çıkan ve sonucu doğal sayı çıkmayan örnekleri günlük yaşam ile ilişkilendirerek vermişlerdir. Günlük yaşam durumlarını içeren örnek seçimlerine yer vermiş olmaları öğrencilerin anlamalarını destekleme açısından zengin içerikli DP hazırladıklarının göstergelerinden biri olmuştur. Kleve (2013) derslerdeki örneklerin öğrencilerin konuyu anlamlandırmalarına destek olacak şekilde seçilerek yer verilmesi gerekliliğine vurgu yapmaktadır. Bu bulgular doğrultusunda MGS'de farklı örnek türleri üzerine yapılan tartışmaların öğretmen adaylarının alan bilgilerinin gelişimini destekleyerek örnek seçimlerinin güçlendirildiği söylenebilir. MGS sırasında farklı gerçek yaşam durumlarını içeren, farklı kesirlerin kullanımını gerektiren örnek türleri üzerinde tartışmalar yapılmasının öğretmen adaylarındaki bu değişime sebep olduğu düşünülmektedir.

Öğretmen adayları öğretim süreçlerinde (ÖS) üçüncü DP'lerini uygulamayı planlamışlardır. Genel olarak ÖS'de DP'lerde seçtikleri örneklere sadık kalmışlardır. Ancak kesirlerle bölme işlemi gerektiren dikdörtgensel alan bölmeyi içeren örneklere DP'lerde yer vermiş olsalar da bu örnekleri ÖS'de ders sürelerinin bitmesinden dolayı kullanamamışlardır. Buradan, öğretmen adaylarının mesleki deneyimsizlikleri nedeniyle ders süresini verimli bir şekilde kullanamadıkları düşünülmektedir.

Öğretmen adayları yeni öğrenilen kavram ve işlemlerin pekiştirilmesi için uygun örnekler vermelidir (Rowland ve diğ., 2009). Bu çalışmada sadece iki öğretmen adayının birinci DP'den sonra kavram ve işlemlerin pekiştirilmesini içeren örneklere yer verdiği görülmüştür.

İkinci DP'de, iki öğretmen adayı kesirlerle bölmedeki kazanımların tümünü dikkate almadan sadece sonucu doğal sayı çıkan ve daha çok işlemsel yapıda pekiştirme örneklerini rastgele seçtiklerini ve bunları öğrencilere ödev olarak vereceklerini belirtmişlerdir. Ayrıca, pekiştirme örneklerinin ders planlarındaki örneklerle çok benzer olduğu tespit edilmiştir. Yusof ve Zakaria (2010) da öğretmenlerin kavram ve işlemleri pekiştiren örneklerin derste verilen örneklere benzer olduğunu ve bunları genellikle ödev olarak verdiklerini belirtmişlerdir. Üçüncü DP'de ise bu öğretmen adayları MGS oturumlarındaki tartışmalardan etkilenerek hem tüm kazanımların sırasını gözetmiş hem de sonucu doğal sayı çıkmayan alıştırmalara da yer vermişlerdir. Ancak bu örneklerde de DP'lerdeki kullandıkları örneklerin sayılarını değiştirerek öğrencilerin işlemsel becerilerinin artırılması hedeflenmiş, ama akıl yürütmelerini gerektiren (problem oluşturma gibi) örnekler kullanılmamıştır. Olkun ve Toluk (2001) tarafından da belirtildiği üzere, öğretmen adaylarının örnek seçimlerinde öğrencilere birbirini tekrarlayan işlemsel kuralları ya da yöntemleri uygulatmaya yönelik tutumları öğrencilerin pasif konumda olmalarına ve farklı problemler ile karşılaştıklarında nasıl bir çözüm yolu izleyecekleri konusunda sıkıntı yaşamalarına neden olmaktadır.

Kavramların öğrenciler tarafından anlamlandırılması için öğretimin planlamasının ve uygulanmasının temelinde uygun örnek seçimleri yer almaktadır. Örnek kullanımı özellikle bir işlemin kavramsal olarak öğretilmesinde oldukça etkili bir role sahiptir. Bu çalışmada öğretmen adayları genel olarak ilk iki DP'de örnek seçimlerinde ve ödev olarak verilen alıştırmalarda sonucu doğal sayı çıkan, rastgele iki kesrin bölünmesini içeren ve daha çok örnekler verirken, MGS oturumlarında yapılan tartışmalar sonrasında üçüncü DP'de daha sistematik bir yaklaşım sergileyerek tüm kazanımları sırasına dikkate alarak daha zengin içerikli örnekler kullanmayı planlamışlardır. Sonuç olarak MGS'de farklı örnekleri yorumlamaya teşvik etmenin ve bunlar üzerine tartışmanın öğretmen adaylarının alan öğretimi bilgilerini farklı yönlerden geliştirdiği söylenebilir.

5.1.2 Öğretmenin Gösterimlerine Yönelik Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde öğretmen adaylarının DP'lerde ve ÖS'de ön bilgileri hatırlatmada ve kazanımlarda yer verdikleri öğretmenin gösterimlerindeki değişimler ayrıntılı bir şekilde tartışılmıştır. Öğretmenin gösterimleri, öğretmenin öğrencilerin kavramların ve işlemlerin anlamlarını geliştirmeleri ve değerlendirmeleri için etkili öğretim tekniklerini kullanmasını, işlemlerin nasıl yapılacağını açık bir şekilde göstermesini, öğrencilerin bilgilerini değerlendirmek ve geliştirmek amacıyla soru sormayı etkili bir şekilde kullanmasını içermektedir (Rowland ve diğ., 2009). Ball (1990), öğretmenlerin ancak derinlemesine anlayabildiği konuları öğrencilerin de anlayabileceği şekilde sunabileceklerini belirtmiştir. Bu nedenle öğretmenin gösterimleri büyük ölçüde alan ve alan öğretimi bilgilerine bağlıdır. Öğretmen adaylarının DP'leri ve ÖS'leri değerlendirildiğinde öğretmenin gösterimleri ile ilişkili olarak "kavram ve işlemleri açıklama" ve "soru sorma" olmak üzere iki kategori tespit edilmiştir.

Kavram ve işlemleri açıklarken, öğretmen adayları genel olarak ilk iki DP'de algoritmaları ezberletmeyi planlamışlardır. MGS oturumları tamamlandıktan sonra üçüncü DP ve ÖS'de kavram ve işlemleri modeller kullanarak ve algoritmaların gerekçelerini içeren açıklamalara yer vererek kesirlerle bölmeyi anlamlandırma süreçlerini ön plana çıkarmışlardır.

Öğrencilere yeni bir kavram ve işlemi öğretirken ilk olarak yapılması gereken, öğrencilerin ön bilgilerini kullanabilmelerinin sağlanması ve bu bilgiler üzerine yeni bilgilerin öğretilmesidir (An ve diğ., 2004; Baki, 2014). Bu çalışmada da öğretmen adayları öğrencilere kesirlerle bölme konusu için gerekli olan bölmenin anlamlarına, kesirler ve kesirlerde karşılaştırma kavramlarına ön bilgilerini hatırlatırken yer vermişlerdir. Öğretmen adayları genel olarak ilk DP'de seçtikleri örnekler ile kesir kavramı, kesirlerle toplama çıkarma yapmayı gerektiren işlemleri, kesirlerle karşılaştırmayı ve bölmenin eş paylaştırma anlamını açıklamayı planlamışlardır. Bu açıklamalarda, öğretmen adayları gerçek yaşamdan öğrencilerin aşina oldukları bütün, yarım, çeyrek gibi kesirleri kullanarak ve bölme işleminin eş paylaştırma anlamını dikkate alarak doğal sayılardaki bölme işlemi ile kesirlerle bölme işlemi arasındaki bağlantıyı sağlamaya çalışmışlardır. Ball (1990) ve Simon (1993) tarafından da belirtildiği gibi öğretmen adaylarının yaptığı açıklamaların bölmenin sadece eş paylaştırma anlamı ile sınırlı olması kesirlerle bölme işlemine ait kazanımların tam olarak anlamlandırılmasını engelleyecektir. Van de Walle ve diğerleri de (2021) bölmenin farklı anlamlarının açıklanmasının öğrenci anlamlarında önemli bir yere sahip olduğunu belirtmektedir. MGS'nin ilk oturumunda bölme ve anlamları üzerine yapılan tartışmalar sonrasında öğretmen adayları ikinci DP ve sonrasında kavram ve işlemlerin açıklamasında bölmenin gruplama anlamını da dikkate almışlardır. Öğretmen adayları bölmenin eş paylaştırma ve gruplama anlamlarını tahtaya çizdikleri şekiller ile açıklayarak öğrencilere ön bilgilerini hatırlatmış ve böylece kesirlerle bölme konusuna başlamadan etkili bir öğretim sergilemişlerdir. Ayrıca, bölmenin gruplama anlamının öneminin farkına vararak alan öğretimi bilgilerini de geliştirmişlerdir.

Kesirlerle bölme konusu ile ilgili kavram ve işlemleri öğretmen adayları algoritmaları ve modelleri kullanarak açıklamışlardır. Öğretmen adayları genel olarak ilk iki DP'de kavram ve işlemleri algoritmaları kullanarak açıklamışlar ancak bu algoritmaları gerekçelendirmek yerine öğrencilere ezberletmeyi düşünmüşlerdir. Ayrıca DP'leri değerlendirmek için yapılan görüşmelerde öğretmen adaylarının genel olarak algoritmaların gerekçelerini açıklayamadıkları, işlemin anlamından çok kuralların uygulanması ile ilgilendikleri görülmüştür. Öğretmen ve öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarında ezber ve kurala dayalı bir yaklaşım sergilediklerine yönelik bulguları ortaya koyan araştırmacılar da (Borko ve diğ., 1992; Işıksal, 2006; Kılcan, 2006; Kinach, 2002; Lane ve diğ., 2019; Leung ve Carbone, 2013; Li ve Smith, 2007; Orrill ve diğ., 2008; Rayner, 2007; Rowland, 2013; Tanışlı ve diğ., 2018; Toluk-Uçar, 2011) bu yaklaşımın uygun olmadığını belirtilmektedir. Ayrıca alanyazındaki çalışmalarda (Alenazi, 2016; Ball, 1990; Doğan-Coşkun ve diğ., 2021; Kılcan, 2006; Ma, 1999; Tanışlı ve diğ., 2018; Tirosh, 2000; Toluk-Uçar, 2011; Turner, 2007, Zembat, 2004) alan ve alan öğretimi bilgisi yetersiz olan öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının işlemsel düzeyde bilgilere sahip olup yapılan işlemi açıklamak yerine kuralı uygulama yönünde açıklamalar yaptıkları belirtilmektedir. Bu çalışmada da öğretmen adaylarının kesirlerle bölme konusundaki alan ve alan öğretimi bilgilerindeki eksikliklerin ilk iki DP'ye yansıdığı görülmektedir. Ayrıca öğretmen adaylarının belli kazanımları (bir doğal sayıyı bir birim kesre bölme, bir kesri bir doğal sayıya bölerken bölme) farklı temsiller (alan modeli, ortak payda algoritması) ile eş paylaştırma anlamını kullanarak açıklayabildikleri fakat üçüncü kazanımı (kesri kesre bölme) temsilleri kullanarak açıklayamadıkları ve tüm kazanımlarda bölmenin gruplama anlamını içeren örnekleri modellerle tam olarak açıklayamadıkları belirlenmiştir. Alanyazında yapılan pek çok çalışmada da (Ma, 1999; Orrill ve diğ. 2008; Rayner, 2007; Seçir, 2017; Zembat, 2004) öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının kesri kesre bölme işlemini açıklarken uygun modellerin seçiminde zorluklar yaşadıkları ve seçilen modellerin açıklanmasını öğrencilerin anlamalarını sağlayacak şekilde yapamadıkları ve bu durumun öğretmen/öğretmen adaylarının alan bilgilerindeki yetersizliklerden kaynaklandığı belirtilmiştir. DP'leri değerlendirme görüşmelerinde öğretmen adayları, kendi öğrencilik dönemlerini hatırlayarak, kesirlerle bölme konusunda öğretmenlerinin yaptığı uygulamaları örnek aldıklarını ve bu nedenle işlemsel açıklamalara yöneldiklerini ve ters çevir çarp ve ortak payda algoritmalarının ezbere bir şekilde öğretilmesini tercih ettiklerini belirtmişlerdir.

Öğrencilerin kavramsal öğrenmeyi gerçekleştirebilmesi için öğretmenlerin gösterimlerinde farklı temsilleri kullanarak kavramı etkili bir şekilde açıklayabilmesi gereklidir (Kaput, 1992; Moru, 2006; Zembat, 2004). Öğretmen adayları MGS oturumlarından sonra üçüncü DP ve ÖS'de ters çevir çarp ve ortak payda algoritmalarını ezberletmek yerine algoritmaları gerekçeleri ile açıklamışlardır. Kavram ve işlemleri alan ve sayı doğrusu modellerini ortak payda algoritması ile ilişkilendirerek açıklamalarını daha etkili bir şekilde yapmışlardır. MGS oturumlarından sonra tüm öğretmen adaylarının temsilleri kullanarak açıklamalarını iyileştirdikleri gözlemlenmiştir. Benzer şekilde alanyazındaki çalışmalarda da (Lambert ve Wiest, 2015; Rayner, 2007; Seçir, 2017, Zembat, 2004) bir konu hakkındaki kavram ve işlemleri açıklamaya yönelik verilen eğitimler sonunda öğretmen adaylarının gösterimlerinin değiştiği tespit edilmiştir. Sonuç olarak, öğretmen adaylarıyla kavram ve işlemlerin açıklandığı MGS oturumlarında yaratılan tartışma ortamları öğretmen gösterimlerinin güçlenmesine yardımcı olmuştur.

