Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)
Cilt 10, Sayı 1, Haziran 2016, sayfa 313-350.

Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education
Vol. 10, Issue 1, June 2016, pp.313-350.

Transitions between Cognitive and Metacognitive Activities in Mathematical Modelling Process within a Technology Enhanced Environment

Çağlar Naci HIDIROĞLU & Esra BUKOVA GÜZEL[2,*]

[1]Pamukkale University, Denizli / TURKEY & [2]Dokuz Eylül University, İzmir /TURKEY

Received : 08.05.2015 Accepted : 10.02.2016

Abstract - The purpose of the study is to explain the transitions between cognitive and metacognitive activities occurring in mathematical modelling process within a technology enhanced environment. The participants of this research which is a case study were nine 1st year students studying in Secondary Mathematics Teacher Education Program. Data were collected from the transcripts of video recordings which were taken while three collaborative groups consisted of nine students were solving the simulation, theoretical and experimental modelling problems, and written answers of groups on solution, GeoGebra solution files, and observation notes of researchers. The metacognitive activities occurred in modelling process were handled in the dimensions of planning, monitoring, evaluation and prediction. The participants' mental activities and transitions between them in modelling process were transferred to graphs. It was needed at least time in the simulation problem. While the most mental transition was occurred in theoretical modelling, the least transition was constituted in experimental modelling. In the process, the planning activities were the most common but prediction activities were the least common. The metacognitive activities played a key role in affecting irregular or unexpected transitions among stages and regulating modelling process. The cognitive and metacognitive activities did not occur sequentially in the process; they formed simultaneous and intertwined process in modelling process.

Keywords: mathematical modelling, cognition, metacognition, technology enhanced environment.

DOI: 10.17522/nefefmed.15854

---

[*]Corresponding author: Esra BUKOVA GÜZEL, Assoc. Prof. Dr., Dokuz Eylül University, Buca Faculty of Education, Department of Secondary Science and Mathematics Education, 35150, İzmir, TÜRKİYE.

E-mail: esra.bukova@deu.edu.tr, esra.bukova@gmail.com

Note: This study is a part of PhD Thesis of Dr. Çağlar Naci HIDIROĞLU under the supervision of Assoc. Prof. Dr. Esra Bukova Güzel.

Summary

Introduction

In the present study based on cognitive modelling perspective, it was aimed to explain transitions between cognitive and metacognitive activities in the technology enhanced mathematical modelling process. When transitions between cognitive and metacognitive structures were explained, Hıdıroğlu's (2015) modeling process, and cognitive and metacognitive structures were used. In this direction, by considering the main stages of the modelling process named as problem analysis, constructing systematic structure, mathematization, metamathematization, mathematical analysis, interpreting, verifying, revising and reporting, it was explained transitions between cognitive and metacognitive activities formed in the modelling process and in which main stages transitions were occurred. GeoGebra software was utilized to create a technology enhanced learning environment, and also by giving video, animation and photos related to problem situations, it was tried to create enriched mental process environment.

Methodology

In this case study, three groups consisted of nine 1st year students in studying Secondary Mathematics Teacher Education Program solved the Bridge Problem, Theatre Problem and Free Fall Problem. When the problems were designed, Berry & Houston's (1995) thoughts about modelling classifications were considered. Data were collected from transcriptions of the video recordings which were taken while three collaborative groups were solving the problems, their GeoGebra solution files, written solution papers and researchers' observation notes and memos. The transcriptions were analyzed verbatim and integrated with other data sources. In data analysis, it was adhered to data analysis of grounded theory, constant comparative analysis, open, axial and selective coding was benefited. An analysis unit of codes in data analysis was generally a sentence but when to show in detail having some difficulties and to form categories sometimes a word or a situation was selected. In the coding process, two researchers independently examined the data and created codes related to metacognitive activities occurred in the group's solution approach. The participants' mental activities and transitions between them in modelling process were transferred to graphs. In graphs, while x axis represented the groups' number of cognitive and metacognitive activities, the section in the y axis demonstrated nine main stages in the modelling process. It was

shown as cognitive activities were blue, metacognitive planning activities were red, metacognitive monitoring process were yellow, metacognitive evaluation activities were black and metacognitive prediction activities was green.

Results, Conclusions and Suggestions

The findings showed that a lot of mental transitions of the groups through the process did not mean the problems were solved accurately or a descriptive solution was brought to the real world situation. The metacognitive activities were appeared all main stages of all the groups' modelling problem solutions. This situation showed that the groups faced difficulties in the solution and went through enriched mental processes. Generally, the mental transitions in the part of first 25% of the groups' solutions were appeared in problem analysis, constructing systematic structure and mathematization stages. The problem in which the most mental transitions were realized and the most cognitive and metacognitive activities were displayed was the Free Fall Problem which was a theoretical modelling problem. In the Free Fall Problem, cognitive blockages were caused by use of interdisciplinary knowledge and reaching the results by means of theory based solution. Since the groups experienced many difficulties in this problem, they fronted different thoughts and activities to cope with these blockages. Therefore, the most mental transitions occurred in this problem. In the Bridge Problem, simulation modelling problem, the groups needed least time and displayed the most metacognitive prediction activities. The least mental transitions of the groups occurred in the Theatre Problem, simulation modelling problem. Eighty five minutes approximately were needed in the solutions of the mathematical modelling problems. Nearly, a hundred eleven metacognitive activities appeared and two hundred eighty eight mental transitions occurred. In the process, the planning activities were the most common but the prediction activities were the least common.

The metacognitive activities played a key role in affecting irregular or unexpected transitions between stages and regulating modelling process. The cognitive and metacognitive activities did not occur sequentially in the process; they formed simultaneous and intertwined process in modelling process. It is hard to talk about the priority of cognitive and metacognitive activities occurred in the same time. It was seen that technology and collaborative working supported enriched mental process, caused the appearances of different thoughts and increasing of metacognitive activities in modelling process. More comprehensive studies about cognitive and metacognitive activities in the mathematical modelling process are needed.

Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Sürecindeki Bilişsel ve Üst Bilişsel Eylemler Arasındaki Geçişler

Çağlar Naci Hıdıroğlu[1] & Esra Bukova Güzel[2,†]

[1]Pamukkale Üniversitesi, Denizli, TÜRKİYE; [2]Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir, TÜRKİYE.

Makale Gönderme Tarihi: 08.05.2015 Makale Kabul Tarihi: 10.02.2016

Özet - Bu çalışmanın amacı, teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme sürecinde sergilenen bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasındaki geçişleri açıklamaktır. Durum çalışması niteliğindeki araştırmanın katılımcıları Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği Programı'nın birinci sınıfında öğrenim gören dokuz öğretmen adayıdır. Veriler, dokuz öğretmen adayının oluşturduğu üç grubun simülasyon, deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözerken alınan video kayıtlarının çözümlemelerinden, yazılı yanıt kağıtlarından, GeoGebra çözüm dosyalarından ve araştırmacıların gözlem notlarından derlenmiştir. Matematiksel modelleme sürecinde gerçekleşen üst bilişsel eylemler planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin boyutlarında ele alınmıştır. Katılımcıların modelleme sürecindeki eylemleri ve aralarındaki geçişler grafiklere aktarılmıştır. Simülasyon modelleme probleminde en az süreye ihtiyaç duyulmuştur. En fazla zihinsel geçiş teorik modellemede iken en az geçiş deneysel modellemede olmuştur. Süreçte en çok planlama, en az tahmin eylemiyle karşılaşılmıştır. Üst bilişsel eylemler modelleme sürecinin basamakları arasındaki düzensiz veya beklenmedik geçişleri etkileyen ve süreci düzenleyen rol oynamıştır. Bilişsel ve üst bilişsel eylemler süreçte ardışık olarak meydana gelmemiş, modelleme sürecinde eş zamanlı ve iç içe geçmiş bir süreci oluşturmuşlardır.

Anahtar Kelimeler: matematiksel modelleme, biliş, üst biliş, teknoloji destekli ortam.

Giriş

Bilgiyi işleme kuramı temel olarak öğrenmeyi tanımlama eğilimi göstermektedir. Bilişsel teoriye göre veriler bellekte tekrarlanmakta, kodlanmakta, ilişkili bilgilerle

---

[†]Sorumlu yazar: Esra BUKOVA GÜZEL, Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Bölümü, 35150, İzmir, TÜRKİYE.
E-posta: esra.bukova@deu.edu.tr, esra.bukova@gmail.com

Not: Bu çalışma Doç. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında yürütülen Dr. Çağlar Naci Hıdıroğlu'nun doktora tezinin bir bölümünden oluşturulmuştur.

bağdaştırılmakta ve uzun süreli belleğe kaydedilmektedir (Schunk, 2013). Bu durum, “Bütün bunlar neden oluyor?”, “Öğrenme sırasında bilginin zihinsel işleyişine ilişkin neden bir açıklamaya ihtiyacımız var?”, “İlişkilendirme uzun süreli bellekte nasıl gerçekleşiyor?”, “İnsanlar farklı durumlarda hangi bilgilerin gerekli olduğunu nasıl anlıyorlar?” vb. soruları karşımıza çıkarmaktadır. Öğrenmede zihinsel süreci içeren bilişsel eylemlerin yapısı, işleyişinin kontrolü ve düzenlenmesi üst biliş kavramını ortaya çıkarmaktadır (Flavell, 1979). Üst biliş, bilişsel eylemlerin amaçlı olarak kontrol edilmesine (Brown, 1987) ve bu bilgilerin ne zaman ve niçin kullanılması gerektiğinin bilinmesine dayanmaktadır (Schunk, 2013). Bir başka deyişle, üst biliş birbiriyle ilişkili iki bilgiyi kapsamaktadır. İlk olarak, kişi bir görevin hangi becerileri, stratejileri ve kaynakları gerektirdiğini bilmelidir. İkinci olarak ise, kişi görevinin başarıyla sonuçlanabilmesi için bu becerileri, stratejileri ve kaynakları ne zaman ve nasıl kullanılacağını bilmelidir (Daniels, 2002; Fang & Cox, 1999).

21. yy’da eğitimdeki paradigmalar çerçevesinde, kavramların zihinsel oluşumlarının, zihinsel işleyişteki bilişsel ve üst bilişsel eylemlerin etkileşiminin ve gerçek yaşam problemleri karşısında ortaya çıkan farklı zihinsel etkinliklerin yapılarının önemli olmasıyla yıllardır üzerinde çalışılan problem çözme farklı bir boyut kazanarak tekrar alan yazında ön plana çıkmıştır. Öğretmenler ve araştırmacılar kavramsal öğrenme, problem çözme ve stratejilerin farklı alanlarda kullanılmasının üst bilişin geliştirilmesinde ve öğrenmenin amacına ulaşmasında büyük önem taşıdığını ifade etmektedir (Presley & McCormick, 1995). Eğitimde kullanılması önerilen problemlerin özellikleri de eğitimdeki gelişmelere paralel olarak değişiklikler göstermektedir. Bu değişikliklerin nedeni “Daha iyi bir öğrenme ortamı nasıl tasarlayabilirim?” sorusuna verilen yanıtlardır. Son yıllardaki çalışmalara bakıldığında matematiksel modellemenin öneminin arttığı görülmektedir (Ang, 2010; Blum, 2002; Hıdıroğlu, 2012; Lesh & Doerr, 2003; Lingefjard, 2000). Matematiksel modelleme farklı ve etkili yapılandırmacı öğrenme ortamlarının oluşturulmasında, kavramların günlük yaşamla ilişkilendirilmesi ve farklı kavramlar arasındaki ilişkilerin günlük yaşamdaki deneyimlerle ortaya koyulması vb. özellikleriyle öğretimde önemli bir araç olarak görülmektedir (Blum, 2002). Modelleme sürecini şekillendiren bilişsel eylemlere ilişkin 21. yy’a kadar çalışmalar yapılmasına rağmen bilişsel süreçlere yoğunlaşan çalışmaların modelleme tartışmalarında ihmal edildiği görülmektedir (Kaiser & Sriraman, 2006). Ancak Kaiser & Sriraman (2006) modelleme bakış açılarından biri olarak bilişsel modellemeyi dikkate alarak, modelleme sürecindeki zihinsel eylemlerin önemine vurgu yapmaktadır.

Türkiye’de de matematik öğretiminin amaçları arasında öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmek, problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme, genelleme ve iletişim kurma gibi temel matematiksel becerilerini ve bu becerilere dayalı yeteneklerini, gerçek yaşam problemlerine uygulamalarını sağlamak yer almaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013). Bu anlamda son yıllarda matematiksel modelleme problemleri gibi öğrencileri daha çok düşünmeye yönelten ve onları kalıplaşmış düşüncelerden uzaklaştıran açık uçlu problemlere yer verilmektedir (Peter Koop, 2004). Peter Koop (2004), sözel problemlerin tek tip ve basit hesaplamalar içerdiğini, öğrencileri birçok bilişsel eylemden uzak tuttuğunu vurgulamaktadır. Bu tür problemlerin yerine çözümleri; işlemsel becerilerin ötesinde kavramsal becerileri kullanma, verileri organize etme, sınıflandırma, yorumlama ve doğrulama gibi becerileri gerektiren tek sonucu olmayan, karmaşık problemlerin kullanılması gerekmektedir (Souviney, 1986; alıntı: Altun, 2012). Böylece öğrencilerin problem çözme sürecinde zengin bilişsel ve üst bilişsel eylemlerde bulunmaları sağlanmış olacaktır (Schoenfeld, 1992). Bu tür durumlar için gerçek yaşamda matematiğin kullanımını gerektiren matematiksel modelleme problemleri önemli birer araç olmaktadır (Berry & Houston, 1995). Öğrenciler modelleme problemlerini çözmeye çalışırlarken birçok bilişsel ve üst bilişsel eylemde bulunabilirler (Maaβ, 2006). Özellikle modelleme sürecine teknolojinin entegrasyonunun bu eylemlerin niteliğini ve niceliğini etkileyeceği düşünülebilir (Ang, 2010; Hıdıroğlu, 2012).

1970lerden bu yana araştırmacıların temel hedeflerine, etkilendikleri felsefi yaklaşımlara, farklı kuramsal temellere ve uygulama alanlarına göre matematiksel modelleme çalışmalarında farklılıklar görülmektedir. Alan yazındaki matematiksel modelleme çalışmalarını altı farklı türde sınıflandırmak mümkündür. Bunlar; gerçekçi modelleme, bağlamsal modelleme, eğitimsel (öğretici veya kavramsal) modelleme, sosyo-eleştirel modelleme, teorik modelleme ve bilişsel modellemedir. Bu türler arasında Kaiser & Sriraman (2006) tarafından eğitimsel hedeflere direk ulaşmaktan ziyade dolaylı olarak eğitimsel hedefleri desteklemesi yönüyle üst perspektif olarak tanımlanan bilişsel modelleme, özellikle son yıllarda tam anlamıyla çalışılmakta ve alan yazında çok az örneğiyle (Blum & Leiß, 2007; Borromeo Ferri, 2006; Galbraith & Stillman, 2006; Hıdıroğlu & Bukova Güzel, 2013; 2014; Hıdıroğlu, 2012; 2015; Lesh & Zawojewski, 2007; Magiera & Zawojewski, 2011) karşılaşılmaktadır. Bu yönüyle bilişsel modelleme araştırmaları, modelleme çalışmalarında eksik ve ihtiyaç duyulan bir alan olarak karşımıza çıkmaktadır.

