

# Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modellemede Ortaya Çıkan Üst Bilişsel Yapılar<sup>1</sup>

Çağlar Naci Hidiroğlu<sup>2</sup> ve Esra Bukova Güzel<sup>3</sup>

**Özet:** Çalışmanın amacı, teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde ortaya çıkan üst bilişsel yapıları açıklamaktır. Üst bilişsel yapıların modelleme sürecinde nasıl şekillendiği planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin boyutlarında ele alınarak incelenmiştir. Durum çalışması niteliğindeki çalışma, ortaöğretim matematik öğretmenliğinde öğrenim gören üç birinci sınıf öğrencisinin oluşturduğu bir çalışma grubuyla yürütülmüştür. Veriler, çalışma grubunun modelleme problemini çözerken alınan video kayıtlarından, problemin çözümü ile ilgili yazılı yanıtlarından, GeoGebra çözüm dosyalarından ve problemlerin çözüm sürecinde araştırmacılar tarafından alınan gözlem notlarından derlenmiştir. Verilerin analizinde tematik kodlamalar yapılarak kategoriler oluşturulmuş ve üst bilişsel yapılar belirlenmiştir. Analiz sonucunda modelleme sürecindeki üst bilişsel yapılar planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin boyutları için on sekiz kategori altında toplanmıştır. Üst bilişsel eylemler, teknoloji destekli modelleme sürecinde bilişsel eylemleri düzenlediği gibi birbirlerini de desteklemiştir. Çalışmanın matematiksel modelleme sürecindeki üst bilişsel eylemlere farklı ve derin bir bakış getireceği düşünülmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Matematiksel modelleme, üst bilişsel yapılar, GeoGebra, matematik öğretmen adayları, teknoloji destekli modelleme süreci

**DOI:** [10.16949/turcomat.00708](https://doi.org/10.16949/turcomat.00708)

**Abstract:** The aim of this study is to explain metacognitive structures occurring in mathematical modelling within a technology aided environment. How metacognitive structures in modelling process are shaped within the dimensions of planning, monitoring, evaluation and prediction was examined. The study which is a case study, was conducted with a collaborative group of three freshman students who are studying in Secondary Mathematics teacher education programme. Data was collected from video recordings which were taken while collaborative group was solving the modelling problem, written answers of students on solution, GeoGebra solution files and observation notes which were taken by the researchers during problem solving process. During data analysis process, categories were formed by applying thematic coding and metacognitive structures were specified. As a result of data analysis, metacognitive structures in modelling process for planning, monitoring, evaluation and prediction steps are grouped under eighteen categories. Metacognitive activities organised cognitive activities in technology aided modelling process and support other metacognitive activities. It is believed that this study will bring a different and detailed view into metacognitive activities in mathematical modelling process.

**Keywords:** Mathematical modelling, metacognition, GeoGebra, mathematics student teachers, technology aided modelling process

[See Extended Abstract](#)

## 1. Giriş

Hollanda, İsveç, Amerika, İsviçre, Finlandiya, Almanya, Singapur, Japonya, Avustralya gibi pek çok ülkenin matematik dersi öğretim programlarında 1995'den günümüze değin

<sup>1</sup>Bu çalışma Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen Arş. Gör. Çağlar Naci Hidiroğlu'nun doktora tezinin bir bölümünden oluşturulmuştur.

<sup>2</sup>Arş. Gör., Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, [caglarr.naci@gmail.com](mailto:caglarr.naci@gmail.com)

<sup>3</sup>Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Matematik Eğitimi, [esra.bukova@gmail.com](mailto:esra.bukova@gmail.com)

yaşanan radikal değişimlerin temelinde öğrencilerin gerçek yaşamlarında matematiği kullanamamaları ve buna bağlı olarak TIMMS ve PISA sınavlarında aldıkları başarısız sonuçlar yatmaktadır (Blomhøj & Kjeldsen, 2006; Borromeo Ferri, 2006; English, 2006; Lingefjärd, 2000; Maaß, 2006; Skolverket, 1997; Tanner & Jones, 1999). Öğretim programlarında bu sıkıntıların üstesinden gelmek için günümüz matematik eğitimi çalışmalarında da ağırlıklı gördüğümüz matematiksel modelleme kavramı karşımıza çıkmaktadır.

Matematiksel modelleme, gerçek yaşamdaki bir probleme yanıt vermek için matematik ile gerçek yaşamın ilişkilendirilmesi ve matematiksel modellerle ilgili bir durumun veya olayın açıklanmaya çalışılması sürecini içermektedir (Berry & Houston 1995; Crouch & Haines, 2004; Hıdıroğlu, 2012). Gerçek yaşamdaki açık uçlu problemlerin temel zorluklarından birisi, gerçek yaşamın karmaşık doğasını açıklamanın büyük güçlükler içermesidir (Polya, 1957). Modelleme yapan bireyler bu süreçte sadece matematikle değil; gerçek yaşam durumuna etkisi farklı düzeylerde olan değişkenlerle de karşı karşıya kalmakta ve gerçek yaşam ve matematik arasındaki ilişkiyi kurmakla uğraşmaktadır. Matematiksel modelleme problemlerinin zengin yapıya sahip olmasının en temel nedenlerinden biri çözümde farklı stratejilerle, değişkenlerle ve varsayımlarla beslenebilmeleridir (Hıdıroğlu & Bukova-Güzel, 2013). Bu durum aynı zamanda modelleme için gerekli zihinsel yeterliklerin üst düzeyde ve karmaşık yapıda olmasına da neden olmaktadır (Hıdıroğlu, 2012; Niss, 1994; Schoenfeld, 1994).

Matematiksel modellemede, yaşanan öğrenci zorluklarının önüne geçebilmek ve sorunun nerede olduğunu fark ederek bu yönde uğraş vermek öğrenme ortamlarının niteliğini arttırmada büyük önem taşımaktadır. Bunun için süreçte sergilenen okuma-anılama, problem çözüme stratejilerini düşünme ve uygulama, muhakeme, matematiksel işlemler yapma, değişkenleri belirleme, gerçek yaşam ile matematik arasındaki ilişkiyi kurma, matematiksel modeller arasındaki ilişkiyi açıklama ve matematiksel sonuçlar ile gerçek yaşam arasında uzlaşma sağlama gibi üst düzey düşünme eylemlerinin ortaya çıkarılması gerekmektedir (Niss, 2004).

Araştırmalar matematiksel modellemedeki zorlukların en aza indirilmesinde, bilişsel yükün hafifletilmesinde ve başarının artırılmasında öğrencilerin gerçekleştirdiği üst bilişsel eylemlerin etkili olduğunu göstermektedir (Blum & Kaiser, 1997'den akt., Maaß, 2006; Mevarech & Kramarski, 2003; Schoenfeld, 1992). Üst biliş matematiksel modellemede önemli bir etki yaratsa da matematiksel modelleme ve üst biliş ile ilgili kapsamlı çalışmalara sadece son on yıldır yer verildiği görülmektedir. Bunun en önemli sebeplerinden biri söz konusu iki kavramın karmaşık yapıda olmalarıdır (Maaß, 2006; Schoenfeld, 1992). Bu durum matematiksel modelleme sürecindeki üst bilişsel eylemlerin analizini zorlaştıracak kuramsal bir engel olarak düşünülebilir.

Matematiksel modellemedeki üst bilişsel yapıların süreç için birçok araştırmacı tarafından (Lesh, Lester & Hjalmarson, 2003; Lingefjärd & Holmquist, 2005; Maaß, 2006; Magiera & Zawojewski, 2011; Tanner & Jones, 2002; Schoenfeld, 1987;1992) çok önemli

olduğu düşünülse de üst bilişsel yapıların ortaya çıkarılmasına yönelik çalışmaların olmayışı bu alanda önemli bir ihtiyacı ortaya çıkarmaktadır (Borromeo Ferri, 2006; 2010; Kaiser, 2005; Maaß, 2006; Magiera & Zawojewski, 2011; Schoenfeld, 1992). Öğrencilerin modelleme sürecinde sergileyebilecekleri üst bilişsel eylemlerin neler olduğu ve üst bilişsel eylemlerin bilişsel eylemleri nasıl etkilediklerinin ortaya koyulması, öğrencilerin bilgi, beceri ve stratejik kararlar alma gibi geliştirilmesi gereken yönlerine ilişkin önemli bir yol gösterici olacak ve öğretmenlere zihinsel bir yol haritası ortaya koyacaktır.

Bu tür araştırmaların ortaya çıkarılması için araştırmacıların felsefesi, üst bilişi diğer kavramlardan ayırmada tutarlılığı ve alandaki deneyimleriyle süreci harmanlamaları büyük önem taşımaktadır. Çalışma bu yönüyle öncelikle alana katkı sağlayacak çalışmalar arasına girerken en önemli hedefi ileriki araştırmacılara ve eğitimcilerle farklı ve derin bir görüş sağlamaktır. Bu doğrultuda çalışmanın amacı, teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde ortaya çıkan üst bilişsel yapıların planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin boyutlarında açıklanmasıdır.

## 2. Kuramsal Çerçeve

Araştırmada matematiksel modelleme bakış açılarından bilişsel modelleme (Blomhøj, 2008; 2009; Kaiser & Sriraman, 2006; Kaiser, 2005) yaklaşımı benimsenmektedir. Bu doğrultuda çalışmada bireylerin süreçteki zihinsel imgeleri incelenerek; üst bilişsel süreçlerin ortaya çıkış sebepleri ve zihinsel süreçleri nasıl etkiledikleri açıklanmaya çalışılmakta ve bu şekilde de matematiksel düşünme süreçlerinin geliştirilmesine yönelik bir açıklama ortaya konulması hedeflenmektedir. Bu sayede öğrencilerin modelleme sürecindeki temel güçlükleri ortaya koyularak daha etkili bir öğrenme süreci için öğretmene ya da eğitime yol gösterilebilecektir (Blomhøj, 2009; Hidroğlu, 2012).

Araştırma kapsamında modelleme sürecindeki üst bilişsel yapıların daha net ortaya konulması ve nasıl ortaya çıktıklarının açıklanması için Hidroğlu (2012) tarafından ortaya konulan modelleme süreci temel alınmıştır (bkz. Şekil 1). Çalışmada söz konusu modelin seçilmesinin dört sebebi vardır:

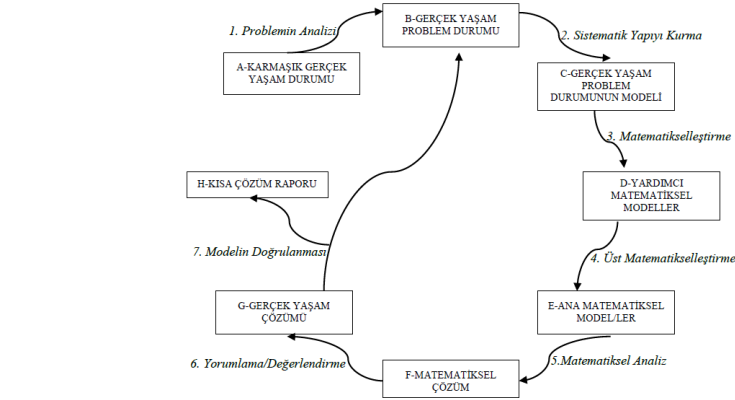
1) Son 10 yıl içerisinde teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme sürecindeki bilişsel eylemlere ilişkin kapsamlı araştırmalardan (Ang, 2010; Borromeo Ferri, 2006; Galbraith & Stillman, 2006; Hidroğlu, 2012; COM<sup>2</sup> ve DISUM projeleri) birisi olarak görülmektedir.

