

**T.C.  
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ  
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİMDALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİMDALI  
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ TEKNOLOJİ DESTEKLİ  
MATEMATİKSEL MODELLEME SÜRECİNDEKİ BİLGİ İŞLEMSEL  
DÜŞÜNMEYE İLİŞKİN ZİHİNSEL EYLEMLERİNİN İNCELENMESİ**

**Süleyman Emre AKTAŞ**

**Danışman**

**Doç. Dr. Çağlar Naci HİDİROĞLU**

**Denizli, 2022**

## **ETİK BEYANNAMESİ**

Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nün yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında; tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi; görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu; başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu; atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi; kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı; bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı beyan ederim.

İmza

Süleyman Emre AKTAŞ

## TEŞEKKÜR

Tez sürecim birçok kişinin manevi desteği ile tamamlanmıştır. Bu desteklerin en büyüğünü sağlayan, her zaman bana yardımcı olan, bilgilerini bana aktarmaktan çekinmeyen, benim gelişmem için bana ortam yaratıp her zaman motivasyonumu yüksek tutmaya çalışan bir danışmandan fazla bir abi gibi olan sayın Doç. Dr. Çağlar Naci HİDİROĞLU'na sonsuz saygı ve sevgilerimle teşekkürü bir borç bilirim. Yüksek lisans ve lisans sürecinde dersini aldığım tüm hocalarım da saygıyla teşekkürlerimi iletiyorum. Çalışma hayatımda kolaylıklar sağlayan ve akademik gelişimimi destekleyen Necdet Semker Ortaokulu idari kadrosu ve matematik zümresine teşekkürlerimi iletiyorum. Bu zorlu süreçte ve hayatımda beni yalnız bırakmayan babam Ali AKTAŞ'a, annem Zeynep AKTAŞ'a ve ablam Behiye AKTAŞ'a çok teşekkür ediyorum. İyi ve kötü günlerimde her an benim yanımda olan, sadece varlıklarıyla bile beni mutlu eden, beni her zaman destekleyen, mutluluğumla mutlu olup üzüntümlle üzülen, ihtiyacım olduğu her an farkına bile varmadıkları halde beni regüle eden, seçilmiş ailem olarak gördüğüm çok sevgili dostlarım Çınar, Ceren, Özgecan, Merve, Bensu, Ezgi ve Hakan'a en güzel duygularıyla sarılmış teşekkürlerimi sunuyorum.

Son olarak hayatıma ışık tutan ve geleceğe doğru umutlarım solduğu anda bana umut taneleri serpen en sevdiğim yazar J. R. R. Tolkien'in bir şiirini paylaşmak istiyorum:

*Altın olan her şey parlamaz  
Her gezgin yitirmemiştir yolunu,  
Gücü olan yaşlı kolay kolay solmaz,  
Derindeki kök atlatır donu.  
Küllerden bir ateş dirilecek,  
Bir ışık fırlayacak gölgelerden,  
Kırılan kılıç yenilenecek,  
Şimdi taçsız olan, kral olacak yeniden.*

## ÖZET

### **Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Bilgi İşlemsel Düşünmeye İlişkin Zihinsel Eylemlerinin İncelenmesi**

AKTAŞ, Süleyman Emre

Yüksek Lisans Tezi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi ABD,

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Çağlar Naci HİDİROĞLU

Ekim 2022, 188 sayfa

Bu çalışmanın amacı, matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkardığı bilgi işlemsel düşünmeye ilişkin zihinsel eylemlerinin incelenmesi olmuştur. Araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması ile yürütülmüştür. Çalışma grubunu oluştururken amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ölçütler dahilinde araştırmada beş matematik öğretmeni adayı ile çalışılmıştır. Araştırmada kullanılan veri toplama araçları, araştırmacı tarafından geliştirilen ve geçerlik ve güvenirlik çalışmaları gerçekleştirilmiş iki matematiksel modelleme problemi olmuştur. Matematik öğretmeni adaylarının çözüm süreçlerini içeren çevrimiçi yapılan birebir toplantıların transkriptleri, yazılı yanıt kağıtları, GeoGebra dosyaları ve araştırmacının o süreçte topladığı gözlem notları araştırmanın verileri olmuştur. Elde edilen veriler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Verilerin analizinde, Hıdıroğlu'nun teknoloji destekli matematiksel modelleme süreci ve Maharani, Kholid, Pradana ve Nusantara'nın bilgi işlemsel düşünme becerilerine ilişkin kuramsal çerçeveleri dikkate alınmıştır. Veri analizi sonucunda elde edilen bulgulara göre, teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinin her basamağında bilgi işlemsel düşünme becerileri açığa çıkmıştır. Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde ortaya çıkan zihinsel eylemlerden en sık rastlanan bilgi işlemsel becerisi soyutlama; en az rastlanan bilgi işlemsel düşünme becerisi hata ayıklama olmuştur. Matematik öğretmeni adaylarının çözüm sürecine teknolojiyi dahil etmesi, matematiksel işlemler yapması ve zihinsel-teknolojik model arasında gidip gelmesiyle soyutlama becerisi yoğun biçimde ortaya çıkmıştır. Elde edilen diğer bir bulgu, matematiksel modelleme sürecinde aynı temel basamakta birden fazla bilgi işlemsel düşünme becerisine ilişkin zihinsel eylemler ortaya çıkmıştır. Örneğin, problem durumunda bulunan verilerin hangisinin kullanılacağına karar

verirken soyutlama, izleyeceği çözümlü yolunu ifade ederken algoritmik düşünme becerisi aynı temel basamakta zihinsel eylem olarak görülmüştür. Ayrıca, bilgi işlemsel düşünme becerileri bazı durumlarda zihinsel eylem olarak birlikte ortaya çıkmıştır. Bazı durumlarda ise bir beceri ile diğer ardışık olarak birbirini etkileyen şekilde ortaya çıkmıştır. Örneğin, problemin alt problemlere nasıl bölüneceğine karar verilmesi ile soyutlama, bölme işlemi yapmayla ayrıştırma becerisi zihinsel eylem olarak açığa çıkmıştır.

Anahtar Kelimeler: teknoloji destekli matematiksel modelleme süreci, bilgi işlemsel düşünme, matematik öğretmeni adayı.

## **ABSTRACT**

### **Investigation of Mental Actions of Mathematics Teacher Candidates Regarding Computational Thinking in The Technology-Assisted Mathematical Modeling Process**

AKTAŞ, Suleyman Emre

Master's Degree, Dissertation in Mathematics and Science Education,  
Mathematics Education

Supervisor: Assoc. Dr. Caglar Naci HİDİROĞLU

October 2022, 188 pages

Studying prospective primary school mathematics teachers' mental actions related to computational thinking revealed in technology-assisted mathematical modeling was the purpose of this study. The research was carried out with the case study. Criterion sampling method was used while creating the study group. Within the criteria, five prospective mathematics teachers were studied in the research. In order to collect data, the researcher developed two mathematical modeling problems that were validated and tested for reliability. Transcripts of online one-to-one meetings, written response papers, GeoGebra files, and observation notes collected by the researcher during that process were the data of the research. The obtained data were analyzed by content analysis method. In the analysis of the data, the Hıdıroğlu's technology-assisted mathematical modeling process and Maharani, Kholid, Pradana, Nusantara's of the computational thinking skills theoretical frameworks were considered. According to the findings obtained as a result of data analysis, computational thinking skills are revealed in the step of technology-assisted mathematical modeling process. These skills were observed in all the basic steps of mathematical modeling process. Mental actions related to computational thinking skills were revealed in the mathematical modeling process of prospective mathematics teachers who received training in mathematical modeling activities but did not receive training on computational thinking skills. Examples of mental action in the process are the most common skill abstraction; the least common skill has been the ability to debugging. In addition, indicators of mental action have also been found in this process, exemplifying the ability to think more than one computational thinking at a time. As a result of the mathematical modeling process,

several computational thinking skills emerged simultaneously. Additionally, computational thinking skills appeared together as mental actions in some steps. Occasionally, one skill affected the other sequentially.

Keywords: technology-assisted mathematical modeling process, computational thinking, prospective mathematics teachers

## İÇİNDEKİLER

JÜRİ ÜYELERİ ONAY SAYFASI.....	Hata! Yer işareti tanımlanmamış.
ETİK BEYANNAMESİ .....	iv
TEŞEKKÜR.....	v
ÖZET .....	vi
ABSTRACT.....	viii
BİRİNCİ BÖLÜM: GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu .....	1
1.1.1. Problem Cümlesi .....	3
1.1.1.1 Alt Problemler.....	3
1.2. Araştırmanın Amacı .....	3
1.3. Araştırmanın Önemi .....	4
1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları .....	6
1.5. Sayıtlar .....	7
İKİNCİ BÖLÜM: KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR .....	8
2.1. Kuramsal Çerçeve .....	8
2.1.1. Matematiksel Problem Çözme Süreci .....	8
2.1.2. Matematiksel Modelleme Süreci .....	9
2.2. İlgili Araştırmalar .....	30
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM: YÖNTEM .....	35
3.1. Araştırma Deseni.....	35
3.2. Çalışma Grubu .....	35
3.3. Veri Toplama Araçları (Teknikleri).....	36
3.4. Veri Toplama Süreci .....	39
3.4.1. Veri Toplama Ortamı .....	43
3.5. Verilerin Analizi.....	43
3.6. Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları .....	49
3.7. Araştırmacının Rolü .....	52
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM: BULGULAR VE YORUM .....	55
4.1. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Soyutlamaya İlişkin Zihinsel Eylemleri.....	55
4.1.1. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Soyutlamaya İlişkin Zihinsel Eylemlerine Yönelik Bulguların Genel Özeti .....	86



4.2. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Genellemeye İlişkin Zihinsel Eylemleri .....	87
4.2.1. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Genellemeye İlişkin Zihinsel Eylemlerine Yönelik Bulguların Genel Özeti .....	110
4.3. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Ayırtırmaya İlişkin Zihinsel Eylemleri .....	111
4.3.1. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Ayırtırmaya İlişkin Zihinsel Eylemlerine Yönelik Bulguların Genel Özeti .....	127
4.4. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Algoritmik Düşünmeye İlişkin Zihinsel Eylemleri.....	128
4.4.1. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Algoritmik Düşünmeye İlişkin Zihinsel Eylemlerine Yönelik Bulguların Genel Özeti.....	145
4.5. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Hata Ayıklamaya İlişkin Zihinsel Eylemleri .....	146
4.5.1. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Hata Ayıklamaya İlişkin Zihinsel Eylemlerine Yönelik Bulguların Genel Özeti .....	157
BEŞİNCİ BÖLÜM: TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER .....	158
5.1. Tartışma.....	158
5.2. Öneriler .....	164
KAYNAKÇA.....	166
EKLER.....	176
Ek 1. Veri Toplama Aracı (Dönme Dolap Problemi) .....	176
Ek 2. Veri Toplama Aracı (200 Metre Koşusu Rekorları Problemi) .....	177
ÖZGEÇMİŞ .....	<b>Hata! Yer işareti tanımlanmamış.</b>

# BİRİNCİ BÖLÜM: GİRİŞ

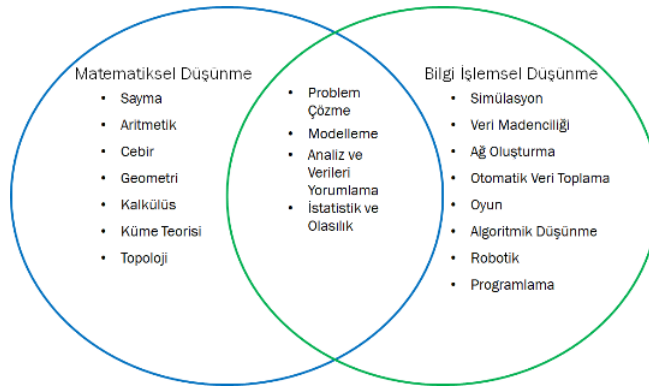
## 1.1. Problem Durumu

Eğitimde öğretmenlerin bu zamana kadar en çok kullandıkları araç kara tahtadır. 21. yüzyılda bilgi ve iletişim teknolojilerinin hızla gelişmesi ve ulaşılabilirliğinin kolaylaşmasıyla matematik dersi öğretim programlarının yeni teknolojilerle bütünleştirilmesi teşvik edilmektedir (Ndlovu, Wessels & de Villiers, 2011). Teknolojideki gelişmeler öğrenme ve öğretme ortamlarında yenilikleri ve gelişimleri beraberinde getirmekte, problem çözme, eleştirel düşünme, iletişim, iş birliği gibi birçok beceriyi desteklemektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Öğrenme ortamında bireylerin bilgiye ulaşabilecekleri, bilgiyi kullanabilecekleri ve paylaşabilecekleri her türlü aracın kullanılması önemlidir (Alakoç, 2003). Matematik eğitiminde bilgisayar kullanımı, öğrencilerin motivasyonlarını arttırmakta, matematiğin gerçek yaşamın içinde olduğunu somut bir şekilde görmelerini sağlamak ve öğrencilerin kalıcı öğrenmelerini desteklemektedir (Kazu ve Mertoğlu, 2016). 21. yy'de, öğrenme süreci, teknoloji ve bilgisayar üçgeninde öne çıkan en önemli becerilerden biri bilgi işlemsel düşünme olarak göze çarpmaktadır.

Yadav, Zhou, Mayfield, Hambruch ve Korb'a (2011) göre öğrencilerin bilgi işlemsel düşünme becerilerinin gelişimi, onların problem çözme ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirmektedir. Matematiksel modelleme sürecinin doğal olarak bilgi işlemsel düşünmeyle uyumlu olduğu ve matematiksel modelleme uygulamalarının düzenli kullanımının öğrencilerin bilgi işlemsel araçlarını kullanmalarını doğal olarak motive ettiği söylenmektedir (Wiedemann, Chao, Galluzzo & Simoneau, 2020). Buteau, Gadanidis, Lovric ve Mueller (2017), bilgi işlemsel düşünmenin matematiksel problemler ile bütünleştirilmesinin problemlerin çözümünde yeni yaklaşımlar sağladığını ve öğrencilerin etkileşime girebileceği matematik yelpazesini genişlettiğini belirtmektedir. Bu anlamda bireylerin matematik öğretiminde bilgi işlemsel düşünme becerisine sahip olmalarının önemli olduğu sonucuna varılmaktadır (Voskoglou & Buckley, 2012). Bununla birlikte problem çözme ve bilgi işlemsel düşünme üzerine elde edilen sonuçlar, 21. yy'de matematik eğitiminde kullanımı öne çıkan problemler olan matematiksel modelleme problemleri ile bilgi işlemsel düşünmenin ilişkisini önemli bir çalışma konusu yapmaktadır.

Son yıllarda eğitimde gerçekleşen yenilikler ve paradigma dönüşümleri sonucunda matematiksel modelleme ve teknolojinin etkili entegrasyonu matematik eğitiminin hedeflerine ulaşmasında büyük önem taşımaktadır (Hıdıroğlu, 2015). Matematiksel modelleme, en genel anlamda gerçek yaşamdaki bir durum/olayı matematik yardımıyla

yorumlayarak bir fenomeni gözlemlemeyi, değişkenler arasındaki ilişkileri tahmin etmeyi, matematiksel analizler yapmayı, matematiksel sonuçları elde etmeyi ve düşünceleri yeniden sorgulamayı içeren açık uçlu matematiksel bir problem çözme sürecidir (Hıdıroğlu, 2012; Lingefjärd, 2006). Matematiksel modelleme, eleştirel düşünme, üst düzey düşünme, problem çözme, tahmin etme, iletişim gibi becerileri içeren bir gerçek hayat görevidir (Asempapa, 2015; Gravemeijer, Lin, Stephan, Julie & Ohtani, 2017). Bu anlamda, matematiksel modellemenin bilgi işlemsel düşünme gibi 21. yy. becerilerinin gelişiminde önemli bir rol oynayacağı düşünülebilir. Sneider, Stephenson, Schafer ve Flick (2014), bilgi işlemsel düşünme ve matematiksel düşünmenin ortak becerilerinin problem çözme, modelleme, analiz ve verileri yorumlama, istatistik ve olasılık olduğu ifade etmektedir (bkz. Şekil 1.1).



Şekil 1.1. Matematiksel düşünme ve bilgi işlemsel düşünmenin Venn şeması (Sneider ve diğerleri, 2014)

Gadanidis, Hughes, Minniti ve White (2017), Sneider ve diğerleri (2014) ve Voskoglou (2012), matematiksel modellemenin, bilgi işlemsel düşünme ve matematiğin ortak alanı olduğunu ifade ederek iki kavram arasındaki bağı önemini vurgulamaktadır. Gadanidis ve diğerlerine (2017) göre mantıksal yapı, modelleme yeteneği ve matematiksel ilişkileri inceleme açısından, bilgi işlemsel düşünme ve matematik arasında doğal ve tarihsel bir ilişki vardır. Matematiksel modellemede soyut, mantıksal ve yapıcı düşünme bileşenleri sentezlendiği için modellemenin bilgi işlemsel düşünme özünü oluşturduğu düşünülebilir (Voskoglou, 2012). Bu çalışmalar matematik eğitiminde ve özelinde matematiksel modellemede bilgi işlemsel düşünme üzerine yapılacak araştırmaların önemini ortaya koymaktadır.

Matematiksel modellemenin hem gündelik hayatımızda hem de matematik eğitiminde önemli olması ve son yıllarda üzerine çok çalışılan bilgi işlemsel düşünmenin matematikle kuvvetli ilişkilerinin olduğu vurgusuyla bu alanların bütünleşik inceleneceği

çalışmalar önemli olmaktadır. Gelecekteki öğrencileri yetiştirecek olan öğretmenlerin matematiksel modelleme sürecinde geleceğin becerisi olan bilgi işlemsel düşünmeye yönelik zihinsel eylemlerinin ne düzeyde olduğunun incelenmesi de araştırmanın problem durumunu oluşturmaktadır.

### **1.1.1. Problem Cümlesi**

Araştırmanın problem cümlesi “Matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli matematiksel modellemedeki bilgi işlemsel düşünmeye ilişkin zihinsel eylemleri nelerdir?” şeklindedir.

### **1.1.2. Alt Problemler**

Araştırma probleminden yola çıkarak oluşturulan alt problemler aşağıdadır:

1. Matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki soyutlamaya ilişkin zihinsel eylemleri nelerdir?
2. Matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki genellemeye ilişkin zihinsel eylemleri nelerdir?
3. Matematik öğretmen adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki ayrıştırmaya ilişkin zihinsel eylemleri nelerdir?
4. Matematik öğretmeni adayları teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki algoritmik düşünmeye ilişkin zihinsel eylemleri nelerdir?
5. Matematik öğretmeni adayları teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki hata ayıklamaya ilişkin zihinsel eylemleri nelerdir?

## **1.2. Araştırmanın Amacı**

Teknolojinin ilerlemesiyle birlikte öğretim ortamlarında teknolojinin kullanılması da artmaktadır (Kurtoğlu Erden ve Uslupehlivan, 2020). Günümüzde matematik öğretiminde kullanılan birçok bilgisayar yazılımı (örneğin GeoGebra, Cabri Geometry, The Geometer’s Sketchpad vb.) bulunmaktadır. Bu bilgisayar yazılımları matematiksel modelleme sürecinde kullanılırken süreci daha zenginleştirdiği gibi, bilgi işlemsel düşünme için önemli bir araç olarak da kullanılabilir (Costa, Campos & Guerrero, 2017; Hıdıroğlu, 2015; Wing, 2008). 21. yy.nin önemli becerilerinden biri olan bilgi işlemsel düşünmenin öğrencilerle olduğu kadar öğretmenlerle ve öğretmen adaylarıyla yapılan araştırmalarında da önemli olduğu (Gadanidis, Cendros, Floyd & Namukasa, 2017), matematik eğitimi ve bilgi işlemsel düşünmenin ortak alanının matematiksel modelleme olduğu (English, 2018; Gadanidis,

Clements & Yiu, 2018; Sneider ve diğeri, 2014; Voskoglou, 2012; Weintrop ve diğeri, 2016; Wiedemann ve diğeri, 2020) vurgulanmaktadır. Bu yüzden, bu araştırmada matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkardığı bilgi işlemsel düşünme becerilerinin neler olduğunun açığa çıkarılması ve bu süreçte bilgi işlemsel düşünme becerileri ile matematiksel modelleme becerileri arasındaki ilişki önemli olmaktadır.

Bu doğrultudan araştırmanın amacı, matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkardığı bilgi işlemsel düşünmeye ilişkin zihinsel eylemlerinin incelenmesidir.

### 1.3. Araştırmanın Önemi

Wing, (2006) bilgi işlemsel düşünmenin 21. yy.nin ortasında herkes tarafından kullanılan temel bir beceri olacağını söylemektedir. Öğrencilerin başarı seviyelerini yükseltmek ve küresel rekabete hazırlamak için bilgi işlemsel düşünme becerilerinin hayati önem taşıdığı ifade edilmektedir (International Society for Technology in Education [ISTE], 2015). Bilgi işlemsel düşünme becerilerinin de 21. yy.de okuma, yazma gibi temel becerilerin arasında yer alacağı öngörülmektedir (Aho, 2012; ISTE, 2015; Wing, 2006, 2008; Yadav ve diğeri, 2011). Bilgi işlemsel düşünmenin bilgisayar ve teknoloji kullanmaktan daha fazlası olduğu (Yadav ve diğeri, 2011) ve sadece bilgisayar ile ilgisi olan bireylerin değil, herkesin bu beceriye sahip olması gerektiği belirtilmektedir (Wing, 2006). Bu beceriyi tüm bireylere kazandırabilmek için geleceğin öğretmenlerinin eğitiminde de bu becerinin yer alması ve öğretmenlerin bu becerisinin geliştirilmesi gerekmektedir (Angeli ve diğeri, 2016; Yadav ve diğeri, 2011). Costa ve diğeri, (2017) öğrencilerin bilgi işlemsel düşünmeye uyumlu problemlerle çalışmalarının problem çözme becerilerini geliştirmeye yardımcı olabileceğini söylemektedir.

Bilgi işlemsel düşünme sadece bilgisayar bilimi ile ilişki bir beceri değil, matematik, fen, sosyal bilimler vb. dallarla da ilişki kurulabilen bir beceridir (Barr & Stephenson, 2011). Matematik ile bilgi işlemsel düşünme arasında doğal bir bağlantı vardır (Gadanidis, ve diğeri, 2017). Bu bağlantının matematiksel modelleme olduğunun vurgusu alanyazında sıkça belirtilmektedir (English, 2018; Gadanidis ve diğeri, 2018; Sneider ve diğeri, 2014; Voskoglou, 2012; Weintrop ve diğeri, 2016). Voskoglou, (2012) bilgi işlemsel düşünmenin özünün matematiksel modelleme olduğunu söylemektedir. Böylece, matematiksel modelleme ile bilgi işlemsel düşünmenin birlikte incelendiği araştırmaların matematik eğitimi araştırmaları için önemli olacağı düşünülmektedir. Alanyazında da birçok

araştırmacı, (English, 2018; Hickmott, Prieto-Rodriguez & Holmes, 2018; Ndlovu ve diğeri, 2011) matematik ile bilgi işlemsel düşünmenin bütünleştirildiği araştırmaların yapılmasını önermesi, bu araştırmayı daha önemli kılmaktadır.

Matematiksel modelleme günlük hayat ve matematiği ilişkilendirmede önemli bir yere sahiptir (Akgün, Çiltaş, Deniz, Çiftçi ve Işık, 2013). Matematiksel modelleme öğrencilerin dünyayı daha iyi anlamalarını ve matematik kavramlarını öğrenmelerini desteklemektedir (Blum & Borromeo Ferri, 2009).

Matematiksel modelleme sürecinin birçok araştırmacı tarafından tanımlanmış farklı süreç modelleri bulunmaktadır (Ang, 2010; Blum, 1985; Blum & Borromeo Ferri, 2009; Galbraith, Stillman, Brown ve Edwards, 2007; Hıdıroğlu, 2015). Bu süreç modelleri arasında teknoloji kullanılarak gerçekleştirenler arasında çalışmaya en uygun olan ve süreçte daha detaylı analizler sunan Hıdıroğlu'nun (2015) teknoloji destekli matematiksel modelleme süreci bu çalışmada matematiksel modelleme sürecini açıklamada kullanılmıştır. Ayrıca, kuramsal çerçevenin tasarımcısından alınacak bilimsel desteğin de analizler için daha etkili olacağı düşünülmüştür.

Bir diğer taraftan bilgi işlemsel düşünmenin yeni bir beceri olmasından dolayı bu kavram ile ilişki ortak bir genel bakış bulunmamakta ve bu beceriye ilişkin farklı birçok kuramsal çerçeve ile karşılaşılmaktadır (Angeli ve diğeri, 2016; Barr & Stephenson, 2011; Brennan & Resnick, 2012; ISTE, 2015; Maharani, Kholid, Pradana & Nusantara, 2019). Çalışmada, bu kuramsal çerçeveler arasında bilgi işlemsel düşünmeyi en sade ve anlaşılır şekilde ele alan Maharani ve diğeri'nin (2019) oluşturduğu kuramsal çerçeve kullanılmıştır. Böylece, matematiksel modelleme sürecindeki bilgi işlemsel düşünmeye ilişkin zihinsel eylemlerin daha sade ve tutarlı bir açıklaması ortaya koyulması istenmiştir.

Özetlemek gerekirse, bilgi işlemsel düşünmenin, 21. yy.de herkes tarafından edinilmesi gereken temel becerilerden olması (Buteau, Gadanidis, Lovric & Mueller, 2017; English, 2018; Özgen, Apari ve Zengin, 2019; Wing, 2006, 2008), matematik ile güçlü ilişkileri olması (Barcelos & Silveira, 2012; Barr & Stephenson, 2011; Gadanidis ve diğeri, 2017; Voskoglou, 2012), bilgi işlemsel düşünme ile matematiğin kesişim alanının matematiksel modelleme olduğu vurgusu (English, 2018; Gadanidis ve diğeri, 2018; Sneider ve diğeri, 2014; Voskoglou, 2012; Weintrop ve diğeri, 2016; Wiedemann ve diğeri, 2020), bilgi işlemsel düşünme ile matematiğin bütünleştirildiği araştırmaların yapılması önerisi (English, 2018; Hickmott ve diğeri, 2018; Ndlovu ve diğeri, 2011), bu araştırmanın önemini ortaya koymaktadır. Ayrıca, alanyazında bulunan matematik eğitimi ve bilgi işlemsel düşünmenin bütünleştirildiği çalışmalarda matematiksel modelleme

bağlamında incelenen çalışmaların sayısı önemli düzeyde az olması ve bu süreçte bireylerin zihinsel eylemlerini detaylı inceleyen ve matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkan bilgi işlemsel düşünme becerilerine ilişkin zihinsel eylemleri açıklayan ve ilişkilendiren çalışmaya rastlanılmaması bu çalışmayı öne çıkaran diğer etkenlerdir. Yapılan araştırmalara bakılınca, Maharani ve diğerleri (2019) bilgi işlemsel düşünme ile Polya'nın (1957) problem çözme sürecindeki eylemleri karşılaştırmıştır. Sunender, Santika, Supratman ve Nurkamillah (2020) matematik eğitimi alanındaki öğrencilerin matematiksel modelleme dersi sırasında bilgi işlemsel düşünme becerilerine yönelik zihinsel eylemler açığa çıkardıklarını ifade etmiştir; fakat detaylı bir analiz sunmamıştır. Wiedemann ve diğerleri lise öğrencileri ile yaptığı çalışmada matematiksel modelleme sürecinde R programlama dilinin bir bilgi işleme aracı olarak da kullanabileceğini ve bu süreçte bilgi işlemsel düşünme becerilerine yönelik zihinsel eylemler ortaya çıktığı ifade etmiştir. Ang (2020), öğrencilerin matematiksel modellemede bir bilgi işleme aracı olarak ve Excel yardımıyla bilgi işlemsel düşünme becerilerinin nasıl geliştirilip desteklenebileceği üzerine bir çalışma yapmıştır. Bu çalışma bilgi işlemsel düşünmeyi matematiksel modelleme bağlamında incelemesiyle, bilgi işleme aracı olarak bir programlama dili yerine matematik sınıflarında kullanılan GeoGebra uygulamasını kullanmasıyla alanyazındaki benzer çalışmalardan farklılık göstermiştir.

Alanyazındaki çalışmalar dikkate alındığında bu çalışmanın alanyazında bulunan matematiksel modelleme ve bilgi işlemsel düşünmenin bütünselleştirildiği çalışma eksikliğine yönelik bir katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Çalışmada veri toplama araçları olarak kullanılan iki matematiksel modelleme probleminin de hem araştırmalarda hem de eğitim-öğretim ortamlarında kullanılabilecek etkili birer matematiksel modelleme problemi olacağı düşünülmektedir.

#### **1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları**

Bu araştırma,

1. Pamukkale Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümündeki 2021-2022 öğretim yılının güz dönemindeki “Matematik Eğitiminde Modelleme” dersini seçmiş olan öğretmen adayları,
2. Öğrencilerin tasarlanan iki matematiksel modelleme problemini çözerken kayıt altına alınan video ve ses kayıtları, yazılı çözüm kağıtları ve GeoGebra çözüm dosyaları ve araştırmacının gözlem notları,

3. Araştırmacı tarafından uygun görölen teknoloji destekli matematiksel modelleme süreci kuramsal çerçevesi ve bilgi işlemsel düşünme kuramsal çerçevesi,
4. Uygulamaya katılan öğrencilerin bilgileri, deneyimleri, görüşleri ve araştırmacının deneyimi ve gözlemleri ile sınırlıdır.

### **1.5. Sayıtlar**

Bu araştırmanın sayıtları aşağıda sıralanmıştır:

1. Araştırmanın veri toplaması sırasında öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde gerekli gayreti gösterdikleri varsayılmaktadır.



## İKİNCİ BÖLÜM: KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde araştırmada kullanılan kuramsal çerçeve ve ilgili yayın araştırmalar alt başlıklar halinde sunulacaktır.

### 2.1. Kuramsal Çerçeve

#### 2.1.1. Matematiksel Problem Çözme Süreci

Matematiksel problem çözme süreci denince akla ilk gelen Polya'nın (1957) problem çözme sürecidir. Polya (1957), bu süreci dört basamakta tanımlamaktadır: (1) problemi anlamak, (2) bir plan oluşturmak, (3) planı uygulamak ve (4) geriye dönüp bakmak (bkz. Şekil 2.1).



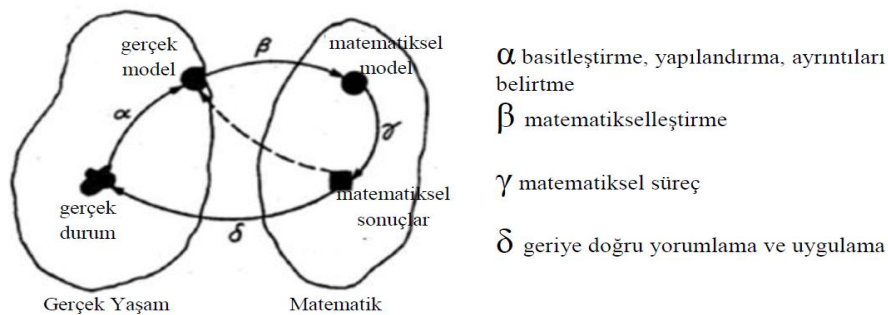
Şekil 2.1. Polya'nın (1957) problem çözme süreci

Polya'ya (1957) göre problem çözme sürecinin ilk basamağında öğrenciler verilenlerin ve istenenlerin tespitini yapar, eksik veya fazla bilgileri belirler, problemi alt problemlere ayırır. İkinci basamakta verilenlerle istenenler arasında olası ilişkiler tahmin edilmeye çalışılır ve uygulanabilecek geçerli bir strateji seçilir ve çözüm için bir plan oluşturulur. Üçüncü basamakta oluşturulan plan uygulanır, plan ve uygulama arasındaki ilişki gözlemlenerek beklenmeyen durumlar dikkate alınır. Dördüncü basamakta sonuç kontrol edilir, problemin farklı bir yöntemle çözümünün olup olmadığına bakılır, yanlışlık varsa önceki basamaklara geri dönülerek süreç tekrar uygulanır. Voskoglou (2020) matematiksel problemlerin çözümünde başarılı olabilmek için eleştirel düşünme, istatistiksel düşünme ve bilgi işlemsel düşünme temelli bilişsel eylemlere gerek olduğundan bahsetmektedir. Bilgi işlemsel düşünmenin bir tür problem çözme süreci gibi ele alındığı

alanyazın incelendiğinde bilgi işlemsel düşünmenin farklı araştırmacılar tarafından farklı yorumlandığı ve farklı kuramsal çerçevelerle (Angeli ve diğerleri, 2016; Barr & Stephenson, 2011; Brennan & Resnick, 2012; Csizmadia ve diğerleri, 2015; ISTE, 2015; Let's Talk Science, 2018; Selby & Woollard, 2013) açıklandığı görülmektedir.

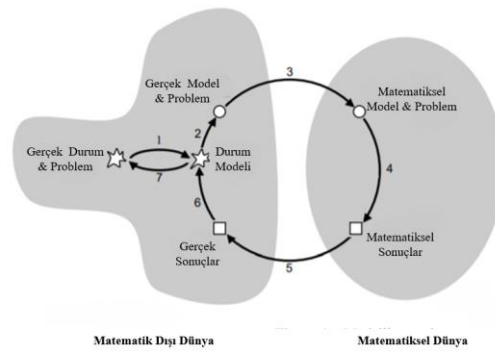
### 2.1.2. Matematiksel Modelleme Süreci

Özel bir problem türü olarak matematiksel modellemede, otantik ve açık uçlu gerçek yaşam problemleri ele alınması ve birden fazla çözüm stratejisine ve çözüme imkân sağlamasından dolayı süreçteki daha fazla bilgi işlemsel düşünme temelli bilişsel eylemleri ihtiyaç duyulabileceği düşünülebilir. Gerçek yaşam problem durumlarının matematiksel olarak ifade edilerek matematiksel modeller yardımıyla çözümlenmesi sürecine matematiksel modelleme olarak ifade edilmektedir (Berry & Houston, 1995). Matematiksel modelleme süreci karmaşık bir süreç olduğu için farklı araştırmacılar bu süreci farklı şekillerde yorumlamışlardır (Hıdıroğlu ve Bukova Güzel, 2013). Matematiksel modelleme sürecini açıklayan alanyazındaki önemli araştırmalar incelendiğinde Blum'un (1985) matematiksel modelleme süreci göze çarpmaktadır. Blum, (1985) matematiksel modelleme sürecini, matematik ve gerçek yaşam arasındaki dört temel basamak (*basitleştirme, yapılandırma, ayrıntıları belirtme, matematikleştirme, matematiksel süreç, geriye doğru yorumlama ve uygulama*) ve dört temel bileşenden (*gerçek durum, matematiksel durum, gerçek model, matematiksel model*) oluşan bir döngü olarak ifade etmektedir (Şekil 2.2).



Şekil 2.2. Blum'un (1985) modelleme döngüsü

Matematiksel modelleme yaklaşımını ele alan önemli süreç modellerinden biri Borromeo Ferri'nin (2006) kuramsal çerçevesidir. Borromeo Ferri (2006), bu süreç modelini Blum'un (1985) sürecinden yola çıkarak ortaya koymaktadır (bkz. Şekil 2.3).



- 1) *Problemi Anlama*
- 2) *Basitleştirme/Yapılandırma*
- 3) *Matematikselleştirme*
- 4) *Matematiksel Çalışma*
- 5) *Yorumlama*
- 6) *Doğrulama*
- 7) *Sunma*

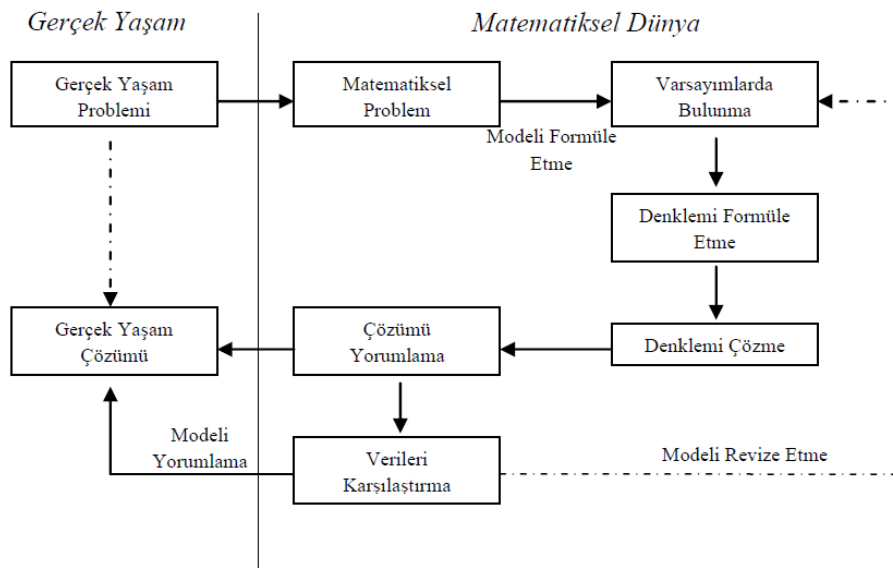
Şekil 2.3. Borromeo Ferri (2006) matematiksel modelleme döngüsü

Borromeo Ferri (2006), matematiksel modelleme sürecini iki temel dünya, yedi temel basamak ve altı temel bileşen ile açıklamaktadır. İlk olarak gerçek yaşam durumu anlaşılacak bir durum modeli (*Bu bileşen daha sonra durumun zihinsel gösterimi olarak ifade edilir.*) inşa edilir. Durum modeli inşa edilirken çözücü problemi tam olarak anlamasa da görevlerin üzerinde çalışmaya devam edebilir, bu geçişte problemde verilen durumun yeniden inşa edilmesi örtük olarak gerçekleşir ve çözücü genellikle bunun farkında değildir. Çözücü artık problemde verilen durumun zihinsel bir temsiline sahiptir. Bu zihinsel model bireyin matematiksel düşünme stiline, bilgisine göre çok farklı olabilir ve daha çok bilinçsiz ve bireysel tercihlere dayalı bir modeldir. Durum modeli basitleştirilerek veya yapılandırılarak, gerekirse matematik dışı bilgiler kullanılarak gerçek model haline gelir. Bu geçişte çözücünün kararları daha bilinçli bir şekilde aldığı görülür ve matematiksel bilgi ve becerilerin gerçek modele ulaşmada etkisi fazladır. Gerçek model, durum modeli ile güçlü bir bağ içerisindedir ve bu yüzden gerçek model çözücünün içsel temsilleri üzerine kurulur. Matematikselleştirmede gerçek model matematiksel dünyada ele alınır ve gerçek modelden matematiksel model elde edilir. Bu geçişte matematikselleştirme matematik dışı bilgi ihtiyacı şiddetli bir şekilde görülür ve matematiksel model oluşturmada kullanılır. Bu aşamada çözücü genellikle bir formül, çizim, matematiksel gösterimler oluşturarak matematiksel modeli açıklayan dış temsiller yaratmaya çalışır. Oluşan matematiksel model üzerinde matematiksel olarak çalışılarak matematiksel sonuçlar elde edilir, bu çalışma sırasında çözücünün matematiksel yeterlikleri önemlidir. Yorumlama aşamasında matematiksel sonuçlar gerçek yaşam bağlamında ele alınır ve gerçek sonuçlara ulaşılır. Doğrulama elde edilen gerçek sonuçlar durum modelinde tekrar ele alınarak kontrol edilir. Doğrulama sezgisel ve bilgiye dayalı olmak üzere iki türlü gerçekleşebilir. Çözücü, açıklayamadığı bazı sebeplere (sezgi temelli) ve deneyimlerine göre çözümün uygunluğu

hakkında bir karara varır. Bazı çözümler için doğrulama, matematiksel modeli tekrardan hesaplamak anlamına gelir ve gerçek sonuçları tekrardan gerçek durumda ele alma ihtiyacı duymazlar. Süreç düşüncelerin sunumu ile biter.

Teknolojinin gelişmesiyle birlikte, matematik öğretim ortamlarının teknoloji ile zenginleştirilmesi önerilmekte ve teknolojinin eğitime olan bu etkisine matematiksel modelleme süreçlerinde de rastlanılmaktadır (Ang, 2010; Ersoy, 2003; Galbraith ve diğerleri, 2007; NCTM, 2000; Sanford & Naidu, 2016). Matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin kullanılması öğrencilerin farklı stratejiler geliştirmesini desteklediği ve süreci zenginleştirdiği ifade edilmektedir (Ang, 2010; Galbraith ve diğerleri, 2007; Hıdıroğlu, 2015; Hıdıroğlu ve Bukova Güzel, 2017; Lingefjärd, 2012). Alanyazında teknoloji destekli matematiksel modelleme süreçleri incelendiğinde Ang'ın, (2010) Galbraith ve diğerlerinin (2007) ve Hıdıroğlu'nun (2015) süreç modelleri ile karşılaşılmaktadır.

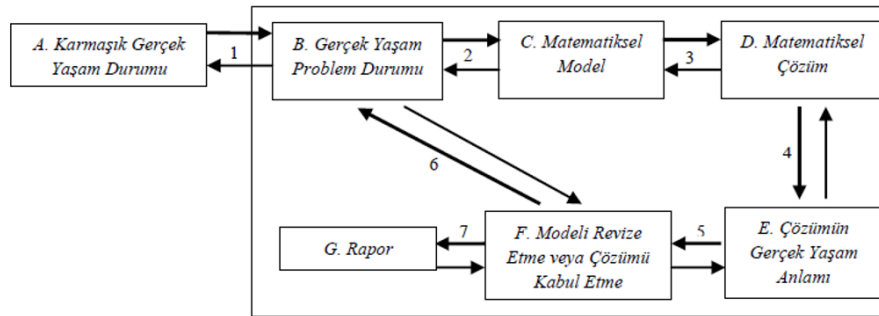
Ang'e (2010) göre matematiksel modelleme gerçek yaşam problemlerini matematiksel dünyaya taşıyarak çözülmeye çalışılan yoğun etkileşim içeren bir süreçtir (Şekil 2.4). Matematiksel model, gerçek dünya problemlerinin veya durumlarının soyutlanması veya basitleştirilmesi ile matematiksel bir biçime dönüştürülmüş şeklidir, bu sayede bireyler matematik yardımıyla gerçek yaşam problemlerini çözebilmektedir (Ang, 2010). Teknoloji, öğrencinin modelleme sürecini gerçekleştirmesini engel olan bilişsel boşluk için bir köprü görevi görebilir; bazı durumlarda teknoloji matematiğin daha ulaşılabilir olmasına yardımcı olabileceği ifade edilmektedir (Ang, 2010).



Şekil 2.4. Ang'ın (2010) matematiksel modelleme süreci

Galbraith ve diğerleri, (2007) teknoloji destekli modelleme sürecini yedi temel basamak, yedi temel bileşen ve 31 alt basamaktan oluşan bir süreç olarak bahsetmektedir

(Şekil 2.5). Ayrıca teknolojinin modelleme sürecine etkisinin doğrudan olmasında ziyade, alt basamaklarda modelleme sürecini zenginleştirdiği ifade edilmektedir (Galbraith ve diğerleri, 2007).



- 1- Anlama, yapılandırma, basitleştirme, içeriği yorumlama.
- 2- Varsayımda bulunma, formüle etme, matematikselleştirme.
- 3- Matematiksel çalışma yapma.
- 4- Matematiksel çıktıları yorumlama.
- 5- Birleştirme, eleştirme, doğrulama.
- 6- İletişim, çözümü savunma (eğer model tatmin ediciyse)
- 7- Modelleme sürecinin tekrar edilmesi (eğer model tatmin edici değilse)

Şekil 2.5. Galbraith ve diğerlerinin (2007) modelleme süreci

### 2.1.3. Bilgi İşlemsel Düşünme

Ndlovu ve diğerleri, (2011) teknolojinin öğretim ortamlarında kullanılmasının öğretmenlere daha geniş öğretim olanakları verdiğini ve öğretimdeki statik olan durumun dinamik bir duruma geçilmesini saylayarak daha derin kavramsal anlayışa teşvik ettiğini ifade etmektedir. İşyerlerinde, bilgisayarlar bir zamanlar insanların yaptığı rutin ve manüel görevleri yerine getirebilmektedir (Autor, Levy & Murnane, 2003). Bu yüzden insanların daha üst düzey problem çözme becerilerine sahip olmaları gerekmektedir (English & Gainsburg, 2016; Holyes, Noss, Kent & Bakker, 2010; Kaput, Noss & Holyes, 2008). 21. yy.nin başında ortaya çıkan bilgi işlemsel düşünme ise bireylerin bilgisayarın potansiyellerini kullanarak daha üst düzey problemler çözmelerini desteklemektedir (Aho, 2012; Wing, 2006, 2008).

Bilgi işlemsel düşünme, ilk kez Papert (1980; 1993; 1996) tarafından kullanılmıştır. Papert, Piaget'in ve sosyal yapılandırmacı anlayışın etkisi ile matematik eğitiminde bilgisayar entegrasyonunu ve bilgi işlemsel düşünmeyi ele almakta; teknik ve pedagojik faktörlere eşit derecede önem vermektedir. Wing (2006) ise bilgi işlemsel düşünmenin daha çok teknik boyutunu ele alarak ona daha fazla önem yüklemekte ve 21. yy.de okuma, yazma, aritmetik becerileri gibi her bireyin sahip olması gereken bir beceri olduğunu ifade etmektedir. Papert (1980) ve Wing'in (2006) düşüncelerinin ortak noktalarından biri, bilgi işlemsel düşünmenin kolaylıkla diğer disiplinlere entegre edilebileceği ve bunun

disiplinlerin öğrenimine katkı sağlayacaktır. Bilgi işlemsel düşünme, Wing (2006) ile popüler olup son 15 yıl boyunca birçok araştırmacı tarafından incelenmeye başlanmıştır. Wing'e (2006) göre bilgi işlemsel düşünme bilgisayar biliminin temel kavramlarını kullanarak problem çözme, sistem tasarlama ve insan davranışlarını anlama yaklaşımlarını içermektedir. Wing, Cuny ve Snyder'e göre bilgi işlemsel düşünme, problemlerin çözümlerinin bir bilgi işleme birimi tarafından yapılandırılarak formüle edilmesi sürecidir (Wing, 2010). Burada da görülüyor ki Wing bilgisayar bilimini düşünsel süreçte merkeze alma çabasıdadır. Diğer taraftan Papert (1980), öğrencinin bilgi işlemsel düşünme destekli düşüncelerinin inşasında sosyal ve duyuşsal yönlerin desteğini önemsemekte ve programlamayı matematiği öğrenmede ve disiplinlerarası düşünmede bir araç gibi ele almaktadır. Papert'a (1980) göre, bilgisayar biliminin süreçteki baskınlığı onun potansiyelini sınırlayabilir ve onun sürece nasıl entegre edildiği içerik kadar önemlidir. Papert (1993) bilgi işlemsel düşünmenin matematik öğretimini güçlendiren rolünü önemsemektedir. Bu iki anlayış da günümüzdeki bilgi işlemsel düşünme temelli matematik eğitimi çalışmaları için dikkate alınması gereken bakış açılarıdır. Wing'e (2006) göre, bilgisayar bilimi programlama veya kodlama ile sınırlı değildir ve bilgi işlemsel düşünme programlamadan çok daha fazlasıdır. Aho (2012), bilgi işlemsel düşünmeyi bireylerin problemlerin çözümüne yönelik attıkları bilgi işlemsel adımların ve algoritmaların formüle edilmesine yönelik düşünme süreçleri olduğunu söylemektedir. Bilgi işlemsel düşünmenin önemli parçaları problemi formüle etme ve çözümler üretmek için uygun modelleri bulmaktır (Aho, 2012). Aho'ya (2012) göre bilgi işlemsel düşünmenin temel özelliği, modelde ihmal edilen ayrıntıların bir bilgisayar tarafından çalıştırılabilir şekilde soyut hale getirilmesidir. Bilgi işlemsel düşünmenin farklı tanımlamalarının çokluğundan dolayı iyi ve güçlü bir tanımının olmadığı ve buna ihtiyaç olduğu söylenebilir (Pears, Tedre, Valtonen & Vartiainen, 2021; Selby & Woollard, 2013). Bilgi işlemsel düşünmede Papert ve Wing'in bakış açıları önemli olmakla birlikte günümüzdeki bu kavramın farklı araştırmacılar, var olan güncel teknoloji ve düşünsel gelişim ile birlikte evrildiği ve geliştirildiği görülür. Alanyazında bilgi işlemsel düşünmenin farklı tanımlamaları olsa da ortak olarak bilgi işlemsel düşünmenin bilgisayarların potansiyellerini kullanarak gerçekleştirilen bir problem çözme süreci olduğu söylenebilir (Aho, 2012; Costa ve diğerleri, 2017; Wing, 2006, 2008); ama bilgi işlemsel düşünmenin sınırları ve kapsamı hala belirsizdir. Selby ve Woollard (2014) bilgi işlemsel düşünmeyi, dijital veya insan bilgi işlemsel cihaz tarafından uygulanabilen bir otomasyonun üretiminde soyutlama, ayırıştırma, algoritmik tasarım, genelleme ve değerlendirmenin sistematik uygulaması yoluyla sorunların çözülmesini, durumların daha iyi anlaşılmasını ve

değerlerin daha iyi ifade edilmesini sağlayan beyin temelli bir faaliyet olarak ele almaktadır. ISTE, (2011) bilgi işlemsel düşünmenin aşağıdaki maddeleri içeren fakat sadece bu maddelerle sınırlı kalmayan bir problem çözme süreci olduğu ifade etmektedir:

- Problemleri, bilgisayar ve diğer araçların yardımıyla çözülebilecek şekilde formüle etmek.
- Verileri mantıklı olarak düzenlemek ve analiz etmek.
- Modeller ve simülasyonlar gibi soyutlamalar yoluyla veriyi temsil etme.
- Algoritmik düşünme yoluyla çözümleri genelleştirme.
- Adımların ve kaynakların en verimli ve etkili yolunu elde etmek amacıyla olası çözümleri belirlemek, analiz etmek ve uygulamak.
- Bir problem çözme sürecini yaygınlaştırmak ve çok çeşitli problemlere aktarmak.

Farklı düşünceler dikkate alındığında, bilgi işlemsel düşünmenin bilgi işleme araçlarından yararlanarak problemlere çözüm üretme, problemi bilgi işleme araçlarına uygun olarak formüle etme, verilenleri verimli bir şekilde kullanma, belirli bir çözüm süreci tasarlama, elde edilen verileri bilgi işleme araçlarına uygun soyutlamalar yaparak model ve simülasyonlar oluşturmayı içeren fakat sadece bunlarla sınırlı olmayan problem çözme süreci olarak tanımlayabiliriz. Bilgi işlemsel düşünmenin problem çözme ile ilişkisi, matematiğin soyut yapısı, güncel teknolojiyi kullanan ve gerçek yaşamda başarılı bireylerin yetiştirilmesinin önemli olması ve Shen, Chen, Barth-Cohen, Jiang ve Eltoukhy (2020) ifade ettiği gibi bilgi işlemsel düşünmenin geniş bir uygulama alanına sahip olması düşünüldüğünde matematik dersi öğretim programlarında temel becerilerden biri olarak çok az ele alınmaktadır. Bununla birlikte matematiksel modelleme gibi nitelikli açık uçlu matematiksel problemlerin bilgi işlemsel düşünme ile ilişkisinin ortaya çıkarılması oldukça önemlidir.

Üstbilişin, problem çözümede etkili bir yapı olduğu ifade edilmiştir (Çetin ve Toluk Uçar, 2018; Flavell, 1979). Schoenfeld, (1987) üstbilişi bireyin kendi düşünmesi üzerine düşünmesi olarak ifade etmektedir. Ayrıca, bilgi işlemsel düşünmenin üstbiliş ile ilişkili olduğu da ifade edilmektedir (Allsop, 2019; DePryck, 2016). Allsop, (2019) bilgi işlemsel düşünmeyi üçe ayırmıştır: bilgi işlemsel düşünme becerileri, öğrenen davranışları ve üstbiliş uygulamaları.

Bilgi işlemsel düşünme, geniş ve karmaşık bir süreç olduğundan dolayı bilgi işlemsel düşünme becerilerinin ifade edilmesinde farklı araştırmacılar birçok farklı kuramsal çerçeveler dahilinde incelemişlerdir (Angeli ve diğerler, 2016; Barr & Stephenson, 2011;

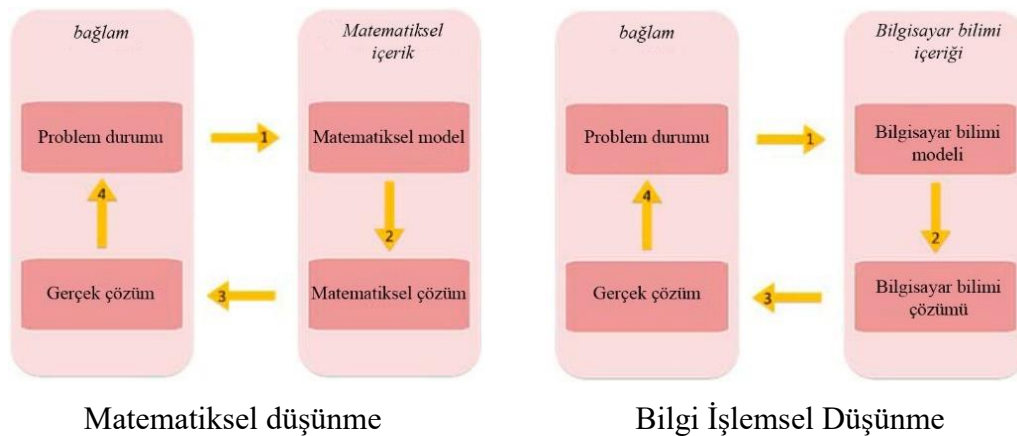
Brennan & Resnick, 2012; Csizmadia ve diğerleri, 2015; ISTE, 2015; Kalelioğlu, Gülbahar ve Kukul, 2016; Let's Talk Science, 2018; Selby & Woollard, 2013).

#### 2.1.4. Bilgi İşlemsel Düşünme Kuramsal Çerçevesi ve Bilgi İşlemsel Düşünmenin Matematiksel Modelleme ve Problem Çözme Süreci ile İlişkisi

Bu bölümde, alanyazında bulunan önemli bilgi işlemsel düşünme kuramsal çerçevelerini açıklayıp Polya'nın (1957) problem çözme sürecinde ve Borromeo Ferri'nin (2006) matematiksel modelleme döngüsünde ortak olarak göze çarpan kavramları ve zihinsel eylemleri incelenip farklılıklarını da eleştirel bir bakış açısıyla incelenmiştir. Borromeo Ferri'nin (2006) matematiksel modelleme döngüsü temel ve çok bilinen bir kuramsal çerçeve olması ve tez çalışmasının bu kısmına çeşitlilik katacağı düşünülmüştür.

