

# DOKUNABİLİRLİK SINIRIYLA İLGİLİ KURAMSAL ÇALIŞMALARIN DEĞERLENDİRİLMESİ

Yıldıray TURHAN\*, Recep EREN\*\*

\*Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Tekstil Mühendisliği Bölümü, Denizli  
\*\*Uludağ Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Tekstil Mühendisliği Bölümü, Bursa

Geliş Tarihi : 14.01.2004

## ÖZET

Bu makalede, dokuma kumaşlarda dokunabilirlik sınırları hakkında geçmişte bazı araştırmacılar tarafından yapılan kuramsal çalışmalar değerlendirildi. İlk olarak, araştırmacıların kabulleri, kabullere dayalı olarak geliştirdikleri geometrik modeller ve bu modellere bağlı olarak oluşturdukları matematiksel bağıntılar sunuldu. Bu bağıntıların içerdiği kumaş parametreleri vurgulandı. Sonra, geliştirilen kuramlar, dokunabilirlik sınırını tahminleme performansları açısından yorumlandı. Sonuç olarak, bu konuda yapılabilecek yeni çalışmalar önerildi.

**Anahtar Kelimeler :** Kumaş geometrisi, Atkı sıklığı, Çözümlü sıklığı, Örtme faktörü, Örgü faktörü, İplik çapı

## THE INVESTIGATION OF THEORETICAL WORKS ABOUT WEAVABILITY LIMITS

### ABSTRACT

In this paper, theoretical works that were done about weavability limits by researchers in the past were critically reviewed. Firstly, researcher's assumptions, their geometric models that were developed as based on these assumptions and their mathematical equations derived from the geometrical models were introduced. Later, the equations fabric parameters in the equations were pointed. In conclusion, theories were discussed in terms of capable of predicting weavability limits and some new works were advised.

**Key Words :** Fabric geometry, Weft density, Warp density, Cover factor, Weave factor, Yarn diameter

## 1. GİRİŞ

Dokuma kumaşların tasarımında temel amaç, kullanım yerine uygun özelliklerin önceden belirlenerek yeni kumaş yapıları geliştirmek; mümkün olan en yüksek dokuma verimini elde etmek ve kumaş kalitesini yükseltmektir. Kaliteli bir kumaş ve yüksek dokuma verimi ise belirli dokuma şartlarının sağlanmasıyla elde edilebilir. Bu şartların en temeli önceden tasarlanan kumaşın dokunabilirlik sınırı içinde olmasıdır. Kumaş dokunabilecek en yüksek sıklık sınırını aşmış ise tasarım tezgah üzerinde elde edilemez. Sınıra yakın ya da bu

sınırdan daha yüksek sıklıkta kumaşlar dokunmaya çalışıldığında kumaş çizgisi tarağın en ileri konumunun çok fazla gergisine doğru kayar. Bu durumda bir yandan ön ağızlık boyutları küçülüp atkının ağızlıktan geçişi zorlaşırken diğer yandan tefeleme esnasında aşırı gerginlik artışından dolayı çözgü kopuşları meydana gelir. Bu tür olumsuzluklar sonucunda dokuma pratik açıdan olanaksız hale gelir.

Geçen yüzyıldan günümüze kadar araştırmacıların dokunabilirlik sınırı konusunda yaptıkları çalışmalar iki temel aşamada gerçekleşmektedir. Bunlardan ilki temel bazı örgüler için geometrik modeller

oluşturarak bunlara ait matematiksel bağıntılar geliştirmek yani kuramsal çalışmalar yapmak; diğeri bu teorik bağıntılar ve tezgahta elde edilen sonuçları karşılaştırmak yani deneysel çalışmalar yapmak şeklindedir. Araştırmacıların kuramsal çalışmaları sırasında geometrik modeller geliştirmelerindeki amaç, yapıları bakımından karşılaştırılabilir olan standart ya da referans bir kumaş sunmaktır. Ortaya koydukları bu referans yapılar genellikle dokunabilirlik sınırındaki kumaşlardır. Bu kumaşlar kuramsal olarak oluşturulurken bunlara ait bazı yapısal parametreler ortaya konmuş; böylece bir kumaşın yapısal parametreleri referans kumaşın yapısal parametreleri ile ilişkilendirilmiştir. Bu ilişkiler ise nihai kullanıma uygun yapıların geliştirilmesini sağlayacak kumaş özelliklerinin tahminleşmesinde kullanılmıştır. Bu makalede dokunabilirlik sınırıyla ilgili geçmişten günümüze kadar yapılan bazı temel kuramsal çalışmalar genel olarak değerlendirilecektir.

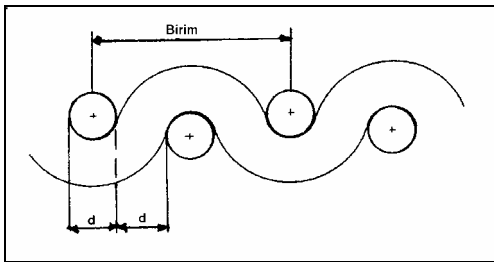
## 2. KURAMSAL ÇALIŞMALAR

### 2. 1. Ashenhurst Tarafından Geliştirilen Kuram

Ashenhurst basit geometri kullanarak kare yapıli kumaşların maksimum dokunabilirlikleri konusunda kuramsal çalışmalar yapan ilk araştırmacıdır. Bu amaçla “çap-kesişim teorisi” olarak bilinen teoriyi ortaya koymuştur. Çalışmasının ilk aşamasında çeşitli varsayımlarda bulunarak bez ayağı örgü için bir geometrik model oluşturmuş ve daha sonra bu modelle ilgili matematiksel bağıntıları sunmuştur. İleri sürdüğü varsayımlar (Ashenhurst , 1885):

1. Atkı ipliği çapı çözgü ipliği çapına eşit.
2. İplikler arasındaki boşluk aradan geçen iplik çapına eşit.
3. İplik üniform bir silindir şeklindedir.

Ashenhurst’un oluşturduğu geometrik model Şekil 1’de gösterilmektedir.



Şekil 1. Ashenhurst’ın bezayağı örgü için “çap-kesişim teorisi” ne dayalı geometrisi (Ashenhurst , 1885)

Ashenhurst, bu varsayımlara dayalı olarak geliştirdiği geometrik kumaş modelinden bez ayağı dışındaki örgü tiplerinde de en yüksek dokunabilirlikleri hesaplayabilmek için iplik atlama ve kesişmelerini de dikkate almıştır. Bu amaçla örgü faktörü denilen eşitlikleri sunmuştur (Seyam and El-Shiekh, 1993):

$$\text{Örgü faktörü (F)} = \frac{e}{e+i} \quad (1)$$

Bu eşitliği de dikkate alarak en yüksek sıklığı veren bağıntıyı oluşturmuştur:

$$t = \frac{e}{d(e+i)} \quad (2)$$

Burada,

- t : inch’teki maksimum çözgü ya da atkı sayısı
- e : tekrar eden örgü birimindeki çözgü ya da atkı sayısı
- i : örgü biriminde yer alan kesişme sayısı
- d : iplik çapı

$$d = \frac{1}{k(\text{yard/lib})^{1/2}} \quad (3)$$

Ashenhurst lif tipleri için bir k sabiti belirlemiştir Tablo 1’de gösterilmektedir (Ashenhurst , 1885).

Tablo 1. Ashenhurst’ın k Sabtinin Değerleri (Ashenhurst , 1885).

Lif tipi	K
Pamuk	0.92
İnce kamgarn	0.91
Yün	0.84
Keten	0.92
Crossbred kamgarn	0.86

Ashenhurst kare yapıli olmayan kumaşlarda örgü faktörünün kesit düzlemine dik ipliklerin sıklığıyla ilgili bir faktör olarak düşünülmesi gerektiğini belirtmiştir. Onun eşitliklerine göre farklı kesişme düzenlerinin olduğu karmaşık örgülerde, örgü birimi içinde yer alan her kesişme için örgü faktörünün hesaplanıp bunun ortalamasının alınması gerekmektedir (Seyam and El-Shiekh, 1993).

