PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
PAMUKKALE UNIVERSITY ENGINEERING COLLEGE
MÜHENDİSLİK BİLİMLERİ DERGİSİ
JOURNAL OF ENGINEERING SCIENCES
YIL : 2004
CİLT : 10
SAYI : 1
SAYFA : 87-93

ORTOGONAL AĞ OLUŞTURMA ÇALIŞMALARINDA YENİ BİR YAKLAŞIM

Fatih DİKBAŞ, Halil KARAHAN
Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Kınıklı/Denizli

Geliş Tarihi : 24.12.2002

ÖZET

Bu çalışmada, sayısal modellemede kullanımı kaçınılmaz hale gelmiş olan otomatik ağ oluşturma çalışmaları üzerinde durulmuş ve yeni geliştirilen bir algoritmayla elde edilen sonuçlardan bazıları sunulmuştur. Geliştirilen algoritma öncelikle basit örnekler üzerinde denenmiş ve başarılı sonuçlar elde edilince daha karmaşık geometriler için ağ oluşturma çalışmaları yapılmıştır. Elde edilen ağlar hidrodinamik modellemede kullanılmak üzere ortogonalleştirilmiştir.

Anahtar Kelimeler : Ortogonal grid oluşturma, Sayısal modelleme, Bilgisayar programlama

A NEW APPROACH IN ORTHOGONAL GRID GENERATION STUDIES

ABSTRACT

In this study, automatic grid generation studies that became inevitable to be used in numerical modeling are considered and the results obtained by a new developed algorithm are presented. The developed algorithm is first tested on basic samples and when successful results are obtained grid generation studies for more complex geometries are made. The obtained grids wore made orthogonal to be used in hydrodynamic modeling.

Key Words : Orthogonal grid generation, Numerical modeling, Computer programming

1. GİRİŞ

Kısmi diferansiyel denklemlerin düzlemsel yüzeylerde ve üç boyutlu hacimlerdeki sayısal çözümleri için, öncelikle denklemlerin geçerli olduğu çözüm bölgesinin uygun şekilde sonlu sayıda alan veya hacimlere bölünmesi gerekmektedir. Doğadaki ortamların sayısal modellemesinde çözümü yapılan sistemler, genellikle oldukça düzensiz bir yüzey ve hacim yapısına sahiptir. Özellikle göl ve haznelerin hidrodinamik modellemesinde karşılaşılan ortamların batimetrik yapısı sayısal çözümün verimini azaltacak düzeyde karmaşık bir yapı sergileyebilmektedir. Son yıllarda bilgisayar teknolojisindeki gelişmelere bağlı olarak, sayısal modellemede de hızlı gelişmeler sağlanmıştır ve üç boyutlu modellerin kullanımı yaygınlaşmıştır. Üç boyutlu modellemede ağın hatasız bir şekilde elle oluşturulması çok zordur ve ağın bilgisayarla otomatik olarak oluşturulması gerekmektedir.

Otomatik ağ oluşturma konusunda ilk çalışmalar Winslow tarafından 1960'lı yıllarda yapılmış ve bu alandaki temel kavramlar ortaya konmuştur. Ağ üzerinde tanımlı olan fonksiyonlara bağlı Euler-Lagrange diferansiyel denklemlerinin çözülmesiyle Thompson ve Warsi ağ oluşturma yöntemlerini geliştirmiştir. Karmaşık olmayan bölgelerde düzgün ağlar elde etmiş olmalarına rağmen genellikle konvekslik ve ortogonallik sağlanamamıştır (Knupp and Steinberg, 1993). Günümüzde düzensiz düzlem bölgeler için düzgün ve konveks ağ oluşturma çalışmalarında başarılı olunmuştur ancak ağın ortogonalliği sağlaması problemi karmaşık yapıya sahip sistemler için çözülememiştir.