2) Modelleme sürecini yedi temel basamak, sekiz temel bileşen ve kırk yedi alt basamak ile en kapsamlı olarak açıklayan çalışmadır.

3) Hidroğlu'nun (2012) modelinin ortaya çıkması sürecinde de, bu araştırmayla aynı şekilde grup çalışması, GeoGebra, video, animasyon, resim gibi teknolojik araçlarla teknoloji destekli problem çözme ortamı dikkate alınmıştır. Bu etkenler çalışmamızda üst bilişsel kodların daha iyi anlaşılması, zengin bir üst bilişsel sürecin ortaya çıkarılması ve kodlama sürecinde geçerlik ve güvenilirliğin artırılması açısından önemli görülmektedir.

4) Çalışmada üst bilişsel eylemlerin süreçteki hangi basamaklarda ve nasıl şekillendiğini ortaya çıkarmak amaçlandığı için kodlama sürecinde bir modelleme sürecinin

temel alınması gerekmektedir. Ayrıca çalışmada söz konusu modelleme sürecinin basamaklarında öğretmen adaylarının nasıl düşündükleri ortaya çıkarılarak, düşünceleri tetikleyen üst bilişsel eylemler ve özellikleri daha kapsamlı açıklanmıştır.



<i>Problemin Analizi</i>	Problem durumu anlaşıldır ve basitleştirilir. Basit varsayımlar ortaya çıkarılır ve stratejik etkenler yüzeysel olarak ortaya konulur.
<i>Sistematik Yapıyı Kurma</i>	Problem durumunun bir modeli ortaya konur ve genel çözüm stratejisi belirlenir. Temel matematiksel kavramlar, varsayımlar, gerekli stratejik etkenler belirlenir.
<i>Matematikselleştirme</i>	Problem matematiksel bir forma dönüştürülür ve zihinsel model yardımıyla yardımcı matematiksel modellere ulaşılır.
<i>Üst Matematikselleştirme</i>	“Yardımcı Matematiksel Model”ler (YMMler) gruplandırılır ve belirlenen stratejiler yardımıyla gerekli “Ana Matematiksel Model”e (AMM) ulaşılır.
<i>Matematiksel Analiz</i>	AMM ve YMMler yardımıyla matematiksel çözüme ve matematiksel sonuçlara ulaşılır. Matematiksel hesaplamalar yapılır. Matematiksel çözüm AMMden elde edilen ve istenilen duruma cevap veren matematiksel ifadeler olarak karşımıza çıkar. Matematiksel sonuçlar ise bazen matematiksel çözüme ulaşmada kullanılırken bazen de gerçek yaşam durumunun farklı durumları için AMMye genel bir bakış sağlar.
<i>Yorumlama/Değerlendirme</i>	Matematiksel dünya ile gerçek yaşam arasındaki ilişki kurulur. Matematiksel çözümden gerçek yaşam çözümüne, matematiksel sonuçlardan da gerçek yaşam sonuçlarına ulaşılır.
<i>Modelin Doğrulanması</i>	Çözüm süreci, matematiksel modeller ve dolayısıyla gerçek yaşam çözümünün geçerliliği irdelenir. Modelin geçerliliği hakkında bir karara varılır ve çözüm kısa çözüm raporuyla sonlandırılır. Gerekliğinde çözüm tekrar gözden geçirilir. İdeal bir çözüm bulunduğu düşünülüne kadar bu süreç devam eder.

**Şekil 1. Matematiksel Modelleme Süreci**

Çalışmamızın ikinci boyutu teknolojidir. NCTM (1998; 2000), teknolojinin matematik öğrenmede öğrencilerin matematiksel gücüne, farklı düşünmelerine ve kavramsal becerilerine ne şekilde etki edeceğinin ortaya konulmasının önemine vurgu yapmaktadır. Baki (2002) de etkileşim düzeyi yüksek video, animasyon, resim ve bilgisayar

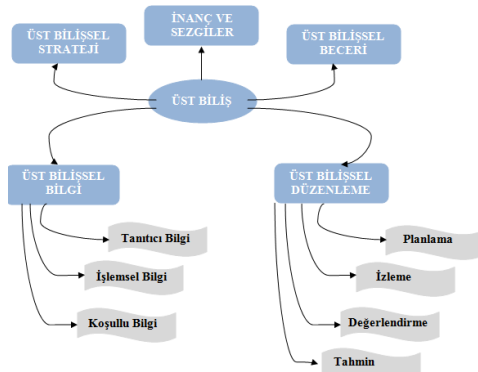
yazılımlarının grup çalışmalarındaki öğrencilere değişik problemler tasarlamada, farklı stratejiler belirlemede, koşulları yeniden tanımlayarak sonuçlarını gözlemlemede, model oluşturmada, farklı düşünceleri seçmede, yeni ilişkileri ve özellikleri keşfetmede çok çeşitli üst düzey düşüncelerin ortaya çıkmasında büyük fırsatlar sağlayabileceğini belirtmektedir. Bu doğrultuda teknoloji destekli modelleme sürecindeki üst bilişsel yapıları derinlemesine ortaya çıkaracağı düşünüerek çözüm süreci grup çalışması yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Ayrıca geometri, cebir ve analize hitap edebilen dinamik matematik yazılımı GeoGebra matematiksel modelleme problemi çözüm sürecinde kullanılmış ve problemle birlikte video, animasyon ve resimler verilerek zengin bir zihinsel süreç ortamı yaratılmak istenmiştir.

Çalışmamızın bir diğer boyutunu üst biliş kavramı oluşturmaktadır. Bilişsel ve üst bilişsel eylemler benzer yapılar olarak düşünülse de içerik ve fonksiyon açısından farklıdırlar (Flavell, 1979; Gama, 2004). Bu farklılık aşağıda açıklanmıştır.

*a) İçerik açısından farklılık:* Bilişsel eylemin içeriği, hem gerçek yaşam hem de zihinsel imajlardan (nesne, kişi, olay, fenomen ve benzerlerini ele almak için gerekli beceri ve bilgi) oluşmaktadır. Üst bilişsel eylemlerin kapsamı ise düşüncelerle ilgilidir (Gama, 2004).

*b) Fonksiyonel açıdan farklılık:* Bilişsel eylemlerin fonksiyonu, problemi nitelikli bir şekilde çözmek ve bilişsel girişimleri etkili sonuçlara ulaştırmaktır. Üst bilişsel eylemlerin fonksiyonu ise problemi çözerken kişinin kendi bilişsel eylemlerini düzenlemesidir (Vos, 2001). Örneğin, bir kişinin bir durumu anlamadığını fark etmesi, anlamadığı bir metni veya problemi tekrar okuması, ders çalışırken dikkatini dağıtan etkenleri ortadan kaldırması, bir durumu açıklarken mevcut bilgi ve deneyimlerini düşünmesi ve kullanması, bir işi yaparken zamanı iyi bir şekilde ayarlaması ve bir işi yapamayacağını düşünmesi üst bilişsel eylemlerin fonksiyonlarına örnek verilebilir (Gama, 2004; Hacker,1998; Panaoura & Philippou, 2005).

Literatür incelendiğinde üst biliş kavramını üst bilişsel strateji, üst bilişsel bilgi, üst bilişsel beceri, inanç ve sezgiler ve üst bilişsel düzenleme olarak beş boyutta ele almak mümkündür (bkz. Şekil 2).



Şekil 2. Üst Biliş Kavramına Genel Bir Bakış

Üst bilişsel eylemleri temsil eden ve üst bilişin süreç boyutunu açıklayan kavram üst bilişsel düzenleme veya bilişin düzenlenmesidir. Diğer boyutlar olan üst bilişsel strateji, üst bilişsel bilgi, üst bilişsel beceri, inanç ve sezgiler ise üst bilişsel düzenleme eylemlerini etkilemekte ve üst bilişsel düzenlemede gerçekleşen eylemlerin yapısını ve niteliğini değiştirmektedir (Panaoura & Philippou, 2005; Pugalee, 2001).

Üst bilişsel düzenleme, bilişsel amaçlara ulaşmak için kişinin duruma veya olaya yönelik farkındalık oluşturduğu düşünceleriyle ilgili eylemlerde bulunduğu ve öğrenmesini denetlediği zihinsel süreci tanımlamaktadır (Gama, 2004; Panaoura & Philippou, 2005; Schraw, 1998). Literatürdeki çalışmalar (Allen, 1991; Desoete, 2001; Desoete, Roeyers & Buysse, 2001; Lucangeli & Cornoldi, 1997; Panaoura, Philippou & Christou, 2003; Panaoura & Philippou, 2005; Pugalee, 2001; Schraw & Graham, 1997; Wilburne, 1997) incelenerek çalışmamızda üst bilişsel düzenleme eylemleri; planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin boyutlarında ele alınmıştır.

Planlama, kişinin bir hedefe ulaşmak için hangi eylemleri, ne zaman ve niçin gerçekleştirmesi gerektiği ve olası çözüm yollarının sonuçlarının nasıl olacağı ile ilgili düşünme sürecini temsil eder (Desoete, 2001; Wilburne, 1997). İkinci boyut olan izleme, kişinin bir problemi çözmek için eylemlerde bulunurken ihtiyaç duyacağını düşündüğü adımların veya stratejilerin işleyişini ve sonuçlarını kontrol etme ve anlık irdeleme sürecini içerir (Wilburne, 1997). Değerlendirme, herhangi bir eylemin sonucunda, kişinin yaptıklarını ve yaptıklarının etkililiğini düşünmesi ve bu yönde karara varması sürecidir (Brown, 1987; Wilburne, 1997). Tahmin ise kişinin bir düşünceyi veya bir olayı eylemleri boyunca (öncesi-uygulanması- sonrası) mantıksal, sezgisel ve deneysel olarak kestirmesi sürecidir (Desoete, Roeyers & Buysse, 2001; TDK, 2013).

Çalışmada teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki üst bilişsel yapılar planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin boyutları çerçevesinde açıklanmıştır. Bu amaçla teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemi üzerinde çalışan bir grubun çözüm süreci incelenerek üst bilişsel düzenlemeye ilişkin ayrıntılı betimlemeler ve açıklamalar yapılmaya çalışılmıştır. Bu doğrultuda araştırmanın problemi “Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde öğretmen adaylarından oluşan üç kişilik bir çalışma grubunun zihinsel süreçlerinde planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin boyutlarında hangi üst bilişsel yapılar ortaya çıkmaktadır?” olarak ifade edilmiştir.

### **3. Yöntem**

#### **3.1. Araştırmanın Modeli**

Bir durum çalışması niteliğinde olan bu çalışmada, işbirlikli bir çalışma grubunun tasarlanan Köprü Problemi'ne yönelik çözüm sürecine yoğunlaşmış ve matematiksel modellemedeki üst bilişsel yapılar, elde edilen verilerin ayrıntıları ve aralarındaki ilişkileri dikkate alınarak tematik kodlama ile açıklanmaya çalışılmıştır.

---

### 3.2. Katılımcılar

Çalışma, 2014-2015 öğretim yılında ortaöğretim matematik öğretmenliği programı birinci sınıfta öğrenim görmekte olan ve bir dönem boyunca teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerine yönelik deneyimler gerçekleştirmiş üç öğretmen adayının oluşturduğu bir çalışma grubuyla gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler kendi istekleri doğrultusunda çalışma grubunu oluşturmuşlar ve bir dönem boyunca gerçekleştirilen uygulamalarda aynı grupta çalışmalarını sürdürmüşlerdir. Çalışma kapsamında söz konusu grup seçilirken grubun daha önceki çalışmalardaki yaklaşım ve düşünme süreçleri dikkate alınmış ve zengin bir veri setine ulaşabilmek için bu grup ile çalışmanın yürütülmesine karar verilmiştir. Bulgular sunulurken öğrencilerin gerçek isimleri yerine kod isimlerine yer verilmiştir.