Ashenhurst, inch’teki çözgü ve atkı sayısının eşit olmadığı ve çözgü ipliği çapının atkı ipliği çapına eşit olmadığı durumlar için (2) eşitliğini şu şekilde geliştirmiştir (Seyam and El-Shiekh, 1993).

$$t_1 (\text{çözgü}) = \frac{e_1}{e_1 d_1 + i_1 d_2} \quad (4)$$

$$t_2 (\text{atkı}) = \frac{e_2}{e_2 d_2 + i_2 d_1}$$

Burada,

t1: en yüksek çözgü sıklığı/inç

t2: en yüksek atkı sıklığı/inç

d1: çözgü ipliği çapı(inç)

d2: atkı ipliği çapı(inç)

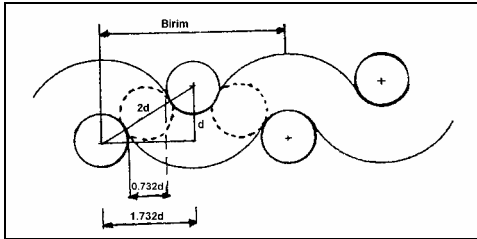
e<sub>1</sub>: örgü birimindeki çözgü ipliği sayısı

e<sub>2</sub>: örgü birimindeki atkı sayısı

i<sub>1</sub>: örgü biriminde çözgü ipliğinin atkı ipliği ile kesişme sayısı

i<sub>2</sub>: örgü biriminde atkı ipliğinin çözgü ipliği ile kesişme sayısı

Ashenhurst daha sonraki çalışmalarında bir kesişmenin olduğu bölgede yan yana iki iplik arasındaki mesafenin aradan geçen bir iplik çapına tamamen eşit olmadığını farkına varmıştır. Aynı numaralı atkı ve çözgü iplikleriyle yapılmış bezayağı örgü için daha yüksek bir örgü faktörü veren ve Şekil 2’ de gösterilen geometriye dayanan “eğrilik teorisi” olarak isimlendirdiği ikinci bir teoriyi ileri sürmüştür. Bu kesit geometrisinde bir kesişme noktasında yan yana bulunan iki ipliği birleştiren doğru, yatayla 30° açı yapmaktadır. Bu durumda böyle geometriye sahip kare yapılı bir kumaşta geometrik olarak bir kesişmenin yatay olarak kapladığı boşluğu 0.732\*d olarak göstermiştir (Seyam ve El-Shiekh 1993).



Şekil 2. Ashenhurst'ın bezayağı örgü için “eğrilik teorisine” dayalı geometrisi(Seyam ve El-Shiekh 1993 )

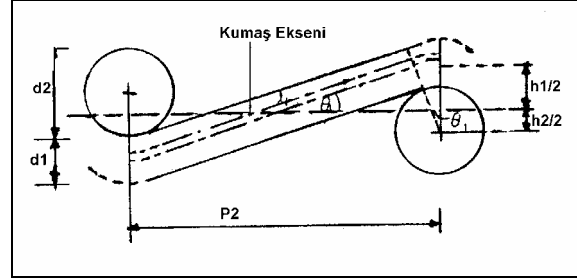
Buna göre inçteki en yüksek sıklığı veren (2) nolu eşitliği aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

$$t = \frac{e}{d(e + 0.732 * i)} \quad (5)$$

## 2. 2. Peirce Tarafından Geliştirilen Kuram

Peirce kumaş geometrisi üzerine çalışarak bunun için ayrıntılı bir matematiksel model sunan ilk

araştırmacıdır. İpliklerin kumaş kesitinde yuvarlak olduğu ve eğilmeye karşı direnç göstermediği varsayımını yaparak bezayağı örgü için Şekil 3’de gösterilen geometriyi geliştirmiştir (Başer,1998). İpliklerin rijit olmadıkları düşünüldüğü için kesit düzleminde yatay yönde yer alan iplik karşı yöndeki iki iplik arasında düz olarak yer almakta bu ipliklere temas eden bölümlerinde ipliklerin yüzeyine sarılarak çember parçaları oluşturmaktadır (Peirce, 1937).



Şekil 3. Peirce'in bezayağı örgü için birim hücre modeli (Peirce, 1937).

Peirce'in sunduğu bu geometrik modele ait matematiksel eşitlikleri ise aşağıdaki gibidir:

$$P_1 = (l_2 - D\theta_2)\cos\theta_2 + D\sin\theta_2 \quad (6)$$

$$P_2 = (l_1 - D\theta_1)\cos\theta_1 + D\sin\theta_1 \quad (7)$$

$$h_1 = (l_1 - D\theta_1)\sin\theta_1 + D(1 - \cos\theta_1) \quad (8)$$

$$h_2 = (l_2 - D\theta_2)\sin\theta_2 + D(1 - \cos\theta_2) \quad (9)$$

$$D = h_1 + h_2 = d_1 + d_2 \quad (10)$$

Burada,

l<sub>1</sub>= Yan yana iki atkı ipliği arasındaki çözgü ipliği uzunluğu

l<sub>2</sub>= Yanyana iki çözgü ipliği arasındaki atkı ipliği uzunluğu

P<sub>1</sub>= Çözgü aralığı

P<sub>2</sub>= Atkı aralığı

θ<sub>1</sub>= Çözgü ipliği eksenine ile kumaş düzlemi arasındaki maksimum açı

θ<sub>2</sub>= Atkı ipliği eksenine ile kumaş düzlemi arasındaki maksimum açı

h<sub>1</sub>= Çözgü ipliği ekseninin kumaş düzlemine uzaklığı

d<sub>1</sub>= Çözgü ipliği çapı

d<sub>2</sub>= Atkı ipliği çapı

$$l_2 - D\theta_2 = 0 \quad \text{ve} \quad l_1 - D\theta_1 = 0 \quad (11)$$

Peirce iplik yoğunluğundan ve iplik numarasından faydalanarak iplik çapını veren eşitliği ortaya koymuştur. Bu amaçla ipliği L uzunluğuna ve d çapına sahip bir silindir olarak düşünmüş ve buradan iplik yoğunluğuna ve numaraya bağlı olarak iplik çapını veren

$$d = \frac{0.0342}{\sqrt{N_e * D_e}} \text{ (inç)}$$

eşitliği elde etmiştir (Alpay, 1985). Burada,

- d : İplik çapı (inç)  
 D<sub>e</sub> : İplik yoğunluğu  
 Ne : İplik numarası (İngiliz numaralandırma sistemi)

Çap eşitliği en genel haliyle

$$d = \frac{1}{s\sqrt{N_e}} \text{ (inç)} \quad (12)$$

olur. Burada,

s: lif tipine bağlı bir sabittir.

Peirce'nin pamuk ipliğinin çapını hesaplamak üzere sunduğu eşitlik:

$$d = \frac{1}{28\sqrt{N_e}} \text{ (inç)} \text{ (Peirce 1937)} \quad (13)$$

Burada,

N<sub>e</sub>: İplik numarası  
 28 değeri pamuk ipliği için bir katsayıdır.

Diğer lif tipleri için iplik yoğunluğu 0.59 paketleme katsayısı kullanılarak elde edilmiş ve bununla elde edilen değer çap eşitliğine yerleştirilmiştir:

$$De(\text{iplik yoğunluğu}) = De(\text{lif yoğunluğu}) * 0.59$$

Peirce, bezayağı örgü biriminde yan yana bulunan iki iplik arasındaki mesafeyi veren (6) ve (7) eşitliklerinden ve iplik çaplarını veren eşitliklerden faydalanarak tasarlanan belirli bir kumaş için dokunabilirlik sınırını ifade eden

$$\sqrt{1 - \left(\frac{P_2}{D}\right)^2} + \sqrt{1 - \left(\frac{P_1}{D}\right)^2} = 1 \quad (14)$$

eşitliğini sunmuştur (Peirce, 1937).

Peirce, bezayağı örgülü pamuklu bir kumaş için en yüksek dokunabilirlik sınırını atkı ve çözgü

ipliklerine ait örtme faktörleriyle ifade etmeye çalışmış ve bu amaçla iplik numarası ve iplik sıklığına bağlı örtme faktörü eşitlikleri ortaya koymuştur:

$$\text{Örtme faktörü (K)} = \frac{n}{\sqrt{N_e}} \quad (15)$$

Böylece iplikler arası mesafeyi ve iplik çaplarını içeren dokunabilirlik sınırına ait ortaya koyduğu (14) eşitliğini örtme faktörleri, atkı ve çözgü ipliği çap oranları ve lif tipini içerebilecek şekilde geliştirerek (Peirce 1937),

$$\sqrt{1 - \left[\frac{28}{(1 + \beta)k_1}\right]^2} + \sqrt{1 - \left[\frac{28 * \beta}{(1 + \beta)k_2}\right]^2} = 1 \quad (16)$$

bağıntısını sunmuştur. Burada,

- k<sub>1</sub>: Çözgü örtme faktörü  
 k<sub>2</sub>: Atkı örtme faktörüdür.