Kısmi diferansiyel denklemleri bir ağ üzerinde sayısal olarak çözmek için oluşturulan ağın konveks olması gereklidir. Bunun yanında, ağ ortogonal ise veya ortogonale çok yakınsa çözüm algoritmalarının uygulanması daha da kolaylaşır ve sonuçlardaki sayısal hatalar en aza indirilmiş olur. Ortogonal ağ oluşturma konusunda ilk çalışmalar, Brackbill and Saltzman (1982) tarafından yapılmıştır. Ortogonalliğin sağlanması ile ilgili daha farklı yaklaşımlar literatürde mevcuttur (Henrici, 1974). Bazı araştırmacılar sınır bölgesindeki noktaların dağılımlarını değiştirerek ortogonalliği sağlamaya çalışmışlardır (Eça, 1996; 1999). Uygulamalı sayısal modelleme konusuyla ilgili bilim dallarında otomatik ağ oluşturulması konusunda çalışmalar sürdürülmektedir (Abdou and Pham, 1993; Bao and Yan, 2000; Sanchez et al., 2002).

Oldukça girintili çıkıntılı olan baraj göllerinde sınır bölgelerinin modelde iyi bir şekilde temsil edilebilmesi için dikdörtgen elemanlardan oluşan modellerde oldukça küçük boyutlarda elemanlar kullanılması zorunlu olmaktadır. Ortogonallik koşulunu sağlayan ve modelin dış sınırını göl sınırının oluşturduğu ağlarda ise daha büyük boyutlu elemanlar kullanılarak işlem süresi azaltılabilmekte ve istenen bölgelerde sıklaştırma yapılarak daha hassas sonuçlar elde edilebilmektedir. Ortogonalliğin tüm ağ boyunca sağlanabilmesi ve daha düzenli bir ağ yapısı elde edebilmek için hücre boyutlarının hesaplamalarda kontrol altına alınması da gerekebilmektedir. Hücre boyutları üzerinde yapılan kısıtlamalar ve sınır bölgesindeki noktalara hareket serbestliği verilmesi güzel sonuçların elde edilmesini sağlamaktadır. Aşağıda açıklanan yöntem iç bölgelerdeki noktaların sınırlara yakınlıklarıyla orantılı olarak koordinatlarını belirlemektedir.

2. OTOMATİK AĞ OLUŞTURMA YÖNTEMİ

Bu çalışmada iki boyutlu ağ oluşturma çalışmaları yapılmıştır. Ancak elde edilen ağ yapısı, noktalardaki derinlik değerleri belirlenip eşit veya farklı sayıda parçalara bölünerek kolay bir şekilde üç boyutlu yapılabilir.

Kullanılan otomatik ağ oluşturma yönteminde öncelikle hesap bölgesinin sınır bölgesinde geometriyi yeterince temsil edecek sayıda noktanın x ve y koordinatları belirlenir. Ortam yatay yönde ve düşey yönde çizgiler tarafından kesilerek aynı doğrultularda eşit sayıda ama farklı boyutta elemanların oluşturduğu bir ağ yapısı elde edilir. Ağ yapısını oluşturan bu çizgilerin sayısı tercih edilen model çözünürlüğüne bağlıdır ve hesap sonuçlarını önemli derecede etkileyebilmektedir.

Sınır üzerinde değerleri belli olan x ve y koordinatları kullanılarak ağ yapısını oluşturacak olan çizgilerin sınırı kestiği noktaların koordinatları, noktalardan eğri geçirme yöntemi kullanılarak bilgisayar programıyla elde edilir. Böylece çözüm bölgesinin sınırını oluşturacak olan noktalar belirlenmiş olur.

Bu aşamadan sonra ortogonal ağ oluşturmada en önemli kısım olan iç bölgedeki noktaların koordinatlarının belirlenmesi gelmektedir. Bu amaçla literatürde karşılaşılan yaklaşımlardan farklı ve daha etkili olan aşağıdaki formülasyon geliştirilmiştir.