### 3.3. Veri toplama Aracı

Araştırmadaki veriler araştırmacılar tarafından tasarlanan Köprü Problemi (bkz. Ek 1) bağlamında elde edilmiştir. Problem tasarlanırken literatürdeki bazı matematiksel modelleme çalışmaları (Berry & Houston, 1995; Borromeo Ferri, 2006; Maaß, 2006) incelenmiş ve modelleme problemlerinde bulunması gereken özellikler araştırmacılar tarafından belirlenmiştir. Problemin açık ve anlaşılır olmasına, açık uçlu olmasına, ilgi çekici ve günlük yaşamla ilişkili olmasına, gerçek ve zengin verilerden oluşmasına, içerisinde birden fazla değişkeni, parametreyi, sabiti ve matematiksel kavramı barındırmasına, matematiksel model/ler oluşturmaya imkan sağlamasına, öğrencilerin kendilerinin veri oluşturmasını gerektirmesine ve öğrencilerin teknoloji bilgisini, deneyimlerini ve matematik bilgisini ilişkilendirerek kullanmasına olanak sağlamasına dikkat edilmiştir. Problemlerle birlikte aynı zamanda dört fotoğraf, bir animasyon ve projenin kapsamıyla ilgili genel bilgiler veren bir video verilmiştir.

Veriler, grubun problem çözüm sürecinde alınan video kayıtlarının çözümlemelerinden, uygulama süresince araştırmacılar tarafından alınan gözlem notlarından, problem çözümünde grubun oluşturduğu GeoGebra dosyalarından ve yazılı yanıt kağıtlarından derlenmiştir.

Geçerlik ve güvenilirliği sağlamak için probleme ilişkin uzman görüşleri alınmış ve uzman görüşleri doğrultusunda gerekli değişiklikler yapılmıştır. Sonrasında ise problemin son hali üzerinden bir grup öğrenci ile pilot çalışma gerçekleştirilerek problem son haline getirilmiştir.

### 3.4. Veri Toplama Süreci

Veriler sadece araştırmacıların ve çalışma grubunun bulunduğu sessiz bir ortamda toplanmıştır. Çalışma grubu çözüm sürecinde bilgisayar yardımıyla GeoGebra yazılımından, ScreenHunter programından ve problemlerle birlikte verilen animasyon, video ve resimlerden (bkz. Ek 2) yararlanmışlardır. Öğrencilerin yaklaşım ve düşünme süreçleri ile ilgili davranışlarını izlemek amacıyla onlardan problem çözüm sürecinde sesli düşünceleri ve akıllarına gelen her yaklaşımı ortaya koyarak grup arkadaşlarıyla paylaşımları ve etkili bir iletişim halinde olmaları istenmiştir.

### 3.5. Verilerin Analizi

Verilerin analizinde ilk olarak videodan elde edilen kelimesi kelimesine çözümlenmiş çözümlenmiş dosyası ve diğer veri kaynakları (GeoGebra dosyası, yazılı yanıt kağıtları, gözlem notları) ayrıntılı olarak okunmuş, incelenmiş ve bütünleştirilmiştir. Tematik kodlama süreci boyunca analiz birimi kelimeler olarak seçilmiş ve kategoriler süreç içerisinde tanımlanmıştır. Veri analizi boyunca iki araştırmacı birbirlerinden bağımsız olarak veri grubu üzerinde çalışmışlardır. Bu bağlamda araştırmacılar grubun çözüm yaklaşımlarında ortaya çıkan üst bilişsel eylemleri belirlemişler ve bunlara ilişkin kodlar oluşturmuşlardır. Devamında iki araştırmacı bir araya gelerek ayrı ayrı gerçekleştirdikleri kod listelerini karşılaştırmışlardır. Ezzy'nin (2002) düşünceleri dikkate alınarak, araştırmada kodlar yeniden incelenmiş ve kategorilere yerleştirilmiş, kelime, kod ve kategorilerin kayıtları tutularak ilgili kategorileri açıklayan ifadeler oluşturulmuştur. Yıldırım ve Şimşek (2011) ile Fraenkel ve Wallen'in (2010) vurguladıkları gibi, kategoriler tipik olarak kodların geliştirilmesi sürecinde ya da sonrasında kodların gruplandığı ve bir bütün haline gelerek anlandığı soyut kavramlar olarak karşımıza çıkmıştır. Corbin ve Strauss'un (2008) ifade ettiği gibi bu araştırmada da kategoriler kavramsal bir güce sahip olduklarından dolayı, biliş veya üst biliş gibi diğer kavramlar ve alt kategoriler arasında bağlantı kurabilme ve ayrıştırabilme olanağını sağlamıştır.

Bu süreçte karşılaşılan zorluklardan birisi bilişsel ve üst bilişsel eylemlerin birbirleriyle iç içe olan karmaşık yapısından kaynaklanmıştır. Bunun önüne geçebilmek amacıyla çalışmada hem modelleme süreci (Hıdıroğlu, 2012) hem de üst biliş kavramları için (bkz. Şekil 2) önceden belirlenen bir kuramsal çerçeveye dikkate alınmıştır.

Bu doğrultuda, Hıdıroğlu'nun (2012) modelindeki temel ve alt basamaklar dikkate alınarak modelleme sürecinde planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin üst bilişsel eylemlerinin nasıl ortaya çıktığı açıklanmıştır. Örneğin, öğrencilerin Problemin Analizi basamağında hangi üst bilişsel eylemlerde bulunduğu ve bu eylemlerin nedenleri daha somut bir şekilde ortaya çıkarılmıştır. Problemin Analizi basamağında öğrencilerin gerçekleştikleri üst bilişsel eylemlerinin özellikleri basamağın temel yapısı da dikkate alınarak açıklanmaya çalışılmıştır. Kategorilerin ortaya çıkarıldığı analiz sürecinde "Matematiksel modelleme sürecinde hangi üst bilişsel eylemler (planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin) nasıl ortaya çıkıyor?" sorusuna yanıt aranmaya çalışılmıştır.

Araştırmada veri analizinin güvenilirliğini sağlamak amacıyla, araştırmacıların bağımsız olarak yaptıkları analizler Miles ve Huberman'ın (1994) kodlayıcı güvenilirliği formülü ile incelenmiştir. Bu hesaplama sonucunda planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin için sırasıyla %82, %85 ve %78 %79 değerleri bulunmuştur. Ek olarak bulgular sunulurken birlikte çalışma gruplarının çözümlerinden alıntılar eklenmeden yapılmadan olduğu gibi verilmesi sağlanarak araştırmanın güvenilirliği artırılmaya çalışılmıştır. Araştırma konusu hakkında genel bilgiye sahip bir matematik eğitimcisi tarafından yapılan araştırmayı çeşitli boyutlarıyla incelemesinin istenmesiyle de geçerlik artırılmaya çalışılmıştır.



## 4. Bulgular

Matematiksel modelleme sürecindeki üst bilişsel yapılar planlama boyutunda beş, izleme boyutunda üç, değerlendirme boyutunda beş ve tahmin boyutunda beş kategoride şekillenmiştir. Üst bilişsel düzenleme davranışları olan planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin temel eylemleri matematiksel modelleme sürecinde genel olarak bilişsel aktivitelerle iç içe geçmiş karmaşık bir süreci meydana getirmişlerdir.

### 4.1. Matematiksel Modelleme Sürecindeki “Planlama Yapıları”

Matematiksel modelleme sürecinde grubun ortaya koyduğu planlama yapıları beş temel kategori altında şekillenmiştir (bkz. Tablo 1).

**Tablo 1.** Matematiksel modelleme sürecindeki planlama yapıları

	Kategoriler	Yanıt Aranılan Temel Sorular
Planlama Yapıları	<b>1a-</b> Amaç ve imkanların analizini yapma.	Problemde ne isteniyor?, Probleme cevap verebilmek için nelere ihtiyaç var ve neler biliniyor?
	<b>1b-</b> Temel büyük düşünceyi tasarlama.	Problem için gerekli çözüm stratejisi nasıl olmalıdır?, Çözümde hangi temel kavramlar önemli?, Bilinenler nasıl kullanılabilir?, Varsayımlar neler ve hangi değişken, sabit ve parametreler çözümde kullanılır?
	<b>1c-</b> Çoklu düşünce yapılarını birleştirme / ayırıştırma.	Çözüm için gerekli farklı düşünceler bir arada nasıl kullanılabilir?, Eski deneyimlere bağlı çoklu düşüncelerde problem için gerekli düşünceler hangileridir?
	<b>1d-</b> Matematiksel ve teknolojik düşünceleri uzlaştırma.	Matematiksel düşünceler ve teknolojik düşünceler birbirlerini destekliyor mu? Matematiksel düşünceler eksikse çözümde ilerlemek için teknolojik düşünceler nasıl değiştirilir?, Teknolojik düşünceler eksikse çözümde ilerlemek için matematiksel düşünceler nasıl değiştirilir?
	<b>1e-</b> Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma.	Matematiksel düşünceler ve gerçek yaşama ilişkin düşünceler birbirlerini destekliyor mu? Matematiksel düşünceler eksikse çözümde ilerlemek için gerçek yaşam düşünceleri nasıl değiştirilir?, Gerçek yaşama ilişkin düşünceler eksikse çözümde ilerlemek için matematiksel düşünceler nasıl değiştirilir?

Çözüm sürecinde öğrenciler ilk olarak problemin amacını net olarak ortaya koymaya çalışmışlar; ne yapmaları gerektiğini ve nelere sahip olduklarını zihinlerinde netleştirme ihtiyacı duymuşlardır. Grup bu doğrultuda, Köprü Problemi'nin problem durumunu, verilen videoları ve resimleri ayrıntılı olarak inceleyerek problemi anlamlandırmaya ve problemi çözmek için var olan imkânları ortaya çıkarmaya çalışmıştır.

- Demet Yapılacak köprü'nün genişliği ve uzunluğunu veren matematiksel modeller oluşturunuz. Bu şekilde köprü'nün olası genişliği ve uzunluğu hakkında en iyi tahmininizi nedenleriyle birlikte açıklayınız. Problemlerle birlikte 2 video ve 4 resim dosyası da verilmiştir (Demet problem ifadesini okurken Defne de resimleri açıyor ve Selen'le ikisi resimleri inceliyorlar.).
- Defne Devamı var mı problemin?
- Demet Bu kadar.
- Selen Hıhı.
- Defne Buradaki köprü 1, köprü 2, köprü 3 ve köprü 4 fotoğraf. Diğerleri de videolar sanırım.
- Demet Evet. Bakalım o zaman (Köprü 1'in olduğu dosyayı tekrar inceliyorlar.).
- Defne Köprü buraya yapılacak sanırım (Eliyle resimdeki beyaz çizgiyi gösteriyor.).



Demet Hı hı.

Defne Daha da yakınlaşsana (Birlikte ikinci resmi inceliyorlar ve yakınlaştırarak ayrıntılara bakıyorlar).

Demet Hah burada ayakları var işte belli oluyor. Şuralarda. Hah bak yol buradan buraymış. Köprüde şu kısım oluyor (Resimdeki gölgelerden hareketle köprünün ayaklarının yerini belirliyorlar.).



Defne Evet (Köprü ile ilgili dördüncü resmi açıyorlar.).



Selen Bak burada rayları var gidiş geliş (Resimdeki tren raylarını gösteriyor.).