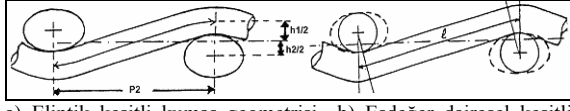
28 değeri lif yoğunluğuna bağlı pamuk için kullanılan katsayı (Peirce 1937).

İplik dengesi (β) için eşitlik (Peirce, 1937):

$$\beta = d_2/d_1 \text{ dir.} \quad (17)$$

(16) eşitliğinin genel bir denklem olduğunu, kare ya da kare yapılmayan kumaşlarda da uygulanabilir olduğunu ileri sürmüştür.

Peirce daha sonraki çalışmalarında pratik uygulamalar için dokuma sırasında doğal olarak meydana gelen iplik yassılaşmasını hesaba katması gerektiğinin farkına varmıştır. Dokuma sırasında atkı ve çözgü iplikleri arasında oluşan basınç nedeniyle ipliklerin uğradığı yassılaşmayı da dikkate alan modeller geliştirmiştir (Peirce, 1937). Bu amaçla şekil 4(a)'da gösterilen eliptik kesitli bir kumaş geometrisi sunmuştur. Ancak böyle bir geometrinin matematiksel çözümünün çok karmaşık olduğunu görmüştür. Bunun yerine bir yaklaşık işlemi benimsemiştir. Burada elips kesit biçimi yerine alanı dairesel kesit alanına eşit olan bir elipsin küçük eksenine eşit çaplı bir eşdeğer dairesel kesit içeren ve aynı formüllerin uygulanabileceği geometri geliştirmiştir. Bu, şekil 4(b)'de gösterilmektedir. Şekilden de görülebileceği gibi özellikle yüksek sıklıklarda dik düzlemin kestiği iplik kesit ipliğin temas yüzeyleri çakışmamaktadır. Sonuçta böyle bir geometrinin de pratiğe uymadığını görmüştür (Başer, 1998).



a) Eliptik kesitli kumaş geometrisi b) Eşdeğer dairesel kesitli kumaş geometrisi

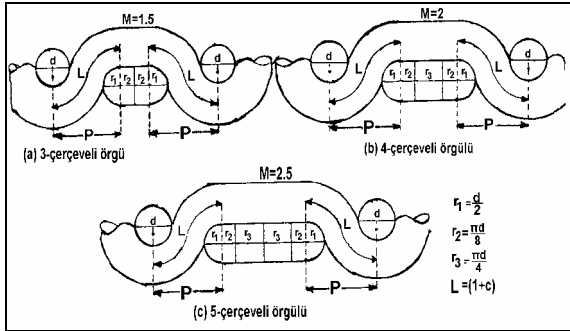
Şekil 4a; b. Peirce'in geliştirilmiş kumaş geometrileri (Başer,1998)

### 2. 3. Love Tarafından Geliştirilen Kuram

Louis Love Peirce'in geometrik esaslarını izleyerek hem bez ayağı örgüye ait Peirce'in bağıntıları için grafik çözüm sunmuş hem de bez ayağı dışındaki diğer basit örgülere ait dokunabilirlik sınırlarının hesaplanması için örgü birimi içerisindeki kesişme ve iplik sayısını da hesaba katan matematiksel eşitlikler geliştirmiştir. Onun maksimum yapı için kesişme yerlerindeki geometrisi Peirce'inkiyle aynıdır. Geliştirdiği bağıntılar pamuklu kumaşlar içindir. Önce, dokunabilirlik sınırlarına ait bir bağıntıda atlama ve kesişme sayısını ifade edebilmek için bir örgü faktörü tanımlamıştır (Love, 1954). Bu faktöre ait eşitlik,

$$\text{Örgü faktörü (M)} = \frac{\text{örgü birimindeki iplik sayısı}}{\text{örgü birimindeki kesime sayısı}}$$

Love'in bezayağı örgü dışındaki diğer örgüler için kabul ettiği kumaş geometrileri Şekil 5'de gösterilmektedir.



Şekil 5. Love'in atlama altındaki iplikler için geometrileri (Love, 1954)

Çalışmasının diğer aşamalarında, atlama altındaki ipliğin şekil 5'de görüldüğü gibi bir yarış pisti şeklinde olduğunu varsayarak şu bağıntıları çıkarmıştır (Love, 1954).

Bezayağı örgü için (11) eşitliğinin aynısı:

$$M=1: \sqrt{1 - \left[ \frac{28}{(1+\beta)k_1} \right]^2} + \sqrt{1 - \left[ \frac{28}{(1+\beta)k_2} \right]^2} = 1 \quad (18)$$

3-çerçevli örgüler için(Şekil-5(a)):

M= 1.5:

$$\sqrt{1 - \left[ \frac{M \left( \frac{30.2}{k_1} - 1 \right) + 1.08}{1.08 * (1 + \beta)} \right]^2} + \sqrt{1 - \left[ \frac{M \left( \frac{30.2}{k_2} - 1 \right) * \beta + 1.08 * \beta}{1.08 * (1 + \beta)} \right]^2} = 1 \quad (19)$$

4-çerçevli örgüler için (Şekil-5(b)): M=2:

$$\sqrt{1 - \left[ \frac{M \left( \frac{31.4}{k_1} - 1 \right) + 1.12}{1.12 * (1 + \beta)} \right]^2} + \sqrt{1 - \left[ \frac{M \left( \frac{31.4}{k_2} - 1 \right) * \beta + 1.12 * \beta}{1.12 * (1 + \beta)} \right]^2} = 1 \quad (20)$$

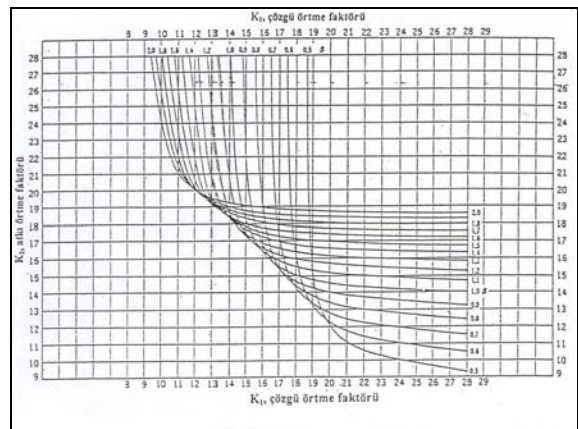
5 çerçevli örgüler için (Şekil-5(c )): M=2.5:

$$\sqrt{1 - \left[ \frac{M \left( \frac{32.2}{k_1} - 1 \right) + 1.15}{1.15 * (1 + \beta)} \right]^2} + \sqrt{1 - \left[ \frac{M \left( \frac{32.2}{k_2} - 1 \right) * \beta + 1.15 * \beta}{1.15 * (1 + \beta)} \right]^2} = 1 \quad (21)$$

Burada; β, atkı ipliği çapının çözgü ipliği çapına oranı ya da çözgü ipliği numarasının atkı ipliği numarasına oranının kareköküdür (iplik dengesi değerleridir), M örgü birimindeki ipliklerin sayısının, iplik kesişmelerine oranı olarak tanımlanan örgü faktörü değeridir.

Love dokunabilirlik sınıryla ilgili olarak çeşitli örgülere ait grafikler sunmuştur. Bu grafikler, bez ayağı, saten ve dimi örgüler için kumaş geometrisi bakımından geometrik ilişkiler göstermektedir. Grafikler atkı, çözgü örtme faktörleri ve iplik dengesi değerleri arasında ilişki kuracak şekilde oluşturulmuştur. Bu değerler sadece pamuk lif tipi ve numarası için hesaplamıştır. Şekil 6'da bez ayağı örgülü kumaşlar için dokunabilirlik sınırlarını örtme faktörleri ve β faktörüne bağlı olarak veren eğri örnek olarak gösterilmektedir (Love, 1954).

Bu eğrileri kullanarak dokunabilirlik sınırlarını belirlemek için hesaplamalar şu adımlardan oluşmaktadır (Dickson, 1954):



Şekil 6. Love'in bezayağı örgü için dokunabilirlik sınır grafiği (Love 1954)

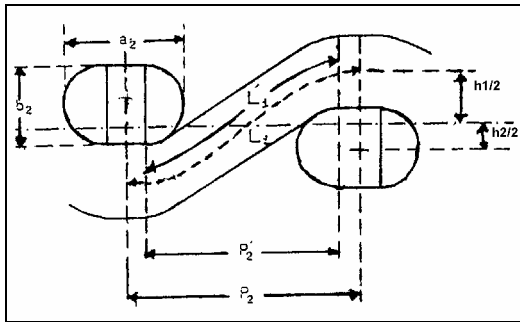
1. Atkı ve çözgü örtme faktörleri hesaplanır
2.  $\beta$  değeri iplik numaraları ya da çapları kullanılarak hesaplanır
3. Çözgü ve atkı örtme faktörü grafik üzerinde kesiştirilir.
4. Kesişen nokta grafiğin sol alt bölgesine denk geliyorsa bu atkı ve çözgü ipliği numarası ile bu sıklıklarda bu örgüde kumaş geometrik olarak dokunabilir. Eğer kesişme noktası grafiğin sağ üst bölgesine denk geliyorsa geometrik olarak kumaş dokunamaz.