Bu yaklaşımla iç bölgede elde edilen eğriler yakın oldukları sınıra olan mesafeleriyle orantılı olarak sınıra paralelleşmektedir. Yani yukarı sınıra yakın olan eğri yukarı sınıra, aşağı sınıra yakın olan eğri aşağı sınıra paralel olmaktadır. Böylece sınır geometrisinin modele etkisi daha iyi temsil edilmekte ve daha gerçekçi modellemeler yapılabilmektedir.

$$X_{i,j} = X_{1,j} + \left(X_{im,j} - X_{1,j}\right) * \frac{\left(\left(X_{i,1} - X_{1,1}\right) * \left(JM - J\right) + \left(X_{i,jm} - X_{1,jm}\right) * J\right)}{\left(\left(X_{im,1} - X_{1,1}\right) * \left(JM - J\right) + \left(X_{im,jm} - X_{1,jm}\right) * J\right)} \tag{1}$$

$$Y_{i,j} = Y_{i,1} + \left(Y_{i,jm} - Y_{i,1}\right) * \frac{\left(\left(Y_{1,j} - Y_{1,1}\right) * \left(IM - I\right) + \left(Y_{im,j} - Y_{im,1}\right) * I\right)}{\left(\left(Y_{1,jm} - Y_{1,1}\right) * \left(IM - I\right) + \left(Y_{im,jm} - Y_{im,1}\right) * I\right)} \tag{2}$$

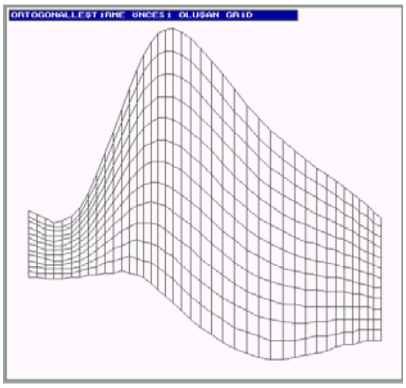
Bu denklemlerde kullanılan indisler şu şekildedir:

IM : Yatay yöndeki nokta sayısı,
JM : Düşey yöndeki nokta sayısı,
I : Yatay yöndeki nokta numarasını gösterir (yukarıdaki denklemler için 2<I<= IM-1'dir),
J : Düşey yöndeki nokta numarasını gösterir (yukarıdaki denklemler için 2<J<=JM-1'dir).

(1) ve (2) denklemlerinin temelini oluşturan yaklaşımla elde edilen bazı sonuçlarda iç bölgelerde yer alması gereken noktaların bir kısmının sınırların dışında ortaya çıktığı görüldüğünden tüm noktaların çözüm bölgesi içinde belirlenmesini sağlayan algoritma geliştirilmiş ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

3. YÖNTEMİN FARKLI ÖRNEKLERDE UYGULANMASI

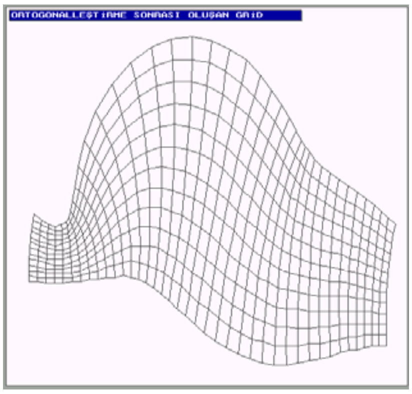
Ortogonal ağ oluşturma çalışmaları için ilk hazırlanan model Şekil 1'de gösterilmiştir. Bu modeli oluşturmak için kullanılan Curvigrd.cpp programı bölgenin sınır geometrisini temsil eden dış sınır üzerinde yeterli sayıda noktaya ait veriyi içeren .dat uzantılı dosyaları okuyup iç bölgede ortogonal ağ oluşturma özelliğine sahiptir. Program C++ dilinde yazılmıştır ve kapalı sınırı oluşturan eğrinin sağ, sol, alt ve üst olmak üzere dört parçaya bölünüp, sınırı yeterli şekilde temsil edecek sayıda noktanın veri olarak girilmesiyle çalışmaktadır. Program okuduğu nokta koordinatlarını okuduktan sonra istenen sıklıkta ağ oluşturabilmektedir. M1 örneği için hazırlanan veri dosyası Ek-1'de verilmiştir.