Bilişsel Modellemeye İlişkin Araştırmalar

Bilişsel modelleme yaklaşımının temel amacı, matematiksel modelleme sürecindeki zihinsel süreçlerin analiz edilmesi ve açıklanmasıdır (Kaiser, 2005). Bilişsel yaklaşımda soyutlama, genelleme, doğrulama gibi zihinsel süreçler yoluyla elde edilen zihinsel imgeler, gösterimler vb. modeller matematiksel düşünme becerilerinin geliştirilmesinde büyük önem taşımaktadır (Kaiser, 2005). Gerçek yaşam durumlarını matematiksel olarak ifade etmeyi, sınıflandırmayı, genelleyebilmeyi ve geliştirebilmeyi, doğrulamayı ve sorgulamayı gerektiren (Fox, 2006) matematiksel modelleme, Lingefjärd'a (2006) göre bir olayın gözlemlenmesini, ilişkilerin ortaya çıkarılmasını, matematiksel analizlerin yapılmasını, sonuçların elde edilmesini ve modelin tekrar yorumlanmasını içeren karmaşık bir süreçtir. Modelleme sürecini özel kılan bilişsel ve üst bilişsel eylemleri ortaya çıkarması ve bu eylemlerin birbirlerini tetikledikleri ortamları yaratmasıdır (Maaβ, 2006; Magiera & Zawojewski, 2011).

Matematiksel modelleme sürecindeki bilişsel eylemlere yönelik çalışmalarında Treilibs, Burghardt & Low (1980) bireyin bir matematiksel modeli nasıl oluşturduğu üzerine yoğunlaşmışlar ve modelleme sürecini formüle etme ile açıklamışlardır. Çalışmada aynı zamanda yönü tahmin etme, planlama ve izleme gibi üst bilişsel eylemlere biliş ve üst biliş ayrımı gözetmeden yer verilmiştir. Bir başka çalışmada Matos & Carreira (1995; 1997), gerçek yaşamdan matematiğe geçişte ortaya çıkan bilişsel eylemleri incelemişlerdir. Ancak, bu iki çalışmanın da modelleme sürecinin basamaklarına, bileşenlerine ve aralarındaki ilişkilere yönelik açıklamalarda bulunmadıkları görülmektedir.

Bilişsel modellemenin önemli çalışmalarından biri Matematik Derslerindeki Modelleme Sürecinin Bilişsel-Psikolojik Analizi *[COM²-projesi]* adı altında gerçekleştirilen kapsamlı proje çalışmasıdır. Projenin amacı, matematik derslerinde öğretmen ve öğrencilerin matematiksel modellemedeki davranışlarını ve birbirleriyle olan iletişimlerini bilişsel modelleme yaklaşımını temel alarak analiz etmek ve öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinin nasıl şekillendiğini açıklamaktır (Blum & Leiß, 2007). Proje sürece yönelik kapsamlı araştırmalardan biri olmasının yanında, süreci bileşenlerin ve basamakların yer aldığı bir çerçeve ile sunmaktadır. Çalışmayı önemli kılan önemli noktalardan biri zihinsel gösterim ifadesini açıklamaları, gerçek ve matematiksel model ayrımını yapmaları ve bunu geçerli bilişsel eylemlere dayandırmalarıdır.

Benzer şekilde "Öz Düzenlemeye Yönelik ve Görevlerle Yönetilen Matematik Öğretimi İçin Öğretimsel Müdahale Şekilleri" (DISUM Projesi) projesinde öğrencilerin modelleme süreçleri ve bilişsel zorlukları araştırılmakta ve bilişsel ihtiyaçlardan kaynaklanan öğrenci zorluklarının nasıl ortadan kaldırılabileceğine ilişkin açıklamalar getirilmektedir (Leiβ, Schukajlow, Blum, Messner & Pekrun, 2010). Öğrencilerin modelleme sürecinde başarısız olma nedenlerinden birinin başarılı olmaları için gerekli bilişsel gereksinimlere karşılık verememelerinin olduğu ifade edilmektedir (Blum & Leiß, 2007). İki kişilik öğrenci gruplarıyla gerçekleştirilen çözümlerde öğrencilerin matematikleştirme basamağında zorlandıkları, modelleme sürecinde oluşturdukları matematiksel modelin/modellerin doğruluğunu kontrol etmedikleri ve modelin revize edilmesi/geliştirilmesi için herhangi bir yaklaşım sergileyemedikleri vurgulanmaktadır (Leiβ et al, 2010).

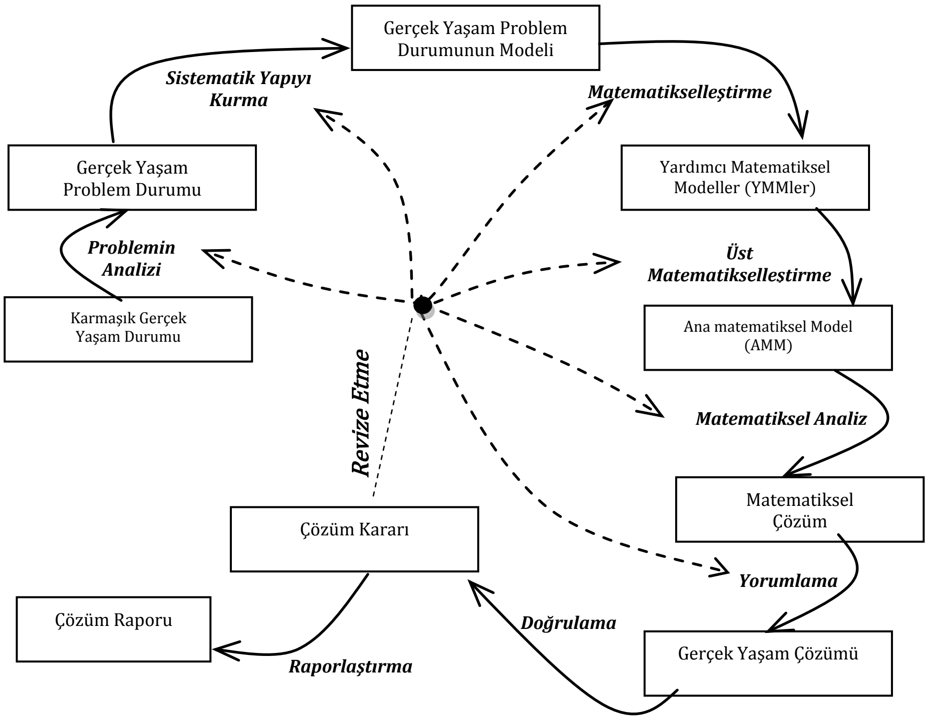
Bu iki projenin ortak sonucu olarak bilişsel yaklaşım temeline dayanan yedi temel basamağı içeren modelleme döngüsü ortaya çıkarılmıştır. Modelleme sürecinde öğrencilerin çözümlerinde geometrik, analitik ve hem analitik hem görsel düşünme olmak üzere üç temel matematiksel düşünme stilinin sergilendiği ve temel basamaklar arasındaki düzensiz geçişlerin düşünme stillerinden kaynaklandığı vurgulanmaktadır (Borromeo Ferri, 2006).

Bilişsel modelleme yaklaşımını temel alan çalışmalar incelendiğinde, Galbraith & Stillman'ın (2006) ve Hıdıroğlu'nun (2012; 2015) çalışmalarının kapsamlı olduğu görülmektedir. Galbraith & Stillman'ın (2006) ve Hıdıroğlu'nun (2012; 2015), çalışmalarında teknolojinin modelleme sürecine etkisini dikkate aldıkları görülmektedir. Galbraith & Stillman (2006) süreç modelini beş temel basamak, altı temel bileşen ve 31 alt basamak ile açıklarken; Hıdıroğlu (2012) yedi temel basamak sekiz temel bileşen ve 47 alt basamak ile süreci ayrıntılandırmaktadır. Hıdıroğlu'nun (2015) süreç modeli ise alan yazında zihinsel eylemlere ilişkin kapsamlı bir açıklama sunmaktadır.

Kuramsal Çerçeve

Çalışmada, öğrencilerin bilişsel ve üst bilişsel eylemleri arasındaki geçişleri ayrıntılı bir şekilde gösterebilmek ve çözüm süreçlerinde ortaya çıkan bilişsel ve üst bilişsel süreçlere ilişkin açıklamalar getirebilmek amacıyla Hıdıroğlu'nun (2015) matematiksel modelleme sürecinden yararlanılmıştır. Kuram oluşturma yaklaşımı kapsamında geliştirilen modelleme süreci dokuz temel bileşen, dokuz temel basamak ve elli beş alt basamaktan oluşmaktadır (bkz. Şekil 1 ve Ek 1).

Süreç modeline (Hıdıroğlu, 2015) göre, çözüm karmaşık gerçek yaşam durumunu anlamlandırma ile başlamakta ve gerçek yaşam problem durumunun modelini oluşturabilmek için verilenler ve istenenler ile ilgili analizler ile sürmektedir. Bir başka deyişle problemin analizi yapılarak gerçek yaşam durumunun karmaşıklığı ortadan kaldırılmaktadır. Sürecin sonraki aşamalarında, istenilene ulaşmak için değişken, sabit veya parametre gibi gerekli stratejik etkenler, matematiksel kavramlar, teknolojik araçlar düşünülmekte ve genel çözüm stratejisi belirlenmektedir. Böylece, üst düzey varsayımların da yardımıyla sistematik yapı kurulmakta ve gerçek yaşam durumunun bir modeline ulaşılmaktadır. Çözüm süreci, gerçek yaşam durumunu temsil eden model üzerinden ilerlerken, gerçek yaşamdan matematikselleştirmeye geçilmekte, matematiksel ifadeler, bilgiler ve beceriler doğrultusunda stratejik etkenler gruplandırılmaktadır.



Şekil 1 Matematiksel Modelleme Sürecinin Temel Yapısı (Hıdıroğlu, 2015)

Sürecin ilerleyen aşamalarında teknoloji ve matematikten yararlanılarak yardımcı matematiksel modeller elde edilmektedir. Üst matematikselleştirme basamağında, yardımcı matematiksel modellerden yola çıkılarak ana matematiksel model oluşturulmaktadır. Alan yazındaki süreç modellerinde, yardımcı matematiksel modeller ile ana matematiksel model arasındaki ilişkiye Hıdıroğlu'nun (2012; 2015) çalışmalarının dışında yer verilmediği görülmektedir. Sadece Berry & Houston (1995) modelleme sürecinde bazen alt modeller oluşturulduğundan kısaca bahsetmektedir. Aynı zamanda, Saeki & Matsuzaki'nin (2011) ikili modelleme döngüsü yaklaşımında farklı matematiksel modellerin çözüm sürecindeki varlığından bahsedilmektedir. Saeki & Matsuzaki'nin (2011) ikili modelleme döngüsünü önemli kılan en önemli faktörlerden birinin yardımcı matematiksel modeller olduğu söylenebilir. Matematikselleştirme ve üst matematikselleştirme arasındaki ilişki, biliş ve üst biliş arasındaki ilişkiye benzer. Bilişin kaynağı bilgi, üst bilişin kaynağı ise düşüncelerdir (Flavell, 1979). Benzer olarak, yardımcı matematiksel modeller bilgilerden oluşmakta, ana matematiksel model ise yardımcı matematiksel modellerden oluşmaktadır (Hıdıroğlu, 2015).

Bir başka ifadeyle, matematikselleştirme sürecinin en temel kaynağı bilgiler iken, üst matematikselleştirme basamağının en temel kaynağı yardımcı matematiksel modellerdir. Ayrıca bilişin temel hedefi bir problemi çözmek, üst bilişin temel hedefi bilişi düzenlemektir (Flavell, 1979). Benzer şekilde, matematikselleştirme basamağının temel amacı problemi çözmek iken yardımcı matematiksel modellerle çözüme ulaşılamayacağı görüldüğünde ana matematiksel modellere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu kısımda ise üst matematikselleştirme süreci destekleyici ve düzenleyici bir rol üstlenir. Üst matematikselleştirme ile ulaşılan ana matematiksel model analiz edilerek matematiksel çözüm ve sonuçlar elde edilmektedir. Analiz sonunda matematiksel çözüm ve matematiksel sonuç olarak iki farklı bileşen ortaya çıkmaktadır. Sürecin temel bileşeni olarak ortaya çıkan matematiksel çözüm, matematiksel modellerden elde edilen ve istenilen duruma direkt olarak cevap veren matematiksel değerlerdir. Matematiksel sonuçlar ise bazen matematiksel çözüme ulaşmada kullanılmakta bazen de gerçek yaşam durumunun farklı durumları için ana matematiksel modele genel bir bakış sağlamaktadır. Matematiksel çözüm ve sonuçların anlamlı olabilmesi için gerçek yaşama uyarlanması gerekmektedir. Bu şekilde matematik ile gerçek yaşam arasındaki ilişkiler irdelenerek gerçek yaşamdaki duruma ilişkin yorumlamalar yapılabilmekte ve matematiksel çözümden gerçek yaşam çözümüne, matematiksel sonuçlardan da gerçek yaşam sonuçlarına ulaşılabilmektedir.

Gerçek yaşam çözümünün elde edilmesiyle, problemle ilgili elde edilen teorik ve deneysel veriler gerçek yaşam çözümü ve sonuçlarıyla karşılaştırılmakta ve modelin geçerliği hakkında karara varılmaktadır. Bir başka deyişle, gerçek yaşam sonuçlarından yararlanarak çözüm sürecinin doğruluğu incelenmektedir. Çözüm tatmin edici ise ileriki bileşen çözüm raporu olmaktadır. Eğer çözümün gerçekçi olmadığı düşünülüyorsa; problem tekrar gözden geçirilerek ve önceki basamaklara dönülerek modelin geçerliği sağlanmaya çalışılmakta böylece çözüm revize edilmektedir (Hıdıroğlu 2015).

Alan yazında, bilişsel modelleme çalışmaları az olduğu gibi matematiksel modelleme sürecindeki üst bilişsel eylemlere ilişkin açıklamalar da oldukça azdır (Hıdıroğlu, 2015; Hıdıroğlu & Bukova, 2015; Lesh & Zawojewski, 2007; Maaβ, 2006; Magiera & Zawojewski, 2011). Yapılan kapsamlı araştırmalar, Magiera & Zawojewski'nin (2011) ve Hıdıroğlu' nun (2015) kuram oluşturma çalışmalarıdır. Magiera & Zawojewski (2011) çalışmasında, biliş ve üst biliş ayrımına girmeden modelleme sürecinde ortaya çıkan altı üst bilişsel eylemden bahsetmektedir. Hıdıroğlu'nun (2015) süreç modeli ise alan yazında biliş ve üst biliş ayrımına yer verilerek yürütülen üst bilişsel eylemlere ilişkin açıklamalar getirmektedir.

