

Kısa Makale

Tabakalı Bir Diskin Termal Gerilme Analizi

Hasan ÇALLIOĞLU¹, Şükrü KARAKAYA²

¹Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Müh. Böl., Denizli

²Afyon Kocatepe Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi, Afyonkarahisar

Özet

Yapılan bu çalışma, sıcaklık etkisine maruz bir diskte oluşan termal gerilmelerin analitik ve sonlu elemanlar yöntemiyle belirlenmesi ile ilgilidir. Disk, üst üste geçirilmiş izotropik malzemelerden oluşmaktadır ve sıcaklık dağılımı iç yüzeyden dış yüzeye doğru azalan parabolik bir fonksiyon olarak verilmiştir. Oluşan radyal ve teğetsel gerilmelerin sıcaklığın artması ile birlikte değişimi, ayrıca radyal yer değiştirme incelenmiştir. İncelenen sıcaklık değerlerinde teğetsel gerilmeler radyal gerilmelerden daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Yapılan analitik çalışmada, sınır şartları için diskin iç ve dış yüzeylerindeki radyal gerilmeler sıfır olarak belirlenmiştir. Ayrıca, analitik çalışma ile elde edilen radyal ve teğetsel gerilmeler sonlu elemanlar yöntemi ile yapılan çalışma ile karşılaştırılmış ve analitik yöntemle nümerik yöntemin birebir örtüştüğü tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Disk, Termal Gerilme, Gerilme Analizi

1. Giriş

Sıcaklık malzeme davranışını önemli ölçüde etkileyen durumlardan biridir. Her malzemenin sıcaklık karşısında gösterdiği eğilimler farklıdır. Sıcaklığın artması veya azalması ile makine parçalarında istenmeyen ölçüde gerilmeler oluşabilir. Bu durumda makine parçasında kalıcı hasarların oluşması olası bir durumdur. Bu sebepten dolayı sıcaklık etkisinin incelenmesi makine mühendisliğinin önemli uygulamaları arasında yer almaktadır.

Disk dönmeye durumu dişliler, türbin rotorları, volanlar vb. endüstrideki uygulamalarına örnek olarak verilebilir. Yapılan bu çalışmada disk stabil ve sadece sıcaklık yüküne maruz bir disk olarak ele alınmıştır. Disklerle ilgili çalışmalara literatürde rastlanmaktadır. İzotropik malzeme özelliğine sahip dönen disklerle ilgili ve diskin iç ve dış yüzeylerine basınç etkisi verilerek yapılan çalışmalar çeşitli yayın ve kitaplarda bulunmaktadır [1, 2]. Ortotropik dönen disklerin elastik plastik gerilme analizleri yapılmış, açısal hızla değişen gerilme durumları incelenmiştir [3]. Ayrıca farklı bir çalışmada da dönen bir diske hem mekanik yük hem de termal yük etkisi verilerek radyal, teğetsel ve deplasman değişimleri incelenmiştir [4]. İzotropik malzeme özelliğine sahip delikli metal bir levhada termal gerilmelerin etkisi incelenmiştir [5]. Fonksiyonel derecelendirilmiş metal malzeme üzerine kaplama yapılmış ve uniform sıcaklık değişimiyle oluşan termal gerilmeler incelenmiştir [6]. Isı yükü ve merkezkaç kuvveti etkisi altındaki değişken uzantılı yüzeylerde elastik gerilme dağılımını incelemek için hesaplama modeli geliştirilmiştir [7].

Yapılan çalışmada izotropik malzeme özelliğine sahip çift malzemeli bir diske parabolik ısı yükü verilerek elastik durumda radyal, teğetsel ve deplasman durumlarının sıcaklıkla etkisiyle değişimi incelenmiştir (Şekil 1). Disk, iki farklı malzemenin birleşiminden oluşmaktadır. Abaqus 6.5.1 Sonlu Elemanlar Paket Programı kullanılarak nümerik bir çalışması da yapılmış ve analitik ve nümerik sonuçlar birbiriyle karşılaştırılmıştır.