Şekil 1. M1 test modelinin ortogonalleştirme öncesi oluşturulan ağ yapısı

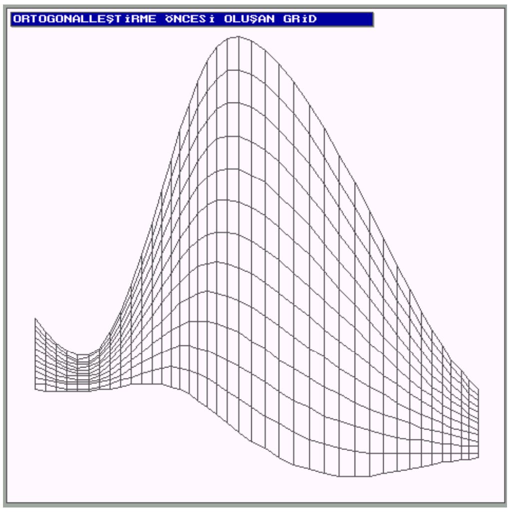
Bu veri dosyasının ilk satırında yer alan ilk iki rakam sırasıyla yatay ve düşey yöndeki nokta sayılarını vermektedir. Yani bu örnekte bölge (120-1) x (39-1) = 4522 adet elemana bölünmüştür. İlk satırdaki diğer rakamlar sırasıyla bölgenin üst, alt, sol ve sağ sınır noktalarında x ve y koordinatları belli nokta sayısını vermektedir. Diğer satırlarda ise noktaların sınır üzerinde kaçıncı nokta olduğu, x koordinatı ve y koordinatı verilmektedir. Program bu verileri kullanarak öncelikle koordinatları belli olan noktaların üzerinden en uygun eğriyi geçirerek sınırı oluşturur. Böylece sınır noktalarının tamamının koordinatları az sayıda nokta kullanılarak belirlenmiş olur. Bu örnekteki ağ yapısında bulunan 4800 noktanın koordinatını elde etmek için sınır üzerinde bulunan 14 noktanın koordinatının girilmesi yeterli olmuştur. Şekiller çizilirken karışık görünümün engellenmesi için eğrilerin tümü gösterilmemiştir. Yazılan çizim programında eğri çizim sıklığı girilebilmektedir.

İç bölgedeki tüm noktaların koordinatları sınırlara uyumlu şekilde belirlendikten sonra ortogonalliğin sağlanması için her noktada eğrilerin birbirini dik kesmesi sağlanır. Bunun için Curvigrid programındaki Orthog altprogramı kullanılmıştır. M1 test modeli için elde edilen ortogonal ağ Şekil 2'de gösterilmiştir. Dikkat edilecek olursa ortogonalleştirme sonrasında sınır bölgesindeki noktaların koordinatlarında değişme olduğu görülebilir. Bu konuda bilim dünyasında çalışmalar sürmektedir ve sınır bölgesinde değişiklik oluşmadan iç bölgede ortogonal ağ oluşturma çalışmaları devam etmektedir.