Öğretmen gösterimleri kategorisinde yer alan soru sorma öğrencilerin bilgilerini ve anlamalarını değerlendirmek ve geliştirmek için oldukça önemlidir (Rowland ve diğ, 2009). Öğretmenler sorduğu sorularla, öğrenci düşüncesine odaklanarak, kavramların nasıl yapılandırıldığını ortaya çıkararak ve öğrenmenin gerçekleşip gerçekleşmediğini belirleyerek kavramsal öğrenmeye destek olmalıdır (Özaltun-Çelik ve Bukova-Güzel, 2016). Cotton (1988) soruların öğrencilerin, ilgilerini çeken, aktif katılımlarını sağlayan, sorgulama becerilerini geliştiren, önceki dersleri gözden geçirmesini amaçlayan özelliklerde olması gerektiğini belirtmiştir. Kula (2011) etkili soru sormayı öğrencilerin verdikleri yanıtlara nasıl ulaştıklarını sorgulayan ve onların yanıtlarını genişletecek şekilde sorular sorma olarak açıklamıştır. Bu çalışmada öğretmen adayları genel olarak DP'lerde soru sormayı etkin bir şekilde kullanmayı planlamışlar ancak ÖS'de bu planlarını gerçekleştirememişlerdir. DP'leri değerlendirme görüşmelerinde öğretmen adayları planladıkları sorularla önce öğrencilerin örnekler hakkındaki düşüncelerini öğrenmek istediklerini, sonra buldukları çözümlere nasıl ulaştıklarını ortaya çıkarmaya çalıştıklarını ifade etmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin aktif katılımlarını sağlamayı, yanıtlarını sorgulatmayı düşünerek soru sormayı etkili bir şekilde kullanmayı planlamışlardır. DP görüşmelerinde öğretmen adaylarına, seçtikleri örnekler ile ilgili olarak "Neden bu örneği seçtin?", "Öğrenciler bu örnekte nasıl hata yapabilir?" vb. sorularla nasıl etkili sorular sorulacağı gösterilmeye çalışılmıştır. Ayrıca araştırmacı, MGS oturumlarında da öğretmen adaylarına verdiği görevler hakkında sürekli olarak sorular yönelterek onların fikirlerini öğrenmek istemiş ve bu şekilde etkili soru sormada örnek olmaya çalışmıştır.

İlk DP'den sonraki süreçlerde öğretmen adayları yukarıda açıklandığı gibi soru sormayı etkili bir şekilde kullanmayı planlamışlar, ancak DP'lerdeki planladıkları etkili soru sormayı ÖS'de genel olarak yerine getirememişlerdir. Öğretmen adayları genel olarak derste, kendini onaylatan kısa cevaplı (... değil mi? gibi) ve işlem gerektiren ($\frac{1}{2}:\frac{1}{4}$ sonucu nedir? gibi) sorular kullanmışlardır. Alanyazında, öğretmen adaylarının çoğu zaman tek kelimelik yanıtları içeren sorular sormaları (Kula, 2011; Livy, 2010), sorulan soruya verilen yanlış yanıtların neden yanlış olduğunun sorgulanmaması (Rowland, 2008), sorulan sorulara öğrencilerin yanıtlamasına fırsat vermeden cevap verilmesi (Tanışlı ve diğ., 2018;Yusof ve Zakaria, 2010) gibi yaklaşımların sınıf ortamında sıklıkla görüldüğü ve bu tür davranış sergileyen öğretmen adaylarının/ öğretmenlerin soruları etkili sormadığı belirtilmektedir. Bu çalışmada da öğretmen adayları ÖS'de, sordukları soruları kendileri yanıtlayarak, evet/hayır gibi kısa yanıt gerektiren sorular sorarak soru sormayı etkili bir şekilde kullanamamışlardır. Sonuç olarak, Tanışlı ve diğerlerinin de (2018) belirttiği gibi öğretmen adaylarının etkili soru soramamaları mesleki deneyimlerinin yetersizliğine bağlanabilir.

5.1.3 Temsillerin Seçimine Yönelik Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde öğretmen adaylarının DP'lerde ve ÖS'de, ön bilgileri hatırlatmada ve kazanımlarda yer verdikleri temsiller ve bunları birbirleri ile ilişkilendirerek kullanıp kullanmadıkları yönündeki değişimler ayrıntılı bir şekilde tartışılmıştır.

İlk iki DP'de, öğretmen adayları örnekleri açıklamak için gerçek yaşam, model ve sayısal temsillerinden faydalanmışlar fakat bu temsilleri birbirleriyle ilişkilendirmemişlerdir. Cai ve Hwang (2002) ve Jitendra ve diğerleri (2016), farklı temsillerin kullanılmasının öğrencilerin öğrenmelerine katkı sağladığını belirtmektedir. Matematiksel kavramların daha iyi kavranması için ders içinde kullanılan farklı temsillerin birbirleriyle ilişki olarak açıklanması gereklidir (Bukova-Güzel ve Kula-Ünver, 2016; Cai ve Hwang, 2002; Janvier, 1987; Kaput, 1992; Mainali, 2021; Moru 2006). Bu çalışmada öğretmen adayları, ilk iki DP'de sayısal ve model temsiller arasındaki ilişkileri göz ardı etmişlerdir. MGS oturumlarında temsiller üzerine yapılan tartışmalardan sonra üçüncü DP'de temsilleri birbirleri ile ilişkilendirerek kullanmayı planlamışlar ve ÖS'de bu planları uygulamaya sokmuşlardır. Ayrıca, MGS oturumlarından sonra ilk iki DP'de kullanılmayan sayısal temsillerden ortak payda algoritmasını ve model temsillerinden sayı doğrusunu üçüncü DP'lere eklemişler ve Bukova-Güzel ve Kula-Ünver'in (2016) tespit ettiği gibi temsillerin birbirleriyle ilişkilerini açıklayarak uygun bir öğrenme ortamı yaratmışlardır.

Bu çalışmada gerçek yaşam temsilleri öğretmen adayları tarafından oldukça az kullanılmıştır. Oysaki, gerçek yaşam temsilleri problem çözerken kavramların anlaşılması için önemlidir (Akkuş-Çıkla, 2004). Öğrencilerin gerçek yaşam deneyimleri kavramsal anlamanın oluşması için gerekli zihinsel sürecin oluşmasına yardımcı olmaktadır (Hıdıroğlu, 2019). Diğer taraftan, Blum ve Ferri (2009) modellerin, öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutumlar geliştirmesinde ve matematik ile günlük yaşam arasında ilişki kurmalarında önemli bir yeri olduğunu belirtmişlerdir. Bu nedenle, gerçek yaşam temsilleri öğrencilerin bir konuyu daha iyi ve kalıcı olarak öğrenmelerine yardımcı olmaktadır. İki öğretmen adayı DP'lerde ve ÖS'de gerçek yaşam temsillerini sınırlı bir şekilde kullanmıştır. Bir öğretmen adayı süreçlerin tümünde, öğrencilerin kesir kavramını hatırlamalarını ve kesirleri birbiriyle karşılaştırmalarını sağlamak için gerçek yaşam temsili olarak pideyi kullanmış ve bu temsili alan modelindeki daire ile ilişkilendirmiştir. Diğer öğretmen adayı ise, sadece ilk DP'de birinci kazanım olan "bir doğal sayının bir birim kesre bölünmesi” için ekmek temsilini kullanmış, ekmekler içindeki yarım ekmekleri alan modelindeki dikdörtgen ile ilişkilendirmiştir. Öğretmen adaylarının DP ve ÖS’lerde gerçek yaşam temsillerini sınırlı bir şekilde kullanmaları, MGS oturumlarında alan ve sayı doğrusu temsillerini içeren tartışmaların daha çok yapılması ve gerçek yaşam temsillerinin önemine yeterince vurgu yapılmamasına bağlı olabilir.

Öğretmen adayları ilk iki DP’de ters çevir çarp ve ortak payda algoritmalarını kullanmışlar ve model temsilleri içinde de daha çok alan modelini tercih etmişlerdir. Sadece bir öğretmen adayı sayı doğrusu modelini kullanmıştır. Temsiller arasında sadece bir öğretmen adayı ilişki kurmayı planlamıştır. Ball ve diğerleri (2008) öğretmenlerin kullandıkları modellerin avantajlarını bilmeleri ya da kullandıkları sayısal temsilleri gerekçeleri ile açıklayabilmelerinin gerekli olduğunu belirtmektedir. Turner (2009) öğretmenlerin farklı temsilleri birbirleri ile ilişki kurarak kullandığında kavramın anlamlı hale geldiğini ve temsilleri ilişkilendirmenin güçlü alan ve alan öğretimi bilgisinin bir göstergesi olduğunu belirtmiştir. Bu çalışmada öğretmen adayları, ilk iki DP’de ters çevir çarp algoritmasını gerekçelerini açıklamadan, pratik bir yöntem olarak ezberletmeyi planlamışlar ve modeller ile ortak payda algoritması arasındaki ilişkilerden faydalanmamışlardır. Bir öğretmen adayı ters çevir çarp algoritmasını ezberletmek amacıyla Hacivat ve Karagöz arasında geçen diyaloğu kafiyeli bir şekilde anlatan hazır bir metni kullanmayı planlamıştır. Öğretmen adaylarının bu yaklaşımları, alan bilgilerindeki yetersizliklerle ve öğrencilik hayatlarındaki kendi öğretmenlerinin öğretimlerini taklit etmeleri ile açıklanabilir.

İlk iki DP’de sadece bir öğretmen adayı bölmenin eş parçalama anlamını açıklarken model temsilleri ile sayısal temsilleri ilişkilendirerek kullanmıştır. Halbuki, ortak payda algoritması ile sayı doğrusu modeli kolaylıkla ilişkilendirilebilmektedir. Bölünen ve bölende yer alan kesirlerin ortak paydası sayı doğrusunda bu kesirlerin parçalanma sayısına karşı gelmektedir. Böylece kesirlerle bölme işlemi doğal sayılarda bölme işlemine indirgenmiş olur.

Ayrıca, ilk iki DP’de öğretmen adayları modelleri sadece ilk üç kazanımda (doğal sayının birim kesre bölünmesi, kesrin bir doğal sayıya bölünmesi ve kesrin kesre bölünmesi) ve belli örneklerde (örneğin sonucu doğal sayı çıkan gibi) kullanarak sınırlı bir yaklaşım sergilemişlerdir. Sonucu doğal sayı çıkmayan örneklerde (örneğin $\frac{1}{3}:\frac{1}{5}$ gibi) model temsillerini nasıl kullanacaklarını bilmedikleri ve öğrencilerin sonucu doğal sayı olmayan örnekleri anlamlandırmada zorluk yaşayacaklarını düşündükleri için öğretmen adayları bu örneklerde alan modellerini kullanmamışlardır. Borko ve diğerleri (1992) ve Kılcan (2006) katılımcıların model temsillerini kullanırken çözümü geçiştirmelerinin veya temsili doğru kullanamamalarının alan bilgilerindeki eksikliklere bağlı olduğunu belirtmişlerdir. Bu çalışmada da model temsili kullanmada benzer yaklaşımlar gösterdiklerinden dolayı öğretmen adaylarının alan bilgilerinde eksiklikler olduğu söylenebilir.

Sonuç olarak bu çalışmada ilk iki DP'de öğretmen adayları ya tek bir temsil kullanmış ya da iki veya daha fazla temsili birbirleri ile ilişkilendirmeden kullanmışlardır. Ayrıca öğretmen adaylarının alanyazındaki (Kılcan, 2006; Kleve, 2009; Li ve Smith, 2007; Tanışlı ve diğ. 2018) diğer çalışmalarda da görüldüğü gibi sayısal temsilleri daha çok tercih ettiği tespit edilmiştir. Bu sonuçlardan, öğretmen adaylarının temsilleri kullanmada yeterli bir düzeyde alan ve alan öğretimi bilgilerine sahip olmadıkları söylenebilir.

İkinci DP'den sonra model temsilleri üzerine yapılan MGS oturumlarında öğretmen adayları bir doğal sayının bir birim kesre bölme işlemini, bölmenin eş parçalama anlamını dikkate alarak alan modeli ile temsil edebileceklerini belirtmişlerdir. Ancak, kesrin kesre bölündüğü, sonucu doğal sayı olmayan ve özellikle de küçük kesrin büyük kesre bölünmesini gerektiren işlemleri modellerle nasıl temsil edeceklerini açıklayamamışlardır. MGS oturumlarında kesirlerle bölme işleminde alan modelinin ve ilave olarak sayı doğrusu modelinin tüm kazanımlar için kullanımı ayrıntılı bir şekilde ele alınmış ve öğretmen adayları üçüncü DP'de alan modeline ek olarak sayı doğrusu modeli temsilini daha etkin bir şekilde kullanmaya başlamışlardır. Model temsillerini, bölmenin sadece eş paylaştırma anlamı ile ilişkilendirmenin yanında gruplama/ölçme anlamı için de kullanmışlardır. Ayrıca, iki öğretmen adayı modelleri ortak payda algoritması ile ilişkilendirebilmişlerdir. MGS oturumunda algoritmaların gerekçeleri üzerine yapılan tartışmalar sonucunda ilk iki DP'de algoritmaları ezberletmeyi planlayan öğretmen adayları üçüncü DP ve ÖS'de algoritmalara gerekçeleriyle yer vermişlerdir.

Sonuç olarak, MGS oturumlarından sonra üçüncü DP'de ve ÖS'de öğretmen adaylarından üçü ilk iki kazanım için uygun model temsillerini kullanmışlar ve iki öğretmen adayı ise model temsillerini ortak payda algoritması ile ilişkilendirmiştir. Sonucu doğal sayı çıkmayan, küçük kesrin büyük kesre bölündüğü bölme işlemlerini de modellerle temsil etmişler ve ortak payda algoritması ile ilişkilendirmişlerdir. Tüm öğretmen adayları, ters çevir çarp algoritmasını ezbere ifadeler ile vermek yerine, MGS oturumlardan öğrendikleri gerekçeleri örnek çözümleri üzerinde göstermişlerdir. Ayrıca, üçüncü DP'de planladıkları etkinlikleri ÖS'de uygulayarak önce kesirlerle bölme işleminin anlamını model temsilleri ile açıklayarak öğrencilerin kavramsal anlamalarını desteklemişler, sonra sayısal temsillerden ters çevir çarp algoritmasını gerekçeleri ile açıklamışlar ve böylece işlemsel becerilerinin gelişmesine katkı sağlamışlar. Kula'nın (2011) çalışmasında tespit ettiği gibi, öğretmen adayları ÖS'de farklı gösterimleri birbirleri ile ilişikli bir şekilde kullanarak öğrencilerin kavramsal anlamalarına destek olmuşlardır.

Öğrencilerin matematiksel anlamaları ve gelişimlerini desteklerken uygun temsillerin, analojilerin, örneklerin, açıklamaların kullanılması önemlidir (Hill, Rowan ve Ball, 2005; Huang ve Cai, 2007; Shulman, 1987). Bu çalışmada, öğretmen adayları üçüncü DP ve ÖS'de farklı temsilleri birbirleriyle ilişkilendirerek, algoritmaları gerekçeleri ile kullanarak, ön bilgileri hatırlatırken ve kazanımlar için farklı örnekleri temsillerle açıklayarak dönüşüm bilgilerinin geliştiğini göstermişlerdir.