Eğer belirlenen bir çözgü ve atkı ipliği numarasında ve çözgü ipliği sıklığında dokunabilirlik sınırı belirlenmek isteniyorsa hesaplanan çözgü örtme faktörü yine hesaplanan beta faktörüyle grafik üzerinde kesiştirilir. Bu kesişme noktasına denk gelen atkı örtme faktörü belirlenen örgü ve iplikler için dokunabilir anlamındadır (Dickson, 1954).

## 2. 4. Kemp Tarafından Geliştirilen Kuram

Kemp çalışmasında iplik yassılaşmasını dikkate alarak bir kumaş geometrisi modeli geliştirmiştir. Burada Peirce'nin geometrik modelinden de yararlanarak yassılaşmış iplik kesitini koşu pisti şeklinde tanımlamıştır. Şekil 7'de görüldüğü gibi bu kesit iki yarım daire ile arada kalan bir dikdörtgenden oluşmaktadır. Böylece liflerin sıkışması sonucu ipliklerin birbirlerine temas ettiği yüzeylerindeki şekil değişimi de dikkate alınmıştır. Ayrıca kesişen ipliklerin temas eden yüzeylerinin birbirlerine uyumu da sağlanmıştır (Kemp, 1958).

Kemp, şekilde  $P_2$  aralığında gösterilen bölümü tam örgü birimi,  $P_2'$  aralığında gösterilen bölüm kısmi örgü birimi olarak tanımlamıştır. Şekilde görüldüğü gibi ipliğin yatay ve dikey çaplarını sırasıyla a ve b ile ifade etmiştir.



Şekil 7. Kemp'in "koşu-pisti kesitli" kumaş geometrisi (Kemp, 1958)

Tam örgü biriminden (a-b) kadarlık kesite paralel uzunluklar çıkarılarak kısmi örgü birimine dönülür. Kısmi dokuma birimini içeren kesitler Peirce'in geliştirdiği geometri ile aynı olduğundan bu kısımda Peirce'a ait formüllerin ve tabloların

kullanılabileceğini belirtmiş ve şu bağıntıları sunmuştur (bağıntılarda üssü ile gösterilen ifadeler kısmi dokuma birimine aittir):

$$\begin{aligned} D &= b_1 + b_2 = h_1 + h_2 \\ P_2' &= P_2 - (a_2 - b_2) \\ l_1 &= l_1 - (a_2 - b_2) \end{aligned}$$

yukarıdaki eşitlikler  $P_1'$  ve  $l_2'$  için de geçerlidir.

Burada,

D= kumaş kalınlığı  
 $P_2'$ = kısmi dokuma birimindeki iplik aralığı  
 $P_2$ = Tam dokuma birimindeki iplik aralığı  
 $a_2$ = koşu pisti geometrisine ait büyük çap (yatay çap)

$b_2$ = koşu pisti geometrisine ait küçük çap (dikey çap)

Kemp yukarıdaki eşitliklerde iplik çaplarına ait terimlerin bilinmesi durumunda P ve l terimlerine ait değerlerin hesaplanabileceğini ileri sürerek bu çaplar için;

$$b = d \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{4(1-e)}{\pi b/e}}} \quad (22)$$

$$(a-b) = d \sqrt{\frac{1-e}{\frac{e}{1-e} + \frac{4}{\pi}}} \quad (23)$$

eşitliklerini sunmuştur. Büyük ve küçük çaplara ait bu eşitliklerin çıkarılmasında koşu pisti kesit alanının dairesel iplik alanına eşit olduğunu varsaymıştır. İplik çaplarına ait bu bağıntılarda e ile gösterilen terim iplik yassılaşmasını ifade etmektedir. Bunun için ise,

$$e = b/a \quad (24)$$

bağıntısını sunmuştur. e değeri genelde 0.62 olarak alınır.

Kemp, daha önce bahsettiğimiz araştırmacılar gibi dokunabilirlik sınırıyla ilgili bir bağıntı ortaya koymamıştır; ancak ileri sürdüğü geometrik model ve bu modele ait geliştirdiği matematiksel bağıntılar kendisinden sonra dokunabilirlik sınır ile ilgili çalışma yapan bir çok araştırmacı için temel oluşturmuştur.

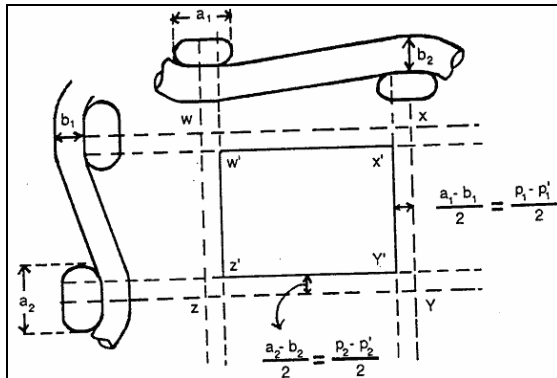
## 2. 5. Hamilton Tarafından Geliştirilen Kuram

Hamilton, bezayağı örgü için Peirce'nin dokunabilirlik sınırıyla ilgili bağıntılarını ve Kemp'in yassılaşmış iplik kesitli basit geometrik

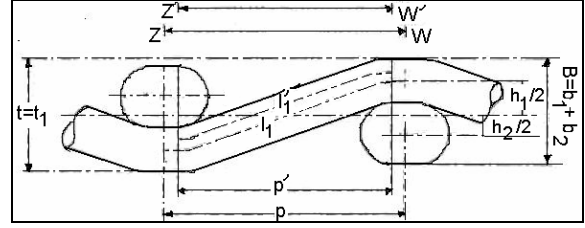
modellerini temel alarak bez ayağı dışındaki diğer örgüler için de ipliklerin sıkışma durumunu gösteren geometrik model sunmuş ve bu modele ait bağıntılar geliştirmiştir. Modelinde sıkışmış iplik atlamaları altında kalan ipliklerin yassılmış olduğunu ve Kemp'in modelindeki gibi yarış pisti şeklinde olduğunu kabul etmiştir (Hamilton,1964).

Hamilton örgü birimi içerisinde yassılmış iplik kesitindeki büyük ve küçük iplik çaplarına ait gerçek değerler olmaksızın bu konuda yapılacak çalışmaların akademik bir çalışmadan ileriye gidemeyeceğini, bu çaplara ait gerçek değerlerin bilinmesi durumunda yararlı pratik uygulamaların yapılabileceğini belirtmiştir. Bu amaçla, kendi geliştirdiği "Bocking İplik Geometrisi Ölçme Aracı" ismini verdiği bir araçla yarış pisti geometrisindeki bir ipliğin büyük ve küçük çaplarını belirleyebilmiştir. Hamilton dokunabilirlik sınırı için uygun bir bağıntıyı ortaya koyabilmek için bu bağıntıda doğrudan ya da dolaylı olarak yer alan geometriye ait, örgü içerisinde atlama ve kesişme birimdeki iplikler arası mesafeler, kıvrım, kumaş kalınlığı ve örtme faktörü gibi parametrelere ait bağıntıları geliştirmiştir. Çalışmasının bu aşamasında aşağıdaki üç genel prensipten yola çıkmıştır (Hamilton,1964). Bunlar:

1. Tam örgü birimli yarış pisti geometrisinden dairesel kesitli kısmi geometriye doğru hareket etmek. Bu,  $p$  ve  $l$  uzunluklarına sahip tam örgü biriminden (a-b) kadarlık uzunluklar çıkarılarak tam örgüye ait bu uzunluklara paralel  $p'$  ve  $l'$  uzunluklarındaki kısmi örgü birimi elde ederek gerçekleştirilir. Hem tam hem de kısmi örgü birimi Şekil 8'de (a) ve (b)'de gösterilmektedir.
2. Peirce'in dairesel kesitli iplik geometrisine ait bağıntıları kullanarak bu kısmi geometriye ait hesaplamalar yapmak.
3. (a-b) değerini geri ekleyerek tam örgü birimine ait geometriye geri dönmek
4. Hamilton bu prensiplerden hareketle bezayağı örgü için kumaş kalınlığı, kıvrım ve örtme faktörleri için bağıntılar sunmuştur (Hamilton,1964).