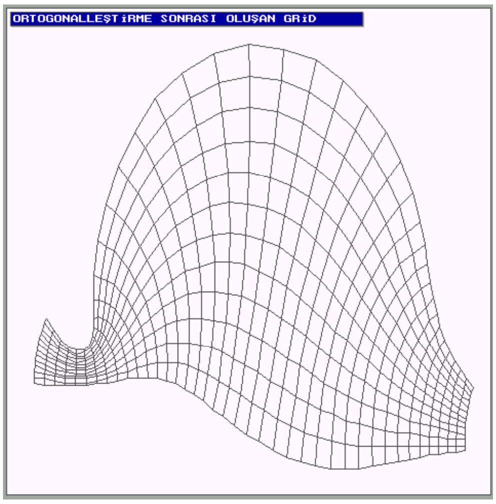


Şekil 2. M1 test modelinin ortogonalleştirme sonrası oluşturulan ağ yapısı

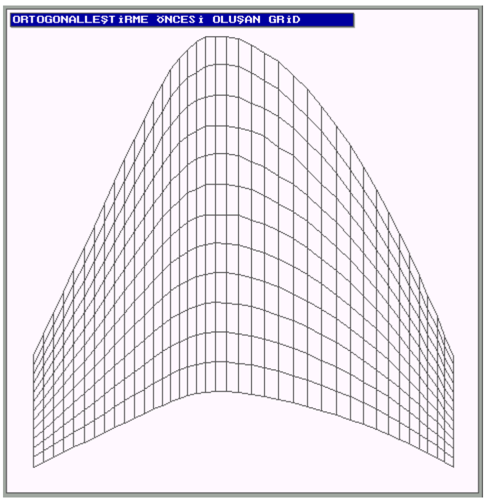
Curvigrid.cpp programı grafik programında veri dosyası olarak kullanılmak üzere *.cik ve *.grf uzantılı dosyalar oluşturmaktadır. Bu dosyalarda ortogonalleştirme öncesi ve sonrası koordinat değerleri bulunmaktadır. Grafiklerin çizilmesi için yazılmış olan Curvigrf.cpp programı *.grf uzantılı dosyaları kullanarak ortogonalleştirme öncesi ve sonrası elde edilen grafikleri çizmektedir. Aşağıdaki şekillerde (Şekil 3 – Şekil 15) çeşitli test modelleri için ortogonalleştirme ve sonrası elde edilen ağlar görülmektedir.



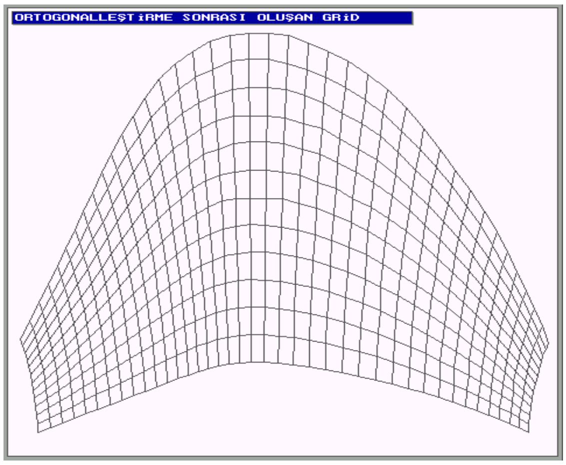
Şekil 3. M2 test modelinin ortogonalleştirme öncesi oluşturulan ağ yapısı



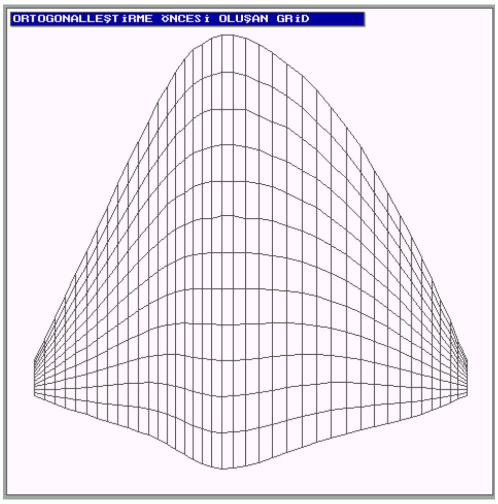
Şekil 4. M2 test modelinin ortogonalleştirme sonrası oluşturulan ağ yapısı



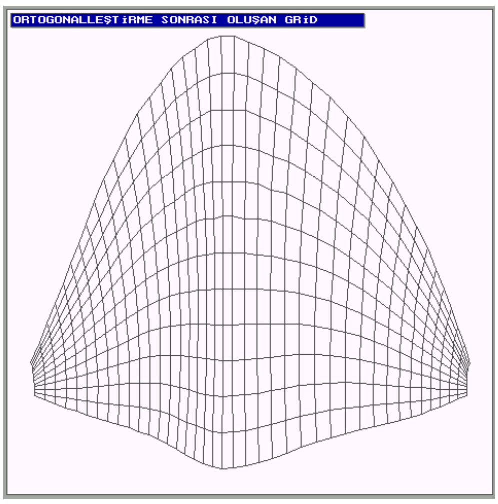
Şekil 5. M3 test modelinin ortogonalleştirme öncesi oluşturulan ağ yapısı