1.1 Analitik Çözüm

İnce bir disk için ($\sigma_z=0$) genel denge denklemi,

$$r \frac{(d\sigma_r)_i}{dr} + (\sigma_r)_i - (\sigma_\theta)_i = 0 \quad (i=1, 2) \quad (1)$$

Burada i ; disk malzemesi sayısını göstermektedir. Disk iki malzemeden oluştuğu için $i=1, 2$ olarak alınacaktır. Radyal ve teğetsel yöndeki birim uzamalar

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{ri} \\ \varepsilon_{\theta i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} du/dr \\ u/r \end{bmatrix} \quad (2)$$

u ; radyal yöndeki yer deyiştirmedir. ε_{ri} ve $\varepsilon_{\theta i}$ radyal ve teğetsel yönlerdeki şekil deyiştirmelerdir. Uygunluk denklemi;

$$r \frac{d\varepsilon_{\theta i}}{dr} + \varepsilon_{\theta i} - \varepsilon_{ri} = 0 \quad (3)$$

Şekil deyiştirme-gerilme bağıntısı [8]'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ri} &= \frac{1}{E_i} (\sigma_{ri} - \nu_i \sigma_{\theta i}) + \alpha_i T_i \\ \varepsilon_{\theta i} &= \frac{1}{E_i} (\sigma_{\theta i} - \nu_i \sigma_{ri}) + \alpha_i T_i \end{aligned} \quad (4)$$

Burada α_i ; termal genişleme katsayısı, ν_i ise poisson oranıdır. Gerilme fonksiyonunu F olarak tanımlanabildiği denge denklemi;

$$\begin{bmatrix} \sigma_{ri} \\ \sigma_{\theta i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F/r \\ dF/dr \end{bmatrix} \quad (5)$$

Gerilme fonksiyonu F için (1-5) arasındaki denklemler kullanılarak (6) denklemi elde edilir.

$$r^2 \frac{d^2 F}{dr^2} + r \frac{dF}{dr} - F = \frac{2E\alpha r^3}{b^2 - a^2} \quad (6)$$

Buradan gerilme fonksiyonu;

$$F = C_1 r^1 + C_2 r^{-1} + A_i r^3 \quad (7)$$

ve radyal ve teğetsel gerilmeler;

$$\begin{aligned} \sigma_{ri} &= C_1 + \frac{C_2}{r^2} + A_i r^2 \\ \sigma_{\theta i} &= C_1 - C_2 r^{-2} + 3A_i r^2 \end{aligned} \quad (8)$$

olarak yazılır.

$$r = a \rightarrow \sigma_r = 0$$

Delikli bir disk için sınır Şartları; $r = b \rightarrow \sigma_r = 0$ olarak verilmiştir. C_1 ve C_2 integrasyon sabitleri ve son terim (9) denkleminde verilmektedir.

$$A_i = \frac{E_i \alpha_i T_i}{4(b^2 - a^2)}$$

$$C_1 = -A_i(a^2 + b^2)$$

$$C_2 = A_i a^2 b^2$$

(9)

1.1.1 Radyal Deplasman

u_r ; radyal deplasmanı (4) denklemindeki ikinci denklem kullanılarak elde edilir.

$$(u_r)_i = \left[\frac{1}{E_i} \left(C_1 r (1 - \nu_i) - \frac{C_2}{r} (1 - \nu_i) + A_i r^3 (3 - \nu_i) \right) + \alpha_i r T \right]_i$$

(10)