5.1.4. Öğretim Materyallerinin Kullanıma İlişkin Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde öğretmen adaylarının DP ve ÖS'lerde ön bilgileri hatırlatmada ve kazanımlarda öğretim materyallerini nasıl kullandıkları ayrıntılı bir şekilde tartışılmıştır.

Öğretmen adayları ilk iki DP'de ön bilgilerin hatırlatılmasında ve kazanımların öğrenilmesinde herhangi bir materyal kullanmamışlar, sadece öğrencilerin işlem becerilerini geliştirmek istemişler, üçüncü DP ve ÖS'de materyal olarak A4 kâğıdından yararlanmışlardır. ÖS'de öğrencilere öğretim materyali olarak A4 kâğıtları dağıtmışlar ve bu kâğıtları katlayarak ya da keserek, bölmenin ölçme anlamından faydalanarak bir bütün içindeki yarımların veya çeyreklerin sayısını öğrencilerin katılımlarını sağlayarak buldurmuşlardır. Kullanılan A4 kâğıdı öğrencilerin daha fazla duyu organını aktif hale getirerek katılımlarını desteklediği (Çilenti, 1988) için bir doğal sayının bir kesre bölünmesini içeren fikri anlamlandırmalarına yardımcı olmuştur. A4 kâğıdının materyal olarak öğrenciler için basit, sade ve anlaşılabilir olması da onların anlamalarını güçlendirmede etkili bir faktör olmuştur (Yanpar-Şahin ve Yıldırım, 1999). Materyal kullanımı ile öğrencilerin modelleri oluşturabilmelerine, algoritmaları anlayabilmelerine ve işlemler arasındaki geçişleri kavrayabilmelerine fırsat verilmiştir (Masalski, 1999).

Kılcan (2006) ve Tanışlı ve diğerleri (2018) deneyimsiz öğretmenlerin materyal kullanmak yerine daha çok öğrencilerin işlem becerilerini geliştirmeye odaklandıklarını tespit etmişlerdir. İlk iki DP'de öğretmen adaylarının herhangi bir materyal kullanmamaları bu bulgu ile paralellik göstermiştir. Diğer taraftan, üçüncü DP'de A4 kâğıdını materyal olarak kullanmalarının nedeni ise MGS oturumlarında alan modelleri üzerine yapılan tartışmalarda dikdörtgen şeklinin kullanılması olabilir. Her ne kadar yarım ve çeyrek gibi kesirleri içeren bölme işlemlerini A4 kâğıdı kullanarak açıklamaları öğrencilerin birinci kazanımı anlamlandırmalarını desteklemiş olsa da öğretmen adaylarının tüm süreçteki materyal kullanımları yeterli olarak değerlendirilmemiştir. Örneğin A4 kağıdını diğer kazanımlar ($\frac{1}{2}:\frac{1}{4}$ gibi işlemler) için de bir materyal olarak kullanabilirlerdi. Alternatif olarak, öğretmen adaylarının kesir çubukları, şeritler gibi farklı materyallerden yararlanabilecekleri veya teknoloji (GeoGebra gibi yazılımlar) kullanımını içeren materyaller ile öğretim süreçlerini destekleyebilecekleri düşünülmektedir. Öğretmen adaylarının sınırlı materyal kullanma sebepleri materyal kullanmanın öğretimdeki öneminin yeterince farkında olmamaları, uygun materyalleri ve bu materyalleri nasıl kullanacaklarını bilmemeleri, tahtada işlemsel çözümlerin cazip olması, kendi öğrencilik hayatlarında materyallerin çok kullanılmamış olması, teknolojik imkanları nasıl veya nerede kullanacaklarını bilmemeleri olabilir.

5.2 Öneriler

5.2.1 Matematik Öğretmeni Yetiştirme Programına ve Kaynaklara Yönelik Öneriler

Bu çalışmada öğretmen adaylarının DBM'nin DB bileşeni çerçevesinde kesirlerle bölme konusuna ilişkin alan ve alan öğretimi bilgilerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının örnek seçimleri, gösterimleri, temsilleri ve öğretim materyalini nasıl kullandıkları incelenmiştir. Çalışmanın başlangıcında öğretmen adaylarının hazırladıkları ilk DP'leri incelendiğinde ve daha sonra kesirlerle bölme konusunda yapılan MGS oturumlarındaki tartışmalardan alan ve alan öğretimi bilgilerinde eksiklikler belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının ilk DP'lerde öğrencilerin kesirlerle bölme konusunda genel olarak işlemsel öğrenmelerini geliştirmeye yönelik örnekler seçtiği ve günlük yaşam bağlamının kurulmadığı tespit edilmiştir. Bu örnekler seçilirken genel olarak öğretmen adayları, kazanımları ve bu kazanımların aralarındaki ilişkileri dikkate almadıkları yeterince düşünmeden ders kitaplarından rastgele seçim yaptıkları belirlenmiştir. Halbuki, örnekler öğrencilerin kavramsal anlamalarını sağlamak için öğretim programındaki kazanımlar, kazanımların sırası, daha önce öğrenilen kavramlarla yeni kavramlar arasındaki bağlantıları ortaya çıkaracak şekilde seçilmelidir. Öğretmen adayları ilk DP'den sonra yapılan tartışmalar ve MGS oturumlarından sonra örnek seçimlerini kazanımların sırasına dikkat ederek ve günlük yaşam ilişkilerini kurarak zenginleştirmişlerdir. Örnek seçimlerinde sadece ders kitabına bağımlı kalmayıp MGS'de verilen örneklerden de etkilendikleri görülmüştür.

Bu çalışmada DBM'nin DB bileşeni kapsamında yapılan değerlendirmeler ve MGS oturumlarındaki tartışmalar sonucunda öğretmen adayları kesirlerle bölme konusunda hem DP'lerde hem de ÖS'lerde olumlu yönde değişim göstermişlerdir. Lisans eğitimindeki öğretim derslerinde, ortaokul öğretim programında yer alan konuların bu çalışmadaki gibi kazanımları dikkate alarak uygun örnek seçimleri, gösterimleri ve temsilleri dikkate alarak ayrıntılı bir şekilde ele alınması öğretmen adaylarının öğretimlerine katkı sağlayacaktır. Bu nedenle lisans eğitimindeki öğretim derslerinin hem ders sayısı hem de içeriği genişletilmelidir. Böylece öğretmen adayları konulara ait kazanımları ve kavramları birbiriyle ilişkilendiren örnek seçimleri yaparak işlemsel bilginin yanında kavramsal öğrenmeyi de amaçlayan DP'ler planlayabileceklerdir. Ayrıca ders kitaplarında yer alan örneklerin öğrencilerin işlem becerilerini geliştirmenin yanında akıl yürütmelerini ön plana alan içerik ve çeşitliliğe sahip olması gerekmektedir.

Bu çalışmada ayrıca, öğretmen adaylarının kavram ve işlemleri pekiştirmek amacıyla seçtikleri örneklere yeterli önemi vermedikleri tespit edilmiştir. İlk DP'de hiçbir öğretmen adayı pekiştirme örneklerine yer vermemiş, ikinci ve üçüncü DP'de ise sadece iki öğretmen adayı öğrencilerin işlemsel becerilerini geliştirmek için plandaki örneklere benzer ya da rastgele seçilmiş ve sadece belli kazanımlara ait örnekler vermişlerdir. Pekiştirme örneklerinin, derste çözülen örnekler dışında öğrencilerin akıl yürütebilecekleri şekilde seçilmesi kavramsal öğrenmenin gelişimi için oldukça önemlidir. Bu nedenle lisans ders içeriklerinde pekiştirme örneklerinin önemine daha çok vurgu yapılmalı ayrıca ders kitaplarında bölüm sonlarında verilen pekiştirme örneklerinin çeşitliliği artırılmalıdır.

Öğretmen adayları kavram ve işlemleri açıklamak için genel olarak ilk iki DP'de algoritmaları kullanmış, öğrencilerin kavramsal anlamalarını sağlamak için algoritmaları ezberletmeyi planlamışlar ve herhangi bir teknoloji desteğinden faydalanmamışlardır. Bu gösterimlerle öğretmen adayları kavramların altında yatan gerekçelere ve ilişkilere önem vermemiş, konuyu sadece belirli kuralları ezberleterek kavramsal anlamadan uzak bir öğretim planlamışlardır. Öğretmen adayları üçüncü DP ve ÖS'de kesirlerle bölmenin anlamına, algoritmaların ve temsillerin altında yatan gerekçelere yer vererek etkili bir öğretim gerçekleştirmişlerdir. Öğretmen adaylarının öğretimlerinde kullanmayı planladıkları ve uyguladıkları bu stratejiler MGS oturumlarından sonra ortaya çıkmıştır. Öğretmen adayları MGS oturumlarında algoritmaların gerekçelerini, temsillerin birbirleriyle olan ilişkilerinin farkına vararak planlarına ve öğretimlerine bu durumları yansıtmışlardır. Bu bağlamda lisans öğrenimindeki derslerde ezberden uzak, kavramların altında yatan gerekçelerin ve birbirleriyle olan ilişkilerinin açıklanması önemlidir. Bu açıdan lisans eğitimdeki öğretim elemanlarının da derslerini bu çerçevede öğretmen adaylarına örnek olacak şekilde yürütmeleri gerekmektedir.

Öğretmen gösterimlerindeki dikkat edilmesi gereken bir diğer durum ise soru sormanın etkili bir şekilde kullanılmasıdır. Öğretmen adayları genel olarak DP'lerde öğrenci düşüncesini ortaya çıkarmaya odaklanan sorular sormayı planlayarak soru sormayı etkili bir şekilde kullanmayı planladıkları belirlenmiştir. MGS'de ve DP'leri değerlendirme görüşmelerinde öğretmen adaylarına sürekli olarak sorular yöneltilerek soru sormanın öğretimdeki önemi vurgulanmıştır. Ancak öğretmen adayları genel olarak ÖS'de, DP'lerdeki planladıkları etkili soru sorma düşüncelerini gerçekleştirememişlerdir. Bu sonuçların mesleki deneyimsizlikten kaynaklı olduğu düşünülmektedir. Öğretmen adaylarına lisans derslerindeki öğretim derslerinde soru sormanın önemi daha çok vurgulanmalı hatta derslerde gerçek sınıf ortamları oluşturularak deneyimlerinin artırılması sağlanmalıdır.

Kavramsal öğrenmenin gerçekleşebilmesi için konuya ilişkin temsillerin birbirleriyle ilişkili ve etkili bir şeklide kullanılması gereklidir. Bu çalışmada öğretmen adayları genel olarak ilk iki DP'de ders kitaplarından seçtikleri sayısal temsil ve model temsillerinden sadece birisini örneklerin farklı bir çözümü olarak ilişki kurmadan kullanmışlardır. Temsillerin kullanımı ile ilgili yapılan MGS oturumlarından sonra öğretmen adayları temsil kullanımının kavramsal anlamadaki öneminin farkına varmışlar ve üçüncü DP'de ve ÖS'de farklı temsilleri birbirleri ile ilişkilendirerek kullanmışlardır. Alanyazında belirtildiği ve bu çalışmada da görüldüğü gibi öğretim derslerinde temsil kullanımının önemi daha çok vurgulanmalıdır. Öğretmen adaylarının öğrencilik dönemlerinde yaşadıkları deneyimler öğretimlerini etkilediğinden, öğretim elemanları lisans eğitimindeki tüm derslerde temsilleri ilişkili bir şekilde kullanarak öğrencilere örnek olmalıdırlar.

Öğrencilerin kavramsal öğrenmelerini destekleyen önemli bir unsur da öğretimde konulara uygun öğretim materyallerinin kullanılmasıdır. Bu çalışmada öğretmen adaylarının kesirlerle bölme konusunda materyal kullanımına gereken önemi göstermediği gözlemlenmiştir. İlk iki DP'de materyal kullanmayı düşünmeyen öğretmen adayları MGS'nin kesirlerle bölme oturumlarında yer verilen alan modeli temsilinden etkilenerek üçüncü DP'de birinci kazanım (bir doğal sayıyı bir birim kesre böler) için A4 kâğıdını materyal olarak kullanmayı planlamışlardır. ÖS'de bu materyali tüm öğrencilere dağıtarak uygulamalı bir şekilde birinci kazanım için öğrencilerin kavramsal anlamalarına katkı sağlamışlardır. Ancak diğer kazanımları açıklarken ne tür materyal kullanacaklarını bilmedikleri için sadece tahtada gösterim yapmayı tercih etmişlerdir. Lisans eğitimindeki derslerde materyal kullanımına yönelik içerikler olsa da öğretmen adaylarının materyal kullanımları sadece ders içeriğinde kalmayıp bu materyalleri konunun içeriğine uygun olacak şekilde düzenleyerek kullanmaları teşvik edilmelidir. Ayrıca öğretmen adayları öğretimlerinde teknolojiden faydalanmamışlardır. Bu nedenle derslerde teknolojik materyal kullanımının önemine daha fazla vurgu yapılmalı ve öğrencilerin de teknolojik materyal olarak örnekleri ve çözümlerini sadece akıllı tahtada görmelerinin yanında akıllı tahtayı ve diğer teknolojik araçları (örneğin, GeoGebra) kullanmaları sağlanmalıdır.

Sonuç olarak bu çalışma kapsamında yapılan MGS oturumları öğretmen adaylarının kesirlerle bölme konusuna yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerinin gelişimine destek olmuş ve bu gelişim hem ders planlarına hem de öğretim sürecine yansımıştır. Öğretmen adayları bu odaklı çalışma sonucunda farkındalıklarının arttıklarını belirterek önceden üzerinde çok fazla düşünmeden yaptıkları faaliyetleri bundan sonraki öğretim hayatlarında birbiriyle ilişkilendirerek kullanacaklarını ifade etmişlerdir. Bu nedenle öğretim programında yer alan tüm konular üzerinde bu tarz odaklı çalışmaların yapılması öğretimde önemsenmeyen veya gözden kaçabilecek durumların farkına varılmasını sağlayarak hem öğretmen adaylarına hem de öğretmenlere öğretimlerinde destek olacağı düşünülmektedir. Bu bağlamda lisans eğitimdeki öğretim derslerinde öğretmen adaylarına gerçek sınıf ortamlarında daha fazla deneyim kazanmalarına fırsatlar verilmeli ve öğretim derslerinde gerçek sınıf ortamları yaratılarak farklı konularla yönelik öğretim deneyimleri kazanmaları sağlanmalıdır. Ayrıca ders kitapları işlemsel bilgiden daha çok kavramsal öğrenmeyi ön plana çıkaracak şekilde düzenlenmelidir.