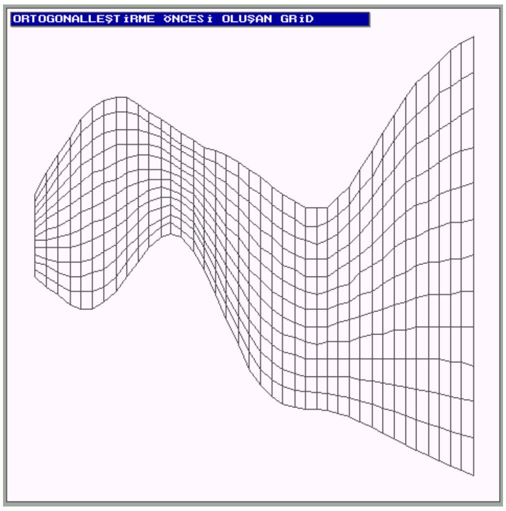
Şekil 6. M3 test modelinin ortogonalleştirme sonrası oluşturulan ağ yapısı



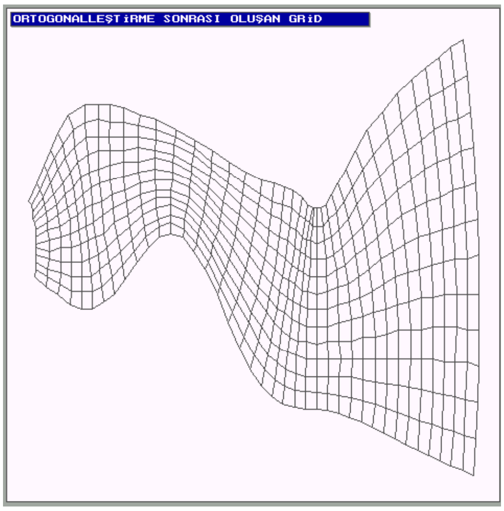
Şekil 7. M4 test modelinin ortogonalleştirme öncesi oluşturulan ağ yapısı



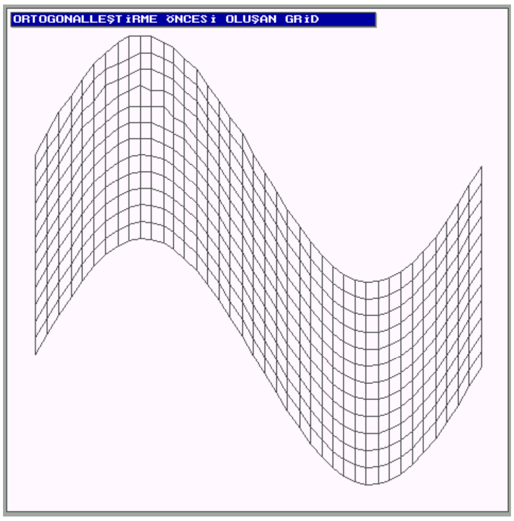
Şekil 8. M4 test modelinin ortogonalleştirme sonrası oluşturulan ağ yapısı



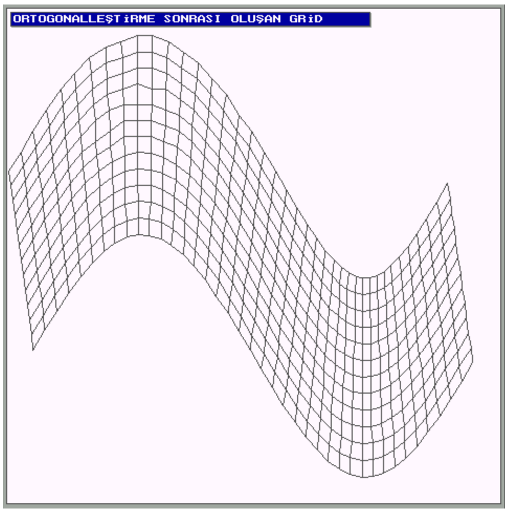
Şekil 9. M5 test modelinin ortogonalleştirme öncesi oluşturulan ağ yapısı



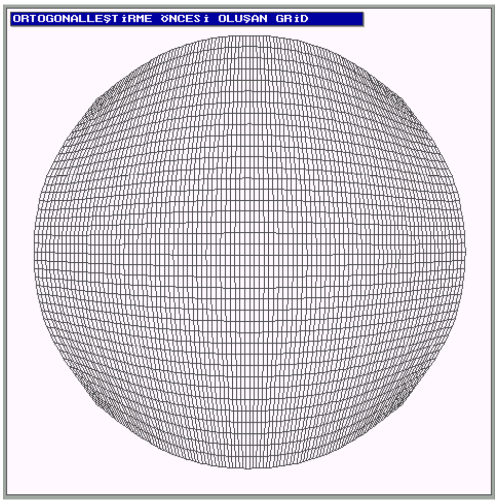
Şekil 10. M5 test modelinin ortogonalleştirme sonrası oluşturulan ağ yapısı