Son 20 yıldır teknolojinin eğitim ortamlarına girmesiyle beraber teknoloji destekli matematiksel modelleme çalışmalarına artarak devam eden bir ilgi söz konusudur. Bilgi işlemsel düşünme ile problem çözme becerisi arasında yüksek bir ilişkinin olduğu (Román-González, Pérez-González & Jiménez-Fernández, 2017) düşünüldüğünde, bilgi işlemsel düşününlerin matematiksel problem çözme süreçlerine yönelik çalışmaların yeterli sayıda olmadığı görülmektedir (Selby & Woollard, 2014).

Kallia, Borkulo, Drijvers, Barendsen ve Tolboom, (2021) bağlam temelli düşünmede, matematiksel düşünme ile bilgi işlemsel düşünmenin birbirine benzediğini vurgulamaktadır (bkz. Şekil 2.6.). Hem teorik olarak hem de uygulamada otomasyon, soyutlama, algoritmik düşünme ve modelleme becerilerinin matematiksel eğitimi ve bilgi işlemsel düşünme için ortak olarak vurgulanmaktadır (Kallia ve diğerleri, 2021). Ayrıca bilgi işlemsel düşünme ve matematiksel düşünme arasındaki ortak paydanın problem çözme ve problem çözme sürecindeki düşünme süreçleri olduğunu ortaya koymaktadırlar.



Şekil 2.6. Bağlamsallaştırma faaliyetleri



Şekil 2.6’da matematiksel düşünme matematiksel modelleme gibi ele alınmış, süreçte matematiksel dünyanın etkin olduğu; bilgi işlemsel düşünmede ise matematiksel dünyanın yerine bilgisayar temelli dünyanın sürece dahil olduğu vurgulanmaktadır. Fakat, bu çalışma bilgi işlemsel düşünme ve matematiksel modelleme süreci arasındaki ilişkiye yönelik açıklamalar getirmede yetersizdir. Csizmadia ve diğerleri (2015) tarafından bilgi işlemsel düşünme beş beceri (*soyutlama, değerlendirme, algoritmik düşünme, ayırıştırma ve genelleme*) ile tanımlanan bir bilişsel problem çözme süreci olarak açıklanmaktadır (bkz. Şekil 2.7.).



Şekil 2.7. Csizmadia ve diğerlerine (2015) göre bilgi işlemsel düşünme becerileri

Csizmadia ve diğerleri (2015), bilgi işlemsel düşünmenin, problemlerin çözüldüğü, tasarıların, prosedürlerin ve sistemlerin daha iyi anlaşıldığı mantıksal akıl yürütme ile gerçekleşen bir zihinsel süreç olduğunu ifade etmektedir. Bilgi işlemsel düşünmede soyutlama (*abstraction*), gereksiz ayrıntıları azaltarak bir durumu daha anlaşılır hale getirme sürecidir. Böylece problemdeki önemli etkenler göz ardı edilmeden çözümün basitleştirilmesi sağlanır. Değerlendirme (*evaluation*) bir algoritma, sistem, süreçte bir çözümün iyi bir çözüm olup olmadığı ve daha ideal bir çözümü varlığının incelendiği süreçtir. Algoritmik düşünme (*algorithmic thinking*), problemi anlamak veya çözmek için diziler ve kurallarla ilgili düşünerek izlenecek yolları tanımlama sürecidir. Ayrıştırma (*decomposition*), problemi bileşenleri açısından düşünmedir. Parçalar, ayrı ayrı anlaşılabilir, çözülebilir, geliştirilebilir ve değerlendirilebilir. Genelleme (*generalisation*), kalıpları, benzerlikleri ve bağlantıları tanımlamak ve kullanmakla ilişkilidir. Problemleri çözerken geçmiş deneyimlerden yararlanmanın bir yoludur.

Polya'nın (1957) problem çözme sürecindeki Csizmadia ve diğerlerinin (2015) bilgi işlemsel düşünme bileşenlerinin rolüne kısaca bakacak olursak; *problemi anlamada*

problemi okuyup gerekli-gereksiz bilgilerin ayırımına soyutlama becerisi ile karar verilir, gerekirse ayrıştırma becerisi ile problemin çözülebilir alt problemleri düşünülür. *Planı kurmada* soyutlama becerisi kullanılarak bir genel çözüm stratejisi oluşturulmaya çalışılır. Algoritmik düşünme becerisi ile işleyeceği düşünülen bir çözüm süreci bir akış şeması ile inşa edilir. Plan kurulurken eski problemlerin çözümlerinden yararlanılacaksa genelleme becerisi ortaya çıkar. *Planı uygulamada* matematiksel işlemler öne çıkar ve tekrar eden benzer işlemleri yaparken algoritmik düşünme becerisi açığa çıkar. Eğer benzer bir problemi defalarca çözmek gerekiyorsa burada algoritmik düşünme becerisi devreye girmelidir. Bunun ayırımına varmak için de değerlendirme becerisi kullanılır (Csizmadia ve diğerleri, 2015). Planı uygularken “Her adımın doğruluğu ispatlanabiliyor mu, oluşturulan plan doğru bir şekilde ilerliyor mu?” gibi anlık sorularla uygulama ve teori arasındaki ilişki kontrol edilir ve izlenir. Bu durum Csizmadia ve diğerlerinin (2015) bilgi işlemsel düşünmesindeki değerlendirme becerisinin ve Flavell'in (1979) üst bilişindeki izlemenin varlığına işaret eder. Geriye dönüp bakmada “Çözüm amaca uygun mu, işlevsel olarak yeterli mi, doğru tasarlanmış mı ve doğru sonuç veriyor mu, verimliliği nasıl?” gibi sorularla değerlendirme becerisi aktif roller alır. Değerlendirme ile çözüm kontrol edilir, yanlışsa düzeltilir, doğruysa daha ideal bir çözüm olup olmadığını araştırılır.

Borromeo Ferri'nin (2006) matematiksel modelleme sürecinde Csizmadia ve diğerlerinin (2015) bilgi işlemsel düşünme becerilerinin rolüne bakılırsa; *basitleştirme/yapılandırma* çözücü problemi idealleştirir/basitleştirir, problem durumunda ihtiyaç duyulan bilgileri ayırt eder, gereksiz parçaları çıkarır ve soyutlama becerilerini kullanılır, eğer gerekliyse problem çözülebilir alt problemlere bölünür ve ayrıştırma becerisi açığa çıkar. Bu durum matematiksel modelleme sürecinde Hıdıroğlu'nun (2015) vurguladığı yardımcı matematiksel modellerin önünü açar. *Matematikselleştirmede* gerçek modeli matematiksel dünyaya taşınır ve soyutlama becerisini kullanılır. *Matematiksel çalışmada* çözücü önceki çözdüğü problemler ile yeni problem durumunu ilişkilendirir ve benzer algoritmik işlemlerle matematiksel çözüme ulaşmaya çalışır ve algoritmik düşünme açığa çıkar. *Matematiksel çalışmada* deneyimlerle yeni durum arasındaki benzerlikler, kalıplar ve bağıntılar kullanılır ve genelleme becerisi açığa çıkar. *Yorumlamada* matematiksel dünyadaki çıktılar gerçek yaşam bağlamı ile ilişkilendirilir ve soyutlamalar yapılır. *Doğrulamada* gerçek sonuçların doğruluğu ve kalitesinin kontrol edilmesi, yanlışsa düzeltilmesi veya daha ideal hale getirilmesi söz konusudur ve değerlendirme eylemleri açığa çıkar.

Bilgi işlemsel düşünmenin yeni gelişmekte olan karmaşık bir kavram olmasından dolayı onu matematiksel problem çözme ve matematiksel modelleme üçgeninde tek bir perspektif ile ele almak sınırlı bir bakış açısı bize sunar. Bilgi işlemsel düşünmenin boyutlarına ilişkin farklı görüşlerden biri olarak Angeli ve diğerleri, (2016) bilgi işlemsel düşünmeyi beş beceri (*soyutlama, genelleme, ayırıştırma, algoritmik düşünme ve hata ayıklama*) ile açıklamaktadır (bkz. Şekil 2.8).



Şekil 2.8. Angeli ve diğerlerine (2016) göre bilgi işlemsel düşünme becerileri

Angeli ve diğerlerinin (2016) bilgi işlemsel düşünme kuramsal çerçevesi K-6 öğrencilerinin küçük yaşta bu becerilerini geliştirerek geleceğe hazır bireyler olarak yetişmesini amaçlamaktadır. Bilgi işlemsel düşünmede *soyutlama*, hangi bilgi/bilgilerin kullanılıp hangi bilgilerin göz ardı edileceğine karar verildiği, problemin çözümü için yeni model/temsillerin kullanıldığı beceridir. *Genelleme*, farklı problemlere uygulanabilmesi için çözümü kapsamlı olarak formüle etme, önceden oluşturulmuş kaynakları sentezleme ve yeni duruma uygun olarak kullanma becerisidir. *Ayırıştırma*, karmaşık bir problemi/durumu anlaşılması ve çözülmesi daha kolay olan daha küçük problemlere ayırma, alt görevlere bölme, bu parçaları bir araya getirerek çözümü geliştirme becerisidir. *Algoritmik düşünme*, bir problemi çözüme götürecek işlemleri/eylemleri adım adım tasarlama becerisidir. *Hata ayıklama* (Debugging), hataları fark etme, tanımlama, kaldırma veya düzeltme becerisidir.

Angeli ve diğerlerinin (2016) bilgi işlemsel düşünme kuramsal çerçevesi ile Polya'nın (1957) problem çözme sürecinde ayırıştırma, soyutlama, genelleme, algoritmik düşünme becerilerinin karşılaştırılması Csizmadia ve diğerlerindeki (2015) karşılaştırmaya benzer. Farklı olarak hata ayıklama becerisi Polya'nın (1957) problem çözme sürecindeki geri dönüp bakma aşamasının içerisinde öne çıkan eylemlerden biridir; çünkü çözümde hata varsa geriye dönüp süreçteki hataları/yanlışlar bulunur ve düzeltilir. Angeli ve diğerlerinin (2016) hata ayıklaması Csizmadia ve diğerlerindeki (2015) değerlendirmeden farklı olarak var olan çözümü daha ideal bir çözüme götürme çabası görünmez.

Borromeo Ferri'nin (2006) matematiksel modellemede Angeli ve diğerlerinin (2016) bilgi işlemsel düşünme becerilerinin rolüne bakılırsa soyutlama, genelleme, algoritmik düşünme ve ayrıştırma Csizmadia ve diğerlerinin (2015) boyutları ile benzerdir. Fakat Angeli ve diğerleri (2016) bilgi işlemsel düşünmede değerlendirme yerine hata ayıklamaya yer vermektedir. Matematiksel modellemedeki doğrulamada, hata ayıklamadan farklı olarak sonuç doğru olsa bile daha ideal bir çözüm ile süreç tekrardan ele alınabilir.

Barr ve Stephenson (2011) bilgi işlemsel düşünmeyi farklı bir bakış açısıyla ele almakta ve K-12 seviyesi için dokuz beceri (*veri toplama, veri analizi, verilerin sunumu, problemin ayrıştırılması, soyutlama, algoritma & prosedürler, otomasyon, paralelleştirme ve simülasyon*) ile açıklamaktadır. Bu kuramsal çerçeve 26 düşünce liderinden oluşan komite tarafından bilgi işlemsel düşünmenin içerdiği beceriler düşünüerek hazırlanmıştır (bkz. Şekil 2.9).

Bilgi İşlemsel Düşünme	Veri Toplama
	Veri Analizi
	Verilerin Sunumu
	Problemin Ayrıştırılması
	Soyutlama
	Algoritma & Prosedürler
	Otomasyon
	Parallelleştirme
	Simülasyon

Şekil 2.9. Barr ve Stephenson'a (2011) göre bilgi işlemsel düşünme becerileri

Barr ve Stephenson'a göre (2011) *veri toplama* (data collection), problemin çözümü için doğru bir veri kaynağı bulma becerisidir. *Veri analizi* (data analysis), problem için topladığı verilerin sonuçlarını analiz etme becerisidir. *Verilerin sunumu* (data representation), elde edilen verileri temsil etmek için uygun grafik, tablo vb. gösterim şekilleri kullanabilme becerisidir. *Problemin ayrıştırılması* (problem decomposition), bir problemi uygulanabilir işlemlere bölme becerisidir. Soyutlama, çözümler geliştirirken somuttan soyuta basitleştirme becerisidir. Algoritma & prosedürler (algorithms & procedures), bilinen algoritmaları kullanabilme veya yeni bir algoritma oluşturabilme becerisidir. Otomasyon (automation), oluşturulan algoritmaların bilgi işleme araçları ile diğer problemlere etkin bir şekilde uygulanabilmesi için yapılandırılması ile ilgilidir. Parallelleştirme (parallelization), problemi çözebilecek birden fazla görev oluşturabilmesi ve bu görevlerin aynı anda yerine getirebilmesidir. Simülasyon (simulation), dinamik bir grafik çizerek değişkenlerin değişmesiyle değerlerin değişmesini inceleyebilme becerisidir. Barr

ve Stephenson (2011) bilgi işlemsel düşünmenin bileşenlerini açıklarken hangi becerilerin bilgisayar bilimi, matematik, fen bilimleri, sosyal bilimler, dil sanatları gibi farklı alanlarda nasıl ortaya çıkabileceği üzerine örnekler vermektedir (bkz. Tablo 2.1).

Polya'nın (1957) problem çözme sürecinde Barr ve Stephenson'un (2011) bilgi işlemsel düşünme becerilerinin rolüne bakılırsa, problemi anlamada ve planı kurmada problemi ayrıştırma ve soyutlama ile ilgili beceriler öne çıkmaktadır. Problemi anlamada veri toplama adına verilerin kaynağı ve ihtiyaçlar belirlenir. Planı kurmada eski deneyimler ve yeni durum ilişkilendirilerek soyutlamalar yapılır, çözüm için önemli parçalar belirlenir, gereksiz olanlar atılır ve problem ayrıştırma becerileri kullanılır. Planı kurmada genel çözüm stratejisinin belirlenmesi için soyutlama, algoritma & prosedürlerle ilgili becerilerle karşılaşılır.

Tablo 2.1. *Barr ve Stephenson'un (2011) Bilgi İşlemsel Düşünme Kuramsal Çerçevesinin Alanlara Göre Örnek Davranışları*

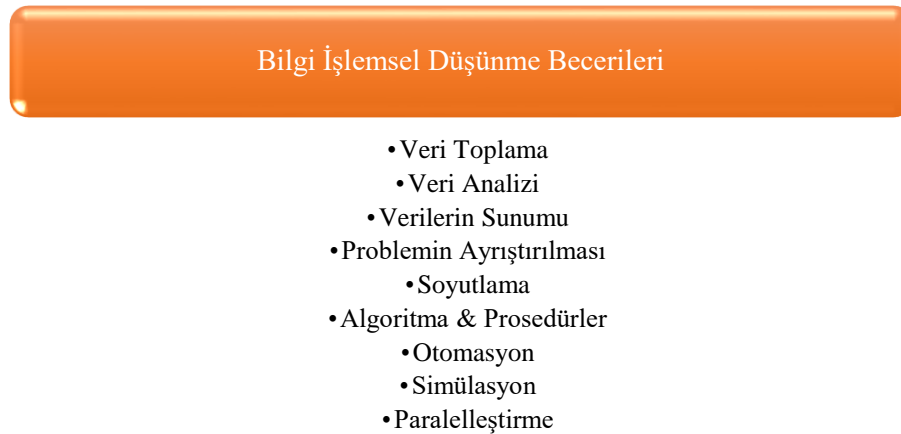
<b>BİD</b>	<b>Alanları,</b>	<b>Bilgisayar Bilimi</b>	<b>Matematik</b>
<b>Becerileri</b>			
Veri Toplama		Problem alanı için veri kaynağı bulur	Problem alanı için bir veri kaynağı bulur, örneğin bozuk para atmak veya zar atmak...
Veri Analizi		Bir veri kümesi üzerinde temel istatistiksel hesaplamalar yapmak için bir program yazar	Bozuk para atma, zar atışlarını sayar ve sonuçları analiz eder
Verilerin Sunumu		Dizi, bağlantılı liste, yığın, sıra, grafik vb. veri yapılarını kullanır	Verileri sunmak için histogram, daire grafiği, sütun grafiği kullanır
Problemin Ayrıştırılması		Nesneleri ve yöntemleri tanımlar; ana görevleri ve fonksiyonları belirler	Bir ifadede işlem sırası uygular
Soyutlama		Sık gerçekleşen tekrarlayan komutlar kümesini kapsayacak şekilde bir işlev ifade eder; koşul ifadeleri, döngüler, özyineleme vb.	Cebirde değişkenler kullanır, cebirdeki fonksiyonları programlamadaki fonksiyonlarla karşılaştırır, kelime problemlerini çözmek için yinelemeyi kullanır
Algoritma & Prosedürler		Klasik algoritmaları inceler; problem alanı için bir algoritma uygular	Uzun bölme yapar, faktöriyel alır, tekrarlı toplama ve çıkarma işlemi yapar
Otomasyon			Geometer's Sketchpad, Star Logo, Python, GeoGebra gibi araçları kullanır
Paralleleştirme		Durumu paralel olarak işleyecek şekilde iş parçacığı, ardışık düzen, veri veya göreve böler	Doğrusal sistemleri çözer, matris çarpımı yapar
Simülasyon		Algoritma animasyonu, parametre süpürmek	Kartezyen düzlemde bir fonksiyonun grafiğini çizer ve değişkenlerin değerlerini değiştirir

Planı uygulamada veri kümesi üzerinde istatistiksel ve teorik matematik temelli hesaplamalar yapılarak algoritma ve prosedürler hem de veri analizi becerileri kullanılır. Değişkenler arasındaki var olan ilişkiler verilerin analizi ile ortaya çıkarılır ve bu ilişkiler animasyonlarla hareketli hale getirilir ve simülasyon becerisi öne çıkar. Otomasyonda çözücü planı kurmada tasarladığı çözüm yolunu planı uygulamada sırasıyla uygular. Simülasyon becerisi ile birey problem durumunu somutlaştırmaya/görselleştirmeye çalışır. Çözücü çözümde bazı gösterim şekillerinden yararlanır ve verilerin sunumu gerçekleştirilir. Neredeyse tüm basamaklarda ortak bir hedefe/sonuca ulaşmak için aynı anda görevleri yerine getirmek için kaynakları düzenleyebilme becerisi karşımıza çıkabilir. Bu paralelleştirme olarak tanımlanır.

Borromeo Ferri'nin (2006) matematiksel modelleme sürecinde Barr ve Stephenson'ın (2011) tanımladığı bilgi işlemsel düşünme becerilerinin rolüne bakılırsa problemin ayrıştırılması, soyutlama, algoritma & prosedürler becerilerinin Csizmadia ve diğerleri (2015) ile açıklanan bileşenlere benzediği söylenebilir. Problemi anlamada veri toplama adına verilerin kaynağı ve ihtiyaçlar belirlenir. Hem durumun zihinsel gösterimi/durum modeli hem de gerçek model oluşturulurken eski deneyimler ve yeni durum ilişkilendirilerek soyutlamalar yapılır, çözüm için önemli parçalar belirlenir ve gereksiz olanlar atılır ve problem ayrıştırma becerileri kullanılır. Basitleştirmede genel çözüm stratejisinin belirlenmesi soyutlama, algoritma & prosedürlerle ilgili becerilerle karşılaşılır. Matematikselleştirmede veri kümesi üzerinde istatistiksel ve teorik matematik temelli hesaplamalar yapılarak hem algoritma ve prosedürler hem de veri analizi becerileri kullanılır. Değişkenler arasındaki var olan ilişkiler verilerin analizi ile ortaya çıkarılır ve bu ilişkiler animasyonlarla hareketli hale getirilir ve simülasyon becerisi öne çıkar. Otomasyonda çözücü planı kurmada tasarladığı çözüm yolunu planı uygulamada sırasıyla uygular. Matematiksel modeller matematikselleştirme ve matematiksel çalışmada denklem, grafik, tablo vb. farklı gösterim şekilleri ile karşımıza çıkar ve verilerin sunumu becerileri ortaya çıkar. Matematiksel çalışmada paralelleştirme becerisi ile çözücü tekrarlı çarpma/bölme işlemi, matris çarpımı gibi birden fazla işlemi aynı anda yapmayı gerektiren matematiksel çalışmalar yapabilir; simülasyon becerisi ile çözücü değişkenlerin değişimini dinamik yazılımlarla bilgisayar modelleri şeklinde gösterdiğinde ortaya çıkabilir. Matematiksel modelleme sürecinde bulunan sunma ile bilgi işlemsel düşünme becerilerinden olan verilerin sunumu aynı durumu ifade etmemektedir, çünkü matematiksel modelleme sürecindeki sunma çözücünün yapmış olduğu çözümün herkes tarafından

anlaşılabilir şekilde bir sunumu iken, bilgi işlemsel düşünme becerilerinden olan verilerin sunumu ise yapılan deney sonucu toplanan verilerin bir şekilde sunulması, grafik veya tablo gibi gösterimlerin kullanılmasıdır.

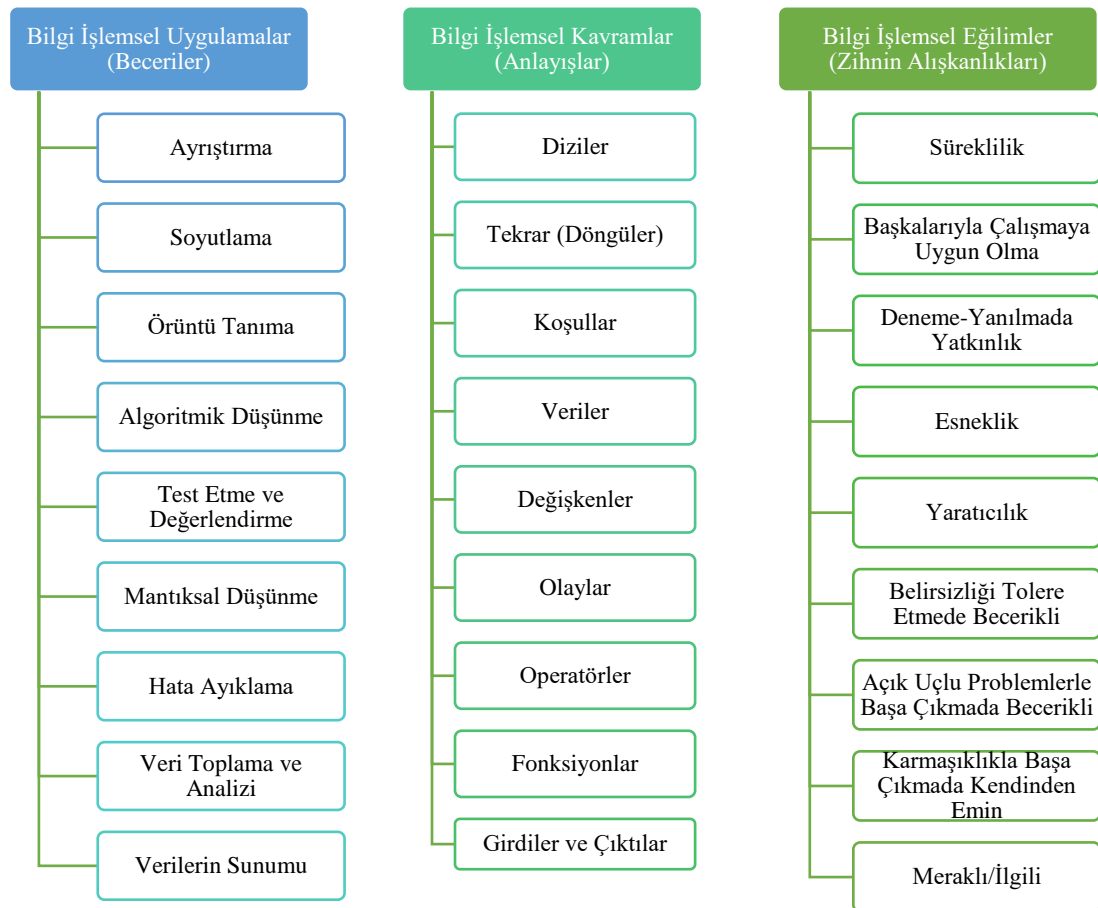
Bir başka bakış açısı ile bilgi işlemsel düşünmeyi ele alan ISTE (2015) bilgi işlemsel düşünmeyi dijital teknolojinin insan düşüncesiyle bütünleşmesi ile oluşan bir problem çözümü yaklaşımı olarak tanımlamaktadır ve K-12 kapsamında dokuz beceri ile bir kuramsal çerçeve ortaya koymuştur (bkz. Şekil 2.10). ISTE'de (2015) Barr ve Stephenson'un (2011) kuramsal çerçevesi dikkate alındığı görülmektedir.



Şekil 2.10. ISTE'ye (2015) göre bilgi işlemsel düşünme becerileri

ISTE'ye (2015) göre bilgi işlemsel düşünme becerilerinden veri toplama becerisi, uygun bilgiyi toplama sürecidir. Veri analizi becerisi, verilerden anlam çıkarma, bir kalıp bulma, sonuç çıkarma becerisidir. Verilerin sunumu, verileri uygun grafik, çizelge veya görüntülerle tasvir edebilme ve düzenleyebilme becerisidir. Problemin ayrıştırılması, problemleri/görevleri yönetilebilir daha küçük parçalara ayırma becerisidir. Soyutlama, ana fikri tanımlayabilmek için karmaşıklığı azaltma becerisidir. Algoritma & Prosedürler, bir problemi çözebilmek veya bir sonuca ulaşabilmek için sıralı adımlar dizisi atabilme becerisidir. Otomasyon, bilgisayarların/makinelerin tekrarlayan veya sıkıcı olan görevleri yapmasıdır. Simülasyon, bir sürecin modelini/temsiline kurabilme, modeller/temsiller kullanarak deneyler yapabilmeyi içeren bir beceridir. Paralleleştirme, ortak bir hedefe/sonuca ulaşmak için aynı anda görevleri yerine getirmek için kaynakları düzenleyebilme becerisidir. ISTE'nin (2015) bilgi işlemsel düşünme kuramsal çerçevesi ile Polya'nın (1957) problem çözme sürecinin ve Borromeo Ferri'nin (2006) matematiksel modelleme sürecinin karşılaştırılması Barr ve Stephenson (2011) ile yapılan karşılaştırmaya benzemektedir.

Let's Talk Science (2018) bilgi işlemsel düşünmenin, öğrencilerin problemleri çözmek ve dijital dünyadaki ihtiyaçlarını karşılamak için ihtiyaç duydukları becerileri, anlayışları ve zihinsel alışkanlıkları nasıl geliştirdiklerini açıklayan bir kuramsal çerçeve ortaya koymaktadır. Bu kuramsal çerçevede bilgi işlemsel düşünme 3 temel boyut ve 27 beceri ile açıklanmaktadır (bkz. Şekil 2.11). Let's Talk Science'a (2018) göre bilgi işlemsel düşünme becerilerinden ayrıştırma becerisi, bir problemi daha küçük parçalara veya alt problemlere ayırmayı içeren bir süreçtir. Bu sayede sadece problem ayrıştırılmış olmaz aynı zamanda geçmiş problemlerin nasıl çözüldüğüne ilişkin bilgilerin uygulanmasını içermektedir. Soyutlama becerisi, önemli olana odaklanarak gereksiz ayrıntıların kaldırılması ile problemin/görevin karmaşıklığı azaltmakla ilgilidir. Bu tanıma göre modeller ve simülasyonlar soyutlama olarak düşünülebilir. Örüntü tanıma (pattern recognition), zihinsel eylemlerin otomatik olarak tekrarlanabileceği durumlarda kuralların oluşturulmasını ve daha önce başarılı olmuş yöntem ya da yöntemlerin yeni problemlere uygulanması sağlamaktadır.



Şekil 2.11. Let's Talk Science (2018) tarafından oluşturulmuş bilgi işlemsel düşünme kuramsal çerçevesi



Algoritmik düşünme, bir algoritma oluşturma ile ilgili beceridir. Algoritma, bir problemi çözmek veya bir amaca ulaşmak için gerekli olan bir dizi sıralı, mantıksal ve kesin kural/talimattır. Mantıksal düşünme (logical thinking), probleme bir önermeyle başlamak ve önermeye bağlı olarak geçerli, güvenilir ve tutarlı bir sonuca varmak için muhakeme etmeyi içeren bir beceridir. Let's Talk Science (2018) test etme ve değerlendirme (testing and evaluating) becerilerini birlikte ele almaktadır. Test etme, bir şeyi denemeyi ve ne olduğunu gözlemlemeyi içeren bir süreç iken; değerlendirme belirli bir dizi ölçütün karşılanıp karşılanmadığını belirlemek için eleştirel düşünme ve muhakeme yapmaktır. Hata ayıklama becerisi, problemin çözümündeki hataları bulmayı ve düzeltmeyi içeren bir süreçtir. Let's Talk Science (2018) veri toplama ve analizi (data collection and analysis) becerileri birlikte ele alınmaktadır. Let's Talk Science'a (2018) göre veri toplama, bir problemi çözebilmek için gerekli bilgileri seçme ve toplamaya yönelik planlı bir yaklaşım iken; veri analizi verileri gözlemlemeyi, verilere ilişkin kalıplar veya düzenler belirlemeyi, verilerdeki tutarsızlıkları ve alışılmadık noktaları açıklamakla ilgilidir. Verilerin sunumu, verilerden elde edilen çıktılarını analiz edebilmek için tablo, grafik, sembolik vb. temsilleri kullanmakla ilgilidir.

Polya'nın (1957) problem çözme sürecinde Let's Talk Science'ın (2018) ortaya attığı bilgi işlemsel düşünme becerilerinin rolüne bakılırsa; problemi anlama ve planı kurmada problemdeki gerekli veri kümeleri ve bu verilerin elde edilebileceği kaynaklar düşünülür. Planı uygulamada veriler plan doğrultusunda toplanır ve veriler analiz edilerek veriler arasındaki ilişkiler ortaya çıkarılır. Planı uygulamada verilerin sunumunda farklı gösterim şekilleri ele alınır. Planı kurmada eski çözüm stratejileri yeni duruma otomatik olarak uyarlanır. Bu uyarılama sürecinde eski çözüm stratejileri yeni problemin ayrıştırılmasıyla elde edilen alt problemlerde dikkate alınır. Planı uygulamada çözümdeki veriler arasındaki genel ilişkiler ortaya koyularak otomatik olarak elde edilebilecek temsillerle matematiksel sonuçlar elde edilir. Bu süreç örüntü tanıma ile ilişkilidir. Test etme ve değerlendirme, hata ayıklama becerileri Polya'nın problem çözme sürecindeki geri dönüp bakma aşamasında ön plana çıkar, çünkü bu durumlarda çözümün var olan durumu ne kadar açıklayabildiği denenir ve çıktılarının kalitesi değerlendirilir. Eğer çözüm yanlış veya hatalı ise revize edebilir, fakat çözüm doğruysa çözüm daha ideal bir hale getirilebilir. Mantıksal düşünme becerisi Polya'nın problem çözme sürecindeki her aşamada olmazsa olmazdır, fakat plan kurmada genel çözüm stratejisinin ortaya koyulmasında ön plana çıkar.

Borromeo Ferri'nin (2006) matematiksel modelleme sürecinde Let's Talk Science (2018) tarafından açıklanan bilgi işlemsel düşünme becerilerinin rolüne bakılırsa veri toplama, verilerin sunumu, ayrıştırma, algoritmik düşünme, hata ayıklama becerileri

bakımından daha öncede yapılan Angeli ve diğerlerinin (2016), Barr ve Stephenson'ın (2011) ve ISTE'nin (2015) karşılaştırmasına benzemektedir. Doğrulama basamağında test etme ve değerlendirme ön plana çıkabilir, çünkü çözücü bu aşamada problemin çözümünün doğruluğunu test edip, yanlışsa tekrar çözmeyi; doğruysa da daha ideal bir çözüme ulaşmayı tercih edebilir. Mantıksal düşünme ise matematiksel modelleme sürecinde tamamında karşımıza çıkabilir, çünkü matematiksel problem çözme süreci her aşamada mantıksal ve sistematik düşünmeyi ön plana alır.

Bilgi işlemsel düşünmenin parçalarını açıklayan bir başka önemli bakış açısında Maharani ve diğerleri, (2019) bilgi işlemsel düşünme çerçevesinde matematiksel problem çözme süreci üzerine incelemeler yapmış ve bilgi işlemsel düşünmeyi açıklayan bir kuramsal çerçeve ortaya koymuştur (bkz. Şekil 2.12). Bu kuramsal çerçevede bilgi işlemsel düşünme beş beceri ile açıklanmaktadır.

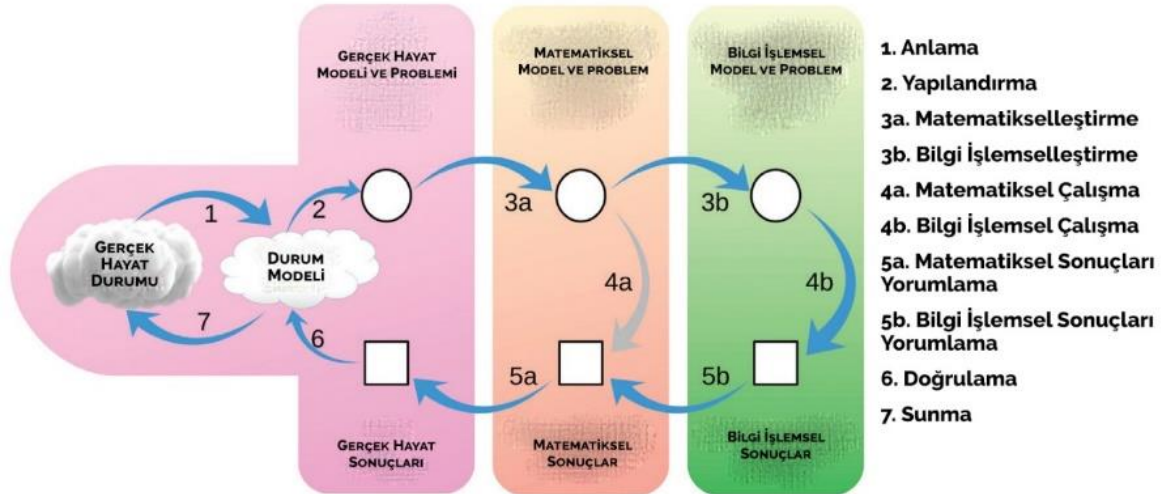
#### ■ Bilgi İşlemsel Düşünme Becerileri

- Soyutlama
- Genelleme
- Ayırıştırma
- Algoritma
- Hata Ayıklama

Şekil 2.12. Maharani ve diğerlerine (2019) bilgi işlemsel düşünme becerileri

Maharani ve diğerlerine (2019) göre bilgi işlemsel düşünme becerilerinden soyutlama, problemde önemli ve önemsiz bilgileri ayırt etme ve problemde bulunun verileri bilgisayar veya yazılıma işleyebilme becerisidir. Genelleme, farklı problemlerde uygulanabilecek bir çözümü genel biçimde formüle etmedir. Ayırıştırma, karmaşık problemleri, daha kolay anlaşılır ve çözülebilen problemlere bölme becerisidir. Algoritma, problemlerin nasıl çözüldüğünü adım adım ifade eden bir işlem/eylem tasarlama becerisidir. Hata ayıklama, hataları tanımlama, elden çıkarma ve düzeltme becerisidir. Polya'nın (1957) problem çözme ve Borromeo Ferri'nin (2006) matematiksel modelleme sürecinde Maharani ve diğerlerinin (2019) bilgi işlemsel düşünme becerilerinin rollerinin Csizmadia ve diğerleri (2015) ve Angeli ve diğerleri (2016) ile yapılan karşılaştırmalara benzer olduğu söylenebilir.

Farklı bir araştırmada Wiedemann ve diğerleri (2020) lise düzeyinde matematiksel modellemede R programlama dilini kullanan öğrencilerin matematiksel modelleme ve bilgi işlemsel düşünceleri arasındaki ilişkiyi açıklamıştır. Öğrencilerin bu tür ortamlardaki zihinsel süreçlerini inceleyebilmek için Blum ve Leiß'in (2007) çalışmasındaki matematiksel modelleme sürecinden yararlanılarak Şekil 2.13'deki bilgi işlemsel matematiksel modelleme döngüsünü ortaya açmıştır.



Şekil 2.13. Bilgi işlemsel matematiksel modelleme döngüsü (Wiedemann ve diğerleri, 2020)

Wiedemann ve diğerleri (2020) bilgi işlemsel matematiksel modelleme döngüsünü verirken, Blum ve Leiß (2007), Siller ve Greefrath (2010) ve Blum'un (1985) matematiksel modelleme süreç modellerinden beslendiği görülmektedir. Wiedemann ve diğerlerinin (2020) bilgi işlemsel matematiksel modelleme döngüsünde, gerçek hayat dünyası ve matematiksel dünyaya ek olarak bilgi işlemsel dünya vardır. Wiedemann ve diğerlerine (2020) göre çözücü bir bilgi işlemsel araç kullanırsa bilgi işlemsel model ve problem durumu bileşenine geçmekte ve sonrasında sırasıyla bilgi işlemselleştirme, bilgi işlemsel çalışma ve bilgi işlemsel sonuçları elde ederek de bilgi işlemsel yorumlama basamağından geçmektedir. Wiedemann ve diğerlerinin (2020) bilgi işlemsel matematiksel modelleme döngüsü Borromeo Ferri'nin (2006) matematiksel modelleme sürecinin bilgi işlemsel düşünme ile bütünleştirilmiş hali olduğu için bu döngü matematiksel modelleme sürecinin bir uzantısı gibi düşünülebilir. Buradaki tek sorun bilgi işlemsel dünya ile gerçek dünya arasında mutlaka matematiksel dünyanın olma zorunluluğunun olması ve bilgi işlemsel adımların sadece belli bir basamağın (matematiksel çalışma) altında varmış gibi düşünülmesidir. Wiedemann ve diğerlerinin (2020) süreç modeli, araştırmacıların bilgi işlemsel düşünmenin matematiksel modellemenin sadece belli bir kısımda var olduğuna ilişkin yanlış bir algıya yönelmelerine sebep olabilir.

Games ve Kane (2012) bilgi işlemsel düşünmenin, bilgisayarların verileri kullanılabilir bilgilere dönüştürme ve insanların mantıksal, matematiksel ve temsili araçları kullanarak problemleri etkili bir şekilde düşünme ve çözme yöntemi olduğu ifade etmektedir. Sunulan kuramsal çerçeve bilgi işlemsel düşünmeyi zihnin alışkanlıklarını ve bilgi işlemsel araçları kullanarak problem çözme pratiğini kapsayan beş farklı boyutta

(ayırıştırma, örüntü tanıma, örüntü genelleme ve soyutlama, algoritma tasarlama ve veri analizi, modelleme ve görselleştirme) ele almaktadır (bkz. Şekil 2.14).



Şekil 2.14. Games ve Kane'e (2012) göre bilgi işlemsel düşünme becerileri

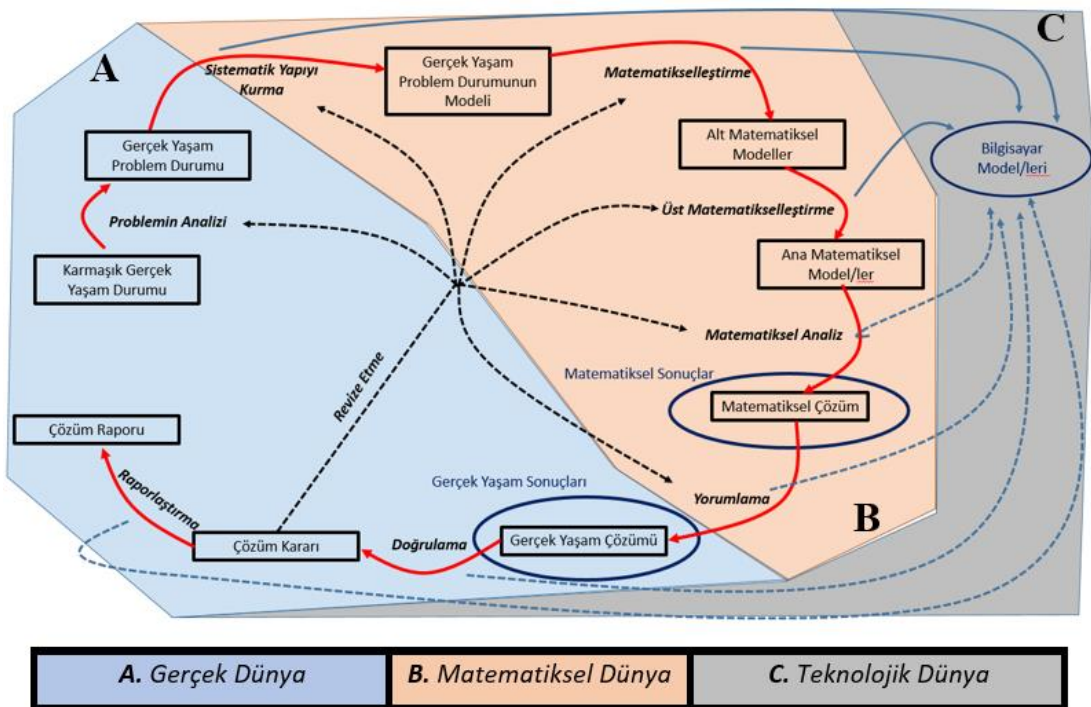
Games ve Kane'e (2012) göre ayırıştırma, bir problemi temel bileşenlerine ayırma becerisidir; örüntü tanıma, nesnelar arasında sistematik olarak yinelenen bağlantıları veya alt sistemleri görebilme veya tanımlayabilme becerisidir; örüntü genelleme, daha önce karşılaşılan kalıpları hatırlama ve bunları farklı bağlamlardaki problemlerin çözümünde yardımcı olacak olacak şekilde kullanma becerisidir ve çözücülerin soyutlama beceri ise bu durumları yeni durumlara tanımlayabilme becerisidir; algoritma tasarlama, bir problemin çözümüne yönelik adım adım süreç aşamalarının oluşturulmasıdır; veri analizi, modelleme ve görselleştirme, çözücülerin bir durumla ilgili kaynaklardan veri toplayabilmesi, topladığı bu verileri amaç doğrultusunda çözümleme yapması ve bunu başkalarına iletebilecek şekilde bir model oluşturma ve görselleştirme becerisidir.

Games ve Kane'nin (2012) bilgi işlemsel düşünme becerileri ile Polya'nın (1957) problem çözme sürecine ortak olarak bakacak olursak, çözücü problemi çözülebilir alt problemlere ayırdığında ayırıştırma becerisini kullanmış olacaktır ve böylece Polya'ya göre planı kurma basamağındadır. Bu beceriler Borromeo Ferri'nin (2006) matematiksel modelleme sürecinde basitleştirme/yapılandırma basamağına denk gelmektedir. Games ve Kane'nin (2012) bilgi işlemsel düşünme becerilerinde örüntü tanıma, örüntü genelleme ve soyutlama becerilerinin, Let's Talk Science'in (2018) tanımladığı örüntü tanıma bilgi işlemsel düşünme becerisini kapsamaktadır. Bu yüzden bu becerilerin problem çözme ve matematiksel modelleme süreci becerileri ile ilişkisi Let's Talk Science'in örüntü tanıma beceri karşılaştırması ile benzerdir.

Yukarıda çalışmalarda görüldüğü gibi bilgi işlemsel düşünme becerileri/kavramları üzerine ortak bir yaklaşım veya düşünce görülmemektedir. Selby ve Woollard (2013) da makalelerinde bilgi işlemsel düşünme ile ilgili alanyazında soyutlama, ayırıştırma, algoritmik düşünme, değerlendirme, genelleme gibi bileşenlerin ortak olduğunu; fakat mantıksal

düşünme, problem çözme, sistem tasarlama, otomasyon, bilgisayar bilimi içeriği ve modelleme ve simülasyon terimlerinin alanyazındaki her yayın için ortak olmadığı ifade etmektedir. Kuramsal çerçevelerde farklı beceriler ve kavramlar olmasına rağmen bilgi işlemsel düşünmenin matematiksel modelleme ve problem çözme süreçlerindeki rollerinin benzer olduğu yapılan bu çalışmada görülmektedir.

Bu çalışmada matematiksel modelleme sürecinde Hıdıroğlu'nun (2015) teknoloji destekli matematiksel modelleme süreci kuramsal çerçeve olarak ele alınmıştır. Alanyazında bulunan kuramsal çerçevelerin arasında sade ve temel becerileri ele alması ve bu kuramsal çerçevenin Polya'nın problem çözme sürecinde kullanması bu kuramsal çerçevenin bu çalışmada kullanılmasının sebebi ve önemidir. Hıdıroğlu, (2015) tarafından oluşturulan matematiksel modelleme süreci gerçek dünya, matematiksel dünya ve teknolojik dünyadan oluşmaktadır (Şekil 2.15). Bu modelleme sürecinde teknoloji dünyası olmazsa olmaz değil, fakat teknolojinin kullanımı matematiksel modelleme sürecini zenginleştirdiği ifade edilmektedir (Hıdıroğlu, 2015). Bu süreç modeli dokuz temel bileşen (*karmaşık gerçek yaşam durumu, gerçek yaşam problem durumu, gerçek yaşam problem durumunun modeli, yardımcı matematiksel model/ler, ana matematiksel model, matematiksel çözüm, gerçek yaşam çözümü, çözüm kararı, çözüm raporu*), dokuz temel basamak (*problemin analizi, sistematik yapıyı kurma, matematikselleştirme, üst matematikselleştirme, matematiksel analiz, yorumlama, doğrulama, revize etme, raporlaştırma*), 55 bilişsel alt basamak ve 22 üstbilişsel alt basamaktan oluşmaktadır (Hıdıroğlu, 2015).



Şekil 2.15. Hıdıroğlu'nun (2015) teknoloji destekli matematiksel modelleme süreci

Çalışmanın bilgi işlemsel düşünmede Maharani ve diğerleri, (2019) bilgi işlemsel düşünme çerçevesi ele alınmıştır. Maharani ve diğerleri (2019) matematiksel problem çözme süreci üzerine incelemeler yapmış ve bilgi işlemsel düşünmeyi açıklayan bir kuramsal çerçeve ortaya koymuştur (bkz. Tablo 2.2). Bu kuramsal çerçevede bilgi işlemsel düşünme beş beceri ile açıklanmaktadır. Alanyazında bulunan kuramsal çerçevelerin arasında sade ve temel becerileri ele alması ve bu kuramsal çerçevenin Polya'nın problem çözme sürecinde kullanması bu kuramsal çerçevenin bu çalışmada kullanılmasının sebebi ve önemidir.

Tablo 2.2. *Bilgi İşlemsel Düşünme Becerileri (Maharani ve diğerleri, 2019)*

<b>Bilgi İşlemsel Düşünmenin Bileşeni</b>	<b>Öğrenci etkinliği</b>
Soyutlama	Öğrenciler bir nesnenin kullanılmasına veya reddedilmesine karar verebilir, önemli bilgileri kullanılmayan bilgilerden ayırmak için yorumlanabilir
Genelleme	Farklı problemlere uygulanabilecek bir çözümü genel forma formüle etme yeteneği, çözümlerin çözümünde değişkenlerin kullanımı olarak yorumlanabilir
Ayrıştırma	karmaşık problemleri daha kolay anlaşılır ve çözülebilen problemlere bölme yeteneği
Algoritmik Düşünme	problemlerin nasıl çözüldüğünü adım adım bir işlem/eylem tasarlama becerisi
Hata Ayıklama	hataları tanımlama, elden çıkarma ve düzeltme yeteneği

Berry ve Houston'a (1995) göre matematiksel modelleme problemlerini alanyazındaki diğer gruplandırmalar gibi zorluklarına göre değil, matematiksel modelleme problemlerinin yapısına ve çözüm süreçlerine göre dört gruba ayırmışlardır: deneysel, teorik, boyutsal analiz ve simülasyon modelleme problemleri. Deneysel matematiksel modelleme problemlerinde problem durumunda gerçek yaşamdan bir olaya ilgili gerekli ve gereksiz veriler sunulur, böylece öğrencilerin hangi veriyi gerekli olduğunu ve nasıl kullanacağını düşünceleri sağlanır. Bu gruptaki matematiksel modelleme problemleri GeoGebra'da çözülmeye uygun olur, ayrıca bu problemler GeoGebra'nın cebirsel ve grafiksel gösterimlerini birlikte veya ayrı ayrı kullanmalarına gerektiren gerçek hayat durumlarına da sahip olur. Bu çalışmadaki matematiksel modelleme problemlerinden “200 Metre Koşusu Rekorları” problemi deneysel matematiksel modelleme problemi olarak oluşturulmuştur.

Teorik matematiksel modelleme problemlerinde gerçek yaşam durumu ile matematiksel kavramların bağlantısı daha fazla önem teşkil eder. Ayrıca, çözümün

yapılabilmesi için seviyeye uygun matematiksel teoriler veya temel düzeyde fiziksel teoriler gerçek yaşam durumunda ele alınabilir. Bu tarz problemlerde de GeoGebra'nın cebirsel ve grafiksel gösterimlerinin kullanılmasını gerektiren durumlar ele alınır ve çözümün sonucuna ulaşmak için birden fazla matematiksel modele ihtiyaç duyulur. Bu çalışmadaki matematiksel modelleme problemlerinden “Dönme Dolap” problemi teorik matematiksel modelleme problemi olarak oluşturulmuştur.

## 2.2. İlgili Araştırmalar

### 2.2.1. Bilgi İşlemsel Düşünme ve Matematiksel Modellemeye Yönelik Alanyazın Araştırmaları

Alanyazın incelendiğinde matematik ve bilgi işlemsel düşünmenin birlikte ele alındığı ve birbirleri ile ilişkileri olduğu ifade edilen birçok araştırmaya rastlanmaktadır (Barr & Stephenson, 2011; English & Gainsburg, 2016; Gadanidis ve diğerleri, 2017; Voskoglou, 2012; Wiedemann ve diğerleri, 2020). Gadanidis ve diğerleri, (2017) bilgi işlemsel düşünme ve matematik arasında mantıksal yapı ve matematiksel ilişkileri modelleme yeteneği açısından aralarında doğal ve tarihsel bir bağ olduğunu ifade etmektedir. Voskoglou (2012) ise modellemenin bilgi işlemsel düşünmenin özünü oluşturduğunu söylemektedir. Gadanidis'e (2017) göre matematik eğitimi ve bilgi işlemsel düşünmenin kesişim alanı: temsilci, soyutlama ve modellemedir. Barcelos ve Silveira, (2012) bilgi işlemsel düşünme ve matematik eğitiminin ilişkisini üç beceri ile ifade etmişlerdir: matematik ve algoritmik gösterimler, örüntü tanımlama ve matematiksel modelleme. Bu araştırmacıların çalışmalarında görüldüğü üzere, matematik ve bilgi işlemsel düşünmenin kesişiminin matematiksel modelleme olduğu vurgusu göze çarpmaktadır.

Weintrop ve diğerleri, (2016) bilgi işlemsel düşünme alanyazını, bilim insanları ile yapılan görüşmeler ve bilgi işlemsel düşünme materyallerine dayandırılarak yapılan araştırmalarda, modelleme, örüntü, bilgi işlemsel düşünme ile problem çözme ve sistem tasarlama uygulamalarının matematik ve fen eğitiminde kullanılabileceğini önermişlerdir ve bilgi işlemsel düşünmenin matematik ve fen öğretim programına dahil edilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Bilgi işlemsel düşünmenin matematik ve fen eğitimi ile bütünleştirilmesinin alanlar arasında karşılıklı öğrenme ilişkisi kurduğunu, tüm öğrenciler ulaşma konusunda avantaj sağladığını ve fen ve matematik eğitimi alanlarındaki mesleki uygulamalar için daha uyumlu bir ortam oluşturduğunu ifade edilmektedir (Weintrop ve diğerleri, 2016). Ayrıca, Buteau ve diğerleri, (2017) bilgi işlemsel düşünmenin matematik problemleri ile bütünleştirilmesinin problemlerin çözümünde yeni yaklaşımlar sağladığını

ve öğrencilerin etkileşime girebileceği matematik yelpazesini genişlettiğini belirtmiştir. Yadav ve diğerlerine (2011) göre öğrencilerin bilgi işlemsel düşünme becerilerinin geliştirilmesi aynı zamanda problem çözüme, eleştirel düşünme becerilerinin de gelişmesini sağlar. Bundy, (2007) çalışmasında bilgi işlemsel düşünmenin bilgisayar kullanmaktan daha fazlası olduğunu ve bütün bilim dallarında yapılan araştırmaları etkilediğini ifade etmektedir.

Wiedemann ve diğerleri (2020) tarafından lise öğrencileri ile yapılan çalışmada matematiksel modelleme sürecinde kullanılan R programlama dilinin bilgi işlemsel düşünme becerilerini geliştirdiği ve R programlama dilinin bir bilgi işleme aracı olarak da kullanılabilirliğini ortaya koymaktadır. Bu araştırma sonucunda, matematiksel modelleme sürecinin doğal olarak bilgi işlemsel düşünmeyle uyumlu olduğu ve matematiksel modelleme uygulamalarının düzenli kullanımı öğrencilerin bilgi işlemsel araçları kullanmalarını doğal olarak motive eder (Wiedemann ve diğerleri, 2020).

Taş, (2018) üstün yetenekli ortaokul öğrencileriyle bilgisayar destekli matematik etkinlikleri ile deneysel yöntemle yaptığı çalışmada, deney grubu öğrencilerinin lehine bilgi işlemsel düşünme özyeterliliklerinin yaratıcılık, algoritmik düşünme boyutlarında anlamlı bir fark olduğu bulmuştur. Ayrıca öğrencilerin matematiğe yönelik kaygı, çalışma ve gereklilik tutumlarında olumlu bir etki olduğu sonucuna ulaşmıştır (Taş, 2018).

Oluk, (2017) nicel araştırma yöntemlerinden betimsel tarama yöntemi kullanarak 2015-2016 eğitim öğretim yılında 4, 6, 8, 10, 12. sınıftaki 532 kız ve 538 erkek öğrenci ile yaptığı çalışmada bilgi işlemsel düşünme becerisi ile mantıksal matematiksel zekâ özalgı düzeyleri arasında pozitif yönde yüksek düzeyde bir ilişki olduğu ve matematik akademik başarısı arasında pozitif yönde orta düzeyde bir ilişki olduğu sonucuna ulaşmıştır. Araştırmacı, bilgi işlemsel düşünmenin eğitim sistemlerine dahil edilmesini ve öğretmen ve öğretmen adaylarının bilgi işlemsel düşünme becerilerinin incelendiği çalışmaların yapılması gerektiğini önermektedir.