Alan yazın incelendiğinde, üst biliş kavramını üst bilişsel strateji, üst bilişsel bilgi, üst bilişsel beceri, inanç ve sezgiler ve üst bilişsel düzenleme olarak beş boyutta ele almak mümkündür. Üst bilişsel bilginin düzenlenmesi ya da kontrolü olarak tanımlanan üst bilişsel düzenleme ise tahmin, planlama, izleme ve değerlendirme olmak üzere dört alt boyuttan oluşmaktadır (Brown, 1987; Deseote, Roeyers & Buysee, 2001; Deseote & Roeyers, 2002; Jacobs & Paris, 1987; Lucangeli & Cornoldi, 1997; Schraw & Moshman 1995; Schraw, 1994). *Planlama*, hedefe ulaşırken hangi eylemlerin, ne zaman ve niçin gerçekleştirilmesi gerektiğini ve olası çözüm yollarının sonuçlarının nasıl olacağını içermektedir (Desoete, 2001; Wilburne, 1997). *İzleme*, bir problemi çözmek için eylemlerde bulunulurken ihtiyaç duyulacak adımların veya stratejilerin işleyişinin ve sonuçlarının kontrol edilmesini ve anlık irdeleme sürecini içermektedir (Wilburne, 1997). *Değerlendirme*, herhangi bir eylemin sonucunda, yapılanların ve yapılanların etkililiğinin düşünülmesini ve bu yönde karara varılması sürecini içermektedir (Brown, 1987; Wilburne, 1997). *Tahmin*, bir düşüncenin veya bir olayın (öncesi-uygulanması-sonrası) mantıksal, sezgisel ve deneysel olarak kestirilmesi sürecini içermektedir (Desoete et al, 2001; Türk Dil Kurumu [TDK], 2015). Hıdıroğlu (2015) üst bilişsel düzenleme davranışlarını bu dört boyutta ele almış ve bu dört boyutta ortaya çıkan yirmi iki farklı üst bilişsel eylemden bahsetmiştir. Üst bilişsel eylemlere ilişkin bu kapsamlı açıklama, hem daha kapsamlı bir analize olanak sağlamak hem de bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasındaki geçişlere daha ayrıntılı açıklama getirmek için önemli bir kuramsal yapı oluşturmuştur. Bu doğrultuda çalışmada Hıdıroğlu'nun (2015) ortaya koyduğu planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin boyutlarından oluşan yirmi iki üst bilişsel yapı ele alınmıştır (bkz. Ek 2).

Modelleme problemleri tasarlanırken Berry & Houston'ın (1995) modelleme sınıflandırması temel alınmıştır. Berry & Houston'ın (1995) sınıflandırmasına göre teorik modelleme, matematiksel modelin formüle edilmesinde teoriye dayanan çözüm sürecini içermektedir. Simülasyon modelleme matematiksel modeller formüle edilirken cebirsel sembollerin kolaylıkla elde edilemediği şekillerin tercih edildiği çözüm sürecini ortaya çıkarmaktadır. Deneysel modelleme ise deneysel verileri kullanarak grafik ya da bir eşitlik elde edilerek yapılan modellemedir (Berry & Houston, 1995).

Baki (2002) bilgisayar donanımlı ortamlarda küçük gruplarla daha verimli ve işlevsel öğrenme ortamları oluşturulabileceğini, bu şekilde öğrencilerin karmaşık problemleri çözebileceğini, çözüm yolları geliştirebileceğini, analiz yapabileceğini ve varsayımlarda bulunarak genellemeler yapabileceğini vurgulamaktadır. Bu sayede öğrenciler bilgisayar yazılımlarını kullanarak matematiksel bir örüntüyü, modeli veya ilişkileri sayısal ve grafiksel anlamda elde edebilmektedir (Baki, 2002). Baki'nin (2002) bu düşüncesi temel alınarak zengin bir zihinsel ortam sağlamak için çözüm sürecinde video, animasyon, fotoğraf, hesap makinesi ve GeoGebra yazılımı kullanılmış ve çözümler grup çalışmasıyla gerçekleştirilmiştir. GeoGebra'nın geometrik ve cebirsel temsiller arasındaki ilişkileri karşılaştırma fırsatı vermesi, çoklu temsiller yolu ile matematik kavramlarını inceleme olanağı sunması, Türkçe ve kullanımı kolay (açık kaynak kodlu) bir yazılım olması, kolay ulaşılabilir olması, tablo-cebir-geometri penceresi arasında etkileşim sağlaması ve geometri cebir ve analiz arasında köprü işlevi görmesi onu matematiksel modellemede önemli bir araç yapmaktadır (Hıdıroğlu & Bukova Güzel, 2014). GeoGebra'nın kullanımı da zengin bir zihinsel sürecin ortaya çıkması için araştırmada önemli bir strateji olmuştur. Bu doğrultuda çalışmanın amacı; teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme sürecinde ortaya çıkan bilişsel ve üst bilişsel eylemlerin yapısını ve aralarındaki geçişleri ortaya koymaktır.

Yöntem

Araştırmanın Modeli

Çalışma, teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme sürecindeki bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasındaki geçişlerin Hıdıroğlu'nun (2015) süreç modeli ve üst bilişsel yapıları çerçevesinde ayrıntılı olarak incelendiği bir durum çalışmasıdır. Bir başka ifadeyle araştırmada, güncel ve önemli bir olay (matematiksel modelleme süreci) gerçek ortamında ele alınmış, birden fazla veri kaynağı kullanılarak olayın bağlamla (zihinsel eylemler) arasındaki ilişki ayrıntılı olarak açıklanmıştır (Yin, 2008).

Çalışma Grubu

Araştırma, ortaöğretim matematik öğretmenliği birinci sınıfında öğrenim gören dokuz öğretmen adayıyla gerçekleştirilmiştir. Uygulama öncesinde öğrencilerin modelleme becerilerini geliştirerek daha zengin bir zihinsel ortamın sağlanması amacıyla çalışma gruplarıyla teknoloji ve matematiksel modellemeye yönelik yaklaşık 30 saat süren uygulamalar gerçekleştirilmiştir. Bazen bireysel bazen de çalışma gruplarıyla gerçekleştirilen ön uygulamalarda çözüm süreçlerinde öğrenciler gerekli gördüklerinde teknolojiden (GeoGebra, hesap makine, video, animasyon ve fotoğraf) yararlanmışlardır. Bu doğrultuda asıl uygulama için çalışma grubunun seçiminde ölçüt örnekleme yönteminden yararlanılmış ve çalışma grubu teknoloji ve modellemeye ilişkin uygulamalar gerçekleştirerek bu yönde becerileri geliştirilmiş kişilerden oluşmuştur. Asıl uygulamada her bir grup ayrı ayrı boş bir sınıfta çözümlerini gerçekleştirirken araştırmacı da ortamda bulunarak gözlem notları almıştır. Kendi istekleri doğrultusunda üçer kişilik üç çalışma grubunu oluşturan katılımcıların kod isimleri ve bulundukları gruplar Tablo 1'de verilmiştir. Hem ön hem de asıl uygulamada GeoGebra yazılımı süreçte isteğe bağlı olarak kullanılmış ve bu nedenle ön uygulamada öğrencilerin GeoGebra'ya yönelik becerilerinin geliştirilmesi de amaçlanmıştır. Bulgular sunulurken öğretmen adaylarının gerçek isimleri yerine kod isimleri kullanılmıştır.

Tablo 1 Çalışma Grubundaki Öğrenciler ve Öğrencilerin Kod İsimleri

	Grup		
	G_1	G_2	G_3
Kod İsmi	Ayla Dila Celal	Burcu Simge Yavuz	Ezgin Yılmaz Seda

Veri Toplama Araçları

Araştırmanın verileri; araştırmacılar tarafından tasarlanan Köprü, Tiyatro ve Düşme Problemi'ne (Hıdıroğlu, 2015; bkz. Ek 3) ilişkin katılımcıların çözüm sürecinde alınan video kayıtlarının çözümlemeleri, GeoGebra yanıt dosyaları, yazılı yanıt kağıtları ve araştırmacı gözlem notlarından oluşmaktadır. Berry & Houston'ın (1995) sınıflandırması dikkate alınarak tasarlanan problemlerden Köprü Problemi simülasyon, Tiyatro Problemi deneysel ve Düşme Problemi teorik modelleme problemidir.

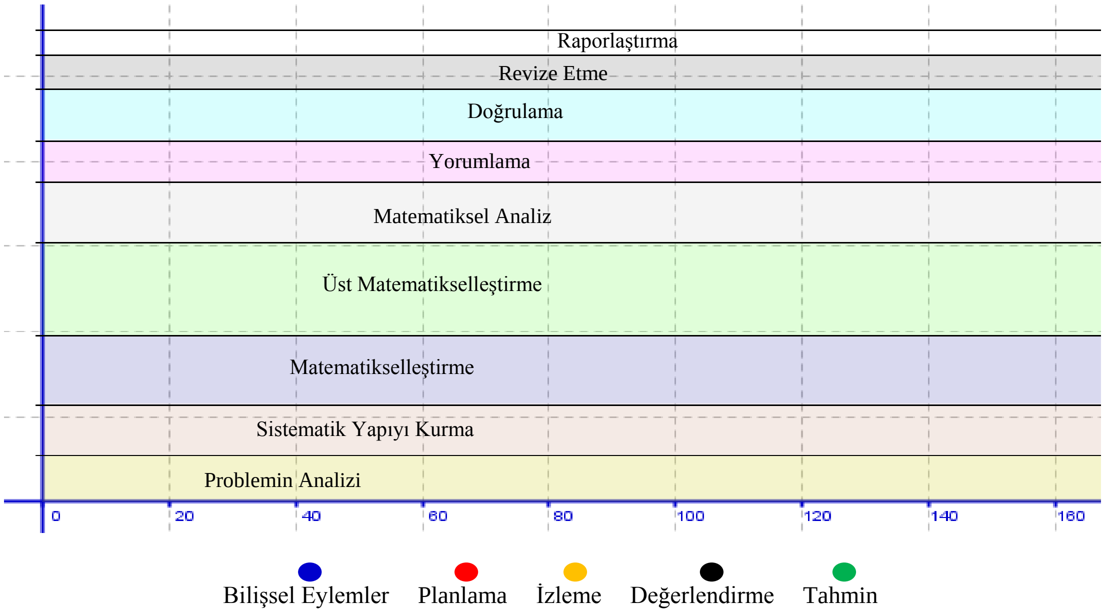
Veri Toplama Süreci

Araştırmada bilişsel ve üst bilişsel eylemlere ilişkin açıklama getirebilmek için problem çözümleri video ile kaydedilmiş ve gruplardan problemlerin çözüm sürecinde sesli düşünmeleri ve zihinlerindeki beliren/ortaya çıkan her yaklaşımı/düşünceyi nedenleriyle birlikte ortaya koyarak ifade etmeleri istenmiştir. Çalışmada her bir problem çözümü için gruplar ayrı zamanlarda sessiz bir ortamda toplanmış ve tüm problemlerin çözümlerinde araştırmacılar da ortamda bulunmuştur. Gruplara çözümlerinde yararlanmaları için bir bilgisayar ve boş kağıtlar verilmiştir. Çözüm sürecinde, öğrenciler GeoGebra yazılımından ve ekran alıntısı alma programı olan ScreenHunter'dan aktif olarak yararlanmışlardır. Öğrencilere problemlerin yazılı ifadelerinin yanında problemle ilgili animasyon, video ve fotoğraflar verilmiştir. Öğrencilerin çözüm süreçleri video kamera ve bilgisayar aracılığıyla kayıt altına alınmıştır.

Verilerin Analizi

Verilerin analizinde, grupların on üç saatlik video kayıtlarının birebir yazıya aktarımı ile oluşturulmuş 253 sayfalık transkript dökümü, 27 sayfa yazılı yanıt kağıdı, 12 GeoGebra dosyası ve araştırmacıların gözlem notları dikkate alınmıştır. Katılımcıların matematiksel modelleme problemlerini çözerken sergiledikleri bilişsel ve üst bilişsel eylemler kuramsal çerçeveye bağlı olarak kuram oluşturma veri analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Bu doğrultuda sürekli karşılaştırmalı analiz ve kodlamada açık, eksensel ve seçici kodlamalar yapılmıştır. Çoğu zaman satır satır, gerektiğinde ise kelime kelime kodlamalar yapılarak veri analizi gerçekleştirilmiştir. Kuram oluşturma üç grubun problem çözümlerinden elde edilen verilerin analizinde kodlayıcılar arası güvenirlik çalışması gerçekleştirilmiştir. Araştırmacıların görüş birliklerinin ve ayrılıklarının sayısı belirlenerek, kodlayıcı güvenirliği formülü (Miles & Huberman, 1994) kullanılmış ve güvenirlik bilişsel kodlarda % 84; üst bilişsel kodlarda sırasıyla %82 olarak hesaplanmıştır. Miles & Huberman (1994), iyi bir nitel güvenirlik için kodlamanın güvenirliğinin en az % 80 uyum düzeyinde olması gerektiğini vurgulamaktadır. Çalışmada kodlayıcılar arası güvenirliğin zor bir analiz sürecini içermesine rağmen iyi bir seviyede çıktığı görülmüştür.

Harvard Üniversitesi'nde Bilişsel Çalışmalar Merkezi'nin 1961 yılında yayınladığı yıllık raporunda ifade ettiği gibi bilişsel süreçlerin insanların bildikleri şeyle alakalı olmadığı, insanların yaptığı şey ile bildiği şey arasında basit bir ilişkinin bulunmadığı ve bunun için temel kuralları ve gerekli bilgiyi organize eden kavramları ortaya çıkarmanın önemli olduğu düşünülerek çalışmada modelleme sürecindeki bilişsel ve üst bilişsel eylemler grafiklere aktarılmış ve açıklanmaya çalışılmıştır.Sonuç olarak öğretmen adayların çözüm sürecindeki bilişsel ve üst bilişsel eylemleri belirlenmiş ve zihinsel eylemler arasındaki geçişler grafik üzerinde görselleştirilmiştir. Verilen grafiklerde x ekseni grupların problem çözüm sürecindeki eylemlerinin sayısını, y eksenindeki kısımlar ise Hıdıroğlu'nun (2015) modelleme sürecindeki dokuz temel basamağını temsil etmiştir (bkz. Şekil 2).



Şekil 2 Matematiksel Modelleme Sürecindeki Bilişsel ve Üst Bilişsel Geçişleri Gösteren Grafiğin Yapısı

Grafiklerdeki mavi noktalar bilişsel eylemleri gösterirken, kırmızı noktalar planlama, sarı noktalar izleme, siyah noktalar değerlendirme ve yeşil noktalar tahmin eylemlerini temsil edecek şekilde gösterilmiştir. Örneğin, 58 dakikalık problem çözüm sürecinin başından sonuna kadar gerçekleşen eylemlerin sayısı x ekseninde, bilişsel eylemler ise y ekseninde gösterilmiştir. Üst bilişsel eylemler grafikte ifade edilirken söz konusu üst bilişsel eylem hangi bilişsel eylemin ardından ortaya çıkmışsa (kodlanmışsa) onunla aynı hizada ve üst bilişsel eylemin türü dikkate alınarak renklendirilmiştir. Noktaların sıklığı çözüm sürecinin uzunluğundan ziyade sürecin zengin yapısını açıklamıştır.

Öğrencilerin çözümlerine bakıldığında bilişsel ve üst bilişsel süreçler modelleme sürecinin birbiriyle iç içe geçmiş parçaları olmuşlardır. Bu nedenle süreçte yakın zamanda gerçekleşen bilişsel ve üst bilişsel eylemlerin gerçekleşme önceliğinden ve sonralığından bahsetmek çok zor olmuştur. Fakat grafiklerde bilişsel ve üst bilişsel eylemlerin dağılımlarını ortaya koyabilmek için kodlama sürecindeki eylemlerin sırası dikkate alınmıştır. Bunun yapılma sebebi yakın eylemlerin önceliğini sonralığını açıklamaktan çok genel olarak süreçteki bilişsel ve üst bilişsel eylemlerin nasıl şekillendiğini açıklamak olmuştur.