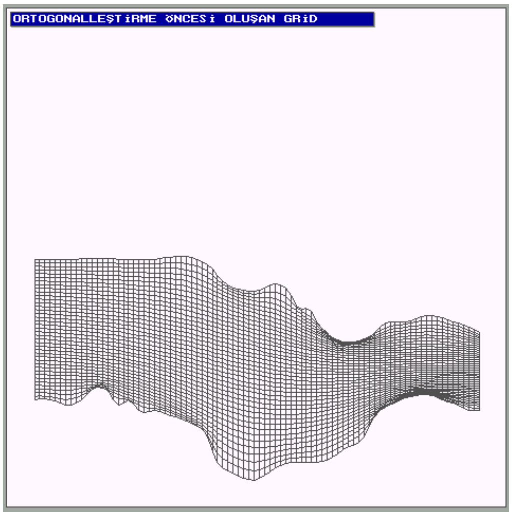
Şekil 11. M6 test modelinin ortogonalleştirme öncesi oluşturulan ağ yapısı



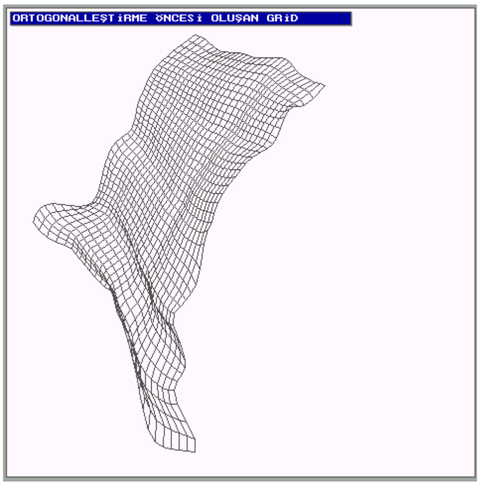
Şekil 12. M6 test modelinin ortogonalleştirme sonrası oluşturulan ağ yapısı



Şekil 13. Daire test modelinin ortogonalleştirme öncesi oluşturulan ağ yapısı



Şekil 14. İzmir test modelinin ortogonalleştirme öncesi oluşturulan ağ yapısı



Şekil 15. Gökpınar test modelinin ortogonalleştirme öncesi oluşturulan ağ yapısı

Kullanılan test modelleri basit geometriye sahip rastgele oluşturulmuş modellerdir ve sayısal uygulamalarda benzer yapılara rastlamak mümkündür. Örneğin M5 ve M6 modellerinin geometrik yapısına benzer şekillere nehir modellemelerinde rastlanabilir. Ortogonalliğin bozulup bozulmadığını kontrol etmek için bazı modellerde dar kesimler de oluşturulmuştur (M2 ve M5 modelleri). Geometrik yapıdaki bu gibi düzensizliklerin aşırı derecelerinde ortogonalliğin bozulduğu gözlenmiştir.