(a) atkı ve çözgü kesiti ve dikdörtgen izdüşümleri



(b) atkı kesiti

Şekil 8. Tam ve kısmi örgü birimiyle birlikte yarış pisti geometrisi (Hamilton, 1964).

Kumaş kalınlığı için:

$$t_1 = h_1 + b_1 \quad t_2 = h_2 + b_2$$

Şekil 8'e bakıldığında çözgü ve atkı çaplarının toplamı (B), çözgü ve atkı kıvrımı toplamına eşittir. Bu ise örgü yüksekliğidir (H). Burada  $t_1 = t_2$  dir. Bu durumda

$$\begin{aligned} h_1 + b_1 &= h_2 + b_2 \\ h_1 &= b_2 \\ h_2 &= b_1 \end{aligned}$$

Burada kumaş kalınlığı (t) küçük iplik çaplarının toplamına(B) eşittir.

$$t = B = b_1 + b_2 \quad (25)$$

Örtme faktörü için:

$$\text{Çözgü örtme faktörü} : K_1 = n_1 * a_1 \quad (26)$$

$$\text{Atkı örtme faktörü} : K_2 = n_2 * a_2 \quad (27)$$

$$\text{Kumaş örtme faktörü} : K_c = K_1 + K_2 - K_1 * K_2 \quad (28)$$

İplik kıvrımı için:

Hamilton bez ayağı örgülerde bütün örgü kesişmelerden oluştuğu için kısmi örgü birimi ile tam örgü biriminin aynı boyutta olduğunu, bu yüzden bütün örgü birimine ait kıvrımın kesişmeden oluşan kısmi örgü birimine ait kıvrıma eşit olduğunu belirtmiştir (Hamilton,1964). Bu durumda,

$$\text{Çözgü kıvrımı} : c_1 = \left( \frac{l_1}{p_2} \right) - 1 \quad (29)$$

$$\text{Atkı kıvrımı} : c_2 = \left( \frac{l_2}{p_1} \right) - 1 \quad (30)$$

Hamilton bez ayağı örgüde bütün ipliklerin örgü kesişmeleriyle birbirinden ayrıldığı ve örgü içerisinde ayrılan bu iplikler arasındaki mesafeleri eşit olarak varsaymanın makul olabileceğini,; ancak bezayağı dışındaki örgülerde örgü raporunun üç ya da daha fazla örgü biriminden oluştuğunu, bu

birimlerin boyutlarının ise atlama ve kesişme durumuna göre değiştiğini belirtmiştir. Bununla birlikte örgü atlamaları altında yan yana bulunan iki iplik arasındaki mesafenin ( $p_f$ ) kesişmeler arasında bulunan iki iplik arasındaki mesafeden ( $p_i$ ) büyük olduğunu söylemenin makul olacağını belirtmiştir. Ancak bez ayağı dışındaki örgülerde geometriye dayanan bir çözüm için bu ifadenin yeterli olamayacağını,  $p_i$  ve  $p_f$  arasındaki ilişkinin tam olarak ortaya koyulması gerektiğini vurgulamıştır (Hamilton, 1964). Kesişme birimindeki iki iplik arasındaki mesafe için,

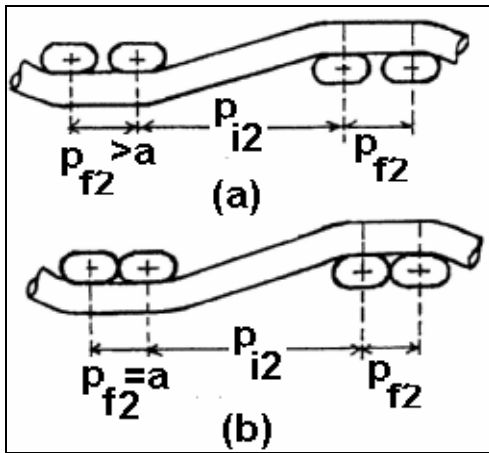
$$p_i = \frac{p_f - \sum_{1}^{n_f} p_f}{n_i} \quad (31)$$

eşitliğini sunmuştur (Hamilton,1964). Burada,

- $p_i$  : kesişme biriminde yan yana iki iplik arasındaki mesafe
- $p_f$  : atlama altında yan yana iki iplik arasındaki mesafe
- $p_r$  : örgü raporunun toplam mesafesi
- $n_f$  : örgü biriminde atlama altındaki iplik sayısı
- $n_i$  : örgü biriminde kesişme sayısı

Burada atlama altındaki iki iplik arasındaki mesafenin belirlenmesi durumunda  $p_i$ 'nin de saptanabileceğini belirtmiştir. Hamilton  $p_f$  değerine geometrik açıdan sıklık ve örgü gibi faktörlerin etkili olduğunu ileri sürmüştür. Bu yüzden iki mesafe arasındaki ilişkiyi tam olarak ortaya koyabilmek için düşük sıklık yapıdan sınır şartlara yaklaşan yüksek sıklıklı yapılara kadar farklı sıklıktaki kumaşları incelemiştir.

Düşük sıklıklı yapılarda şekil 9(a)'da görüldüğü gibi  $p_f$ 'nin  $p_i$ 'den küçük olacağını, ancak tutum ve bitim gibi işlemlerden sonra şekil 9(b)'de görüldüğü gibi  $p_f$ 'nin büyük çapa eşit olabileceğini belirtmiştir.



Şekil 9. Düşük sıklıklı durumda iplik aralıkları

(a) dokumadan hemen sonra, (b) terbiye işlemlerinden sonra.

Bu durumdan düşük sıklıklı yapılar için

$$P_f \geq a \quad (32)$$

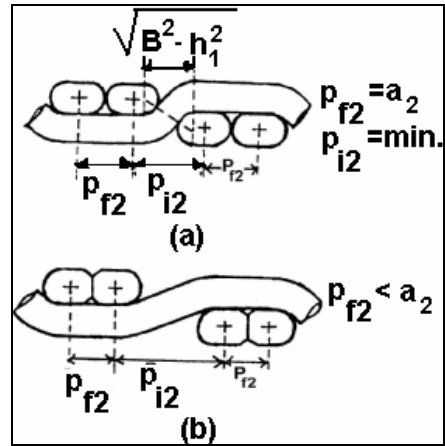
eşitsizliğini sunmuştur.

Orta sıklıklı kumaşlarda ise tıpkı şekil 9(b)'de görüldüğü gibi atlama altında yarış pisti şeklindeki iplik kesitlerinin birbirlerine temas ettiğini ve bu ipliklerin merkezleri arasındaki mesafenin büyük iplik çapına eşit olduğunu varsaymanın makul olabileceğini belirtmiştir. Bu durumda orta sıklıklı kumaş için,

$$P_f = a \quad (33)$$

eşitliğini elde etmiştir.

Hamilton sıklığın sınır şartlara doğru artması durumunda  $p_f$  ve  $p_i$  değerlerinin minimuma yaklaştığını; ancak sınır şartlarda olmayan yüksek sıklıklarda  $p_i$ 'nin şekil 10(a)'da gösterildiği gibi minimum değerinde olup olmadığını ya da şekil 10(b)'de olduğu gibi  $p_f$  ile birlikte değişip değişmediğini söylemenin güç olduğunu belirtmiştir. Bu durumda yüksek sıklıklarda  $p_f$  'yi saptamak için bir sorunun ortaya çıktığını, bu sorunun da ancak örgüyü dikkate alarak çözülebileceğini ileri sürmüştür (Hamilton,1964).



Şekil 10. Sınır şartına yaklaşan yüksek sıklık durumları

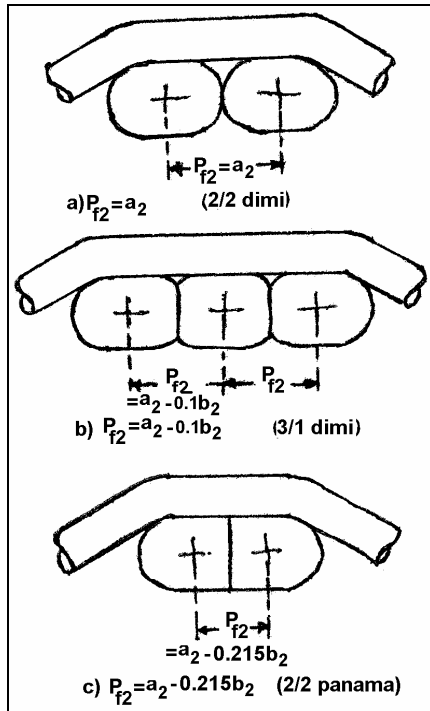
(a)kesişme aralığı minimumda, (b) kesişme ve atlama aralığı birlikte değişiyor (Hamilton, 1964).