Kuleli, (2019) 8. sınıf öğrencilerinin bilgi işlemsel düşünme becerilerine yönelik özyeterlilik algı düzeylerini belirlemek ve bu düzeylerin belirli değişkenler tarafından incelenmesi amacıyla yaptığı tekil tarama desenindeki çalışmada, öğrencilerin bilgi işlemsel düşünme özyeterlilik algularının matematik dersi puanları arasında pozitif yönde, zayıf ve anlamlı bir ilişki olduğu sonucunu ulaşmıştır. Araştırmacı, bilgi işlemsel düşünmenin diğer disiplinlerle olan ilişkisinin ve etkisinin incelendiği araştırmaların yapılmasını önermiştir.



Üzümcü, (2019) sınıf öğretmeni adaylarının bilgi işlemsel düşünme becerilerini geliştirmek için tasarım tabanlı yöntemle bir araştırma yürütmüştür. Eğitim sonucunda, bireylerin problem çözme, sorgulama, analitik düşünme becerilerinde gelişme görülmüştür.

Paf (2019) ortaokul (5, 6, 7 ve 8. sınıf) öğrencileri ile yaptığı ilişkisel tarama modeli araştırmasında, öğrencilerin bilgi işlemsel düşünme becerileri ile yaratıcı problem çözme becerileri arasında pozitif yönde, orta düzeyde, anlamlı bir ilişki olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Bolat (2020), lise düzeyinde çember ve daire konusunda yönelik geliştirdiği STEM etkinliklerini, 66 tane 10. sınıf öğrencisiyle gömülü desen çalışması olarak beş hafta boyunca uygulamıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin problem çözme ve bilgi işlemsel düşünme becerilerini geliştirdiğini ve STEM alanlarına yönelik ilgilerinin arttığı vurgulamaktadır.

Yel, (2021) ilköğretim matematik ve matematik öğretmenliği lisans programındaki 190 öğretmen adayının matematiksel modelleme özyeterlikleri ve bilgi işlemsel düşünme becerilerinin arasındaki ilişkiyi keşfedici korelasyonel araştırma modeline göre incelemiştir. Çalışmanın sonunda matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme özyeterlikleri ve bilgi işlemsel düşünme becerileri arasında yüksek düzeyde anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Ayrıca, öğretmen adaylarının sınıf düzeyleri arttıkça matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme özyeterlikleri ve bilgi işlemsel düşünme becerileri arttığını keşfetmiştir.

Bilgi işlemsel düşünmenin ilkök, ortaokul ve lise seviyelerindeki öğretimde önemli olduğu söylendiği için öğretmen ve öğretmen adaylarının da bilgi işlemsel düşünceleri üzerine yapılacak olan araştırmaların önemli olduğu ifade edilmektedir (Gadanidis, Cendros ve diğerleri, 2017).

Hickmott ve diğerleri, (2018) alanyazındaki çalışmaların genişliğini ve derinliğini belirlemek amacıyla matematik eğitimi ve bilgi işlemsel düşünmeyi bağlayan araştırmaların sistematik bir analizinin sunulması amaçlanmıştır. Araştırma, birçok çalışmanın sadece bilgisayar bilimi akademisyenleriyle gerçekleştirildiğine, matematiğin sadece temel programlama becerilerini öğretme amacıyla kullanıldığına ve matematik alanındaki kavramlarla nadiren ilgilendiği sonucuna ulaşılmaktadır ve matematik odağının daha geniş olduğu bilgi işlemsel düşünme ile bütünleştirilmiş araştırmaların yapılması önerilmektedir (Hickmott ve diğerleri, 2018).

Sung, Ahn ve Black, (2017) farklı derecelerdeki bilgi işlemsel düşünme problemlerinin çözümünün uygulandığı araştırmada, öğrencilerin bilgi işlemsel düşünme becerilerinin yanında matematik alanındaki öğrenmeleri ve kodlama becerilerinde de gelişme sağladığı görülmektedir.

Maharani ve diğeri (2019) 30 matematik öğretmen adayı ile yürütülen ve Polya'nın problem çözme ile bilgi işlemsel düşünme basamaklarının ilişkisinin nasıl olduğunu araştırılmıştır. Bulgular, problemi çözerken çözücünün problem çözme ile bilgi işlemsel düşünme arasındaki ilişkinin problemi çözme bağlamında tanımlarken olduğunu, çözücünün bilgi işlemsel düşünme bağlamında ayrıştırma ve soyutlama aşamasında olduğu; çözüm sürecini planlama sürecinde, çözücülerin genelleme aşamasını gerçekleştirdiği; süreci ve çözümü değerlendirmek için geriye bakarken, çözücü hata ayıklama ve algoritmik düşünme aşamalarının gerçekleştirildiğini göstermektedir (Maharani ve diğeri, 2019).

Lu ve Fletcher, (2009) öğrencilerin bilgisayar biliminde başarılı olabilmeleri için öncelikle programlama öğrenmek yerine bilgi işlemsel düşünmenin temellerinin atılması gerektiğini düşünmektedirler. Bilgi işlemsel düşünmenin anahtar noktalarının, problem çözme ve sistem tasarlama için bilgisayar biliminin temel kavramlarının kullanılması; problemleri daha etkili bir şekilde anlamak ve çözmek için farklı düzeylerde soyutlama yaratmak ve kullanmak; daha verimli, adil ve güvenli çözümler geliştirmek için algoritmik düşünme ve matematik kavramlarını uygulayabilme becerisi olduğu belirtilmektedir ve bilgi işlemsel düşünmenin diğer dersler ile bütünleştirilmesi gerektiğini, bunun en belirgin halinin matematik derslerinde görüleceği ifade edilmektedir (Lu & Fletcher, 2009).

Voskoglou ve Buckley, (2012) bilgisayarların problem çözme sürecinde kullanılması bilgi işlemsel düşünme için ortam yarattığını düşündüklerini ve öğrencilerin matematiksel modelleme içeren gerçek yaşam problemlerini çözme yeteneklerini de arttırdığını ifade edilmektedir. Bu çalışma, matematiksel modelleme problemlerinin çözümünde bilgisayarların bir araç olarak kullanılmasının etkisi araştırmak için 45'er kişilik iki gruba yürütülmüştür. Sonuç olarak, problem çözümünde bilgisayar yazılım kullanan grubun, kullanmayan gruba göre başarı anlamlı derecede yüksektir; böyle bir durum çözümler için bir bilgisayar gibi düşünmeyi teşvik etmekte ve çözümlerinin bilgi işlemsel düşünmenin edinmesinin önemli olduğunu çıkarılmaktadır (Voskoglou & Buckley, 2012).

Sunendar ve diğeri, (2020) matematik eğitimi öğrencilerinin matematiksel modelleme dersi aracılığıyla bilgi işlemsel düşünme becerilerinin tanımlanmasını amaçlamıştır. Matematik eğitimi öğrencilerinin 21. yy.nin gelişmesinde rol oynayacak bireyler olduğu ve bu bireylerin bilgi işlemsel düşünme gibi destekleyici becerilerle donatılmış bireyler olması gerektiği ifade edilmektedir (Sunendar ve diğeri, 2020). Matematiksel modelleme dersleri, bireylerin gerçek hayat problemlerini matematikten yararlanarak çözme becerisini geliştirmeyi hedeflemekte ve bilgi işlemsel düşünme becerileri de bir problem çözme sürecidir, bu yüzden de modelleme sürecinde bu becerinin

açığa çıkması muhtemel olduğu düşünülmektedir (Sunendar ve diğerleri, 2020). 9 öğrenci ile yürütülen bu nitel araştırmada, öğrenciler matematiksel modelleme dersleri sırasında bilgi işlemsel düşünme becerileri de açığa çıkmıştır ve gelişmiştir, detaylı olmayan bir analiz ortaya çıkartılmıştır (Sunendar ve diğerleri, 2020).

Kallia ve diğerleri, (2021) matematik eğitiminde ele alınan bilgi işlemsel düşünmenin temel yönlerini belirlemek amacıyla sistemik bir alanyazın taraması yapıp bir Delphi çalışması yürütmüşlerdir. Alanyazın taramasını destekler nitelikte olan Delphi çalışmasının sonucunda bilgi işlemsel düşünmenin problem çözme, bilişsel süreçler ve aktarım yönlerinin matematik eğitiminde ele alınması gerektiği ifade etmiştir.

Ang, (2020) son zamanlar popüler hale gelen bilgi işlemsel düşünmenin öğretilmesinden kodlamaya kadar geliştirilebilecek zihinsel alışkanlıkları incelemiştir. Ang, zihnin alışkanlıklarının matematiksel modelleme bağlamında çözücünün becerileri ve yeterliklerini nasıl destekleyip geliştirebileceğini tartıştığı üç örnek ele almıştır. Çalışma sonunda çözücünün kodlama ile ilgili akıl yürütme alışkanlıklarının, modelleme görevlerinin üstesinden gelme becerisinin genişleyebileceği ifade etmiştir. Ang (2020) de Wing'in (2008) söylediği gibi “bilgisayar bilimcisi gibi düşünmek, programla bilmekten daha fazladır” görüşü katılmıştır. Scratch ve Python’ın öğrenilmesinin önemli olduğunu fakat nihai amacın bunlar olmadığını, daha önemli olanın problemleri çözmek için bilgisayardan, bilgi işleme araçlarından/yapılarında/yöntemlerinden/modellerinden nasıl yararlanıldığına bakmak olduğu söylemiştir.

Alanyazın incelendiğinde matematik eğitimini temel alan bilgi işlemsel düşünme çalışmalarının sayısının oldukça az olduğu görülse de bu beceriye yönelik çalışma eğilimi gittikçe artmakta ve öğrencilerde bu becerinin gelişimi önemsenmektedir.

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM: YÖNTEM

Çalışmanın yöntem bölümü; araştırma modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci, veri analizi, geçerlik ve güvenirlik çalışmaları ve araştırmacı rolü alt başlıkları altında detaylandırılmıştır.

### 3.1. Araştırma Deseni

Çalışma, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması modelini temel almaktadır. Durum çalışması, bir veya birden fazla durum ve süreç hakkında derinlemesine açıklamalar getirmeyi hedeflemektedir (Fraenkel, Wallen & Hyun, 2012). Bu araştırma, matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki bilgi işlemsel düşünmeye ilişkin zihinsel eylemlerini açıklamayı hedeflediğinden dolayı bir durum çalışması araştırmasıdır. Bu durum çalışmasının analiz birimi, matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki bilgi işlemsel düşünmeye ilişkin zihinsel eylemleridir ve analiz birimi 5 boyutta ele alınmıştır. Çalışmada ele alınacak bilgi işlemsel düşünmede Maharani ve diğerlerinin (2019) kuramsal çerçevesi ele alınarak bilgi işlemsel düşünme, soyutlama (abstraction), ayrıştırma (decomposition), algoritmik düşünme (algorithmic thinking), genelleme (generalization) ve hata ayıklama (debugging) olmak üzere beş temel boyut altında incelenmiştir. Bu çalışmada, öğrencilerin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinden açığa çıkardıkları bilişsel yapılar ve bilgi işlemsel düşünme becerileri incelenmiştir ve aralarındaki ilişki ortaya koyulmuştur.

Durum çalışması, birden fazla analiz birimini içerdiği zaman; bir süreç (teknoloji destekli matematiksel modelleme) içerisinde bir kavramı (bilgi işlemsel düşünme) açıklayan birden fazla sayıdaki alt birimlere (bilgi işlemsel düşünmedeki beş boyut) yoğunlaşmaktadır (Yin, 2003). Bu ise iç içe geçmiş durum çalışmalarında ortaya çıkmaktadır. Ayrıca bu durum çalışmasında, farklı matematik öğretmeni adaylarının iki farklı matematiksel modelleme problemine yönelik çözüm süreçleri ele alındığından dolayı çoklu durumlarla karşılaşmaktadır. Yin'in (2003) durum çalışmalarına yönelik sınıflandırması dikkate alındığında bu çalışmanın modeli, iç içe geçmiş çoklu durum modeli olarak tanımlanmaktadır.

### 3.2. Çalışma Grubu

Çalışma nitel araştırma modeli ile yürütüldüğü için olasılık temelli örnekleme yöntemleri yerine amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi tercih edilmiştir. Nitel araştırmalarda, genelleme yapmaktansa durum hakkında zengin bilgiye

sahip olmanın ve derinlemesine ve ayrıntılı çalışmanın daha önemli olmasından dolayı örneklem seçimi de çalışmanın amacına uygun olarak yapılmıştır. Nitel araştırmalarda öne çıkan ölçüt örnekleme yöntemi, önceden belirlenmiş bazı önemli kriterlerin seçilmesini içermekte ve böylece durumdan daha zengin veriler elde edilmesini sağlamaktadır (Patton, 2015).

Araştırmanın çalışma grubu, Pamukkale Üniversitesi'nde 2020-2021 eğitim ve öğretim yılında ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programında öğrenim gören öğrencilerden oluşmaktadır. Bu araştırmanın ölçütleri; öğrencilerin Pamukkale Üniversitesi'nde ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programında öğrenim görme, Algoritma ve Programlama dersinden başarılı olma, akademik lisans not ortalaması en az 3.4 (4 üzerinden) olma ve çalışmaya katılmak için gönüllü olmasıdır. Bu ölçütler dahilinde beş matematik öğretmeni adayını seçilmiştir. Araştırmanın bulguları sunulurken çalışma grubunun gerçek isimleri kullanılmayıp çalışma grubundaki öğretmen adaylarına kod isimleri verilmiştir. Çalışma grubunun demografik özellikleri Tablo 3.1'de görülmektedir.

**Tablo 3.1. Çalışma Grubunun Demografik Özellikleri**

Kod İsimleri	Algoritma ve Programlama Başarı Notu	Genel Akademik Ortalama	Yaş	Cinsiyet
Ayşe	A1	3,73	19	Kadın
Adile	A1	3,52	19	Kadın
Ali	A1	3,47	19	Erkek
Utku	A1	3,41	19	Erkek
Yağmur	A1	3,64	20	Kadın

### 3.3. Veri Toplama Araçları (Teknikleri)

Nitel araştırmalarda araştırma konusu üzerinde çalışırken birçok yöntem ve kaynak kullanılmakla birlikte birden fazla veri toplama aracı da kullanılabilir (Punch, 2005). Nitel araştırmalarda görüşme formu, gözlem formu, doküman gibi veri toplama araçları çok sık şekilde kullanılmaktadır (Patton, 2015; Punch, 2005; Yin, 2014). Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenilirliği sağlamak için, farklı veri toplama teknikleri ile zengin nitel verilerin elde edilmesi “veri çeşitlemesi” olarak adlandırılmaktadır (Patton, 2015). Böylece elde edilen verilerden daha çeşitli ve derin bilgiler elde edilmesi sağlanmaktadır (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Akgün ve Demirel, 2012; Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu çalışmada, beş matematik öğretmeni adayının iki matematiksel modelleme problemine ilişkin çözümlerini içeren video transkriptleri, yazılı yanıt kağıtları, GeoGebra dosyaları ve çözümleri sırasında araştırmacı tarafından alınan gözlem notları araştırmanın verilerini oluşturmaktadır.

Çalışmada veri toplama aracı olarak kullanılan görüşme formu iki matematiksel modelleme problemini içeren açık uçlu formdur (bkz. Ek.1-Dönme Dolap Problemi ve Ek.2-200 Metre Koşusu Rekorları Problemi). Bu problemler oluşturulurken alanyazındaki matematiksel modelleme problemleri incelenmiş ve tasarlanan matematiksel modelleme problemlerinin matematiksel modelleme problemlerinin temel özelliklerine uygun olmasına dikkat edilmiştir.

Çalışmada kullanılan matematiksel modelleme problemlerinin öğrencilerin sahip oldukları matematik bilgisini gerçek yaşam durumlarında anlamlandırabilecekleri; Hıdıroğlu'nun (2015) teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki zihinsel eylemleri (*problemin analizi, sistematik yapıyı kurma, matematikselleştirme, üst matematikselleştirme, matematiksel analiz, yorumlama, doğrulama, revize etme, raporlaştırma*) ortaya çıkarabilecekleri; bilişsel süreçlerinde zengin durumları ortaya çıkarabilecekleri tarzda olmasına dikkat edilmiştir. Ayrıca problemlerde, gerçek yaşam durumuyla ilişkili çözüm için gerekli ve gereksiz bilgilerin de olmasına, bağlama ilişkin gerçek verilerin bulunmasına; verilen gerçek yaşam durumunun öyküleştirilerek sunulmasına; öğrencilerin tahmin ve varsayım oluşturmalarına olanak sağlamasına; problem ifadesinin öğrenciler için açık, anlaşılır, ilgi çekici olmasına, teknoloji kullanımını desteklemesine, gerekirse öğrencilerin kendilerinin veriler oluşturup kullanabilmesini sağlamasına; veriler tablo ve grafik gibi modellerle görselleştirmelerine olanak sağlamasına ve öğrencilerin becerilerine, teknoloji ve matematik bilgisine uygun problemler olmasına dikkat edilmiştir (Ang, 2010; Baki, 2014; Berry, 2002; Berry & Houston, 1995; Blomhøj & Jensen, 2007; Blum, 2002; Blum & Leiß, 2007; Blum & Niss, 1989; Borromeo Ferri, 2007; Carlson, Larsen & Lesh, 2003; English, 2003; English & Watters, 2004; Galbraith ve diğerleri, 2007; Lesh, Hoover, Hole, & Post, 2000; Lesh & Doerr, 2003; Lingefjärd, 2006; Peter-Koop, 2004; Schoenfeld, 1994). Tasarlanan problemlerde özellikle çözüm sürecindeki zengin veri setini elde edebilmek için Berry ve Houston'ın (1995) matematiksel modelleme problemleri sınıflandırması dikkate alınmış ve problemlerin teorik (Dönme Dolap Problemi) ve deneysel (200 Metre Koşusu Rekorları Problemi) matematiksel modelleme problemlerinin özelliklerini sağlamasına dikkat edilmiştir.

Bu iki matematiksel modelleme probleminin geçerliğini sağlamak için matematik eğitiminde matematiksel modelleme üzerine çalışmalar yapmış olan altı araştırmacıdan bu problemlerin araştırmanın amacına uygun olup olmadıklarına ilişkin uzman görüşleri alınmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda matematiksel modelleme problemlerinde gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Düzeltmeler sonucunda problemlerin son halleri tekrar uzmanlara

gönderilmiş ve onlardan onay alınmıştır. Uzman görüşlerinin onayının ardından problemlerin pilot çalışması bir öğretmen adayı ile çevrimiçi olarak gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmada araştırmacının rolü ve veri toplama ortamı asıl çalışmada olduğu gibi olmuştur. Pilot çalışmanın başarılı olması ve problemlerin ve veri toplama planının çalışmayı gerçekleştirmek için uygun olduğu görülünce asıl çalışmaya geçmeye karar verilmiştir.

Çalışmada kullanılan veri toplama tekniklerinden biri görüşmedir. Punch'a (2005) göre görüşme, diğer insanları anlamanın en güçlü yoludur. Bu çalışmada görüşme kullanarak matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme problemi çözüm süreçlerinde yapay bir ortamda olduklarını hissetmektense doğal bir ortamda hissetmelerini sağlamak ve tarafsız veriler toplamak amaçlanmıştır. Bu yüzden çalışmada görüşme tekniğinin kullanılması önemli olmaktadır. Bu çalışmada görüşmeler her bir öğretmen adayıyla birebir olarak yapılmıştır. Öğretmen adayları çevrimiçi toplantı sırasında bu iki matematiksel modelleme problemi çözmüşlerdir. Çözüm sırasında öğretmen adaylarının kendi bilgisayar ekranlarının paylaşımı ve mikrofonları hep açık kalmıştır, fakat araştırmacının mikrofonu genellikle kapalı olarak tutulmuştur. Görüşmelerde ekran paylaşımları ve mikrofonlar her zaman kayıt altına alınmıştır. Katılımcıların hepsiyle beraber yapılan toplantıda araştırmacı problem çözme sürecinde öğretmen adaylarının sesli düşüncelerini istediğini söylemiştir. Bu yüzden öğretmen adayları problem çözerken yaptıklarını ve düşündüklerini her zaman sesli olarak ifade etmeye özen göstermişlerdir. Problem çözme sürecinde araştırmacı öğrencilere “ne düşünüyorsun, burada ne demek istedin, burada niye öyle yaptın” gibi sorular sormamıştır. Toplantılar çevrimiçi yapıldığı için oluşan bağlantı kopmalarında, mikrofonda gerçekleşen parazit seslerinden dolayı öğretmen adaylarının söylediklerinin anlaşılmadığı durumlarda ve öğretmen adaylarının problemde verilmeyen verileri internet üzerinde arama veya bilmedikleri teknolojik araçların kullanımıyla ilgili bilgiyi internette aramak için soru sorduklarında araştırmacı devreye girmiştir. Bu cevaplar da olabildiğince kısa tutulmuştur ve problemin seyrinin araştırmacı tarafından etkilenmemesi sağlanmıştır. Öğretmen adaylarıyla yapılan görüşmeler sonrasında alınan ekran kayıtları incelenmiş ve ses kayıtlarının deşifreleri çıkartılmıştır. Kayıtların deşifreleri veri analizinde ana veri kaynağı olarak analiz edilmiştir.

Araştırmacı öğrencilerin çözüm süreçlerinde gerekli gördüğü yerlerde gözlem notları almıştır ve bu gözlem notları kuramsal çerçeveler dikkate alınarak yapılandırılmıştır. Gözlem notları, araştırmanın alt problemlerine hizmet edecek ve diğer verileri destekleyecek şekilde çalışmada kullanılmıştır. Nitel çalışmalarda en çok kullanılan bir diğer veri

toplama tekniklerinden biri de gözlemdir (Punch, 2005). Gözlem araştırmacıya durum hakkında birinci elden veri toplanması imkanı sağlamaktadır (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012). Bu çalışmada, Büyüköztürk ve diğerlerinin (2012) ifade ettiği gibi *doğrudan gözlem* yöntemi uygulanmıştır. Doğrudan gözlem yaparken insanlara sorular sormak yerine onlar izlenmekte ve dinlenmektedir. Böylece gözlenenlerin yapay konuşma ve davranış sergilemelerinin önüne geçilmektedir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012). Bu çalışmada da araştırmacı öğretmen adaylarına matematiksel modelleme problemlerinin çözüm sürecinde sorular sormamıştır, söylediklerini dinleyip, ekranda bilgisayar üzerinde yaptıklarını izlemiştir. Bailey'in (1987) gözlem türlerine göre bu çalışmada ele alınan gözlem ortamı yapay laboratuvar ortamı olmaktadır. Çünkü burada öğretmen adaylarında davranış olarak sergilemesi istenilen şey daha öncesinde onlara iki problem olarak sunulmaktadır. Ayrıca yapılandırılmış bir alan araştırması bulunmaktadır. Bunun sebebi de yine ortamın gözlemden önce düzenlenmesi ve gözlemin problemler çerçevesinde ilerlemesidir. Gerekli gördüğü durumlarda da notlar almıştır. Bu yüzden, tutulan gözlem notları yapılandırılmamış gözlem formlarıdır. Araştırmacı gerekli gördüğü durumlarda ayrıntılı olarak düz yazı şeklinde not almıştır.

Bu çalışmada kullanılan diğer bir veri toplama kaynağı dokümandır. Doküman, araştırılması istenen olay veya olgular hakkında bilgi veren her yazılı ve kayıt halinde olan (ses, video, fotoğraf vb.) belgelerdir (Ekiz, 2003; Merriam, 2013; Yıldırım ve Şimşek, 2008). Alanyazında farklı araştırmacıların farklı doküman türleri açıkladıkları görülmektedir (Ekiz, 2003; Finnegan, 1996; MacDonald & Tipton, 1996; Merriam, 2013; Scott, 1990). Bu çalışmada kullanılan dokümanlar ise Merriam'ın (2013) ifade ettiği *araştırma sırasında üretilen dokümanlar* türündedir. Bu çalışmadaki dokümanlar; çevrimiçi toplantı sırasındaki ekran paylaşımlarının kaydı ve ses kayıtlarının deşifresi, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemi çözümleri sırasında kullandıkları yazılı kağıtlar ve matematiksel modelleri oluşturdukları GeoGebra dosyalarıdır.

### 3.4. Veri Toplama Süreci

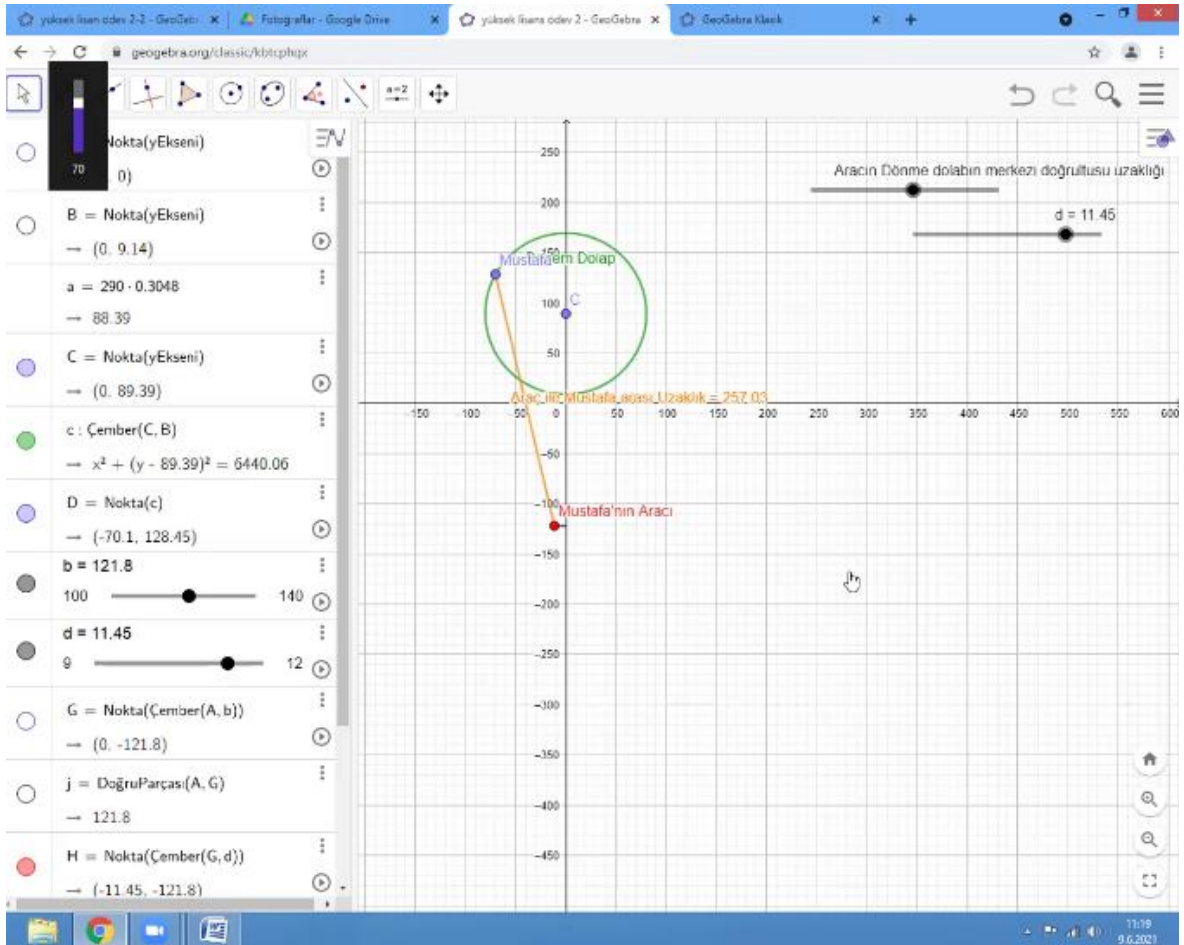
Çalışmanın hazırlık ve veri toplama süreci aşağıdaki sırayla ilerlemiştir.

1. Pamukkale Üniversitesi ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programında 2020-2021 eğitim-öğretim yılındaki zorunlu ders olan *Algoritma ve Programlama* dersi kapsamında, öğrencilere matematiksel modelleme süreci, teknoloji destekli matematiksel modelleme problemleri ve çözümleri hakkında



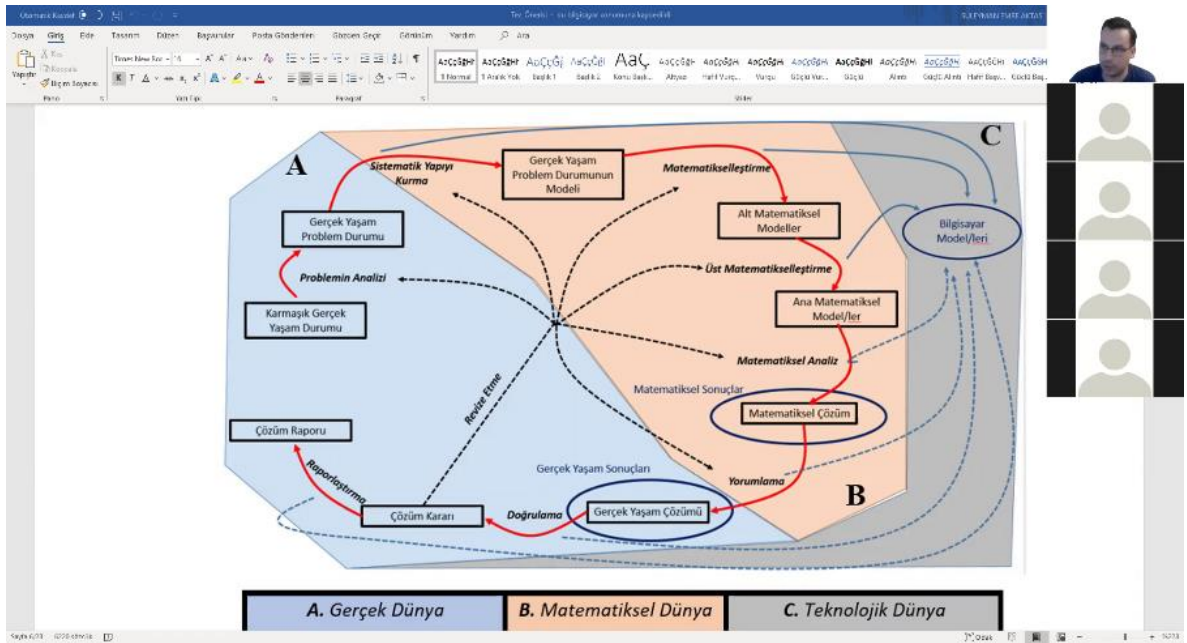
eğitimler verilmiştir. Ders kapsamında öğrenciler sekiz tane matematiksel modelleme problemi ile teknoloji sınıfında çalışmışlardır.

2. *Algoritma ve Programlama* dersinde A1 ile geçmiş ve dersi veren öğretmenin görüşü de dikkate alınarak bazı öğrenciler ile iletişime geçilip çalışmaya istekli olan beş öğrenci çalışma grubuna dahil edilmiştir.
3. Problemler oluşturulurken alanyazındaki matematiksel modelleme problemleri incelenmiş ve tasarlanan matematiksel modelleme problemlerinin matematiksel modelleme problemlerinin temel özelliklerine uygun olmasına dikkat edilmiştir.
4. İki matematiksel modelleme problemi tasarlanınca uzman görüşleri alınıp gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Düzeltmeler sonucunda tekrar uzman görüşü alınıp uygun olduğu onayı alınınca veri toplama aracı olarak bu iki matematiksel modelleme probleminin kullanılmasına karar verilmiştir.
5. Veri toplama araçlarının pilot çalışması bir öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma sonrasında herhangi bir düzeltmenin ihtiyacının olmadığı görülüp asıl çalışmaya geçilmesi kararı alınmıştır (bkz. Şekil 3.1).



Şekil 3.1. Pilot çalışmadan ekran alıntısı

6. Çalışma grubuyla çevrimiçi toplantı yapıp, çalışmanın amacı, kapsamı ve süreçle ilgili bilgiler verilmiştir (bkz. Şekil 3.2).



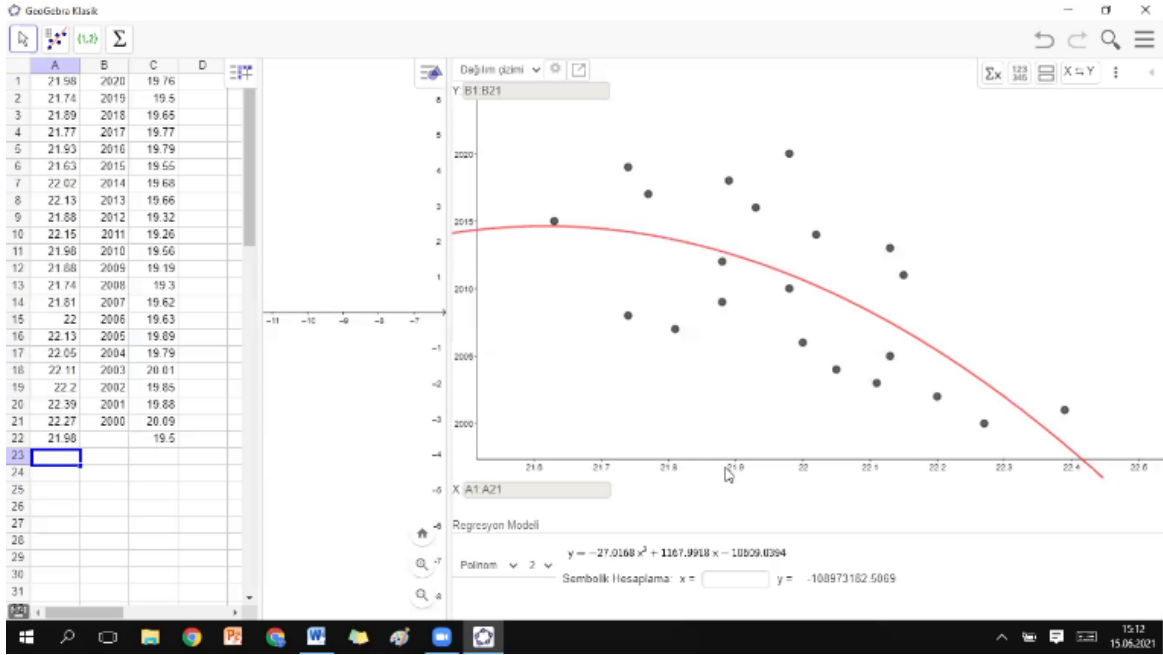
Şekil 3.2. Çevrimiçi bilgilendirme toplantısı

7. Çalışma grubunda her bir kişiyle veri toplanacağı farklı gün ve saatler tek tek belirlenmiştir (bkz. Şekil 3.3).

HAFTALIK GÖREV TAKVİMİ		Takvim Başlangıç Tarihi: 05.06.2021													
Gün	Cumartesi	Pazar	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	Cumartesi	Pazar	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	
2021	05.06.2021	06.06.2021	07.06.2021	08.06.2021	09.06.2021	10.06.2021	11.06.2021	12.06.2021	13.06.2021	14.06.2021	15.06.2021	16.06.2021	17.06.2021	18.06.2021	
09.00-10.00					UTKU										
10.00-11.00															
12.00-13.00															
13.00-14.00			ALİ												
14.00-15.00															
15.00-16.00	YAĞMUR	YAĞMUR		UTKU							ADİLE	AYŞE	ADİLE	AYŞE	
16.00-17.00		ALİ													
17.00-18.00															
18.00-19.00															
20.00-21.00															

Şekil 3.3. Haftalık görev takvimi

8. Belirlenen zamanlarda öğretmen adaylarıyla tek tek çevrimiçi görüşmeler yapılmıştır. Yapılan görüşmelerin ses kaydı, ekran kaydı, çözüm sürecinde kullanılan kâğıdın fotoğrafı ve model oluşturulan GeoGebra dosyası görüşme sonunda araştırmacıda toplanmıştır (bkz. Şekil 3.4).



Şekil 3.4. Veri toplama sürecinden örnek bir ekran alıntısı

9. Elde edilen ses kayıtları ve ekran paylaşım kayıtları birebir yazıya aktarılmıştır. Yazıya aktarılırken sadece sesler değil, öğretmen adaylarının davranışları da deşifreye yazılmıştır.

Görüşmeler süresince toplam 870 dakikalık video ve ses kaydı elde edilmiştir. Her bir öğretmen adayının her bir probleme ayırdıkları süreler Tablo 3.2’de verilmiştir.

Tablo 3.2. Çalışma Grubunun Problemleri Çözmek İçin Ayırdıkları Süreler

Çalışma Grubu	Problemler	Ayırdıkları Süre (dakika)
Ayşe	Dönme Dolap	106
	200 m Koşusu Rekorları	96
Adile	Dönme Dolap	67
	200 m Koşusu Rekorları	76
Ali	Dönme Dolap	73
	200 m Koşusu Rekorları	42
Utku	Dönme Dolap	92
	200 m Koşusu Rekorları	67
Yağmur	Dönme Dolap	122
	200 m Koşusu Rekorları	129

Tablo 3.2’de görüldüğü üzere Ayşe 202, Adile 143, Ali 115, Utku 159 ve Yağmur 251 dakika problemleri çözmek için vakit ayırmıştır. Çalışma grubu Dönme Dolap problemini çözmek için toplamda 440 dakika, 200 m Koşusu problemi için 430 dakika süre harcamışlardır. Çalışma grubu Dönme Dolap problemini çözmek için ortalama 88 dakika, 200 m Koşusu problemini çözmek için ortalama 86 dakika süre ayırmıştır.

### 3.4.1. Veri Toplama Ortamı

Veri toplama için öğretmen adaylarının sağlaması gereken ortam, bireysel görüşmelerden önce yapılan toplantı tüm öğretmen adaylarına detaylı olarak betimlenmiştir. Bu ortamın sağlaması gereken özellikler aşağıda maddeler şeklinde sıralanmıştır:

- Yalnız kalabilecekleri, sessiz, problem çözebilmek için rahat bir oda ve çalışma masası
- GeoGebra ve Zoom uygulaması yüklü kişisel bilgisayar
- Zoom görüşmesini kesintisiz şekilde yapmayı sağlayacak internet bağlantısı
- Zoom görüşmesi sırasında kullanmak için dahili ya da harici mikrofon
- İhtiyaç halinde problem çözümünde kullanabilecekleri yeteri kadar kâğıt, kalem ve silgi

### 3.5. Verilerin Analizi

Çalışmanın veri analizinde içerik analizi yapılmıştır. Büyüköztürk ve diğerlerine (2012) göre içerik analizi bir metnin içindeki bazı kelime ve kelime gruplarının daha önceden belirlenmiş kurallar dahilinde oluşturulan kodlara göre incelendiği ve daha küçük kategorilere göre özetlendiği bir analiz yöntemidir. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkardığı bilgi işlemsel düşünme becerilerinin incelenmesi amacı ile yapılan görüşmeler sonucunda elde edilen ses kayıtlarının birebir yazıya dökülerek deşifreler elde edilmiştir. Elde edilen deşifreler, gözlem notları, yazılı yanıt kağıtları ve ekran kayıtları birlikte tekrar tekrar gözden geçirilmiştir. Deşifreler, ekran kayıtları ve gözlem notları beraber incelenerek öğretmen adaylarının açığa çıkardıkları zihinsel eylemlerin incelenmesi amaçlandığı için içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Strauss ve Corbin'in (1990) ortaya koyduğu kuramsal çerçeveye bağlı içerik analizi yaklaşımı dikkate alınarak izlenmiştir. İçerik analizinde ilk adım verilerin kodlanmasıdır. İçerik analizinin kodlama kısmında elde edilen veriler araştırmacı tarafından incelenerek anlamlı parçalara bölünmeye ve her parçanın da ne anlam ifade ettiği de kavramsal olarak bulunmaya çalışılmaktadır (Strauss & Corbin, 1990). Hem teknoloji destekli matematiksel modelleme süreci için hem de bilgi işlemsel düşünme becerileri için halihazırda kuramsal çerçeveler bulunduğu için verilerin kodlanması Strauss ve Corbin'in (1990) kodlama biçimlerine göre *daha önceden belirlenmiş kavramlara göre yapılan kodlama* biçimindedir. Bu kodlamalar bir araya getirilip ortak yönleri açısından kategoriler oluşturulup, bu kategorilerin taşıdıkları anlamlara göre de temalar oluşturulmuştur. Bu

kategoriler ve temalar oluşturulurken kuramsal çerçevelere sadık kalınmıştır. Bilgi işlemsel düşünmenin temaları Maharani ve diğerlerinin (2019) kuramsal çerçevesinde bilgi işlemsel düşünme becerileri olarak ele alınmıştır. Bu temalara ait göstergeler (kodlar) aşağıdaki Tablo 3.3'te sunulmuştur.

Tablo 3.3. *Bilgi İşlemsel Düşünme Becerilerine İlişkin Göstergeler*

Bilgi İşlemsel Düşünme Becerileri (Temalar)	Bilgi İşlemsel Düşünme Becerilerinin Göstergesi (Kodlar)
Soyutlama	<ul style="list-style-type: none"> <li>• bir nesnenin kullanılmasına veya reddedilmesine karar verme</li> <li>• önemli bilgileri kullanılmayan bilgilerden ayırma</li> <li>• bilgi işlemsel araçlarını problem çözümü için kullanma</li> </ul>
Genelleme	<ul style="list-style-type: none"> <li>• farklı problemlere uygulanabilecek bir çözümü genel forma formüle etme</li> <li>• bir durumda kullanılan bir modeli, farklı bir bağlamda başka bir durumda kullanabilme</li> <li>• geçmiş deneyimlerinden elde ettiği çözümleri yeni problemlerin çözümlerinde kullanabilmesi</li> <li>• problemlerin çözümünde değişkenlerin kullanımı</li> </ul>
Ayrıştırma	<ul style="list-style-type: none"> <li>• karmaşık problemleri daha kolay anlaşılır ve çözülebilen problemlere bölme</li> </ul>
Algoritmik Düşünme	<ul style="list-style-type: none"> <li>• problemlerin nasıl çözüldüğünü adım adım bir işlem/eylem tasarlama</li> </ul>
Hata Ayıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li>• hataları tanımlama</li> <li>• hataları elden çıkarma</li> <li>• hataları düzeltme</li> </ul>

Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki kodlar ve temalar oluşturulurken de Hıdıroğlu'nun (2015) matematiksel modelleme kuramsal çerçevesi dikkate alınmıştır. Bu kuramsal çerçevedeki dokuz temel basamak tema ve alt basamaklar da alt temalar olarak ele alınıp bu temalara ait göstergeler (kodlar) aşağıdaki Tablo 3.4'te sunulmuştur.

Tablo 3.4. *Matematiksel Modellemeye İlişkin Göstergeler*

Matematiksel Modelleme Basamakları (Temalar)	Matematiksel Modelleme Alt Basamakları (Alt Temalar)	Matematiksel Modelleme Basamaklarının Göstergeleri (Kodlar)
Problemin Analizi	Problemi okuma	<ul style="list-style-type: none"> <li>• hiçbir yorum, ek düşünce olmadan yaratıcılık sergilenmeden problemi sesli şekilde okuma</li> </ul>
	Problemi basit ifadelerle açıklama/sadeleştirme	<ul style="list-style-type: none"> <li>• problem durumunu kendi cümleleri ile ifade etme</li> <li>• problem durumuyla ilgili öznel anlayış ve algıları ifade etme</li> </ul>
	Problemdeki stratejik etkenleri düşünme	<ul style="list-style-type: none"> <li>• çözümde gerekli olabilecek etkenleri ayrıntılı olmayacak şekilde açıklama</li> <li>• stratejik etkenlere yönelik plansız ön düşünme yapma</li> </ul>

Sistematik Yapıyı Kurma	Problemdeki verileri inceleme, içeriği yorumlama	<ul style="list-style-type: none"> <li>• problemdeki verileri ayrıntılı olarak inceleme</li> <li>• çözümlerin deneyimlerinden, ön tahminlerinden yararlanarak çözümlerin yorum yapması</li> <li>• problem durumunda ek olarak verilen materyaller incelenerek yorum yapma</li> </ul>	
	Basit varsayımlar yapma	<ul style="list-style-type: none"> <li>• detaylı düşünmeden ve derin sorgulama yapmadan basit ve kısmen genel varsayımlarda bulunma</li> </ul>	
	Genel çözüm stratejisini tasarlama	<ul style="list-style-type: none"> <li>• teknolojik, matematiksel ve matematik dışı kavramlara ilişkin ön bilgiler doğrultusunda izlenecek bir çözüm yolu tasarlama</li> <li>• çözüm için kullanılacak teknolojik/matematiksel kavramlar ve işlemleri belirleme</li> <li>• çözüme uygun yöntem ve teknik belirleme</li> </ul>	
	Çözüm için gerekli/gereksiz stratejik etkenleri/bilgileri ayıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li>• çözüm için gerekli olan etkenleri çok önemli olmayanlar şeklinde ayıklama</li> <li>• gerekli/gereksiz bilgi ayıklamasını sistematik, mantıklı, kapsamlı ve neden-sonuç ilişkisine dayalı olarak yapma</li> </ul>	
	Stratejik etkenleri gruplandırma	<ul style="list-style-type: none"> <li>• değişkenleri, sabitleri ve parametreleri gerçek yaşam durumunu dikkate alarak gruplandırma</li> </ul>	
	Üst düzey varsayımlarda bulunma	<ul style="list-style-type: none"> <li>• verilenler doğrultusunda problem durumuna ilişkin tahmin etme</li> <li>• yapılmış olan basit varsayımlardaki yanlışlıkları düzeltme veya eksiklikleri giderme</li> </ul>	
	Deneyimlerden yararlanma	<ul style="list-style-type: none"> <li>• eski yaşantıları veya önceki problem çözme deneyimleri ile yeni problem durumunu ilişkilendirme</li> <li>• eski problem çözümlerini benzerlik ve farklılık açısından kıyaslayarak yeni bir çözüm yolu üretme</li> </ul>	
	Teknolojik ile matematiksel gösterim arasındaki geçişi gerçekleştirme	<ul style="list-style-type: none"> <li>• gerçek yaşam durumu modelini bilgisayar yazılımına aktarma</li> </ul>	
	Matematikselleştirme	YMM'lerin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma	<ul style="list-style-type: none"> <li>• matematiği kullanarak YMM'lerin cebirsel gösterimini bulma</li> <li>• matematiği kullanarak YMM'lerin grafiksel gösterimini bulma</li> </ul>
		Bağımlı-bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme	<ul style="list-style-type: none"> <li>• YMM'lerin sahip olacağı değişkenleri, sabitleri ve parametreleri şekillendirme</li> <li>• YMM'lerin oluşturulması için çözümde uygulamaya geçme</li> </ul>
Stratejik etkenleri matematiksel sembollerle ifade etme		<ul style="list-style-type: none"> <li>• YMM'leri matematiksel sembollerle ifade etme</li> <li>• stratejik etkenleri matematiksel sembollerle ifade etme</li> </ul>	
Stratejik etkenleri yorumlama, YMM'lere ilişkin ön tahminlerde bulunma		<ul style="list-style-type: none"> <li>• bilgileri ve günlük yaşam deneyimleri ile değişkenleri, sabitleri ve parametreleri yorumlama</li> </ul>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>deneyimler ve eldeki verileri kullanarak YMM'lere ilişkin ön tahminlerde bulunma</li> </ul>
Teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma	<ul style="list-style-type: none"> <li>GeoGebra üzerinde YMM'leri birbirinden farklılaştırmak için biçim ve stil özelliklerini değiştirme</li> <li>GeoGebra'daki gereksiz noktaları gizleme</li> <li>GeoGebra görünümünü yakınlaştırıp uzaklaştırma</li> </ul>
Problemde verileri bulunmayan stratejik etkenlere yönelik sayısal tahminlerden ve ölçümlerden yararlanma	<ul style="list-style-type: none"> <li>YMM'lerde kullanılacak stratejik etkenlere ilişkin problemde bulunmayan veriler üretme</li> <li>Problem bulunmayan bilgileri günlük yaşam deneyimleri ile belirleme, interneti kullanma</li> </ul>
Üst düzey matematiksel ve teknolojik bilgiden yararlanma	<ul style="list-style-type: none"> <li>matematik bilgisinin yeterli olmadığı durumlardan teknolojiye destek alma</li> </ul>
Teknolojik ve matematiksel gösterim arasında geçiş yapma	<ul style="list-style-type: none"> <li>matematik bilgisini GeoGebra'ya aktarabilme</li> <li>GeoGebra'da oluşan yapının matematiğini ifade edebilme</li> </ul>
YMM'lerin cebirsel gösterimlerinden yararlanma	<ul style="list-style-type: none"> <li>AMM'yi elde edebilmek için YMM'lerin matematiksel modellerinden yararlanma</li> </ul>
Bağımlı-Bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme	<ul style="list-style-type: none"> <li>AMM'nin sahip olacağı değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme</li> </ul>
Teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma	<ul style="list-style-type: none"> <li>AMM'yi oluşturmak için YMM'lerin önemli noktaları, farklılıklarını belli etmek için GeoGebra'da biçim ve stil değişikliği yapma</li> </ul>
Gerekli YMM'leri belirleme	<ul style="list-style-type: none"> <li>elde bulunan YMM'lerden hangisinin çözüm için öncelikli olduğunu belirleme</li> </ul>
YMM'lerin grafiksel gösterimlerinden yararlanma	<ul style="list-style-type: none"> <li>elde edilen zihinsel modeli veya kâğıt üstünde oluşan matematiksel modeli GeoGebra'ya aktarma</li> </ul>
YMM'lerin yorumlanmasına olanak sağlayan teknolojik sistemi kurma	<ul style="list-style-type: none"> <li>matematiksel çözüme veya sonuca ulaşmak için YMM'lerin yardımıyla AMM'yi teknolojik ortamda yapılandırma</li> </ul>
AMM için gerekli verileri YMM'lerden elde etme	<ul style="list-style-type: none"> <li>GeoGebra'nın cebir ve geometri penceresini YMM'leri oluşturma için veri kaynağı olarak kullanma</li> </ul>
Stratejik etkenleri yorumlama ve AMM'ye ilişkin ön tahminlerde bulunma	<ul style="list-style-type: none"> <li>AMM'leri oluşturmak için günlük yaşam deneyimlerinden elde edilen değişken, sabit ve parametreleri gerçek verilerden elde edilen verilerle kıyaslama</li> <li>elde edilen verilerle AMM'ye ilişkin ön tahminlerde bulunma</li> </ul>
Üst düzey matematiksel ve teknolojik bilgilerden yararlanma	<ul style="list-style-type: none"> <li>AMM'ye ulaşmak için özel tanımlı fonksiyonlardan yararlanma</li> <li>AMM'ye ulaşmak için matematik bilgisinin yetersiz geldiği durumlarda GeoGebra'dan destek alma</li> </ul>

Üst  
Matematikselleştirme

	AMM'nin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma	<ul style="list-style-type: none"> <li>elde edilen YMM'ler ile matematiksel veya grafiksel bir AMM bulma</li> </ul>
	Teknolojik ve matematiksel gösterim arasındaki geçiş yapma	<ul style="list-style-type: none"> <li>elde edilen matematiksel gösterimi GeoGebra'ya aktarma</li> <li>elde edilen GeoGebra gösterimini matematiksel olarak ifade etme</li> </ul>
	Y/AMM'lerin grafiksel veya cebirsel gösterimlerinden yararlanma	<ul style="list-style-type: none"> <li>cebirsel çözüm elde etmek için matematiksel modellerin cebirsel ifadelerini kullanma</li> <li>geometrik çözüm elde etmek için matematiksel modellerin grafik gösterimlerden yararlanma</li> <li>Y/AMM'lerin grafikleri, kesişim noktaları, doğrular arasındaki açı, farklı YMM'leri değişkenleri arasındaki ilişkiyi inceleme</li> </ul>
	Teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma	<ul style="list-style-type: none"> <li>GeoGebra'nın cebir ve geometri gösterimlerini kullanarak yorum yapma</li> <li>elde edilen matematiksel modeli GeoGebra'nın dinamik yapısı sayesinde yorum yapma</li> </ul>
	Matematiksel çözüme ve sonuçlara ulaşmak için hesaplama yapma	<ul style="list-style-type: none"> <li>matematiksel çözüm veya sonuç bulmak için hesap makinesi kullanma</li> <li>matematiksel çözüm ve sonuç bulmak için GeoGebra'yı kullanma</li> </ul>
Matematiksel Analiz	Matematiksel çözümü ve sonuçları veren teknolojik sistemi kurma	<ul style="list-style-type: none"> <li>matematiksel çözüme ulaşmak için Y/AMM'lerin farklı yönlerini gösterim teknolojik sistemler (animasyon, dinamik görünüm vb.) kurma</li> </ul>
	Y/AMM'lerin kritik noktalarına ilişkin matematiksel sonuçlar elde etme	<ul style="list-style-type: none"> <li>matematiksel modelin tanım kümesini, tanımsız olduğu noktaları, değer kümesini, grafiğin türünü, arttığı ve azaldığı noktaları, dönüm noktalarını gibi kritik noktaları ifade etme</li> </ul>
	Matematiksel ve teknolojik bilgilerden yararlanma	<ul style="list-style-type: none"> <li>Y/AMM oluştururken matematiksel tanımlardan yararlanma (parabolün tepe noktası formülü gibi)</li> <li>Y/AMM oluştururken GeoGebra'nın araçlarından yararlanma (kesişim noktası, orta nokta bulma vb.)</li> </ul>
	Teknolojik ile matematiksel gösterim arasındaki geçiş yapma	<ul style="list-style-type: none"> <li>kâğıt üstünde ve GeoGebra üstünde oluşturulan aynı modelin değişkenlerinin farklı ifadesini düzeltme</li> <li>matematiksel model ve teknolojik model arasında değişiklikleri giderme</li> </ul>
	Matematiksel çözümün gerçek yaşam karşılığını belirleme	<ul style="list-style-type: none"> <li>çözümde ölçeklendirme gibi matematiksel modellerin gerçekten farklı bir görünümünün kullanıldığı durumlarda bu ölçeği (farklı gösterimleri) birebir yaparak gerçek yaşam karşılığını bulma</li> </ul>
Yorumlama	Gerçek yaşam durumu ile zihinsel modeli arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarma	<ul style="list-style-type: none"> <li>varsayım, durum modeli ve gerçek hali arasındaki ilişkiyi, ölçeklendirme gibi etkenlerle ilişkilendirme</li> <li>GeoGebra'da oluşturulan doğru parçasının uzunluğu ile gerçekte ifade ettiğini parçanın uzunluğu ilişkilendirme</li> </ul>



	AMM'nin kritik noktalarının gerçek yaşam karşılıklarını belirleme	<ul style="list-style-type: none"> <li>elde edilen tanım olduğu noktalar, en büyük ve en küçük değerler, fonksiyon sınırları, tanımsız olduğu değerler ve kritik noktalar gibi değerlerin gerçek yaşam sonuçlarını bulma</li> </ul>
	Gerçek yaşam çözümü ve sonuçlarının problem durumu açısından incelenmesi	<ul style="list-style-type: none"> <li>elde edilen AMM ile gerçek yaşam çözümünü/sonucunu problem durumu açısından açıklama</li> <li>matematiksel modelin gerçek yaşam durumu yansımalarını ayrıntılı olarak inceleme</li> <li>matematiksel modelleme probleminin farklı durumlarına yönelik düşünce sergileme</li> <li>matematiksel modelin gerçek yaşam durumuna yansımalarını inceleme</li> </ul>
	Varsayımları gerçek yaşam çözümü ve sonuçları doğrultusunda irdeleme	<ul style="list-style-type: none"> <li>başlangıçta alınan temel varsayımların gerçek yaşam çözümüne/sonuçlarına etkilerini ifade etme</li> <li>başlangıçta alınan temel varsayımların değişikliği durumunda olabilecekleri ifade etme</li> </ul>
Doğrulama	Gerçek yaşam sonuçlarındaki beklenmeyen durumların irdelemesi	<ul style="list-style-type: none"> <li>elde edilen AMM'nin hangi durumlarda yetersiz kaldığını inceleme</li> <li>elde edilen AMM'nin eksikliklerinin çözüm için yeterli olup olmadığına karar verme</li> </ul>
	Gerçek yaşam sonuçlarını deneyimlere dayalı tahminlerle veya ölçümlerle karşılaştırma	<ul style="list-style-type: none"> <li>elde edilen AMM ile gerçek yaşamla ilişkili ölçüm ve tahminlerden (deneyimler de dahil) edinilen sayısal değerleri kıyaslama</li> <li>elde edilen AMM ile gerçek yaşamla ilişkili ölçüm ve tahminlerden (deneyimler de dahil) edinilen sayısal değerleri yorumlama</li> </ul>
	Gerçek yaşam sonuçlarını problem verileri ile karşılaştırma	<ul style="list-style-type: none"> <li>çözümlerin doğruluğu incelenirken, verilenlerle bulunan gerçek yaşam sonuçlarını kıyaslama</li> <li>problemde verilen stratejik etkenlerle ilişkin ortalama değerlerle bulunan sonuçları kıyaslama</li> </ul>
	Gerçek yaşam sonuçlarını video ve resimlerdeki durumlarla karşılaştırma	<ul style="list-style-type: none"> <li>oluşturulan matematiksel modelle problem durumunu en iyi ifade eden görseli/leri (video, animasyon, fotoğraf vb.) karşılaştırma</li> </ul>
	Gerçek yaşam çözümünün/sonuçlarının yeterliliğine ilişkin karara varma	<ul style="list-style-type: none"> <li>günlük yaşam problem durumu için AMM'nin yeterli olup olmadığına karar verme</li> </ul>
	İşlemleri, düşünceleri ve basamakları kontrol etme	<ul style="list-style-type: none"> <li>ele alınan düşünceleri kontrol etmek için tekrar düşünme</li> <li>ele alınan işlemleri kontrol etmek için tekrar düşünme</li> <li>ele alınan basamakları kontrol etmek için tekrar düşünme</li> </ul>
Revize Etme	Çözümdeki hata/yanlışın kaynağını belirleme	<ul style="list-style-type: none"> <li>çözümde hata olduğunu düşündüğü kısmı tekrar gözden geçirme</li> <li>tatmin edici bir sonuca ulaşamayınca geliştirilebilecek kısmı gözden geçirme</li> </ul>

	İşlemleri ve Düşünceleri tekrar gözden geçirme	<ul style="list-style-type: none"> <li>• çözümden tatmin olmayınca süreçteki tüm düşünce ve işlemleri tekrar gözden geçirme</li> <li>• çözümde hata olduğu görülünce sürecin tamamını gözden geçirme</li> </ul>
	Alternatif çözüm stratejileri belirleme	<ul style="list-style-type: none"> <li>• düşünce ve işlemlerde hata bulununca genel çözüm stratejisini değiştirme</li> <li>• AMM'yi farklı şekilde bulmayı sağlayacak matematiksel ve teknolojik bilgileri ortaya koyma</li> </ul>
	Üst düzey varsayımlarda değişiklik yapma	<ul style="list-style-type: none"> <li>• düşüncelerde ve işlemlerde hata bulunmuyorsa üst düzey varsayımlarda değişiklik yapma</li> </ul>
Raporlaştırma	Raporda yazılması gereken önemli düşünceleri vurgulama	<ul style="list-style-type: none"> <li>• çözüm sürecindeki önemli ve daha az önemli düşünceleri ayırt etme</li> <li>• çözüm raporunda olması gereken düşünceleri ortaya koyma</li> </ul>
	Çözümü ayrıntılı matematiksel ifadelerle destekleme	<ul style="list-style-type: none"> <li>• çözüm raporunda sözel ifadeleri matematiksel ifadelerle destekleme</li> </ul>
	Raporda yazılması gerekenleri sıralama	<ul style="list-style-type: none"> <li>• çözüm raporunda yazılması gerekenleri mantıksal ve çözüm sırasına göre sıralama</li> </ul>

Hıdıroğlu'nun (2015) teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde ortaya koyduğu dokuz temel basamak, matematiksel modelleme sürecindeki zihinsel eylemlerin kategorileri şeklinde ele alınmıştır. Maharani ve diğerlerinin (2019) bilgi işlemsel düşünme kuramsal çerçevelerindeki beş beceri de bilgi işlemsel düşünme sırasında açığa çıkan zihinsel eylemlerin kategorileri olarak ele alınmıştır. Bu kategorilerin kodları ise kuramsal çerçevelerden yararlanılarak Tablo 3.3 ve Tablo 3.4'de görüldüğü gibi oluşturulmuştur. Oluşturulan kodlar, kategoriler ve temaların güvenilirliği sağlamak için farklı kodlayıcılar arasında benzerlik oranı elde edilmiştir. Güvenirliği sağlamak için verilerin %30'u iki kodlayıcı arası güvenilirlik testi (Miles & Huberman, 1994) sonucunda %88'lik uyum olduğu görülmüştür. Ayrıca verilerin analizi sırasında araştırmacı ve danışman sık tartışma ve görüşme yaparak analizin güvenli olduğundan emin olunmuştur.