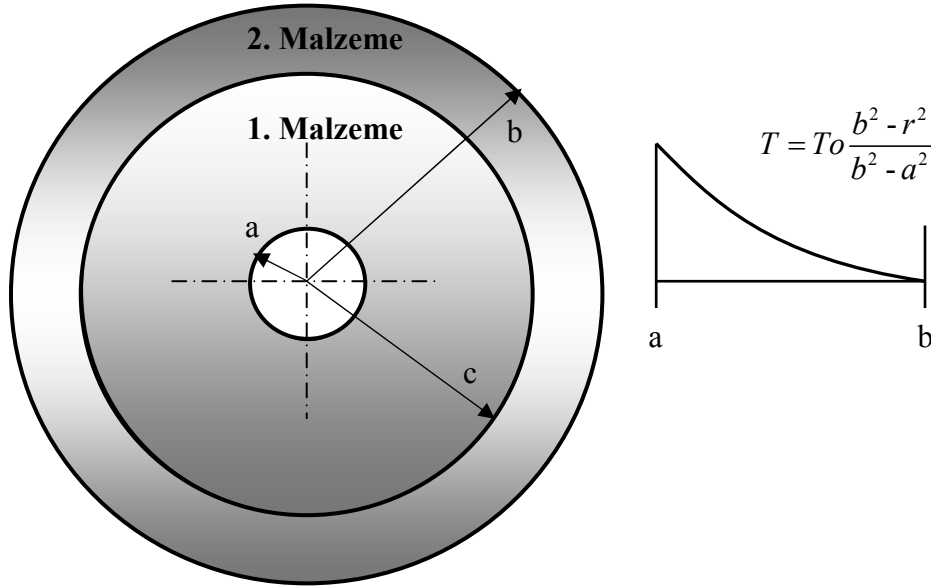
2.1. Sonuçlar ve Tartışma

2.1. Analitik Sonuçlar

Bu çalışmada iki farklı malzemeden oluşan diskin sıcaklık etkisi altında oluşan gerilme ve yer değiştirmeleri belirlenmiştir. Disk sabittir ve boyutları $a=20$ mm, $b=100$ mm ve $c=80$ mm olarak alınmıştır (Şekil 1). Farklı sıcaklık değerleri 20, 50, 80, 110 ve 140 °C kullanılarak ozmler elde edilmiştir. Bu sıcaklık değerlerinde gerilme ve deplasman değerleri elde edilmiştir. Disk dış kısmı biraz daha sert iç kısmı biraz kırılđan ve dış kısma nazaran daha az mukavemet değerlerine sahip bir malzemeden seçilmiştir. Dış kısma mekanik etkilerinde olabileceği dıştnlerek ve daha az kırılđan paslanmaz bir elik seçilmiştir. Yapılan çalışmada sıcaklık arttıkça seçilen (E, α) malzeme değerlerinde herhangi bir değişme olmadığı varsayımı yapılmıştır. Diskin malzeme zellikleri Tablo 1'de verilmektedir.

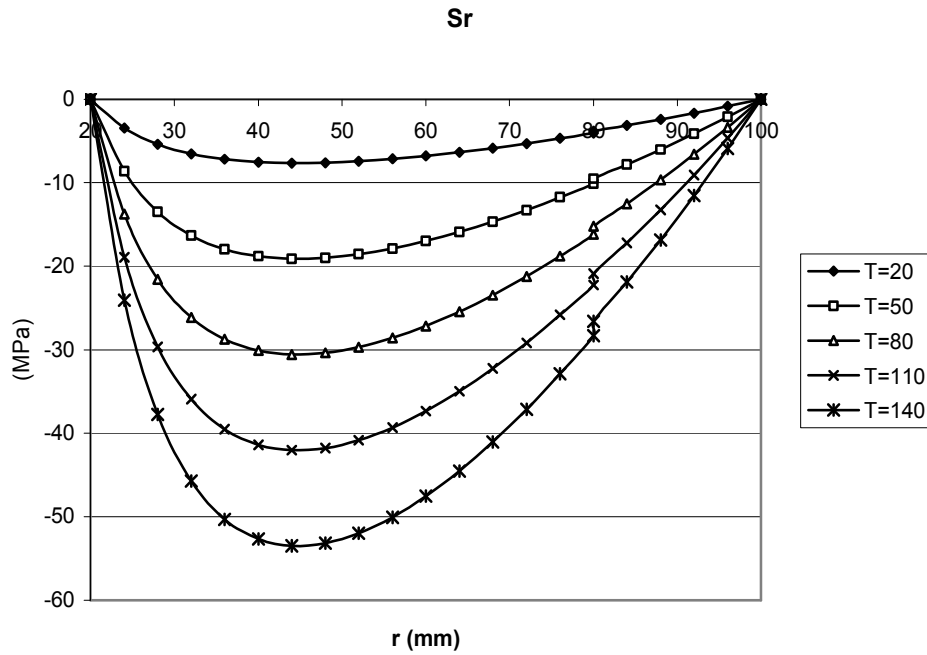
Tablo 1. Diskin malzeme zellikleri.