Grup amaç ve imkanların tam olarak belirlenebilmesi amacıyla önemli yerlerin altını çizme, videolardaki bazı gerekli bilgileri not etme gibi üst bilişsel stratejiler sergilemiştir. Modelleme sürecindeki en çok karşılaşılan planlama eylemi “temel büyük düşünce”nin ortaya koyulması olmuştur. Bu süreçte öğrenciler gerekli matematiksel kavramları, stratejileri, teknoloji vb. araçları ve temel varsayımlar, değişken, sabit, parametre gibi çözümdeki stratejik etkenleri ayrıntılı olarak düşünmüşlerdir. Örneğin, videoları ve fotoğrafları ayrıntılı olarak inceleyerek onlara en iyi çözümü vereceğini düşündükleri kesiti GeoGebra’ya taşımışlardır. GeoGebra’ya ekledikleri kesiti analitik düzleme uygun bir şekilde yerleştirmeye çalışarak da süreçte daha uygun matematiksel modeller elde etmeyi planlamışlardır.

Selen Şimdi bizden köprünün uzunluğu ve genişliği isteniyor.

Demet Şimdi şurada işimize yarayacak bir şu resim var ama (Demet resim 4’ü gösteriyor.). Bunu kesmemiz gerekebilir mi?

Selen Bunu kullanamayız uzunluk için (Resim 4 yandan çekilmiş olduğu için kullanmak istemiyor.).

- Demet Şurada videodan aslında düz olduğu bir yeri kesip yapabiliriz. Şu videoda vardı. (Demet birinci videoyu tekrar açtı ve izliyorlar.).
- Selen 2.15 civarında bir yerdedi (Videodaki istedikleri kesitin yerini söylüyor. Demet de videoyu oraya doğru ilerletiyor.).
- Demet Hah burası olur mu? (Demet videoyu durduruyor.). Bunu kullanabiliriz herhalde. Daha yakın yoktu değil mi?



- Selen Evet.
- Demet Şimdi kesit alalım o zaman.

Grubun bu eyleminin temelinde daha önce kendilerine sorulan bir problemin çözümünden elde ettikleri deneyimlerinin etkili olduğu görülmüştür. Öğrenciler çözümlerinin daha uygun olabilmesi için önceki problemde yaptıkları gibi videodaki en iyi açıyla yakaladıkları kesiti almaya çalışmışlardır. Bu durumu açıklayan gözlem notu şöyledir:

(...Öğrenciler video ve resimleri bir defa inceleme yerine tekrar tekrar izleyerek tartıştı... Demet çözümden ilk olarak resim 2'den yararlanmayı düşünse de Defne önceden çözdükleri Salıncak Problemi'nde videodan kesit aldıklarını ifade etti ve burada da uygun açıyla kesit alabileceklerini söyledi... Demet, Defne'nin videodan kesit alma görüşünü çabuk benimseyerek bu yönde düşüncelerini belirtti. Gözlem notu: Köprü Problemi)

Grup çözüm sürecinde birçok düşünce ortaya koymuş ve bu çoklu düşüncelerini organize etmeye çalışmıştır. Bu doğrultuda, öğrenciler düşüncelerini grup ortamında sergilemişler, farklı düşünceleri çözümde kullanmak için birleştirmişler ve düşünceler arasında ilişki kurmuşlardır.

Öğrencilerin planlama eylemlerinden biri stratejilerini, varsayımlarını, düşüncelerini teknoloji, matematik ve gerçek yaşama ilişkin bilgi, beceri ve stratejileri doğrultusunda yönlendirmeleri olmuştur. Süreçte bazen matematiksel düşüncelerle teknolojik düşünceler arasında uzlaşma sağlamaya çalışmışlar, bazen ise matematiksel düşünceleri ile gerçek yaşamdaki düşünceleri arasında uyum aramışlardır. Örneğin, grup belirlediği video kesitini GeoGebra'da analitik düzleme yerleştirmiş, resmi sabitleyip şeffaflaştırarak daha iyi bir çözüm sağlamaya çalışmıştır. Bu doğrultuda grup kesitin yapısından dolayı köşe noktalarını belirleyerek resmi sabitlememiş, bunun yerine köprü x ekseninde olacak şekilde kesiti yerleştirmeye karar vermiştir. Böylece matematiksel düşüncelerini en iyi yansıtabilecek teknolojik stratejiyi seçmiştir. Bir başka deyişle matematiksel düşünceleri ile teknolojik düşünceleri arasında bir uzlaşma sağlamışlardır.

- Selen Ortalamayalım mı? (y ekseninin video kesitini iki eş parçaya bölmek istiyor.).
- Demet Ortalıyorum (Köprü'nün hızını x eksenine gelecek şekilde video kesitini yerleştiriyorlar.).



- Selen Şey yapsak ya biraz şeffaf. Bir de resmi sabitleyelim.  
 Demet Tamam. (Demet sabitlemeyi hatırlayamıyor.).  
 Selen Yer belirliyorduk ya.  
 Demet Tamam, hah şuradan yapıyorduk (Demet sağ tıkkıyır ve yaptıklarını hatırlıyor.).  
 Selen Ya biz taşıyarak yapabiliriz bence bunu. Sabitleyemeyiz bunun köşelerini bilmiyoruz. Zor olacak sabitlemek (Sabitlemek yerine köprünün video kesitini ortalayarak x ve y eksenlerini belirliyorlar.)  
 Demet Evet, haklısın. Bence de böyle kalsın.

Planlama eylemleri; modelleme sürecinin başlarında ve ortalarında ortaya çıktığı gibi sonlarında da meydana gelmiştir. Örneğin, öğrencilerin 84.6 metre olarak buldukları gerçek yaşam çözümü Selen'e tatmin edici gelmemiştir. Demet ve Defne de bu görüşü desteklemişler ve bu doğrultuda stratejilerini, temel büyük düşüncelerini ve gerçek yaşam durumuna ilişkin oluşturdukları zihinsel ve matematiksel modellerini gözden geçirmişlerdir. Bu doğrultuda, gerçek yaşam durumuna ilişkin oluşturdukları zihinsel modellerinde değişikliğe gitmişler ve çözüm planlarını bu yönde tekrar oluşturmuşlardır. Düzenlemeler sonrasında gerçek yaşam çözümünü 72.9 metre olarak bulmuşlar ve sonucu tatmin edici bir çözüm olarak değerlendirmişlerdir. Bu durumu açıklayan gözlem notu şöyledir:

(...Öğrenciler köprünün genişliğini 84.6 metre olarak buldu. Selen bu değer bulununca video kesitini daha ayrıntılı incelemek istedi. Çizimde sorun olabileceğini ve bunun sonucu etkileyebileceğini belirtti. Tekrar videoyu incelediler. Demet Selen'i destekledi ve çizimi tekrar yapmaları gerektiğini ifade etti. Hemen ardından Defne de bu görüşü destekledi. Gözlem notu: Köprü Problemi)

#### 4.2. Matematiksel Modelleme Sürecindeki “İzleme Yapıları”

Matematiksel modelleme sürecinde grubun ortaya koyduğu izleme yapıları üç temel kategori altında şekillenmiştir (bkz. Tablo 2).

**Tablo 2.** Matematiksel modelleme sürecindeki izleme yapıları

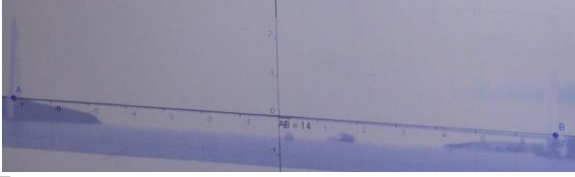
	Kategoriler	Yanıt Aranılan Temel Sorular
İzleme Yapıları	2a- Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme.	O anda ortaya çıkan soru ya da sorunlara yönelik anlık düşünceler nelerdir?, Çözümde yapılanları eleştirecek anlık düşünceler nelerdir?, Çözümün herhangi bir anındaki eylem ile ilgili düşüncelerde sorun var mıdır?
	2b- Planı takip etme.	Düşünsel plana göre yapılanlar veya yapılmayanlar nelerdir?, Çözümde plana göre neler yapılacaktır?, Çözüm planda belirlenen sıraya göre gerçekleşiyor mu?
	2c- Plan dışı durumları ortaya koyma.	Plandaki sıraya uymayan düşünceler veya eylemler var mıdır?, Plandaki düşüncelerle çelişen bir durum oluşuyor mu?

Öğrenciler çözüm sürecinin nerdeyse tamamında birbirlerinin düşüncelerini aktif olarak dinlemişler ve elde ettikleri bilgilere ilişkin soru sorma, onaylama ve düşünce üretme gibi anlık tepkiler sergilemişlerdir. Öğrenciler sürekli olarak çözümün herhangi bir anında sergilenen eylemlere ve düşüncelere ilişkin anlık düşüncelerini ortaya koymuşlardır. Süreçteki izleme eylemlerinden en çok karşılaşılana büyük temel düşüncedeki eylemlerin uygulanış sırasının, şeklinin ve düşüncelerdeki düzenin sürekli olarak izlenmesi olmuştur.

- Demet Şimdi 4,43'ün ne kadar geleceğine bakacağız.  
 Defne Hah. Şimdi ne yapıyoruz?  
 Demet Bir dakika bak şurası 1,2 oldu. Burası da 4,43 oldu (Defne hesap makinesinde işlemleri gerçekleştiriyor.). 1,2.  
 Defne 1,2. Tamam.  
 \*  
 \*  
 Defne Tamam. Şimdi ne kaldı?  
 Demet Uzunluğu bulduk.  
 Defne Uzunluğu bu bulduk, genişliği de bu bulduk. Başka bir şey ne istiyordu bizden? Matematiksel modeller doğrultusunda genişlik ve uzunluk. (Defne problemi bir daha okuyor.) Her şeyi bulmuş olduk.  
 \*  
 \*  
 Defne x yaklaşık olarak 1885 metre olur (Defne eksik kısımları yazıyor.).  
 Demet Şimdi genişliği yazalım.  
 Defne Kaç bulmuştuk?  
 Demet Bir dakika bakıyorum. Orantıladık aslında biz orayı.  
 Defne Köprünün ayaklarından genişliğini bulmuş olduk.  
 Selen Evet.

Çözüm için tasarlanan temel büyük düşünce bazı yönleriyle eksik kalmış ve öğrenciler bu eksikliği gidermek için temel büyük düşüncenin dışında bazı düşüncelere ve eylemlere yönelmişlerdir. “Plan dışı durumları ortaya koyma” üst bilişsel izleme eylemi, sürecin devamında planın değerlendirilmesini ve gerekirse planın gözden geçirilmesini gerektirmiştir. Öğrencilerin bu durumda çoklu düşünceler arasında uzlaşma sağlamaya çalıştıkları da görülmüştür. Grubun sergilediği izleme eylemi sonucunda, Selen plan dışı bir durumla karşılaşmış ve planda ileriye gidememiştir. Grup iki nokta arasındaki uzaklığı GeoGebra'daki doğru yardımıyla bulmayı planladıkları halde bu değeri elde edememişlerdir. Selen planının eksik bir yanının olduğunu düşünerek gruba “Bu iki noktadan geçen doğruya bakacaktık dimi?” ve “Buradan mıydı?” gibi sorular yöneltmiştir. Defne plan dışı ortaya çıkan bu duruma karşı ise doğrudan çözüme gidilemeyeceğini ifade etmiştir. Selen ise buna karşılık çözümü doğru parçası ile sürdürebileceklerini açıklamıştır. Plan tekrar revize edilerek çoklu düşünceleri birleştirme/ayırıştırma yaklaşımı sergilenmiştir.