### 3.6. Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları

Geçerlik ve güvenirlik çalışmaları, bir araştırmanın kavramsal çerçevesinin oluşturulması, verilerin toplanması, analiz edilmesi, elde edilen analizlerin yorumlanması ve bulguların aktarılması ile ilgili kaygıları ortadan kaldırmayı hedeflemektedir (Merriam, 2013). Firestone, (1987) nicel ve nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirliğin farklı şekilde incelenmesi gerektiğini ifade etmektedir. Nicel çalışmalarda tüm prosedürler birbir yerine getirildiğinde okuyucu genellikle ikna olur, fakat nitel bir çalışmada okuyucu inandırabilmek için detaylı betimlemeler yapılması ihtiyacı duyulmaktadır (Firestone,

1987). Ayrıca nicel çalışmalar değişkenlerin durgun resmini çekmeye çalışırken, nitel çalışmalar farklı ve özel (spesifik) durumlarda eylemlerde bulunan insan davranışlarını incelemektedir ve bu nedenle nitel araştırmalarda bu spesifik durumların detaylı açıklanması gerekmektedir (Firestone, 1987). Lincoln ve Guba (1985), nitel araştırmalardaki geçerlik ve güvenilirlik için farklı kavramlar kullanılmasını önermişlerdir. Nitel çalışmalardaki *inandırıcılık*, *aktarılabirlik*, *tutarlılık*, *güvenebilirlik* ve *doğrulanabilirlik* kavramları nicel çalışmalardaki güvenilirlik, geçerlik, nesnellik, iç geçerlik ve dış geçerlik kavramları ile örtüşmektedir (Lincoln & Guba, 1985; Merriam, 2013). Bu çalışmada Lincoln ve Guba'nın (1985) ve Erlandson, Harris, Skipper ve Allen'in (1993), geçerlik ve güvenilirlik kavramlarının nitel araştırmalardaki karşılıkları dikkate alınmıştır (bkz. Tablo 3.5).

Tablo 3.5. *Geçerlik ve güvenilirlik kıstaslarının nicel ve nitel araştırmalarda karşılıklarının (Erlandson ve diğerleri, 1993; Lincoln ve Guba, 1985)*

<i>Kıstaslar</i>	<i>Nicel Çalışmalar</i>	<i>Nitel Çalışmalar</i>
Araştırma sonuçlarındaki gerçeğin doğru gösterimi	İç geçerlik	İnandırıcılık
Sonuçların uygulanabilir olması	Dış geçerlik	Aktarılabirlik
Tutarlı olması	İç güvenilirlik	Tutarlılık
Nesnel, tarafsız olması	Dış güvenilirlik	Teyit edilebilirlik

İç geçerliğin nitel çalışmalardaki karşılığı *inandırıcılık* olarak görülmektedir (Merriam, 2013). İç geçerlik de elde edilen bulguların gerçekle ne kadar örtüştüğü, gerçeği ne kadar iyi yansıtabildiği ile ilgilidir (Merriam, 2013). Nicel çalışmalarda gözlenecek veya ölçülecek bir fenomen dururken, nitel çalışmalarda gerçek bütünsel, sürekli olarak değişen ve çok boyutlu durum/lar incelenmektedir. Bu çalışmada iç geçerliği, yani inandırıcılığını sağlamak için uygulanan stratejilerden biri veri çeşitlemesini sağlamak olmuştur. *Veri çeşitlemesinin* nasıl yapıldığı *Veri Toplama Araçları* alt başlığında detaylı açıklanmıştır. Nitel çalışmalarda inandırıcılığı sağlayacak bir diğer strateji ise *sürekli gözlem* yapmaktır (Lincoln & Guba, 1985). Bu çalışmada matematiksel modelleme problemleri çözümü sırasında araştırmacı sürekli olarak gözlem yapmasına ek olarak yapılan görüşmeler video ve ses kaydına alındığı için görüşme sırasında gözden kaçan şeyler olsa bile kayıtların tekrar tekrar izlenmesiyle birlikte bu durum ortadan kalkmıştır. İnandırıcılığı sağlamak için tavsiye edilen diğer bir strateji ise *uzun süreli etkileşim* kurmadır (Lincoln ve Guba, 1985; Shenton, 2004). Bunun için araştırmacı matematik öğretmeni adaylarının *Algoritma ve Programlama* derslerine katılarak her dersin belirli kısımlarında matematiksel modelleme etkinlikleri yapmıştır; böylece araştırmacı ve çalışma grubu arasında bir güven ilişkisi kurulması desteklenmiştir. Çalışma grubu, uygulamayı bir zorunluluk olarak görmemiş, tamamen

çalışmaya istekli bir şekilde uygulamaya katılmış ve sonunda çalışmaya katılmaktan dolayı mutlu olduklarını görüşmelerde birçok kez ifade etmişlerdir. Çalışmanın inandırıcılığını sağlamak için yapılan yapılanlardan bir diğeri araştırmacının çalışmadaki rolünün ve çalışmanın ortamının detaylı betimlenmesidir.

Nicel çalışmaların ana amaçlarından olan *genelleme* olarak ifade edilen dış geçerlik, çalışmanın sonuçlarının farklı durumlarda ne düzeyde uygulanabilir olması ile ilgilidir (Lincoln & Guba, 1985; Merriam, 2013). Nicel araştırmalarda seçkisiz örnekleme yöntemiyle oluşturulan örneklemden elde edilen veriler evrene genelleme için uygunken, nitel çalışmalarda bilhassa durum çalışmalarındaki örneklem genellemeye uygun değildir (Cresswell, 2013). Çünkü, durum çalışmaları – bir sınıf ile yürütülebileceği gibi bir kişi ile de sınırlandırılabilir – durum/fenomen hakkında genelleme yapmaktan ziyade var olan spesifik durumla ilgili derinlemesine bilgi edinilmesini amaçlanmaktadır. Bu yüzden, Lincoln ve Guba, (1985) nitel araştırmalarda dış geçerlik için *aktarılabirlik* kavramının kullanılmasının uygun olacağı öne sürmüşlerdir. Aktarılabirlik, çalışmanın sonuçlarının direkt olarak benzer ortamlar için genellenemeyeceğini, fakat okuyucunun benzer ortamlarda bu sonuçların uygulanıp uygulanamayacağı ile ilgili uzun vadeli olmayan yargılar elde edebileceğini ve sınavabileceği hipotezler oluşturabileceği anlamına gelmektedir (Erlandson ve diğerleri, 1993; Lincoln & Guba, 1985; Merriam, 2013). Erlandson ve diğerleri, (1993) aktarılabirliği artırmak için iki strateji önermektedir: *ayrıntılı betimleme* ve *örnekleme*. Ayrıntılı betimleme, bulguların detaylı bir biçimde yorum katılmadan okuyucuya sunulmasıdır ve bunu sağlamak için de doğrudan alıntılar kullanılarak bulgularda sunulması yolu izlenmektedir (Erlandson ve diğerleri, 1993). Bu çalışmanın bulgular bölümü başta olmak üzere tüm parçaları ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Örnekleme stratejisi ise nicel çalışmalarda genellemeyi artırmak için seçkisiz yöntemle seçilirken, nitel çalışmalarda aktarılabirliği artırmak için amaçlı örnekleme yöntemi seçilmektedir (Erlandson ve diğerleri, 1993). Çalışmanın örnekleme yöntemiyle ilgili detaylı bilgiler *Çalışma Grubu* alt başlığında detaylı olarak ifade edilmiştir.

Bir çalışmada elde edilen bulguların tekrar edilebilir olması güvenilirlik ile ilgilidir (Merriam, 2013). Daha genel bir ifadeyle, güvenilirlik, yapılan çalışmada elde edilen bulguların çalışma birebir şekilde tekrar yapıldığında aynı sonuçları verip vermediği ile ilgilidir. Sosyal bilimlerde insan davranışları üzerine çalışmalar, o çalışmanın tekrar yapıldığında aynı bulguları vermesinin önüne geçebilmektedir; çünkü insan davranışları karmaşıktır ve sürekli bir değişim halindedir (Merriam, 2013). Bu yüzden nitel çalışmalarda aynı çalışmanın tekrarlanmasıyla aynı bulgular çıkmayabilir, fakat bu çalışmanın niteliğini

düşürmemekte, çünkü elde edilen bulgular hakkında birçok yorum yapabilme imkanı sağlamaktadır (Merriam, 2013). Lincoln ve Guba (1985) nitel çalışmalarda güvenilirlik yerine *tutarlılık* kavramını kullanmanın daha uygun olduğu öne sürmektedir. Tutarlılık, elde edilen bulguların tekrar tekrar aynı şekilde elde edilmesi değil, sonuçların toplanan verilerle tutarlı olup olmaması ile ilgilidir. Bu durum nitel araştırmalarda güvenilirliği sağlamanın olanaksız olması anlamına gelmemektedir, nicel çalışmalarda veri toplama ve analizinde alanyazındaki geçerli istatistiksel araçların kullanıldığı gibi nitel çalışmalarda veri toplama sürecinde ve bulguların analizinde alanyazında önerilen teknikler kullanılmaktadır (Merriam, 2013). Bu teknikler; *araştırılacak konuya ilişkin kuramsal çerçeveler kullanılması, veri analizinde içerik analizi gibi yöntemlerin kullanılması ve veri çeşitlemesi stratejisinin kullanılması* örnek olarak verilmektedir (Merriam, 2013). Bu çalışmada bu kısımlar sağlam bir kuramsal altyapı ile ilişkilendirilerek detaylı bir şekilde ilgili bölümlerde açıklanmıştır.

Bilimsel çalışmaların araştırmacıların öznel yargılarından ve tahminlerinden uzak olarak gerçeği yansıtması beklenir, bu yüzden nicel çalışmalarda, araştırmacılar alana veya veri kaynağından uzakta olarak ve nesnel yargılarla sonuçları ortaya koyması beklenmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Nitel çalışmalarda ise araştırmacının nesnelliklerinden tam olarak söz edilemediğinden dolayı Lincoln ve Guba (1985) nesnellik yerine *teyit edilebilirlik* kavramını öne sürmektedir. Teyit edilebilirlik, araştırmacının topladığı verilerle ulaştığı sonuçları sürekli olarak gerçekleştirme yapması ve okuyucuya araştırma çerçevesinde mantıklı bir açıklama sunabilmesidir. Bu çalışmada teyit edilebilirliği sağlamak için elde edilen veriler birden fazla kopya ile depolanmıştır ve veri analizi sürecinde birden fazla kodlayıcı ile araştırma yürütülmüş, gerekli durumlarda uzman görüşlerinden yararlanılarak çalışmada iyileştirmeler yapılmıştır. Araştırmanın veri toplama ve analizi sürecinde izlenen adımlar detaylı bir şekilde ilgili bölümlerde ifade edilmiştir.

### 3.7. Araştırmacının Rolü

Bu çalışmada araştırmacı çalışmanın bir parçası olmuştur. Veri toplama sürecinden önce ve veri toplama sürecinde ortam aktif olarak görev almıştır. Böylece, Merriam'ın (2013) ifade ettiği nitel çalışmalarda araştırmacı, araştırmayla ilgili alanda vakit geçiren ve gerçekleşen olayları yaşayan, alanı yakından bilen, çalışmaya katılanlarla yakın iletişim içerisinde olan kişi görüşüne uygun bir rol izlenmiştir. Böylelikle araştırmacı veri toplama sürecinin bir parçası olabilmekte ve araştırmacının gözlem ve yorumları çalışmayı etkileyen önemli bir etken haline gelebilmektedir (Cresswell, 2013). Bu yüzden araştırmacının rolü

nitel araştırmalarda daha önemli bir hal almaktadır. Ayrıca, araştırmacı veri toplama sürecinde öznellikten uzaklaşarak nesnellikliğini korumuştur; veri toplama sürecinde ve analizinde önyargılarına bağlı fikirlerden ve kendi varsayımlarından uzaklaşarak süreçte bulunmuştur. Böylelikle, Merriam'ın (2013) araştırmacının nesnel olması, kendi varsayımlarında ve öznel fikirlerinden uzak bir şekilde veri toplaması gerektiği önerisi de uygulanmış olmaktadır. Araştırmacı bu nesnellikliği ve tarafsızlığı sağlamak için kuramsal çerçevelerden yararlanmış ve onlara belli durumlarda bağlı kalmış, farklı uzmanların görüşlerini dikkate almış ve veri çeşitlenmesinde elde ettiği zengin verileri ilişkilendirerek bulgularındaki temel dayanaklarını sağlamlaştırmıştır. Veri toplama sürecinden önce veri toplama araçlarından olan iki matematiksel modelleme problemini tasarlarırken alanyazındaki önemli çalışmalarını göz önünde bulundurmıştır. Ayrıca, uzman görüşleri ve pilot çalışma yaparak bu iki matematiksel modelleme probleminin bu çalışma için uygun olduğu görmüştür. Araştırmacı veri toplarken birden fazla veri toplama tekniği kullanarak hem veri toplama sürecinde hem de analiz yaparken verilere tarafsız yaklaşmaya çalışmıştır. Araştırmacının veri toplama araçlarında aldığı önlemler ve stratejiler *Veri Toplama Araçları* ve *Veri Toplama Sürecinde* detaylı olarak sunulmuştur.

Araştırmacı *Algoritma ve Programlama* dersi kapsamında öğrencilerle yaptığı matematiksel modelleme uygulamalarında farklı türlerde matematiksel modelleme problemlerini sınıfa uygulamış ve tüm öğrencilere eşit bir şekilde yaklaşım sergilemiştir. Bu süreçte araştırmacının neler yaptığı veri toplama sürecinde detaylı olarak verilmiştir. İki matematiksel modelleme probleminin çözümlerini içerecek asıl görüşmelerden önce çalışmaya katılmaya gönüllü olan öğrencilerle çalışmanın nasıl ilerleyeceği ile ilgili bilgilendirme toplantısı yapılmıştır. Bu toplantıda, çalışmanın tamamen gönüllülük esasına dayandığı, hiçbir zorlama olmadığı üzerine vurgulanmıştır. Bu toplantıda çalışma grubuna, veri toplama sürecinde öğretmen adaylarının nasıl bir ortamda çözümler gerçekleştirecekleri hakkında detaylı bilgiler verilmiştir. Uygulamanın gerçekleştirileceği ortamın nasıl olduğu hakkında detaylı bilgiler veri toplama sürecinde detaylı olarak açıklanmıştır. Ek olarak, araştırmacı bu toplantıda, yapılacak olan veri toplama sürecinde tüm öğretmen adaylarının düşüncelerini sesli olarak ifade etmelerini önemle istemiştir. Veri toplamak için yapılan görüşmelerde araştırmacı görüşme başlangıcında problemleri matematik öğretmeni adaylarına verdikten sonra mikrofonunu ve kamerasını kapatarak matematik öğretmen adaylarını ilgili problemlerle baş başa bırakmıştır. Katılımcılar bu süreçte her zaman ekran paylaşımlarını ve mikrofonları açık bırakmıştır. Katılımcıların sesli düşünmelerini sağlamak ve desteklemek için araştırmacı süreç sırasında hiçbir şekilde onlarla etkileşimde

bulunmamıştır. Böylece katılımcıların düşüncelerini daha rahat ifade ettikleri ve kendilerini *yanlış mı yapıyorum* diye düşünmelerinin önüne geçtikleri ortamın sağlanması hedeflenmiştir. Araştırmacı süreçte sadece bağlantı kopması veya sesin anlaşılmadığı durumlarda öğretmen adaylarından söylediklerinin anlaşılmadığını ve bunları tekrar etmelerini istediğini belirtmiştir. Veri toplama sürecinde son olarak, öğretmen adaylarının problem çözümlerinin bittiğini ifade ettiğinde sadece çözümde neler yaptıklarının bir özetini istemiştir. Bu veriler ise asıl verileri gerektiğinde desteklemek amacıyla veri analizinde dikkate alınmıştır. Veri analizi sürecinde araştırmacı, alanyazındaki kuramsal çerçevelerden Hıdıroğlu'nun (2015) teknoloji destekli matematiksel modelleme süreci ve Maharani ve diğerlerinin (2019) bilgi işlemsel düşünme becerileri kuramsal çerçevelerini kullanmıştır. Elde edilen verileri analiz ederken bu kuramsal çerçeveler dahilinde analiz etmiştir ve yorumlamalarını da bu kuramsal çerçeveler dahilinde yapmaya özen göstermiştir. Çalışmada simülasyon ve boyutsal analiz modelleme problemlerine uygun matematiksel modelleme problemleri oluşturulmamıştır.

## DÖRDÜNCÜ BÖLÜM: BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde, öğretmen adaylarının dönme dolap ve 200 metre koşusu rekorları matematiksel modelleme problemlerini çözerken teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki bilgi işlemsel düşüncelerine ilişkin açığa çıkardıkları zihinsel eylemlerini açıklayan bulgulara yer verilmiştir. Bulgular sunulurken, araştırmanın problemi ve ele alınan kuramsal çerçeveler dikkate alınarak yapılandırılan araştırmanın alt problemleri dikkate alınmıştır. Bu alt probleme ilişkin bulgular ve yorum sunulurken bir sıra gözetmeksizin farklı öğretmen adaylarının zihinsel eylemleri Hıdıroğlu'nun teknoloji destekli matematiksel modelle süreç modelinde temel basamakların sırasına göre sunulmuştur. Her temel basamağa ilişkin iki alt basamak örneği öğretmen adaylarının sözlü alıntıları (sözlü alıntılar tabloda gösterilip ve alıntılarının içerisinde parantezli ifadelerde öğretmen adayının o sırada yaptığı eylemler sunulmuştur), o sıradaki ekran görüntüleri ile beraberinde sunulurken bilgi işlemsel düşünmenin ilgili becerisi ile olan ilişkisi ifade edilmiştir.

### 4.1. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Soyutlamaya İlişkin Zihinsel Eylemleri

Bu kısımda beş öğretmen adayının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkardığı bilgi işlemsel düşünmedeki soyutlama becerisine yönelik zihinsel eylem örnekleri sunulmuş ve yorumlanmıştır.

Hıdıroğlu'nun teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecine göre ilk temel basamak problemin analizidir. Ayşe dönme dolap probleminde, problemi okuduktan sonra problemde verilenler ve istenenler üzerine düşündüklerini ifade etmeye başlamıştır. Böylelikle Ayşe problemin çözümüne başlamıştır. Problemi okuma davranışı teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecine göre *problemin analizi* temel basamağında olduğunun bir göstergesidir. Daha sonra Ayşe okuduğu problem üzerine sesli düşünürken ona problemle birlikte verilen fotoğraflarda gördüğü dönme dolabı zihninde canlandırmaya çalışmış ve GeoGebra'da en uygun şekilde modellenebileceği yönün dönme dolabın tam karşıdan bakıldığında oluşan görüntü olduğunu vurgulamıştır (bkz. Tablo 4.1 ve Şekil 4.1).

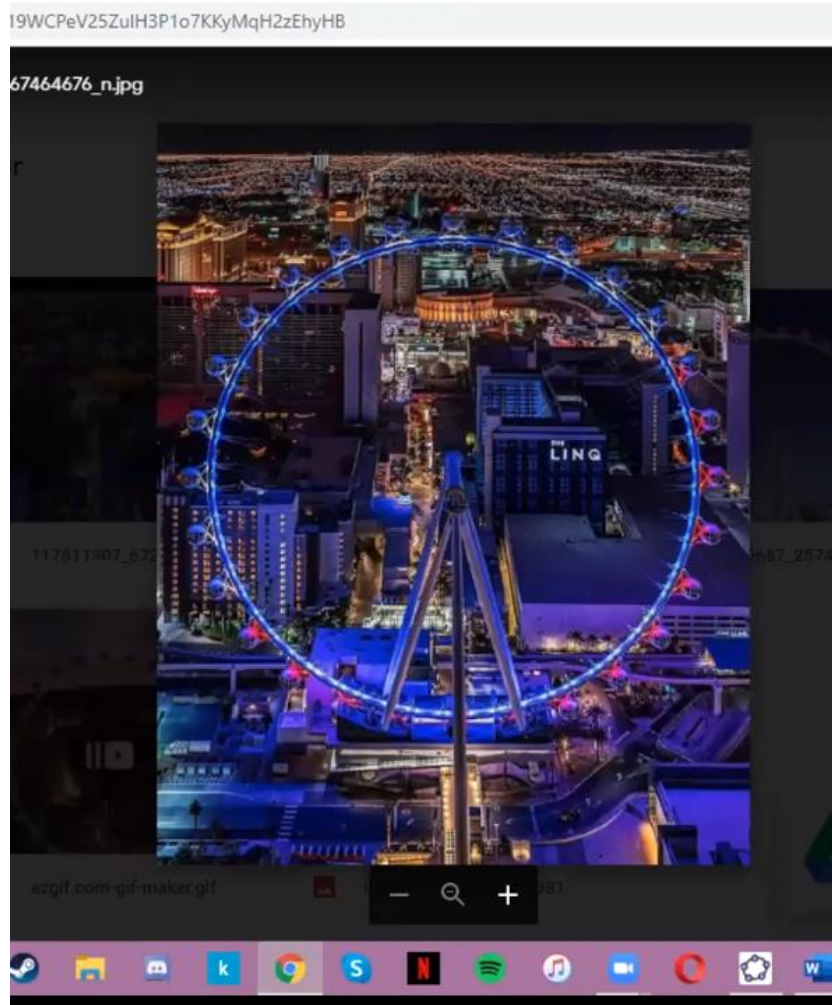
Tablo 4.1. *Soyutlama Becerisinin Problemin Analizi Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

#### **Problemin analizinde basit varsayımlar yapma örneği**

Ayşe: ...modellerken muhtemelen karşıdan görünüşünü kullanırım diye düşünüyorum. Yani farklı perspektifler belki yapılabilir, üstten görünüşü falan ama bu yandan görünüşü kullanılabilir. Ya da böyle diğer yandan da olabilir. Yani sanki şuradan izliyormuş (dönme dolabın doğrultusunda gösteriyor), ya da şuradan izliyormuş gibi yapılabilir. Ki ama o zaman tam o çembersel hareketi yapamaz. Olmaz. Çembersel hareket değil mi yani? Çember etrafında dönüyormuş gibi düşünebiliriz bunu. (O sırada yağmur fotoğrafları inceliyor.)



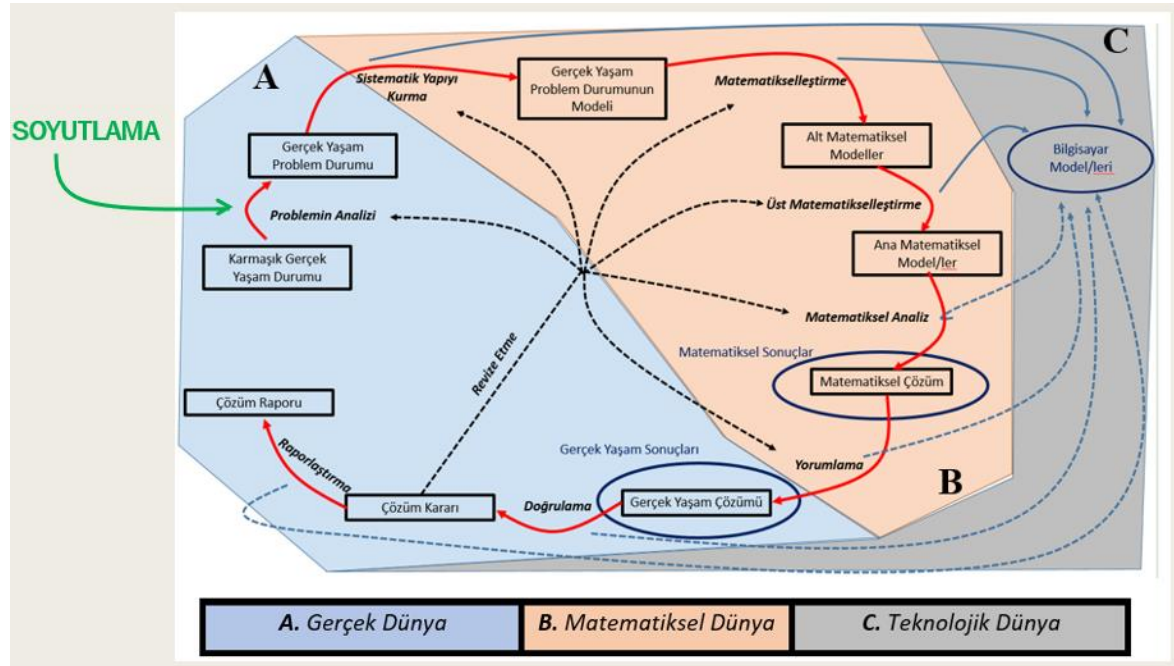
Bu düşünce problemin analizi temel basamağından *basit varsayımlar yapma* alt basamağına ilişkin bir zihinsel eylem şeklinde yorumlanmıştır. Buradaki zihinsel eylemleri, modeli üstten, yandan, karşıdan ve üç boyutlu olarak inşa edebilecekken, sadece karşıdan inşa etmeyi tercih ettiğini söyleyerek diğer yönlerin çözümde daha işlevsiz olacağına ilişkin karar verme şeklinde olmuştur. Böylece Maharani ve diğerlerinin (2019), *bilgi işlemsel düşünmedeki soyutlamanın* bir örneği olarak görülmüştür.



Şekil 4.1. Soyutlama becerisinin problemin analizi temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Çözümün devamında Ayşe'nin “Çember etrafında dönüyormuş gibi düşünebiliriz bunu” ifadesiyle dönme dolabın matematiksel gösteriminin geometrik şekillerden çembere benzediğini ifade ederek yine *basit varsayımlarda* bulunmuştur. Burada basit varsayım olması daha çözüm için Ayşe'nin net gerekçeli çıkarımlar yapmadığından anlaşılmaktadır. Zaten çözümünün ileriki aşamada Ayşe bu düşüncelerini kapsamlı bir şekilde gerekçelendirerek üst düzey varsayımlarda bulunmuştur. Bu da onun o aşamada *sistemik yapıyı kurma* basamağına olduğunu göstermektedir. Ayşe bu kısımda da bilgi işlemsel

düşünme becerilerinden soyutlamaya ilişkin zihinsel eylemler açığa çıkarmıştır. Çünkü, günlük hayatta gerçekleşen bir durumu/olayı matematiksel bir şekil ya da cisim ile eşleştirmiştir. Bu durumda, dönme dolabın kabininin hareketini bir geometrik şekil olan çembere benzeterek onu soyutlamıştır. Ayşe'nin dönme dolap problemini çözerken açığa çıkardığı bilgi işlemsel düşünme bileşenlerinden *soyutlamayı* örnekleyen zihinsel eylemi teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinin problemin analizi temel basamağında ortaya çıkmıştır (bkz. Şekil 4.2).



Şekil 4.2. Ayşe'nin soyutlamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Problemin analizi temel basamağındaki diğer bir örneğe değinecek olunursa, dönme dolap probleminin çözümünde Ayşe, Mustafa'nın arabası ile dönme dolap arasındaki uzaklığı ölçmek için farklı çözüm yolları düşünürken bu iki nokta arasındaki arabaların sayısının önemli olabileceğini vurgulamıştır. Bu durumda uzaklıkla aynı doğrultuda olan arabaları saymaya başlamıştır (bkz. Şekil 4.3 ve Tablo 4.2).



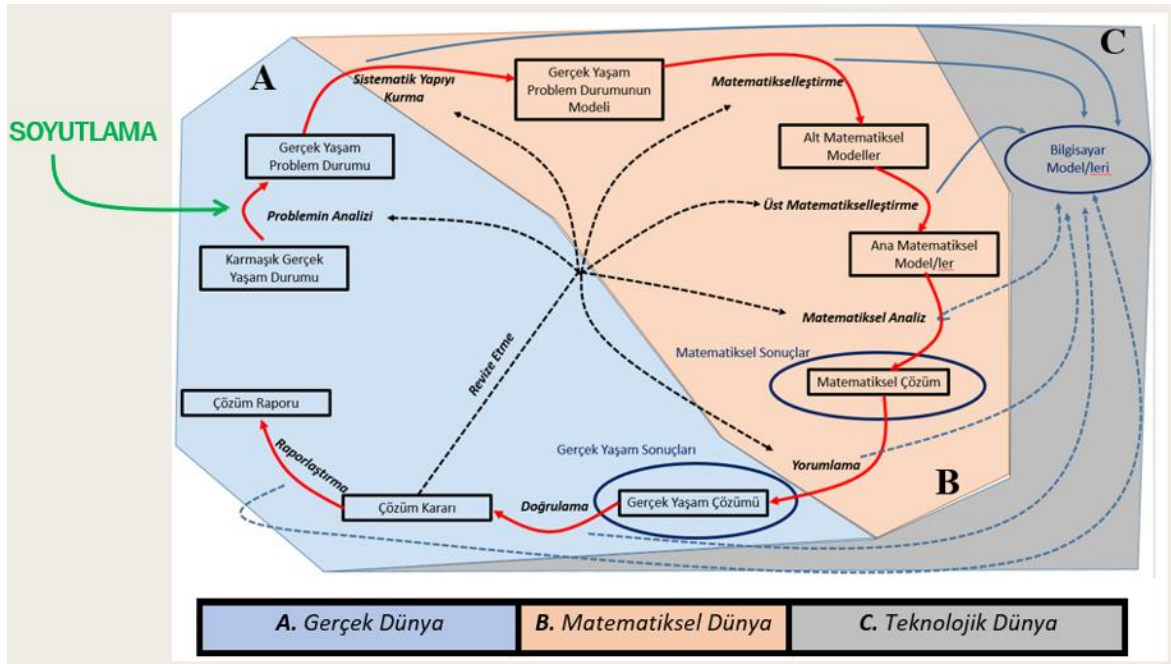
Şekil 4.3. Soyutlama becerisinin problemin analizi temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Belirli bir uzaklığa kadar araba sayısı yeterliyken bir yerden sonra geri kalan uzaklık için tahmin etmek durumunda kalmıştır. Ayşe problemin çözümü için gerekli olduğunu düşündüğü bu uzaklığın hesaplanması için arabaların sayısının ve araba genişliğinin önemli stratejik etken olduğunu düşünmüştür. Ayşe'nin burada yaptığı zihinsel eylemler *problemin analizi* temel basamağındaki *problemdaki stratejik etkenleri düşünme* alt basamağına örnek olmuştur.

Tablo 4.2. *Soyutlama Becerisinin Problemin Analizi Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

<b>Problemin analizinde problemdaki stratejik etkenleri düşünme örneği</b>
...kaç araba daha olabilir? (Tahmini olarak saymaya başlar) 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28. Burada bir 28 araba var. Tamam buradan sonra ne kadar olur? Bir de arabaların enleri ne kadar olur? O halde yaklaşık? Bilmiyorum ki tam olarak ne kadar olur? Genişlik mi denir ki ona? Tamam.

Ayşe, uzaklığı ölçmek için GeoGebra'dan doğru parçası oluşturup uzunluğu hesaplatılması, cetvelle ölçüp ölçeklendirilmesi gibi yöntemlerin kullanılmasındansa Ayşe bunların önemsiz olduğu düşünerek arabaların sayısının önemli olduğunda karar kılmıştır. Ayşe'nin buradaki zihinsel eylemlerinin *bilgi işlemsel düşünmedeki soyutlama* becerisine örnek olduğu görülmüştür (bkz. Şekil 4.4).



Şekil 4.4. Ayşe'nin soyutlamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki sıradaki temel basamak sistematiği kurma olmuştur. Ayşe dönme dolap probleminde, GeoGebra modelindeki dönme dolabın kabinindeki Mustafa'yı ifade etmek için bir nokta kullanmayı tercih edeceğini ifade etmiştir. Ayşe, bu noktanın dinamik olacağını ve dönme dolap hareketi boyunca da hareket edeceğini söylemiştir. Ayşe'nin bu zihinsel eylemlerinin, teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *sistematiği kurma* temel basamağında *üst düzey varsayımlarda bulunma* alt basamağına örnek oluşturmuştur. Çünkü Ayşe burada problem durumuna ilişkin üst düzey tahminlerde bulunmuş ve düşüncelerini etkili akıl yürütmelerle gerekçelendirmiştir. Ayşe'nin GeoGebra'da Mustafa'yı bir nokta olarak ifade etmesi bilgi işlemsel düşünmenin bileşenlerinden biri olan *soyutlamayı* örnekleyen zihinsel eylemlerden birisi olarak görülmüştür (bkz. Şekil 4.5 ve Tablo 4.3). Bu zihinsel eylemi gösterirken araştırmacı gözlem notu Tablo 4.4'te sunulmuştur.

Tablo 4.3. *Soyutlama Becerisinin Sistematiği Kurma Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

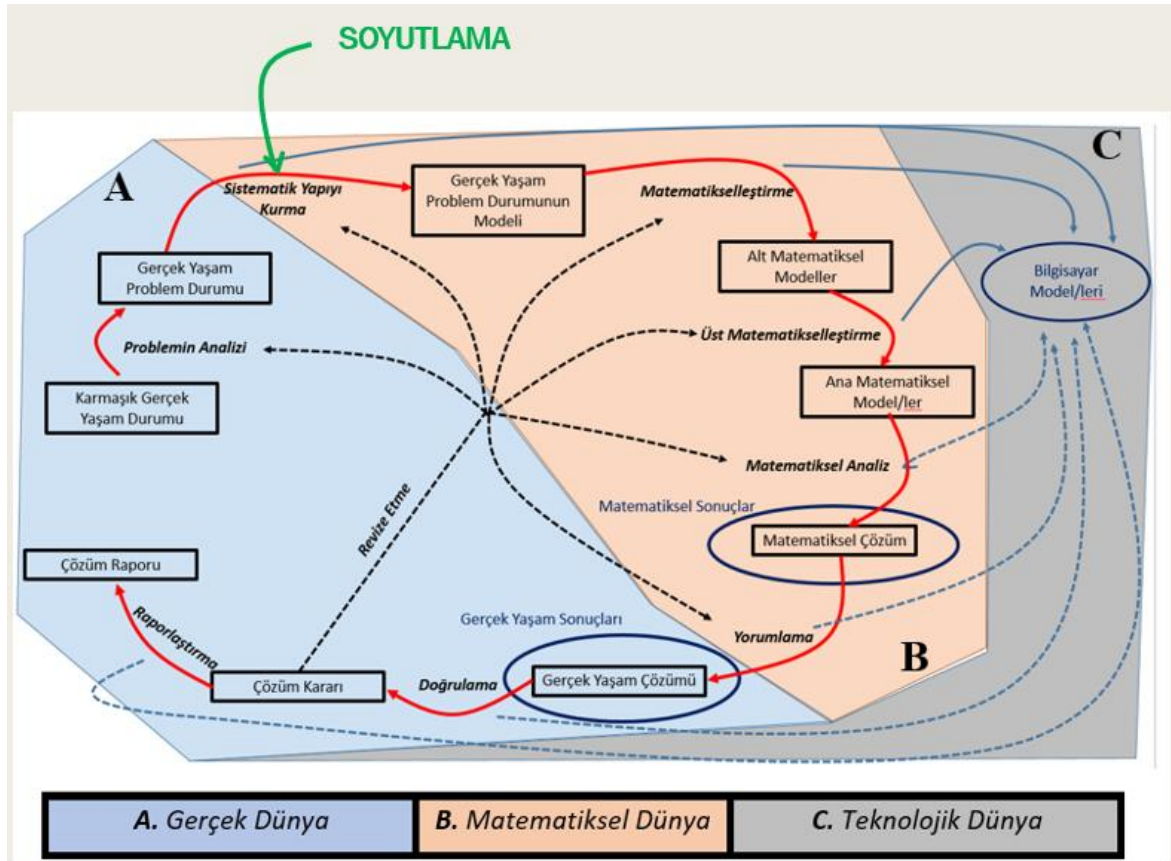
**Sistematiği kurmada üst düzey varsayımlarda bulunma örneği**

...tam olarak nerede olduğunu düşünmek için. Herhangi bir noktayı (Mustafa'nın dönme dolap üstündeki konumundan bahsediyor) işaretlese de olur herhâlde. Yani o döndükçe sonuçta çember üzerinde aynı şey. Biraz ayrıntı olacak sanki. Yani ben görsellik için tek tek bir şeyler, noktalar konulabilir. Sonuçta döndükçe o çember üzerinde hareket edeceği için aynı şey.

Tablo 4.4. Soyutlama Becerisinin Sistemik Yapıyı Kurma Temel Basamağının Alt Basamağındaki Gözlem Notu

**Gözlem Notu**

Ayşe, dönme dolabın hareketini GeoGebra'yla dinamik olarak ifade edebileceğini biliyordu. Böylece Mustafa'yı GeoGebra'da gösterebilmek için sadece çember üzerinde bir nokta inşa ederek bunu istediği gibi şekil üzerinde hareket ettirdi. Bu yaptığı çözümün ilerleyen kısımlarında Ayşe'ye kolaylık sağlayacağını düşünüyorum. Çünkü problemin çözümünde dönme dolaptaki Mustafa'nın farklı yerlerdeki konumlarını önemlidir. Böylece üst düzey varsayımda bulunma ve soyutlama becerine bir örnek olduğu gözlenmektedir. (Gözlem Notu: Ayşe, Dönme Dolap Problemi)



Şekil 4.5. Ayşe'nin soyutlamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Sistemik yapıyı kurma temel basamağının diğer alt basamağına ilişkin zihinsel eyleminin örneği Yağmur'un 200 metre koşusu probleminin çözümünde sunulmuştur. Yağmur problemi okuduktan sonra kadınların ve erkeklerin rekor sürelerinin ayrı ayrı incelenerek farklı değerler bulunabileceğini ve sonrasında bulunan değerlerin ortalama değerlerinin hesaplanabileceğini ifade etmiştir (bkz. Tablo 4.5). Bu matematiksel değerleri bulabilmek için problem durumunda verilen rekor süreleri GeoGebra'nın hesap tablosuna kopyala-yapıştır yoluyla aktarmıştır (bkz. Şekil 4.6). Aktarmadan önce rekor sürelerin yıllarını da hesap tablosuna eklemiştir. Yağmur'un problemde sunulan gerçek yaşam verilerini GeoGebra'da kullanabileceği şekilde aktarmasıyla teknoloji destekli matematiksel

modelleme sürecinde *sistemik alt yapıyı kurma* temel basamağının *teknolojik ile matematiksel gösterim arasında geçişi gerçekleştirme* alt basamağına ilişkin zihinsel eylem örnekleri olduğu düşünülmektedir.

Tablo 4.5. *Soyutlama Becerisinin Sistemik Yapıyı Kurma Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Sistemik yapıyı kurmada teknolojik ile matematiksel gösterim arasında geçişi gerçekleştirme örneği**

Tek tek kadınlar incelenebilir, tek tek erkekler, sonra bu ikisinin ortalaması alınabilir ya da... Ya da kadın ve erkekler birlikte alınıp bir grafik oluşturabilir, grafiğin sonra en iyi uyum yaklaşırma doğrusuyla bulunabilir diye düşünüyorum ama. ... (Yağmur, GeoGebra'da yıl, süre, yıl artışı diye sütunlar oluşturuyor. Yılları tek tek yazmak yerine bir formülle ardışık şekilde devam şeklinde yazdırıyor.) Hangi yıla kadar, 2020 yılına kadar tamam. Sonra ne diyor? İlk önce kadınlar için yapsam, sonra erkekler için yapayım, evet, iki tane yardımcım da olabilir. ... İlk önce erkekler hakkında yapayım. Bir de kopyalayamıyorum ya, şey, neyse, Word'den açayım bir de. (Yağmur Word'den sürelerini kopyalar. GeoGebra'ya yapıştırır.)

...

Yağmur'un problem durumunda sunulan verilerden sadece yılları ve rekor süreleri kullanmaya karar vermesi, GeoGebra'da yılları tek tek yazmak yerine bir formüller otomatik olarak yazdırması, sunulan yılları kopyala-yapıştır yoluyla GeoGebra'ya aktarması (bkz. Şekil 4.6) onun bilgi işlemsel düşünmede *soyutlamaya* yönelik zihinsel eylemler gösterdiğinin göstergeleri olarak düşünülmüştür.

The image shows a spreadsheet application window with a table of 200m race records. The table has columns for 'Erkekler' (Men), 'Ülke' (Country), 'Süre' (Time), 'Kadınlar' (Women), and 'Ülke' (Country). The data is as follows:

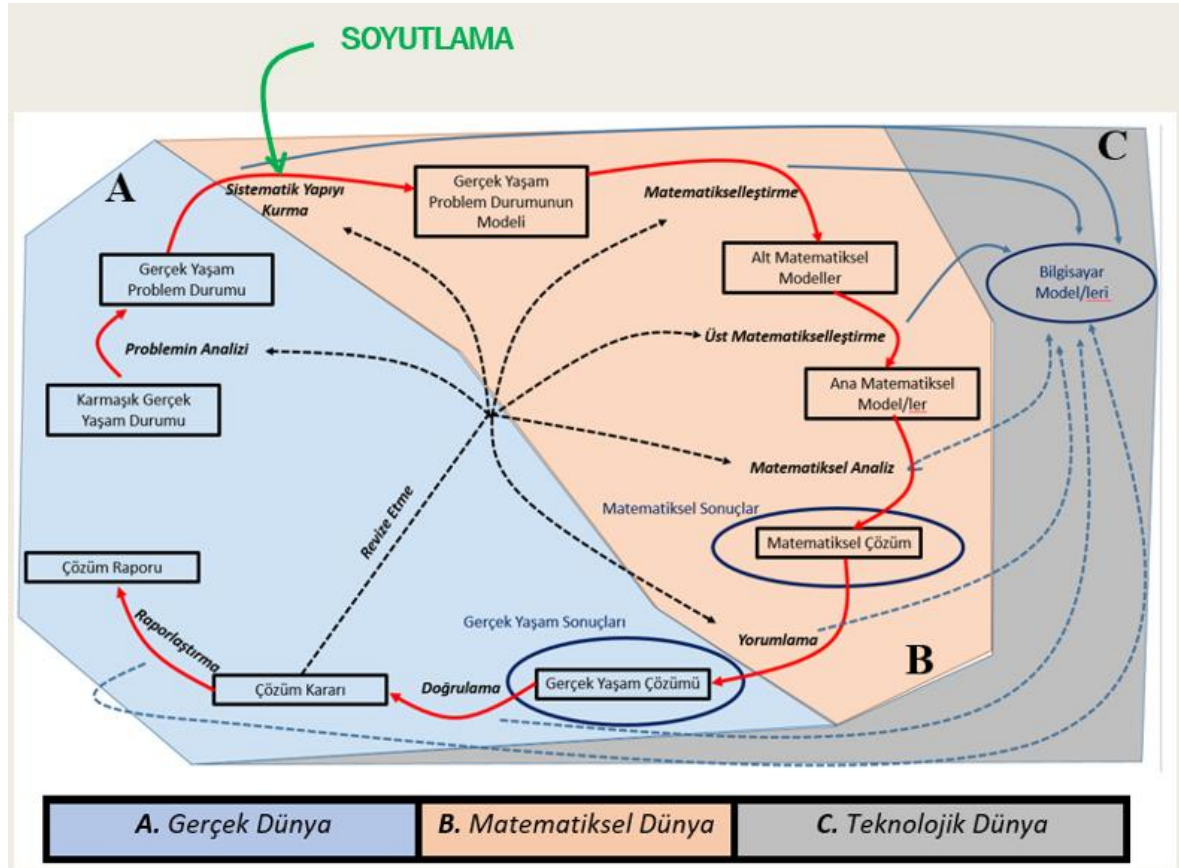
Erkekler	Ülke	Süre	Kadınlar	Ülke	Süre
N. Lyles	USA	19.76	S. Miller-Libo	BAH	21.98
N. Lyles	USA	19.50	S. Miller-Libo	BAH	21.74
N. Lyles	USA	19.65	D. Ashst-Smith	GBR	21.89
I. Makwala	BOT	19.77	T. Bowie	USA	21.77
U. Bolt	JAM	19.79	E. Thompson	JAM	21.93
U. Bolt	JAM	19.55	D. Schippers	NED	21.63
J. Gatlin	USA	19.68	A. Felix	USA	22.02
U. Bolt	JAM	19.66	S. A. Fraser-Pryce	JAM	22.13
U. Bolt	JAM	19.32	A. Felix	USA	21.88
Y. Blake	JAM	19.26	S. Solomon	USA	22.15
U. Bolt	JAM	19.56	V. Campbell-Brown	JAM	21.98
U. Bolt	JAM	19.19	A. Felix	USA	21.88
U. Bolt	JAM	19.30	V. Campbell-Brown	JAM	21.74
T. Gay	USA	19.62	A. Felix	USA	21.81
X. Carter	USA	19.63	S. Simpson	JAM	22.0
W. Spearmon	USA	19.89	A. Felix	USA	22.13
S. Crawford	USA	19.79	V. Campbell	JAM	22.05
B. Williams	USA	20.01	A. Felix	USA	22.11
K. Kedéris	GRE	19.85	D. Ferguson-McKenzie	BHS	22.20
J. J. Johnson	USA	19.88	L. Jenkins	USA	22.39
K. Kenteris	GRE	20.09	P. Davis-Thompson	BAH	22.27

Below the table, there is a text box with the following text: 'Tablo 1. Yıllara Göre En İyi 200 Metre Erkek ve Kadın Dereceleri' and a question: 'İde 2000 yılından 2020 yılına kadar yıllık 200 metre koşusunda altın leri ve rekorları bulunmaktadır. Bu verilerden yola çıkarak 2030 y etre koşudaki rekorları hakkında ne söyleyebilirsiniz?'.

The spreadsheet interface shows a menu for pasting data into a cell. The menu options are: Kopyala, Yapıştır, Kes, Sil, Veri Dosyasını İçer Aktar, Hesap Tablosu Seçenekleri.

Şekil 4.6. Yağmur'un soyutlamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Yağmur'un problem durumda verilenleri GeoGebra yazılımına aktarması sırasında açığa çıkardığı zihinsel eylemlerde soyutlamaya ilişkin zihinsel eylemlere de rastlanmıştır. Bu durumun kuramsal çerçevelerin kesişiminde gösterimi Şekil 4.7'de sunulmuştur.



Şekil 4.7. Ayşe'nin soyutlamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

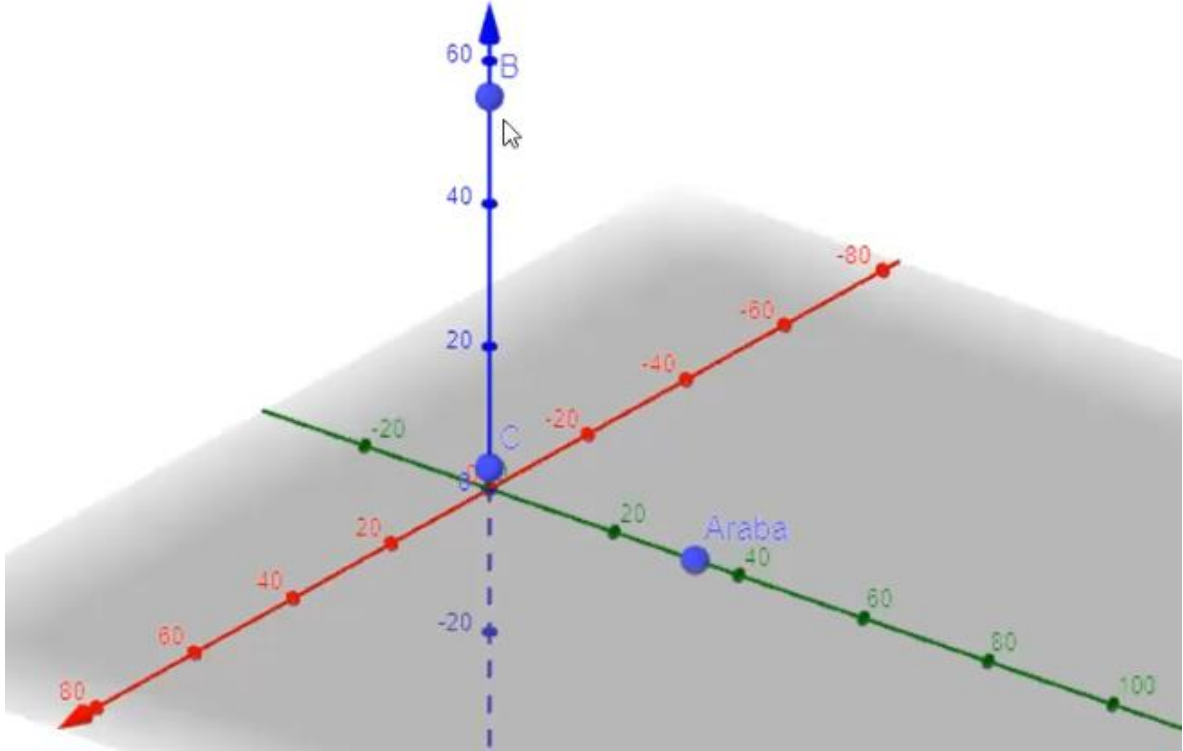
Bulguların sunulduğunda sıradaki teknoloji destekli matematiksel modelleme süreç modeli temel basamağı matematiksel olmuştur. Ayşe dönme dolap probleminin çözümünde dönme dolabı GeoGebra üzerinde inşa ederken; dönme dolabın gerçek uzunluklarını kullanmak yerine ölçeklendirme yapmayı tercih etmiştir. Ölçeklendirmeyi yapınca bulduğu yeni uzunluklara göre teknolojik modeli oluşturmaya başlamıştır. Böylece dönme dolabın en üst noktasının GeoGebra'nın grafiksel gösteriminde z-ekseninde 55 noktasında olacağını ifade etmiştir (bkz. Tablo 4.6).