1. Malzeme	
Elastisite modülü, E(MPa)	196000
Termal genleşme katsayısı, α ($1/^\circ\text{C}$)	$11,7 \times 10^{-6}$
Poisson oranı, ν	0.3
2. Malzeme	
Elastisite modülü, E(MPa)	210000
Termal genleşme katsayısı, α ($1/^\circ\text{C}$)	10.3×10^{-6}
Poisson oranı, ν	0.28



Şekil 1. Termal yük altındaki disk.

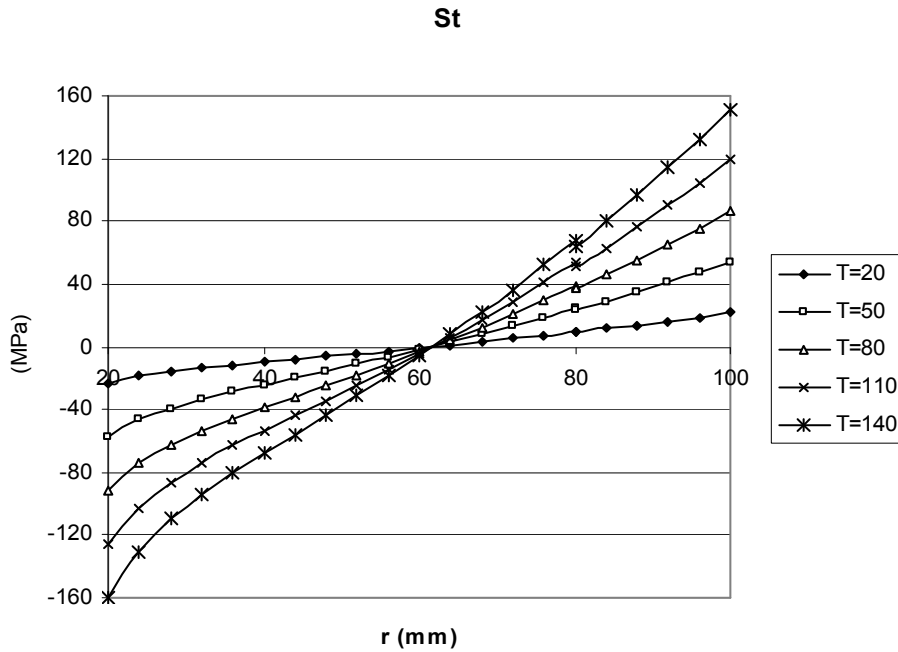
Şekil 2'de diskteki radyal gerilmenin sıcaklıkla değişimi görülmektedir. Sıcaklık arttıkça radyal gerilme artışı göstermiştir. Gerilmenin basma gerilmesi olduğu grafikte görülmektedir. 2. malzemenin başladığı bölgede (80 mm) küçükte olsa radyal gerilmede bir atlama görülmektedir.



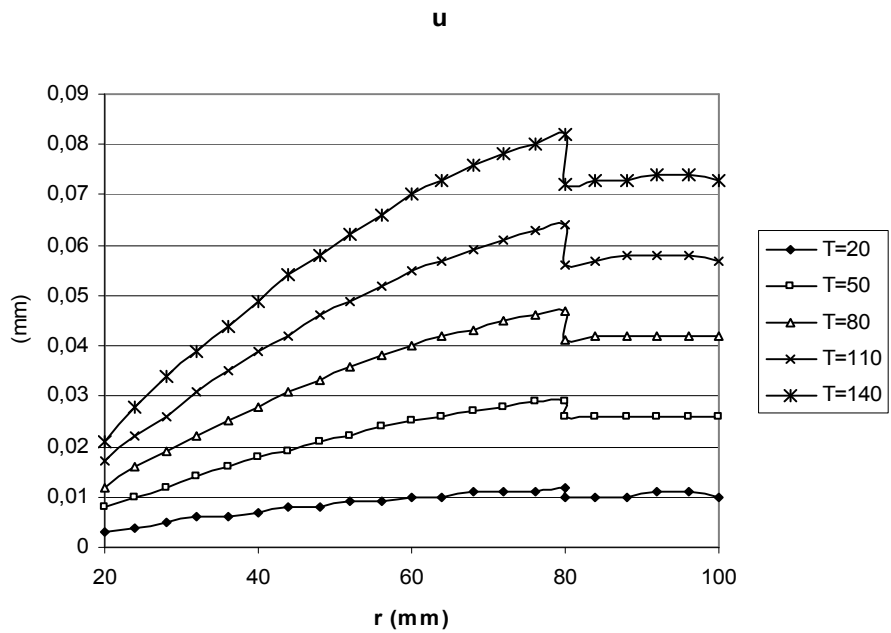
Şekil 2. Sıcaklık değişimiyle diskte meydana gelen radyal gerilmeler