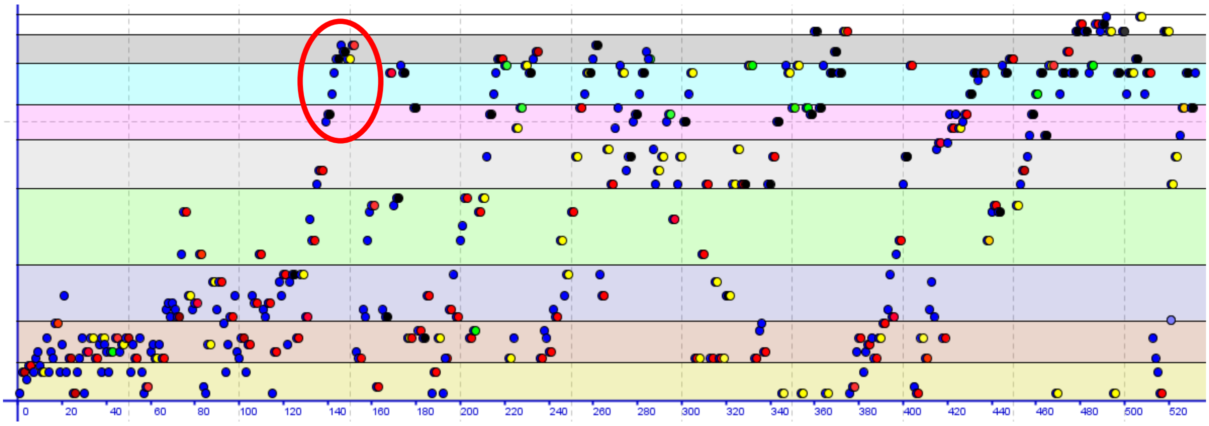
Bulgular ve Yorumlar

Bulgular sunulurken “Süreçte nasıl bir zihinsel işleyiş söz konusudur?”, “Süreçte hangi temel basamaklarda yoğunluk görülmüştür?” ve “Bilişsel ve üst bilişsel eylemler süreçte nasıl bir dağılım göstermiştir?” sorularına ilişkin açıklamalar getirilmiştir.

Düşme Problemi Çözümündeki Bilişsel ve Üst Bilişsel Eylemler Arasındaki Geçişler

Grupların en çok zihinsel geçiş gerçekleştirdiği problem Düşme Problemi olmuştur. Düşme Problemi’nde disiplinlerarası bilgilerin kullanılması ve teorik çözümle sonuca ulaşılması çözümde bilişsel güçlükler yaratmıştır. Zihinsel geçişlerin çok sık olmasında grupların bu problemde çok fazla güçlük yaşamaları ve bu güçlüklerin üstesinden gelmek için farklı düşünceler ve eylemlere yönelmiş olmaları etkili olmuştur. Süreç boyunca çok fazla zihinsel geçişin olması söz konusu grubun problemi iyi sonuçlandırdığı ya da gerçek yaşam durumunu açıklayıcı bir çözüm getirdiği anlamına gelmemiştir. Düşme Problemi’nde ortaya çıkan üst bilişsel eylemlerin genel olarak her temel basamakta ortaya çıktıkları görülmüştür.

G_1’in Düşme Problemi’ne ilişkin çözüm sürecinde bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasında yaklaşık 520 geçiş gerçekleşmiştir (bkz. Şekil 3). Ayrıca G_1’in çözümü en fazla zihinsel sürecin gerçekleştiği çözümdür. İlk 120 zihinsel geçiş genel olarak Problemin Analizi, Sistematik Yapıyı Kurma ve Matematikselleştirme basamaklarında gerçekleşmiştir. Çözüm sürecinde sık sık Sistematik Yapıyı Kurma basamağına geçilse de süreçte her temel basamakta eş düzeylerde bulunulmuştur. Doğrulama basamağından itibaren sık sık sürece geri dönüşlerin (140, 180, 240, 260, 380, 500 gibi) olduğu görülmüştür. Yaklaşık olarak 40-45 kez temel basamaklar arasında geri dönüş gerçekleşmiştir. Üst bilişsel eylemlere yönelik olarak çözüm sürecinde 84 planlama, 52 izleme, 48 değerlendirme ve 11 tahmin üst bilişsel eylemiyle karşılaşılmıştır.



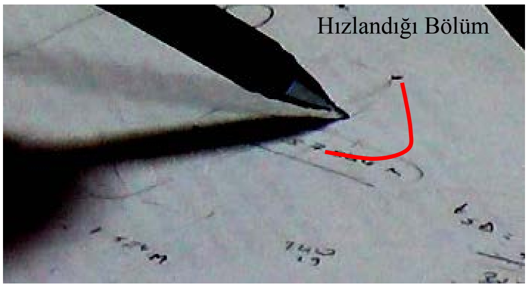
Şekil 3 G_1’in Düşme Problemi Çözüm Süreci

G_1 Düşme Problemi çözümünde Şekil 1'deki kırmızı renkteki sınırlı bölgede matematiksel modelleme sürecinin yorumlama, doğrulama ve revize etme basamaklarında bulunmuştur. G_1 öncelikle serbest düşme esnasında atlayıcının ilk 50 saniyede hızlandığını ve paraşütü açmadan önceki 209 saniye boyunca da hızının azaldığını düşünmüştür. G_1 atlayışı Felix'in hızlandığı, yavaşladığı ve paraşütle indiği bölümler olmak üzere üç farklı aşamada ele almış ve Felix'in hızlandığı bölümdeki ivmeyi 1,12 m/s^2 olarak bulmuştur. Bu matematiksel sonuç aynı zamanda gerçek yaşam değerlerini içerdiğinden gerçek yaşam sonucudur. Celal buldukları değerin hızlanan kısım için oldukça az olduğunu ifade etmiştir. Arkadaşları da bu görüşü destekler biçimde hatanın nedenine yönelik düşünceler sergilemişlerdir. Celal hatayı düzeltmek ve çözümü revize etmek için hatanın yerini bulmaya çalışmış ve atlayıcının yavaşlarken ve hızlanırkenki ivmesinin aynı olup olmadığını arkadaşlarına sormuştur. Dila yapılan hatanın işlemsel olduğunu ve zamanı 50 saniye almaları gerekirken tüm serbest düşme süresi olan 259 saniyeyi kullandıklarını ifade etmiştir.

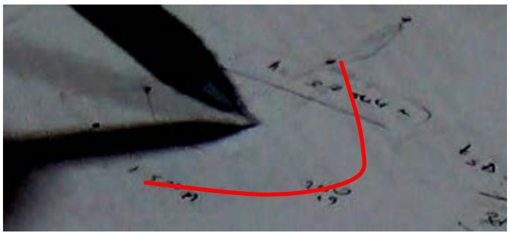
Ayla	1,11 çıktı.
Celal	1,12 hatta.
Ayla	Evet.
Dila	Ama burada çok az çıkmadı mı?
Celal	Acaba kilometreye çevirip de mi yapsaydık? Gerçi yer çekimi ivmesi metre bölü saniye kareydi 50 saniyede nasıl bu kadar az çıktı ki? Yoksa şuranınki (hızlanırkenki) ivme ile şuranın ki (yavaşlarken ki) ayrı mıdır? Yoksa aynı mıdır?

Kağıt Alıntısı

Hızlandığı Bölüm

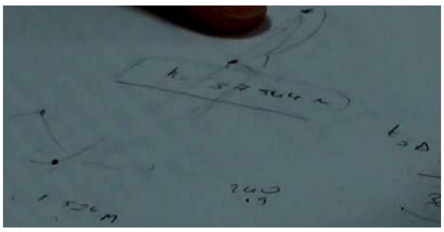


Yavaşladığı Bölüm



Dila	Serbest düşmedekini diyorsun değil mi? O zaman yer çekimini nasıl bulacağız ki?
Ayla	Sonuçta bu eğer boşlukta atılıyorsa burada sürtünme olmaz.
Celal	Ya aslında yok demeyelim de. Çok az desek belki daha doğru olur.
Dila	O zaman biz şuraya kadar hesaplamamız lazım.
Celal	İvme olmazsa da yere inemez.
Dila	Tabi. Aa ama biz burada tamamını aldık. Serbest düşmedeki tüm mesafeyi aldık. Yanlış yaptık.
Celal	Evet ya şuradakini bulmamız lazım (En yüksek hıza ulaşana kadar alınan yolu kastediyor.) 50 saniyeydi ya.

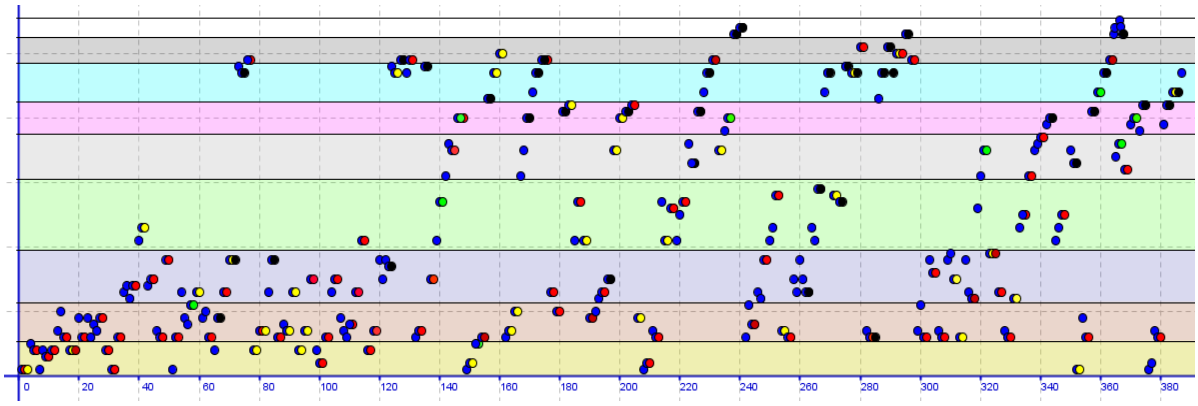
Kağıt Alıntısı



G_1'in çözümüyle ilgili araştırmacı gözlem notu ise şöyledir:

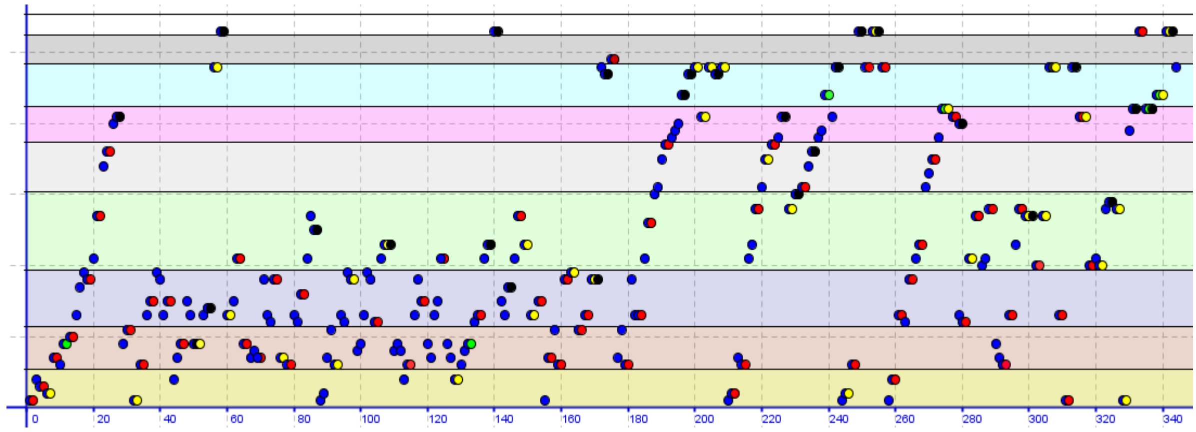
> …Celal atlayıcının hızlandığı kısımdaki ivmesini az bulduğunu ifade etti. Bunun üzerine grup elemanları hatanın varlığını hissettiler. Hatanın nerede olabileceğine ilişkin görüş bildirdiler. Bu esnada Dila hatanın süreyi yanlış almalarından kaynaklandığını söyledi. Bunu üzerine çözümü tekrardan yaparak hatalarını düzelttiler… Gözlem Notu: G_1 Düşme Problemi)

G_2'nin Düşme Problemi'ne ilişkin çözüm sürecinde bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasında yaklaşık 380 geçiş gerçekleşmiştir (bkz. Şekil 4). İlk 120 zihinsel geçiş genellikle Problemin Analizi, Sistematik Yapıyı Kurma ve Matematikselleştirme basamaklarında olmuştur. Çözüm sürecinde sık sık Sistematik Yapıyı Kurma basamağına geçilse de süreçte her temel basamakta eş düzeyde bulunulmuştur. Doğrulama basamağından itibaren sık sık sürece geri dönüşlerin (120, 160, 200, 280, 360 gibi) olduğu görülmüştür. Yaklaşık olarak 35-40 kez temel basamaklar arasında geri dönüş gerçekleşmiştir. Çözüm sürecinde 69 planlama, 37 izleme, 39 değerlendirme ve 8 tahmin üst bilişsel eylemi gerçekleşmiştir.



Şekil 4 G_2'nin Düşme Problemi Çözüm Süreci

G_3'ün Düşme Problemi'ne ilişkin çözüm sürecinde bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasında yaklaşık 340 geçiş gerçekleşmiştir (bkz. Şekil 5). İlk 170 zihinsel geçiş genellikle Problemin Analizi, Sistematik Yapıyı Kurma ve Matematikselleştirme basamaklarında gerçekleşmiştir. Çözüm sürecinde sık sık Sistematik Yapıyı Kurma basamağına geçilse de süreçte her temel basamakta bulunulmuştur. Çözüm son basamağa kadar gitse de tamamlanmamış, sürekli olarak geri dönüşler gerçekleşmiştir. Yani doğrulama basamağından itibaren sık sık sürece geri dönüşlerin (30, 60, 140, 200, 240 gibi) olduğu görülmüştür. Yaklaşık olarak 25-30 kez temel basamaklar arasında geri dönüş gerçekleşmiştir. Çözüm sürecinde 62 planlama, 35 izleme, 26 değerlendirme ve 7 tahmin üst bilişsel eylemi gerçekleşmiştir.