5.2.2. Araştırmacılara Yönelik Öneriler

Bu çalışmada öğretmen adayları kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerinin gelişimini sağlamak amacıyla bölme, kesir ve kesirlere bölme oturumlarından oluşan MGS oturumlarına katılmışlardır. Oturumlarda, farklı örnek türleri, algoritmaların gerekçeleri, temsillerin birbirleriyle olan ilişkileri, olası öğrenci hataları gibi konular ele alınmıştır. Oturumlar öğretmen adaylarının fikirlerini açıkça ifade edebileceği şekilde gerçekleştirilmiştir. Böylece öğretmen adaylarının MGS oturumlarında ve DP'leri değerlendirme görüşmelerinde kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerindeki eksiklikler görülmüş ve yerinde müdahaleler yapılmıştır. Bu doğrultuda öğretmen adaylarına daha derin bir bakış açısı sağlanarak gelişimleri desteklenmiştir. Öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin alan ve alan öğretimi bilgilerinin gelişimine odaklanan araştırmalarda bu çalışmadaki gibi hem eğitimin hem de gözlem sürecinin birlikte ele alınması alanyazına daha çok katkı sağlama fırsatı verecektir. Bu bağlamda özellikle öğrencilerin kavramsal anlamalarında zorluk çektikleri konularda çalışmalar yapılarak öğretmen ve öğretmen adaylarına rehber olunmalıdır.

Bu çalışmada öğretmen adayları hem DP'lerde hem de ÖS'de teknolojiyi kullanmamışlardır. Günümüzde teknoloji kullanımının önemi dikkate alındığında öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin öğretimlerine teknolojiyi de ilave ederek kavramsal öğrenmeyi destekleyecek etkinlikler kullanmaları teşvik edilmelidir. Bu doğrultuda tasarlanacak öğretim faaliyetlerinin içeriğine teknolojinin de dahil edilerek (Örneğin GeoGebra gibi) daha etkili bir öğretimin gerçekleşmesi sağlanabilir. Bu bağlamda yapılacak çalışmalarda katılımcıların teknolojik pedagojik alan bilgilerini geliştirmek amacıyla eğitimler düzenlenerek öğretimdeki yansımaları incelenebilir. Materyal kullanımının kavramsal öğrenmeyi desteklemedeki rolü dikkate alındığında yapılacak çalışmalarda katılımcıların materyal kullanımlarına yönelik becerilerinin ortaya çıkarılabileceği ya da materyal kullanımlarını geliştirmeye yönelik çalışmalar yapılarak alanyazına katkı sağlanabilir.

Öğretmen ve öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerini geliştirmeyi amaçlayan çalışmalarda, bir ders kaydı izletilerek tartışma ortamları oluşturulabilir. Böylece uygun veya uygun olmayan öğretimler tespit edilerek DP ve ÖS'lerde bu durumlar dikkate alınabilir. Bu çalışmada örnek bir dersin video kaydına erişilemediği için öğretmen adaylarına MGS oturumlarında bu imkân sunulamamıştır.

Bu çalışma sürecinde öğretmen adayları kesirlere bölme konusunu içeren üçer DP hazırlamışlardır. DP'nin ÖS'yi doğrudan etkilediği dikkate alındığında hazırlanan DP'lerin detaylı analizlerinin yapılması gerekliliği ortaya çıkmıştır. Bu nedenle araştırmacıların ÖS'yi gözlemlerken mutlaka DP'ye yönelik değerlendirme görüşmeleri yapması ve DP'nin hangi bileşenler dikkate alınarak hazırlandığının detaylı olarak incelenmesi önemlidir. Ayrıca öğretmen adayının ya da öğretmenin alan ve alan öğretimi bilgilerini belirleyebilmek için özellikle gerçek sınıf ortamlarındaki öğretimlerin gözlemlenmesi gerekmektedir. Çünkü çalışmanın katılımcılarına yapılacak testler, bireysel görüşmelere ilişkin değerlendirmeler onların alan ve alan öğretimi bilgilerini tam olarak ortaya çıkaramayacağı için çalışmalar mutlaka öğretimin gerçekleştiği ortamlarda yapılmalı ve öğretimden sonra değerlendirme görüşmeleri gerçekleşmelidir. Bu görüşmelerde gözlemlenen dersler katılımcılarla izlenip, öğretmenin/öğretmen adayının ders içindeki tutumları, öğrenci etkileşimleri, öğretim stratejilerini nasıl kullandığına ilişkin tartışma ortamları oluşturulmalıdır. Katılımcıların öğretim sürecindeki derslerini izlemeleri ile ders içinde dikkate alınması gereken öğretimsel faaliyetlerin öneminin ortaya çıkarılmasına ve daha sonraki öğretimlerde varsa eksikliklerinin giderilmesine katkı sağlanabilir.

Bu çalışma dört son sınıf öğretmen adayının kesirlerle bölme konusuna yönelik hazırladıkları üçer DP ve dörder ders saati ÖS ile sınırlıdır. Öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerindeki gelişimlerinin incelendiği çalışmalar sadece öğrencilik dönemlerini değil öğretmen olarak meslek yaşamlarını da kapsayacak şekilde genişletilmelidir. Öğretmenlik sürecinde elde edilen veriler değerlendirilerek çalışmanın bulguları gözden geçirilmeli ve bu bulgular öğretmenlerle paylaşılmalıdır.

KAYNAKÇA

Adu-Gyamfi, K., Schwartz, C. S., Sinicrope, R., & Bossé, M. J. (2019). Making sense of fraction division: domain and representation knowledge of preservice elementary teachers on a fraction division task. *Mathematics Education Research Journal, 31*(4), 507-528.

Albayrak, M. (2010). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için ilköğretimde matematik ve öğretimi-I (3. Baskı).* Erzurum: Mega Ofset Matbaacılık.

Aizikovitch-Udi, A., Clarke, D & Star, J. (2013). Good questions or good questioning: An essential issue for effective teaching. *CERME: 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.* Antalya, Türkiye.

Akkuş-Çıkla, O. (2004). The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students'algebra performance, attitude toward mathematics, and representation preference. Unpublished doctoral dissertation, Middle East Technical University, Ankara

An, S., Kulm, G. & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teacher in China and the U.S., *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 145–172.

Alacaci, C. (2010). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Eds.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* içinde (s. 63-95). Ankara: Pegem Akademi.

Alenazi, A. (2016). Examining middle school pre-service teachers' knowledge of fraction division interpretations. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *47*(5), 696-716.

Bailey, K.D. (1982). *Methods of social research (2. ed.)* New York: The Free Press.

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi.3.Baskı*. Trabzon: Derya Kitabevi.

Baki, A. (2010). Öğretmen eğitiminin lisans ve lisansüstü boyutlardan değerlendirilmesi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *11*(3), 15-31.

Baki, A. ve Bütün, M. (2009). İlköğretim matematik öğretmenlerinin bölme kavramı ile ilgili alan eğitimi bilgilerinin yapısı. *e-Journal of New World Sciences Academy*, Volume: 4, Number: 4, Article Number: 1C0093.

Ball, D. L. (1988). Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining what prospective teachers bring to teacher education *Michigan State University. Department of Teacher Education.* (Vol. 1).

Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, 90(4), 449–466.

Ball, D. L. (1992). Magical hopes: Manipulatives and the reform of math education. *American Educator: the professional journal of the American Federation of Teachers*, 16(2).

Ball, D. L., Hill, H. C. & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade and how can we decide?. *American Educator*, 29, 14-26.

Ball, D. L. & Sleep (2007). What is knowledge for teaching, and what are features of tasks that can be used to develop MKT? Presentation made at the center for proficiency in teaching mathematics (CPTM). *Pre-session of the Annual Meeting of The Association of The Mathematics Teacher Educators (AMTE) Irvine CA*, January.

Ball, D. L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special?. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.

Bryant, P. (1999). Mathematical understanding in the nursery school years. In :T. Nunes and P. Bryant, (Eds.), *Learning and teaching mathematics: An international perspective* (pp. 53-67). East Sussex, UK: Psychology Press.

Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda matematik öğretimi (5–8.Sınıflar).* Geliştirilmiş 2. Baskı. Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver E. (1983). Rational Number Concepts. In R. Lesh and M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, (pp. 91-125). New York: Academic Press.

Birgin, O. ve Gürbüz, R. (2009): "İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(2), 529-550.

Borko, H., Eisenhart, M., Brown, C. A., Underhill, R. G., Jones, D. & Agard, P. C. (1992). Learning to teach hard mathematics: Do novice teachers and their instructors giveup too easily? *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(2), 194-222.

Bulgar, S. (2003). Children's sense-making of division of fractions. *Journal of Mathematical Behavior*, 22, 319- 334.

Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of mathematical modelling and application,* 1(1), 45-58.

Bukova Güzel, E. ve Kula Ünver, S. (2016). Matematik öğretimi için dörtlü bilgi modeli. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Eds.), *Matematik eğitiminde teoriler* içinde (ss. 721-745). Ankara: Pegem.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2009). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (4. Basım) Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Cai, J., & Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in US and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. *The Journal of mathematical behavior*, 21(4), 401-421.

Chick, H. L., Baker, M., Pham, T., & Cheng, H. (2006). Aspects of teachers' pedagogical content knowledge for decimals. *Proceedings of the 30. Annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 297-304.

Cochran, K. F., DeRuiter, J. A., & King, R. A. (1993). Pedagogical content knowing: An integrative model for teacher preparation. *Journal of teacher Education, 44*(4), 263-272.

Common Core State Standards Initiative (CCSSI). (2018). The common core state standards for mathematics. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers.

Cotton, K. (1988). Classroom questioning. *School improvement research series*, 5, 1-22.

Creswell, J. W. (2013). *Nitel araştırma yöntemleri*. (çev. Eds. M. Bütün & SB Demir), İstanbul: Siyasal Kitapevi.

Çakıroglu, E., & Yıldız, B. T. (2007). Turkısh pre-servıce teachers'vıews about manıpulatıve use ın mathematıcs teachıng. *The enterprise of education*, 275-289.

Çilenti, K. (1988). *Eğitim Teknolojisi ve Öğretim,* Ankara: Kadıoğlu Mat.

deMarrais, K. (2004). Elegant communications: Sharing qualitative research with communities, colleagues, and critics. *Qualitative inquiry*, 10(2), 281-297.

Doğan-Coşkun, S. (2019). The Analysis of the Problems Posed by Pre-Service Elementary Teachers for the Addition of Fractions. *International Journal of Instruction*, 12(1), 1517-1532.

Doğan-Coşkun, S., Işıksal-Bostan, M., & Rowland, T. (2021). An in-service primary teacher's responses to unexpected moments in the mathematics classroom. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *19*(1), 193-213.

Erlandson, D. A., Harris, E. L., Skipper, B. L., & Allen, S. D. (1993). *Doing naturalistic inquiry: A guide to methods*. Sage.

Fenemma, E. & Franke, M.L., (1992). *Teachers' knowledge and its impact. Handbook of research on mathematics teaching and learning.* New York: Macmillan. pp:147-164.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidcl.

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(1), 3-17.

Gess-Newsome, J. (1999). Pedagogical content knowledge: An introduction and orientation. In J. Gess-Newsome and N. G. Lederman (Ed.), *Examining pedagogical content knowledge* (pp. 3-17). Boston: Kluwer Academic Publishers.

Getenet, S., & Callingham, R. (2021). Teaching interrelated concepts of fraction for understanding and teacher's pedagogical content knowledge. *Mathematics Education Research Journal*, *33*(2), 201-221.

Glesne, C. (2015). *Becoming qualitative researchers: An introduction* (5th edition). London: Pearson.

Graeber A. O., Tirosh D. & Glover, R. (1989). Preservice teachers' misconceptions insolving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research inMathematics Education,* 20(1),95-102.

Greeno, J. G., & Hall, R. P. (1997). *Practicing representation: learning with and about representational forms.* Phi Delta Kappan, 78, 361–367.

Goldin, G. A., & Shteingold, N. (2001). Systems of representation and the development of mathematical concepts. In Cuoco, A. A. & Curcio, F. R. (Eds), *The role of representation in school mathematics* (pp 1-23). Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education.* New York, NY: Teachers College.

Harel, G., Behr, M., Post, T. & Lesh, R. (1994). The impact of the number type on the solution of multiplication and division problems: Further considerations. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 363-384). Albany, NY: Suny.

Hıdıroğlu, Ç.N. (2019). Matematik öğretiminin temelleri ortaokul. G. Hacıömeroğlu ve K. Tarım (Ed). *Sayılar ve işlemler doğal, tam ve rasyonel sayılar* içinde (1.baskı s. 27-118). Ankara: Anı yayıncılık.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* içinde (pp. 1-23). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American educational research journal*, 42(2), 371-406.

Huang, R., & Cai, J. (2007). *Constructing pedagogical representations to teach linear relations in Chinese and US classrooms.* In Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3, 65-72.

Huckstep, P., Rowland, T. & Thwaites, A. (2003). Observing subject knowledge in primary mathematics teaching. *Proceedings of the British Society for Reseach into Learning Mathematics.* 23(1). 37-42.

Hwang, W.-Y., Chen, N.-S., Dung, J.-J., & Yang, Y.-L. (2007). Multiple Representation Skills and Creativity Effects on Mathematical Problem Solving using a Multimedia Whiteboard System. *Educational Technology & Society,* 10 (2), 191-212.

Işık, C. (2011). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 41, 231-243.

Işık, C. ve Kar, T. (2012). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde bölmeye yönelik kurdukları problemlerde hata analizi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 12(3), 2289-2309.

Işıksal, M. (2006). *A study on pre-service elementary mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the multiplication and division of fractions.* Unpublished doctorate dissertation. Middle East Technical University, Ankara.

Işıksal, M., & Çakıroğlu, E. (2008). Preservice teachers' knowledge of students' cognitive processes about the division of fractions. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 35(35), 175-185.

Izsák, A., Jacobson, E., de Araujo, Z., & Orrill, C. H. (2010). Teachers'levels Of Unıts And Fractıon Dıvısıon. Brosnan, P., Erchick, D. B., & Flevares, L. (Eds.). *Proceedings of the 32nd annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* Columbus, OH: The Ohio State University.

Janvier, C. (1987). Representation and understanding: The notion of function as an example. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 67-71). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Jitendra, A. K., Nelson, G., Pulles, S. M., Kiss, A. J., & Houseworth, J. (2016). Is mathematical representation of problems an evidence-based strategy for students with mathematics difficulties?.*Exceptional Children*, *83*(1), 8-25.