- Selen Evet. Uzunluğu 14 gelecek (GeoGebra'da uzunluk hesaplatmadan tahminini söylüyor.) Bu iki noktadan geçen doğruya bakacaktık değil mi? Buradan mıydı (GeoGebra'da doğruyu nereden çizdireceğine bakıyor.)?  
 Defne Yok değil, doğrudan değildi.  
 Selen Haklısın ya. Uzaklıktan yapacaktık değil mi?



- Demet Evet.  
 Selen Tamam.  
 Demet GeoGebra bize orayı 14 olarak verdi. (Demet bir yerden kağıda küçük notlar alıyor.).  
 Selen Sonra genişlik.  
 Demet Genişliği yaparız sonra değil mi?  
 Defne Evet.

### 4.3. Matematiksel Modelleme Sürecindeki “Değerlendirme Yapıları”

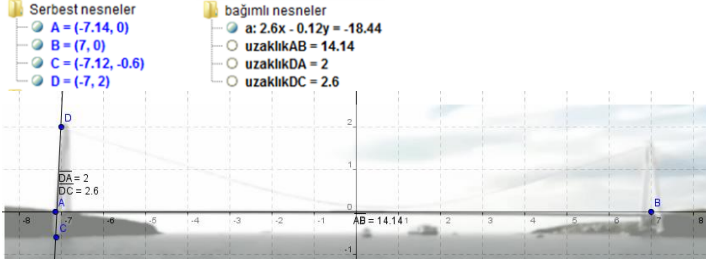
Matematiksel modelleme sürecinde grubun ortaya koyduğu değerlendirme yapıları beş temel kategori altında şekillenmiştir (bkz. Tablo 3).

**Tablo 3. Matematiksel modelleme sürecindeki değerlendirme yapıları**

	<u>Kategoriler</u>	<u>Yanıt Aranam Temel Sorular</u>
Değerlendirme Yapıları	<b>3a-</b> Farklı düşünceleri değerlendirme.	Sergilenen farklı düşüncelerin çözüme etkisi nasıl?, Hangi düşünce çözümde kullanılır?, Farklı düşüncelerin çözüme etkisi nasıl olur?
	<b>3b-</b> Planı ve sonuçları sorgulama.	Uygulanan veya süreçte revize edilmiş planın etkileri nasıldır?, Plan istenen sonuçlara ulaşmada yeterli midir?, Ekstra hangi sonuçlara ulaşılabilir?
	<b>3c-</b> Düşüncelere ilişkin kişisel ya da grupsal tatmin sağlama.	Çözümde ortaya çıkan düşüncelerin, planın ve ulaşılan sonuçların doğruluğuna ve uygulanabilirliğine ilişkin kararlar nelerdir? Bunlar kendi aralarında tutarlı mıdır?
	<b>3d-</b> Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma.	Farklı şekillerde ulaşılan sonuçlar birbirleriyle uyuyor mu?, Uyuşmama sebepleri nelerdir?
	<b>3e-</b> İşlem hatalarını tarama.	Ulaşılan sonuçlarda herhangi bir işlem hatası var mı?, Çözümün her basamağında yapılan işlemler kontrol ediliyor mu?

Öğrenciler çözüm sürecinde sürekli olarak planları doğrultusunda yaptıklarını ve yaptıklarının etkilerini sorgulayarak hareket etmişlerdir. Bir başka deyimle, temel büyük düşünceyi oluşturan ve bunu uygulayan öğrenciler planlarının ve çıktılarının çözüme etkisini incelemişlerdir. Öğrenciler farklı düşünceleri değerlendirerek ve bu düşüncelere ilişkin kişisel ve grupsal tatmini sağlayarak çözümü iyileştirme çabası içerisinde olmuşlardır. Çözüme farklı yollardan ulaşma ve ulaştıkları sonuçları karşılaştırma yoluna gitmişlerdir. Örneğin, grup köprüünün genişliğini GeoGebra yardımıyla 88,6 metre olarak bulmuştur. Fakat gerçek yaşam açısından çözümden tatmin olmamaları nedeniyle farklı stratejileri dikkate almışlardır. Buldukları iki farklı gerçek yaşam çözümü arasından ise tatmin edici kabul ettikleri sonucu kullanmışlardır.

Demet Şimdi 2,6 da 350 ise, 2'de kaçtır?



Defne Hah.

.

Selen 88,6

Defne Evet.

Demet Evet. Yani bu da gerçekte köprü'nün genişliğiymiş.

.

Defne Tamam. Doğru çıktı herhalde.

Demet Bitti diye düşünüyorum. Bence mantıklı bir sonuç. Vardır o kadar. Normal.

Selen Diğer resme bir daha baksak ya. Burada alt kısmını tam yol hizasında oldu mu acaba?



Bununla birlikte grup üyeleri düzeni bozan durumlarda işlem hatalarının olabileceğini düşünmüş ve işlemlerini tekrar kontrol etmişlerdir. Grup ilk olarak köprü'nün genişliğini 88,6 metre olarak bulmuştur. Fakat Selen çözümde bir sorun olduğunu düşünerek sorun olduğunu düşündüğü kısmı Defne ve Demet'e göstermiştir. Devamında hep birlikte planda sorun olduğu düşüncesine ulaşmışlar ve çözümde değişikliğe gitmişlerdir. Bu doğrultuda, noktalar tekrar belirlenmiş ve böylece yeni çözüm 72,9 metre olarak düzeltilmiştir. Grubun bu değişikliği işlemsel bir hatadan kaynaklanmamıştır. Fakat çözüm sürecinde grubun önceki çözümüne ilişkin tatminsizliği onların işlemlerini kontrol etme ihtiyacını ortaya çıkarmıştır.

Demet Biraz daha mı yukarı çeksek onları ne dersiniz? (Köprü'nün yol hizasında kalan hizasını ayarlamaya çalışıyorlar).



Defne Yani kabaca denk getirmeye çalıştık tam oturmasa da.

Selen A noktası biraz daha mı yukarıda olmalıydı?

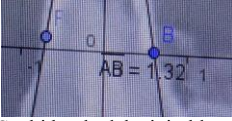
Defne Biraz da resmin yamukluğundan kaynaklanıyor. B'ye sıfır koyduğumuzda aslında B'nin biraz daha yukarıda kalması mantıklı geliyor.

Demet O zaman biz de A'yı oradan işaretleyelim sonuçta. Gene bir şey değişmez ki gene iki nokta arasındaki uzaklık.

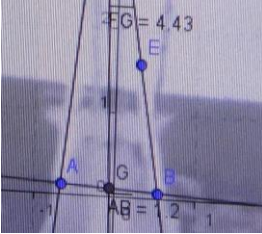
Selen Zaten kesişimi y eksenini verecek.

Defne A'yı yukarı mı alalım ne diyorsunuz?

Demet Evet, biraz yukarı alalım. Tamam orası.



- Selen Sanki böyle daha iyi oldu  
 Demet Evet  
 Selen Peki B'yi ne yapacağız? İyi mi onun yeri?  
 Defne İyi de aslında tam da denk geliyor B noktası.  
 Demet Biraz önu gibi sanki. Onu da biraz yukarıda alalım.  
 Defne Tamam. Aslında biraz açıdan kaynaklanıyor. Tam oturtamadık.  
 ...  
 Defne 72.9 oldu. Şimdi bu kadar oldu bakın.



- Selen 72.9' muş.

Değerlendirme eylemleri süreçte genel olarak planlama ve izlemeyi takip eden eylemlerin arkasından ve iç içe geçmiş bir şekilde meydana gelmiştir. Bununla birlikte, üst bilişsel değerlendirme eylemleri sürecin başlarında da ortaya çıkmıştır. Çözüm sürecinin başlarında verilerin yeterli olduğuna ilişkin karara varma davranışı değerlendirme eylemlerinden biridir. Ayrıca, Demet ve Defne sürekli olarak süreç içerisinde problem durumunu okuduktan sonra problemi tam olarak anlamadıklarını fark ederek metni tekrar okumuşlardır. Bu durumu açıklayan gözlem notu şöyledir:

(...Defne ve Selen videoları incelerken Demet bu sırada problem ifadesini fısıldayarak tekrar okudu... Selen çözümde köprünün genişliğine ilişkin verilerin eksik olabileceğini belirtti. Demet çözümü kendi tahminleriyle oluşturmaları gerektiğinden ve bu şekilde çözüme ulaşabileceklerinden bahsetti. Gözlem notu: Köprü Problemi)

#### 4.4. Matematiksel Modelleme Sürecindeki “Tahmin Yapıları”

Matematiksel modelleme sürecinde grubun ortaya koyduğu tahmin yapıları beş temel kategori altında şekillenmiştir (bkz. Tablo 4).



**Tablo 4. Matematiksel modelleme sürecindeki tahmin yapıları**

	Kategoriler	Yanıt Aranılan Temel Sorular
Tahmin Yapıları	<b>4a-</b> Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminlerde bulunma.	Temel büyük düşüncenin uygulanmasında yaşanabilecek olay veya sorunlara ilişkin tahminler nelerdir?, Stratejik etkenler plana bağlı kalınarak nasıl bulunur ve yaklaşık olarak ne bulmak beklenir?
	<b>4b-</b> Farklı sonuçları uzlaştırmak için tahmin yapma.	Teorik olarak elde edilen sonuçlar ve düşünceler tahminlerle uyuyor mu?, Bu farklılık neyden ya da nereden kaynaklanıyor?, Tahminler teorik sonuçları sorgulamada ne kadar etkilidir?
	<b>4c-</b> Kararların etkilerini önceden tahmin etme.	Süreçte alınan kararların olası etkilerine ilişkin ön tahminler nelerdir?, Zamanı geldiğinde planı değiştirmek için tahminlere bağlı ek kararlar alınmalı mıdır?
	<b>4d-</b> Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma.	Planda önemli bir yeri olan etkenlere ilişkin yeterli bilgi mevcut mudur?, Değil ise bu etkenler nasıl kullanılabilir?, Çözüm sürecinde etkenlerin bazı değerlerini kullanmak için tahminlerden yararlanılır mı?
	<b>4e-</b> Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma.	Planda bağlı olarak elde edilen sonuçlar farklı durumlarda değişiyor mu?, Aynı duruma ilişkin farklı düşünceler sonuçları etkiler mi?, Bu düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunarak bir karara varılabilir mi?

Tahmin eylemleri öğrencilerin planlama, izleme ve değerlendirme eylemleri arasındaki düzeni sağlamak için önemli bir rol oynamıştır. Çünkü grup üyeleri planlama, izleme ve değerlendirme eylemlerinde bulunurken tahmin eylemlerinden doğrudan veya dolaylı olarak yararlanmışlardır. Özellikle matematiksel modelleme probleminin yapısının tahmine uygun bir ortam sağlaması, öğrencilerin çözüm sürecinde araba genişliğini, raylar arası genişliği ve şerit genişliğini tahmin etme gibi çeşitli eylemler sergilemelerine olanak sağlamıştır. Bu durumu açıklayan gözlem notu şöyledir:

(...Demet şeritlerin tüm yollarda standart olacağını ve bu nedenle köprünün genişliğini bulmak için şeritleri kullanabileceklerini söyledi. Bu şekilde yaklaşık olarak bir sonuca ulaşabileceklerini ifade etti... Demet şeritlerin yanında trenler arası mesafe ve rayların genişliğini de tahmin edebileceklerini söyledi. Defne, Demet'i destekleyerek tahmin yaparken kenarlardaki boşlukları da dikkate almaları gerektiğini vurguladı. Gözlem notu: Köprü Problemi)

Öğrenciler çözümde alacakları resimlerin veya video kesitlerinin hangisinin çözümde daha etkili olacağı konusunda bazı ön tahminlerde bulunmuşlardır. Bu doğrultuda Demet, çözümde fotoğrafın çekim açısını dikkate almaları gerektiğini ve buna dikkat etmezlerse sonuca tam olarak ulaşamayacaklarını ifade etmiştir. İleriye yönelik yaptığı bu tahmin grubun temel büyük düşüncesini tasarlamasında etkili olmuştur.