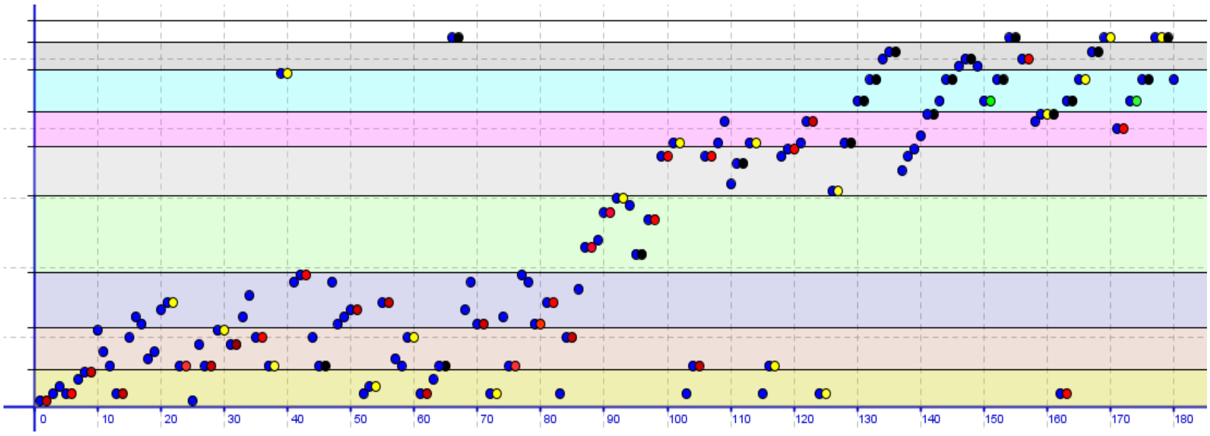


Şekil 5 G_3'ün Düşme Problemi Çözüm Süreci

Tiyatro Problemi Çözümünde Zihinsel Eylemler Arasındaki Geçişler

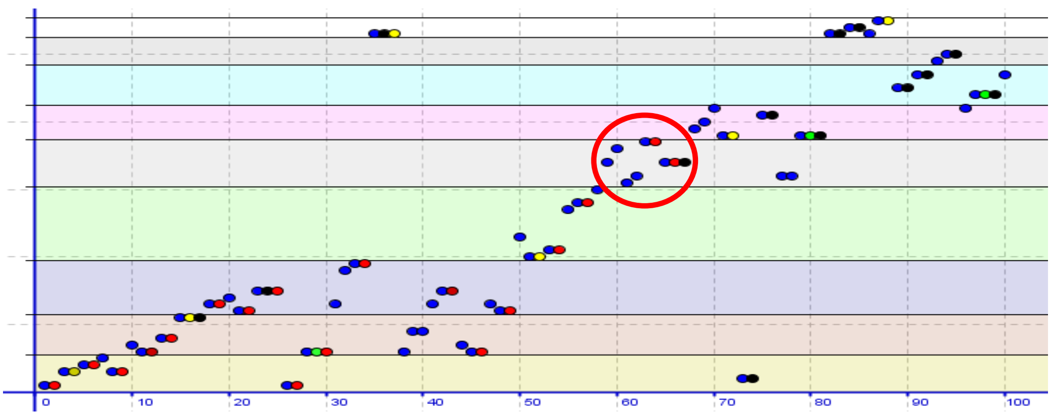
Tiyatro Problemi'nde öğrencilerin en az zihinsel geçişi gerçekleştirdiği ve en az üst bilişsel eylemin ortaya çıktığı görülmüştür. Zihinsel geçişlerin diğerlerine göre daha seyrek olmasında grupların bu problemde daha az güçlük yaşamaları etkili olmuştur. Üst bilişsel eylemler hem alt basamaklar arasındaki geçişlerde hem de temel basamaklardaki geçişlerde ortaya çıkmışlardır.

G_1'in Tiyatro Problemi çözüm sürecinde bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasında yaklaşık 180 kez geçiş gerçekleşmiştir (bkz. Şekil 6). İlk 90 zihinsel geçiş genellikle Problemin Analizi, Sistematik Yapıyı Kurma ve Matematikselleştirme basamaklarında gerçekleşmiştir. Çözüm sürecinde 90'dan sonra Sistematik Yapıyı Kurma'ya iki kez ve kısa süreli olarak geçilmiştir. Aynı zamanda G_1 100'den sonra Üst Matematikselleştirme basamağına geri dönmemiştir. Bu durumun oluşmasında grubun AMM'ye kolayca ulaşmaları ve ilk seferde uygun bir modele ulaşabilmeleri etkili olmuştur. Doğrulama basamağından itibaren sık sık sürece geri dönüşlerin (130, 150, 170 gibi) olduğu görülmüştür. Yaklaşık olarak 20-25 kez temel basamaklar arasında geri dönüş gerçekleşmiştir. Çözüm sürecinde 27 planlama, 16 izleme, 19 değerlendirme ve 2 tahmin üst bilişsel eylemi gerçekleşmiştir. Tahmin eylemleri Doğrulama basamağında ortaya çıkmıştır.



Şekil 6 G_1'in Tiyatro Problemi Çözüm Süreci

G_2'nin Tiyatro Problemi çözüm sürecinde bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasında yaklaşık 100 geçiş gerçekleşmiştir (bkz. Şekil 7). İlk 50 zihinsel geçiş genellikle Problemin Analizi, Sistematik Yapıyı Kurma ve Matematikselleştirme basamaklarında gerçekleşmiştir. Çözüm sürecinde 50'den sonra ise Üst Matematikselleştirme ve daha sonraki basamaklarda bulunulmuştur. Doğrulama basamağından itibaren sürece geri dönüş nerdeyse hiç olmamıştır. Geri dönüşlerin nerdeyse hiç olmadığı süreçte yaklaşık olarak 5-10 kez temel basamaklar arasında geri dönüş gerçekleşmiştir. Çözüm sürecinde 18 planlama, 6 izleme, 13 değerlendirme ve 3 tahmin üst bilişsel eylemi gerçekleşmiştir. G_2 Tiyatro Problemi çözümünde Şekil 7'de kırmızı renkli sınırlı bölgede matematiksel analiz basamağında bulunmuştur. G_2 biletli sayısı ve bilet fiyatı arasındaki ilişkiyi veren yardımcı matematiksel modelin GeoGebra'da grafiksel gösteriminden yararlanmıştır.

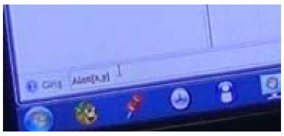


Şekil 7 G_2'nin Tiyatro Problemi Çözüm Süreci

G_2 kazancın x.y-5000 (TL cinsinden gider) olduğu düşüncesiyle grafiğin altında kalan alandan (x.y/2) yararlanmıştır. Bu doğrultuda G_2 biletli sayısı ve bilet fiyatı arasındaki ilişkiyi veren doğru üzerinde değişken nokta alarak noktanın değişimiyle altında kalan alanın değişimini GeoGebra’da analiz etmiştir. Yani G_2, YMM’ nin grafiksel gösterimi ve YMM ile AMM arasındaki ilişkiden yararlanarak bir simülasyon oluşturmuştur. G_2 en az sayıda zihinsel geçişte bulunsa da seçtikleri strateji etkili bir şekilde sonuçlara ve çözüme ulaşmalarını sağlamıştır. Bir başka deyişle, G_2 daha az zihinsel engelle karşılaşmıştır. Veriler gerçek değerleri içerdiğinden matematiksel sonuçlar elde edilmiş ve Şekil 7’deki sınırlı bölgenin sonrasında bu değerler gerçek yaşam sonuçları olarak yorumlanmıştır.

Burcu — Dur bir dakika bak. İlkini bir daha açalım bir. Biz bunun altında kalan alandan buluruz aslında. Sonuçta bunun altında kalan x çarpı y oluyor ya.

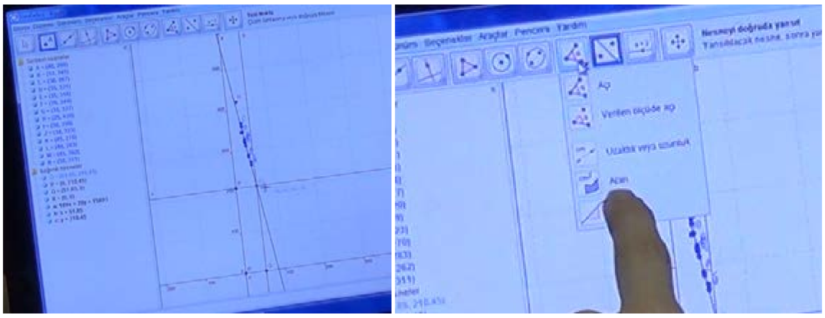
Video Alıntısı



(Giriş bölmesine Alan[x,y] ifadesi yazıldı)

Yavuz — Hmm. Evet çok mantıklı onu yapabiliriz. Doğru üzerinde nokta seç bak. İn aşağıya şimdi x eksenini görelim. Bir dik inelim buna.
Burcu — Alan grafiğinden yapayım dedim ben.
Yavuz — Tamam işte bak. Dik doğrular çizelim. Bir alayım mı?
Burcu — Tamam.
Yavuz — Şimdi alan neredeydi burada?
Burcu — Şuradaydı. Bak.
Yavuz — Hıhı. Tamam. Verdi mi?

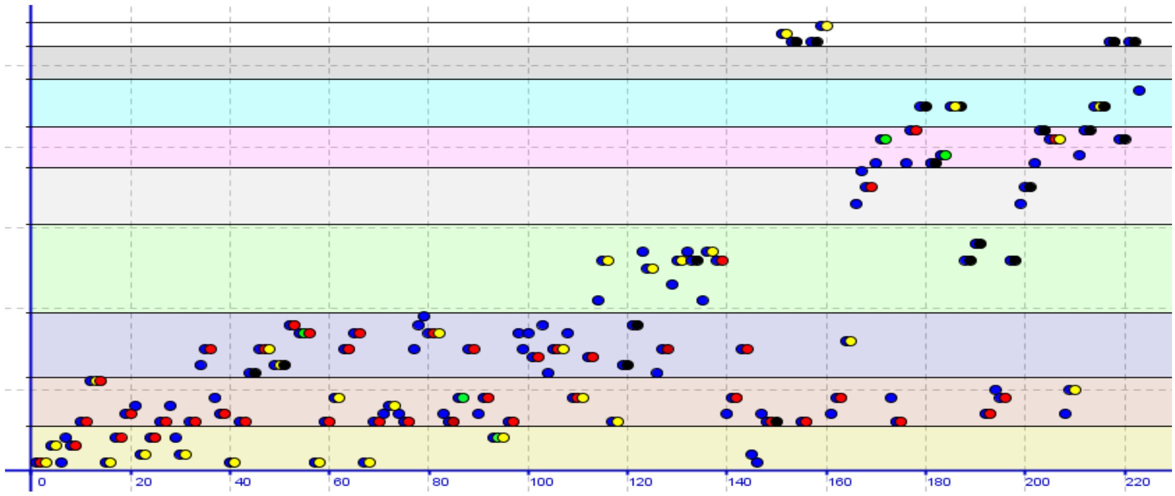
Video Alıntısı



G_2’nin çözümüyle ilgili araştırmacı gözlem notu şöyledir:

…YMMnin GeoGebra’da grafiksel gösterimine ulaştılar… Burcu, GeoGebra’daki matematiksel modelin altında kalan alanı hesaplayarak elde edilen karın maksimum olduğu ve nasıl değiştiği ile ilgili verilere ulaşabileceklerini ifade etti. Yavuz da bu düşünceyi destekledi ve GeoGebra bilgileri yardımıyla simülasyonu oluşturdular. Farklı değerleri inceleyerek farklı matematiksel sonuçlara ve çözüme ulaştılar…. Gözlem Notu: G_2 Tiyatro Problemi)

G_3’ün Tiyatro Problemi çözüm sürecinde bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasında yaklaşık 220 geçiş gerçekleşmiştir (bkz. Şekil 8). İlk 110 zihinsel geçiş, Problemin Analizi, Sistematik Yapıyı Kurma ve Matematikselleştirme basamaklarında olmuştur. Temel basamaklar arasında sürekli geçişler görülmüş ancak genel çözüm stratejisini ve varsayımları düzenlemek ve yardımcı matematiksel modelleri oluşturmak amacıyla en çok Sistematik Yapıyı Kurma basamağına geçiş yapılmıştır. Doğrulama basamağına üç kez geçilse de (180-190-210) İstanbul’daki kazanç Ankara’dakinden daha az olduğu için çözümde hata olduğunu düşünmeleri, tablodaki verilerle buldukları çözümü uzlaştıramamaları ve çözümde istenilenlerin yapılıp yapılmadığını kontrol etmek istemeleri süreçte sık sık dönüşlere neden olmuştur. Temel basamaklar arasında 20-25 kez geri dönüş gerçekleşmiştir. Çözüm sürecinde 43 planlama, 30 izleme, 21 değerlendirme ve 5 tahmin üst bilişsel eylemi gerçekleşmiştir.

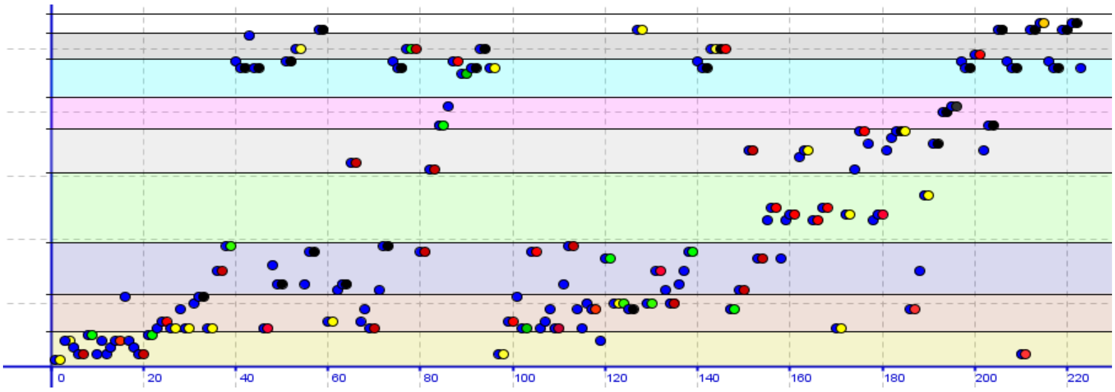


Şekil 8 G_3'ün Tiyatro Problemi Çözüm Süreci

Köprü Problemi Çözümünde Zihinsel Eylemler Arasındaki Geçişler

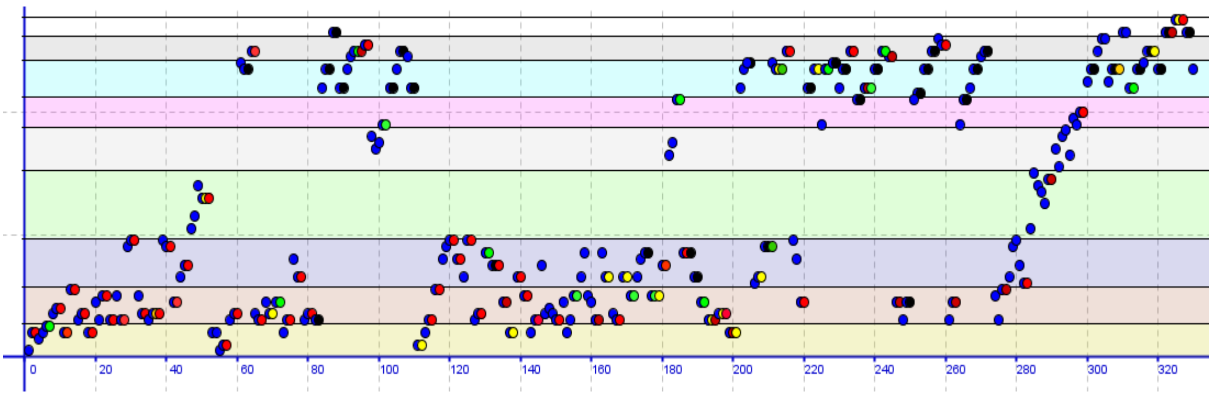
Köprü Problemi öğrencilerin en az süreye ihtiyaç duyduğu problem olmuştur. Köprü Problemi üst bilişsel eylemlerin genel olarak her temel basamakta ortaya çıktığı ve üst bilişsel tahmin eylemlerinin en fazla gözlendiği problem olmuştur.