Karasar, N. (2005). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Kayhan-Altay, M., & Erhan, G. K. (2017). Pre-service elementary mathematics teachers' informal strategies for multiplication and division of fractions. *Başkent University Journal of Education,* 4(2), 136-146.

Kaput, J. (1992). *Tecnology and mathematics education*. In D.A. Grouws (Ed.), Handbook of Reseach on Mathematics Teaching and Learning (pp. 515-556). New York: Macmillan.

Kılcan, S., (2006). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin kavramsal bilgileri: Kesirlerle bölme.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.

Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers, in R. Lesh (Ed.), *Number and Measurement: Papers from a Research* Workshop ERIC/SMEAC, Columbus, OH, pp. 101–144.

Kinach, B. M. (2002). A cognitive strategy for developing prospective teachers‟ pedagogical content knowledge in the secondary mathematics methods course: Toward a model of effective practice. *Teaching and Teacher Education*, 18(1), 51–71.

Kleve, B. (2009). Aspects of a teacher's mathematical knowledge on a lesson on fractions. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 29(3), 67-72.

Kleve, B. (2010). Contingent moments in a lesson on fractions. *Research in Mathematics Education*, 12(2), 157-158.

Kleve, B. (2013). Hans teaching fractions grather than one. http://www.knowledgequartet.org/251/cur-scenario-3/

Kula, S. (2011). *Matematik öğretmen adaylarının dörtlü bilgi modeli ile alan ve alan öğretimi bilgilerinin incelenmesi: Limit örneği.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Kula, S. (2014). Matematik öğretmeni adaylarının öğretimlerinde karşılaştıkları beklenmeyen olaylara yönelik yaklaşımlarının dörtlü bilgi modeli çerçevesinde kavramsallaştırılması. Yayınlanmamış Doktora Tezi. *Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir*.

Kula, S., ve Bukova-Güzel, E. (2014). Matematik ve Matematik Öğretimi Bilgisi Işığında Dörtlü Bilgi Modelindeki Beklenmeyen Olaylar Bilgisi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi,* 5(1), 89-107.

Lamon, S. J. (2005). *More: In-depth discussion of the reasoning activities in Teaching fractions and ratios for understanding*. Routledge.

Lamon, S. J. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. Routledge.

Lamberg, T., & Wiest, L. R. (2015). Dividing Fractions Using an Area Model: A Look at In-Service Teachers' Understanding. *Mathematics Teacher Education and Development,* 17(1), 30-43.

Lane, C., O’Meara, N. & Walsh, R. (2019). Pre-service mathematics teachers’ use of the mathematics register. *Issues in Educational Research*, 29(3),790-806.

Lee, S. J. (2010). *Exploring middle grade teachers’ knowledge of partitive and quotitive fraction divisions.* Doctoral Dissertation, University of Georgia, Georgia.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. C. Janvier (Ed.), *Problems of representations in the teaching and learning mathematics* içinde (s.33-40). New Jersey: Erlbaum.

Leung, I. K. C. & Carbone, R. E. (2013). Pre-service teachers' knowledge about fraction division reflected through problem posing. *The Mathematics Educator*, 14(2), 80-92.

Li, Y., & Kulm, G. (2008). Knowledge and confidence of pre-service mathematics teachers: The case of fraction division. Z*DM*, *40*(5), 833-843.

Li, Y. & Smith, D. (2007). Prospective middle school teachers' knowledge in mathematics and pedagogy for teaching: The case of fraction division. *Proceedings of the 31. Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 185-192.

Lin, P. J. (2017). Fostering Novice Teachers' Knowledge of Students' Errors on Fraction Division by Using Researched-Based Cases. *Journal of Mathematics Education, 10*(1), 76-91.

Livy, S. (2010). *A 'knowledge quartet' used to identify a second-year pre-service teachers' primary mathematical content knowledge.* In Shaping the future of mathematics education. Proceedings of the 33rd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (pp. 344-359).

Livy, S., Herbert, S., & Vale, C. (2019). Developing primary pre-service teachers' mathematical content knowledge: Opportunities and influences. *Mathematics Education Research Journal*, *31*(3), 279-299.

Lo, J.-J. & Luo, F. (2012). Prospective elementary teachers' knowledge of fraction division. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15, 481-500.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States.* Mahwah, NJ: Erlbaum.

Mainali, B. (2021). Representation in teaching and learning mathematics. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, *9*(1), 1-21.

Masalski, W. (1999). *How to Use to The Spreadsheet as a Tool in The Secondary School Mathematics Classroom,* National Council of Teachers of Mathematics Inc, Virginia.

Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education. Revised and Expanded from" Case Study Research in Education."*. Jossey-Bass Publishers, 350 Sansome St, San Francisco, CA 94104.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook.* SAGE.

Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2018). Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı. http://ttkb.meb.gov.tr/program2.aspx sayfasından erişilmiştir.

Moru, E.K. (2006). *Emistemological obstacles in coming to understand the limit concept at undergrade level: a case of National University of Lesotho.* Doctoral dissertation, University of the Western Cape.

Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 175-197.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.

Olkun, S. ve Toluk, Z., (2001). *İlköğretimde Matematik Öğretimi:1-5 Sınıflar.* Ankara: Artım Yay.

Orrill, C. H., Sexton, S., Lee, S. J. & Gerde, C. (2008) Mathematics teachers' abilities to use and make sense of drawn representations. *Proceedings of the 8. International Conference for the Learning Sciences* 2, 140-147.

Özaltun-Çelik, A. ve Bukova-Güzel, E. (2016). Bir matematik öğretmenin ders imecesi boyunca öğrencilerin düşüncelerini ortaya çıkaracak soru sorma yaklaşımları. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi,* 7(2), 365-392.

Özmantar, M. F. ve Yeşildere, S. (2010). Limit ve süreklilik konularında kavram yanılgıları ve çözüm arayışları. Özmantar, Bingölbali ve Akkoç (Ed.), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* içinde. (2. baskı, s.181-221). Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation (No. 4).* Sage.

Patton, M. Q. (2014). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri* (çev. M. Bütün & S. B. Demir,). Ankara: Pegem Akademi.

Pesen, C. (2008). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre matematik öğretimi (4. Baskı).* Ankara: Pegem Yayıncılık.

Petrou, M. (2009). Adapting the knowledge quartet in the Cypriot mathematics classroom. *In Proceedings of the 6th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education,* pp. 2020-2029.

Pôlya, G. (1957). *How to solve it* (2nd éd.). New York: Doubleday.

Rayner, V. (2007). *An examination of the type of instruction that facilities pre-service teachers' development of specialized content knowledge of division with fractions.* Master's Thesis, Canada Concordia University, Canada.

Rowland, T. (2005). The Knowledge Quartet: A tool for developing mathematics teaching. *In Conference of Finnish Mathematics and Science Education Research Association,* 11-24.

Rowland, T. (2013). The Knowledge Quartet: the genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. *Sisyphus—Journal of Education*, *1*(3), 15-43.

Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2003). The knowledge quartet. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*,23(3), 97-102.

Rowland, T., Huckstep, P. & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 8(3), 255-281.

Rowland, T., Jared, L., & Thwaites, A. (2011). Secondary mathematics teachers' content knowledge: The case of Heidi. In *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, pp. 2827-2837.

Rowland, T., Thwaites, A. & Jared, L., (2015) Triggers of contingency in mathematics teaching, *Research in Mathematics Education,* 17, 2, 74-91.

Rowland, T., Turner, F., & Thwaites, A. (2014). Research into teacher knowledge: a stimulus for development in mathematics teacher education practice. *ZDM*, *46*(2), 317-328.

Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A. & Huckstep, P. (2009). *Developing primary mathematics teaching: Reflecting on practice with the Knowledge Quartet.* London: Sage.

Schoenfeld, A. H. (1992). On paradigms and methods: What do you do when the ones you know don't do what you want them to? Issues in the analysis of data in the form of videotapes. *The Journal of the Learning Sciences,* 2(2), 179-214.

Seçir, S. (2017). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerine ilişkin özelleştirilmiş alan bilgilerinin gelişiminin incelenmesi.* Yayınlanmamış doktora tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher,* 15(2), 4-14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review,* 57(1), 1–22.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing, *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.

Simon, M. (1993). Prospective elementary teachers' knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 233-254.

Skemp, R. (1987). *The psychology of learning mathematics*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Sowder, J. T. (2007). The mathematical education and development of teachers. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning,* 1,157-223.

Thanheiser, E. (2009). Preservice elementary school teachers' conceptions of multidigit whole numbers, *Journal for Research in mathematics Education*, 40(3), 251-281.

Tanışlı, D., Ayber, G. ve Karakuzu, B. (2018). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Ders Tasarımlarının Öğretime Entegrasyonu, *AJESI-Anadolu Journal of Educational Sciences International,* 8(2): 514-567.

Thwaites, A., Huckstep, P. & Rowland, T. (2005), *'The knowledge quartet: Sonia's reflections',* in D. Hewitt and A. Noyes (Eds), Proceedings of the sixth British Congress of Mathematics Education held at the University of Warwick, 168-175.

Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education,* 31(1), 5-25.

Tirosh, D., Tsamir, P., & Hershkovitz, S. (2008). Insights into children's intuitions of addition, subtraction, multiplication, and division. In A. Cockburn, & G. Littler (Eds.), *Mathematical misconceptions*. New Delhi: Sage Publications.

Toluk-Uçar, Z. (2011). Öğretmen Adaylarının Pedagojik İçerik Bilgisi: Öğretimsel Açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education,* 2(2), 87-102.

Toluk, Z. ve Olkun, S. (2001). İlköğretim Ders Kitaplarının Problem Çözme Becerilerinin Geliştirilmesi Açısından İncelenmesi. *X. Eğitim Bilimleri Kongresi,* Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

Toluk, Z. ve Olkun, S. (2003). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi.* Ankara: Anı Yayıncılık.

Turner, F. (2005). "I wouldn't do it that way": Trainee teacher's reaction to observations of their own teaching. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 25(3), 83-97.

Turner, F. (2009). Kate's Conception of Mathematics Teaching: Influences in The First Three Years. *Proccedings of CERME 5. Fifth Conference of the europen Society for Researh in Mathematics Education*. February, Lyon, France.

Turner, F & Rowland, T. (2010). The knowledge quatet as an organising framework an developing and deepening teachers' mathematics knowledge. In T. Rowland & K. Rurtven (Eds). *Mathematical Knowledge*. (pp.195-212). Newyork: Springer.

Van De Walle, J. V., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2021). İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim (Çev. Edit. S. Durmuş). 10. Baskıdan Çeviri, Ankara: Nobel. (Orijinal çalışmanın basım tarihi 2019).

Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (141–161). Hillsdale, NJ: Erlbaum and Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Wahyu, K., Kuzu, T. E., Subarinah, S., Ratnasari, D., & Mahfudy, S. (2020). Partitive Fraction Division: Revealing and Promoting Primary Students' Understanding. *Journal on Mathematics Education*, 11(2), 237-258.

Weston, T., L. (2013) Using the KnowledgeQuartet to quantify mathematical knowledge in teaching: the development of a protocol for Initial Teacher Education. *Research in Mathematics Education,* 15(3), 286-302.

Yanık, H. B. (2015). Rasyonel sayılar. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır ve A. Delice (Ed), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* içinde (s. 95-110). Ankara: Pegem Akademi.

Yanpar-Şahin, T. ve Yıldırım, S. (1999). *Öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme.* Ankara: Anı yayıncılık.

Yetkin-Özdemir, İ. E. (2008). *Sınıf öğretmeni adaylarının matematik öğretiminde materyal kullanımına İlişkin bilişsel becerileri*. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 35, 362-373.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Ankara: Seçkin.

Yirci, R. (2017). Öğretmen profesyonelliğinin önündeki engeller ve çözüm önerileri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD), 18*(1), 503-522.

Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods* (4th ed.). Thousand Oaks, California, USA: SAGE Publication.

Yusof, Y. M., & Zakaria, E. (2010). Investigating secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge: A case study. *Journal of Education and Sociology,* 1(1), 32-39.

Zhang, J. (1997). The nature of external representations in problem solving. *Cognitive Science,* 2, 179-217.

Zembat, İ. Ö. (2004). *Conceptual development of prospective elementary teachers: The case of division of fractions.* Doctoral dissertation, The Pennsylvania State University. ProQuest Digital Dissertations Database.

Zembat, İ. Ö. (2007). Sorun aynı– kavramlar; kitle aynı-öğretmen adayları. *İlköğretim Online,* 6(2), 305-312.

EKLER

Ek 1. Etik Kurul İzni

Evrak Tarih ve Sayısı: 05.01.2021-E.954

T.C.
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ
Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu

Sayı : E-93803232-622.02-954
Konu : Öğr.Gör. Ebru MUTLU

DAĞITIM YERLERİNE

İlgide kayıtlı başvurunuz 23/12/2020 tarih ve 12-10 toplantı/karar nolu etik kurul toplantısında görüşülmüş olup, alınan karar ekte sunulmuştur.

Gereği için bilgilerinize arz ederim.

Prof. Dr. Ertuğrul İŞLER
Kurul Başkanı

Ek: Etik Kurul Kararı (1 sayfa)

Dağıtım:

Gereği:
Eğitim Fakültesine

Bilgi:
Sayın Prof. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU
Sayın Öğr. Gör. Ebru MUTLU

Adres:Pamukkale Üniversitesi Kınıklı Merkez Kampüsü
Telefon:0 (258) 0 Faks:0 (258) 0
e-Posta:info@pamukkale.edu.tr Elektronik Ağ:http://www.pau.edu.tr/
Kep Adresi: paurektorluk@hs01.kep.tr

Bilgi için: Ayşen TOSUN
Unvanı: Birim Evrak Sorumlusu
Tel No: 2582961803

Evrak Tarih ve Sayısı: 05.01.2021-E.954

T.C.
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLERİ BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU

SAYI: 68282350/2018/G12

Toplantı Tarihi : 23.12.2020
Toplantı Sayısı : 12
Toplantı Saati : 15:30

S.N	Adı Soyadı
1	Prof. Dr. Ertuğrul İŞLER
2	Prof. Dr. Selçuk B. HAŞILOĞLU 151.250
3	Prof. Dr. Naci KARKIN .877
4	Prof. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU 5.01.202
5	Prof. Dr. Murat BALKIS
6	Prof. Dr. İsmail ÇEVİŞ
7	Prof. Dr. Süleyman BARUTÇU

KARAR 10- Üniversitemiz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Öğr. Gör. Ebru MUTLU'nun, Prof. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU danışmanlığında yürüttüğü ve Üniversitemiz Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi tarafından desteklenen, ***"Kesirlerle Bölmeye Yönelik Mesleki Gelişim Sürecine Katılan Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının Alan ve Alan Öğretimi Bilgilerindeki Değişimlerinin Dönüşüm Bilgisine Göre İncelenmesi"*** başlıklı çalışmasına yönelik başvuru formunun usul ve etik açıdan verdiği beyan ve ekler tetkik edilmiş olup; proje sahibinin, başvurusunda yer alan bilgi, belge ve taahhütnamelere uygun bilimsel davranışlar sergileyeceği kanaati oluşmuştur. İş bu karar oy birliği ile alınmıştır.