Hamilton bu sorunu çözmek amacıyla aynı örgü değerine ( $M=2$ ) fakat farklı atlama ve kesişme birimlerine sahip üç farklı örgü tipini ele almıştır. Bu üç farklı örgü bez ayağı dışındaki üç temel durumu göstermekteydi (Hamilton, 1964). Bunlar;



1. Her iki tarafta da örgü kesişmesinin olduğu 2/2 dimi
2. Bir kenarında kesişme diğer kenarında atlama olan 3/1 dimi
3. Her iki tarafında da atlama olan 2/2 panama örgülerdir.

Seçilen bu üç örgüde atlama altındaki ipliklerin aralığının 2/2 dimiden 2/2 panamaya doğru azalmanın olduğunu kabul etmenin makul olduğunu belirtmiştir. Şekil 11'de gösterildiği gibi bu üç örgünün kesit geometrilerini oluşturarak  $p_f$  'ye ait eşitlikleri sunmuştur (Hamilton, 1964).



Şekil 11. Üç farklı örgü tipinde atlama altındaki iplik yerleşimi (Hamilton, 1964)

Şekil 11(a) 2/2 dimiye ait duruma karşılık geliyor ve burada her iki taraftaki örgü kesişmelerinin ayırma etkisinin sıkışmayı engellediğini ve yarış pisti şeklindeki kesitin birbirine temas ettiğini varsaymıştır. Bu durumda,

$$P_f = a$$

Eşitliğini elde ediyor.

Şekil 11(c) 2/2 panamaya karşılık geliyor. Burada  $P_f$ 'nin minimum değerine ulaştığını varsaymıştır. Bu durumda,

$$p_f = a - b \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \quad p_f = a - 0,215 * b \quad (34)$$

eşitliğini elde etmiştir.

Şekil 11(b) orta şartı gösteriyor. Burada atlama aralığının ( $p_f$ ) diğer iki değer yaklaşık olarak ortasında olduğunu varsaymıştır. Bu durumda,

$$p_f = a - 0,1 * b \quad (35)$$

eşitliğini elde etmiştir..

Hamilton sınır geometriye ait yukarıdaki bu iki eşitliğin uygulanacağı şartı ise,

$$n_f * a + n_i * (\sqrt{B^2 - h^2} + a - b) > p_f \quad (36)$$

eşitsizliği ile belirlemiştir.

Hamilton iplik aralıklarına ait bağıntıları tam olarak ortaya koyduktan sonra, kumaş kalınlığı, örtme faktörü ve kıvrım gibi geometrinin diğer boyutlarına ait bağıntıların da kolaylıkla oluşturulabileceğini belirtmiştir.

Örtme faktörü için;

Yarış pisti şeklindeki iplik kesitinin sıkışmadığı sınır olmayan durumlarda atkı ve çözgü örtme faktörlerinin hesaplanışının bez ayağı örgüdekiyle aynı olduğunu belirtmiş. Bu eşitlikler;

$$\begin{aligned} \text{Çözgü örtme faktörü} & : K_1 = n_1 * a_1 \\ \text{Atkı örtme faktörü} & : K_2 = n_2 * a_2 \\ \text{Kumaş örtme faktörü} & : K_c = K_1 + K_2 - K_1 * K_2 \end{aligned}$$

Efektif büyük çapın ( $\bar{a}$ ),  $a$ 'dan daha küçük olduğu yani  $\bar{a} = a - 0,215 * b$  ya da  $\bar{a} = a - 0,1 * b$  şartlarında ise;

$$K_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} a_1}{p_{r1}} \quad (37)$$

$$K_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} a_2}{p_{r2}} \quad (38)$$

Burada;

$$\begin{aligned} \bar{a}_1 & : \text{Çözgü raporundaki bütün ipliklerin efektif büyük çapları} \\ p_{r1} & : \text{Çözgü raporu tarafından kaplanan mesafe} \\ K_1 & : \text{Çözgü örtme faktörü} \\ \bar{a}_2 & : \text{Atkı raporundaki bütün ipliklerin efektif büyük çapları} \\ p_{r2} & : \text{Atkı raporu tarafından kaplanan mesafe} \\ K_2 & : \text{Atkı örtme faktörü} \end{aligned}$$

İplik kıvrımı için;

$$c_1 = \left( \frac{l_{r1}}{p_{r2}} \right) - 1 \quad (39)$$

$$c_2 = \left( \frac{l_{r2}}{p_{r1}} \right) - 1 \quad (40)$$

$$l_{r1} = \sum_1^{n_{i1}} l_{i1} + \sum_1^{n_{f1}} l_{f1} \quad (41)$$

$$l_{r2} = \sum_1^{n_{i2}} l_{i2} + \sum_1^{n_{f2}} l_{f2} \quad (42)$$

Burada,

$c_1$ : Çözü ipliği kıvrımı

$c_2$ : Atkı ipliği kıvrımı

$l_{r1}$ : Örgü birimindeki çözgü uzunluğu

$l_{r2}$ : Örgü birimindeki atkı uzunluğu

$l_{i1}$ : Çözgü ipliğinin kesişme uzunluğu

$l_{f1}$ : Çözgü ipliğinin atlama uzunluğu

$l_{i2}$ : Atkı ipliğinin kesişme uzunluğu

$l_{f2}$ : Atkı ipliğinin atlama uzunluğudur.

Hamilton raporda farklı atlama birimleri için farklı  $p_f$  değerlerine sahip olunabileceğini, fakat  $p_i$ 'nin sabit bir eşitlikle ifade edileceğini belirtmiştir. Kısmi geometri içerisinde her iki doğrultu da dairesel kesit ipliklerin en yüksek paketlenmesi için Peirce'in eşitliklerini kullanmıştır (Hamilton,1964).

$$\sqrt{1 - \left( \frac{p_{i1}}{D} \right)^2} + \sqrt{1 - \left( \frac{p_{i2}}{D} \right)^2} = 1 \quad (43)$$

Burada yarış pisti geometrisi açısından bakıldığında  $D=B$  olduğundan;

$$\sqrt{1 - \left( \frac{p_{i1}}{B} \right)^2} + \sqrt{1 - \left( \frac{p_{i2}}{B} \right)^2} = 1 \quad (44)$$

eşitliği elde edilir. Bezayağı dışındaki örgüler için örgü kesişmelerinin olduğu kısmi geometriler için örtme faktörleri;

$$K_{i1}' = \frac{b_1}{p_{i1}} \quad (45)$$

$$K_{i2}' = \frac{b_2}{p_{i2}} \quad (46)$$

Burada,

$K_{i1}'$  : Kısmi geometri içinde atkı örtme faktörü,

$K_{i2}'$  : Kısmi geometri içinde çözgü örtme faktörü,

$b_1$  : Çözgü ipliğinin küçük çapı,  
 $b_2$  : Atkı ipliğinin küçük çapıdır.

$\beta$  faktörü de dikkate alınarak eşitlik tekrar yazıldığında,

$$\frac{p_{i1}'}{B} = \frac{1}{K_{i1}' * (1 + \beta)}$$

$$\frac{p_{i2}'}{B} = \frac{\beta}{K_{i2}' * (1 + \beta)}$$

eşitlikleri elde edilir. Bunlar (44) eşitliğinde yerine koyulduğunda maksimum dokunabilirlik için,

$$\sqrt{1 - \left[ \frac{1}{K_{i1}' * (1 + \beta)} \right]^2} + \sqrt{1 - \left[ \frac{\beta}{K_{i2}' * (1 + \beta)} \right]^2} = 1 \quad (47)$$

eşitliğini elde etmiştir (Hamilton,1964).