G_1'in Köprü Problemi çözüm sürecinde bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasında yaklaşık 220 geçiş gerçekleşmiştir (bkz. Şekil 9). İlk 40 zihinsel geçiş genel olarak Problemin Analizi, Sistematik Yapıyı Kurma ve Matematikselleştirme basamaklarında olmuştur. Çözüm sürecinde sık sık Sistematik Yapıyı Kurma basamağına geri dönüşler gerçekleşmiştir. Grup 40, 70, 90 140'da doğrulama basamağına geçmiştir. Grubun yardımcı matematiksel modellere çabuk bir şekilde ulaşması ve onların doğruluğunu incelemesi bu durumda etkili olmuştur. Grup, ana matematiksel modele 155-190 arasında ulaşmıştır. Doğrulama basamağından itibaren sık sık sürece geri dönüşlerin (45, 60, 110, 120 gibi) olduğu görülmüştür. Yaklaşık olarak 20-25 kez temel basamaklar arasında geri dönüş gerçekleşmiştir. Çözüm sürecinde 32 planlama, 18 izleme, 25 değerlendirme ve 12 tahmin üst bilişsel eylemi gerçekleşmiştir.



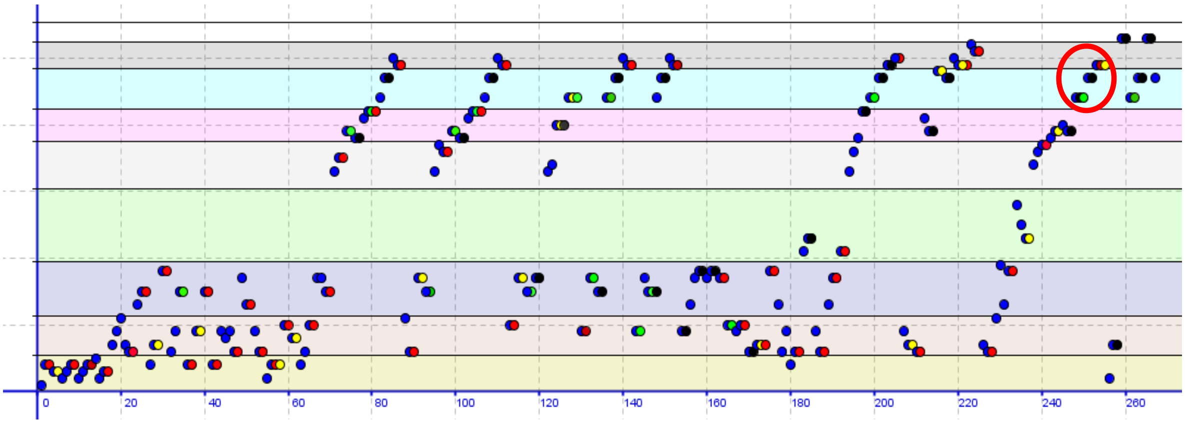
Şekil 9 G_1'in Köprü Problemi Çözüm Süreci

G_2'nin Köprü Problemi çözüm sürecinde bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasında yaklaşık 330 geçiş gerçekleşmiştir (bkz. Şekil 10). İlk 60 ve 110-180 arasındaki geçişler genel olarak Problemin Analizi, Sistematik Yapıyı Kurma ve Matematikselleştirme basamaklarında gerçekleşmiştir. Çözüm sürecinde sık sık Sistematik Yapıyı Kurma basamağına geçilmiştir. 150'den sonra genellikle yorumlama, doğrulama ve revize etme basamaklarında bulunmuştur. Bu durumun oluşmasında grubun istedikleri matematiksel çözüme ve sonuçlara kısa sürede ulaşmaları ve sonrasında da bu üç basamakta farklı yaklaşımlar sergilemeleri olmuştur. Doğrulama basamağına 200-260 ve 300-330'da geçiş olmuş ve yoğun olarak bu basamakta bulunulmuştur. Temel basamaklar arasında 30-35 geri dönüş gerçekleşmiştir. Çözüm sürecinde 57 planlama, 21 izleme, 32 değerlendirme ve 16 tahmin eylemi gerçekleşmiştir.



Şekil 10 G_2'nin Köprü Problemi Çözüm Süreci

G_3'ün Köprü Problemi çözüm sürecinde bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasında yaklaşık 270 geçiş gerçekleşmiştir (bkz. Şekil 11). İlk 70 zihinsel geçiş genel olarak Problemin Analizi, Sistematik Yapıyı Kurma ve Matematikselleştirme basamaklarında gerçekleşmiştir. Çözüm sürecinde sık sık Sistematik Yapıyı Kurma basamağına geçilmiş ve bu basamakta çok fazla bulunulmuştur. Bu durumun oluşmasında grubun çözüm stratejilerini ve üst düzey varsayımlarını tam oturtamamaları ve bunu ileriki basamakta fark ederek geri dönüp stratejide ve varsayımlarında değişiklik yapmaları neden olmuştur. Grup 80, 100, 130, 200, 220 ve 260'larda genellikle yorumlama, doğrulama ve revize etme basamaklarında bulunmuştur. Yaklaşık olarak 25-30 kez temel basamaklar arasında geri dönüş gerçekleşmiştir. Çözüm sürecinde 44 planlama, 17 izleme, 27 değerlendirme ve 17 tahmin üst bilişsel eylemi gerçekleşmiştir.



Şekil 11 G_3'ün Köprü Problemi Çözüm Süreci

Köprü Problemi çözümünde G_3 Şekil 11'de kırmızı renkteki sınırlı bölgede doğrulama ve revize etme basamaklarında bulunmuştur. Bu sırada G_3 GeoGebra yardımıyla köprü uzunluğu için modellerinden ulaştıkları 1360 metre değerini daha önceden tahminlerinden yararlanarak buldukları 1500 metre değeriyle karşılaştırmıştır. G_3 1500 metreyi ölçekli fotoğraf ve bir A4 kağıdının genişliğinden hareketle yaklaşık olarak bulmuştur. Yılmaz fotoğraftaki köprünün ayaklarının gölgesini ifade ederek çözümde bunlarla ilgili başka ne yapılabileceğini arkadaşlarına sormuştur. Çözümün devamında ise tekrar problemi okudukları, yaptıklarını gözden geçirerek düşüncelerini değerlendirdikleri ve çözüm raporunu yazarak çözümlerini tamamladıkları görülmüştür.

Yılmaz	Çarpı 200 mü diyeceğiz? 1360 metre çıktı. Tamam işte. Nerdeyse aynı.
Ezgin	Girdisiyle çıktısıyla 1500 gayet iyi bence.
Yılmaz	Şunlarda gölgeleri bak. Başka ne yapılabilir ki burada? Uzunluğu bulduk GeoGebra'da. Bunu da kaydediyorum.

GeoGebra Alıntısı

G_3'ün Köprü Problemi çözüm sürecinde gözlem notu şöyledir:

> …G_3 köprünün uzunluğunu GeoGebra'dan ve modellerinden yararlanarak 1360 metre buldu. İlk başlarda hızlı bir şekilde kağıt katlayarak ve tahmin yardımıyla uzunluğun yaklaşık 1500 metre olduğunu ifade etiler. Teorik ve deneysel değerleri karşılaştırdılar ve çözümün doğru olduğu kanısına vardılar. Ardından Yılmaz fotoğraftaki gölgeleri ifade ederek çözümde farklı ne yapabileceklerini arkadaşlarına sordu... Gözlem Notu: G_3 Köprü Problemi)

Genel Bulgular

Grupların Köprü Problemi, Düşme Problemi ve Tiyatro Problemi'nin çözümleri için ayırdıkları süreler dakika cinsinden ortalama olarak Tablo 2' de verilmiştir.

Tablo 2 Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözümü İçin Ayrılan Süreler

Grup	Köprü Problemi	Tiyatro Problemi	Düşme Problemi
G_1	68	69	117
G_2	80	42	118
G_3	58	108	105
Ortalama Süre (dk)	69	73	113

Tablo 2'ye göre, grupların teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerine ilişkin sahip oldukları deneyimler, matematiksel ve teknolojik bilgilerinin yeterliliği göz önüne alındığında öğrenme ortamlarında uygulanacak matematiksel modelleme problemlerinin çözümü için grupların minimum 42 dakika ayırdıkları ortalama olarak da 85 dakikaya ihtiyaç duydukları görülmüştür. Fizik gibi disiplinlerarası bilgilerini kullanmalarını gerektiren Düşme Problemi'nde ise ortalama olarak gruplar 113 dakika zamana ihtiyaç duymuşlardır. Bu durum Düşme Problemi'nde öğrencilerin daha çok zaman harcadıklarını göstermiştir. Benzer şekilde grupların çözüm sürecinde karşılaşılan zihinsel geçişlerinin yaklaşık olarak sayısı Tablo 3'de verilmiştir.

Gruplar matematiksel modelleme problemlerinde ortalama olarak 288 zihinsel geçiş gerçekleştirmiştir. Öğrenciler en az süreye Köprü Problemi'nde ihtiyaç duydukları halde en az zihinsel geçişin Tiyatro Problemi'nde olduğu görülmüştür. En fazla zihinsel geçiş Düşme Problemi'nde gerçekleşmiş ve bu problemde gruplar oldukça zorluk çekmişlerdir.

Tablo 3 Matematiksel Modelleme Problemlerindeki Zihinsel Geçişlerin Sayısı

	G_1	G_2	G_3	*Ortalama*
Düşme Problemi	520	390	350	*420*
Tiyatro Problemi	180	100	220	*167*
Köprü Problemi	230	330	270	*277*
Ortalama	*310*	*273*	*280*	*288*

Grupların problemleri çözerken her temel basamakta üst bilişsel eylemlerde bulundukları ve bilişsel eylemlerini düzenlerken üst bilişsel eylemlerin büyük önem taşıdığı görülmüştür (bkz. Tablo 4). Bir başka deyişle temel basamaklar arasındaki düzensiz geçişler üst bilişsel eylemlerin de yardımıyla gerçekleşmiştir.

Tablo 4 Matematiksel Modelleme Problemlerindeki Üst Bilişsel Eylemlerin Sayısı

			G_1	G_2	G_3	Ortalama
Düşme Problemi	Planlama		84	69	62	72
	İzleme		52	37	35	41
	Değerlendirme		48	39	26	38
	Tahmin		11	8	7	9
		Toplam	195	153	130	
Tiyatro Problemi	Planlama		27	18	43	29
	İzleme		16	6	30	17
	Değerlendirme		19	13	21	18
	Tahmin		2	3	5	3
		Toplam	64	40	99	
Köprü Problemi	Planlama		32	57	44	44
	İzleme		18	21	17	19
	Değerlendirme		25	32	27	28
	Tahmin		12	16	17	15
		Toplam	87	126	105	

Grupların çözümlerinde en fazla üst bilişsel eylemin Düşme Problemi'nde ortaya çıktığı görülmüştür. Problemlerin çözüm sürecinde en fazla üst bilişsel planlama eylemleriyle en az ise üst bilişsel tahmin eylemiyle karşılaşılmıştır. Köprü Problemi'nde diğer problemlere göre daha fazla üst bilişsel tahmin eylemi ortaya çıkmıştır. Bu durumun oluşmasında Köprü Problemi'nin tahminde bulunmaya daha uygun olması ve öğrencilerin günlük yaşam durumlarına yakın stratejik etkenleri içermesi etkili olmuştur. En az üst bilişsel eylem G_2'nin Tiyatro Problemi'nde ortaya çıkmıştır. Bazı problem çözümlerinde ise izleme eylemlerinden fazla değerlendirme eylemleriyle karşılaşılmıştır. Bu durumun oluşmasındaki en büyük etkenin bir izleme eyleminin birden fazla değerlendirme eylemini tetiklemesi olmuştur.

En fazla üst bilişsel geçiş, G_1'in 195 geçişi ile Düşme Problemi'nde, G_3'ün 99 geçişi ile Tiyatro Problemi'nde ve G_2'nin 126 geçişi ile Köprü Problemi'nde gerçekleşmiştir. Üst bilişsel eylemlerdeki yoğunluğun, problemin gruplara göre zorluğundan, içerdiği stratejik etken sayısından ve istenilenlerin sayısından etkilendiği görülmüştür. Grupların modelleme sürecinde karşılaştıkları güçlükler ne kadar fazla ise süreçte o kadar çok bilişsel ve üst bilişsel eylemlerle karşılaştıkları görülmüştür. Bir başka deyişle sürecin başarılı geçtiğinden ziyade süreçteki zihinsel zorlukların ve yoğunluğun fazla olduğunu göstermiştir.

Sonuç Tartışma ve Öneriler

Teknoloji destekli ortamda çalışma gruplarının modelleme sürecinde sergiledikleri bilişsel ve üst bilişsel eylemlerin arasındaki geçişleri açıklamak amacıyla gerçekleştirilen çalışmada bilişsel ve üst bilişsel eylemlerin dağılımına ilişkin kapsamlı bir bakış sağlanmaya çalışılmıştır. Araştırma kapsamında kullanılan Tiyatro, Köprü, Düşme Problemi modelleme sürecindeki bilişsel ve üst bilişsel yapıların ortaya çıkarılması açısından oldukça zengin bir veri sağlamıştır. Matematiksel modelleme problemlerinin çözümünde ortalama olarak 85 dakikaya ihtiyaç duyulmuş ve çözüm için minimum 45 dakika süre ayırmışlardır. Fizik gibi disiplinler arası bilgilerini de kullanmalarını gerektiren teorik modelleme probleminde ise ortalama olarak gruplar ortalama 113 dakikaya ihtiyaç duymuşlardır. Teorik modelleme problemi olan Düşme Problemi'nde öğrenciler daha çok zorlanmıştır. Benzer problemlerin öğrenme ortamlarında uygulanabilmesi için çözümde ayrılacak sürenin dikkate alınması önemlidir. Berry & Houston'ın (1995) dediği gibi teorik modelleme problemi teorik bir çözümü gerektirdiğinden daha zor bir süreci içerisinde barındırmıştır. Disiplinlerarası bilgilerin organize edilmesini gerektiren modelleme problemleri daha zor ve zengin bir zihinsel süreci içermektedir (Blomhøj & Kjeldsen, 2006; English, 2009; English & Watters, 2004). Çalışmada da benzer bir durum ortaya çıkmış ve öğrenciler Düşme Problemi'nde en fazla zihinsel geçişi gerçekleştirmiştir.

Modelleme sürecinde ortalama 111 üst bilişsel eylem ortaya çıkmış ve ortalama 288 zihinsel geçiş olmuştur. Üst bilişsel eylemlerde en fazla planlama en az ise tahmin eylemleriyle karşılaşılmıştır. Grupların çözümlerinin yaklaşık olarak ilk % 25'lik kısmındaki zihinsel geçişlerin genellikle problemin analizi, sistematik yapıyı kurma ve matematikselleştirme basamaklarında olduğu görülmüştür. Maaβ (2006), Stillman, Galbraith, Brown & Edwards (2007) ve Fernandez, Hadaway & Wilson (1994) üst bilişsel eylemlerin modellemedeki temel basamaklar arasındaki düzensiz geçişlere neden olduğunu ifade etmektedir. Çalışmamızda da benzer şekilde basamaklar arasındaki düzensiz veya beklenmedik geçişlerde üst bilişsel eylemler etkili olmuştur, fakat üst bilişsel eylemlerin hepsi temel basamaklar arasında düzensiz veya beklenmedik geçişlere yol açmamış, süreçteki bir basamağı daha da düzenleyici ve yapılandırıcı bir rol oynamıştır.