Tablo 4.6. *Soyutlama Becerisinin Matematikselleştirme Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Matematikselleştirmede YMM'lerin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma örneği**

Daha önce hiç feetle bir şey yapmadığım için. ... feet konusu hakkında bir fikrim yok, o yüzden ama tam sayı olduğu mantıklı. ... 100 metreyi feete dönüştüreceğim ben. 330 desek buna, yani, diyelim mi, 328 mi diyeyim ne diyeyim? Yani, 2 feetin günahı olmaz, ben 330 diyeceğim buna. Tamam. Buna 330 dedim. O zaman şimdi bir daha yapacağım. 10'a bölsem

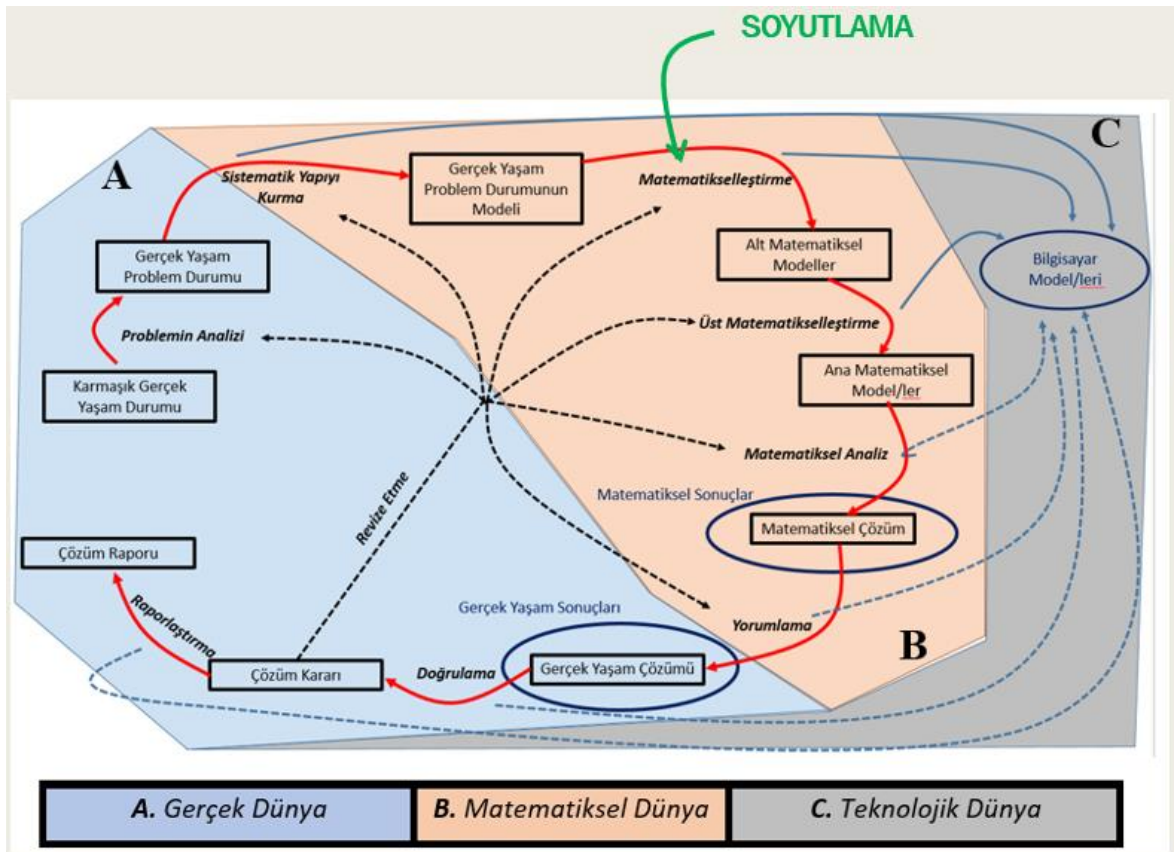
olmayacak. 33 olacak. Bayağı bayağı küçültsem öyle çalışsam. Yani bir şey olmaz herhâlde. Daha da küçültmem lazım. 55 yüksekliği olmuş oldu. Yani, şu  $z = 55$ 'te tam top noktası olacak o zaman. Çapı 52 feet alsak, yani, 52'de buradan da 3 birim bir alt noktası olmuş oluyor. 33'e de burayı yerleştireceğim. Burası, burası y eksenini galiba, evet. Şimdi, ya arabasını öncelikle nokta olarak gösterebiliriz diye düşünüyorum. Bu yüzden, bunu, 0, 33'e koyacaktım değil mi? Tamam. Bunu (oluşturduğu noktadan bahsediyor) arabası olarak düşüneceğiz. Şunun ismini değiştireyim de. ... Araba burada, sonra 55'te en üst noktası olacaktı. Tamam. Bir de mmm, dönme dolabın başladığı nokta mı diyeyim? Yerden başladığı nokta. Bu da 3'ten başlatacağı, çünkü çapı 52 birim olarak aldığım için.



Şekil 4.8. Soyutlama becerisinin matematikselleştirme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Ayşe'nin bulduğu nokta ana matematiksel modele ulaşmasını sağlayacak yardımcı matematiksel modellerden birini elde etmesine olanak sağlamıştır. Bu yardımcı matematiksel modeli oluştururken modelin hem cebirsel hem de grafiksel gösterimlerini teknolojiye yararlanarak elde etmiştir (bkz. Şekil 4.8). Ayşe'nin bu yaklaşımı, *YMM'lerin cebirsel ve grafiksel gösterimlerini bulma* alt basamağına yönelik bir zihinsel eylem örneği olarak görülmüştür. Ayşe gerçek yaşam verilerinin birimlerinde dönüşüm yapmamayı tercih ederek, elinde verilerin ölçeklendirme uygulayarak, verileri bilgi işleme aracı olan GeoGebra'ya aktararak aynı zamanda bilgi işlemsel düşünmedeki *soyutlama* becerisini açığa çıkarmaktadır (bkz. Şekil 4.9).





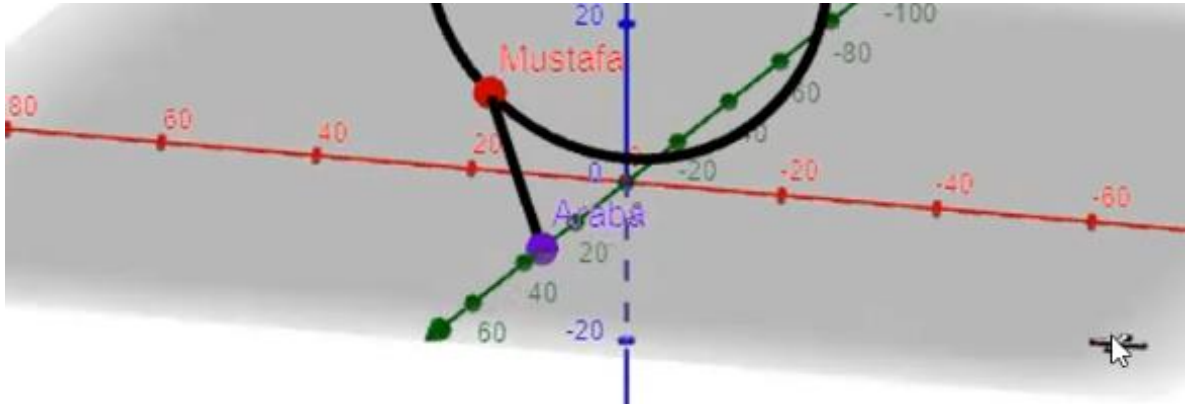
Şekil 4.9. Ayşe'nin soyutlamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Matematikselleştirme temel basamağındaki diğer zihinsel eylem örneği Ayşe'nin dönme dolap probleminin çözümü ile devam etmiştir. Ayşe, Mustafa'nın arabasına olan uzaklığının bu iki nokta arasındaki doğru parçasına karşılık geldiğini dile getirmesiyle (bkz. Tablo 4.7) *matematikselleştirme* temel basamağında *problemin stratejik etkenlerini* ilişkin zihinsel eylemler açığa çıkarmıştır. Ayşe'nin iki nokta arasındaki uzaklığı ifade edecek doğru parçası onun yardımcı matematiksel modeli olmuştur. Ana matematiksel modeli oluşturmak için yardımcı matematiksel model oluşturmaya yönelik tahminlerde bulunmaya başlamıştır. Bu tahminlerden işlevsel olanı Mustafa ve arabası arasındaki uzaklığın bir doğru parçası gibi düşünülüp o doğru parçasının uzunluğunu bulunması şeklinde olmuştur (bkz. Şekil 4.10). Bu da Ayşe'nin matematikselleştirmede *stratejik etkenleri yorumlama ve YMM'lere ilişkin ön tahminlerde bulunma* alt basamağında zihinsel eylem gösterdiğinin kanıtı olarak görülmüştür.

Tablo 4.7. Soyutlama Becerisinin Matematikselleştirme Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği

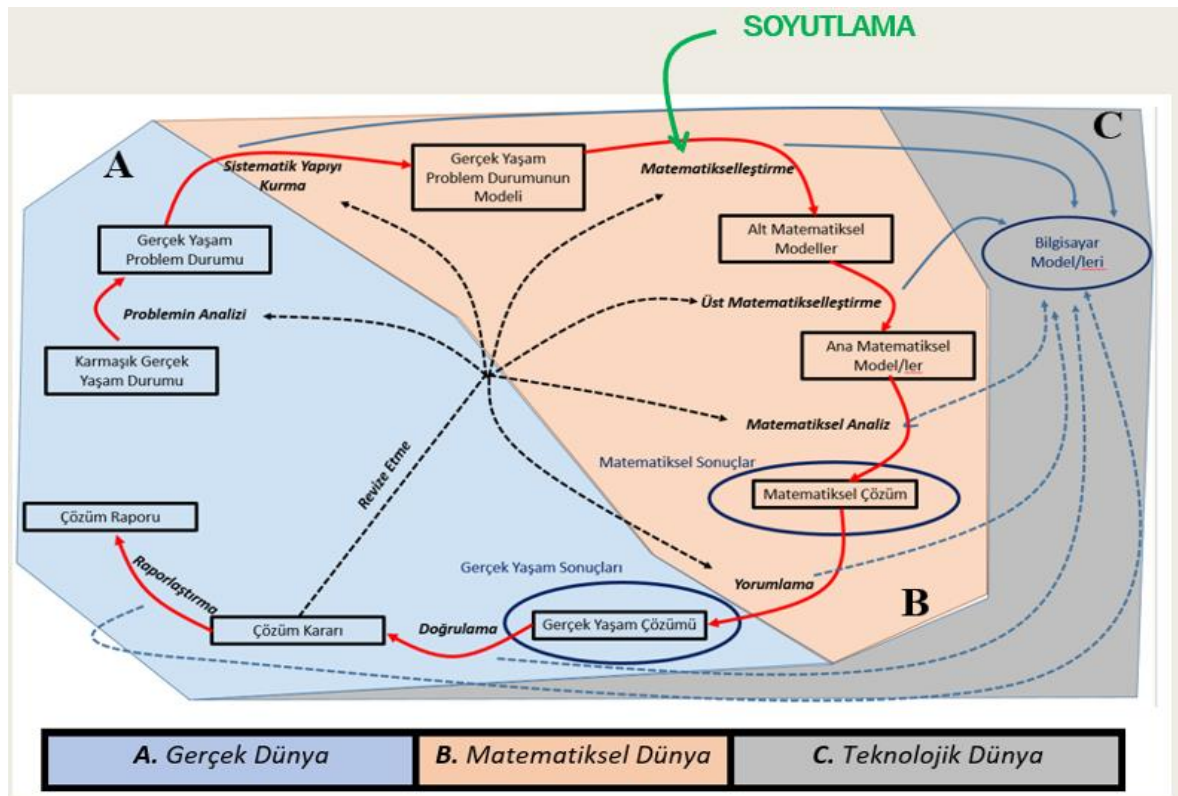
**Matematikselleştirmede stratejik etkenleri yorumlama, YMM'lere ilişkin ön tahminlerde bulunma örneği**

Mustafa'nın arabasına olan uzaklığımızı hesaplayacağımız için, yani, arasında bunun doğru parçası varmış da biz onun uzunluğunu ölçüyormuşuz gibi düşünebiliriz. O yüzden iki nokta arasında bir doğru parçası çekeceğim ben. Bu Mustafa ile arabasının uzaklığını gösterecek.



Şekil 4.10. Soyutlama becerisinin matematikselleştirme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Ayşe burada kullanılması gereken nesnelerin araba ve dönme dolap olduğuna karar vermiş ve bu nesnelerin GeoGebra'ya nokta olarak aktarılabilceğini ifade etmesiyle Ayşe'nin bilgi işlemsel düşünmedeki *soyutlamaya* ilişkin zihinsel eylemler sergilediği düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.11).



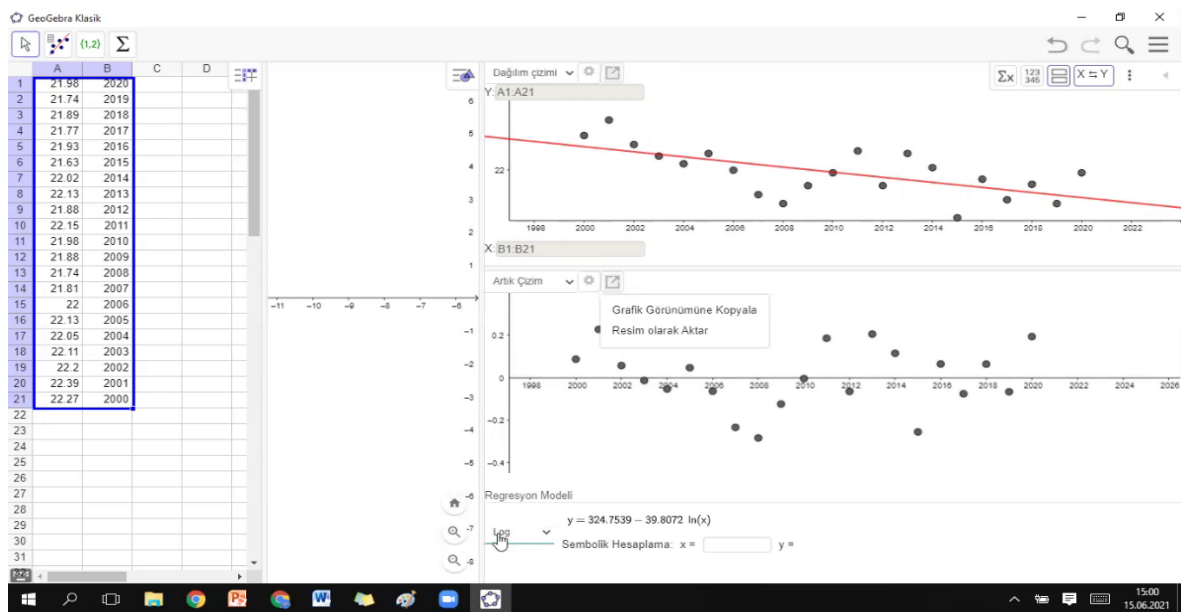
Şekil 4.11. Ayşe'nin soyutlamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Teknoloji destekli matematiksel modelleme süreç modelinde sıradaki temel beceri üst matematikselleştirme olmuştur. Adile, 200 metre koşusu probleminin çözümünde yılları ve rekor süreleri sıralı ikili olarak GeoGebra'ya yerleştirerek bir nokta listesi oluşturmuştur. Çözümün ilerleyen kısımlarında bu nokta listesinde geleceğe yönelik bir çıkarım yapabilmek için regresyon analizinin yapılmasını uygun görmüştür. Regresyon analizi ile ana matematiksel modele ulaşmaya çalıştığı düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.12). Adile, farklı regresyon analizi türlerini deneyerek yorumlar yapmıştır (bkz. Tablo 4.8). Böylece, teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecine göre *üst matematikselleştirme* temel basamağından *YMM'lerin yorumlanması olarak sağlayan teknolojik sistemi kurma* alt basamağına zihinsel eylem gösterdiği görülmektedir.

Tablo 4.8. Soyutlama Becerisinin Üst Matematikselleştirme Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği

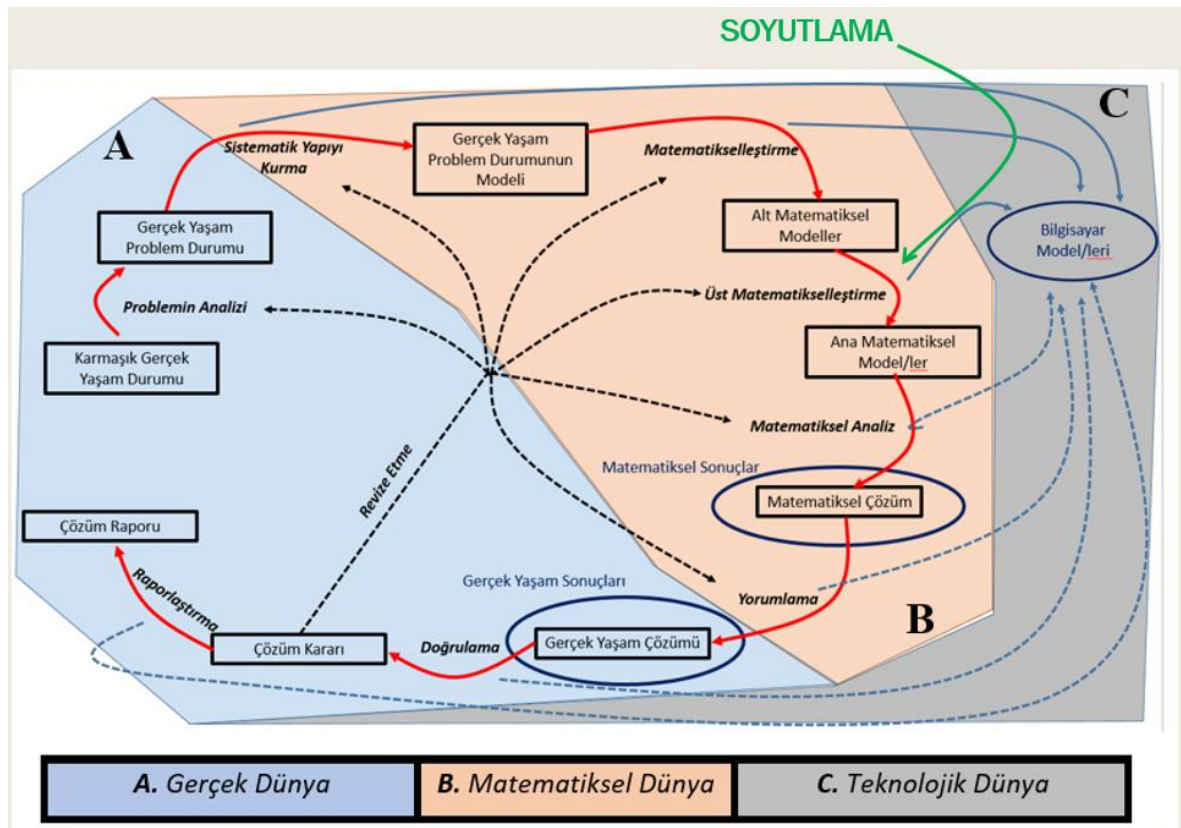
**Üst matematikselleştirmede YMM'lerin yorumlanması olarak sağlayan teknolojik sistemi kurma örneği**

Şuradaki artık çizime göre birbirlerine göre durumunu görebiliriz aslında hani şu değişim, dalgalanma daha net görülüyor sanki.  $x$  ve  $y$  şeylerini, değişkenlerini değiştirdiğinde yani,  $x$  ekseninde yıl olduğunda daha farklı bir grafik çıktı sanki. (Bu sırada farklı regresyon modellerini denemeye devam ediyor.). Bu daha anlamlı geldi bana (Logaritmik regresyon türünün oluşturduğu grafiği inceleyerek söylüyor). Aralarındaki ilişki bulursam şu şeye göre oradan bir yol çizerim diye düşündüm. Buradaki modelleri deniyorum ama. Sinüs değil. (Doğrusal modele geçiş yaptı.) Mesela, doğrusal grafiği baktığımızda gittikçe böyle düştüğünü yani eğimli bir doğru olduğunu ve 2022'den sonraki yıllarda daha az böyle 22'nin altında gittiğini görüyorum. Doğrusal bir grafik olamaz o yüzden. Logaritmik grafiğe baktığımda. Bu da benzer bir şekil. (Diğer regresyon modellerini tekrar tekrar incelemeye devam ediyor.) 2010 yılına baktığımızda 21,98 o tam şurada 0 almış ve genelde 2002 değil, 2003, 2004, 2006 onun çok yakınında. 2011'de 22,25. 0,2 artmış ya da 0,2 azalmış. Yani bu aralıkta bir yerde.



Şekil 4.12. Soyutlama becerisinin üst matematikselleştirme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Adile, çözümünün bu kısmında bilgi işleme aracı olan GeoGebra'daki farklı regresyon türlerini (doğrusal, logaritmik, lojistik, sin gibi) seçerek analiz işlemlerini GeoGebra'ya yaptırmış ve problemin çözümünde kullanılacak veya kullanılmayacak olduğunu düşündüğü regresyon türlerine karar vermiştir. Bu anlamda sergilediği zihinsel eylemler bilgi işlemsel düşünme becerilerindeki *soyutlamaya* örnek olarak görülmüştür (bkz. Şekil 4.13).



Şekil 4.13. Adile'nin soyutlamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

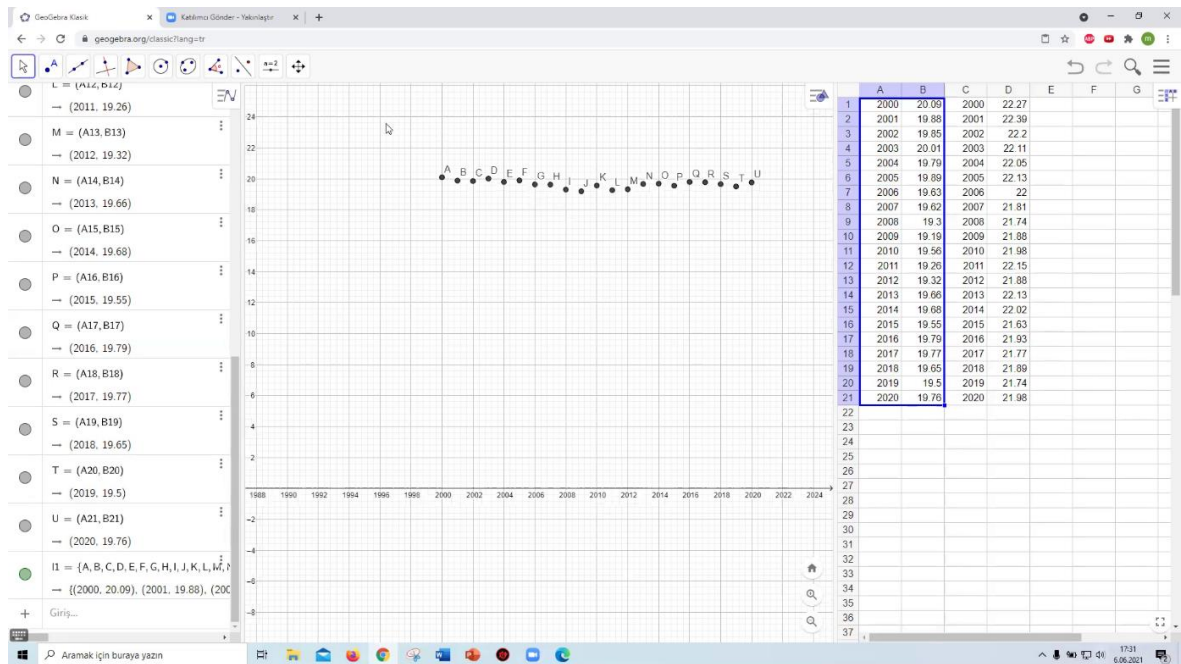
Üst matematiksel temel basamağına ilişkin diğer örnek bu paragrafta sunulmuştur. Ali 200 metre koşusu çözümünü sırasında, problem durumunda verilen yılları ve rekor süreleri GeoGebra'nın hesap tablosunda tanımlamıştır. Daha sonra, bu taşıdığı verileri sıralı ikili olarak göstermek için *nokta listesi* aracını kullanmıştır. Bu nokta listesini analiz edebilmek için elinde iki yol olduğunu ve bunların *en iyi uyum doğrusu oluşturma* ve *regresyon analizi* olduğunu söylemiştir (bkz. Tablo 4.9).

Tablo 4.9. Soyutlama Becerisinin Üst matematikselleştirme Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği

**Üst matematikselleştirmede bağımlı-bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme ve AMM için gerekli verileri YMM'lerden elde etme örneği**

A ve B erkeklerin yıllara göre koşuları, C ve D ise kadınların yıllara göre koşuları. ... Erkeklerin verilerini seçiyorum ve Oluştur'dan nokta listesi oluşturacağım. Bakalım nokta listesi oluştu şu an. Evet, burada nokta listesi. ... Bir değişkenli analiz diyeyim. Buradan sonra iki farklı çözüm yapabilirim. İlk olarak, regresyon analizi ile ya da GeoGebra ekranında göstereyim. ... Ben regresyon analizi ile yapmak istiyorum. Buradan bir değişkenli analiz. İki değişkenli regresyon analizi seçiyorum burada. (Farklı regresyon türleri ile oluşan regresyon grafiğine ve denklemine bakıyor.) Burada doğrusal seçeceğim.

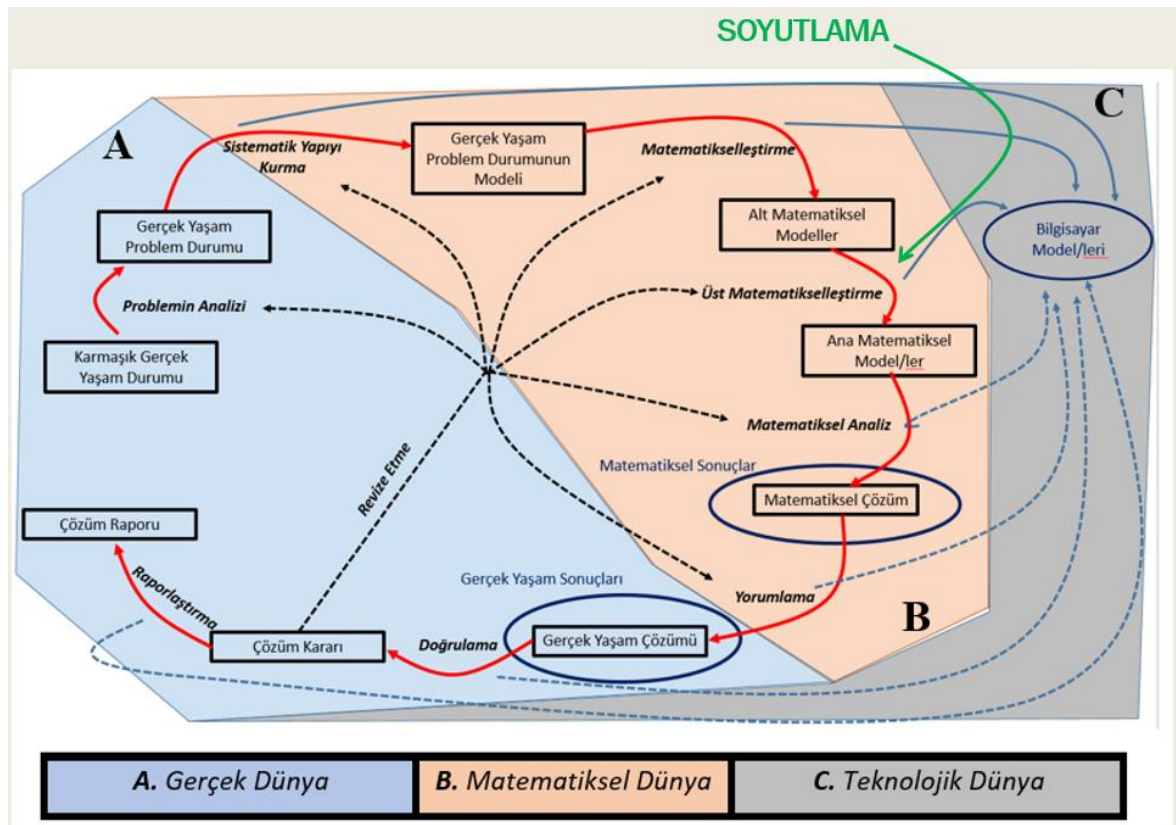
Alıntıdaki ilk cümleye bakıldığında teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecine göre Ali'nin üst matematikselleştirme temel basamağından bağımlı-bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme alt basamağına ilişkin zihinsel eylemler göstermiştir. Çünkü Mustafa, problem durumunda verilenlerden (*koşucunun ismi ve ülkesi, koşu yapılan yıl ve rekor süresi*) hepsini çözüme dahil etmeyip bunlardan ona sonuca ulaşmasına sağlayacak sadece ikisinin (*koşu yapılan ve rekor süresi*) çözümde önemli olacağını düşünmüştür ve bu iki veri grubunu GeoGebra'ya taşımıştır. Bu stratejik etkenler, çözümün ilerleyen kısımlarında Ali'nin bu problemdeki ana matematiksel modeli olarak görülmüştür (bkz. Şekil 4.14).



Şekil 4.14. Soyutlama becerisinin üst matematikselleştirme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Ali, aynı zamanda bu kısımda iki değişkenli analiz kullanarak çözümüne devam etmesi üst matematikselleştirme basamağındaki AMM'nin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma alt basamağına ilişkin zihinsel eylem örneği olmuştur. Çünkü burada,

elindeki verilerle bir matematiksel model oluşturmuş ve bu matematiksel model Ali'nin ana matematiksel modeli olmuştur. Ali her iki durumda da (*bağımlı-bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme ve AMM'nin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma* temel basamak örneklerinde) bilgi işlemsel düşünme becerilerinden *soyutlama* becerisini açığa çıkarmıştır. Ali hem problem durumundaki verilerden yıl ve rekor sürelerini önemli görüp çözümde bu verilerle ilerleyerek hem de bu verileri GeoGebra'ya aktarıp verileri analiz etmek için GeoGebra'nın araçlarını kullanarak soyutlamaya örnek zihinsel eylemler sergilemiştir (bkz. Şekil 4.15).



Şekil 4.15. Ali'nin soyutlamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

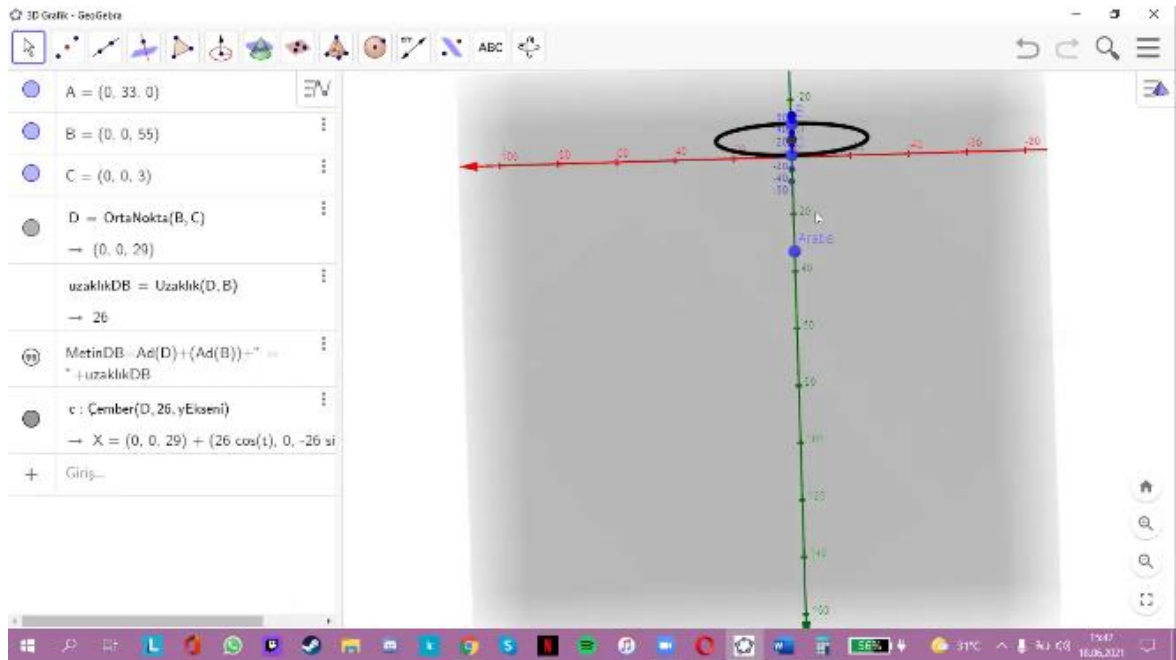
Üst matematikselleştirme temel basamağından sonra gelen matematiksel analiz temel basamağına ilişkin zihinsel eylem örneklerinde ilki Ayşe'nin dönme dolap problemi çözümü sürecinde bir kısım olmuştur. Ayşe, çözüm sürecinin bir kısmında GeoGebra'da oluşturduğu üç boyutlu sistemin farklı yönlerden görünümünü dikkate almış ve dönme dolabın kabinindeki Mustafa'nın (*çemberin üstündeki noktanın*) hareketinin nasıl görüldüğü hakkında yorumlarda bulunmuştur (bkz. Tablo 4.10). Ayşe bu kısımda kâğıt kalem kullansaydı veya iki boyutlu çalışmaya olanak veren yazılımlarla çözümde ilerleseydi derinlik/perspektif ortadan kalkacağı için elde edeceği matematiksel modelin örnek gösterimleri daha sıradan/basit olacaktı; fakat GeoGebra'nın üç boyutlu ve dinamik

yapısından dolayı ana matematiksel modelinin daha gelişmiş bir gösterim şekliyle çözümünde ilerlemiştir (bkz. Şekil 4.16, Şekil 4.17, Şekil 4.18 ve Şekil 4.19). Ayşe burada teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecine göre *matematiksel analiz* basamağının *teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma* alt basamağında zihinsel eylemler göstermiştir.

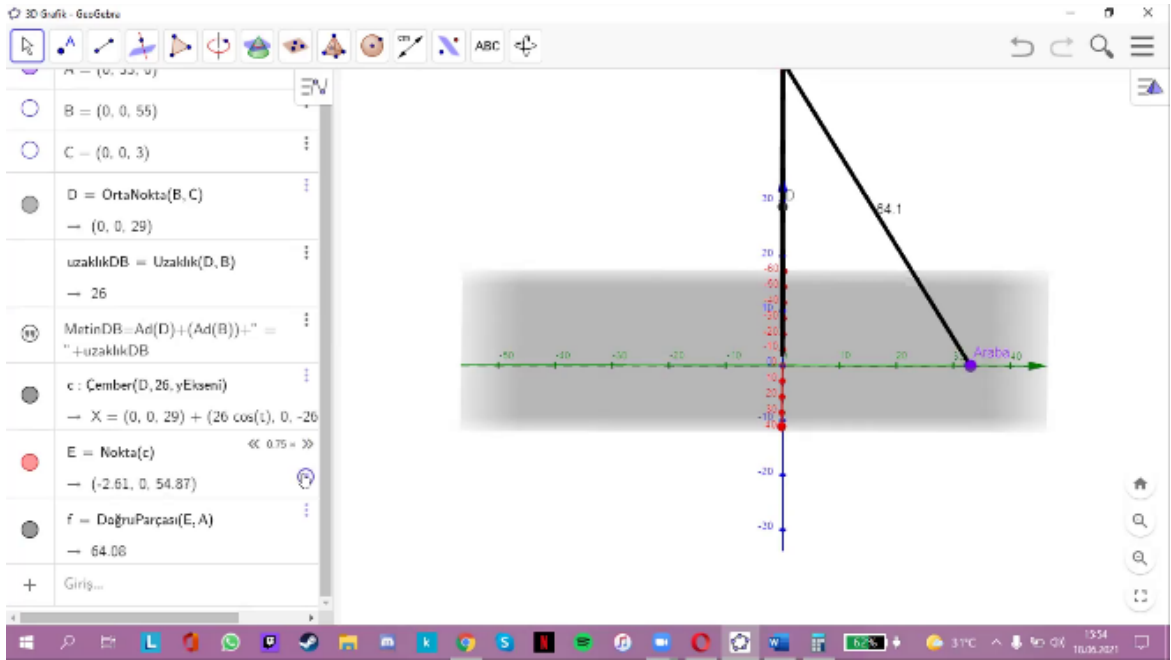
Tablo 4.10. *Soyutlama Becerisinin Matematiksel Analiz Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Matematiksel analizde teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma örneği**

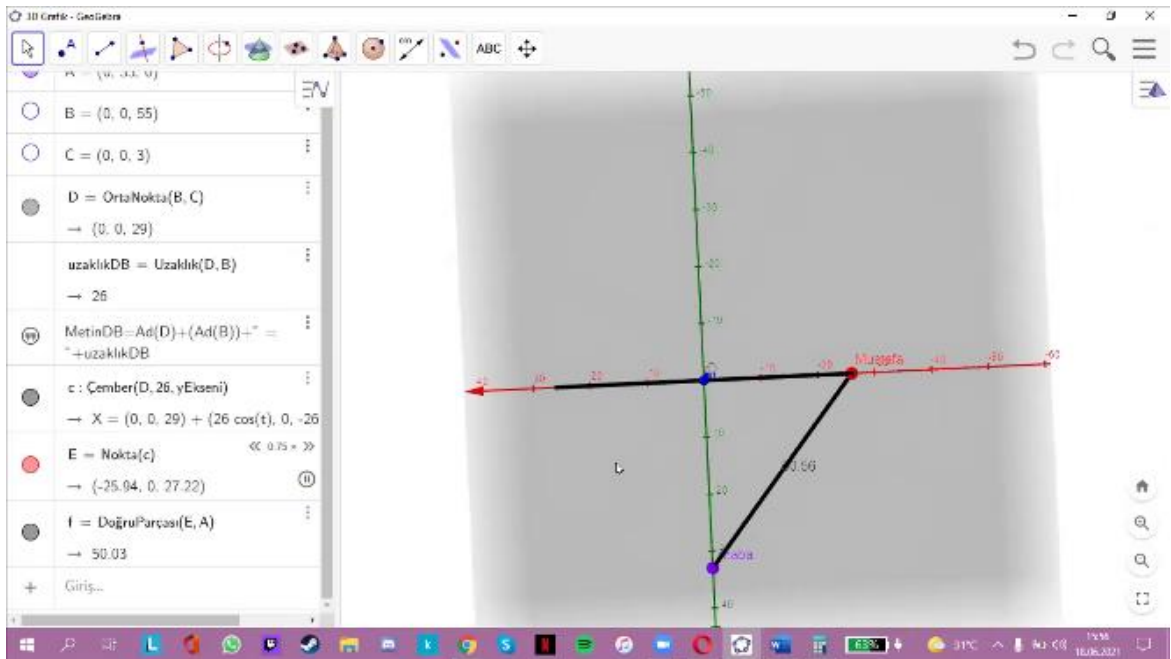
Yandan bakınca bu arada böyle düz bir doğruya hatta z ekseninde böyle hareket ediyormuş gibi duruyor. Karşıdan bakınca çembersel hareket yapıyor. Bir de yukarıdan bakacaktım. Evet. Burada da x-ekseninin üzerinde hareket ediyormuş gibi görünüyor.



Şekil 4.16. Soyutlama becerisinin matematiksel analiz temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

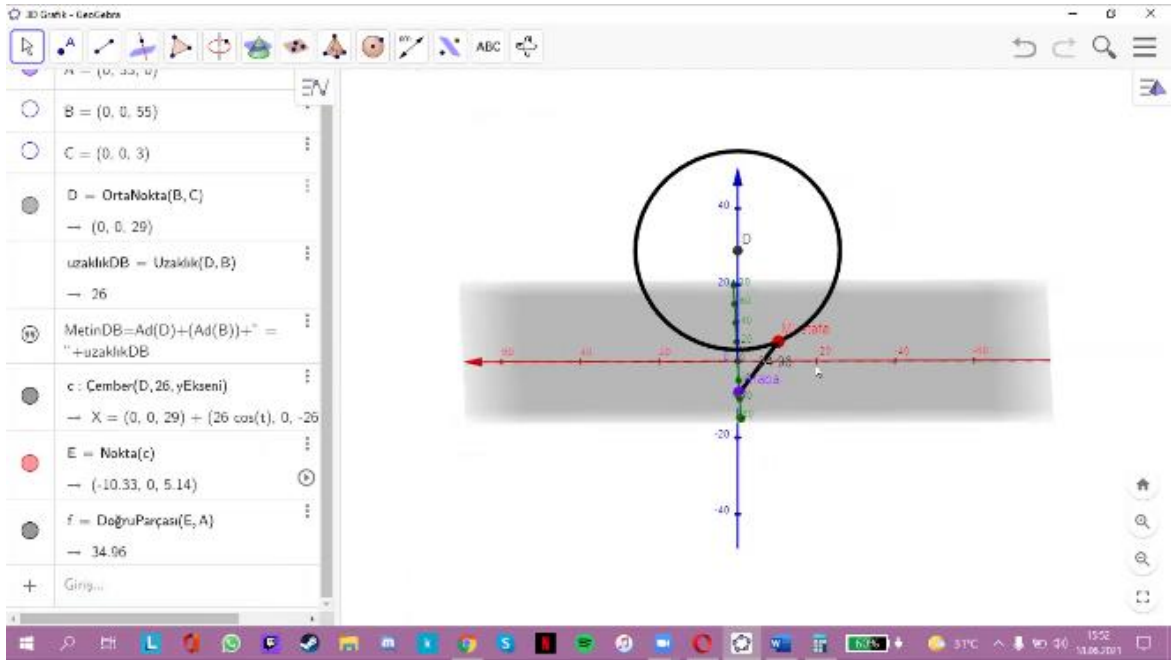


Şekil 4.17. Soyutlama becerisinin matematiksel analiz temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli



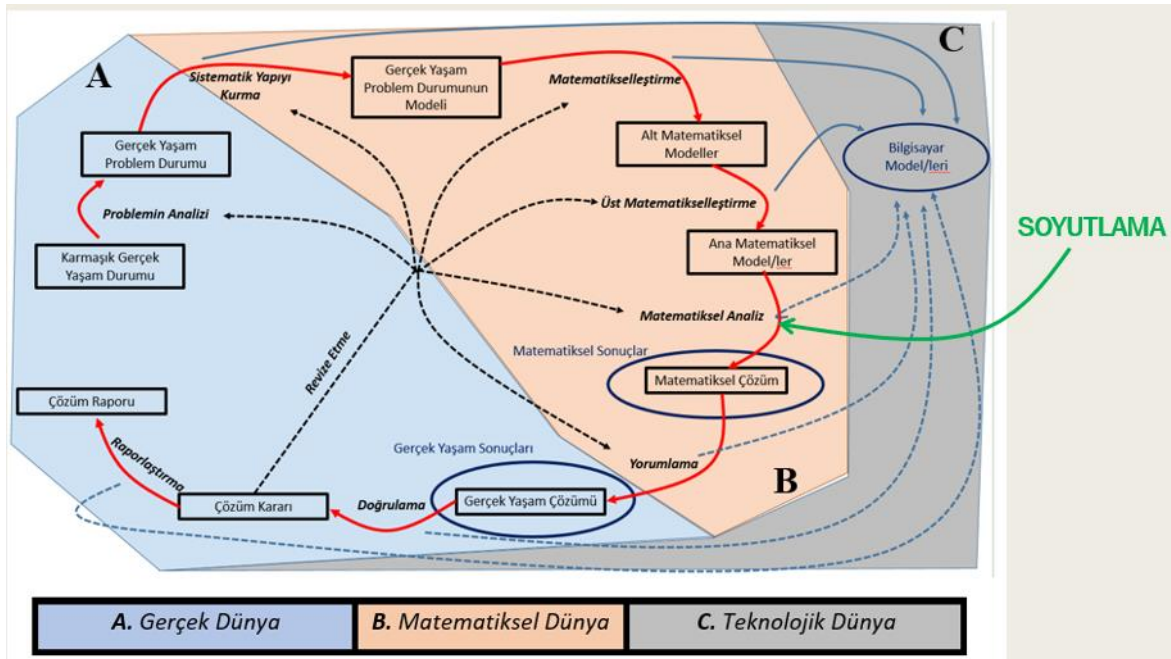
Şekil 4.18. Soyutlama becerisinin matematiksel analiz temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli





Şekil 4.19. Soyutlama becerisinin matematiksel analiz temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Ayşe'nin gerçek yaşam verilerini bilgi işleme aracı olan GeoGebra'da bağlam uygun olan bir model inşa etmesi ve farklı bakış açılarından modeli incelendiğinde Mustafa'nın hareketinin görünümdeki farklılıkları ifade etmesi onun bilgi işlemsel düşünmenin *soyutlama* becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri olarak düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.20).



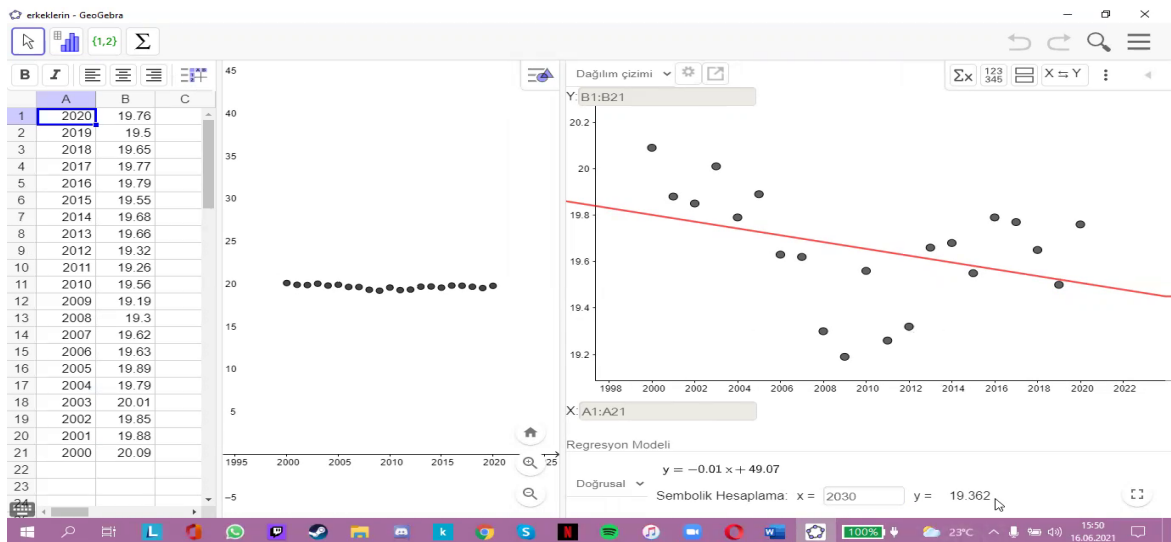
Şekil 4.20. Ayşe'nin soyutlamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Teknoloji destekli matematiksel modelleme süreç modelinde matematiksel analiz temel basamağına ilişkin diğer örnek Ayşe'nin 200 metre koşusu problemi çözümünün bir kısmı ile sunulmaya başlanmıştır. Çözümünün bu kısmında Ayşe, koşucuların 2030 yılındaki rekorlarını tahmin etmek için oluşturduğu noktaları regresyon analizinde incelemenin uygun olduğu kararını almıştır. Regresyon analizi türlerinden *doğrusal regresyon analizinin* elindeki veriler için daha uygun olduğunu ve analizi de bu doğrultuda yapacağını belirtmiştir (bkz. Tablo 4.11). Sonrasında Ayşe, regresyon doğrusunun denkleminde yıl değişkeni yerine 2030 yılını yazarak erkekler ve kadınların rekor sürelerini bulmuştur. Burada Ayşe, aslında matematiksel sonuca ulaşmak için teknoloji sayesinde elde ettiği ana matematiksel modeli ile sadece 2030 yılı için değil, istenilen herhangi bir yıl için sonuçlar verebilecek bir model elde etmiştir. Böylece, farklı durumlar için matematiksel analiz yapabileceği bir model oluşturmuştur (bkz. Şekil 4.21). Böylece, Ayşe burada teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *matematiksel analiz* temel basamağının *matematiksel çözümü ve sonuçları veren teknolojik sistemi kurma* alt basamağında ilişkin zihinsel eylem örnekleri olarak görülmüştür.

Tablo 4.11. Soyutlama Becerisinin Matematiksel Analiz Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği

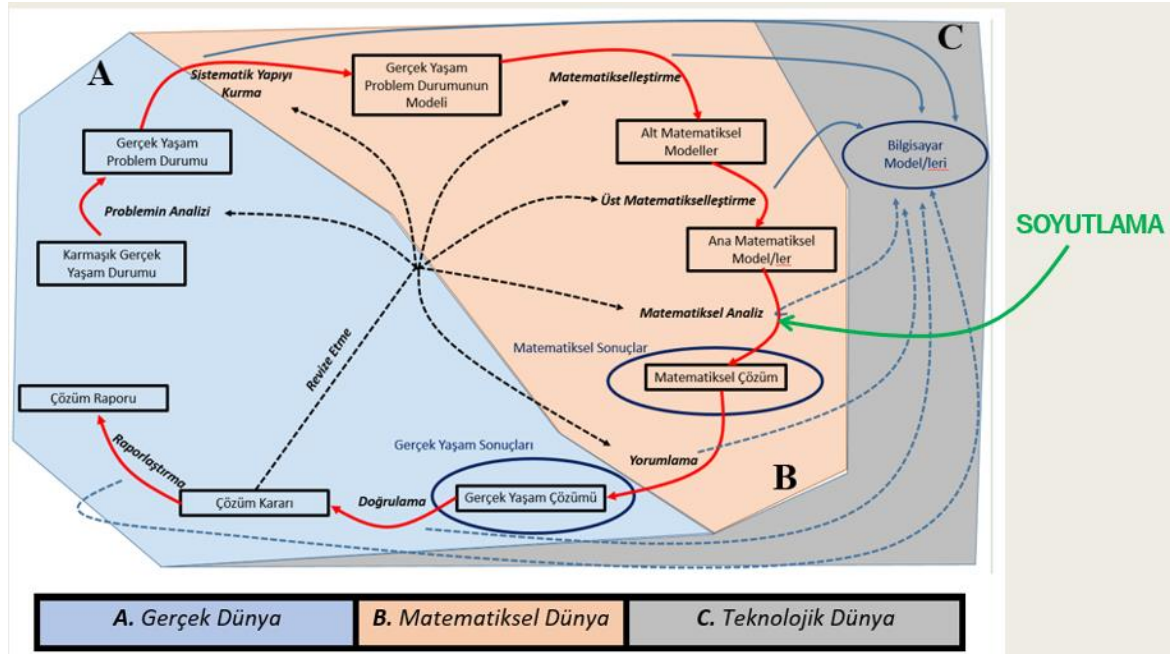
**Matematiksel analizde matematiksel çözümü ve sonuçları veren teknolojik sistemi kurma örneği**

...erkeklerin sürelerini ilk girdiğimde, nokta listesi olarak çıkarttığımda sanki böyle şeydi, bir doğru etrafında gibiydi, o yüzden doğru olabileceğini düşünmüştüm, ilk bakışta. Ama sonra diğer işte, sinüs, lojistik vesaire işin içine katınca kendim, belki kendi kendime zorlaştırdım orayı bilmiyorum. Eğer o zaman erkeklerin sadece doğrusal regresyon modeline göre ilerleyecek olursam, onlara göre bir tahlil yapacak olursam, erkekler için 16,362 diye buluyorum süresini, kadınları için de 21,589 falan olur yaklaşık.



Şekil 4.21. Soyutlama becerisinin matematiksel analiz temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Hem birden fazla regresyon türü arasında doğrusal regresyon modelini seçerek hem de problemin çözümünde GeoGebra yazılımındaki regresyon doğrusu oluşturma gibi işlevsel araçları kullanarak bilgi işlemsel düşünme becerilerinden *soyutlama* becerisini açığa çıkarmıştır (bkz. Şekil 4.22).



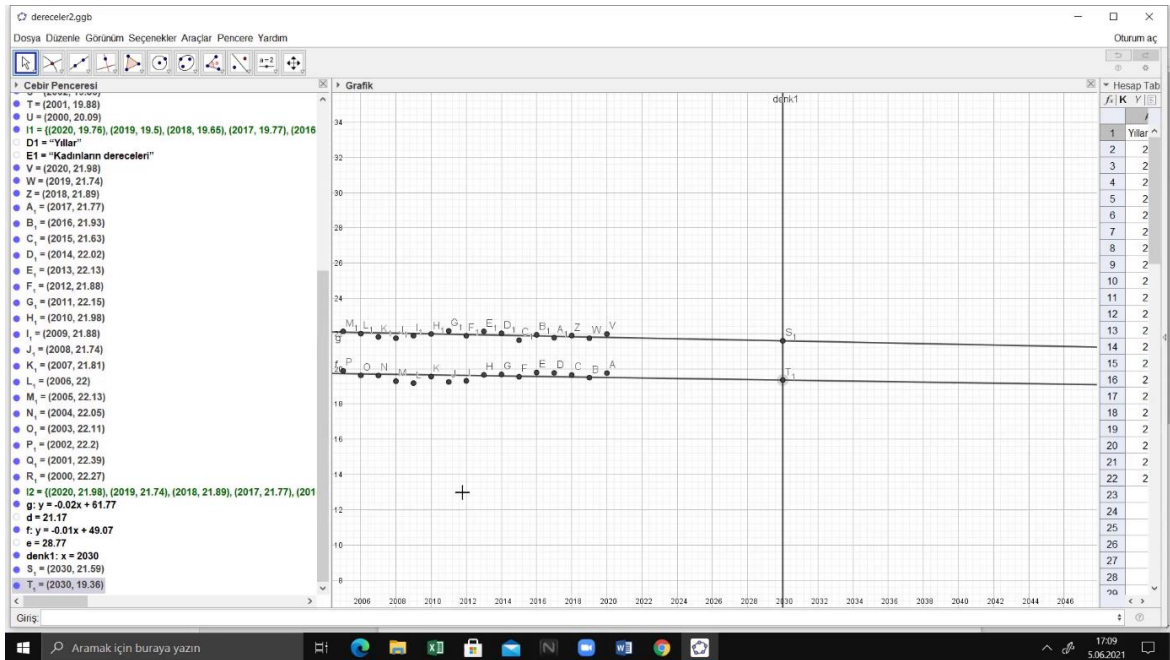
Şekil 4.22. Ayşe'nin soyutlamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Önümüzdeki iki örnek yorumlama temel basamağına ilişkin zihinsel eylemlerden oluşmaktadır. İlk örnekte Yağmur'un dönme dolap probleminin çözümünün bir kısmı ele alınmıştır. Yağmur çözümünün sonunda oluşturmuş olduğu matematiksel modelden elde ettiği matematiksel sonuçları problem durumu ve gerçek yaşam bağlamında yorumlamış (bkz. Tablo 4.12) ve bu yorumlamaları yaparken GeoGebra ekranında elde ettiği modelle de göstermiştir (bkz. Şekil 4.23). Bu yorumlama GeoGebra'da elde ettiği koordinat değerlerinin gerçek yaşamdaki yıl ve rekor süre olarak ifadesi şeklinde olmuştur. Böylece teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde Yağmur'un un *yorumlama* temele basamağına ilişkin zihinsel eylemler gösterdiğinin örnekleri olarak görülmüştür.