Defne Evet, alsak öyle olurdu.

Selen Evet.

Demet (Videoyu çalıştırırken farklı bir yerde durduruyor) Mesela burada burayı (köprünün yüksekliği) ve burayı (köprünün genişliği) oranlayabiliriz. Burada nokta olarak burayı (sol ayak ve yol hizası kesişimi) da alabiliriz burayı (sağ ayak ve yol hizası kesişimi) da alabiliriz. Ama resimde perspektifi iyi almamız lazım. Bu bizim sonucumuzu etkileyebilir.



Defne Evet. Yakınlaşalım mı biraz daha resme?

Demet Al bakalım videoyu biraz ileri. Belki bir şeyler vardır (daha iyi bir şeyler olabileceğini kastediyor). Bunlar biraz kötü olacak sanki. Daha iyisini seçebiliriz.

Öğrenciler süreçte temel büyük düşüncelerinin ilerleyişlerine ve stratejik etkenlere yönelik tahminlerde bulunmuşlardır. Öncelikle video kesitiyle çözümlerine devam etmek isteyen grup üyeleri sürecin bir kısmında ölçeklendirmede, matematiksel modelleri oluşturmada ve gerçek yaşam çözümüne ulaşmada sıkıntı yaşamışlardır. Bu doğrultuda Demet, temel büyük düşünceyi tasarlarken kullandıkları video kesitinin ölçeğinin olmamasının sürecin ilerisinde çözüme ulaşmada sıkıntılara yol açtığını fark etmiş ve farklı resimlerin çözümdeki etkisine ilişkin bazı sezgisel tahminlerde bulunmuştur. Demet çözümün ileriki aşamasında gerçek yaşam çözümüne ulaşmada sıkıntı yaşayınca ölçekli olarak verilmiş resmi belli bir açıdan çekilmiş dahi olsa kullanmalarının daha iyi olabileceği tahmininde bulunmuştur.

Demet Buradan yaklaşık bir sonuca aslında varabiliriz. Bir de geliş-gidiş raylı sistemi var. Burada da aslında bütün ölçüler standart olduğu için bulabiliriz.

Defne Burası da dahil midir (Defne köprü'nün kenarlarındaki boşlukları kastediyor.)?

Demet Biz şu an ne yaptık? GeoGebra üzerinden sadece şeyi bulduk uzunluğu.

Demet Burada şey yok değil mi ölçek (Tekrardan uzunluk olan GeoGebra dosyasını açtılar.)?

Defne Yok.

Demet Aslında bir resim vardı kenarında ölçek olan. Hah işte şunu (İkinci resmi kastediyor.) kullanabiliriz. Belki de daha iyi olacaktı (İkinci resmi açıyor ve arkadaşlarına gösteriyor.).

Grup Demet'in bu düşüncesini hemen onaylamıştır. Fakat Selen videolarda köprü'nün ayağının yüksekliğinin verildiğini (350 metre) ifade etmiş ve buradan hareketle de video kesitinin ölçeğini bulabileceklerini vurgulamıştır. Demet ve Defne, Selen'in yaklaşımının mantıklı olduğunu düşünmüşlerdir. Tekrar çözümde başa dönüp süreci uzatmak istemedikleri için de Selen'in düşüncesini dikkate alarak GeoGebra yardımıyla ve köprü'nün 350 metre olduğu gerçek yaşam bilgisiyle video kesitinin ölçeğini hesaplamışlar ve gerçek yaşam çözümüne ulaşmışlardır.

Demet Buradan yaklaşık bir sonuca aslında varabiliriz. Bir de geliş-gidiş raylı sistemi var. Burada da aslında bütün ölçüler standart olduğu için bulabiliriz.

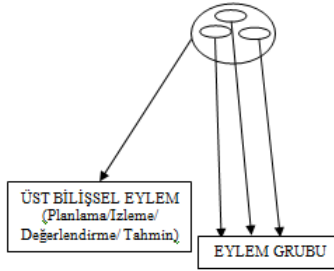
Defne Burası da dahil midir (Defne köprü'nün kenarlarındaki boşlukları kastediyor.)?

Demet Biz şuan ne yaptık? GeoGebra üzerinden sadece şeyi bulduk uzunluğu.

Demet Burada şey yok değil mi ölçek (Tekrardan uzunluğu veren olan GeoGebra dosyasını açtılar.)?

Defne	Yok.
Demet	Aslında bir resim vardı kenarında ölçek olan. Hah işte şunu (ikinci resmi kastediyor.) kullanabilirdik. Belki de daha iyi olacaktı (ikinci resmi açıyor ve arkadaşlarına gösteriyor).
Selen	Ayakların yüksekliği 300 metre diyordu onu kullanalım bence.
Defne	300 metre mi?
Selen	Evet, gerçi pardon ya 350 metreydi videoda öyle diyordu ya?

Yukarıda da görüldüğü gibi matematiksel modelleme sürecinde ortaya çıkan üst biliş kavramları; üst bilişsel eylemler, üst bilişsel yapılar ve üst bilişsel eylem grupları olmuştur. Üst bilişsel eylemler, üst bilişsel düşüncelerle ortaya çıkan temel davranışları temsil etmiştir. Üst bilişsel yapılar, üst bilişsel eylemlerin birlikte bir bütün olarak meydana getirdikleri zihinsel yapılar olmuştur. Üst bilişsel eylem grupları ise, üst bilişsel düşüncelerde ortaya çıkan temel davranışları şekillendiren yardımcı eylemlerin oluşturduğu zihinsel yapılar olarak karşımıza çıkmıştır. Eylem grupları modelleme sürecinde üst bilişsel eylemlerin genel özelliklerini açıklamada araştırmacılara yol gösterirken üst bilişsel eylemlerin nasıl ortaya çıktığı ve nasıl sonlandırıldığı hakkında da bilgi vermiştir (bkz Şekil 3).



**Üst Bilişsel Eylem:** Köprünün uzunluğunu bulurken en iyi video kesitini veya fotoğrafı GeoGebra'ya ekleyerek çözümde ilerlemeyi düşünme. (Üst bilişsel Planlama Eylemi)  
 Üst Bilişsel Eylem Grubu:

- 1- En iyi fotoğrafı veya video kesitini seçmeyi düşünme
- 2- GeoGebra ile problemi ilişkilendirmeyi düşünme
- 3- Seçilecek fotoğraf veya video kesitini GeoGebra'ya eklemeyi düşünme

### Şekil 3. Üst Bilişsel Eylem ve Eylem Gruplarının Yapısı

Araştırmada planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin boyutlarındaki üst bilişsel eylemler birçok farklı yapıda eylem grubunun iç içe geçtiği zihinsel oluşumlar olarak ortaya çıkmışlardır. Örneğin, modelleme sürecinde herhangi bir üst bilişsel planlama eyleminin kendi içerisinde birçok eylem grubundan meydana geldiği görülmüştür. Üst bilişsel planlama eylemleri temelinde planlama amacı gütmüşlerdir; fakat söz konusu üst bilişsel planlama eyleminin gerçekleşmesi için gerekli olan eylem grupları temel amaca bağlı olsalar da farklı özne amaçlardan dolayı da ortaya çıkmışlardır. Örneğin, öğrenciler köprünün uzunluğunu bulurken en iyi video kesitini veya fotoğrafı GeoGebra'ya ekleyerek çözümde ilerlemeyi düşünmüşlerdir. Grubun bu davranışı üst bilişsel bir eylemdir. Öğrenciler burada planlama yapmak amacıyla çoklu düşüncelerini birleştirmeye çalışmışlar ve bu düşüncelerini diğer düşüncelerinden ayırarak çözümde kullanmak istemişlerdir. Bir başka deyişle onların çoklu düşünme yapılarını birleştirme/ayırıştırma davranışı ortaya

çıkıştır. Bu durum üst bilişsel yapıya bir örnek teşkil etmiştir. Öğrenciler söz konusu üst bilişsel eylemi gerçekleştirirken en iyi fotoğrafı veya video kesitini seçme eylemini, GeoGebra ile problemi ilişkilendirme eylemini ve seçilecek fotoğraf veya video kesitini GeoGebra'ya ekleme eylemini gerçekleştirmeyi düşünmüşlerdir. Öğrencilerin köprünün uzunluğunu bulurken en iyi video kesitini veya fotoğrafı GeoGebra'ya ekleyerek çözümde ilerlemeyi düşünmelerinde yukarıda sözü edilen üç yardımcı üst bilişsel davranışın etkisi olmuştur. Bu yardımcı üst bilişsel eylemlerin oluşturduğu zihinsel yapılar ise üst bilişsel eylem grupları olarak karşımıza çıkmıştır.

## 5. Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Eğitim sisteminin temel amaçlarından biri, gerçek yaşam problemlerini çözebilen, düşüncelerini düzenleyebilen ve farklı durumlarda kullanabilen insanlar yetiştirmektir. Bu amaç özelde ise bilişsel ve üst bilişsel eylemleri destekleyen zengin öğrenme ortamlarının tasarlanmasını gerektirmektedir. Bu çalışma günümüz şartlarında öğretimde kullanılabilecek araçların ve yöntemlerin nasıl etkili organize edilebileceğine ve hangi becerilerin geliştirilebileceğine yönelik olup teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki üst bilişsel yapıların açıklandığı alandaki önemli çalışmalardan biri olarak görülebilir.

Çalışmada Magiera ve Zawojewski'ye (2011) paralel olarak öğrencilerin modelleme sürecindeki üst bilişsel eylemleri, bireysel düşünceleri/deneyimleri ve grubun düşünceleri ya da deneyimleri olmak üzere iki kaynaktan beslenmiştir. Magiera ve Zawojewski (2011) üst bilişsel eylemlere ilişkin iki temel boyut (bireysel ve grupsal) altında altı farklı kategoriler ortaya koymuş, fakat bunların üst bilişin planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin boyutlarından hangisine ait olduğuna ilişkin bir sınıflandırmaya gitmemiştir. Çalışmamızda farklı olarak bu üst bilişsel eylemler dikkate alınarak süreçteki üst bilişsel yapılar dört boyut bağlamında açıklanmıştır.

Matematiksel modelleme sürecindeki üst bilişsel eylemler üst bilişsel eylem grupları ile şekillenmiştir. Modelleme sürecinin karmaşık yapısının ve alanda çalışmanın zorluğunun iki nedeninin bilişsel ve üst bilişsel eylemlerin iç içe karmaşık bir süreci oluşturması ve üst bilişsel eylemlerin üst bilişsel eylem gruplarından meydana gelmesi olduğu söylenebilir. Bu durum, modelleme sürecindeki yaklaşımlara ilişkin farklı araştırmacıların görüşlerine de ihtiyaç duyulmasına neden olmaktadır.