Prof. Dr. Ertuğrul İŞLER
Başkan

Ek 2. Millî Eğitim Bakanlığı İzni

T.C.
DENİZLİ VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 16605029/44-E.19338508
Konu : Anket Uygulama İzni

08/10/2019

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : Pamukkale Üniversitesi Rektörlüğü'nün 20/09/2019 tarih ve 17759 sayılı yazıları.

Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Temel Eğitim Anabilim Dalı İlköğretim Doktora Programı öğrencisi Ebru MUTLU, tez danışmanı Prof. Dr. Asuman DUATEPE sorumluluğunda "Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının Kesirlere Bölme İşlemine Yönelik Alan ve Alan Öğretimi Bilgilerinin Dörtlü Bilgi Modeline Göre İncelenmeesi" konulu tez çalışmasına yönelik hazırlamış olduğu anket/ölçek formlarını İlgi yazı gereği Müdürlüğümüze bağlı Denizli ili Pamukkale ilçesinde yer alan Raşit Özkardeş Ortaokulu 6. sınıf öğrencilerine uygulamak istemektedir.

Yukarıda adı geçen müracaat ile ilgili (Lisans/Lisansüstü/Doktora) öğrencileri ve Öğretim Görevlilerinin ilgi yazıları ekinde belirtmiş oldukları okullarda, (Ortaöğretim/İlköğretim/Okulöncesi) konuları ile ilgili anket çalışmalarının "Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri" Genelgesinde belirtilen esaslar gereğince; Okul ve kurumların eğitim-öğretim faaliyetlerini aksatmayacak şekilde 2019/2020 eğitim-öğretim yılı içerisinde uygulamaları Müdürlüğümüzce uygun görülmüştür.

Olurlarınıza arz ederim.

Mahmut OĞUZ
Milli Eğitim Müdürü

OLUR
08/10/2019
Halil CANAVAR
Vali a.
Vali Yardımcısı

T.C
DENİZLİ VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE

Kurumunuzca Müdürlüğümüzden talep edilen araştırma isteklerine ait Makam Onayı ve Müdürlüğümüzce Onay verilen anket formları ekte gönderilmiştir.

Gereğini rica ederim.

Halil CANAVAR
Vali a.
Vali Yardımcısı

Ek:
1-Anket Formları

Mehmet Akif Ersoy Mah. 29 Ekim Bulv. No:174/1 Merkezefendi/DENİZLİ
Elektronik Ağ : http://denizli.meb.gov.tr -
E-posta: ab20@meb.gov.tr -Strateji Şubesi

Ayrıntılı Bilgi İçin : Sefa GELMİŞ - Şef
Telefon :(0 258) 2342095
Belgegeçer :(0 258) 265 01 69

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 1332-da19-3df0-b657-90db kodu ile teyit edilebilir.

Ek 3. Öğretmen Adayı Öz Değerlendirme Formu

1. Matematik bilgisi açısından kendinizi nasıl değerlendirirsiniz? Açıklayınız.

2. Matematik öğretimi bilgisi açısından kendinizi nasıl değerlendirirsiniz? Açıklayınız.

3. Matematik öğretmeni olduğunuzda yaşayacağınızı düşündüğünüz bir kaygınız var mı? Açıklayınız.

4. İyi bir matematik öğretmeni olma konusunda kendinize ne kadar güveniyorsunuz? Açıklayınız.

Ek 4: DP'leri değerlendirmeye yönelik yapılan yarı yapılandırılmış görüşme soruları

1. Bu ders planında amacın nedir?
2. Neden bu örnekle başladın?
3. Örneğinde bu sayıları seçmende özel bir sebep var mıydı? Varsa neden?
4. Örneklerini kitaba bağlı olarak mı aldın?
5. Nasıl bir çözüm yapacaksın?
6. Neden bu çözümü yapıyorsun?
7. Materyal kullanacak mısın?
8. Öğrencinin düşebileceği olası hata/ kavram yanılgıları neler olabilir?
9. Bu hataları belirlediğinde nasıl bir öğretim stratejisi uygulayacaksın?
10. Hedeflerine ulaştığı düşünüyor musun?

Ek 5: ÖS'leri değerlendirmek için yapılan yarı yapılandırılmış görüşme soruları

1. Ders sırasında kesirlerle bölme konusuna ilişkin alan bilgisi yönünden bir sıkıntı yaşadın mı?
2. Eğer bir sıkıntı yaşadı iseniz hangi konuda yaşadın? Gidermek için bir girişimde bulundun mu?
3. Ders sırasında ölçmeye yönelik bir yöntem kullandın mı?
4. Eğer kullandı iseniz ne tür ölçmeler yaptın?
5. Öğrencileriniz değerlendirmek için ölçme aracı hazırladın mı?
6. Eğer hazırladı iseniz neler hazırladın? Bu ölçme araç ya da araçlarını kullandın mı? Eğer kullandıysan hangi amaçla kullandın?
7. Öğrencilerinizin kesirlerle bölmeye yönelik kavram yanılgıları olduğunu ve nerede zorlanabileceklerini düşünüyor musun?
8. Eğer düşünüyor iseniz bu durumları açıklar mısın?
9. Öğretim sürecinde hangi yöntemleri kullandın? Neden bu yöntemleri tercih ettin?
10. Ders sırasında hazırmış olduğunuz ders planından sapmanızı gerektirecek bir durumla karşılaştın mı?
11. Eğer karşılaştıysan bunlar neler oldu? Bu duruma yönelik tutumun ne oldu?
12. Kesirlerle bölmenin ortaokul 5-8 konularından hangileri ile ilişkili olduğunu düşünüyorsun? Örneklerle açıklar mısın?
13. Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nda kesirlerle bölmenin yeri nedir? Öncesinde ve sonrasında hangi konular var? Sana göre bu sıralamanın önemini açıklar mısın?
14. Kesirlerle bölme kendi içinde hangi kazanımlardan oluşuyor? Sen bu konuyu sunmak istesen hangi sıra ile sunardın?
15. Eğer farklı bir sıra ile sunmak istersen neden bu sıra ile sunmak istediğini açıklar mısın?
16. Biz kez daha ders öğretimi gerçekleştirecek olsan öğretiminizde değiştirmek istediğin durumlar olur muydu?
17. Eğer değiştirmek istediğin durumlar varsa bunların neler olacağını ifade edebilir misin?

Ek 6: Kesirlerle Bölme Alan Testi

1. 5'in içinde kaç tane $\frac{1}{2}$ vardır? ifadesine ilişkin aşağıda verile soruları yanıtlayınız.

a) Bu ifadeye karşılık gelen işlemi matematiksel olarak yazınız.

b) Neden bu işlemi ifade ettiğini açıklayınız.

c) Bu yazdığınız işleme uygun problem kurunuz.

d) Bu işlemi model çizerek gösteriniz. Çiziminizi adım adım yapınız.

2. $\frac{1}{3}$: 2 işlemi için aşağıda verilen soruları yanıtlayınız.

a) Bu işleme uygun problem kurunuz.

b) Bu işlemi model çizerek gösteriniz. Çiziminizi adım adım yapınız.

3. $\frac{1}{7}:\frac{3}{4}$işlemi için aşağıda verilen soruları yanıtlayınız.

a) Bu işleme uygun problem kurunuz.

b) Bu işlemi model çizerek adım adım yapınız.

4. $\frac{1}{3}: 4$ve$\frac{1}{3}$ x$\frac{1}{4}$ işlemleri arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

5. Ayşe Hanım, dikdörtgen şeklindeki bir pastadan kalan 3/ 4 kısmını 2 çocuğuna eşit olarak paylaştırmak istemektedir. Her bir çocuk pastanın ne kadarını yemiştir?

a) Bu problemin ifade ettiği matematiksel işlemi yazınız.

b) Neden bu işlemi ifade ettiğini açıklayınız.

c) Bu problemin ifade ettiği işlemi model çizerek gösteriniz. Çiziminizi adım adım yapınız.

6. Doğum günü için 6 litre meyve suyu alan Nur Hanım meyve suyunu 2/3 litrelik şişelere doldurmak istemektedir. Nur Hanım'ın ne kadar kaba ihtiyacı vardır?

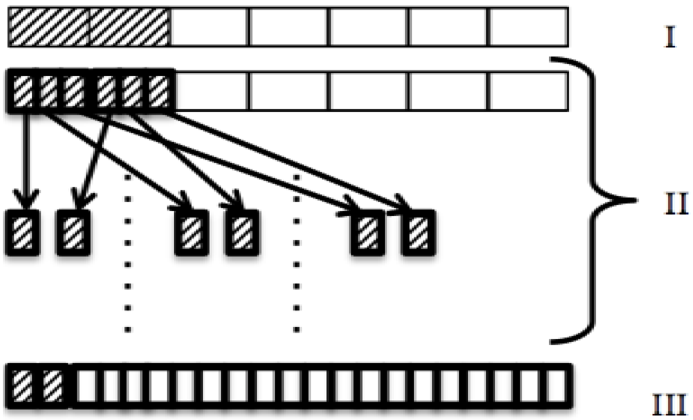
a) Bu problemin ifade ettiği matematiksel işlemi yazınız.

b) Neden bu işlemi ifade ettiğini açıklayınız.

c) Bu problemin ifade ettiği işlemi model çizerek gösteriniz. Çiziminizi adım adım yapınız.

7. $\frac{2}{3}:\frac{1}{5}$ işlemini yaparken kullanılan ters çevir çarp algoritmasını nasıl açıklarsınız.

8. Aşağıda "kesir çubuğu modeli" ne ilişkin soruları yanıtlayınız.

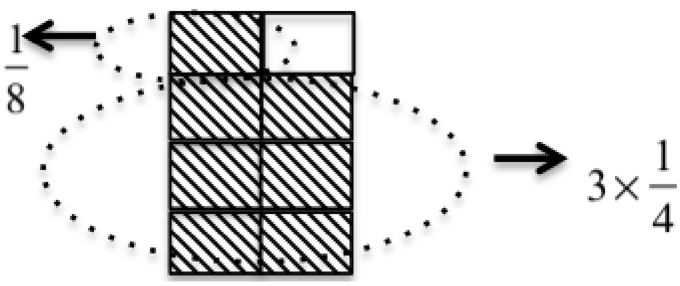


a) Bu model ile gösterilen işlemi matematiksel olarak yazınız.

b) Neden bu işlemi ifade ettiğini açıklayınız.

c) Bu model ile gösterilen işleme uygun problem oluşturunuz.

9. $\frac{7}{8}:\frac{1}{4}$ işlemini çözmek için aşağıdaki "dikdörtgensel modeli" çizmiştir.

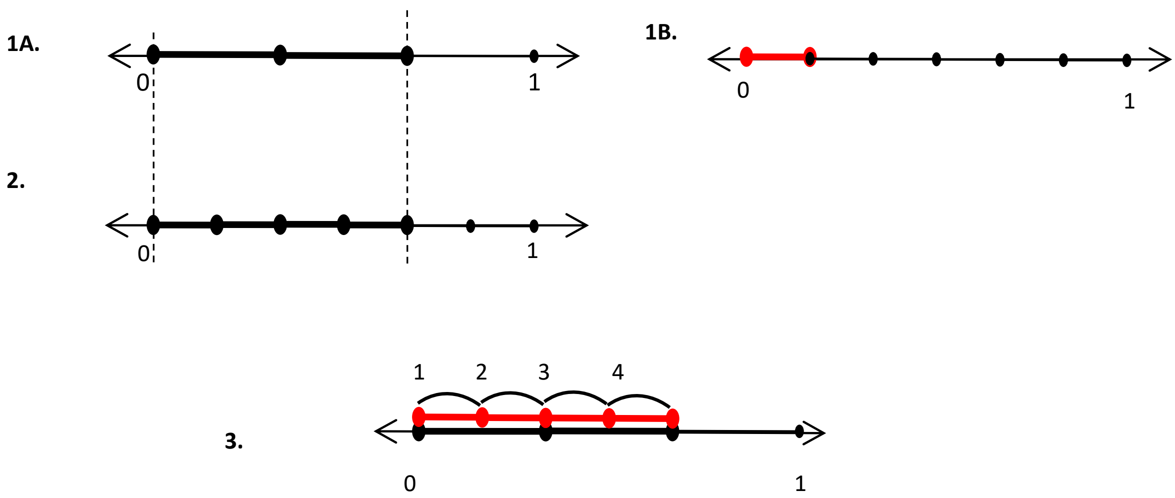


Bu modele bakarak işlemin sonucunun $3\frac{1}{8}$ olduğu ifade edilmiştir. Buna göre aşağıda verilen soruları yanıtlayınız.

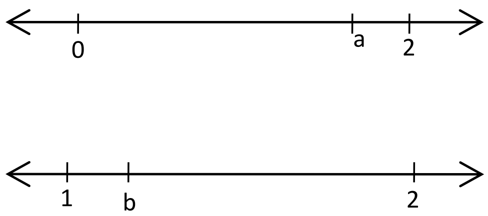
a) Çizilen bu model ve yanıt hakkında ne düşünüyorsunuz.

b) Bu işlemin sonucunu siz nasıl açıklarsınız.

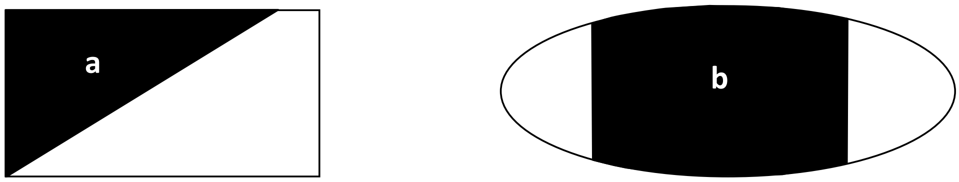
- 10. Aşağıda modelle gösterilen işlemin basamaklarını inceleyiniz.
- a) Bu sürecin hangi işleme karşılık geldiğini yazınız.
- b) Neden bu işlemi ifade ettiğini açıklayınız.
- c) Bu model ile gösterilen işleme uygun problem kurunuz.



11. a:b işleminin sonucunu tahmin ediniz. Bu sonucu nasıl tahmin ettiğinizi açıklayınız.