Modelleme sürecindeki bilişsel ve üst bilişsel eylemler sürecin birbiriyle iç içe geçmiş parçaları olmuşlardır. Bu nedenle süreçte yakın zamanda gerçekleşen bilişsel ve üst bilişsel eylemlerin gerçekleşme önceliğinden ve sonralığından bahsetmek çok zordur. Kısa bir zaman içerisinde gerçekleşen bir durumda birçok bilişsel ve üst bilişsel eylem söz konusu olabilir. Fakat bunlar yakın zamanda gerçekleştiklerinden dolayı hangisinin önce gerçekleştiğini ifade etmek ve bunu grafiğe aktarabilmek oldukça zordur. Grafikler özellikle temel basamaklar arasındaki geçişlerdeki farklılıkları ortaya koymada ve üst bilişsel eylemlerin süreçte nasıl bir dağılım gösterdiklerini açıklamada büyük önem taşımışlardır. Benzer olarak Zawojewski, Lesh & English (2003) ve Lesh & Doerr (2003) de özellikle bilişsel ve üst bilişsel eylemlerin ardışık olarak meydana gelmediklerini ifade etmekteler, bu eylemlerin paralel ve iç içe geçmiş bir süreci oluşturduklarını vurgulamaktadırlar. Bir başka deyişle biliş zaten üst bilişsel eylemlerin özünde varken, üst biliş bazı bilişsel eylemlerde ortaya çıkmaktadır. Benzer şekilde çalışmada da üst bilişsel eylemlerin temelinde bilişsel eylemlerin yattığı görülmüştür ancak bilişsel eylemlerin oluşması için üst bilişsel eylemler her zaman gerekli olmamıştır.

Hem teknolojinin (Baki, 2002; Hıdıroğlu, 2012; Hıdıroğlu & Bukova Güzel, 2014) hem de grup çalışmasının (Hıdıroğlu, 2012; Goos, Galbraith, & Renshaw, 2002; Shahbari, Daher & Raslaan, 2014; Zawojewski & Lesh, 2003; Lesh & Doerr, 2003) modelleme sürecinde zengin bir zihinsel sürecin oluşmasında destek olduğu görülmüştür. Matematik öğretiminde teknoloji ve matematiksel modellemenin grup çalışması ile entegrasyonu dikkate alınarak oluşturulan öğrenme ortamları yaratılarak öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin geliştirilmesi gerekmektedir. Öğrenme ve problem çözme ortamlarında öğretmenlerin bireysel çalışma kadar grup çalışmalarına da önem vermeleri, öğrencilerin düşüncelerini paylaşacakları ve tartışacakları aktif ortamların sağlanması gerekmektedir. Öğretim programların temel becerilerden ikisi olan modelleme ve teknoloji becerilerinin gelişimi için öğrenme ortamlarındaki etkisinin arttırılması gerekmektedir.

Bilişsel ve üst bilişsel ortamların zenginleştirilmesi için modelleme uygulamalarında öğrencilerin günlük yaşamlarında ayrıntılı bilgiye sahip oldukları gerçek yaşam durumlarının kullanılması, problem durumunda gerekli veriler kadar gerekli olmayan verilerin de gerçek yaşam durumunda verilmesi, disiplinlerarası bilgileri ve ön bilgileri içeren gerçek durumların ele alınması, uygulamasına ve tahmin yapılmasına fırsat veren problemlerin ele alınması ve çözümde kullanılabilecek video, animasyon ve fotoğrafların dikkate alınması önerilmektedir (Akpınar, 1999; Baki, 2002; Hıdıroğlu, 2012; Stemler, 1997). Modelleme uygulamalarında öğretmenler çözümde ortaya çıkabilecek stratejiler, varsayımlar, temel kavramlar ve teknoloji ile ilgili düşünceleri uygulamaya başlamadan önce listelemeli ve uygulama sonrasında mutlaka çözümdeki farklı düşüncelere yer vererek öğrencilerin bakış açılarını genişletmelidir. Bilişsel ve üst bilişsel eylemlerin daha net ortaya çıkarılması için öncelikle biliş ve üst biliş kavramlarını daha ayrıntılı açıklayan kuramsal çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır. Eğitimcilerin bu kavramlarla ilgili tam bir fikir birliğine varamamaları bu alandaki çalışmaların zorluğunun en önemli nedenidir. Matematiksel modelleme sürecindeki bilişsel ve üst bilişsel eylemlerin ortaya çıkarılmasına yönelik daha kapsamlı çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır.

Kaynakça

Altun, M. (2012). *Ortaöğretimde matematik öğretimi.* (17. Baskı) Alfa Aktüel Yayınları, Bursa.

Akpınar, Y. (1999). *Bilgisayar destekli öğretim ve uygulamalar.* Ankara: Anı Yayıncılık.

Baki, A. (2002). *Öğrenen ve öğretenler için bilgisayar destekli matematik.* BİTAV-Ceren Yayın Dağıtım, İstanbul.

Berry, J. & Houston, K. (1995). *Mathematical modelling.* Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.

Blomhøj, M. & Jensen T. H. (2006). What’s all the fuss about competencies? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. In W. Blum, P.L. Galbraith and M. Niss: *Modelling and Applications in Mathematics Education***.** New York: Springer, 2(2), 45-56.

Blum, W. & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In C. Haines et al. (Eds), *Mathematical Modelling. Education, Engineering and Economics***.** Chichester: Horwood. 222-231.

Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, application, and links to other subjects-state, trends and ıssues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics.* 22(1), 37- 68.

Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education-Discussion document. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.* 34(5), 229-239.

Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. In Kaiser, G., Sriraman B. & Blomhøj, M. (Eds.) *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.* 38(2), 86-95.

Brown, A. L. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. In F. E. Weinert & R. H. Kluwe (Eds.), *Metacognition, Motivation, and Understanding*. Chapter 3 (pp. 65-116). London: LEA Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, New Jersey.

Daniels, D. (2002). Metacognition and reflection. *Educational Psychology***.** http://dennisgdaniels.com/tikiindex.php?page=Metacognition%20and%20Reflection adresinden 03. 05. 2014 tarihinde alınmıştır.

Desoete, A. & Roeyers, H. (2002). Off-line metacognition-a domain- specific retardation in young children with learning disabilities?. *Learning Disability Quarterly.* 25, Spring.

Desoete, A., Roeyers, H. & Buysse, A.(2001). Metacognition and mathematical problem solving in grade 3. *Journal of Learning Disability.* 34(5), September/October .435–449.

English, L. (2009). Promoting interdisciplinarity through mathematical modelling. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education.* 41(1-2), 161-181.

English, L. D. & Watters, J. J. (2004). Mathematical modeling in the early school years. *Mathematics Education Research Journal*, 16(3), 59-80.

Fang, Z., & Cox, B. E. (1999). Emergent metacognition: a study of preschoolers' literate behavior. *Journal of Research in Childhood Education*, 13, 175-187.

Fernandez, M. L., Hadaway, N. & Wilson, J. W. (1994). Problem solving: Managing it all. *The Mathematics Teacher,* Vol. 87, No. 3, pp. 195 - 199.

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring. *American Psychologist*, 34 (10) 906-911, October 1979.

Fox, J. (2006). A justification for mathematical modelling experiences in the preparatory classroom. Grootenboer, Peter and Zevenbergen, Robyn and Chinnappan, Mohan, Eds. *Proceedings 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. 1, 21-228.

Galbraith, P. & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM.* 38(2), 143-162.

Goos, M., Galbraith, P., & Renshaw, P. (2002). Socially mediated metacognition: Creating collaborative zones of proximal development in small group problem solving. *Educational Studies in Mathematics,* 49(2), 193-223.

Hıdıroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: Yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama*. Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Hıdıroğlu, Ç. N. & Bukova Güzel, E. (2013). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modellemede modelin doğrulanmasındaki yaklaşımların ve düşünme süreçlerinin kavramsallaştırılması. *Educational Sciences: Theory and Practice*. 13(4), 2487-2508.

Hıdıroğlu, Ç. N. & Bukova Güzel, E. (2014). Matematiksel modellemede GeoGebra kullanımı: Boy-ayak uzunluğu problemi. *Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Dergisi,* 36 (2), 29-44.

Hıdıroğlu, Ç. N. & Bukova Güzel, E. (2015). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modellemede ortaya çıkan üst bilişsel yapılar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 6(2), 179-208.

Hıdıroğlu, Ç. N. (2015). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analizi: Bilişsel ve üst bilişsel yapılar üzerine bir açıklama.* Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Jacobs, J. E. & Paris, S.G. (1987). Children's metacognition about reading: Issues in definition, measurement, and instruction. *Educational Psychologist*, *22*, 255-278.

Kaiser, G. (2005). Introduction to the working group "Applications and modelling". *CERME4 Proceedings*, pp. 1611-1622.

Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik***.** 38(3), 302-310.

Leiß, D., Schukajlow, S., Blum, W., Messner, R., & Pekrun, R. (2010). The role of the situation model in mathematical modeling-Task analyses, student competencies, and teacher interventions. *Journal für Mathematikdidaktik*, 31(1), 119-141.

Lesh, R. & Doerr, H. M. (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lesh, R. & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. In Lester, F. K. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. 2nd ed. City, ST: Information Age Publishers, Inc.

Lingefjärd, T. (2000). *Mathematical modeling by prospective teachers using technology*. Electronically published doctoral dissertation, University of Georgia. http://ma-serv.did.gu.se/matematik/thomas.htm adresinden 28.11.2010 tarihinde alınmıştır.

Lucangeli, D. & Cornoldi, C. (1997). Mathematics and metacognition: What is the nature of the relationship? *Mathematical Cognition, 3* (2), 121-139.

Maaß, K. (2006) What are Modelling Competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik***.** *38 (2),*113-142.

Magiera, M. T. & Zawojewski, J. (2011). Characterizations of social-based and self-based contexts associated with students’ awareness, evaluation, and regulation of their thinking during small-group mathematical modeling. *Journal for Research in Mathematics Education***,** 42(5), 486-520.

Matos, J. & Carreira, S. (1995). Cognitive processes and representations involved in applied problem solving. In: Sloyer, C.; Blum, W.; Huntley, I. (Eds.). *Advances and Perspectives in the Teaching of Mathematical Modeling and Applications (ICTMA 6).* Yorklyn: Water Street Mathematics, 71-80.

Matos, J. & Carreira, S. (1997). The quest for meaning in students’ mathematical modeling. In: Houston, Ken; Blum, Werner; Huntley, Ian; Neill, N. (Eds.). *Teaching and Learning Mathematical Modeling (ICTMA 7).* Chichester: Horwood Publishing, 63-75.

Miles, H. B. & Huberman, A.M. (1994). *Qualitative data analysis.* 2. Baskı, Thousand Oaks, CA: Sage.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013). *Ortaöğretim 9-12 matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB Basımevi.

Peter Koop, A. (2004). Fermi problems in primary mathematics classrooms: pupils’ interactive modelling processes. In I. Putt, R. Farragher, & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the Third Millenium: Towards 2010* (Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 454-461). Townsville, Queensland: MERGA.

Pressley, M. & McCormick, C. (1995). *Advanced educational psychology for educators, researchers, and policymakers.* New York: HarperCollins.

Saeki, A. & Matsuzaki, A. (2011). Dual modelling cycle framework for responding to the diversities of modellers. *Proceedings of ICTMA15, CD-ROM (7pages).* Melbourne, Australia: Australia Catholic University.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. D. A. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 334– 370). Macmillan: New York.

Schraw, G. (1998). Promoting general metacognitive awareness**.** *Instructional Science***.** 26,113-125.

Schraw, G. & Moshman, D. (1995). Metacognitive theories. *Educational Psychological Review*. 7: 351–371.

Schunk, D. H. (2013). *Learning theories: An educational perspective*. 6th edition. Harlow: Pearson.

Shahbari, J., Daher, W. & Raslan, S. (2014). Mathematical knowledge and the cognitive and metacognitive processes emerged in model-eliciting activities. *International Journal of New Trends in Education and Their Implications, 5* (2), 209-2019.

Stemler, L. K. (1997). Educational characteristics of multimedia: A literature review. *Journal of Educational and Hypermedia, 6*(3/4), 339-359.

Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J. & Edwards, I. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. *Mathematics: Essential Research, Essential Practice. 2*, 688- 697.

Treilibs, V., Burkhardt, H. & Low, B. (1980). *Formulation processes in mathematical modelling***.** Nottingham: University of Nottingham Shell Centre for Mathematical Education.

Türk Dil Kurumu [TDK], (2015). *Büyük Türkçe Sözlük.* http://tdk.gov.tr/ adresinden 29.1.2015 tarihinde alınmıştır.

Wilburne, J. M. (1997). *The effect of teaching metacognitive strategies to preservice elementary school teachers on their mathematical problem solving achievement and attitude*. Doctoral Thesis. Temple University, Philadelphia.

Yin, R. (2008). *Case study research: Design and methods* (4th ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Zawojewski, J. S., Lesh, R., & English, L. D. (2003). A models and modelling perspective on the role of small group learning. In R. A. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching.* (pp. 337-358). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Ekler

Ek 1. Matematiksel Modelleme Sürecinin Temel Elemanları (Bu kısım Hıdıroğlu (2015)'in çalışmasından alınmıştır)

"Problemin Analizi" temel basamağındaki alt basamaklar
Karmaşık Gerçek Yaşam Durumu → Gerçek Yaşam Problem Durumu

A_1. Problemi okuma
A_2. Problemi basit ifadelerle açıklama/sadeleştirme
A_3. Problemdeki stratejik etkenleri düşünme
A_4. Problemdeki verileri inceleme, içeriği yorumlama
A_5. Basit varsayımlar yapma

"Sistematik Yapıyı Kurma" temel basamağındaki alt basamaklar
Gerçek Yaşam Problem Durumu→Gerçek Yaşam Problem Durumunun Modeli

B_1. Genel çözüm stratejisini tasarlama
B_2. Çözüm için gerekli/gereksiz stratejik etkenleri/bilgileri ayıklama
B_3. Stratejik etkenleri gruplandırma
B_4. Üst düzey varsayımlarda bulunma
B_5. Deneyimlerden yararlanma
B_6. Teknolojik ile matematiksel gösterim arasındaki geçişi gerçekleştirme

"Matematikselleştirme" temel basamağındaki alt basamaklar
Gerçek Yaşam Problem Durumunun Modeli→Yardımcı Matematiksel Model/ler

C_1. YMMlerin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma
C_2. Bağımlı-bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme
C_3. Stratejik etkenleri matematiksel sembollerle ifade etme
C_4. Stratejik etkenleri yorumlama, YMM'lere ilişkin ön tahminlerde bulunma
C_5. Teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma
C_6. Problemde verileri bulunmayan stratejik etkenlere yönelik sayısal tahminlerden ve ölçümlerden yararlanma
C_7. Üst düzey matematiksel ve teknolojik bilgiden yararlanma
C_8. Teknolojik ve matematiksel gösterim arasında geçiş yapma

"Üst Matematikselleştirme" temel basamağındaki alt basamaklar
Yardımcı Matematiksel Model/ler→Ana Matematiksel Model