Desoete, Roeyers ve Buysse'un (2001) ifade ettiği gibi çalışmamızda da, genel olarak planlama eylemleri harekete geçilmek üzere tasarlanacak zihinsel eylemlerin öncesinde izleme eylemleri, zihinsel eylemlerin uygulama esnasında, değerlendirme eylemleri zihinsel eylemlerin sonunda, tahmin eylemleri ise söz konusu zihinsel eylemlerin öncesinde uygulanması anında ve sonrasında ortaya çıkmıştır. Bununla birlikte, planlama eylemleri modelleme sürecinin başlarında olduğu gibi sürecin ortalarında ve sonlarında da, değerlendirme eylemleri de modelleme sürecinin sonlarında olduğu gibi sürecin ortalarında ve başlarında da ortaya çıkmıştır.

Çalışmada Maaß'ın (2006) da vurguladığı gibi öğrencilerin sergiledikleri üst bilişsel eylemler, süreçteki farklı stratejilerin dikkate alınmasında, bu stratejilerin bilinçli olarak incelenmesinde ve öğrencilere önemli bir uyarıcı rolü üstlenerek onların modelleme becerilerinin gelişiminde önemli bir tetikleyici olmuştur. Bunun yanında Maaß (2006), üst bilişsel eylemlerin modellemedeki temel basamaklar arasındaki düzensiz geçişlere neden olduğunu ifade etmiştir. Çalışmamıza göre ise basamaklar arasındaki düzensiz veya beklenmedik geçişlerde üst bilişsel eylemler etkili olmuştur, fakat üst bilişsel eylemlerin hepsi temel basamaklar arasında düzensiz veya beklenmedik geçişlere yol açmamış, süreçteki bir basamağı daha da düzenleyici ve yapılandırıcı bir rol oynamıştır.

Çalışmamızda, matematiksel modellemedeki üst bilişsel planlama eylemleri olarak amaç ve imkanların analizini yapma, temel büyük düşüncüyü tasarlama, çoklu düşünce yapılarını birleştirme ve ayrıştırma, matematiksel ve teknolojik düşünceleri uzlaştırma, matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma kategorilerine ulaşılmıştır. Çalışmamızdaki üst bilişsel eylemlerden matematik, teknoloji ve gerçek yaşamı da içine alan düşüncelerde bir uzlaşma sağlama süreci, Magiera ve Zawojewski'nin (2011) "matematiksel fikir birliğine varma" eylemiyle paralellik göstermiştir. Çalışmamızda farklı olarak teknolojinin etkisi de ön plana çıkmıştır.

Matematiksel modellemede ortaya çıkan üst bilişsel izleme eylemleri, anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler sergileme, planı takip etme, plan dışı durumları ortaya koyma eylemlerinden oluşmuştur. Çalışmamızdaki anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler sergileme eylemi Magiera ve Zawojewski'nin (2011) "kişisel görüşünü kullanma" ifadesiyle paralellik göstermiştir. Üst bilişsel izleme eylemleri süreçte en çok karşılaşılan eylemler olmuştur.

Çalışmamızda farklı düşünceleri değerlendirme, planı ve sonuçları sorgulama, düşüncelere ilişkin kişisel ya da grupsal tatmin sağlama, deneysel ve teorik çözümü karşılaştırma ve işlem hatalarını tarama olmak üzere beş değerlendirme eylemi ortaya çıkmıştır. Çalışmamızdaki üst bilişsel değerlendirme eylemlerden "farklı düşünceleri değerlendirme" eylemi Magiera ve Zawojewski'nin (2011) "farklı görüşleri yorumlama" ifadesiyle benzerlik göstermiştir. Gene çalışmamızda "düşüncelere ilişkin kişisel ya da grupsal tatmin sağlama" eylemi Magiera ve Zawojewski'nin (2011) "kişisel tatmine ulaşma" ifadesi ile benzerlik göstermiştir.

Çalışmamızda genel çözüm stratejisini içeren kapsamlı görüş olan temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminlerde bulunma, farklı sonuçları uzlaştırma adına tahmin yapma, kararların etkilerini önceden tahmin etme, ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma ve farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma olmak üzere beş tahmin eylemi ortaya çıkmıştır. Grup çalışması farklı deneyimlerin paylaşılarak zengin tahminlerin sergilenmesine olanak sağlamıştır. Tahmin eylemleri öğrencilerin planlama, izleme ve değerlendirme eylemleri arasındaki dengeyi sağlamada önemli bir oynamıştır. Borromeo Ferri'nin (2006) de ifade ettiği gibi çalışmamızda modelleme sürecindeki tahminler sezgiye ve bilgiye dayalı olarak ortaya çıkmıştır ve modelleme döngüsündeki düşünceler

matematik, teknoloji ve gerçek yaşama yönelik sezgilere ve bilgilere dayalı tahminlerle şekillenmiştir.

Çalışmamızda teknoloji, Ang'in (2010) de ifade ettiği gibi gerçek yaşam durumunu açıklamada, temel büyük düşüncenin ortaya çıkarılmasında, modelin davranışının ve eğilimlerinin sürekli olarak incelenmesinde zengin ortam sağlamıştır. Baki'nin (2002) vurguladığı gibi çalışmada kullanılan yazılım, video ve animasyonlar grubun eylemlerini yeniden tanımlayarak sonuçlarını gözlemesine, düşüncelerini sürekli karşılaştırmasına, çoklu düşünceleri birleştirmesine, plan dışı ilişkileri ve özellikleri kolaylıkla keşfetmesine ve tahminlerde bulunmasına büyük kolaylık sağlamıştır.

Literatürde matematiksel modelleme sürecindeki üst bilişsel eylemlerin ortaya çıkarılmasına yönelik daha kapsamlı çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır. Bu doğrultuda bilişsel yapılar ve üst bilişsel yapıların ilişkilerine, farklı modelleme türlerindeki üst bilişsel eylemlere, üst biliş kavramının kuramsal yapısına, farklı öğrenci seviyelerindeki üst bilişsel eylemlerin farklılığına ve farklı teknolojik araçların üst bilişsel eylemlere etkisine dikkat çekilerek, modelleme sürecinin daha ayrıntılı incelenmesine ve farklı şekillerde ele alınmasına yönelik çalışmalara önem verilebilir.

---

## **Metacognitive Structures Occuring in Mathematical Modelling Within A Technology Enhanced Environment**

### **Extended Abstract**

In the present study, it is aimed to present metacognitive structures and explain how those structures occur in modelling process by adopting cognitive modelling approach which is one of the mathematical modelling perspectives. Mathematical modelling process of Hıdıroğlu (2012) was taken as a base to analyse metacognitive structures in modelling process. In solution process, GeoGebra software was utilised to create a technology enhanced learning environment, and also by giving video, animation and photos with problem situation, it was tried to create a rich mental process environment. Metacognitive regulation activities were taken as planning, monitoring, evaluation and prediction by examining related studies in the literature.

The aim of the study which is a case study is to explain metacognitive structures occurred in technology enhanced mathematical modelling process in the dimensions of planning, monitoring, evaluation and prediction. In the study, a group consisted of three secondary mathematics programme freshman students' solution process of Bridge Problem was the main focus. Data was collected from transcription of video recordings, GeoGebra solution files, written solution papers and researchers' memos. In data analysis, firstly transcription of video recording were analysed word for word and integrated with other data sources. In thematic coding process two researchers studied on the data independently from each other and created codes related to metacognitive activities occurred in group's solution approach. Statements explaining related categories were formed by keeping records of words, codes and categories.

In mathematical modelling process, planning structures that group exhibited were formed into five basic categories as analysing aim and opportunities, designing main big idea, combining or decomposing main structures of multiple thinking, conciliation of mathematical and technological ideas, and conciliation of mathematical and real world ideas. In analysing of aim and opportunities, what the known is, what wanted is and what needed was revealed. In designing main big idea, what required solution strategy is, what basic concepts are important in solution, how the known can be used, what assumptions might be and what variable, invariant and parameter is used in solution were taken into account. In combining or decomposing main structures of multiple thinking, how different ideas can be used all together required for solution and what ones of multiple ideas depending upon previous experiences are required to create new ideas were considered. In conciliation of mathematical and technological ideas, whether mathematical and technological ideas support one another or not, and ideas on how missing due to one of these ideas might affect the structure of the other were performed. Similarly, in conciliation of mathematical and real world ideas, whether mathematical and real world ideas support each other or not and ideas on how missing due to one of these ideas might affect the structure of the other were focused.

---

In mathematical modelling process monitoring structures revealed by the group were shaped into three basic categories as producing instant ideas for instant question and problems, following the plan and demonstrating unplanned situations. In producing instant ideas for instant question and problems immediate critical views related to activities, questions and problems occurred in any time during the solution were exhibited. In following plan, ideas on what has been done and hasn't been done according to the thinking plan, what is going to be done according to the plan and whether abided by the order of the steps in the plan were taken into consideration. In demonstrating unplanned situations, ideas on whether there are any ideas which do not fit into the plan, and conflicting situations in the plan were focused.

Evaluation structures revealed by the group in mathematical modelling process were shaped into five basic categories as consideration of different ideas, questioning plan and its results, providing personal or group satisfaction on ideas, comparing results obtained in different ways and scanning calculation errors. In consideration of different ideas, the effect of ideas put forward during solution to the solution, what ideas will be used in solution and effects of different ideas on solution were considered. In questioning plan and its results, the effect of used or revised plan on the solution during process, whether plan is enough to reach desired results and what extra results can be reached with the plan were regarded. In providing personal or group satisfaction on ideas, the ideas occurred during solution, what the ideas based on decision related to accuracy and the applicability of the plan and reached conclusion are, and whether these ideas are consistent were evaluated. In comparing results obtained in different ways, whether results obtained in different ways are consistent or not and reasons of that inconsistency were analysed. In scanning calculation errors, some judgements occurred as whether there is any calculation error or not and each operation has been checked in each step of the solution or not.

Prediction structures asserted by the group in mathematical modelling process were shaped into five basic categories as making predictions towards progress of main big idea and strategic factors, making predictions to conciliate different results, making predictions on the effects of decisions in advance, benefiting from predictions of unreached strategic factors, and making predictions on results in different situations or different ideas in the same situation. Making predictions towards progress of main big idea and strategic factors included ideas on what predictions of activities or problems that may arise in the implementation of main big idea into solution are, how strategic factors can be found if stuck to the plan, and what can be found approximately. In making predictions to conciliate different results, ideas were presented on whether there is an agreement between results and ideas obtained theoretically and predictions, what causes these differences, and how effective predictions are in questioning theoretical results. In making predictions on the effects of decisions in advance, those were envisioned that what preliminary predictions on the effects of decisions taken in process are, what decisions will or not be taken about predictions to change plan when time comes. In benefiting from predictions of unreached strategic factors, ideas were exhibited as in the situations of there isn't any enough

---



information concerning important factors in plan how these factors can be used actively in the solution and how to benefit from predictions to reach some values of these factors to reach solution . In making predictions on results in different situations or different ideas in the same situation, how results obtained dependent on the plan vary in different situations and predictions of what occurred about how different ideas in the same situation can affect results were discussed.

Metacognitive concepts occurred in mathematical modelling process were seen as metacognitive activities, metacognitive structures and metacognitive activity groups. Activity groups has provided information in explaining main characteristics of metacognitive activities, how they arisen and were finished in modelling process. Metacognitive activities in planning, monitoring, evaluation and prediction dimensions emerged as mental formations in which activity groups within various different structures nested in. For instance, students considered that they can have progress while finding the length of the bridge by adding the best video frame or photograph to GeoGebra. This activity of the group is a metacognitive activity. Students tried to combine multiple ideas with a view to make a plan and wanted to use this idea in the solution by separating from other ideas. In other words, the activity of combining or decomposing of multiple thinking structures was seen. This situation is an example of a metacognitive structure. Students thought to carry out the activity of selecting the best video frame or photograph, the activity of associating solution with GeoGebra and the activity of adding the video frame or photograph to be selected to GeoGebra while they were executing related metacognitive activity. Three supportive metacognitive activities mentioned above had an effect on students' thinking of the fact that they can have progress while finding the length of the bridge by adding the best video frame or photograph to GeoGebra. Metacognitive activity groups were shown as mental structures that these supportive metacognitive activities formed.