Dış sınır üzerinde 20 noktanın koordinatı kullanılarak elde edilen Şekil 13'teki ağ yapısı ortogonalleştirilememiştir. Çünkü eğrilerin tüm kesim noktalarında birbirine dik olması daire örneği için geometrik olarak mümkün olmamıştır. Bu nedenle dairesel havuz gibi su ortamlarının çözümü için kurulacak modellerin ortogonal olma şartı olmaması önerilmektedir. Benzer şekilde dış sınırda girinti çıkıntısı oldukça fazla olan İzmir Körfezi ve Gökpınar Baraj Gölü için ortogonal ağ oluşturma çabalarında ortogonallik koşulu çözüm bölgesinin tümünde sağlanamamıştır. Her iki model için ortogonalleştirme öncesi elde edilen ağ yapıları Şekil 14 ve Şekil 15'te verilmiştir. Şekil 15'te görülen Gökpınar test modelinin ortogonalleştirme öncesi ağ yapısı incelendiğinde iç bölgelerde bazı eğrilerin birbirini kestiği görülmektedir. Bu gibi durumlarda hesap bölgesi sınırı üzerindeki eğriliklerin yumuşatılması ve sınır üzerinde nokta dağılımının dengeli yapılmasının ortogonallik koşulunun sağlanmasında katkısı olacaktır. Deneme yanılma yoluyla uygun çözüme ulaşabilmek mümkün olabilmektedir ancak sınır geometrisinin fazla değiştirilmesinin hesap sonuçlarının hassasiyetini azaltacağı unutulmamalıdır. Karmaşık geometriye sahip sistemler için ortogonal ağ oluşturma çalışmaları farklı alanlarda çalışan araştırmacılar tarafından sürdürülmektedir. Ancak, henüz çok başarılı sonuçlar elde edilememiştir (Sanchez et al., 2002). Buna rağmen ortogonallik şartının aranmadığı sayısal modeller için iki ve üç boyutlu otomatik ağ oluşturma çalışmalarında büyük ilerlemeler sağlanmıştır.

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Sayısal modellemenin en önemli aşamalarından birisi hesap bölgesini temsil eden ağ yapısının oluşturulmasıdır. Bu çalışmada otomatik ağ oluşturma ve oluşturulan ağın ortogonalleştirilmesi konusunda yapılan bilgisayar programlama çalışmalarıyla elde edilen bazı sonuçlar sunulmuştur. Yapılan çalışmalarda sınır bölgesinin belirlenmesinin ardından iç bölgelerdeki noktaların koordinatlarını herbir sınıra yakınlığı ile orantılı olarak belirleyen bir algoritma geliştirilmiş ve ağ yapısını oluşturan eğrilerin yakın oldukları sınıra paralelleşmeleri sağlanmıştır. Basit geometrili örneklerde elde edilen ağlar sayısal modellemede kullanılabilecek düzeydedir ve ortogonallik şartını sağlamaktadır ancak göl haznesi gibi çok girintili çıkıntılı ortamlar için elde edilen ağ yapıları ortogonallik şartını sağlamamaktadır. Bu konu ile ilgili çalışmaların sürdürülmesi gerekmektedir ve girinti çıkıntının fazla olduğu bölgelerde nokta sayısının arttırılması yoluyla ortogonallik şartının sağlanması yolunda başarılı olunabileceği düşünülmektedir.

5. EK

M1 test modelinin oluşturulmasında kullanılan data dosyası:

```
120 39  7   7   2   2

1   20  40  60  80  100 120
-8  -1  6   12  22  31  38
37  37  44  46  42  39  37

1   20  40  60  80  100 120
-8  -1  6   12  22  31  38
34  34  34  32  30  30  31

1   39
-8  -8
34  37

1   39
38  38
31  37
```

6. KAYNAKLAR

Abdou, M. K. and Pham, H. D. 1993. Impact of Grid Selection on Reservoir Simulation, Journal of Petroleum Technology. Vol. 45, No 7, 664-669.

Bao, X. and Yan, J. S. 2000. A Three-Dimensional Tidal Model in Boundary-Fitted Curvilinear Grids. Estuarine, Coastal and Shelf Science. Vol. 50, No: 6, 775-788.

Brackbill, J. U., Saltzman, J.S. 1982. Adaptive Zoning For Singular Problems in Two Dimensions, J. Comput. Physics, 26, 342-368

Eça, L. 1996. 2D Orthogonal Grid Generation With Boundary Point Distribution Control, J. Comput. Phys., 125, 440-453.

Eça, L. 1999. Orthogonal Generation Systems, Handbook of Grid Generation, CRC Press, Boca Raton, Florida.

Henrici, P. 1974. Applied and Computational Complex Analysis, 2000s., Wiley, New York

Knupp, P., Steinberg, S. 1993. Fundamentals of Grid Generation, 304 s. CRC Press, Boca Raton, Florida

Sanchez, P. B., Flores, G. F. G. and Mota, F. J. D. 2002. Some Experiences on Orthogonal Grid Generation. Applied Numerical Mathematics. Vol. 40, 179-190.