Şekil 3'te diskteki teğetsel gerilmelerin sıcaklıkla değişimi görülmektedir. Sıcaklık arttıkça diskin iç kısmına yakın bölümlerde basma gerilmesi, dışa yakın kesimlerde çekme gerilmesi oluşmaktadır. Sıcaklık arttıkça basma ve çekme gerilmesinin her ikisi de artmaktadır. 60 mm civarlarında teğetsel gerilme sıfırlanmaktadır. Malzemelerin elastik modülleri ve termal genişleme katsayıları birbirine yakın olduğu için dıştaki malzemeye geçiş esnasında gerilme değişimi açık görülmemektedir. Sıcaklık arttıkça maksimum mutlak basma gerilmesi ile maksimum çekme gerilmesi arasındaki fark küçüktür. T=20 °C'de basma gerilmesi -22,93 MPa, çekme gerilmesi 21,63 MPa, T=140 °C'de basma gerilmesi -160,52 MPa, çekme gerilmesi 151,4 MPa olmaktadır. Malzemeler arası sınırdaki gerilmelerde bir sıçrama meydana gelmektedir.

Deplasmanlardaki değişimin durumu ise Şekil 4'te açık bir Őekilde görülmektedir. Sıcaklık arttıķça geçiş noktasındaki deplasman değeri farkı da artmaktadır. Malzeme özelliğindeki farklılıktan dolayı, deplasmanlardaki değişim malzemeler arası sınırdaki keskin bir düşüş olarak gözlenmektedir.



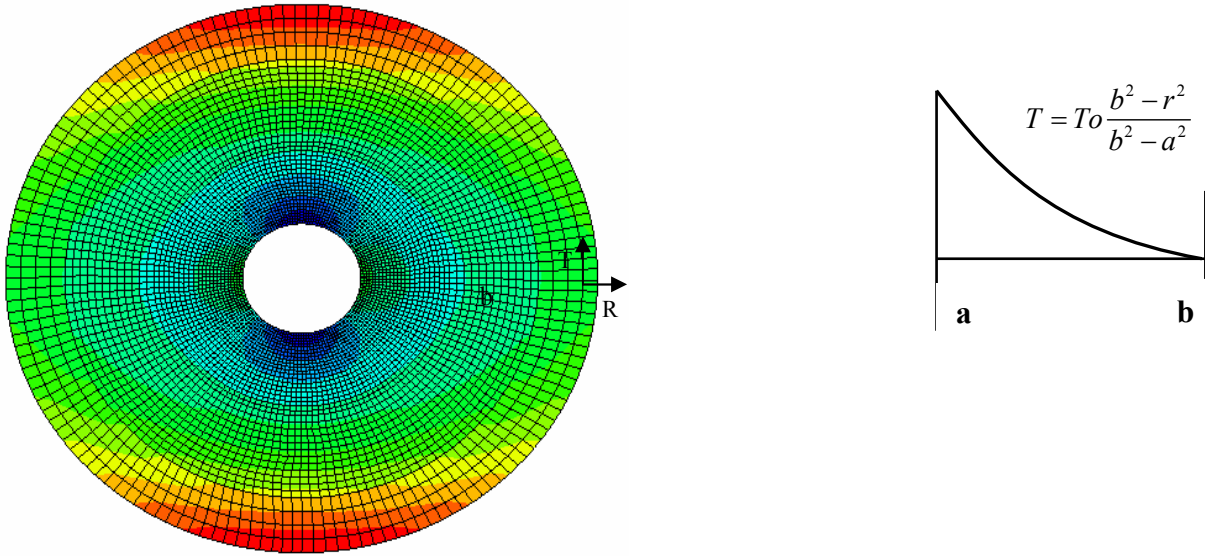
Şekil 3. Sıcaklık değişimiyle diskte meydana gelen teğetsel gerilmeler