12. a:b işleminin sonucunu tahmin ediniz. Bu sonucu nasıl tahmin ettiğinizi açıklayınız.



Ek 7: Mesleki Gelişim Süreci Oturumları

1.OTURUM: BÖLME OTURUMU

Amaç: Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının bölme ve bölmenin anlamlarına yönelik alan bilgilerini harekete geçirme

Süre: 60'

Gerçekleştirilecek Eylemler:

1. Aşağıda yazılı olan görevleri öğretmen adaylarının adım adım yazılı olarak tamamlamaları istenir.

    a) Bölme tanımını ayrıntılı olarak yazınız.
    b) Bölme işlemi gerektiren bir problem yazınız. Bu problemde bölmenin ne anlama geldiğini açıklayınız.
    c) Oluşturduğunuz problemdeki anlamından farklı olacak şekilde bölme işlemi gerektiren başka problem durumları oluşturabilir misiniz? Bu farklı bölme anlamlarını yorumlayınız.

2. Öğretmen adaylarına yöneltilen görevlere ilişkin yazılı yanıtları alanyazında belirtilen bölmenin farklı anlamları çerçevesinde tartışılır.

3. Oturum sonunda öğretmen adaylarının aşağıdaki sorulara yönelik yansıtıcı düşüncelerini yazmaları istenir.

    a) Bu oturumda bölmeye ilişkin ne öğrendiniz?
    b) Bölmenin farklı anlamlarına ilişkin bu oturum size ne kazandırdı?

Araştırmacının Rolü:

1. Öğretmen adaylarının yazılı yanıtlarını inceleyip farklı yanıtların tartışılmasını sağlar. Eğer yanıtlar benzer ise içlerinden uygun olduğunu düşündüğü yanıtın tartışılmasını sağlar. Öğretmen adaylarının fikirlerini harekete geçirerek onların bilgiyi yapılandırmasına rehberlik eder.

2. Oturumu değerlendiren soruları öğretmen adaylarına yönelterek yansıtıcı düşüncelerini yazmalarını ister.

3. Oturum sonunda oturumu değerlendiren yansıtıcı düşüncelerini yazar.

2. OTURUM: KESİR OTURUMLARI

Amaç: Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesir ve kesrin anlamlarına yönelik alan bilgilerini harekete geçirme

Süre: 60'

Gerçekleştirilecek Eylemler

1. Aşağıda yazılı olan görevleri öğretmen adaylarının adım adım yazılı olarak tamamlamaları istenir.
   a) Kesir tanımını ayrıntılı olarak yazınız.
   b) Kesrin farklı anlamlarını içeren problem durumları oluşturunuz.

2. Öğretmen adaylarına yöneltilen görevlere ilişkin yazılı yanıtları alanyazında belirtilen kesir ve kesrin anlamları çerçevesinde tartışılır.

3. Oturum sonunda öğretmen adaylarının aşağıdaki sorulara yönelik yansıtıcı düşüncelerini yazmaları istenir.

   a) Bu oturumda kesre ilişkin ne öğrendiniz?
   b) Bu oturumda kesrin farklı anlamlarına ilişkin bilgi size ne kazandırdı?

Araştırmacının Rolü:

1. Öğretmen adaylarının yazılı yanıtlarını Behr ve diğerleri (1983) çerçevesinde inceleyip farklı yanıtların tartışılmasını sağlar. Eğer yanıtlar benzer ise içlerinden uygun olduğunu düşündüğü yanıtın tartışılmasını sağlar. Öğretmen adaylarının fikirlerini harekete geçirerek onların bilgiyi yapılandırmasına rehberlik eder.

2. Oturumu değerlendiren soruları öğretmen adaylarına yönelterek yansıtıcı düşüncelerini yazmalarını ister.

3. Oturum sonunda oturumu değerlendiren yansıtıcı düşüncelerini yazar.

3. OTURUM: KESİR OTURUMLARI

Amaç: Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesir modellerine yönelik alan bilgilerini harekete geçirme

Süre: 45'

Gerçekleştirilecek Eylemler

1. Aşağıda yazılı olan görevi öğretmen adaylarının yazılı olarak tamamlamaları istenir.
   a. Kesirleri gösterirken hangi modelleri kullanırsınız?

2. Öğretmen adaylarına yöneltilen göreve ilişkin yazılı yanıtları alanyazında belirtilen kesirleri gösterirken kullanılan modeller çerçevesinde tartışılır.

3. Oturum sonunda öğretmen adaylarının aşağıdaki sorulara yönelik yansıtıcı düşüncelerini yazmaları istenmiştir.
   a. Kesirleri gösterirken kullanılan modellerde daha önce bilmediğiniz ne öğrendiniz?

Araştırmacının Rolü:

1. Öğretmen adaylarının yazılı yanıtlarını Toluk ve Olkun, (2003) çerçevesinde inceleyip farklı yanıtların tartışılmasını sağlar. Eğer yanıtlar benzer ise içlerinden uygun olduğunu düşündüğü yanıtın tartışılmasını sağlar. Öğretmen adaylarının fikirlerini harekete geçirerek onların bilgiyi yapılandırmasına rehberlik eder.

2. Oturumu değerlendiren soruları öğretmen adaylarına yönelterek yansıtıcı düşüncelerini yazmalarını ister.

3. Oturum sonunda oturumu değerlendiren yansıtıcı düşüncelerini yazar.

4. OTURUM: KESİR OTURUMLARI

Amaç: Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesir büyüklüklerini tahmin, kesirlerde sıralama, denk kesir oluşturabilme, kesir gösterimleri ve birime yönelik alan bilgilerini harekete geçirme

Süre:80'

Gerçekleştirilecek Eylemler

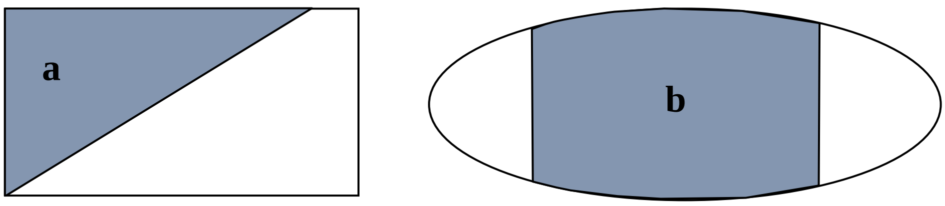
1. Aşağıda yazılı olan görevleri öğretmen adaylarının adım adım yazılı olarak tamamlamaları istenir.
   - **a.** Aşağıda verilen kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki yerlerini tahmin ediniz.

$$\frac{41}{80}, \frac{2}{3}, \frac{7}{5}, 1\,\frac{3}{4}$$

   - **b.** Aşağıda verilen kesirleri küçükten büyüğe doğru sıralayınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız

$$\frac{5}{11}, \frac{12}{23}, \frac{11}{13}, \frac{9}{40}$$

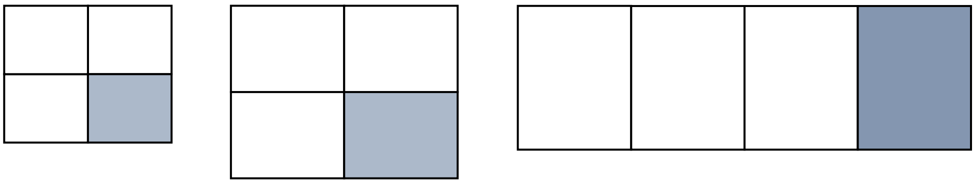
   - **c.** Aşağıdaki şekillerde a ve b neyi temsil etmektedir?



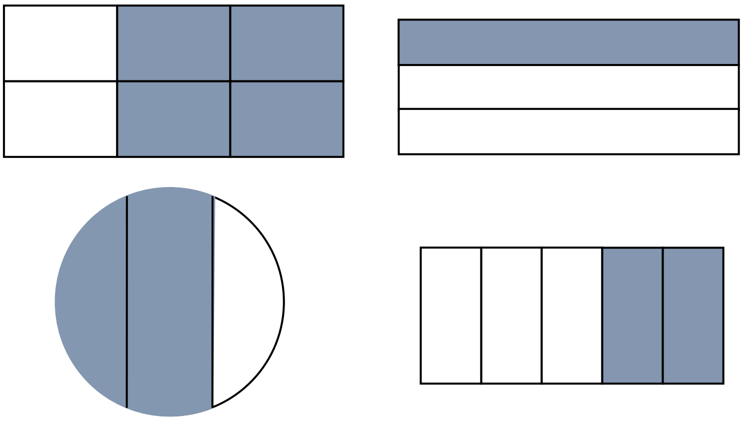
   - **d.** Aşağıda verilen kesirlere denk ikişer kesir bulunuz. Nedenini açıklayınız.

$$\frac{18}{20}, \quad \frac{7}{25}$$

e. Her bir şekildeki taralı bölge ne ifade etmektedir?

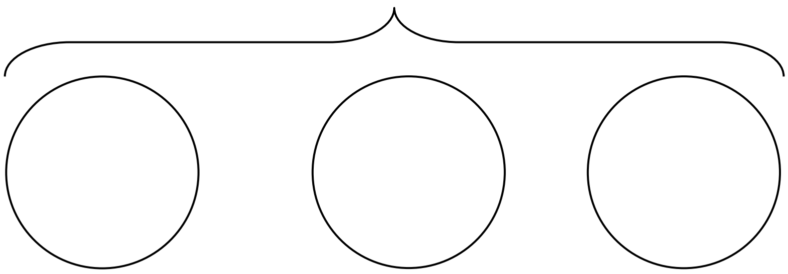


f. Aşağıda verilen şekillerden, taralı kısmı $\frac{2}{3}$ yi temsil eden şekli ya da şekilleri yuvarlak içine alınız. Neden bunu yaptığınızı açıklayınız.



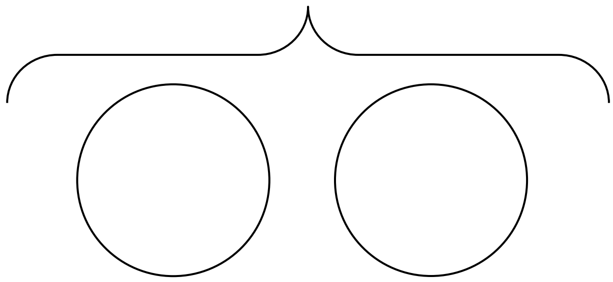
g. Aşağıda, birimlere karşılık modeller verilmiştir. İstenen birimlere karşılık gelen modelleri çiziniz.

g.1.



- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{3}$

g.2.



- $\frac{1}{3}$
- $1\frac{1}{4}$

2. Öğretmen adaylarına yöneltilen görevlere ilişkin yazılı yanıtları alanyazında belirlenen çerçevede tartışılır. Öğretmen adaylarına yöneltilen görevler araştırmacı tarafından hazırlanan kağıtlarda yer alır. Her görev için ayrı ayrı kağıtlar hazırlanıp öğretmen adaylarına ayrı ayrı dağıtılır.

3. Oturum sonunda öğretmen adaylarının aşağıdaki sorulara yönelik yansıtıcı düşüncelerini yazmaları istenir.

a. Bu oturumun kesirlerle tahminde size katkısını yazınız.

b. Bu oturumun kesirlerle sırlamada size katkısını yazınız

c. Bu oturumun denk kesri ifade etmede size katkısını yazınız.

d. Bu oturumun kesir gösterimlerini ifade etmede size katkısını yazınız.

e. Bu oturumun birim kavramını ifade etmede size katkısını yazınız.

Araştırmacının Rolü:

1. Öğretmen adaylarının yazılı yanıtlarını Lamon (2005) çerçevesinde inceleyip farklı yanıtların tartışılmasını sağlar. Eğer yanıtlar benzer ise içlerinden uygun olduğunu düşündüğü yanıtın tartışılmasını sağlar. Öğretmen adaylarının fikirlerini harekete geçirerek onların bilgiyi yapılandırmasına rehberlik eder.

2. Oturumu değerlendiren soruları öğretmen adaylarına yönelterek yansıtıcı düşüncelerini yazmalarını ister.

3. Oturum sonunda oturumu değerlendiren yansıtıcı düşüncelerini yazar.

5. OTURUM: KESİRLERLE BÖLME OTURUMLARI

Amaç: Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle bölmenin ilişkili olduğu kavramlar ve kesirlerle bölmede tahmine yönelik alan bilgilerini harekete geçirme

Süre: 60'

Gerçekleştirilecek Eylemler

1. Aşağıda yazılı olan görevleri öğretmen adaylarının adım adım yazılı olarak tamamlamaları istenir.
   a. Kesirlerle bölmenin ilişkili olduğu kavramlar nelerdir? Detaylı olarak yazınız.
   b. Verilen işlemlerin yanıtlarını tahmin ediniz. Detaylı şekilde açıklayınız.

$$2 : \frac{21}{103}, \qquad \frac{98}{201} : \frac{17}{53}, \qquad \frac{103}{399} : \frac{49}{99}, \qquad \frac{176}{99} : 3$$

2. Öğretmen adaylarına yöneltilen görevlere ilişkin yazılı yanıtları alanyazında belirlenen çerçevede tartışılır.

3. Oturum sonunda öğretmen adaylarının aşağıdaki sorulara yönelik yansıtıcı düşüncelerini yazmaları istenir.
   a. Bu oturumda kesirlerle bölmenin ilişkili olduğu kavramların size katkısını yazınız.
   b. Bu oturumun kesirlerle bölme işleminin sonucunu tahmin edebilmeye yönelik size katkısını yazınız.

Araştırmacının Rolü:

1. Öğretmen adaylarının yazılı yanıtlarını Ma (1999) çerçevesinde inceleyip farklı yanıtların tartışılmasını sağlar. Eğer yanıtlar benzer ise içlerinden uygun olduğunu düşündüğü yanıtın tartışılmasını sağlar. Öğretmen adaylarının fikirlerini harekete geçirerek onların bilgiyi yapılandırmasına rehberlik eder.
2. Oturumu değerlendiren soruları öğretmen adaylarına yönelterek yansıtıcı düşüncelerini yazmalarını ister.
3. Oturum sonunda oturumu değerlendiren yansıtıcı düşüncelerini yazar.