## Kaynaklar/References

- Allen, B. R. (1991). *A study of metacognitive skill as influenced by expressive writing in college introductory algebra classes* (Doctoral dissertation). Louisiana State University Louisiana, the USA.
- Ang, K. C. (2010). *Teaching and learning mathematical modelling with technology, nanyang technological university*. Retrieved from [http://atcm.mathandtech.org/ep2010/invited/3052010\\_18134.pdf](http://atcm.mathandtech.org/ep2010/invited/3052010_18134.pdf)
- Baki, A. (2002). *Öğrenen ve öğretenler için bilgisayar destekli matematik*. İstanbul: BİTAV-Ceren Yayın Dağıtım,
- Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical Modelling*. Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.
- Blomhøj, M., & Kjeldsen, T. H. (2006). Teaching mathematical modelling through project work - experiences from an in-service course for upper secondary teachers. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 163-177.
- Blomhøj, M. (2008). Different perspectives on mathematical modelling in educational research - Categorising the TSG21 papers. *ICME 11 international Congress on Mathematics Education*, 1-13.

- Blomhøj, M. (2009). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modeling. Categorising the TSG21 papers. In Blomhøj M. & S. Carreira (Eds.), *Mathematical applications and modeling in the teaching and learning of mathematics* (pp.1-17). Roskilde: Roskilde University.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 86-95.
- Borromeo Ferri, R. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners' modelling behaviour. *Journal für Mathematikdidaktik*, 31(1), 99-118.
- Brown, A. L. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. In F. E. Weinert & R. H. Kluwe (Eds.), *Metacognition, Motivation, and Understanding* (pp. 65-116). London: LEA Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, New Jersey.
- Corbin, J., & Strauss, A. (2008). *Basics of qualitative research* (3rd ed.). Thousand Oaks: Sage.
- Crouch R., & Haines C. (2004). Mathematical modelling: transitions between the real world and the mathematical model. *International Journal Mathematics Education Science Technology*, 35, 197-206.
- Desoete, A. (2001). *Off-line metacognition in children with mathematics learning disabilities* (Doctoral dissertation). Universiteit Gent, Belgium.
- Desoete, A., Roeyers, H., & Buysse, A.(2001). Metacognition and mathematical problem solving in grade 3. *Journal of Learning Disability*, 34(5), 435-449.
- English, L. D. (2006). Mathematical modelling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 303-323.
- Ezzy, D. (2002). *Qualitative analysis: Practice and innovation*. Crows Nest, Australia: Allen & Unwin.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring. *American Psychologist*, 34(10) 906-911.
- Fraenkel, J. R., & Wallen, N. F. (2010). *How to design and evaluate research in education*. New York: McGraw-Hill Companies.
- Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38(2), 143-162.
- Gama, C. A. (2004). *Integrating metacognition instruction in interactive learning environments* (Doctoral dissertation). University of Sussex, England.
- Hacker, D. J. (1998). Metacognition: Definitions and empirical foundations. In D. J. Hacker, J. Dunlosky & A. C. Graesser (Eds.), *Metacognition in educational theory and practice* (pp. 1-23). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Hidroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: Yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama* (Yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Hidroğlu, Ç. N. ve Bukova-Güzel, E. (2013). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modellemede modelin doğrulanmasındaki yaklaşımların ve düşünme süreçlerinin
-

- kavramsallaştırılması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi (KUYEB)*, 13(4), 2487-2508.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A Global Survey of International Perspectives on Modelling in Mathematics Education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 302-310.
- Kaiser, G. (2005). Introduction to the working group “Applications and Modelling”. In: Bosch, M. (Ed.), *Proceeding of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4)*, pp. 1611-1622.
- Lesh, R., Lester, F. K., & Hjalmarson, M. (2003). A models and modeling perspective on metacognitive functioning in everyday situations where mathematical constructs need to be developed. In R. A. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models & modeling perspectives on mathematics problem solving, learning & teaching*, (pp. 383-404). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lingefjård, T. (2000). *Mathematical modeling by prospective teachers using technology* (Doctoral dissertation, University of Georgia). Retrieved November 28, 2010 from <http://ma-serv.did.gu.se/matematik/thomas.htm>
- Lingefjård, T., & Holmquist, M. (2005). To assess students’ attitudes, skills and competencies in mathematical modeling. *Teaching Mathematics and its Applications*, 24(2-3), 123-133.
- Lucangeli, D., & Cornoldi, C. (1997). Mathematics and metacognition: What is the nature of the relationship?. *Mathematical Cognition*, 3(2), 121-139.
- Maaß, K. (2006) What are modelling competencies?. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 113-142.
- Magiera, M. T., & Zawojewski, J. (2011). Characterizations of social-based and self-based contexts associated with students’ awareness, evaluation, and regulation of their thinking during small-group mathematical modeling. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(5), 486-520.
- Mevarech, Z. R., & Kramarski, B. (2003). The effects of worked-out examples vs. metacognitive training on students’ mathematical reasoning. *British Journal of Educational Psychology*, 73, 449-471.
- National Council of Teachers of Mathematics (1998). *Principles and standards for school mathematics: Discussion draft*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM Publications.
- Niss, M. (1994). Mathematics in society. In R. Biehler, W. Scholz, R. Sträßer & B. Winkelmann, B. (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 367-378). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Niss, M. (2004). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM<sup>2</sup> project. In A. Gagatsis & S. Papastavridis (Eds.), *Proceedings of the 3rd Mediterranean conference on mathematical education* (pp. 115-124). Athens, Greece: Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society.
- Panaoura, A., Philippou, G., & Christou, C. (2003). *Young pupils’ metacognitive ability in mathematics*. Paper presented at CERME 3: Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education. Retrieved December 12, 2012 from

- [http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG3/TG3\\_Panaoura\\_cerme3.pdf](http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG3/TG3_Panaoura_cerme3.pdf)
- Panaoura, A., & Philippou, G. (2005). The mental models of similar mathematical problems: A strategy for enhancing pupils' self-representation and self-evaluation. In J. Novotna (Ed.), *Proceedings of the International Symposium Elementary Mathematics Teaching* (pp. 252-260), Prague.
- Polya, G. (1957). *How to solve it- A new aspect of mathematical method*. New York: Doubleday & Company, Inc.
- Pugalee, D. (2001). Writing, mathematics, and metacognition: Looking for connections through students' work in mathematical problem solving. *School Science and Mathematics, 101*(5), 236-246.
- Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? In Schoenfeld, A.H. (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education* (pp. 189-215). Lawrence Erlbaum Associates.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334– 370). Macmillan: New York.
- Schoenfeld, A. H. (1994). Reflections on doing and teaching mathematics. In Alan H. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical Thinking and Problem Solving* (pp. 53-69). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schraw, G., & Graham, T. (1997). *Helping gifted students develop metacognitive awareness. Poeper Rev., 20*, 4-8.
- Schraw, G. (1998). Promoting general metacognitive awareness, *Instructional Science, 26*, 113-125.
- Skolverket, S. (1997). *Kommentar till grundskolans kursplan och betygsriterier i matematik [Commentary on the Comprehensive School Curriculum and Marking Criteria in Mathematics]*. Stockholm: Liber Utbildningsförlaget.
- Tanner, H., & Jones, S.(1999). *Scaffolding metacognition: Reflective discourse and the development of mathematical thinking*. Paper presented at the *British Educational Research Association Conference*, University of Sussex, Brighton. Retrieved November 12, 2012 from <http://www.bera.ac.uk>
- Tanner, H. & Jones, S. (2002). 'Assessing children's mathematical thinking in practical modelling situations'. *Teaching Mathematics and its Applications, 21*, 4, 145–159.
- Türk Dil Kurumu. [TDK]. (2013). *Güncel Türkçe Sözlük*. 13.01.2013 tarihinde [http://www.tdk.gov.tr/index.php?option=com\\_gts&arama=gts&guid=TDK.GTS.51e292ec8a5eb4.94808124](http://www.tdk.gov.tr/index.php?option=com_gts&arama=gts&guid=TDK.GTS.51e292ec8a5eb4.94808124) adresinden alınmıştır.
- Vos, H. (2001). *Metacognition in Higher Education* (Doctoral Thesis). University of Twente, Enschede, the Netherlands.
- Wilburne. J. M (1997). *The effect of teaching metacognition strategies to preservice elementary school teachers on their mathematical problem-solving achievement and attitude* (Doctoral Thesis). Philadelphia: Temple University.
-

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. basım). Ankara: Seçkin Yayınevi.

### Kaynak Gösterme

Hidroğlu, Ç. N. ve Bukova-Güzel, E. (2015). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modellemede ortaya çıkan üst bilişsel yapılar. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 6(2), 179-208.

### Citation Information

Hidroğlu, Ç. N., & Bukova-Güzel, E. (2015). Metacognitive structures occurring in mathematical modelling within a technology enhanced environment. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 6(2), 179-208.

## Ekler

### Ek 1. Köprü Problemi

#### *Yavuz Sultan Selim Köprüsü Problemi*

Günümüzde her ay 20.000 yeni aracın trafiğe katıldığı İstanbul'da kayıtlı olan yaklaşık 3 milyon araç bulunmaktadır. İstanbul Boğazı üzerinde bulunan iki köprü ise (Boğaziçi ve Fatih Sultan Mehmet Köprüsü) özellikle günün belirli saatlerinde yaşanan aşırı yoğunluk nedeniyle tam olarak işlevini yerine getirememektedir. Bu nedenle Boğaz'a üçüncü bir köprü'nün yapılması 2000'li yıllardan itibaren sıkça dile getirilmeye başlanmıştır. Bu doğrultuda yetkililerce helikopterle köprü'nün yapılması planlanan yerin ve üzerinden geçen yolun güzergâhını belirlemek için keşif gezileri yapılmıştır. Resimlerde görülen bölgeye köprü'nün yapılmasını kararlaştırılmıştır.

Yapılan köprü ile birlikte özellikle önceki iki köprüde meydana gelen trafik probleminin önüne geçilmesi düşünülmektedir. Ayrıca yük taşıyan kamyon, tır vb. büyük araçların yeni yolu kullanması sağlanarak şehir merkezindeki sıkışıklık önlenmeye çalışılacaktır. Köprüde taşıt yollarının yanı sıra 1+1'lik raylı sistemin de yapılması planlanmaktadır (bkz. Resim 4). Bu sayede Yavuz Sultan Selim Köprüsü İstanbul'da hem taşıt ulaşımının hem de raylı ulaşımın alternatifi olan bir asmalı köprü pozisyonunda olacaktır.

Yapılacak köprü'nün genişliği ve uzunluğunu veren matematiksel modeller oluşturunuz. Bu şekilde köprü'nün olası genişliği ve uzunluğu hakkında en iyi tahmininizi nedenleriyle birlikte açıklayınız (Problemlerle birlikte 4 resim, 1 animasyon ve 1 video verilmiştir.).

### Ek 2. Köprü Problemiyle Birlikte Verilen Resimler

**Resim 1**



**Resim 2**



Resim 3



Resim 4



### Ek 3. Köprü Problemiyle Birlikte Verilen Animasyon ve Video Kesitleri Animasyon'dan Kesitler



### Video'dan Kesitler