Şekil 4. Radyal yöndeki yer değiştirmeler

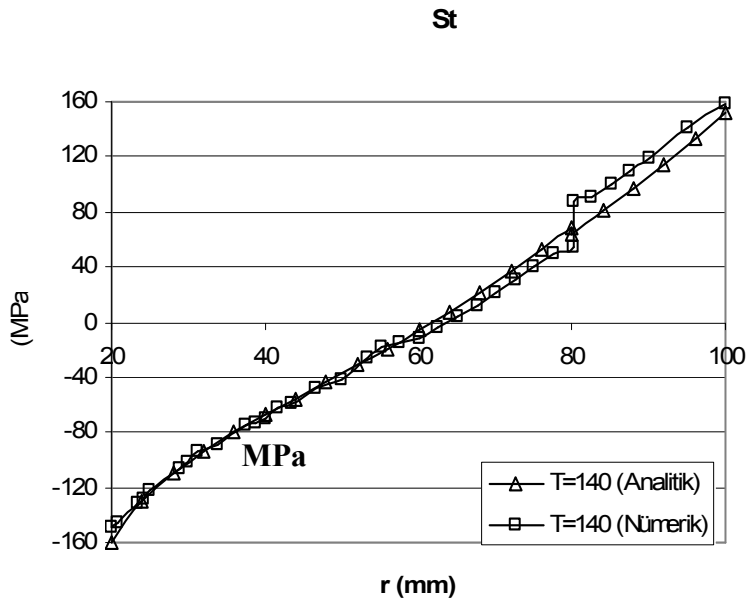
2.2.Nümerik Analiz

Sonlu elemanlar yöntemiyle yapılan nümerik çalışmada Abaqus 6.5.1 CAE paket programı kullanılmıştır. Analiz yapılacak olan disk iki boyutlu olarak modellenmiştir. Yapılan analiz statik lineer bir analizdir. Yükleme koşulları olarak diskin çevresinden parabolik sıcaklık eğrisine uygun olacak Őekilde sıcaklık verilmiştir. Disk 5777 eleman ve 5928 nodtan oluşmaktadır. Tüm disk içten dışa küçük parçalara bölünerek sıcaklık alanları oluşturulmuştur. Şekil 5'te analiz sonrası disk görülmektedir. Yapılan analiz $T= 140\text{ }^{\circ}\text{C}$ sıcaklık değeri için yapılmıştır. Yapılan karşılaştırmada sadece gerilme değerleri için yapılmıştır.

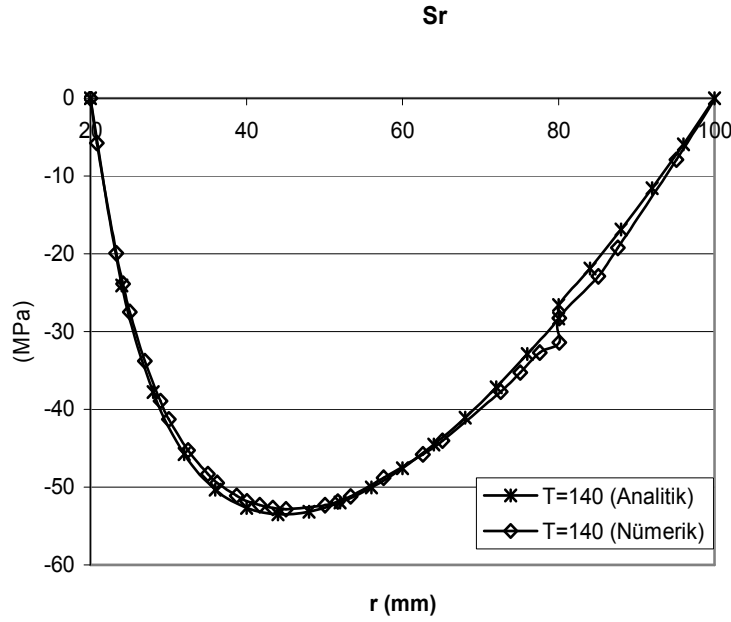


Şekil 5. Analiz sonrası oluşan radyal ve teğetsel gerilmeler (R ve T).