D_1. YMMlerin cebirsel gösterimlerinden yararlanma
D_2. Bağımlı-Bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme
D_3.Teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma
D_4. Gerekli YMMleri belirleme
D_5. YMMlerin grafiksel gösterimlerinden yararlanma
D_6. YMMlerin yorumlanmasına olanak sağlayan teknolojik sistemi kurma
D_7. AMM için gerekli verileri YMMlerden elde etme
D_8. Stratejik etkenleri yorumlama ve AMMye ilişkin ön tahminlerde bulunma
D_9. Üst düzey matematiksel ve teknolojik bilgilerden yararlanma
D_{10}. AMMnin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma
D_{11}. Teknolojik ve matematiksel gösterim arasındaki geçiş yapma

"Matematiksel Analiz" temel basamağındaki alt basamaklar
Ana Matematiksel Model→Matematiksel Çözüm

E_1. Y/AMMlerin grafiksel veya cebirsel gösterimlerinden yararlanma
E_2. Teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma
E_3. Matematiksel çözüme ve sonuçlara ulaşmak için hesaplama yapma
E_4. Matematiksel çözümü ve sonuçları veren teknolojik sistemi kurma
E_5. Y/AMMlerin kritik noktalarına ilişkin matematiksel sonuçlar elde etme
E_6. Matematiksel ve teknolojik bilgilerden yararlanma
E_7. Teknolojik ile matematiksel gösterim arasındaki geçiş yapma

"Yorumlama" temel basamağındaki alt basamaklar
Matematiksel Çözüm→Gerçek Yaşam Çözümü

F_1. Matematiksel çözümün gerçek yaşam karşılığını belirleme
F_2. Gerçek yaşam durumu ile zihinsel modeli arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarma
F_3. AMMnin kritik noktalarının gerçek yaşam karşılıklarını belirleme
F_4. Gerçek yaşam çözümü ve sonuçlarının problem durumu açısından incelenmesi
F_5. Varsayımları gerçek yaşam çözümü ve sonuçları doğrultusunda irdeleme

"Doğrulama" temel basamağındaki alt basamaklar
Gerçek Yaşam Çözümü → Çözüm Kararı

G_1. Gerçek yaşam sonuçlarındaki beklenmeyen durumların irdelenmesi
G_2. Gerçek yaşam sonuçlarını deneyimlere dayalı tahminlerle veya ölçümlerle karşılaştırma

G_3. Gerçek yaşam sonuçlarını problem verileri ile karşılaştırma
G_4. Gerçek yaşam sonuçlarını video ve fotoğraflardaki durumlarla karşılaştırma
G_5. Gerçek yaşam çözümünün/sonuçlarının yeterliğine ilişkin karara varma
G_6. İşlemleri, düşünceleri ve basamakları kontrol etme

“Revize Etme” temel basamağındaki alt basamaklar
Gerçek Yaşam Çözümü → Önceki Temel Bileşenlerden Birine Geçiş

H_1. Çözümdeki hata/yanlışın kaynağını belirleme
H_2. İşlemleri ve Düşünceleri tekrar gözden geçirme
H_3. Alternatif çözüm stratejileri belirleme
H_4. Üst düzey varsayımlarda değişiklik yapma

“Raporlaştırma” temel basamağındaki alt basamaklar
Gerçek Yaşam Çözümü → Çözüm Raporu

J_1. Raporda yazılması gereken önemli düşünceleri vurgulama
J_2. Çözümü ayrıntılı matematiksel ifadelerle destekleme
J_3. Raporda yazılması gerekenleri sıralama

Ek 2. Matematiksel Modelleme Sürecindeki Üst Bilişsel Yapılar (Bu kısım Hıdıroğlu (2015)’in çalışmasından alınmıştır)

1. Üst Bilişsel Planlama Yapıları

1a. Amaç, imkân ve ihtiyaçların analizini yapma
1b. Temel büyük düşünceyi tasarlama
1c. Çoklu düşünce yapılarını birleştirme ve ayrıştırma
1d. Matematiksel ve teknolojik düşünceleri uzlaştırma
1e. Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma
1f. Grup içi görev paylaşımı sağlama

2. Üst Bilişsel İzleme Yapıları

2a. Anlık soru sorma ve soru/sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme
2b. Planı takip etme
2c. Plan dışı durumları ortaya koyma
2d. Modelleme sürecine uygun ilerleme

3. Üst Bilişsel Değerlendirme Yapıları

3a. Farklı düşünceleri değerlendirme
3b. Planı ve planın sonuçlarını sorgulama
3c. Düşüncelere ilişkin kişisel/grupsal tatmin sağlama
3d. Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma
3e. İşlem hatalarını tarama
3f. Alternatif çözüm yolu üretme
3g. Yazılı raporu revize etme

4. Üst Bilişsel Tahmin Yapıları

4a. Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminlerde bulunma (karar öncesi)
4b. Sonuçları uzlaştırmak için tahmin yapma
4c. Kararların etkilerini önceden tahmin etme (kararı uygularken)
4d. Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma
4e. Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma

Ek 3. Matematiksel Modelleme Problemleri (Bu kısım Hıdıroğlu (2015)’in çalışmasından alınmıştır)

1. Düşme Problemi (Teorik Modelleme) - ***Uzaydan Dünya’ya Atlayış Problemi (Hıdıroğlu, 2015)***

Avusturyalı Felix Baumgartner, 2012 yılında ABD’nin New Mexico eyaletindeki Roswell uzay üssünden özel bir kapsül ve tulum içinde çıktığı 39.068 metreden (128.177 feet) Dünya’ya atladı. Tüm dünyanın nefesini tutarak izlediği bu denemede Baumgartner, 52 yıldır kırılamayan en uzun serbest düşüş, en yüksek atlama, balonla en yükseğe çıkma ve en hızlı insan rekorlarını hiçbir hava aracı korunması olmaksızın kırmak için kendini boşluğa bıraktı ve bunlardan üçünü gerçekleştirdi. Baumgartner, deneme sırasında birçok hayati tehlike atlattı. Serbest atladığı pozisyonunu iyi ayarlamak zorundaydı. Aksi takdirde kendi çevresinde kontrolsüz dönmeye başlayarak şuurunu, gözlerini kaybedebilir; kalp krizi geçirebilir, beynine geri dönüşü olmayan hasarlar alabilirdi. Yine, çok ince bir tabakadan atladığından kanı gerçek anlamda kaynayabilir, bu da organlarının parçalanmasına neden olabilirdi. Zira, Armstrong çizgisi kabul edilen 19.000 metrenin üzerinde insan vücut ısısı olan 37 derece korunma olmadığında kaynamaya başlıyor. Nitekim, Rus Pyotr Dolgov 1962’de, Amerikan Nick Piantanida ise 1966’da benzer bir deneme sırasında kanlarının kaynaması nedeniyle hayatlarını kaybetmişti. Atladığı sırada kapsülün dış yüzeyine hiç değmemesi gerekiyordu. Zira, herhangi bir temas, basınca dayanıklı tulumunu parçalayarak oksijensiz kalmasına neden olabilirdi. Balonu belli bir yükseklikten sonra soğuktan patlayabilir, ani bir rüzgâr tüm dengesini bozabilirdi. Asıl atlayış sırasında balon, 1360 kilogram ağırlığındaki özel kapsülün içindeki Baumgartner'ı TSİ 18.30'da yaklaşık 2 saat 40 dakika süren bir yolculuktan sonra uzaya çıkararak, en yüksek kapasiteli jetlerin bile erişebileceğinden üç kat daha fazla yükseğe ulaştırdı. Ses hızı duvarını aşarak 1136 kilometre hızla inişe geçen Baumgartner, 4 dakika 19 saniye boyunca serbest uçuş yaptı. Baumgartner, yeryüzüne 1524 metre kala paraşütünü açarak yaklaşık 10 dakikada güvenli bir iniş yaptı. Avustralyalı paraşütçü böylece en yüksek serbest atlama, en hızlı insan ve balonla en yükseğe çıkan insan rekorlarını ele geçirdi. Baumgartner martta 21.000, temmuzda ise 29.000 metreden başarıyla atlamıştı. Bu denemesi ekstrem paraşütçülük kariyerinin son atlayışı oldu. Baumgartner, daha önce 4 dakika 36 saniye olan en uzun serbest düşüş rekorunu ise kıramadı. En hızlı atlama rekoru 1960 yılında 31.000 metreden saatte 988 kilometre hızla atlayan Joe Kittinger tarafından kırılmıştı. Ses hızı bariyeri deniz seviyesinde saatte 1224 kilometre kabul ediliyor. Fakat 9 bin metreden sonra bu hız saatte 1091 kilometre kabul ediliyor. Baumgartner da 1091 kilometre hızı 9.000 metrenin üzerinde kırdığı için ses hızını aşmış sayılıyor. Nitekim, Baumgartner'ın 1110 kilometreyi aşmasından sonra ekranlara Roswell'deki ekibin zafer sevinci yansıdı.

Felix Baumgartner'in serbest atlayışı sırasında vücuduna etki eden sürtünme kuvvetini Felix'in hızı ve aldığı yolu cinsinden matematiksel olarak ifade ediniz. (Matematiksel modelleri kurunuz.). Düşüş boyunca Felix'in vücuduna etkiyen sürtünme kuvveti farklı durumlarda değişmiş midir? Sürtünme kuvveti ve yerçekimi kuvveti arasındaki ilişki serbest düşme esnasında nasıldır? Çözümlerinizi matematiksel modellerle destekleyerek ve ayrıntılı olarak açıklayınız. Bununla birlikte Felix'in iniş için planlanan noktaya düşmediği görülmektedir. Kalkış ve iniş noktaları şekilde gösterilen noktalardır (Planlanan nokta kırmızı ile işaretlenmiştir.) Felix'in yeryüzüne inişte izlediği eğim açısı hakkında ne söyleyebilirsiniz? İniş açısı ve planlanan noktadan uzaklık arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak ifade ediniz. Ayrıntılı olarak düşüncelerinizi yorumlayınız.

1.1. Düşme Problemi'yle Birlikte Verilen İki Videodan Bazı Kesitler ve Fotoğraflar

Düşme Problemiyle Birlikte Verilen 1. Video Kesitleri

Düşme Problemiyle Birlikte Verilen 2. Video Kesitleri

Düşme Problemiyle Birlikte Verilen Ölçekli Fotoğraflar

2. Tiyatro Problemi (Deneysel Modelleme) ***(Hıdıroğlu, 2015)***

Türkiye'de 15 yıllık bir tiyatro geçmişi olan Karakter Tiyatro Grubu "Cimrinin Çocukları" isimli tiyatro oyunuyla Türkiye'de 2014-2015 yılı Şubat ayından itibaren ve 1 ay sürecek bir turneye çıkmışlardır. Yaklaşık 2 saat süren "Cimrinin Çocukları" isimli tiyatro için gidilmesi planlanan 15 il ve turne programı Tablo 1'deki gibidir.

Tablo 1

	Tarih	Yer
1	22 Şubat	İzmir
2	24 Şubat	Aydın
3	26 Şubat	Muğla
4	28 Şubat	Denizli
5	2 Mart	Antalya
6	4 Mart	Mersin
7	6 Mart	Adana
8	8 Mart	Diyarbakır
9	10 Mart	Kayseri
10	12 Mart	Konya
11	14 Mart	Ankara
12	16 Mart	Eskişehir
13	18 Mart	Bursa
14	20 Mart	Çanakkale
15	22 Mart	İstanbul

Fakat turne ekibi fark etmiştir ki bilet fiyatlarını bazı illerde biraz arttırmalarına rağmen bilet fiyatı daha az olan yerlerden daha az kazanç elde etmişlerdir. Çünkü bilet fiyatındaki değişikler gelen izleyici sayısını etkilemiştir. Bu doğrultuda turne kapsamında gidilen illerdeki bilet fiyatı ve biletli sayısı Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2

Yer	Bilet Fiyatı (1 kişi için-TL-tek fiyat)	Tiyatroya Gelen Biletli Sayısı
İzmir	40	289
Aydın	32	345
Muğla	30	367
Denizli	35	321
Antalya	35	318
Mersin	28	344
Adana	35	327
Diyarbakır	25	420
Kayseri	30	359
Konya	34	323
Ankara	45	270
Eskişehir	40	283
Bursa	45	262
Çanakkale	36	311
İstanbul	?	?

Bunun yanında turne kapsamında tiyatro ekibi her bir ilde yaklaşık olarak ortalama 5000 TLlik bir gider yapmıştır. Bu veriler ışığında İstanbul ile turnesini sonlandıracak ekibin İstanbul'daki gösteride en iyi kazancı elde etmeleri için bilet fiyatını kaç olarak belirlemeleri gerekmektedir? Siz turneyi düzenleyen ekibin başında olsaydınız belirlenmesi gereken bilet fiyatını nasıl bulurdunuz? Çözümü matematiksel modellerle destekleyerek ve gerekçelendirerek anlatınız.

3. Köprü Problemi (Simülasyon Modelleme) - ***Yavuz Sultan Selim Köprüsü Problemi (Hıdıroğlu, 2015)***

Günümüzde her ay 20.000 yeni aracın trafiğe katıldığı İstanbul'da kayıtlı olan yaklaşık 3 milyon araç bulunmaktadır. İstanbul Boğazı üzerinde bulunan iki köprü ise (Boğaziçi ve Fatih Sultan Mehmet Köprüsü) özellikle günün belirli saatlerinde yaşanan aşırı yoğunluk nedeniyle tam olarak işlevini yerine getirememektedir. Bu nedenle Boğaz'a üçüncü bir köprünün yapılması 2000'li yıllardan itibaren sıkça dile getirilmeye başlanmıştır. Bu doğrultuda yetkililerce helikopterle köprünün yapılması planlanan yerin ve üzerinden geçen yolun güzergâhını belirlemek için keşif gezileri yapılmıştır. Fotoğraflarda görülen bölgeye köprünün yapılması kararlaştırılmıştır.

Yapılan köprü ile birlikte özellikle önceki iki köprüde meydana gelen trafik probleminin önüne geçilmesi düşünülmektedir. Ayrıca yük taşıyan kamyon, tır vb. büyük araçların yeni yolu kullanması sağlanarak şehir merkezindeki sıkışıklık önlenmeye çalışılacaktır. Köprüde taşıt yollarının yanı sıra 1+1'lik raylı sistemin de yapılması planlanmaktadır (bkz. Fotoğraf 4). Bu sayede Yavuz Sultan Selim Köprüsü İstanbul'da hem taşıt ulaşımının hem de raylı ulaşımın alternatifi olan bir asmalı köprü pozisyonunda olacaktır.

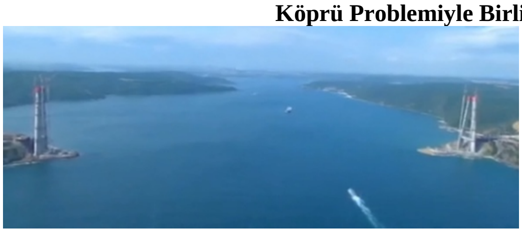
Yapılacak köprünün genişliği ve uzunluğunu veren matematiksel modeller oluşturunuz. Bu şekilde köprünün olası genişliği ve uzunluğu hakkında en iyi tahmininizi nedenleriyle birlikte açıklayınız (Problemle birlikte 4 fotoğraf, 1 animasyon ve 1 video verilmiştir.).

3.1. Köprü Problemi'yle Birlikte Verilen Animasyon ve Videodan Bazı Kesitler ve Fotoğraflar

Köprü Problemiyle Birlikte Verilen Animasyon Kesitleri




Köprü Problemiyle Birlikte Verilen Video Kesitleri




Köprü Problemiyle Birlikte Verilen Fotoğraflar (İkinci Fotoğraf Ölçekli)