Tablo 4.12. Soyutlama Becerisinin Yorumlama Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği

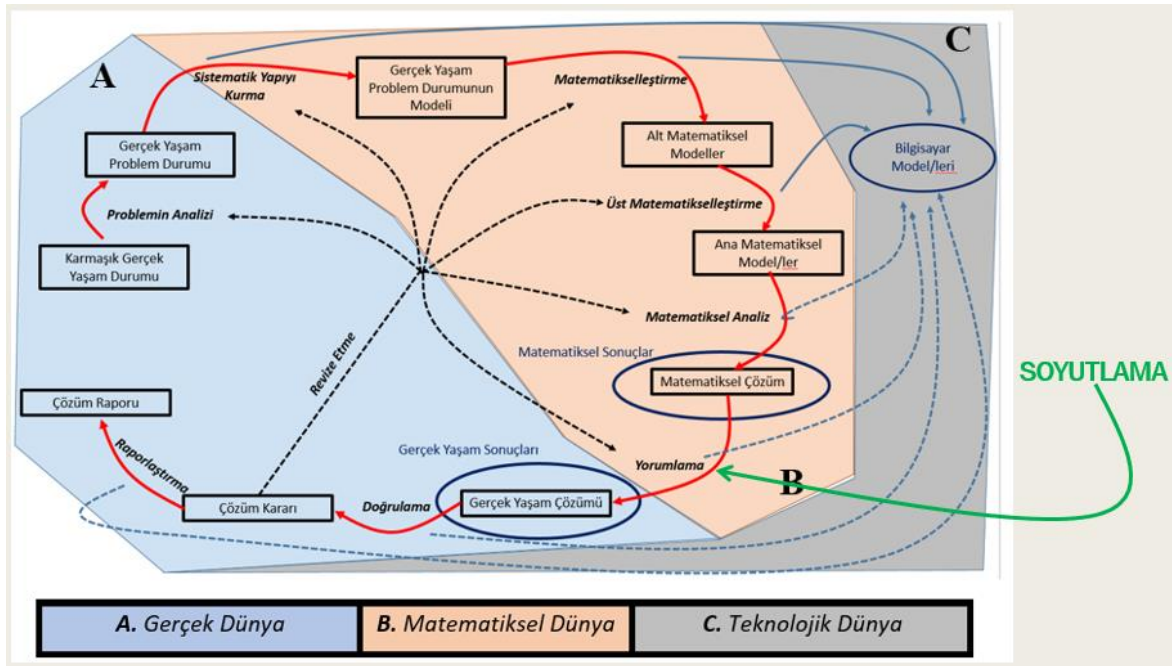
**Yorumlamada gerçek yaşam çözümü ve sonuçlarının problem durumu açısından incelenmesi örneği**

...bu zaman bağlı değişim sorularında ya da hani zaman verilir süre veriliyor, mesela, şey geldi, çizgi grafiği oluşturmak ama çizgi grafiğinde de neyi göreceğim, hani, bir denklem çıkmıyor elime, bu yüzden doğru denklem, en iyi uyum doğrusu oluşturmak daha mantıklı geldi. Ama dediğim gibi o da  $x = 2030$ 'u anlamadım ve  $x = 2030$ 'la doğrusuyla  $x$ 'in kesiştiği daha mantıklı geldi o yüzden, sonradan da. Burada bir de kadın ve erkek koşucuların derken, kadın ve erkek koşucuları ayrı ayrı mı istiyor yoksa ikisini beraber ortalama bir değerini mi istiyor diye düşündüm. Ondan emin değilim, ben ayrı ayrıymış gibi düşündüm, kadınların, mesela, 2030 yılındaki kaç, 21,59 oluyordu, yanlış hatırlamıyorsam, evet, erkeklerin 19,36 oluyor.



Şekil 4.23. Soyutlama becerisinin yorumlama temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Yağmur'un burada GeoGebra'da elde ettiği matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayabilmesi onun bilgi işlemsel düşünmede *soyutlama* becerisine yönelik zihinsel eylem gösterdiğinin örneği olarak görülmüştür (bkz. Şekil 4.24).



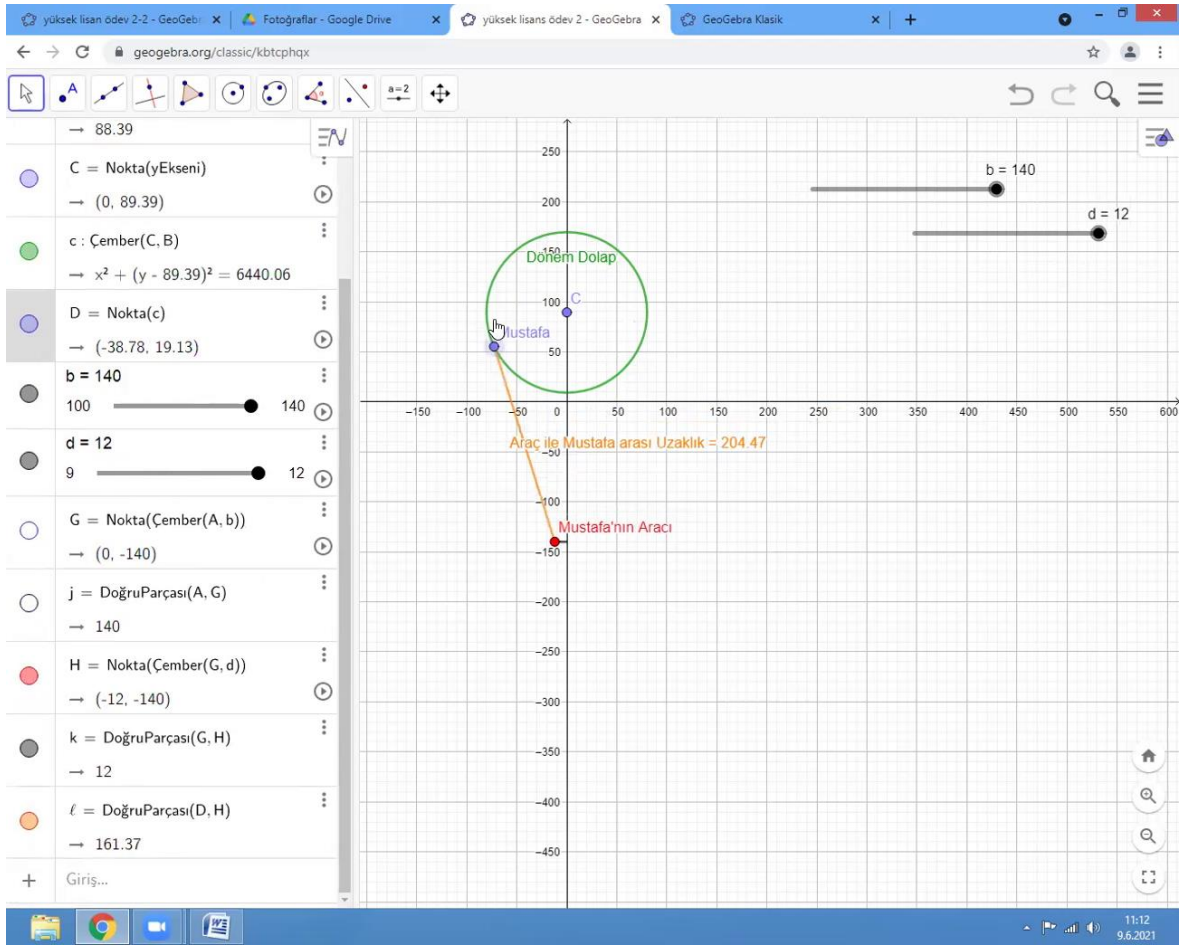
Şekil 4.24. Yağmur'un soyutlamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Yorumlama temel basamağındaki diğer örnek Utku'nun çözümün bir kısmı çerçevesinde incelenmiştir. Utku dönme dolap probleminin çözümünde daha rahat işlemler yapabilmek için modelindeki uzunluklarda ölçeklendirme yapmıştır. Çözümün sonuna yaklaşınca gerçek yaşam durumunda cevap verebilmek için bu ölçekleri genişletip gerçek uzunluklarını bulması gerektiği için genişletme işlemler yapmıştır ve bunlar gerçek yaşam karşılıklarını sözel olarak ifade etmiştir (bkz. Tablo 4.13 ve Şekil 4.25). Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde Utku'nun yorumlama temel basamağına ilişkin zihinsel eylemler gösterdiğinin örnekleri olarak görülmüştür.

Tablo 4.13. Soyutlama Becerisinin Yorumlama Temel Basamağına İlişkin Zihinsel Eylemler

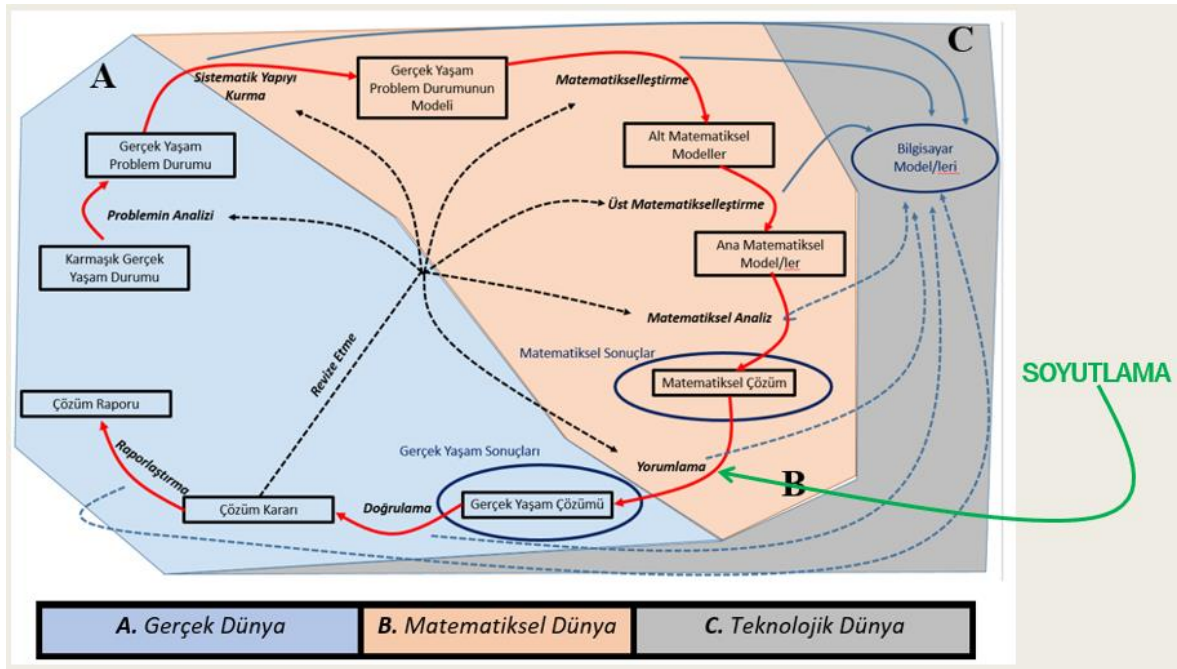
**Yorumlamada matematiksel çözümün gerçek yaşam karşılığını belirleme örneği**

Mustafa'nın aracının burada bir doğrudan biraz uzak olduğunu, yani, merkez noktasından sol tarafına doğru kayık olduğu için, onu da şöyle hesap ettim. Bu demin gösterecektim gösteremedim onu. En son üçüncü GeoGebra'ya açıp koydum resimde de orada birimine baktım. Sırf... -0,35 gibi gözüküyordu resim olarak. Yani, ben sonra hesabımı yaptım, daha önce feetten bulduğum için yani 0,2 birimin araç uzunluklarında ne kadara tekabül ettiğini bulduğumdan oradan 1 birimin 30 metreye tekabül ettiğini, benim burada -0,35 dedim ama 30'la 40'ın arasında olduğu için 9'la 12 metre arasındadır. Onu da d sürgüsünde yaptım. Ama ben onu 10,5 metre civarı olduğunu düşünüyorum zaten, pardon 11 metre, 10,5 ile 11,5 metre arasında olduğunu. Onu da buradan simüle ettim. Sonra Mustafa'yı zaten koymuştum, dönme dolapta yeri. 257 araç ile Mustafa'nın arası uzaklığı.



Şekil 4.25. Soyutlama becerisinin yorumlama temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Utku'nun çözüm başında yapmış olduğu ölçeklendirmeyi çözümlenip gerçek yaşam durumunda uzunlukları bulması onun bilgi işlemsel düşünmede *soyutlama* becerisine ilişkin zihinsel eylemler örneklerinin göstergesi olarak görülmüştür (bkz. Şekil 4.26).



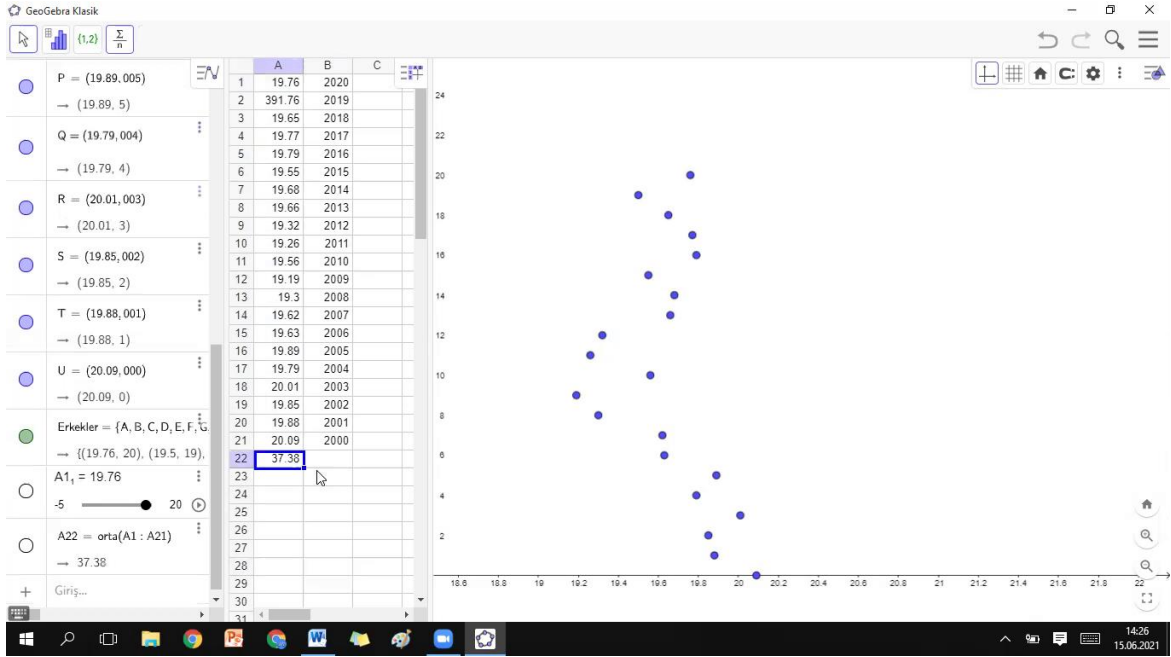
Şekil 4.26. Yağmur'un soyutlamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Teknoloji destekli matematiksel modelleme süreç modelinde bir sonraki örnekler doğrulama temel basamağından sunulmuştur. Bu örneklerden ilki, Adile'nin 200 metre koşusu probleminin çözümünde problem durumunda verilen verileri GeoGebra'nın hesap tablosuna aktardıktan sonra bu verilerin aritmetik ortalama değerlerini almıştır (bkz. Tablo 4.14). Elde ettiği aritmetik ortalama değerinin verilen değerlere göre mantıksız bir sonuç verdiği görmüştür (bkz. Şekil 4.27). Buna göre teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde Adile'nin *doğrulama* temel basamağının *gerçek yaşam sonuçlarını problem verileri ile karşılaştırma* alt basamağında zihinsel eylem örnekleri görülmüştür.

Tablo 4.14. *Soyutlama Becerisinin Doğrulama Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

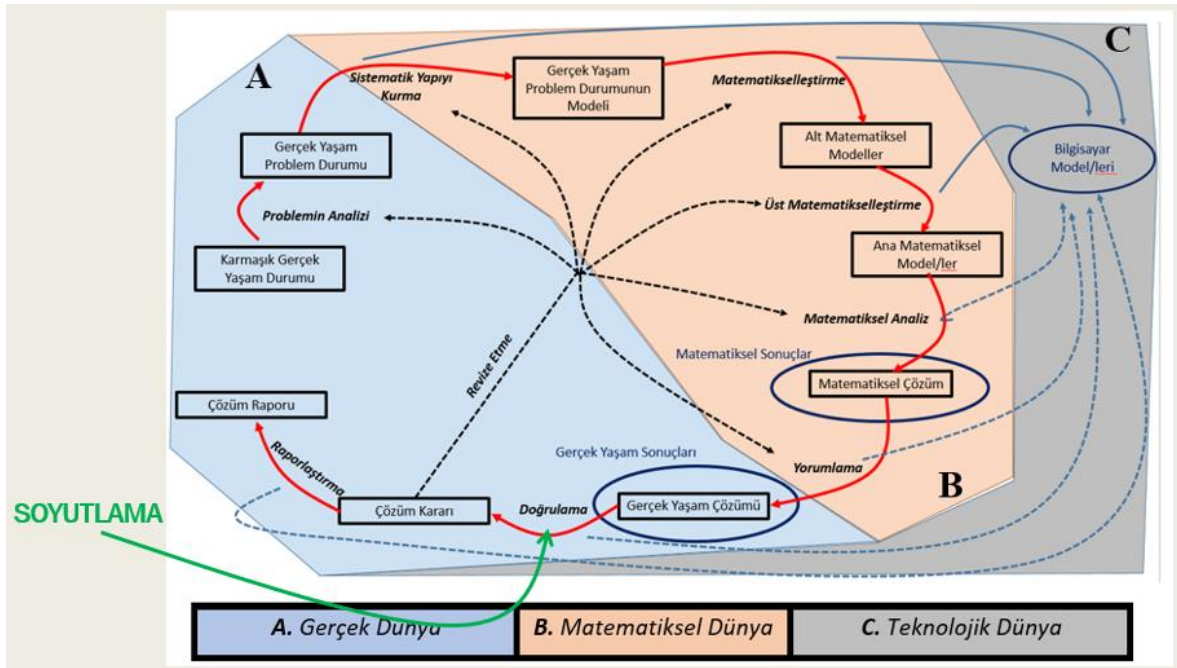
**Doğrulama gerçek yaşam sonuçlarını problem verileri ile karşılaştırma örneği**

En düşük 2009 yılında olduğu görüyorum, 19,2 civarında genelde daha çok şu bölgede yoğunlaşmış (20 saniye civarını gösteriyor). 2000 yılında en az rekor denebilecek, en uzun sürede yapılmış. Az önce regresyonda gördüğümüz gibi 19,7 civarında büyük bir yığılma olduğunu görebiliyorum. Ben bunların ortalamasını almak istersem, nasıl yapsam onu? Hı, tamam. (Ortalama bulma aracı kullanarak yapıyor.) 2000'den 2020'ye vardı. Tamam. Bir tane boşluk bırakmam gerekiyor aslında. Bir şeyler yaptım. Burası 19,76. Düzelttim. Burayı silelim. (Ortalama arıcını kullanarak erkeklerin sürelerinin ortalamalarını alıyor. Ortalamanın sayıların genelinden fazla çıktığını fark ediyor. (37,38 çıktı ortalama)



Şekil 4.27. Soyutlama becerisinin doğrulama temel basamağının alt basamaklarındaki örneğin görseli

Adile'nin elde ettiği matematiksel sonucun gerçek yaşam verileri ile örtüşmediğini görmesi ve o sonucun yanlış olduğu kararına varması onun bilgi işlemsel düşünmede *soyutlama* becerisine ilişkin zihinsel eylemler gösterdiğinin örnekleridir (bkz. Şekil 4.28).



Şekil 4.28. Adile'nin soyutlamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Doğrulama temel basamağından diğer örnek Yağmur'un çözümünün bir kısmı ile sunulmuştur. Yağmur 200 metre koşusu probleminin çözünce bulduğu matematiksel sonuçları (aritmetik ortalama, ortanca değer) birbirleri ile kıyaslayarak bulduğu

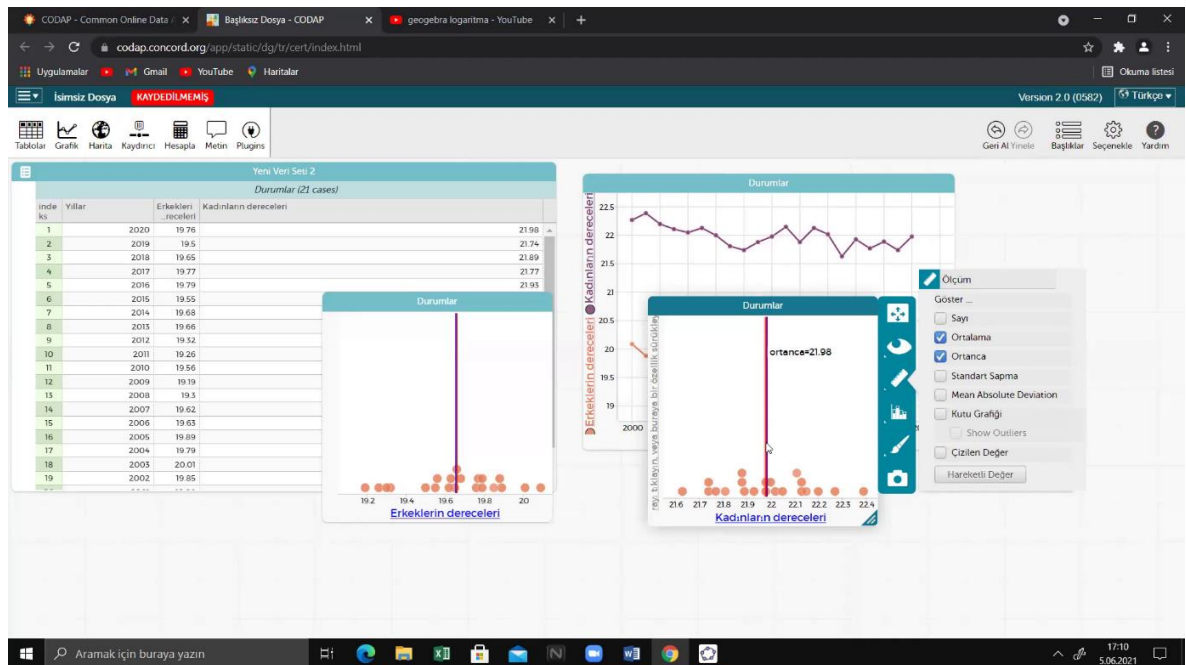


matematiksel sonuçların tutarlı olup olmadığını kontrol etmiştir (bkz. Tablo 4.15 ve Şekil 4.29). Burada yaptığı işlemleri kontrol etmesiyle teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde Yağmur'un *doğrulama* temel basamağının *işlemleri, düşünceleri ve basamakları kontrol etme* alt basamağına ilişkin zihinsel eylem örnekleri görülmüştür.

Tablo 4.15. *Soyutlama Becerisinin Doğrulama Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

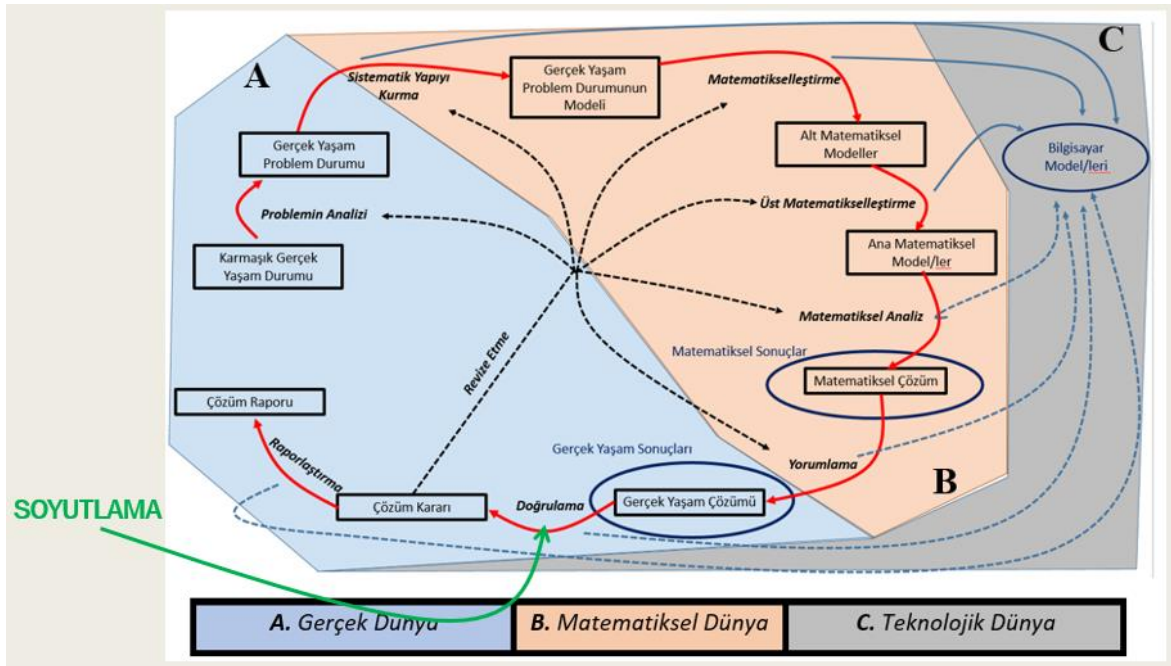
**Doğrulama işlemleri, düşünceleri ve basamakları kontrol etme örneği**

Şimdi kadınların 21,98 çıkmış burada ortancası, ortalaması da 21,98, aaa, ikisi de aynı, yaklaşık olarak aynı. Ben burada kaç buldum, 2030 yılında, 21,59 buldum. Erkeklerinki de 19,66 çıktı, 65 (ortanca değer=19,655) yani ortalama ve ortanca. Erkeklerin burada kaç buldum? 19,36. İkisi de aslında ortalama ve ortancaya yakın ama zaten değerler hep birbirine yakın da... süreleri. Olabilir, yani, bana bunlar mantıklı geliyor, 21,59'la 19,36. ... Bu kadar.



Şekil 4.29. Soyutlama becerisinin doğrulama temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Yağmur'un burada elde ettiği sonuçları birbirleri ile kıyaslayıp sonuçların birbirleri ile tutarlı olduğunu düşünmesi onun bilgi işlemsel düşünmede *soyutlama* becerisine ilişkin zihinsel eylem örneğini göstergesi olduğu düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.30).



Şekil 4.30. Yağmur'un soyutlamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Doğrulama temel basamağında sonraki örnekler revize etme temel basamağından sunulmuştur. Adile, 200 metre koşusu probleminin çözümünde ana matematiksel modelinden elde ettiği gerçek yaşam çözümü onun deneyimlerine ve verilere göre çok alakasız bir değer çıkmıştır. Adile burada bir hata olduğunu düşünerek hatanın nerede olduğuna ilişkin tahminlerde bulunmuştur (bkz. Tablo 4.16) Hata kaynakları tahmin etmeye çalışırken GeoGebra'da yaptıklarını kontrol etmiştir (bkz. Şekil 4.31). Verileri incelediğinde ana matematiksel modelini oluştururken kullandığı noktalardan birini yanlış tanımladığını fark etmiştir.

Tablo 4.16. Soyutlama Becerisinin Revize Etme Temel Basamağına Alt Basamaklarındaki Örneği

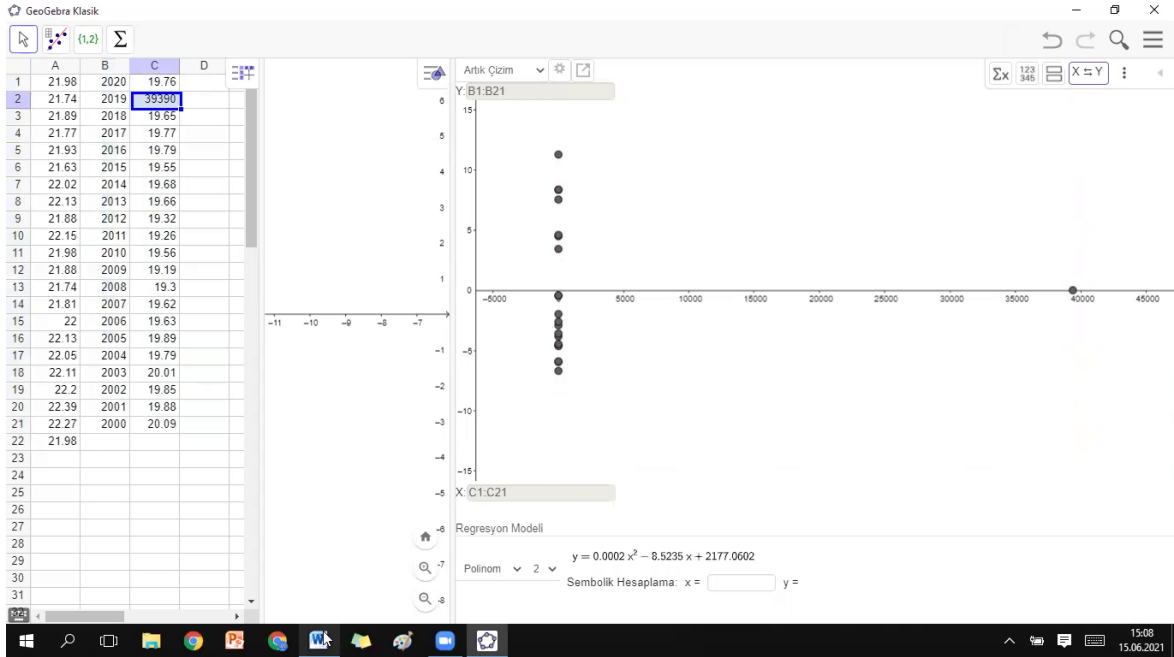
**Revize etmede çözümdeki hatanın/yanlışın kaynağını belirleme örneği**

Erkeklerinkini de tabloda ekleyip bakmak istiyorum.

(Erkeklerin verilerini de kadınların yanına ekleyip yeni sıralı ikililer oluşturuyor ve iki değişkenli regresyon analizini uyguluyor. Dağılım çiziminden Artık Çizimine geçiş yapıyor fakat noktalarda bir sıkıntı olduğunu gözlemliyor.)

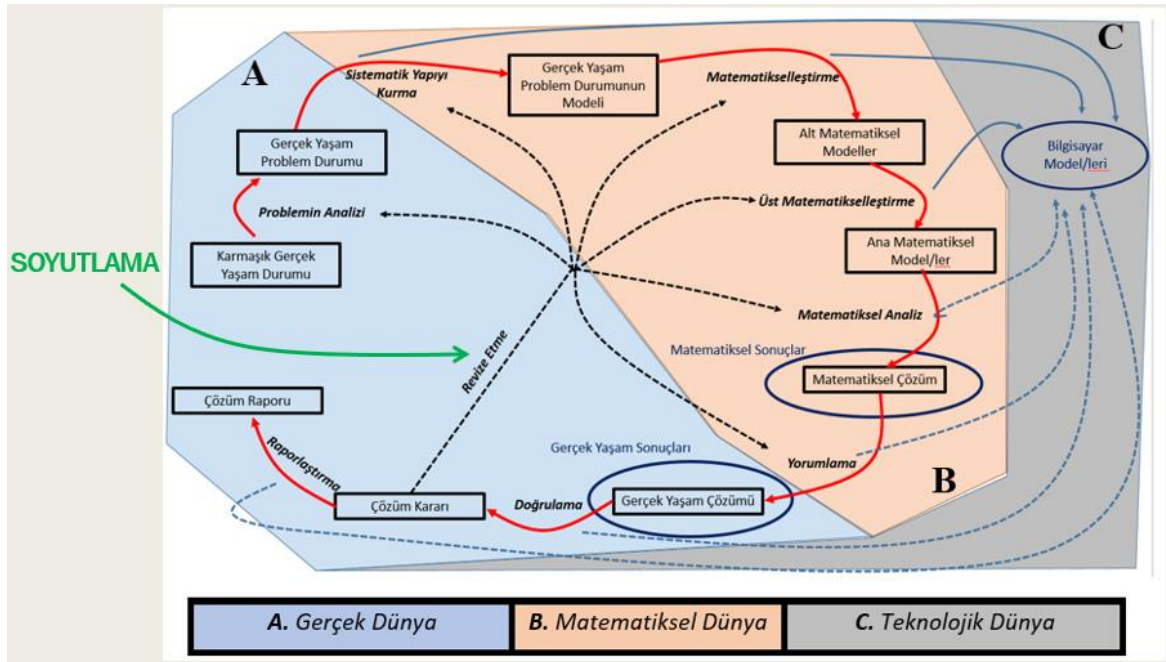
Hım, şuradan. C'den kaynaklı bir sıkıntı olmuş.

(C2 değeri normalden başka bir değer olmuş ve bunu düzeltmeye çalışıyor. Tekrar sıralı ikili oluşturup iki değişkenli regresyon analizini uyguluyor.)



Şekil 4.31. Soyutlama becerisinin revize etme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Adile, burada çözümde hata olduğunu düşündüğü kısmı tekrar gözden geçirmiş ve hatasını düzelterek çözümünü daha iyi hale getirmeye çalışmıştır. Bu kısımda Adile teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *revize etme* temel basamağından *çözümdeki hatanın/yanlışın kaynağını belirleme* alt basamağına yönelik zihinsel eylemler sergilemiştir. Ayrıca, burada problemin çözümünü revize ederken teknolojiyi kullanması Adile'nin bilgi işlemsel düşünme becerilerinden *soyutlama* becerisini kullandığının göstergesi olarak görülmüştür (bkz. Şekil 4.32).



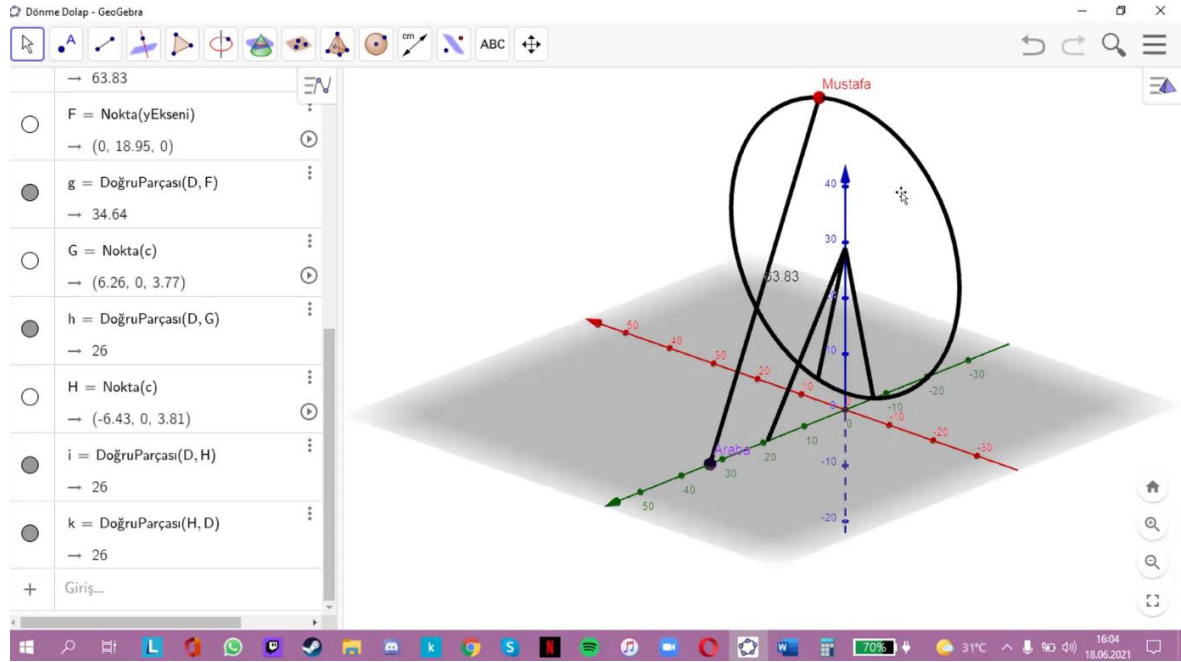
Şekil 4.32. Adile'nin soyutlamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinin raporlaştırma temel basamağında bilgi işlemsel düşünmedeki soyutlama becerisi sadece raporda yazılması gereken önemli düşünceleri vurgulama alt basamağında açığa çıkmıştır. Bunun iki örneği, dönme dolap problemi çözümünde Ayşe ve Adile'nin çözümlerinde görülmüştür. Ayşe, çözümünün sonunda raporda yazılması gerekenleri Tablo 4.17'deki gibi ifade etmiştir (bkz. Şekil 4.33).

Tablo 4.17. Soyutlama Becerisinin Raporlaştırma Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği

**Raporlaştırmada raporda yazılması gereken önemli düşünceleri vurgulama örneği**

En başta dönme dolabın yüksekliği falan, vesaire, onunla ilgili tahminde bulunmaya çalıştım ama çok saçma bir tahminde bulunmuşum. İyi ki de gerçeğine bakmışım, sonra gerçek verisine baktım. Ondan sonra 167,6 metre çıktı 550 feet yani çapı da 158,5 metre 520 feetmiş. ... Mustafa arabasında muhtemelen nokta şeklinde gösterecektim. ... arabayı, direkt olarak y-ekseni üzerine koydum. ... Sonra bu dönme dolapla arabanın arası kaç metredir diye tahminde bulundum. Önce arabaları saydım ama arabaların genişliği 200-220 metre falan olabileceği için, o bilgiye de internette baktım bu arada, değişebileceği için, o yüzden, işte ilk bir 80 metre gibi geldi, sonra, fazlalık doğru olabilir falan direkt 100'e yuvarladım, yani, 100 metre olarak aldım. ... 100 metrede yaklaşık, tam olarak değil, 330 feet olarak düşündüm. ... Ölçeklendirdim, yani, 10'a böldüm. 330 feet mesela, o yüzden merkezden başlayıp 33 birim, birime koydum arabayı. ... 550 feet yüksekliği vardı mesela, şeyin, dönme dolabın, en yüksek noktası 520'deydi. ... oluşturduğum o çemberin en yüksek noktası da 55 olarak aldım, yani, işte orijine uzaklığı için 55 birime koydum. Sonra da çapı 520 feet yani 52 birim olarak alacağım için diğer en alt noktası da dönme dolabın 3 birim yukarıda olarak aldım. Sonra Mustafa, çember üzerinde böyle çembersel hareket yapacağı için devamlı olarak, Mustafa'yı da nokta olarak çemberin üzerine koydum. ... uzaklığı hakkında bir şey söyleyebilmek için de sanki Mustafa'yla arabasının arasında bir doğru parçası varmış da işte gibi düşündüm. Onun uzaklığını ölçtüm ... İlk başta aralarındaki uzaklık, yani ilk bindiği andaki gibi 33,14 müydü öyle bir şeydi. Bir daha bakacağım ona. Aynen, 33,14'tü. Sonra harekete başladıkça aralarındaki uzaklık arttı. Mustafa, dönme dolabın en yüksek noktasına geldiğinde 64,14'tü.



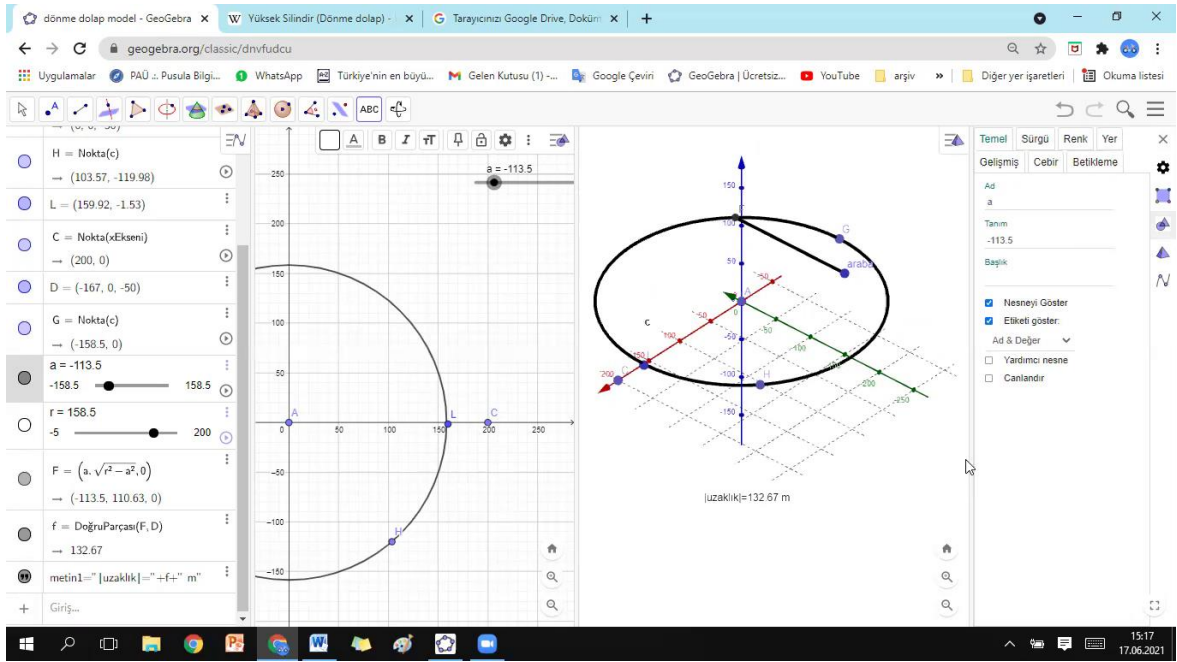
Şekil 4.33. Soyutlama becerisinin raporlaştırma temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Ayşe çözümünün sonunda raporda yazılması gerekenleri ifade ederken önemli olduğunu düşündüğü şeyleri vurgulamıştır (Tablo 4.17’de italik olarak belirtilmiştir). Ayşe, hatırlamakta zorlandığı kısımlarda oluşturduğu matematiksel modeline tekrar dönerek bilgilerini teyit etmiştir. Bu zihinsel eylemleri, onun *raporda yazılması gereken önemli düşünceleri vurgulama* alt basamağına örnektir ve bu süreçte *soyutlama* becerisini açığa çıkarmıştır (bkz. Tablo 4.18 ve Şekil 4.34). Adile de Ayşe gibi raporda olması gereken önemli düşünceleri sözel olarak ifade etmiştir. Bunu yaparken oluşturduğu matematiksel modelden ve problem durumunda verilen görsellerden de yararlanmıştı.

Tablo 4.18. *Soyutlama Becerisinin Raporlaştırma Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

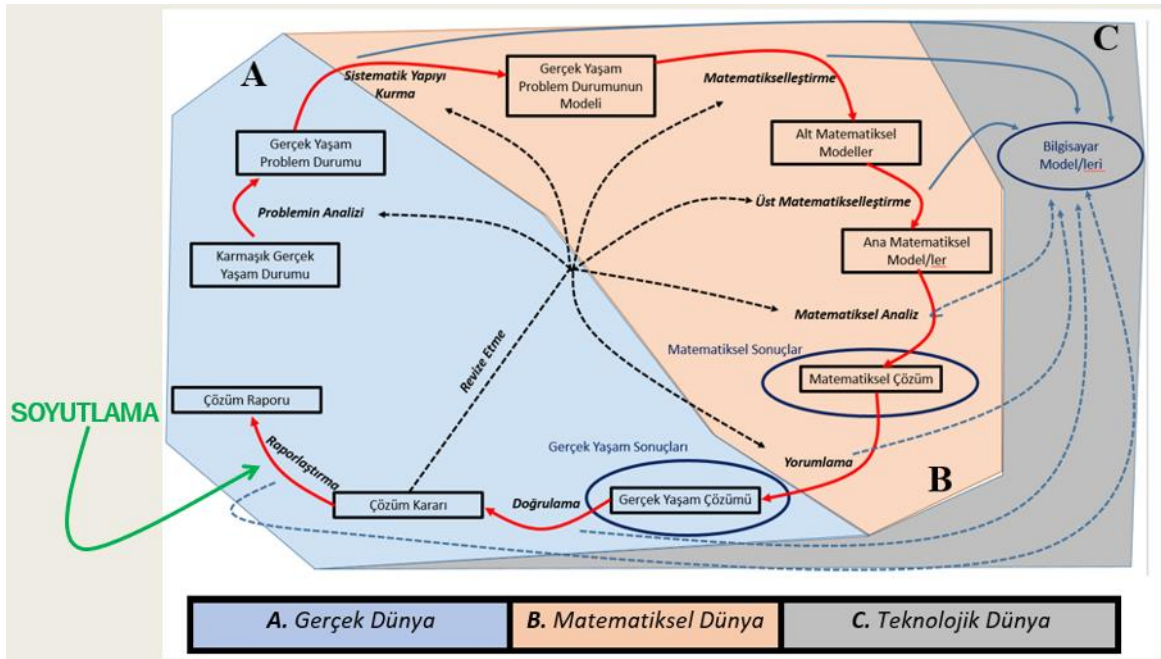
**Raporlaştırmada raporda yazılması gereken önemli düşünceleri vurgulama örneği**

Başta GeoGebra’da bu resmi kopyalayarak, yapıştırarak GeoGebra’daki bu uzaklığı gerçekte ne kadar olduğunu şuradaki ölçek sayesinde bulmaya çalıştım. Ölçekte 20 metre olarak gösteriyor, o belirlediği doğru parçasını. Ben de ona bağlı olarak bir doğru parçası, yani uzunluğu verilen bir doğru parçası belirledim ona da 20 metre dedim ve bu 20 metre ile ölçekteki 20 metreyi yaklaşık olarak eş hale getirdim. Böylece GeoGebra’da belirlediğim şeyle, birimle gerçekteki birimim arasında bir ilişki kurmuş oldum. Daha sonra bunu 2 boyutla modellemeye çalıştım ama 2 boyutta modelleyemedim. Çünkü bizim haritada gördüğümüz yerde hem yüksekliği var hem genişliği var bir de ona bağlı olarak bir derinlik de sayabiliriz arabanın olduğu yeri. O yüzden 2 boyutta dönüştüremedim, 3 boyutta modellemeye çalıştım. 3 boyutta modellediğim arabanın konumunu dönme dolabın yere olan mesafesini aldım, yarıçapını değil de yere olan mesafesini alarak belirledim. Daha sonra dönme dolap üzerinde bir hareketli nokta tanımladım, şeyden, çemberin formülünden yararlanarak ve bu iki noktayı doğru parçası ile birleştirerek, doğru parçasının uzunluğu, Mustafa’nın arabasına olan uzaklığının verir şeklinde belirledim.



Şekil 4.34. Soyutlama becerisinin raporlaştırma temel basamağının alt basamaklarındaki örneğin görseli

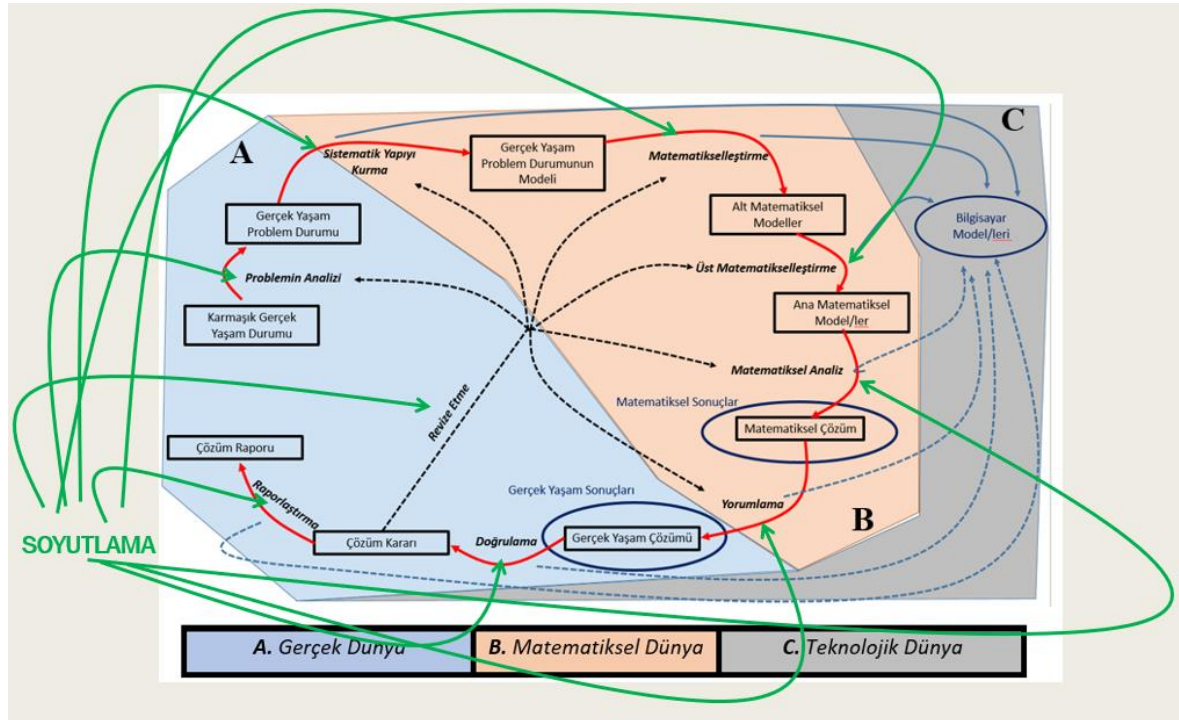
Her iki öğretmen adayı (Ayşe ve Adile) çözümlerinde yardımcı ve ana matematiksel modeli oluştururlarken nelere dikkat ettiklerini, hangi işlemleri yaptıklarını ve elde aldıkları varsayımları ifade etmiştir. Böylece hem *raporda yazılması gereken önemli düşünceleri vurgulama* alt basamağına hem de *soyutlama* becerisine örnek zihinsel eylemler sergilemiştir (bkz. Şekil 4.35).



Şekil 4.35. Ayşe ve Adile'nin soyutlamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

#### 4.1.1. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Soyutlamaya İlişkin Zihinsel Eylemlerine Yönelik Bulguların Genel Özeti

Bulgular sunulurken her temel basamaktan iki örnek olmasına dikkat edilmiştir. Bu yüzden tüm alt basamaklarla ilgili örnekler sunulmamıştır. Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinin tüm temel basamaklarında soyutlama becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri görülmüştür (bkz. Şekil 4.36).



Şekil 4.36. Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde soyutlama becerisinin zihinsel eylem olarak açığa çıktığı temel basamaklar

Soyutlama becerisinin temel basamakların hangi alt basamaklarda görüldüğü ve görülmediği bu kısımda sunulmuştur. Soyutlama becerisi *problemin analizi* temel basamağında *problemi okuma* alt basamağında zihinsel eylem olarak görülmemiştir. *Sistemik yapıyı kurma*, *matematikselleştirme*, *üst matematiselleştirme*, *matematiksel analiz*, *yorumlama* temel basamaklarının tüm alt basamaklarında *soyutlama* becerisine ilişkin zihinsel eylemler örneklerine rastlanmıştır. *Doğrulama* temel basamağının *gerçek yaşam sonuçlarındaki beklenmeyen durumların irdelenmesi* alt basamağına ilişkin zihinsel eylem örnekleri görülmemiştir. *Revize etme* temel basamağının *işlemleri ve düşünceleri tekrar gözden geçirme*, *alternatif çözüm stratejileri belirleme*, *üst düzey varsayımlarda değişiklik yapma* alt basamaklarına ilişkin zihinsel eylem örneklerine rastlanmamıştır. *Raporlaştırma* temel basamağının *çözümü ayrıntılı matematiksel ifadelerle destekleme* alt basamağına ilişkin zihinsel eylem örnekleri görülmemiştir. Teknoloji destekli matematiksel

modelleme sürecinin her alt basamağında soyutlama becerisinin görülmemesinin sebebi öğrencilerin deneyimleri, problemin yapısında kaynaklanmış olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin problem durumunu zihinlerinde canlandırmaya çalışmasıyla, örneğin dönme dolabın çembersel bir hareket izlediğini düşünmesiyle soyutlama becerisine ilişkin zihinsel eylemler ortaya çıkmaktadır. Ayrıca, zihinlerinde oluşturdukları modeli ve problem durumunda verilen verileri teknoloji ortamı olan GeoGebra'ya aktarmaya çalışılmasıyla da soyutlama becerisi açığa çıkmıştır. Öğretmen adaylarının GeoGebra yazılımı üstünde yaptıkları değişiklikler ve formülleştirmeler, GeoGebra'dan elde ettiği sonuçları matematiksel ve gerçek yaşam sonucu şeklinde yorumlaması da soyutlama becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri olarak görülmüştür. Buna rağmen tüm temel basamaklarda soyutlama becerisine ilişkin zihinsel eylem örneklerine rastlanmıştır.

#### **4.2. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Genellemeye İlişkin Zihinsel Eylemleri**

Bu kısımda beş öğretmen adayının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkardığı bilgi işlemsel düşünmedeki genelleme becerisine yönelik zihinsel eylem örnekleri sunulmuş ve yorumlanmıştır.