6. OTURUM: KESİRLERLE BÖLME OTURUMLARI

Amaç: Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle bölme işlemini model kullanarak gösterebilmelerine yönelik alan bilgilerini harekete geçirme

Süre: 80'

Gerçekleştirilecek Eylemler

1. Aşağıda yazılı olan görevleri öğretmen adaylarının adım adım yazılı olarak tamamlamaları istenir.
   - **a.** Aşağıdaki işlemleri model kullanarak yapınız. Detaylı şekilde açıklayınız.

     a. 1. $2 : \frac{1}{2}$

     a. 2. $\frac{1}{3} : \frac{1}{4}$

     a. 3. $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$

     a. 4. $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$

2. Öğretmen adaylarına yöneltilen görevlere ilişkin yazılı yanıtları alanyazında belirlenen çerçevede tartışılır.

3. Oturum sonunda öğretmen adaylarının aşağıdaki sorulara yönelik yansıtıcı düşüncelerini yazmaları istenir.
   - **a.** Kesirlerle bölme işleminde alan modeli kullanımına yönelik neler öğrendiniz?
   - **b.** Kesirlerle bölme işleminde sayı doğrusu modeli kullanımına yönelik neler öğrendiniz?

Araştırmacının Rolü:

1. Öğretmen adaylarının yazılı yanıtlarını Lamon (2012) ve Izsák ve diğerleri (2010) çerçevesinde inceleyip farklı yanıtların tartışılmasını sağlar. Eğer yanıtlar benzer ise içlerinden uygun olduğunu düşündüğü yanıtın tartışılmasını sağlar. Öğretmen

adaylarının fikirlerini harekete geçirerek onların bilgiyi yapılandırmasına rehberlik eder.

2. Oturumu değerlendiren soruları öğretmen adaylarına yönelterek yansıtıcı düşüncelerini yazmalarını ister.

3. Oturum sonunda oturumu değerlendiren yansıtıcı düşüncelerini yazar.

7. OTURUM: KESİRLERLE BÖLME OTURUMLARI

Amaç: Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle bölme işlemini model kullanarak gösterebilmelerine yönelik alan bilgilerini harekete geçirme

Süre: 80'

Gerçekleştirilecek Eylemler

1. Aşağıda yazılı olan görevleri öğretmen adaylarının adım adım yazılı olarak tamamlamaları istenir.
   - **a.** Aşağıdaki işlemleri model kullanarak yapınız. Detaylı şekilde açıklayınız.

     a.1. $\frac{1}{3}:\frac{1}{2}$

     a.2. $\frac{2}{3}:\frac{4}{5}$

     a.3. $\frac{1}{8}:3$

     a.4. $\frac{3}{5}:2$

2. Öğretmen adaylarına yöneltilen görevlere ilişkin yazılı yanıtları alanyazında belirlenen çerçevede tartışılır.

3. Oturum sonunda öğretmen adaylarının aşağıdaki sorulara yönelik yansıtıcı düşüncelerini yazmaları istenir.
   - **a.** Bir önceki oturuma göre kesirlerle bölme işleminde alan modeli kullanımının size katkısını açıklayınız.
   - **b.** Bir önceki oturuma göre kesirlerle bölme işleminde sayı doğrusu modeli kullanımının size katkısını açıklayınız.

Araştırmacının Rolü:

1. Öğretmen adaylarının yazılı yanıtlarını Lamon (2012) ve Izsák ve diğ. (2010) çerçevesinde inceleyip farklı yanıtların tartışılmasını sağlar. Eğer yanıtlar benzer ise içlerinden uygun olduğunu düşündüğü yanıtın tartışılmasını sağlar. Öğretmen

adaylarının fikirlerini harekete geçirerek onların bilgiyi yapılandırmasına rehberlik eder.

2. Oturumu değerlendiren soruları öğretmen adaylarına yönelterek yansıtıcı düşüncelerini yazmalarını ister.

3. Oturum sonunda oturumu değerlendiren yansıtıcı düşüncelerini yazar.

8. OTURUM: KESİRLERLE BÖLME OTURUMLARI

Amaç: Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle bölme işleminde kullanılan algoritmayı gerekçelendirebilmelerine yönelik alan bilgilerini harekete geçirme

Süre: 60'

Gerçekleştirilecek Eylemler

1. Aşağıda yazılı olan görevi öğretmen adaylarının yazılı olarak tamamlamaları istenir.
   a. Kesirlerle bölme işleminde kullanılan algoritmayı nasıl gerekçelendirirsiniz? Detaylı şekilde açıklayınız.

2. Öğretmen adaylarına yöneltilen görevlere ilişkin yazılı yanıtları alanyazında belirlenen çerçevede tartışılır.

3. Oturum sonunda öğretmen adaylarının aşağıdaki sorulara yönelik yansıtıcı düşüncelerini yazmaları istenir.

   a. Bu oturum kesirlerle bölme işleminde kullanılan algoritmayı gerekçelendirebilme yaklaşımınıza nasıl katkı sağladı?
   b. Gerekçelendirmelerden hangisini kullanmak istersiniz? Nedenleri ile açıklayınız?

Araştırmacının Rolü:

1. Öğretmen adaylarının yazılı yanıtlarını Tirosh (2000) çerçevesinde inceleyip farklı yanıtların tartışılmasını sağlar. Eğer yanıtlar benzer ise içlerinden uygun olduğunu düşündüğü yanıtın tartışılmasını sağlar. Öğretmen adaylarının fikirlerini harekete geçirerek onların bilgiyi yapılandırmasına rehberlik eder.
2. Oturumu değerlendiren soruları öğretmen adaylarına yönelterek yansıtıcı düşüncelerini yazmalarını ister.
3. Oturum sonunda oturumu değerlendiren yansıtıcı düşüncelerini yazar.

9. OTURUM: KESİRLERLE BÖLME OTURUMLARI

Amaç: Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle bölmeyi içeren farklı problem durumları oluşturabilmeleri

Süre: 30'

Gerçekleştirilecek Eylemler

1. Aşağıda yazılı olan görevi öğretmen adaylarının yazılı olarak tamamlamaları istenir.

  a. Kesirlerle bölmeyi içeren farklı problemler oluşturunuz. Problemlerin birbirinden farklarını açıklayınız.

2. Öğretmen adaylarının görevi yerine getirmeleri ile oturum sonlandırılır.

Araştırmacının Rolü:

1. Öğretmen adaylarının yazılı yanıtlarını incelemek üzere toplar.

10. OTURUM: KESİRLERLE BÖLME OTURUMLARI

Amaç: Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının oluşturdukları kesirlerle bölmeyi içeren farklı problem durumlarını ve kesirlerle bölmeyi içeren problemlerde öğrencilerin sahip olabilecekleri hataları belirleyip bu hataları düzeltmek için kullanacakları stratejileri belirlemeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerini harekete geçirme.

Süre: 80'

Gerçekleştirilecek Eylemler

1. 9. oturumda öğretmen adaylarının oluşturduğu problemler alanyazında belirlenen çerçevede tartışılır.

2. Aşağıda yazılı olan görevler öğretmen adaylarına tek tek yöneltilir. Görevlere yönelik yanıtlar yazılı olarak istenir.

   Aşağıda verilen işlemlere yönelik öğrenciler nasıl hatalar yapabilirler, siz bu hataları düzeltmek için nasıl bir öğretim stratejisi uygularsınız? Detaylı şekilde açıklayınız.

   a. $b/a \div c$ tipinde parçalama bölme
   b. $b/a \div d/c$ (c, a'nın katı) karşılaştırma bölme
   c. $a \div c/b$ kalansız ölçme bölme
   d. $a \div c/b$ kalanlı ölçme bölme
   e. $b/a \div d/c$ karşılaştırma parçalama bölme

3. Oturum sonunda öğretmen adaylarının aşağıdaki sorulara yönelik yansıtıcı düşüncelerini yazmaları istenir.
   a. Kesirlerle işlemini içeren farklı problem türleri oluşturmak size nasıl bir katkı sağladı?
   b. Bu oturum kesirlerle bölmeyi içeren problemlerde öğrencilerin sahip olabilecekleri hatalara yönelik öğretim stratejilerinize nasıl bir katkı sağladı?

Araştırmacının Rolü:

1. 9. oturumda öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeyi içeren oluşturdukları problemleri Vergnaud (1988) çerçevesinde inceleyip farklı yanıtların tartışılmasını sağlar. Eğer

yanıtlar benzer ise içlerinden uygun olduğunu düşündüğü yanıtın tartışılmasını sağlar. Öğretmen adaylarının fikirlerini harekete geçirerek onların bilgiyi yapılandırmasına rehberlik eder.

2. Oturumu değerlendiren soruları öğretmen adaylarına yönelterek yansıtıcı düşüncelerini yazmalarını ister.

3. Oturum sonunda oturumu değerlendiren yansıtıcı düşüncelerini yazar.

11. OTURUM: KESİRLERLE BÖLME OTURUMLARI

Amaç: Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle bölmede öğrencilerin sahip oldukları bilgi durumlarını belirleme, öğrencilerin sahip olabileceği hataları belirlemeye yönelik alan eğitimi bilgilerini harekete geçirme

Süre: 60'

Gerçekleştirilecek Eylemler

1. Aşağıda yazılı olan görevleri öğretmen adaylarının adım adım yazılı olarak tamamlamaları istenir.
   - **a.** Öğrencilerin kesirlerle bölme öğrenirlerken neler biliyorlardır? (ön bilgileri ile ilişkili olduğu kavramlar)
   - **b.** Kesirlerle bölmeyi öğrenme sürecinde nasıl güçlüklerle karşılaşabilirler? Bu güçlüklerin nedenleri neler olabilir? (güçlükler)
   - **c.** Öğrencilerin kesirlerle bölmeyi öğrenme sürecinde olası hataları neler olabilir? Olası hata kaynaklarının neler olabilir? (hatalar)
   - **d.** Öğrenciler kesirlerle bölmeyi öğrenirlerken ne gibi fikirleri olabilir? (süreç)

2. Öğretmen adaylarına yöneltilen görevlere ilişkin yazılı yanıtları tartışılır.

3. Oturum sonunda öğretmen adaylarının aşağıdaki sorulara yönelik yansıtıcı düşüncelerini yazmaları istenmiştir.
   - **a.** Bu oturum kesirlerle bölmeye yönelik öğrencilerin sahip oldukları ön bilgilerine yönelik sahip olduğunuz fikirlere nasıl bir katkı sağladı?
   - **b.** Bu oturum kesirlerle bölmeye yönelik öğrencilerin sahip oldukları güçlüklere yönelik sahip olduğunuz fikirlere nasıl bir katkı sağladı?
   - **c.** Bu oturum kesirlerle bölmeye yönelik öğrencilerin sahip oldukları hatalara yönelik sahip olduğunuz fikirlere nasıl bir katkı sağladı?
   - **d.** Bu oturum kesirlerle bölmeyi öğrenirlerken öğrencilerin süreç içinde sahip oldukları düşüncelerine yönelik sahip olduğunuz fikirlere nasıl bir katkı sağladı?

Araştırmacının Rolü

1. Öğretmen adaylarının yazılı yanıtlarını inceleyip farklı yanıtların tartışılmasını sağlar. Eğer yanıtlar benzer ise içlerinden uygun olduğunu düşündüğü yanıtın tartışılmasını sağlar. Öğretmen adaylarının fikirlerini harekete geçirerek onların bilgiyi yapılandırmasına rehberlik eder.
2. Oturumu değerlendiren soruları öğretmen adaylarına yönelterek yansıtıcı düşüncelerini yazmalarını ister.
3. Oturum sonunda oturumu değerlendiren yansıtıcı düşüncelerini yazar.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı	
Soyadı	
Doğum Yeri ve Tarihi	
Uyruğu	
İletişim Adresi ve E-Mail Adresi	
Eğitim	
İlköğretim	
Ortaöğretim	
Yükseköğretim (Lisans)	
Yükseköğretim (Yüksek Lisans)	
Yabancı Dil	
Yabancı Dil Adı	
Sınav Adı	
Sınavın Yapıldığı Ay ve Yıl	
Alınan Puan	
Mesleki Deneyim	
Yıl (lar)	**Mesleki Deneyim**

2004-halen	Öğretim Görevlisi
Akademik Çalışmalar	
Yayınlar	Mutlu, E., & Duatepe-Paksu, A. (2018). Pre-Service Lower Secondary School Mathematics Teachers' Ability of Drawing the Symmetry of a Figure according to a Line. In *ITM Web of Conferences (Vol. 22, p. 01038). EDP Sciences.*
Bildiriler	Mutlu, E. (2014) *Üniversite Öğrencilerinin İnternet Bağımlılık Düzeylerinin Bazı Değişkenlere Göre İncelenmesi*, European Conference On Social and Behavioral Sciences, St. Petersburg, September. Mutlu, E., ve Kabaca, T. (2015). *Investigation of high school teachers' attitude against computer aided education with some variables: A case study in Denizli.* [Special Issue] TOJET:2,323-328. Mutlu, E ve Özaltun Çelik, A (2017), *Matematik Öğretmeni Adaylarının Aritmetik Diziye İlişkin Öğrenci Öğrenmelerini Anlamaya Yönelik Değerlendirmeleri*, IV. Uluslararası Avrasya Eğitim Araştırmaları Kongresi [EJER], Denizli, Mayıs. Mutlu, E, (2018), *Ortaokul Öğrencilerinin Kesirlerle Bölme İşlemi Üzerine Problem Kurma Becerileri*, 8. International Congress of Research In Education, ULEAD 2018, Mayıs, Manisa. Mutlu, E ve Özaltun Çelik, A (2018), *Matematik Öğretmeni Adaylarının Bölme İşlemine Yönelik Hazırladıkları Gerçek Yaşam Bağlamlı Problemler*, 8. International Congress of Research In Education, ULEAD Mayıs, Manisa. Mutlu, E. ve Duatepe Paksu, A. (2018) *Pre-Service Lower Secondary School Mathematics Teachers' Ability of Drawing the Symmetry of a Figure according to a Line.* International Conference on Computational Mathematics and Engineering Sciences, CMES 2018, Mayıs, Kıbrıs. Mutlu, E. ve Duatepe Paksu, A. (2019). *Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının Kesirlerle Bölme İşleminde kullandıkları Modeller*, 1.Uluslararası Bilim, Eğitim, Sanat ve Teknoloji Sempozyumu, UBEST 2019, Mayıs, İzmir. Mutlu E., Duatepe Paksu, A. (2019). *Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının Kesirlerle Bölme İşleminde Ters Çevir Çarp Algoritmasını Gerekçelendirme Yaklaşımları*, TÜRKBİLMAT 2019, Eylül, İzmir. Mutlu E., Duatepe Paksu, A. (2021). *Kesirlerle Bölmeye Yönelik*

	Mesleki Gelişim Sürecine Katılan Matematik Öğretmeni Adaylarının Örnek Seçimlerinin İncelenmesi, UBEST 2021, Mayıs, İzmir