## 2. 6. Seyam ve El-Shiekh tarafından geliştirilen kuram

A. Seyam ve Aly El-Shiekh düzgün kalınlıklı ipliklerden elde edilen dokuma kumaşlar için bir birimlik hücrenin bütün kumaşı temsil edebileceğini, ancak atkı ipliğinin uzunluk boyunca değişken kalınlıklı olduğu durumda geometrik parametrelerin bölgesel olarak değişebileceğini ve bu yüzden belirli bölgelerdeki geometrileri incelemenin daha faydalı olacağını belirtmişlerdir. Bu amaçla çeşitli varsayımlar kullanarak belirlenmiş bölgelerdeki geometrik modeller arasında ilişkiler kurulabileceğini; böylece bir örgü için ortalama çözgü ve atkı aralıklarının belirlenebileceğini ileri sürmüşler (Seyam and El-Shiekh, 1990). Onların bu konudaki çalışmaları kuramsal ve deneysel olmak üzere iki aşamadır. Bu kısımda kuramsal çalışmalarından bahsedilecektir.

Kuramsal incelemeleri sırasında öncelikle şu varsayımlarda bulunmuşlar:

- İplikler tamamen eğilebilir ve uzayamaz özelliktedir,
- Çözgü ipliği düzgün bir silindirik şeklindedir,
- Atkı ipliği iki farklı çaplı silindirik kısımlardan oluşmaktadır,
- Atkı ve çözgü kıvrımı kumaş boyunca düzgün bir şekilde dağılmaktadır.

Bez ayağı dışındaki örgüler için yapılan ilave varsayımlar:

- Atlama yapan atkı ipliği altındaki iplikler yarış pisti şeklini alırlar.
- Çözgü atlaması altındaki iplikler atkı ipliğinin dik doğrultudaki çapı yönünde yarış pisti şeklini alırlar.

- c) Atlama altındaki ipliklerin paketleme yoğunluğu düzgündür.

Seyam ve El-Shiekh, kumaş yüzeyindeki ince ve kalın yerlerin dağılımı ile ilgili olarak iki ilave varsayım da daha bulunmuşlardır. Çünkü, bu dağılım sık örgüler için ortalama çözgü ve atkı aralıklarına etki eder(Seyam and El-Shiekh, 1990). Bunlar;

- d)Atkı ipliği boyunca her nokta, başlama noktası olmak için aynı olasılığa sahiptir.  
e)Üst üste binen bütün kalın yerler aynı atkı aralığına sahiptirler.

Seyam and El-Shiekh değişken kalınlıklı ipliklerle dokuma sırasında elde edilebilecek maksimum dokunabilirliği incelerken bunları periyodik ve tesadüfi kalınlık değişimli iplikler olarak iki genel sınıfa ayırmışlar. Böyle durumlar için daha uygun bir eşitlik geliştirmek amacıyla önce hem periyodik hem de tesadüfi kalınlık değişimli atkılar için dokumada kalın yerlerin üst üste gelme olasılığını hesaplamaya çalışmışlar;ardından her iki durum için bu olasılıkları göz önünde bulunduran aşağıdaki dokunabilirlik sınırına ait bağıntıyı geliştirmişler(Seyam and El-Shiekh, 1990):

$$\left\{ 1 - \left( \frac{27.9[(1 + \beta')(1 - 1/4kp)^2 + 1/2kp(1 + \alpha\beta)(1 - 1/2kp)]}{K_1(1 + \alpha\beta)(1 + \beta')} \right)^2 \right\}^{1/2} + \left\{ 1 - \left( \frac{55.8\beta}{K_2[2p(1 + \beta') + q(2 + \alpha\beta + \beta')]} \right)^2 \right\}^{1/2} = 1 \quad (48)$$

Burada,

$$\beta: \text{ iplik dengesi ve } \beta = \left( \frac{N_1 * \rho_1}{N_{2eq} * \rho_{2q}} \right)^{0.5} \text{ ve}$$

$$\beta' = \left( \frac{N_1 * \rho_1}{N_2 * \rho_2} \right)^{0.5}$$

- $\beta$  : kalın atkı ipliği çapının çözgü ipliği çapına oranı,  
 $\beta'$  : ince atkı ipliği çapının çözgü ipliği çapına oranı,  
 $\rho_1$  ve  $\rho_2$  : İplik yoğunlukları  
 $N_2$  : atkı ipliğinde kalın yer numarası  
 $N_{2eq}$  : periyodik kalınlık değişimli atkı ipliğinin numarası  
 $N_2'$  : atkı ipliğinde ince yer numarası  
 $K_1$  : ortalama çözgü örtme faktörü,  
 $K_2$  : ortalama atkı örtme faktörü  
 $\alpha$  : Düzgü olmayan atkı ipliği ve buna eşit düzgün kalınlıklı atkı ipliği çapları arasındaki bağıntı periyodik kalınlık değişimli atkı ipliğinde:

$$\alpha = \left( \frac{2 - p' * \left( \frac{\beta'}{\beta} \right)^2 * \gamma'}{(2 - p) * \gamma} \right)^{0.5} \text{ rasgele kalınlık değişimli atkı}$$

$$\text{ipliğinde: } \alpha = \left( \frac{2 - p' * \left( \frac{\beta'}{\beta} \right)^2 * \gamma'}{(2 - p) * \gamma} \right)^{0.5}$$

- $\gamma$  ve  $\gamma'$  : yoğunluk oranları  $\gamma = \rho_2 / \rho_{2eq}$  ve  $\gamma' = \rho_2' / \rho_{2eq}$   
 $p$  : periyodik kalınlık değişimli atkı ipliklerinde kalın yerlerin üst üste gelme olasılığı  
 $p'$  : rasgele kalınlık değişimli atkı ipliklerinde kumaş yüzeyinde kalın yerlerin üst üste gelme olasılığı  
 $q$  ve  $q'$  : kalın yerlerin üst üste gelmeme olasılığı periyodik kalınlık değişimli atkı ipliğinde:

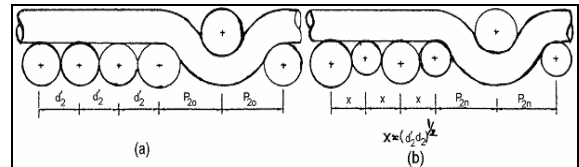
$$p = \frac{2a}{\lambda} \text{ rasgele kalınlık değişimli atkı ipliğinde:}$$

$$p' = \frac{2 * \sum_{i=1}^m a_i}{\lambda}$$

- $a$  : Kalın yer uzunluğu ve  $\bar{a}$  : ortalama kalın yer uzunluğu  
 $\lambda$  : Kalın yer dalga boyu  
 $k$  : Tekrar eden numunedeki atkılarının sayısı

Bağıntıya dikkat edilirse iplik dengesi değerleri ( $\beta$ ) ve iplik çaplarını içine alan değerler ( $\alpha$ ) bulunmaktadır.

Seyam ve El-Shiekh bez ayağı dışındaki örgüler için yassılmanın olduğu ve olmadığı durumların her ikisini dikkate alarak kuramsal araştırmalarda bulunmuşlar. Yassılmanın olmadığı model için iplikleri Şekil 12'de gösterildiği gibi dairesel enine kesitli kabul etmişlerdir. Bu modelde de kalın yerlerin üst üste gelme ve gelmeme durumları için inceleme yapmışlardır (Seyam and El-Shiekh, 1990).



Şekil 12. Çözgü atlamaları altındaki yassılma olmayan atkı iplikleri (a) üst üste binen kesit (b) üst üste gelmeyen kesit

Şekil 12'deki model için aşağıdaki bağıntıyı geliştirmişlerdir:

$$\left\{ 1 - \left[ \frac{B}{A} + \left( \left( \frac{B}{A} \right)^2 + \frac{C}{A} \right)^{1/2} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (49)$$

$$+ \left\{ 1 - \left[ \frac{55.8M_2\beta/\bar{K}_2 - 2(M_2 - 1)(p\beta' + q[\alpha\beta\beta']^{1/2})}{2p(1 + \beta') + q(2 + \alpha\beta + \beta')} \right]^2 \right\}^{1/2} = 1$$

Burada,

M: örgü faktörü (örgü birimindeki iplik sayısının kesişme sayısına oranı)

$$\begin{aligned} A &= (1 + \alpha\beta)(1 + \beta'), \\ B &= 13.95M_1/K_1[(1 + \beta')*(1 - 1/4kp)^2 + 1/2kp(1 + \alpha\beta)(1 - 1/8kp)] - 1/2(M_1 - 1)(2 + \beta\alpha + \beta'), \\ C &= 27.9 * M_1/K_1(M_1 - 1) - (M_1 - 1)2' \text{ dir.} \end{aligned}$$

İpliklerde yassılmanın olduğu modeli ise koşu pisti şeklinde belirlemişler. Bu Şekil 12'de gösterilmektedir (Seyam and El-Shiekh, 1990).