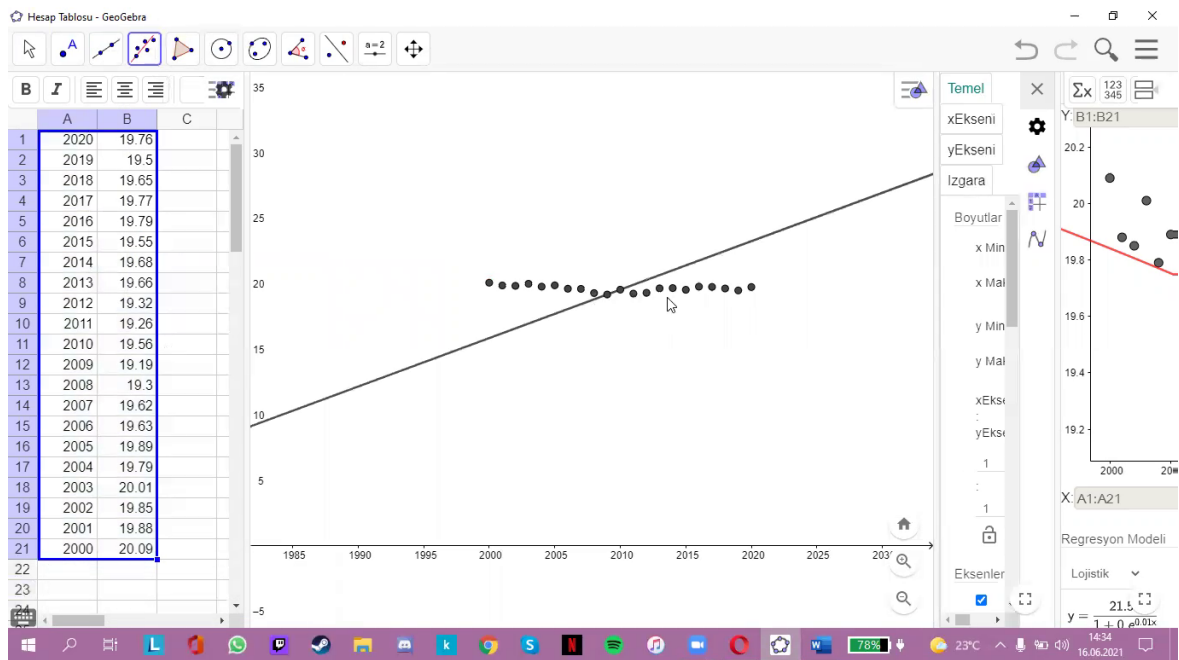
Genelleme becerisinin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamaklar sunulurken problem analizi temel basamağına ilişkin zihinsel eylem örneklerine rastlanmadığı için ilk örnek sunulmaya sistematik yapıyı kurma temel basamağından başlanmıştır. Ayşe 200 metre koşusu probleminin çözümünde, problem durumda sunulan verileri görünce daha önce deneyimlediği deneysel modelleme tipindeki problemler aklına gelmiştir. Ayşe, bu tür durumlarda verilerin analizi için GeoGebra'nın *en iyi uyum doğrusu* aracının kullanılması gerektiğini ifade etmiştir (bkz. Tablo 4.19). Buna yönelik GeoGebra penceresinde en iyi uyum doğrusu aracını seçerek çözümüne devam etmiştir. (bkz. Şekil 4.37). Ayşe'nin deneyimlerine bağlı olarak ilgili probleme çözüm yolu üretmesi onun teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecine göre *sistematik yapıyı kurma* temel basamağına *deneyimlerden yararlanma* alt basamağına ilişkin zihinsel eylemler örnekleri göstermiştir.



Tablo 4.19. *Genelleme Becerisinin Sistemik Yapıyı Kurma Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

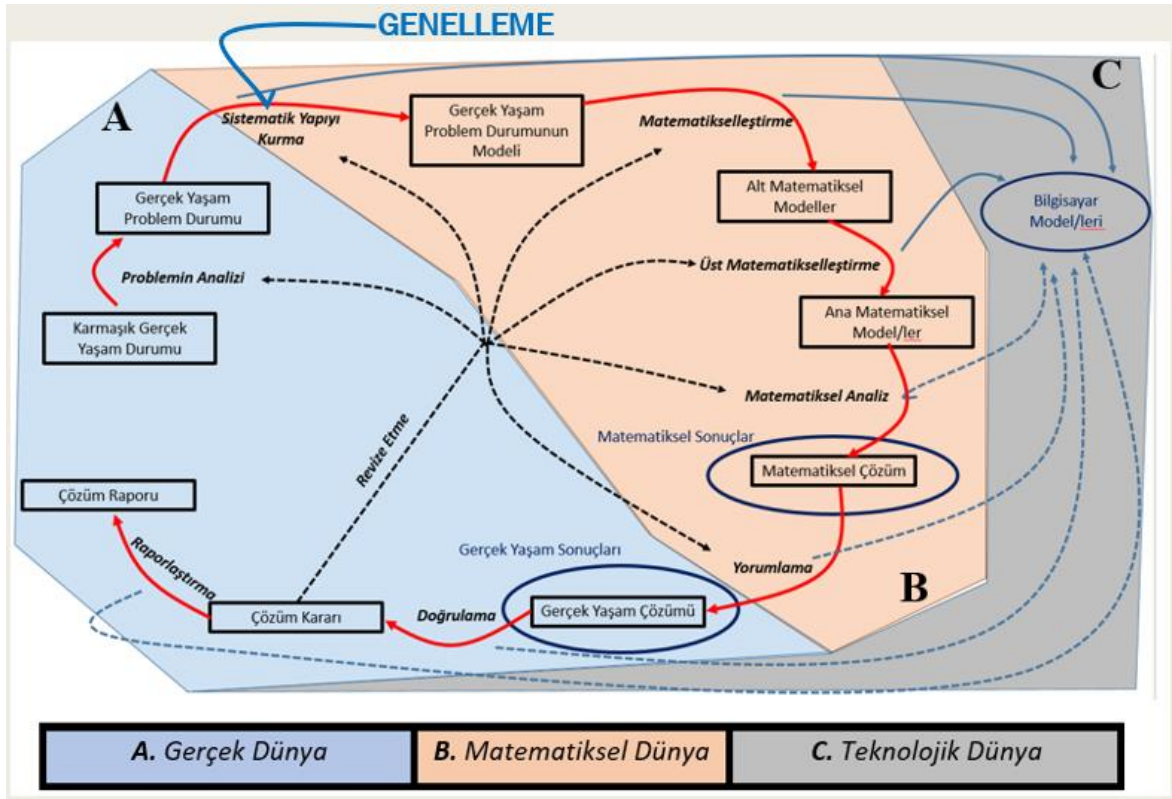
**Sistemik yapıyı kurmada deneyimlerden yararlanma örneği**

Şuradan bakınca ilk başta doğrusal gibi geliyor ama... burada bir, önceden böyle verilerle ilgili en iyi uyum doğrusunu kullanırım belki, ama öyle yok yapamadım. (Nokta kümesinden sadece iki noktayı seçiyor ve en iyi uyum doğrusu oluşturuyor.) Bir daha yapacağım (Nokta kümesinden sadece iki noktayı seçiyor ve en iyi uyum doğrusu oluşturuyor.). Niye yapamadım ki ben bunu? (Oluşan en iyi uyum doğrusu Ayşe'ye göre olması gerektiği gibi görünmüyor.) İki nokta seçmem gerekmiyor mu ya? Düşününce bir doğru etrafında olması da mantıklı geliyor. Noktalara bakınca yani. Buraya, ay. Niye gitti ki bu şimdi? Hıh, buraya bakınca da mantıklı gelmiyor (Doğrusal regresyon modeli ile en iyi uyum doğrusunu karşılaştırıyor.). Bir de şey yapacağım. Şuradaki bulduğum denklemle şeyi de karşılaştırmak istiyorum. Şurada en iyi uyum doğrusuyla bulduğum doğruyu...



Şekil 4.37. Genelleme becerisinin sistemik yapıyı kurma temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Ayşe'nin burada geçmiş deneyimlerinde biliyor olduğu bir GeoGebra aracını/fonksiyonunu bu problemin verileri doğrultusunda kullanması onun burada bilgi işlemsel düşünmede *genelleme* becerisine ilişkin zihinsel eylem örneği olmuştur (bkz. Şekil 4.38).



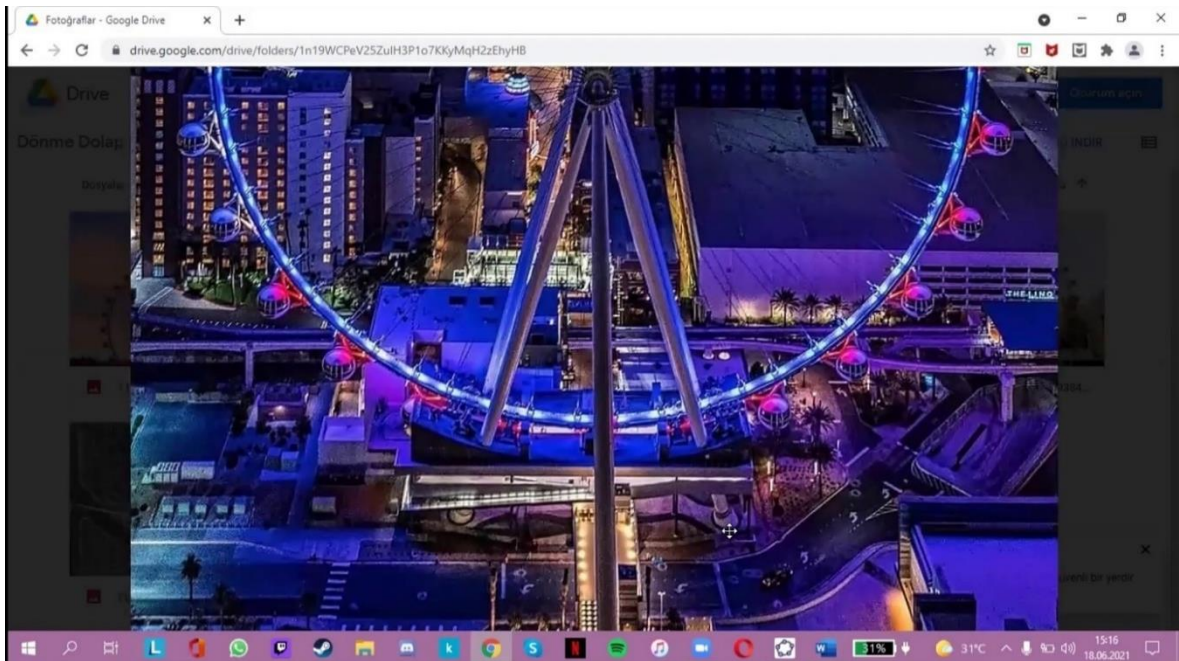
Şekil 4.38. Ayşe'nin genellemeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Sistematiği yapıyı kurma temel basamağında açığa çıkan genelleme becerisine yönelik diğer zihinsel eylem örneği Ayşe'nin dönme dolap probleminin çözümünün bir kısmı ile sunulmuştur. Ayşe, dönme dolabın yüksekliğini nasıl bulabileceği ile ilgili bazı tahminlerde (binalar, palmye ağaçlarının yüksekliklerini referans alarak dönme dolap yüksekliğini bulmak gibi) bulunmuştur (bkz. Tablo 4.20). Ayşe, bu yüksekliği bulmak için problem durumunda verilen resim ve videolardan yararlanarak çözümde ilerleyebilecek stratejiler belirlemiştir. Ayşe günlük hayat bilgisi doğrultusunda ağaçların yüksekliklerinden yararlanarak dönme dolabın yüksekliğinin bulunabileceğine ilişkin bir çözüm stratejisinden bahsetmiştir (bkz. Tablo 4.20). Bu durumda da problem durumunda verilen resimleri inceleyip internet üzerinde palmye ağaçlarının uzunlukları hakkında araştırma yapmıştır (bkz. Şekil 4.39). Ayşe'nin burada farklı çözüm stratejilerini düşünmesi ve bu stratejileri geliştirirken problem durumunda bulunan fotoğraf ve videolardan yararlanması onun teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecine göre *sistematiği yapıyı kurma* temel basamağında *genel çözüm stratejisi tasarlama* alt basamağına ilişkin zihinsel eylemleri olarak görülmüştür.

Tablo 4.20. *Genelleme Becerisinin Sistematik Yapıyı Kurma Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

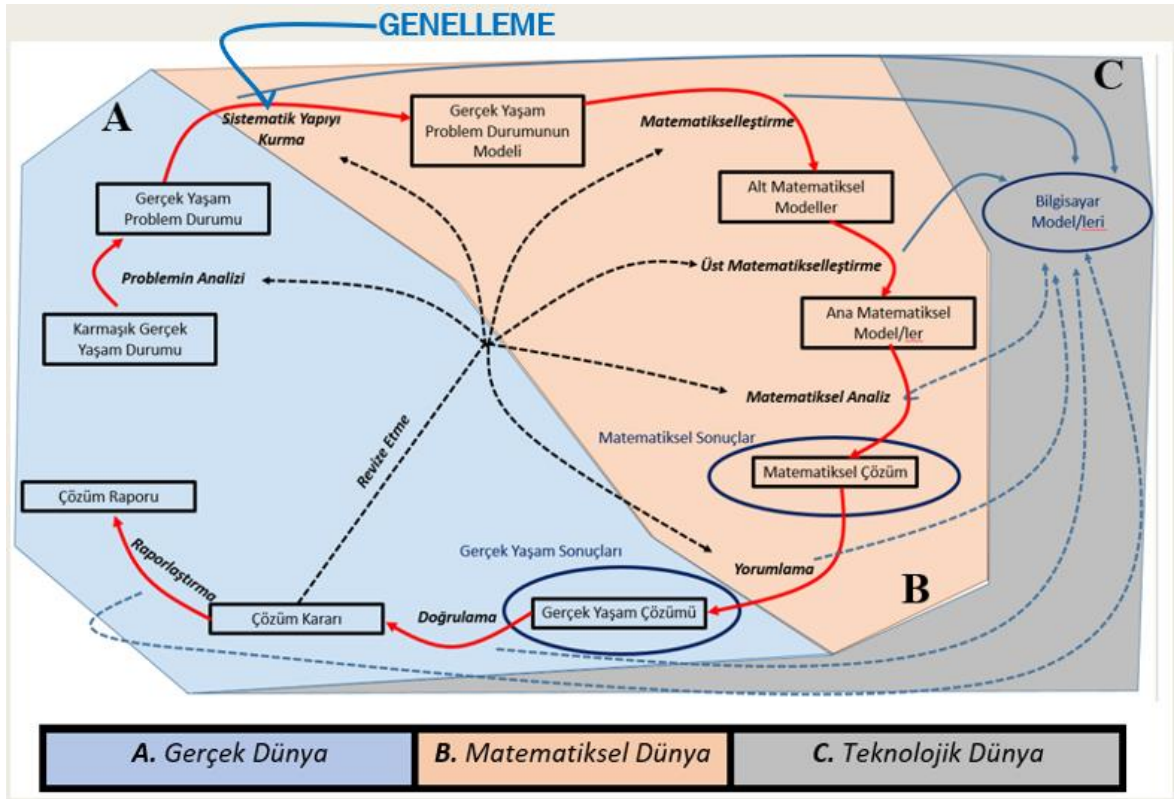
**Sistematik yapıyı kurmada genel çözüm stratejisini tasarlama örneği**

Ben önce tahmin etmeye çalışayım. Sonra, varsa, eğer böyle bir veri internette karşılaştırıyorum hem daha güzel olur diye düşünüyorum. Bir önce yüksekliğini tahmin etmeye çalışayım. Oradan şu aralık (araba ve dönme dolap arasında dik uzaklıktan bahsediyor), ha burada mesela kaç tane araba sığarlı gibi bir şeyle de tahmin edilebilir şu arası. ... şu fotoğraflar da bakayım da. Karşılaştıracak bir şeyler bulmaya çalışıyorum. Mesela, şu binalardan düşünsem. ... Bir de bunun adı yani, adına göre demek ki normalinden de yüksek bir dönme dolaptan bahsediyoruz gibi duruyor. Nasıl tahmin edebilirim? Ağaçlara bakıyorum bayağı bayağı küçük kalmış palmye ağaçları bunun yanında. Şuradan düşünsem kaç palmye ağacı yüksekliğinde olabilirden gidebiliriz belki. Neyse iki, üç, dört, altı, dokuz, on, on bir, on-on bir falan gibi bir şey. Bunlar inşallah palmye ağacıdır öyle görüyorum ama. Mm. Olabilir de 30 metreye kadar yani o kadar da değildir. Ama şimdi hangi yaşında palmye ağacı o da var. Mm. Acaba 300 metre var mıdır yüksekliği? Bu şeylerde de kötüyümdür ben. 300 metre, uçmuş olabilir miyim acaba? Az çok öyle gibi düşünüyorum çünkü 30 metreye kadar çıkabilmektedir diyorsa yani bu da buradakiler de öyle küçük durmuyor gibi. Ama bilmiyorum yani. İki apartman yapıyordur belki. O da var. 300 metre, salladım herhâlde biraz. Şu an ben bakacağım.



Şekil 4.39. Genelleme becerisinin sistematik yapıyı kurma temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Ayşe'nin burada dönme dolabın yüksekliğini bulmak için araba uzunlukları, palmye ve binaların yüksekliklerini temel olarak ilerlememiştir. Ayşe burada bir uzunluğu başka uzunluklar cinsinden ifade ederek araba, palmye ve bina uzunluklarını birer değişken olarak ele almıştır. Böylece Ayşe, bilgi işlemsel düşünme becerilerinden *genellemeye* yönelik zihinsel eylem örnekleri sergilediği düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.40).



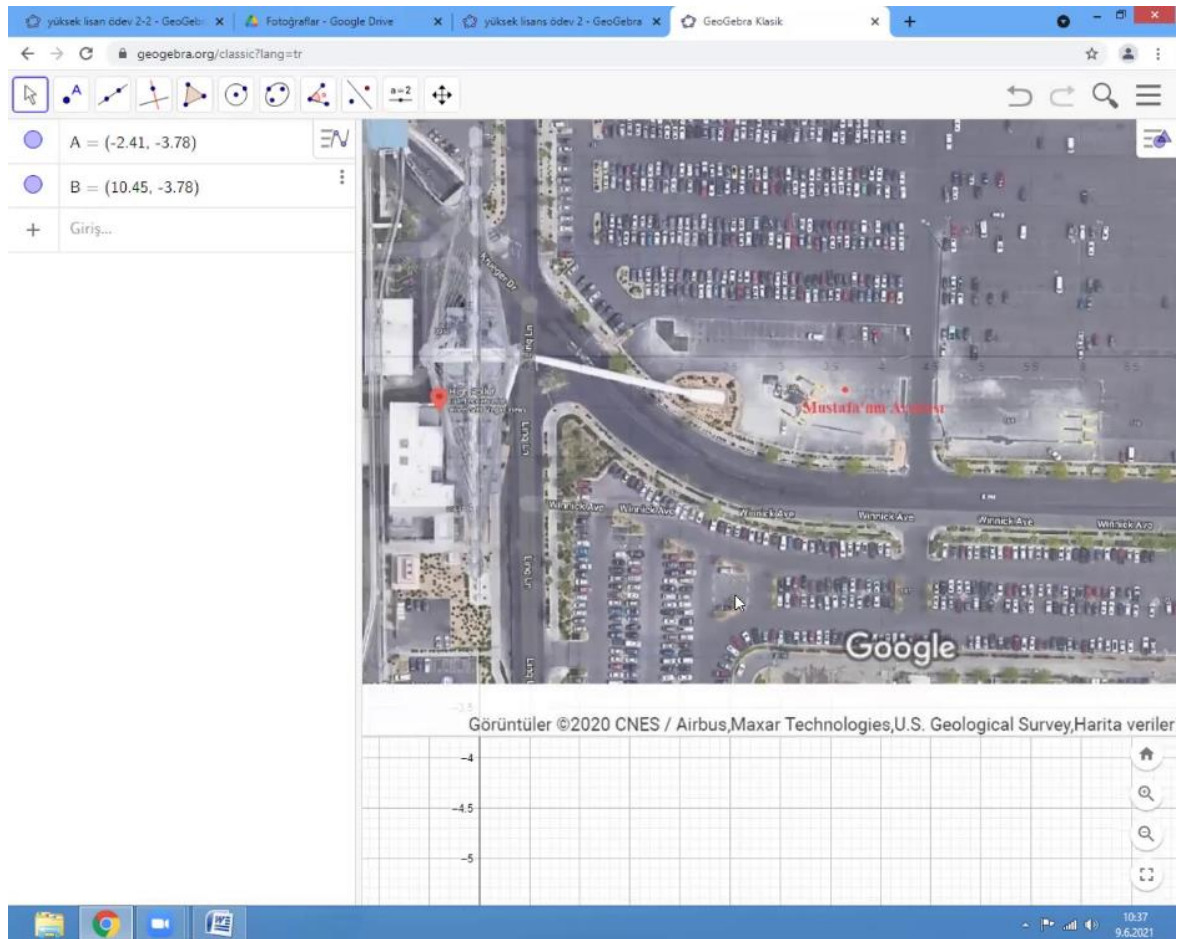
Şekil 4.40. Ayşe'nin genellemeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Genelleme becerisinin inceleneceği sıradaki temel basamak matematikselleştirme olmuştur. Utku dönme dolap problemi çözümünde dönme dolap ile Mustafa'nın arabasının arasındaki uzaklığı bulmak için GeoGebra'nın grafik gösteriminde bulunan ızgaraların birim uzunluklarından yararlanmayı tercih etmiştir (bkz. Tablo 4.21). Utku, problemin çözümünde önemli bir stratejik etken olan araba ve dönme dolabın uzunluğunu bulmak için GeoGebra'nın ızgaralarındaki bir birimin 3 araba genişliğinde olduğunu ifade etmiş ve bir arabanın genişliğinden hareket ederek araba ve dönme dolap arasındaki uzaklığı bulmuştur (bkz. Şekil 4.41). Utku, bir arabanın genişliğine günlük hayat deneyimleri ve internet araştırması sonucunda karar vermiştir (bkz. Şekil 4.42). Bu yüzden, teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecine göre *matematikselleştirme* temel basamağında *problemde verileri bulunmayan stratejik etkenlere yönelik sayısal tahminlerden ve ölçümlerden yararlanma* alt basamağına ilişkin zihinsel eylemler sergilemiştir.

Tablo 4.21. *Genelleme Becerisinin Matematikselleştirme Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Matematikselleştirmede problemde verileri bulunmayan stratejik etkenlere yönelik sayısal tahminlerden ve ölçümlerden yararlanma örneği**

Şimdi Mustafa'nın arabası ilk önce şöyle düşünelim, bir dakika. ... 1,2,3 araba sıfır artmış. 0,2 birim. 3 araba. ... 3 araç GeoGebra'da 0,2 birim gelmekte. (GeoGebra'nın ızgaraları ile araba sayısı arasında bir ilişki bulmaya çalışıyor.) ... Ya da 1,2,3,4,5,6,6 buçuk; 1,2,3,4,5,6,7. Yedi. ... 7 araç GeoGebra'da 5 birim gelmekte. (GeoGebra'nın ızgara birim ile araba sayısı arasında bir ilişki oluşturdu.) ... ortalama araç eni kaç metredir? (Google'a bunu yazarak arar.) ... Binek araç diyelim biz buna. (Arama cümlesini günceller.) ... Uzunluk, genişlik, 3 metre yükseklik. 3 metre. (İnternet üzerinden araştırmaya devam eder.) Şimdi arabanın genişliğini bulamadım. Orada 3 metre yazıyordu, burada... Ben golf yazayım, golf yazalım, bakalım golf ne gelecek ya. (Arama cümlesini değiştirir.) Uzunluk, arabanın uzunluk şeyi ne kadar ya? uzunluk, genişlik, 1,79. ... Biz bunu 2 metre 2,5 metre. Şu arabalara bakayım, bu arabalar küçük gözüküyor. Biz bunu 2 metre alalım. Ölçeklendirme yapalım. 2 metre alarak, 2 metre. ... Bir araç ortalama 2 metreyse  $7 \times 2 = 14$  metre. (Araba ve dönme dolap arasındaki uzunluk 7 birime denk gelmektedir. (Her birim 2 metre olduğu varsayımıyla ilerleyip toplam uzunluğun 14 metre olduğu sonucuna ulaşmıştır.)



Şekil 4.41. Genelleme becerisinin matematikselleştirme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Arabanın genel boyutları nelerdir?

Her binek veya kargo motorlu taşıtın kendi genel boyutları vardır. Otomobillerin genişliği ve uzunluğunun yüksekliği, birimin kullanım kılavuzunda belirtilmiştir. Ayrıca benzer göstergelerle tematik tablolarda veya bölümlerde bulunabilir.

Boyut parametreleri, belirli bir durumda manevralar için seçenekleri değerlendirme fırsatı sunar. Aracın uzunluğu, aracın ön ve arkasının en belirgin elemanları arasında belirlenir. Arabanın genişliği, çıkıntılı aynaların sınırlarına göre hesaplanır ve yükseklik, tavanın en yüksek noktasına sabitlenir. Tüm bunlar, aracın garajdaki veya belirli kısıtlamaları olan diğer yerlerdeki kapasitesini hesaplamaya olanak tanır.

Uygun Fiyatlı Araç Kiralama - Araç Kiralamada Büyük Tecrübe  
Online Rezervasyon İmkani En İyi fiyatı sunuyoruz! Değişiklik Ücretsiz. v-i-p-arac-kirala.ml

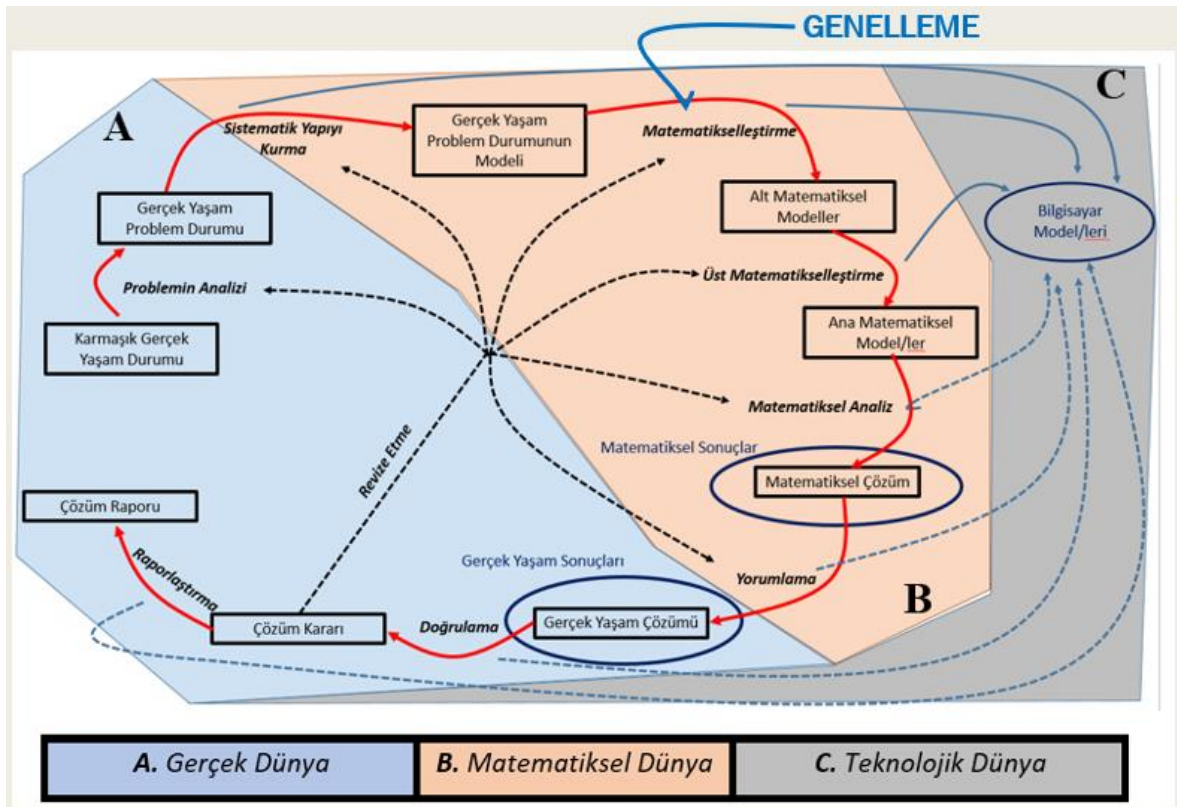
Paylaşım Deneyimi

Bosal çekme çubukları: genel bakış, modeller, montaj özellikleri ve yorumlar

En iyi vücut oto tamircisi kendin yap

Şekil 4.42. Genelleme becerisinin matematikselleştirme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Utku bu aşamada GeoGebra'daki ızgaraları ve arabaların genişliklerini kullanarak birim dönüşümleri yapmıştır. Arabanın genişliği ve ızgara birimleri bu durumda birer değişken olarak karşımıza çıkmıştır. Utku burada ele aldığı değişkenleri değiştirebileceği gibi başka durumlarda da uzunluk bulmak için bu varsayımlarıyla ilerleyebilecektir. Bu yüzden bu durumda Utku, bilgi işlemsel düşünmede *genelleme* becerisine ilişkin zihinsel eylemler sergilemiştir (bkz. Şekil 4.43).



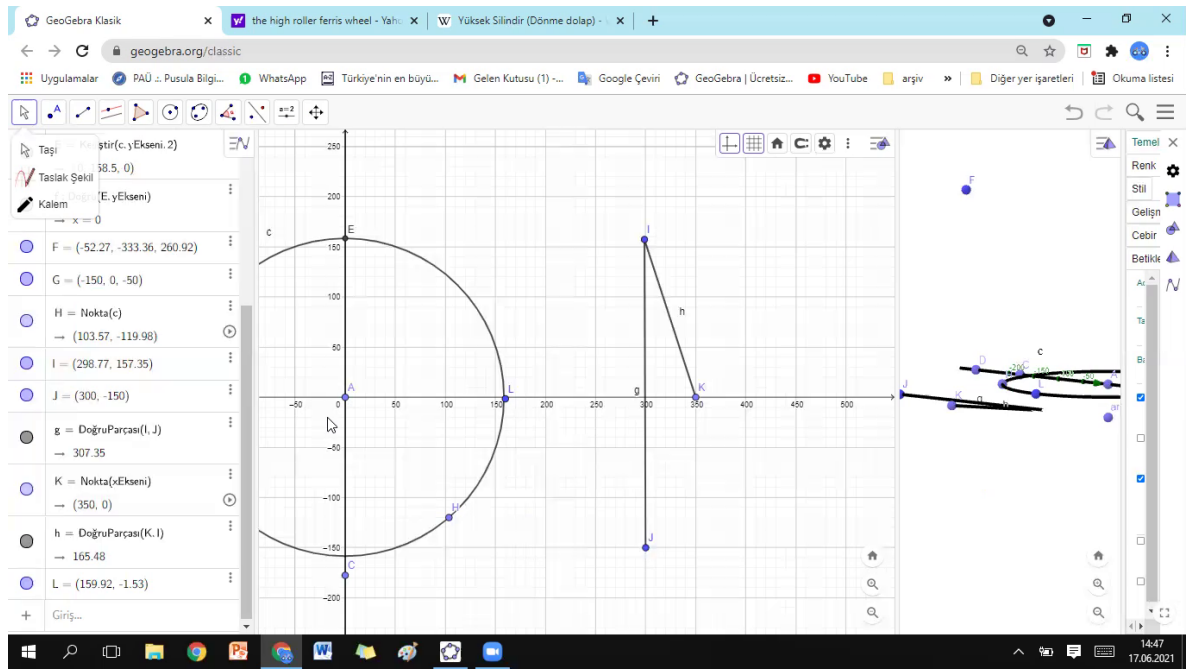
Şekil 4.43. Utku'nun genellemeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Matematikselleştirme temel basamağındaki genelleme becerisine ilişkin diğer zihinsel eylem örneği, Adile'nin dönme dolap probleminin çözümünün bir kısmı ile sunulmuştur. Adile, çözümünde Mustafa ile arabası arasındaki uzaklığı Pisagor Teoremini kullanarak bulabileceğini düşünmüştür. Pisagor teoremini bu problem bağlamında ele alarak hipotenüs uzunluğunun Mustafa ve arabası arasındaki doğru parçasının uzunluğu ile eş olacağını ifade etmiştir. Dik kenar uzunluklarını bulmak için hem teknolojiden hem de cebirden yararlanmıştır ve dik uzunlukların cebirsel ifadelerini elde etmiştir (bkz. Tablo 4.22). Adile'nin elde ettiği dik kenarlardan biri aynı zamanda dönme dolabın yüksekliği olarak düşünülmüştür. Bu yüksekliği bulmak için hem matematik hem de teknoloji bilgisinden yararlanmıştır (bkz. Şekil 4.44). Böylece teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecine göre Adile'nin *matematikselleştirme* temel basamağında *YMM'lerin cebirsel ve grafiksel gösterimlerini bulma* alt basamağında zihinsel eylem örnekleri görülmüştür.

Tablo 4.22. *Genelleme Becerisinin Matematikselleştirme Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Matematikselleştirmede YMM'lerin cebirsel ve grafiksel gösterimlerini bulma örneği**

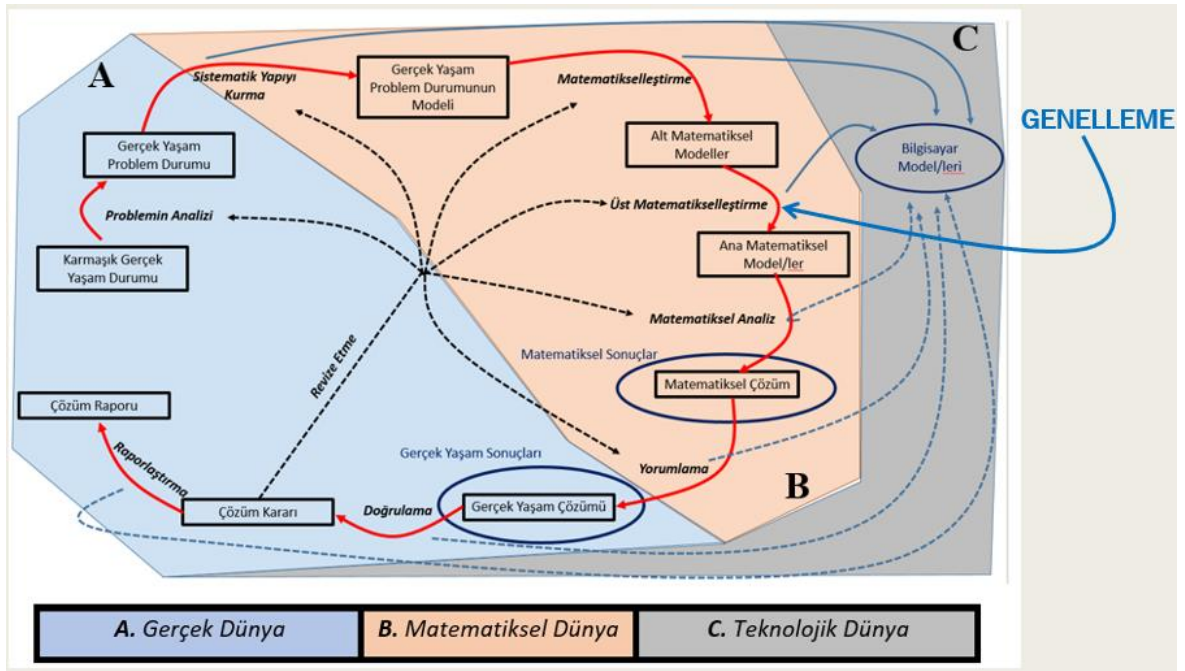
Şimdi bu zeminde olsaydı (dönme dolabın zemine olan yüksekliğinden bahsediyor), ama bu zeminde yüksekliği var. Mesela, tam şu noktayken uç noktayken ve ortadayken olduğunu düşünelim. Yani, burada oluyor (orta noktayı, dönme dolabın ortası olarak ifade ediyor). Mesela bunu  $I$  diyeyim. Eğer yüksekliği olmasaydı bu kadar olacaktı,  $h$  kadar ( $h =$  uç nokta ile arabayı ifade noktada oluşan üçgenin hipotenüsü). Ama yüksekliği de olduğu için  $h^2$  artı, yani şu doğrunun uzunluğu + bunun yüksekliğinin karesi...



Şekil 4.44. Genelleme becerisinin matematikselleştirme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Adile'nin burada değişkenleri kullanması, bildiği bir teorem olan Pisagor Teoremini problemin çözümüne uygun olarak düzenlemesi, yüksekliği bir cebirsel ifade olarak ifade etmesi onun bilgi işlemsel düşünmede *genelleme* becerisine ilişkin zihinsel eylemler sergilediğini göstermiştir (bkz. Şekil 4.45).





Şekil 4.45. Adile'nin genellemeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki genelleme becerisinin inceleneceği sıradaki temel basamak üst matematikselleştirme olmuştur. Ayşe dönme dolap probleminin çözümünde dönme dolapta bulunan Mustafa'nın arabasına olan uzaklığını ifade eden bir fonksiyon ve grafik elde etmek istemiştir. Bunun için dönme dolabın hareketi sırasındaki kritik noktaları (en yükseğe çıktığı nokta, başlangıç noktası) bularak bu noktalardan geçen bir parabol inşa etmeye başlamıştır. Ayşe, parabolün üzerindeki herhangi bir noktanın Mustafa'nın o andaki arabasına olan uzaklığını ifade etmiştir (bkz. Tablo 4.23). Ayşe'nin ilk başta GeoGebra'da inşa ettiği dönme dolap modeli bir yardımcı matematiksel model iken, o modelden elde ettiği verilerle Mustafa ve arabasının arasındaki uzaklık değişimini gösteren parabol ana matematiksel model olmuştur (bkz. Şekil 4.46). Bu matematiksel model hem cebirsel olarak hem de grafiksel olarak sunulmuştur. Böylece, teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecine göre Ayşe, üst matematikselleştirme temel basamağının *AMM'nin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma* alt basamağına ilişkin zihinsel eylemler sergilemiştir.

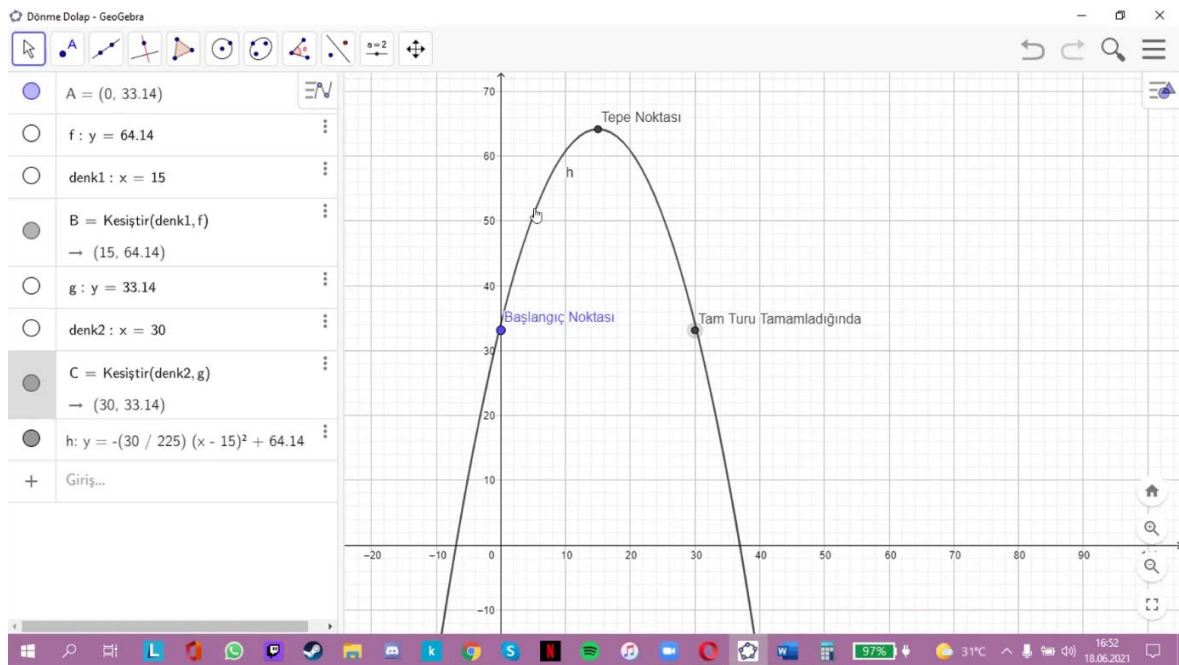
Tablo 4.23. *Genelleme Becerisinin Üst Matematikselleştirme Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Üst matematikselleştirmede AMM'nin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma örneği**

Üstünden bir nokta düşüncem değil mi, onu yerine yazıp  $a$ 'yı bulacağım.  $x$ ,  $y$  yerine herhangi bir nokta yazacağım. Okay o zaman, şey. 0'a 34,14 seçsek. Şuraya işlem yapayım da. Şu an şey yapıyorum. Tepe noktası yardımıyla  $a$ 'yı bulmaya çalışıyorum. Şey, denklemde yerine yazıyorum.  $x$  ve  $y$  yerine de şu A noktasını yazacağım.  $x$ 'in karesi artı 64,14. Güzel. Oraya sıfırlı yazmam mantıklı oldu değil mi? Yani, tamam, aynen. -33. Of. Ay yanlış yazdım. Bu ne ya? GeoGebra'ya direkt kesirli sayı olarak girilebiliyor mu? Yani, böyle virgüllü girmek yerine.

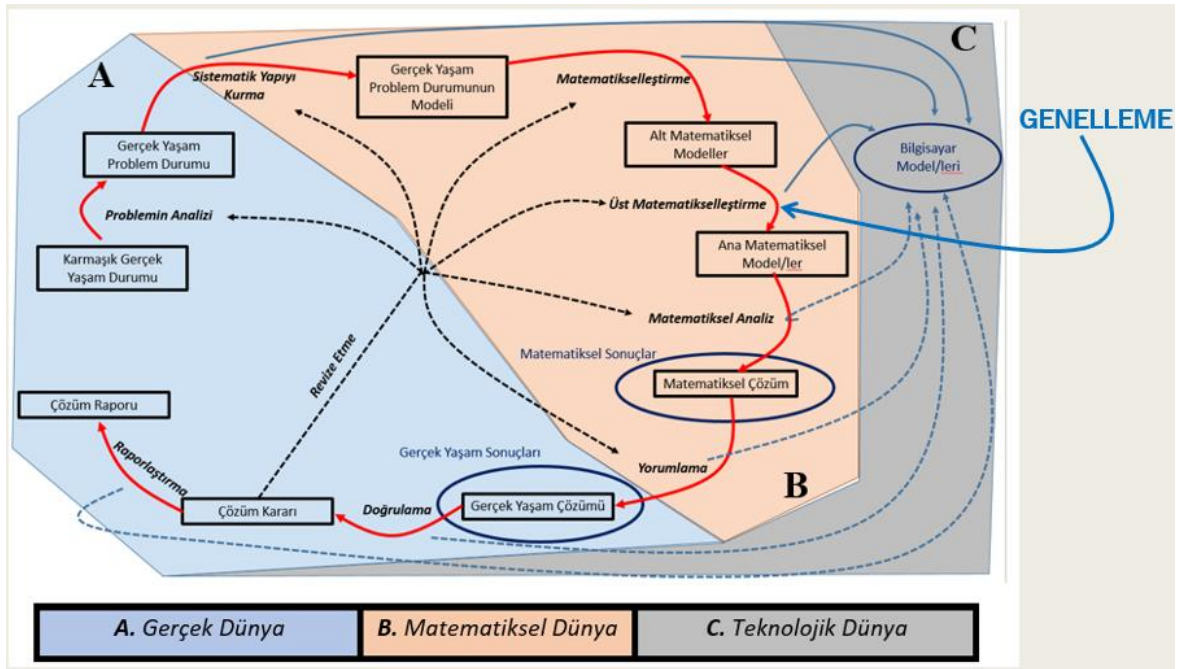
Öyle gireyim çünkü... Sadeleşir aslında da neyse uğraşamayacağım. Bu arada şu doğruları bir kaybetsek daha iyi. Yok niye kaybediyoruz ya. Daha kalsın bari. Ya ben o şu sürgüleri sileceğim. O zaman şöyle yazıyorum.  $y = -$ . Bu  $a$ 'ydı. Tamam. (Giriş kısmına  $y = -30/225(x - 15)^2 + 64,14$  yazıyor.)

En aşağıdaki noktası, ilk başlangıçtaki noktası. Başlangıç noktası olacak bu. ... Burada da tepe noktası olacak. Yani, en üst tepedeyken ki nokta. Bu da tam turu tamamladığında olacak. ...  $x$  eksenini dakika cinsinden süreyi veriyor, sıfırcı dakikadan başladı. Bu dönme dolap döndükçe bu şekilde aralarındaki uzaklığın değişimi olarak söyleyebilirim yani, aralarındaki uzaklığın değişimi bu şekilde.



Şekil 4.46. Genelleme becerisinin üst matematikselleştirme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Ayşe'nin burada değişkenler kullanması, bu değişkenlerle genellenebilecek bir formül ve grafik oluşturma eylemler göstermiştir. Böylece Ayşe, bilgi işlemsel düşünmeye göre *genelleme* becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri göstermiştir (bkz. Şekil 4.47).



Şekil 4.47. Ayşe'nin genellemeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Üst matematikselleştirme temel basamağındaki genelleme becerisine ilişkin diğer zihinsel eylem örneği, Ali'nin dönme dolap probleminin çözümünün bir kısmı ile gösterilmiştir. Ali çözümünde dönme dolabı, yarıçapı sürgü ile kontrol edilebilen bir çemberin üzerine inşa etmiştir. Ali bu çemberin yarıçapını dünyanın yarıçapı ile eş olacak şekilde düzenlemiştir. Çemberin yarıçapının sürgüyle kontrol edilmesi, problem durumunda yapılacak olan değişikliklere karşı esnek bir model elde edilmesini sağlamıştır (bkz. Tablo 4.24). Oluşturduğu model Şekil 4.48'de sunulmuştur. Böylece Ali stratejik etkenlerin değiştiği durumlar için uzaklığın değişimini ayrıntılı inceleme şansı elde etmiştir. Ali bir sabit olarak alınabilecek olan dünyanın yarıçapını, bir değişken olarak almıştır ve bu değişkeni sürgü ile GeoGebra'da tanımlamıştır. Ali bu durumda *üst matematikselleştirme* temel basamağında *bağımlı-bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme* alt basamağına ilişkin zihinsel eylemler sergilemiştir.

Tablo 4.24. *Genelleme Becerisinin Üst Matematikselleştirme Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

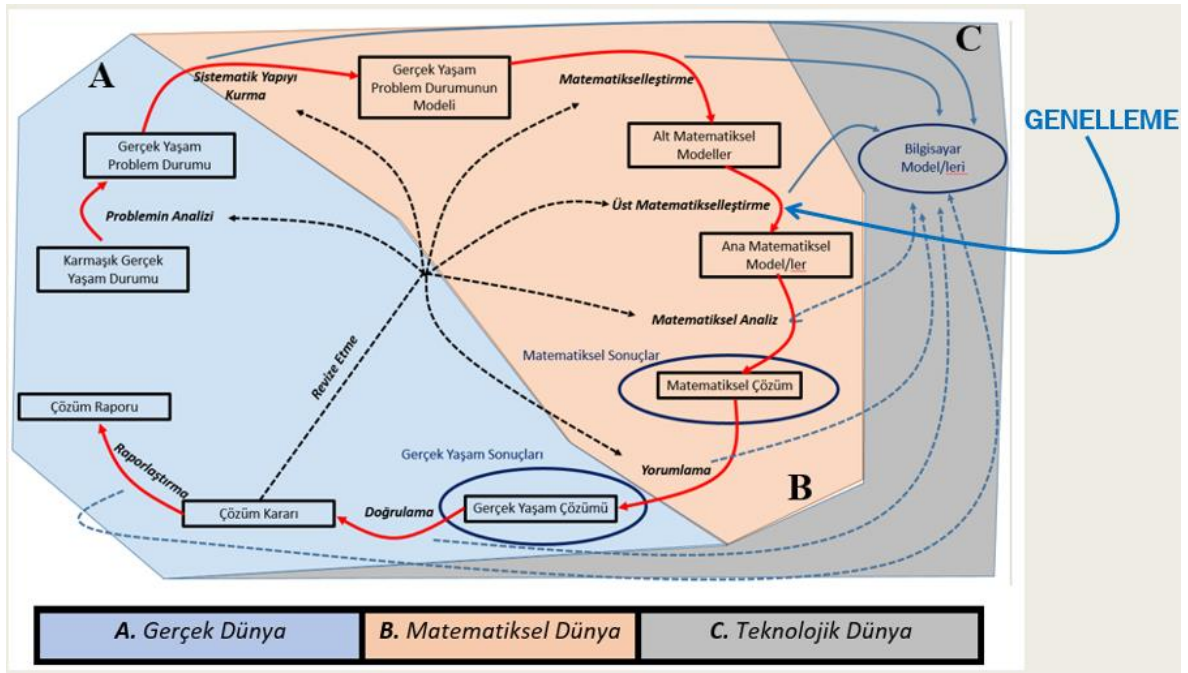
**Üst matematikselleştirmede bağımlı-bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme örneği**

Dünyanın yarıçapını sürgüyle ele alma nedenim, bu dünyadan başka bir yerde yapıldığında değişecek olmasıydı değerlerin, o yüzden ben bunu bu yüzden sürgüyle ele almak istedim. Çünkü yarıçap değiştiğinde mesafeler değişiyor, bunu da öğrenciler görebilir, bu şekilde.



Şekil 4.48. Genelleme becerisinin üst matematikselleştirme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Ali'nin dünyanın yarıçapını bir değişken olarak ele alması, farklı gezegen durumlarında değişebilir bir model oluşturması onun bilgi işlemsel düşünme becerilerinden *genelleme* becerisine ilişkin zihinsel eylemler sergilediğini göstermiştir (bkz. Şekil 4.49).



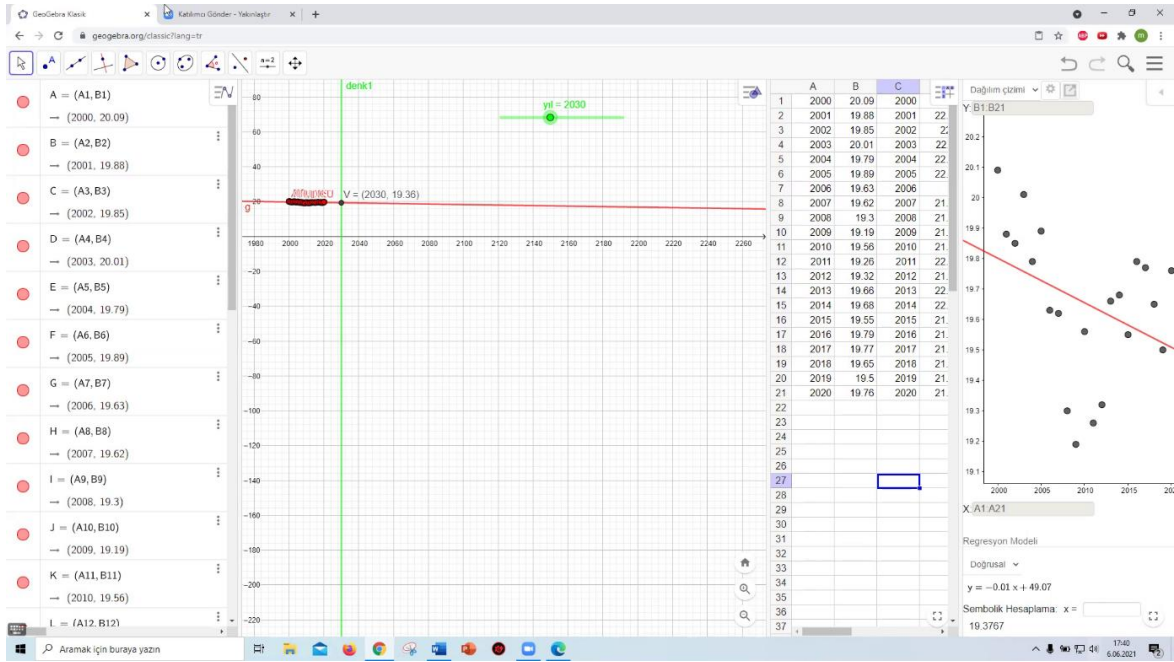
Şekil 4.49. Mustafa'nın genelleme sürecini örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamaklar

Genelleme becerisinin inceleneceği sıradaki temel basamak matematiksel analiz olmuştur. Ali 200 metre koşusu probleminin çözümünde, GeoGebra'da erkeklerin rekor süreleri ve yıllarını nokta listesi şeklinde işlemiş ve doğrusal regresyon analizi yapmaya çalışmıştır. Ali, regresyon doğrusunu elde ettikten sonra herhangi bir yıldaki değeri anlık bulabilmek için sürgüden yararlanmıştır (bkz. Tablo 4.25). Böylece sürgüyü istenilen yıla getirince o yıldaki erkekler için rekor süreyi veren bir teknolojik sistem elde etmiştir (bkz. Şekil 4.50). Ali'nin bu aşamada matematiksel modelin daha etkili bir şekilde kullanılmasına olanak sağlayacak teknolojik sistemi inşa etmesi, teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecine göre *matematiksel analiz* temel basamağının *matematiksel çözümü ve sonuçları veren teknolojik sistemi kurma* alt basamağında zihinsel eylemler sergilediğini göstermiştir.

Tablo 4.25. *Genelleme Becerisinin Matematiksel Analiz Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

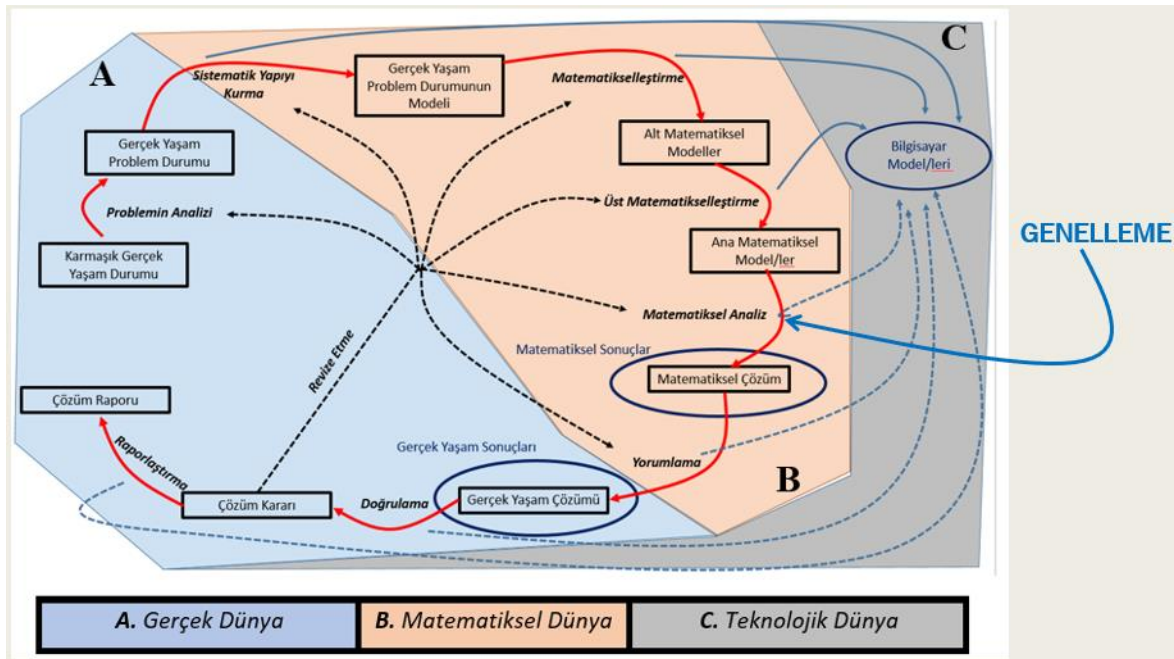
**Matematiksel analizde matematiksel çözümü ve sonuçları veren teknolojik sistemi kurma örneği**

Bulduğumuz regresyon analizindeki denklemde 19,36 olarak buluyorum. 2031 yılında 19,34; 2029 yılında ise 19,37 gelmiş değerler. Bu şekilde GeoGebra'dan yararlanarak erkeklerin verilerini bulabiliriz. Hatta bir sürgü yardımıyla da bunu göremeye çalışalım. (Bir  $a$  sürgüsü oluşturur, 0 ve 5000 değerleri arasında)  $a$  sürgüsü olsun.  $x = a$ 'yı oluşturalım.  $a$  sürgümüz yıl olacak. (Sürgünün ayarlarını değiştiriyor.) Başlık & Değer olacak. Rengini değiştirelim, yeşil yapayım. Rengini renkli yapayım hepsinin, çok güzel. Sonra kesişimlerini kullanalım. (Kesişim aracını kullanarak sürgünün kontrol ettiği doğru ve regresyon doğrusunun kesişimini aldı.)  $V$  noktası bizim kesişimimiz oldu. Bunu da değer versin. (Ayarlardan Ad & Değer şeklinde etiketi değiştiriyor.) Bizden istenilen 2030 yılına geldiğimizde 19,36 değerini buradan da bulabiliriz.