Şekil 6 ve 7'de analitik ve nümerik yöntemi karşılaştırmak için teğetsel ve radyal gerilmelerin $T=140\text{ }^{\circ}\text{C}$ için gerilme durumları ele alınmıştır. Grafiklerde her iki yöntemin birbirine yakın sonuçlar verdiği görülmektedir.



Şekil 6. Teğetsel gerilmenin analitik ve nümerik olarak karşılaştırılması, $T=140\text{ }^{\circ}\text{C}$



Şekil 7. Radyal gerilmenin analitik ve nümerik olarak karşılaştırılması, T=140 °C

4. Sunuşlar

Yapılan çalışmada iki farklı malzemenin bir araya gelerek oluşturduğu bir diskte içten dışa parabolik olarak bir sıcaklık dağılımı söz konusu olduğu zaman diske oluşan termal gerilmel belirlenmiştir. Her iki farklı yöntem içinde, sıcaklık artıkça radyal gerilme değerleri basma yönünde artmaktadır. Teğetsel gerilme değerleri ise hem basma hem de çekme yönünde artış göstermiştir. Dış kısma nazaran iç kısımlarda (30 mm-50 mm arası) radyal gerilmeler daha yüksek artış göstermiştir. Teğetsel gerilme değerlerinde diskin en iç ve en dış bölümlerinde hızlı bir yükselme olmuş diskin ortalarında ise daha lineer bir artış göstermiştir. Deplasman değerlerinde ise lineer bir artış olduğu tespit edilmiştir. Gerilme değerleri ve deplasman değerleri tüm sıcaklık değerleri için analitik olarak incelenmiştir. Nümerik yöntemle karşılaştırmak için ise sadece T=140 değerleri yeterli görülmüş ve her ki yönteminde bu sıcaklık değerlerinde birbiriyle örtüştüğü belirlenmiştir. Bu çalışmaların birbirleriyle uygunluğu Şekil 6 ve 7'deki grafiklerden anlaşılmaktadır.

Kaynaklar

1. Uğural A.C, ve Fenster S.K."Advanced Strength and Applied Elasticity", 3rd. Edition, Prentice Hall International, London, 1995.
2. Rees D.W.A. The Mechanics of Solids and Structures, McGraw-Hill, NewYork,1990.
3. Çallıoğlu H, Topçu M, Tarakılar A.R. "Elastic-Plastic Stress Analysis of an Ortotropic Rotating Disc",International Journal of Mechanical Sciences, Cilt. 48, 985-990, 2006.
4. Çallıoğlu H, Topçu M, Altan G. "Stress Analysis Of Curvilinearly Orthotropic Rotating Discs", Journal of Reinforced Plastics Composite Cilt. 24, No 8, 2005.
5. Kaya S, Dağhan B. Uyaner M. "Delikli İzotropik Levhalarda Termal Gerilme Analizi" DE Mühendislik Fakültesi Fen ve Mühendislik Dergisi, Cilt: 4 sayı: 1 63-69, 2002.
6. Dimitoka K, Yıldırım B."Katmanlı Ve Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerden Yapılmış Termal Bariyer Kaplamalarındaki Termal Gerilimlerin Sonlu Elemanlar Metodu İle Hesaplanması" Mühendis ve Makine, Sayı:525, 2003

7. Eraslan A, Kartal, M. “Isı Yüğü ve Merkezkaç Kuvvet Etkisi Altındaki Değişken Kalınlıklı Uzantılı Yüzeylerde Deformasyon Analizi” Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der. Cilt 20, No 3, 2005.
8. Timeshenko S, Goodier JN. “Theory of Elasticity.” Newyork: McGraw-Hill; 1970, p.73-77.