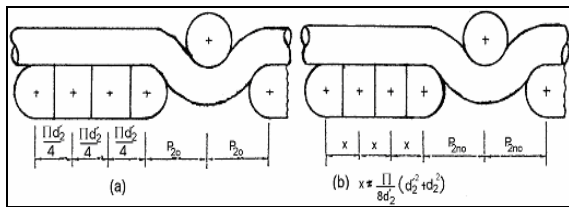
Şekil 13'deki model için aşağıdaki bağıntıyı geliştirmişlerdir:

$$\left\{ 1 - \left[ \frac{B'}{A'} + \left[ \left( \frac{B'}{A'} \right)^2 - \frac{C'}{A'} \right]^{1/2} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (50)$$

$$+ \left\{ 1 - \left[ \frac{55.8M_2\beta/\bar{K}_2 - 2(M_2 - 1)(p\beta' + q[\alpha\beta\beta']^{1/2})}{2p(1 + \beta') + q(2 + \alpha\beta + \beta')} \right]^2 \right\}^{1/2} = 1$$

Bu eşitlikte,

$$\begin{aligned} A' &= (1 + \alpha\beta)(1 + \beta'), \\ B' &= 13.95M_1/K_1[(1 + \beta')*(1 - 1/4kp)^2 + 1/2kp(1 + \alpha\beta)(1 - 1/8kp)] - \pi/8(M_1 - 1)(2 + \beta\alpha + \beta'), \\ C &= 27.9 * M_1(M_1 - 1)/K_1 - (\pi^2/16)(M_1 - 1)^2 \text{ dir.} \end{aligned}$$



Şekil 13. Çözümlü ipliği atlama altında yassılma olan model için üst üste gelme durumu (a) Üst üste gelmeme durumu (b) (Seyam and El-Shiekh, 1990)

Çalışmalarında ortalama çözgü ve atkı örtme faktörleri, çözgü ve atkı ipliği parametreleri, kumaş yüzeyinde kalın ve ince yer dağılımı ve örgü tasarımları ile geliştirilen geometrik modeller

arasında ilişki kurmaya çalışmışlar. Düzgün olmayan kalınlıklı atkı ipliği kullandıkları zaman maksimum dokunabilirlik sınırındaki kumaş örtme faktörünün aynı numaraya sahip düzgün kalınlıklı atkı ipliği kullandıkları durumdakinden daha düşük olduğunu tespit etmişlerdir.

### 3. SONUÇ VE TARTIŞMA

Yapılmış olan bu kuramsal çalışmalar incelendiğinde öncelikle standart kumaş temsil edecek geometrik modellerin oluşturulduğu, sonra bu modele ait matematiksel bağıntıların geliştirildiği görülmektedir. Bu bağıntılar daha çok, lif tipi, örgü tipi, iplik numarası ve son zamanlarda atkı ipliği uzunluğunca tesadüfi ve periyodik kalınlık değişimi gibi parametreler esas alınarak geliştirilmiş ve böylece bahsedilen bu faktörlerin dokunabilirlik sınırına etkileri ortaya konmaya çalışılmıştır. Çoğunlukla lif tipi olarak pamuk ve yün lifleri, örgü tipi olarak da bezayağı, dimi ve saten gibi temel örgüler değerlendirilmiştir. Gerek iplik kesitlerine gerekse bir bütün olarak örgü kesitlerine ait geometrik şekillere bakıldığında bunların çok ideal ve genel kabuller yapılarak oluşturulduğu görülmektedir. Atlama altında kalan ipliklerin enine kesitlerinin dairesel ya da koşu pisti gibi geometrik olarak çözümü kolaylaştıracak basit şekillerde kabul edildiği, kesişme bölgelerinde ise bağlama yapan ipliğin boyuna kesitine bakıldığında kalınlığının bağlama boyunca değişmediği görülmektedir. Gerçekte dokuma sırasında yüksek tefeleme kuvvetine ve gerginliklere maruz kalan ipliklerin sahip olduğu gerek enine gerekse boyuna kesitleri bu ideal geometrilerden oldukça uzak olacaktır. Ayrıca günümüzde dokuma kumaş üretiminde geçmişe nazaran çok daha hassas kontrol sistemlerine sahip dokuma makineleri ve bahsedilen kuramların esas alındığı lif tiplerinden her açıdan çok daha farklı özelliklere sahip iplikler kullanılmaktadır. Bütün bu faktörler dikkate alındığında dokunabilirlik sınırıyla ilgili oluşturulan kuramlar hakkında dikkat çekici üç genel nokta ortaya çıkmaktadır. Bunlar,

1. Günümüzde pamuk ve yün dışında yaygın olarak kullanılan diğer lif tipli ipliklere uygulandığında elde edilen sınırın gerçek sınıra yakınlığı,
2. Günümüz yüksek teknolojik özelliklerine sahip dokuma makinelerinde dokunan kumaşlara ait sınırları tahminleşebilme düzeyi: Araştırmacılar tarafından sunulan kuramlara bakıldığında dokunacak kumaş ile ilgili bir çok parametrenin matematiksel bağıntılar içerisinde olduğu görülmektedir.

Ancak Gerçekte dokunabilirlik sınırına lif, iplik tipi ve örgü türü gibi parametrelerin yanı sıra en az bunlar kadar dokuma makinesinin özellikleri de etkili olmaktadır. Dolayısıyla kuramlar içerisinde dokuma makinesi performansı gibi önemli bir faktörün olmadığı görülmektedir.

3. Pratikte elde edilebilecek sınıra en yakın sınırı verebilecek bir geometrik modelin geliştirilmesi.
4. Yukarıda bahsedilen bu üç noktaya bakıldığında gelecekte bu konudaki çalışmaların şu iki yönde yapılması büyük katkı sağlayacaktır. Bunlar:
  1. Dokunabilirlik sınırlarının gerek pamuk ve yun iplikleri gerekse günümüzde bunların dışında yaygın olarak kullanılan ipliklerle günümüz dokuma makinelerinde deneysel çalışmalar yaparak araştırılması ve bunları kuramsal bağıntılarla elde edilen sınırlarla karşılaştırmak.
  2. Tezgahta dokuma sırasında oluşacak iplik kesitlerine çok daha yakın geometrik modelleri bize sunacak ve bunlara ait matematiksel bağıntıları çözecek bilgisayar programları geliştirmek.

Dokunabilirlik sınırları üzerine çalışan bazı araştırmacılar ise yukarıda bahsedilen parametrelerden bir ya da birkaçında değişiklik yaparak matematiksel bağıntılardan elde edilen sonuçları, geçmişteki dokuma makinelerinde elde edilen sınırlarla karşılaştırarak geliştirilen modelin gerçeğe ne kadar yakın olduğunu deneysel olarak incelemişlerdir. Deneysel çalışmalar hakkındaki bilgiler bundan sonraki makede sunulacaktır.

#### 4. KAYNAKLAR

Alpay, H. R. 1985. “Kumaş Geometrisi ve Mekaniği”, Yüksek Lisans Ders Notları. U. Ü Fen

Bil. Enst. Tekstil Müh. ABD, Bursa, s. 65-70.

Ashenhurst, T. R. 1885. “Weaving and Designing Fabrics”, Broadbendand Co. London.

Başer, G. 1998. “Dokuma Tekniği ve Sanatı”, TMMOB Tekstil Mühendisleri Odası Yayını, İzmir, s. 217-222

Dickson, J. B. 1954. “Practical Loom Experience on Weavability Limits”, Textile Research Journal, p. 1083-1093.

Hamilton, J. B. 1959. “A Direct Method For Measuring Yarn Diameters and Bulk Densities Under Conditions of Thread Flattening”, Journal of The Textile Institute, vol. 50,p. 655-672.

Hamilton, J. B. 1964. “A General System of Woven –Fabric Geometry”, Journal of The Textile Institute, Vol. 55, p. 66-82.

Kemp, A.1958. Journal of Textile Institute, Vol. 49, p. 44.

Love, L. 1954. Graphical Relationships in Cloth Geometry for Plain, Twill, and Saten Weaves. Textile Research Journal. December, p.1073-1083.

Peirce, F.T. 1937. Cloth Geometry (Geometry of Cloth Structure).Journal of Textile Institute, 28:61 p.

Seyam, A., El-Shiekh, A. 1990. Mechanics of Woven Fabrics (Part-I). Textile Research Journal, July, p. 389-404.

Seyam, A., El-Shiekh, A. 1990. Mechanics of Woven Fabrics (Part-II). Textile Research Journal, August, p. 457-463.

Seyam, A., El-Shiekh, A. 1993. Mechanics of Woven Fabrics (Part-III). Textile Research Journal, July, p. 371-373.