Şekil 4.50. Genelleme becerisinin matematiksel analiz temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Ali'nin bu aşamada başka durumlarda kullanılabilir bir formül elde etmesi, bu formülü sağlayan bir değişken noktayı sürgüyle kontrol edebilmesi onun bilgi işlemsel düşünme becerilerinde *genellemeye* ilişkin zihinsel eylem sergilediğinin göstergesi olarak görülmüştür (bkz. Şekil 4.51).



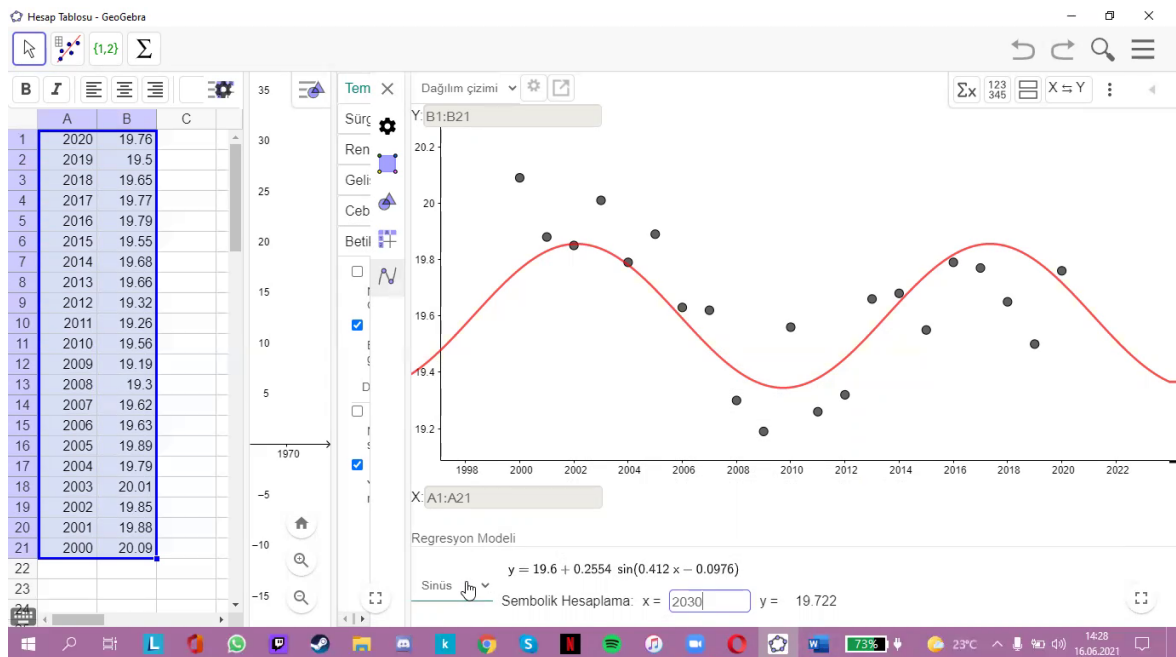
Şekil 4.51. Ayşe'nin genellemeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Matematiksel analiz temel basamağına ilişkin genelleme becerisinin açığa çıktığı ikinci örnek Ayşe'nin 200 metre koşusu problemi çözümünün bir kısmı ile devam etmiştir. Ayşe, problemi okuduktan sonra çözümde nasıl ilerleyeceğini söylerken regresyon analizi ile ilerleyebileceğinden bahsetmiştir (bkz. Tablo 4.26). Daha sonra yılları ve erkeklerin rekor sürelerini GeoGebra'nın hesap tablosuna taşımış ve bu verileri nokta listesi olarak tanımlayarak regresyon analizi yapmıştır (bkz. Şekil 4.52). Ayşe'nin bu durumda GeoGebra'nın araçlarını kullanarak hesaplama yapması ve bununla birlikte matematiksel bir çözüm bulması teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecine göre *matematiksel analiz* temel basamağının *matematiksel çözüme ve sonuçlara ulaşmak için hesaplama yapma* alt basamağında zihinsel eylem örnekleri sergilediğini göstermiştir.

Tablo 4.26. *Genelleme Becerisinin Matematiksel Analiz Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

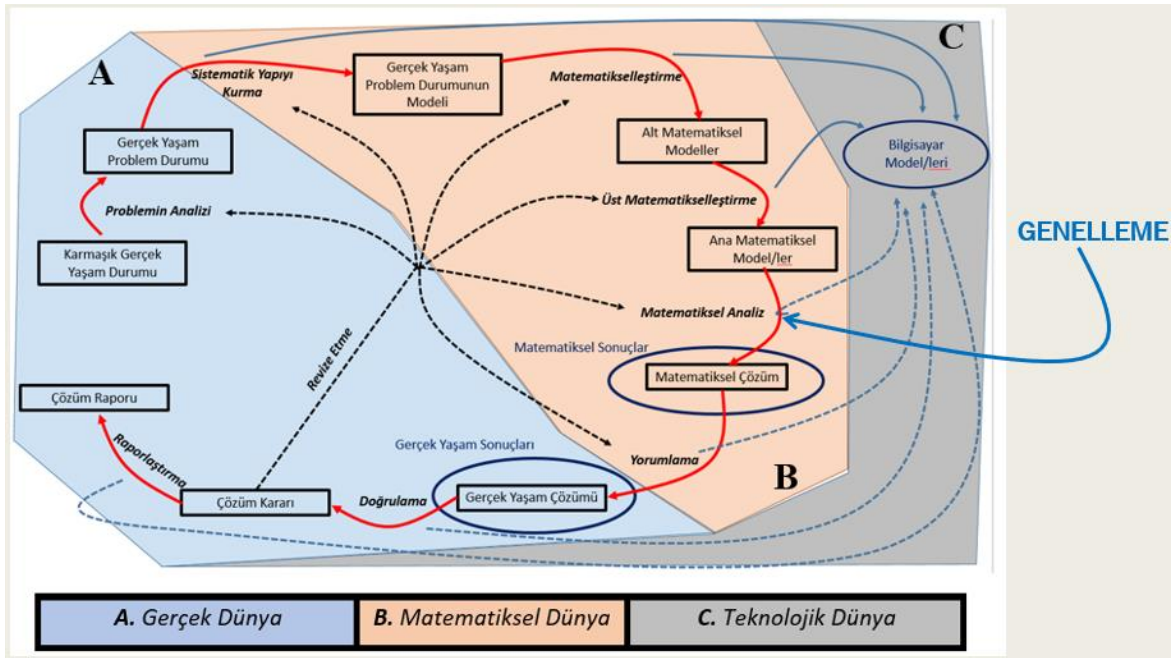
**Matematiksel analizde matematiksel çözüme ve sonuçlara ulaşmak için hesaplama yapma örneği**

2030 yılındaki erkekler için düşünmek istersem böyle bir sonuç çıkıyor, yani aslında mantıksız da bir sonuç çıkmadı, bence. (Sinüs regresyon analizi doğrusunda x değişkeni yerine 2030 yazarak y değişkenini aldığı değere bakarak söylüyor. y değeri: 19,722) Peki bunun mesela 2030 için sinüs için 19... Şunu ben bir not alacağım da hepsinden farklı sonuç çıkarsa diye. 19,72 saniye çıktı.



Şekil 4.52. Genelleme becerisinin matematiksel analiz temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Ayşe'nin burada değişkenler ( $x$  ve  $y$ ) kullanarak farklı bağlamlarda da kullanılabilir bir formül bulması onun bilgi işlemsel düşünmede *genelleme* becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri sergilediği düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.53).



Şekil 4.53. Ayşe'nin genellemeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamaklar

Teknoloji destekli matematikselleştirme sürecinde açığa çıkan genelleme becerisi örneklerinin incelenmesi yorumlama temel basamağı ile devam etmiştir. Ayşe dönme dolap probleminin çözümünde, Mustafa'nın arabaya olan uzaklığı ile zaman arasındaki ilişkiyi gösteren bir fonksiyon oluşturmuş ve GeoGebra'da bu ilişkinin grafiğini elde etmiştir. Ayşe, grafiğin üstünde nokta belirterek ve bu noktaların başlıklarını değiştirerek dönme dolabın kritik noktalarını (başlangıç noktası ve en üst noktası) tanımlamıştır (bkz. Şekil 4.54). Oluşturulan kritik noktaların matematiksel değerleri ve gerçek yaşam karşılıkları ifade edilmiştir (bkz. Tablo 4.27). Bu durum Ayşe'nin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecine göre *yorumlama* temel basamağında *matematiksel çözümün gerçek yaşam karşılığını belirleme* alt basamağına ilişkin zihinsel eylemler sergilediğini göstermiştir. Ayşe'nin AMM'nin kritik noktalarını gerçek yaşam ile ilişkilendirmesi, *AMM'nin kritik noktalarının gerçek yaşam karşılıklarını belirleme* alt basamağına ilişkin zihinsel eylem sergilediğinin göstergesi olarak düşünülmüştür.

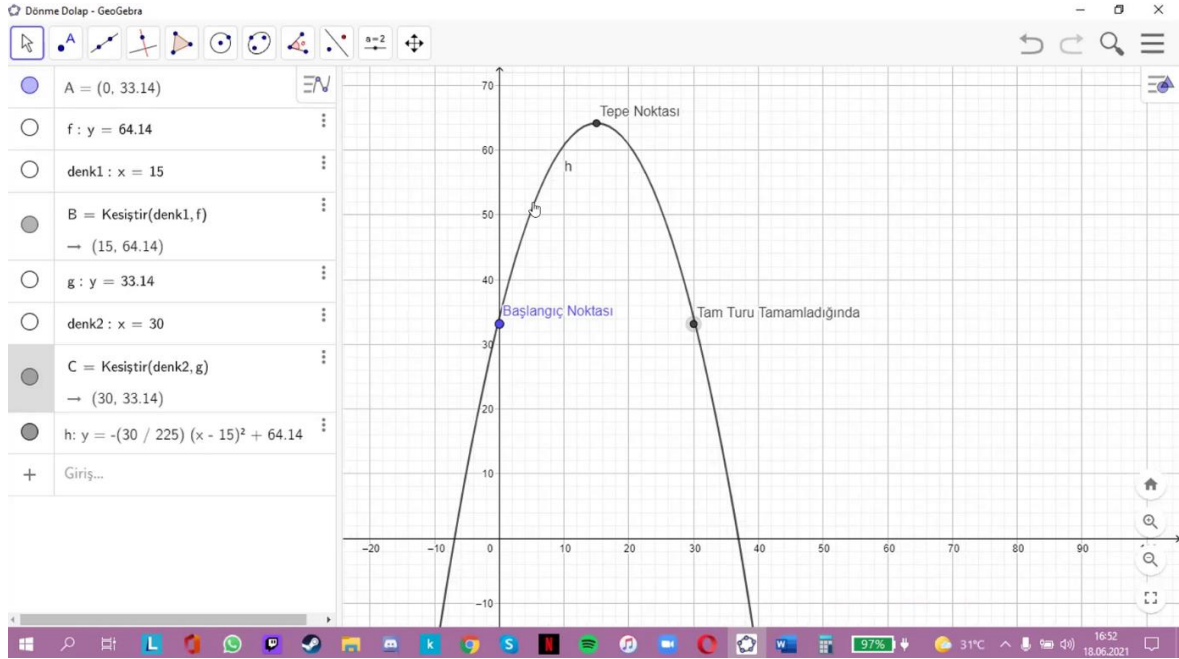
Tablo 4.27. *Genelleme Becerisinin Yorumlama Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Yorumlamada matematiksel çözümün gerçek yaşam karşılığını belirleme örneği**

En aşağıdaki noktası, ilk başlangıçtaki noktası. Başlangıç noktası olacak bu. (Parabol üzerinde (0, 34,14) noktasını oluşturur ve bu noktanın başlangıç noktası olacağını fare ile göstererek söyler.) Yanlış yazdım. Başlangıç. Tamam. Başlık. Tamam. Burada da tepe noktası olacak. Yani, en üst tepedeyken ki nokta. (Parabol üzerinde (15, 64,14) noktasını oluşturur ve bu noktanın dönme dolabın en üst noktasında iken olacağını fare ile göstererek söyler.) Bu da tam turu tamamladığında olacak. (Parabol üzerinde (30, 34,14) noktasını oluşturur ve bu noktanın başlangıç noktası ile aynı nokta fakat dönme dolabın dönüşünün

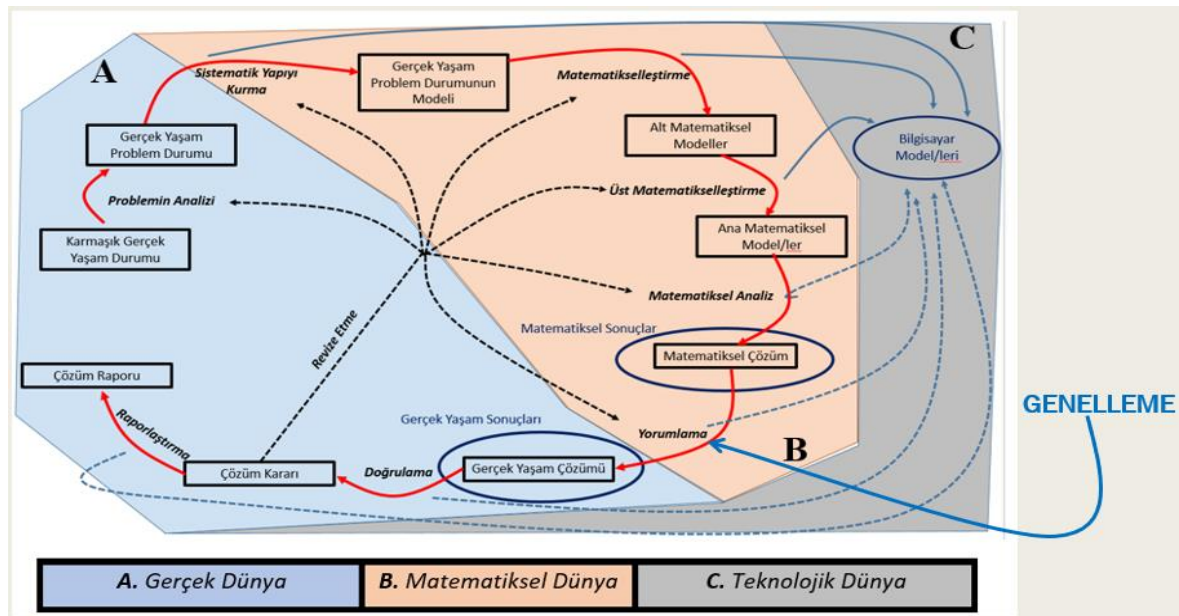


bittiği nokta olacağını fare ile göstererek söyler.) ...  $x$  eksenini dakika cinsinden süreyi veriyor, sıfırıncı dakikadan başladı. Bu dönme dolap döndükçe bu şekilde aralarındaki uzaklığın değişimi olarak söyleyebilirim yani, aralarındaki uzaklığın değişimi bu şekilde.



Şekil 4.54. Genelleme becerisinin yorumlama temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Ayşe'nin burada değişkenleri kullanması ile farklı durumlara uygulanabilen bir matematiksel model elde ederek bunu gerçek yaşam ile ilişkilendirmiştir. Böylece genellenebilecek sonuçlar elde etmiştir. Böylece bu aşamada bilgi işlemsel düşünme becerilerinde *genellemeye* yönelik zihinsel eylemlerin örnekleri açığa çıktığı düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.55).



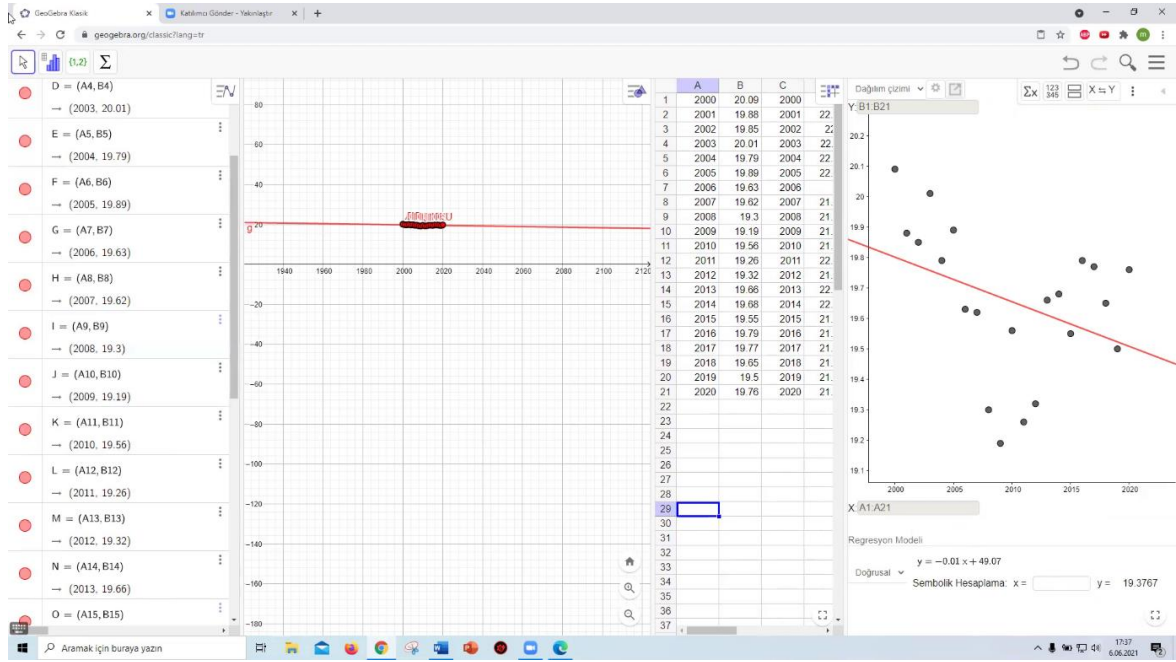
Şekil 4.55. Ayşe'nin genellemeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Yorumlama temel basamağına ilişkin genelleme becerisinin açığa çıktığı ikinci örnek Adile'nin dönme dolap problemi çözümünün bir kısmı ile devam etmiştir. Adile çözümünde matematiksel modelindeki bağımlı-bağımsız değişkenlerin ve sabitlerin neler olduğunu gerçek yaşam karşılıkları ile ifade etmiştir (bkz. Tablo 4.28). Adile, matematiksel modelinde sabit noktanın araba olduğunu, değişken noktanın Mustafa olduğunu ve Mustafa'nın arabasına olan uzaklığının Mustafa'nın yüksekliğine bağlı olarak değiştiğini ifade etmiştir (bkz. Şekil 4.56). Bu aşamada Adile'nin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecine göre *yorumlama temel basamağında gerçek yaşam durumu ile zihinsel modeli arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarma* alt basamağına ilişkin zihinsel eylem örnekleri sergilediği düşünülmüştür.

Tablo 4.28 *Genelleme Becerisinin Yorumlama Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Yorumlamada gerçek yaşam durumu ile zihinsel modeli arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarma örneği**

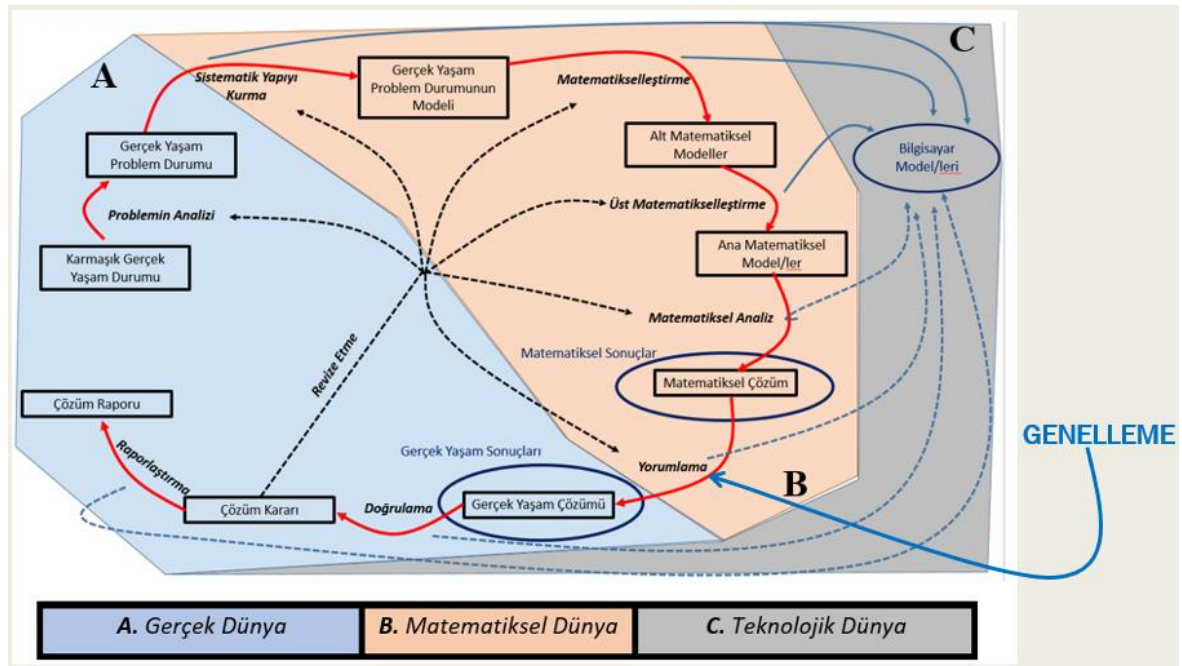
Mustafa dönme dolabın üstünde gezdikçe arabaya olan uzaklığı değişiyor. O hareketli bir nokta (dönme dolaptaki Mustafa), araba sabit bir nokta. Yüksekliği arttıkça yani, böyle çemberin üzerinde hareket ettikçe uzaklığı da (Mustafa ile arabası arasındaki uzaklıktan bahsediyor) buradaki değere bağlı olarak değişiyor.



Şekil 4.56. Genelleme becerisinin yorumlama temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Adile'nin bu aşamada Mustafa'nın konumunun ve arabası ile arasındaki uzaklığın değişken olduğunu belirtmesi, buna uygun olarak farklı araba konumlarında ve farklı büyüklüklerdeki dönme dolaplar için bir matematiksel model inşa etmiştir. Adile çözümünün kısmında değişkenler kullanmış ve genellenebilir bir sonuç veren bir model inşa

etmiştir. Bu durum onun bilgi işlemsel düşünmede *genelleme* becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri sergilediğini göstermiştir (bkz. Şekil 4.57).



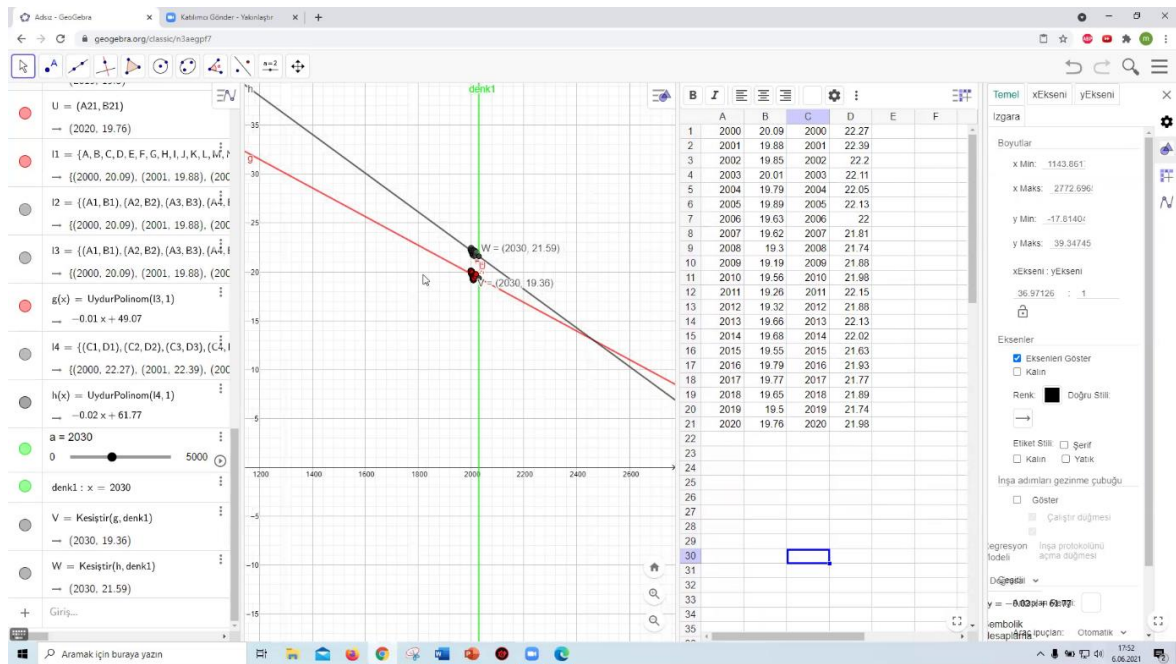
Şekil 4.57. Adile'nin genellemeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Teknoloji destekli matematikselleştirme sürecinde açığa çıkan genelleme becerisi örneklerinin incelenmesi doğrulama temel basamağı Ali'nin çözümünün bir kısmı ile devam etmiştir. Ali 200 metre koşusu problemi çözümünün sonunda oluşturduğu matematiksel modelini açıklarken 2030 yılındaki kadın ve erkek koşucuların tahmini rekor sürelerini söylemiştir. Ardından, kadın ve erkeklerin rekor sürelerinin bir noktada eşit olabileceğini matematiksel modeline bakarak ifade etmiştir (bkz. Tablo 4.29). Ayrıca, problem durumunda verilenlere göre bir noktada kadın ve erkek koşucuların sürelerinin eşit olabileceği ifade etmiştir (bkz. Şekil 4.58). Ali böylece, ana matematiksel modelini deneyimlerinde yararlanarak gerçek yaşamla ilişkili verilerle yorumlama yapmış olup Mustafa teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *doğrulama* temel basamağının *gerçek yaşam sonuçlarını deneyimlere dayalı tahminlerle veya ölçümlerle karşılaştırma* alt basamağına ilişkin zihinsel eylem örnekleri göstermiştir.

Tablo 4.29. *Genelleme Becerisinin Doğrulama Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

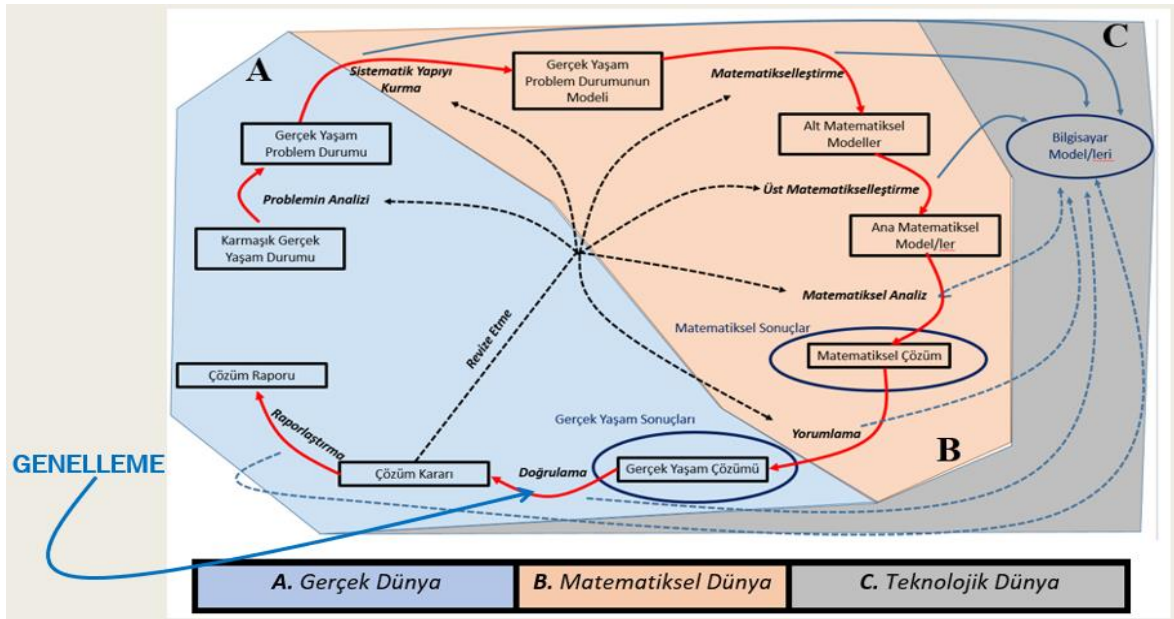
**Doğrulama gerçekte yaşam sonuçlarını deneyimlere dayalı tahminlerle veya ölçümlerle karşılaştırma örneği**

...tekrar gelelim 2030 yılına. Doğruları kesiştirelim. Biraz önce de V noktası oradaydı silelim. ... Buradan kadınların 2030 yılında 21,59; erkeklerin 2030 yılında 19,36 saniyelik bir rekor kırmasını tahmin edebiliriz, söyleyebiliriz bu doğruya bakarak. Genel olarak bakacak olursak regresyon analizinde oluşturduğumuz doğrular öncelikle kaydedeyim. Erkeklerin rekor denemelerin yıllara göre... kadınların rekor denemelerinin, rekorlarının yıllara göre 2000 yılından bize verilen 2000 yılından 2020 yılına kadar, kadınların rekor denemelerinin erkeklere yaklaştığını görmekteyiz burada. Kadınların yıllara göre yaklaşmaktadır. İlerleyen yıllarda da kadın ve erkeklerin rekorlarının eşit olabileceğini görmekteyiz, yani eşit olabilir, bir tahmin.



Şekil 4.58. Ali'nin genelleme örneğini zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkarttığı temel basamak

Ali bu kısımda herhangi bir yılda tahmini rekor süreyi veren bir matematiksel model inşa etmiş ve bu model yardımıyla 2030 yılındaki rekor süre tahminleri sunmuş, kadın ve erkek koşucuların tahmini rekor sürelerinin ileriki yıllarda eşit olabileceğini ifade etmiştir. Böylece, onun bilgi işlemsel düşünmede *genelleme* becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri gösterdiği düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.59).



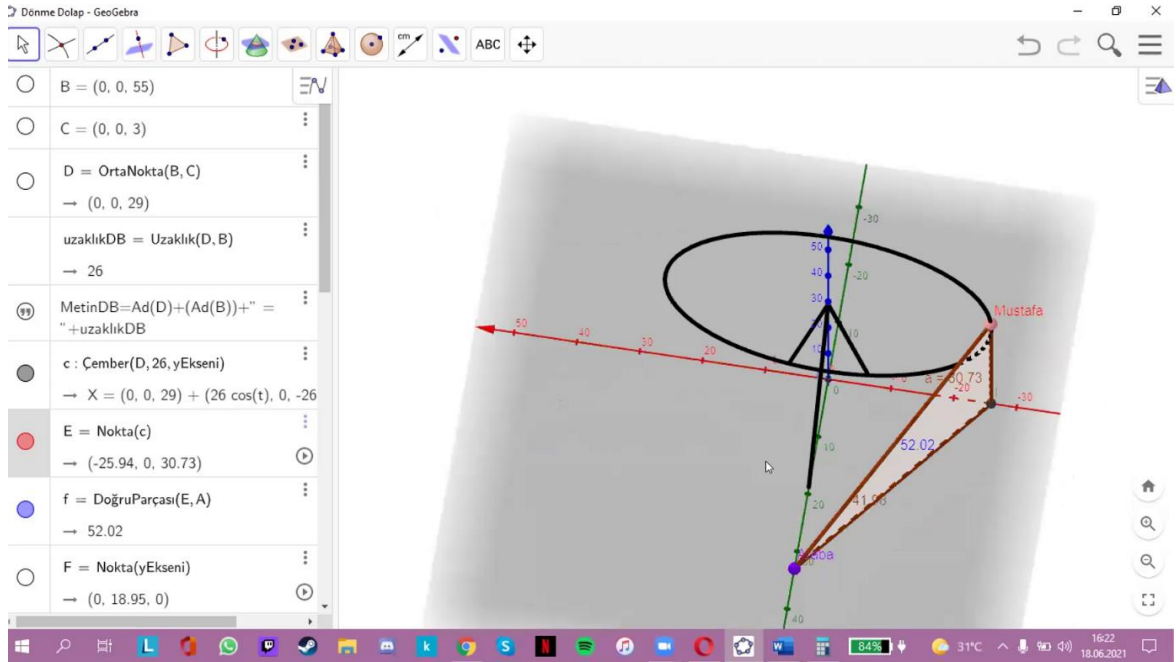
Şekil 4.59. Ali'nin genellemeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Doğrulama temel basamağına ilişkin genelleme becerisinin incelendiği diğer örnek Ayşe'nin dönme dolap problemi çözümünün bir kısmı ile sunulmuştur. Ayşe, matematiksel modelini inşa edip (bkz. Şekil 4.60) bu modelin yeterliği hakkında düşünmeye başlamıştır (bkz. Tablo 4.30). Problem durumundaki Mustafa ve arabasının arasındaki uzaklığın süreye bağlı değiştiğinin farkında olduğunu fakat bunun nasıl olduğunu bilmediğini bunu inşa etmek için çözümde hız ve dönme dolabın dönme süresi gibi değerlerin de önemli olduğunu düşünmüştür. Ayşe'nin matematiksel modelinin yeterli olup olmadığına karar vermesi ve yetersiz gördüğü kısımları incelemesi onun teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *doğrulama* temel basamağının *gerçek yaşam sonuçlarındaki beklenmeyen durumların irdelenmesi* alt basamağına ilişkin zihinsel eylem örneklerinin göstergesi olarak düşünülmüştür.

Tablo 4.30. *Genelleme Becerisinin Doğrulama Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

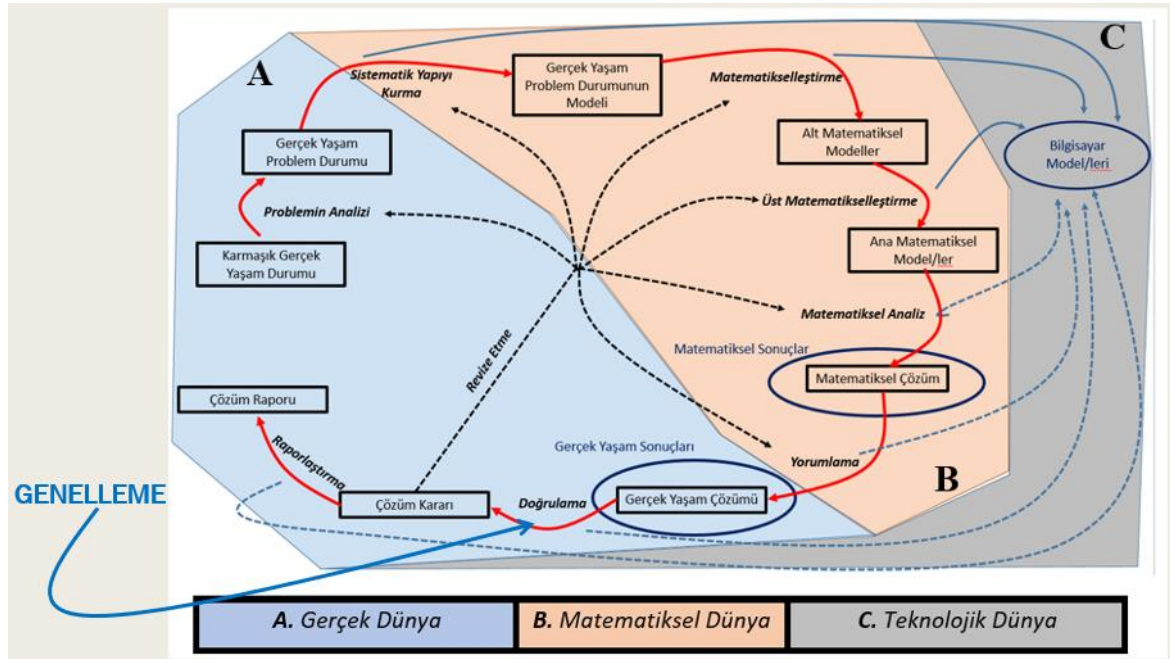
**Doğrulama gerçeğe yaşam sonuçlarındaki beklenmeyen durumların irdelenmesi örneği**

Pisagor kullanırım herhâlde en fazla. ... üçgen çizip onun hipotenüsü bulmaktan başka bir şey gelmedi aklıma, aralarındaki uzaklığı bulmak için. ... Mustafa'ya  $x$ 'e dik doğru çizdim. ... Sonra bu dik doğrunun  $x$ 'le kesişimini aldım. Bu benim üçgenin üçüncü noktası olacak. Üçgeni çizdim. ... Mustafa hareket etsin. ... şimdi ne çıkaracağım ben bundan. Düşünüyorum. Hiçbir şey öğrenmedim. Uzaklıkları belli edeyim. Bir de bunları değişime bakayım. Eğer bir göz yanılsaması yoksa şuralarda daha hızlı geldi bana, bilmiyorum. Daha hızlı artmış gibi geldi. Gerçi bu, ama yani öyle bir şey de mümkün değil galiba, çünkü normalde hep aynı hızla gitmez mi yani, bir yerden bir yere, sabit hızla. (Burada Ayşe, modelin gerçek yaşamla uyumunu irdeliyor.) O belki GeoGebra'dan kaynaklı bir şeydir ya. ... Bunu söyleyebilirim bitiririm bence problemi yani, daha fazla bir şey söylememe gerek kalmaz. ... Bir tek bu arasındaki uzaklık değişiminin, nasıl olduğu gitgide, o yükseldikçe, mesela, nasıl bir değişim oluyor, işte, ya da en yüksek noktadan en alt noktaya gelene kadar, gitgide nasıl değişiyor falan.



Şekil 4.60. Genelleme becerisinin doğrulama temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

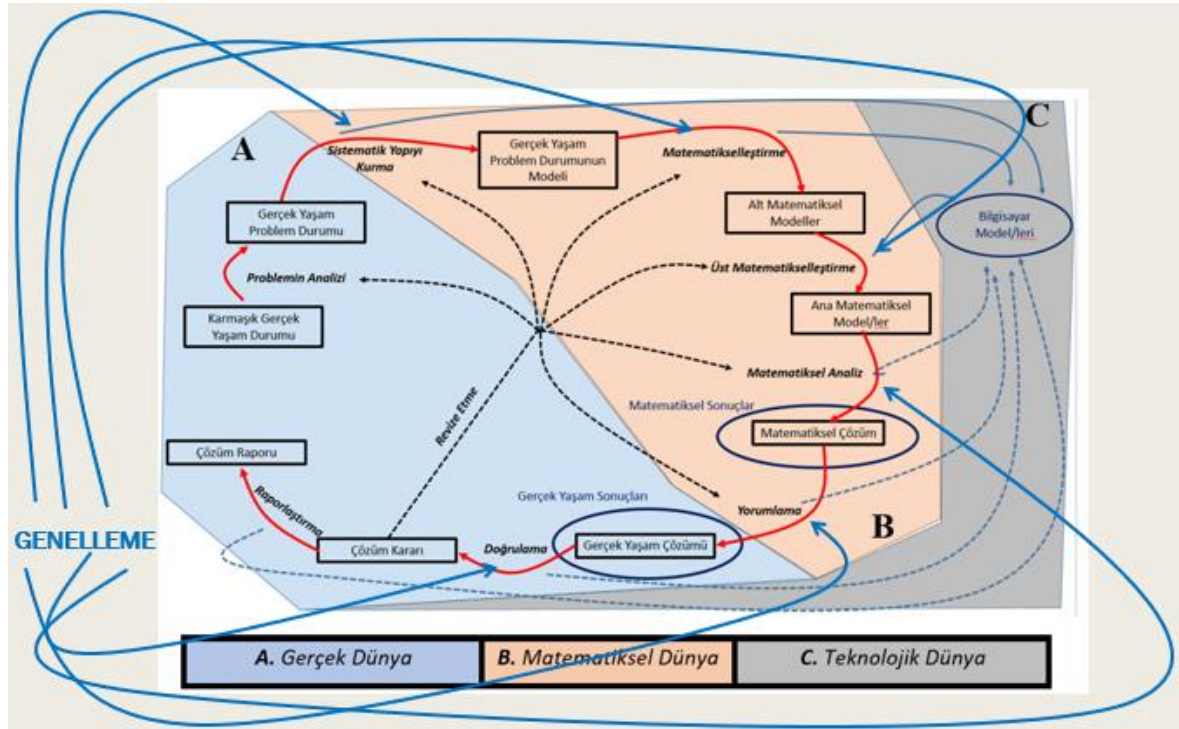
Ayşe'nin burada inşa ettiği matematiksel modelin gerçek yaşamı temsil edemediğini ifade etmiştir. Bu yüzden uzaklık değişkenine ek olarak hız değişkeninin de önemli olduğunu vurgulamıştır ve modelinin yetersizliğine karar vermiştir. Böylece Ayşe bu kısımda bilgi işlemsel düşünmede *genelleme* becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri sergilediği düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.61).



Şekil 4.61. Ayşe'nin genellemeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

#### 4.2.1. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Genellemeye İlişkin Zihinsel Eylemlerine Yönelik Bulguların Genel Özeti

Genelleme becerisinin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki temel basamakların hangi alt basamaklarda görüldüğü ve görülmediği bu kısımda sunulmuştur (bkz. Şekil 4.62).



Şekil 4.62. Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde genelleme becerisinin zihinsel eylem olarak açığa çıktığı temel basamaklar

Genelleme becerisi *problemin analizi* temel basamağının hiçbir alt basamağında zihinsel eylem olarak görülmemiştir. Bu temel basamakta çözücüler daha çok problemi anlama ve stratejik etkenler basit düzeyde düşündükleri için genellemeye ilişkin bir zihinsel eylem sergilememiştir. *Sistemli yapıyı kurma* temel basamağının *çözüm için gerekli/gereksiz stratejik etkenleri/bilgileri ayıklama*, *stratejik etkenleri gruplandırma*, *üst düzey varsayımlarda bulunma* ve *teknolojik ile matematiksel gösterim arasındaki geçişi gerçekleştirme* alt basamaklarında zihinsel eylem olarak genelleme becerisi görülmemiştir. *Matematikselleştirme* temel basamağının *bağımlı-bağımsız değişkenleri*, *sabitleri* ve *parametreleri belirleme*, *stratejik etkenleri yorumlama*, *YMM'lere ilişkin ön tahminlerde bulunma*, *teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma*, *üst düzey matematiksel ve teknolojik bilgiden yararlanma* ve *teknolojik ve matematiksel gösterim arasında geçiş yapma* alt basamaklarında zihinsel eylem olarak genelleme becerisi görülmemiştir. *Üst matematikselleştirme* temel basamağının *teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma*,

*gerekli YMM'leri belirleme, YMM'lerin grafiksel gösterimlerinden yararlanma, YMM'lerin yorumlanmasına olanak sağlayan teknolojik sistemi kurma, stratejik etkenleri yorumlama ve AMM'ye ilişkin ön tahminlerde bulunma ve teknolojik ve matematiksel gösterim arasındaki geçiş yapma* alt basamaklarında zihinsel eylem olarak genelleme beceri görülmemiştir. *Matematiksel analiz* temel basamağının tüm alt basamaklarında genelleme becerisine ilişkin zihinsel eylem örneklerine rastlanmıştır. *Yorumlama* temel basamağının *gerçek yaşam durumu ile zihinsel modeli arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarma ve varsayımları gerçek yaşam çözümü ve sonuçları doğrultusunda irdeleme* alt basamaklarında genellemeye ilişkin zihinsel eylem görülmemiştir. *Doğrulama* temel basamağının *gerçek yaşam sonuçlarını video ve resimlerdeki durumlarla karşılaştırma ve işlemleri, düşünceleri ve basamakları kontrol etme* alt basamaklarına ilişkin zihinsel eylem örnekleri görülmemiştir. *Revize etme ve raporlaştırma* temel basamaklarının tüm alt basamaklarında genellemeye ilişkin zihinsel eylem örneklerine rastlanmamıştır. Genelleme becerisine ilişkin zihinsel eylemler açığa çıkarken hangi değişkenlerin, hangi teoremlerin kullanılacağına karar vermede soyutlama becerisi de beraberinde açığa çıkmıştır. Öğretmen adayları Pisagor Teoremini uygularken değişkenleri konumlandırmada genelleme becerisi yoğunlukta olurken teoremin işlem basamaklarını uygulamada algoritmik düşünme becerisi yoğun olarak açığa çıkmıştır. Ayrıca matematiksel ifadeleri çözülebilir parçalara bölerken ayırıştırma becerisi ile beraber açığa çıkmıştır.

### **4.3. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Ayırıştırmaya İlişkin Zihinsel Eylemleri**

Bu kısımda beş öğretmen adayının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkardığı bilgi işlemsel düşünmedeki ayırıştırma becerisine yönelik zihinsel eylem örnekleri sunulmuş ve yorumlanmıştır.

Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkan ayırıştırma becerisi zihinsel eylem örnekleri incelendiğinde problemin analizi temel basamağında görülmemiştir. Sonraki basamak olan sistematik yapıyı kurma temel basamağında rastlanmıştır. Ayşe dönme dolap problemi çözümünde problemi okuduktan sonra çözümün nasıl yapılacağı ile ilgili ön bilgileri doğrultusunda bir çözüm stratejisi tasarlamıştır (bkz. Tablo 4.31). Ayşe, bu aşamada dönme dolabın yüksekliğinin tahmin edilmesi gerektiğini, dönme dolabın hareketinin bir çembersel hareket gibi olacağını, araba ile dönme dolap arasındaki uzaklığın hesaplanması gerektiğini ifade etmiştir (bkz. Şekil 4.63). Ayşe'nin buradaki çözüm stratejisi, problemi daha küçük alt problemlere bölerek ilerlemek olmuştur.

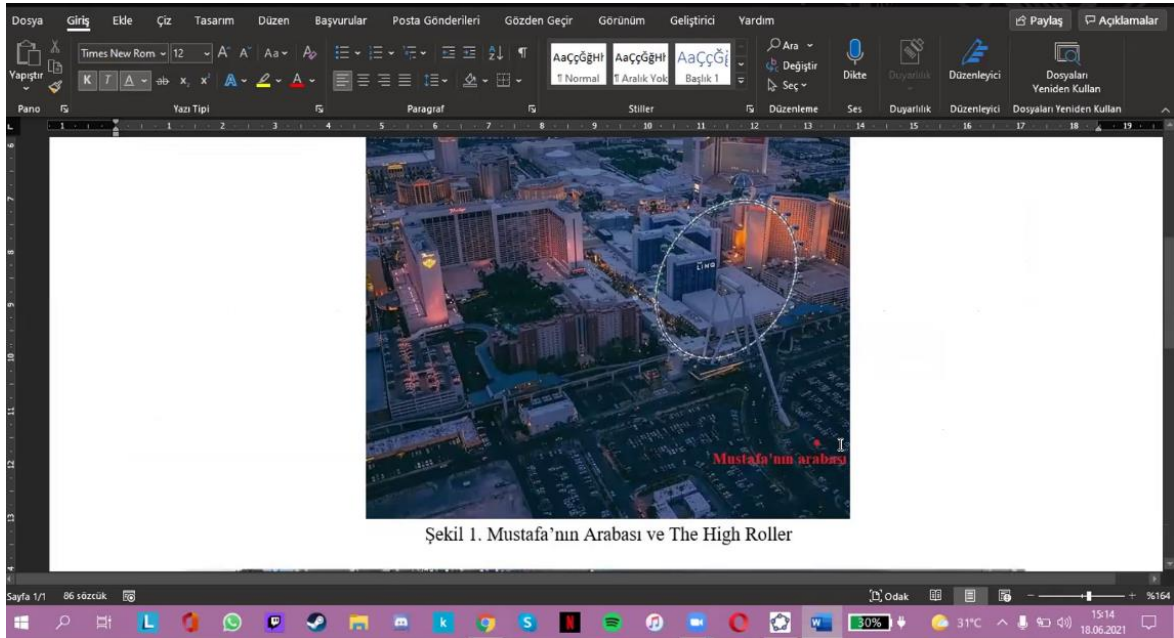


Bu durumda Ayşe'nin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecine göre *sistemik yapıyı tasarlama* temel basamağında *genel çözüm stratejisi belirleme* alt basamağına ilişkin zihinsel eylemler sergilediğini göstermiştir.

Tablo 4.31. *Ayrıştırma Becerisinin Sistemik Yapıyı Tasarlama Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Sistemik yapıyı tasarlamada genel çözüm stratejisi belirleme örneği**

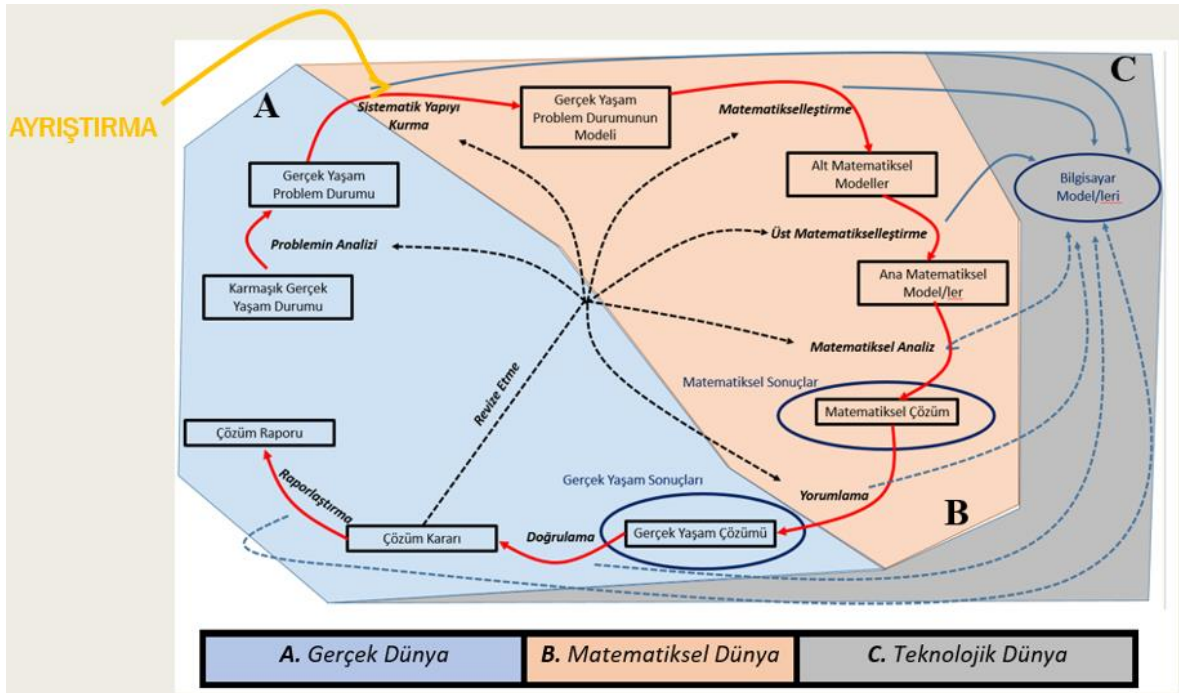
Şimdi modellerken ilk önce bunun yüksekliğini tahmin edebiliriz diye düşünüyorum. Mesela, bu, sonuçta bir çember var burada. Onunla ilgili bir tahminde bulunabiliriz. Onu da şöyle etraftaki şeylere bakmaya çalışacağım. Mesela, palmiye ağacı falan var şurada. Ama tabii perspektifle alakalı bir şeyler var sonuçta, yani, uzaktaki daha küçük görünür. Şimdi, o zaman, Mustafa'yı dönme dolabın içinde gibi düşüneceğiz, arabası ile dönme dolap arası ne kadar olabilir? Mesela, şuradan hesaplayabiliriz. Şu aralık (Şekil 1'i gösteriyor). Bu iki ara ne kadar olur? İşte dönme dolabın yüksekliği ne kadar olur? Mesela, ne kadar yükseğe çıkıyordur bu.



Şekil 1. Mustafa'nın Arabası ve The High Roller

Şekil 4.63. Ayrıştırma becerisinin sistemik yapıyı kurma temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Bu aşamada Ayşe'nin problemi çözülebilir alt problemlere bölebilmesi onun bilgi işlemsel düşünmede *ayrıştırma* becerisine ait zihinsel eylem örnekleri sergilediğini göstermiştir (bkz. Şekil 4.64).



Şekil 4.64. Ayşe'nin genellemeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Sistematiği yapıyı kurma temel basamağında açığa çıkan ayırıştırma becerisi örneklerinin diğeri örneği Adile'nin 200 metre koşusu problemi çözümünün bir kısmı ile sunulmuştur. Adile çözümünde sıralı ikililer şeklinde tanımladığı noktaların regresyon analizi sonucunda elde ettiği matematiksel sonuçtan tatmin olmamıştır ve daha iyi sonuç bulmak için hesap tablosuna eklediği veriler üzerinde düzenleme yapmak istemiştir (bkz. Tablo 4.32). Hesap tablosunda sütunlardaki verilere ek işlem (koşulan mesafenin süreyi bölünmesi) ekleyerek her koşucunun hızlarını veren sonuçlar elde etmiştir ve böylece en son elde ettiği sonucun öncesinde elde ettiği sonuçlarla tutarlı bir sonuç olduğunu görerek çözümünden tatmin olmuştur (bkz. Şekil 4.65). Böylece elindeki varsayımlarla yetinmeyip hızı incelemek gibi üst düzey varsayımlar oluşturarak çözümünü geliştirmiştir. Böylece Adile teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecine göre *sistematiği yapıyı kurma* temel basamağının *üst düzey varsayımlarda bulunma* alt basamağına ilişkin zihinsel eylemler göstermiştir.

Tablo 4.32. *Ayrıştırma Becerisinin Sistematik Yapıyı Tasarlama Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

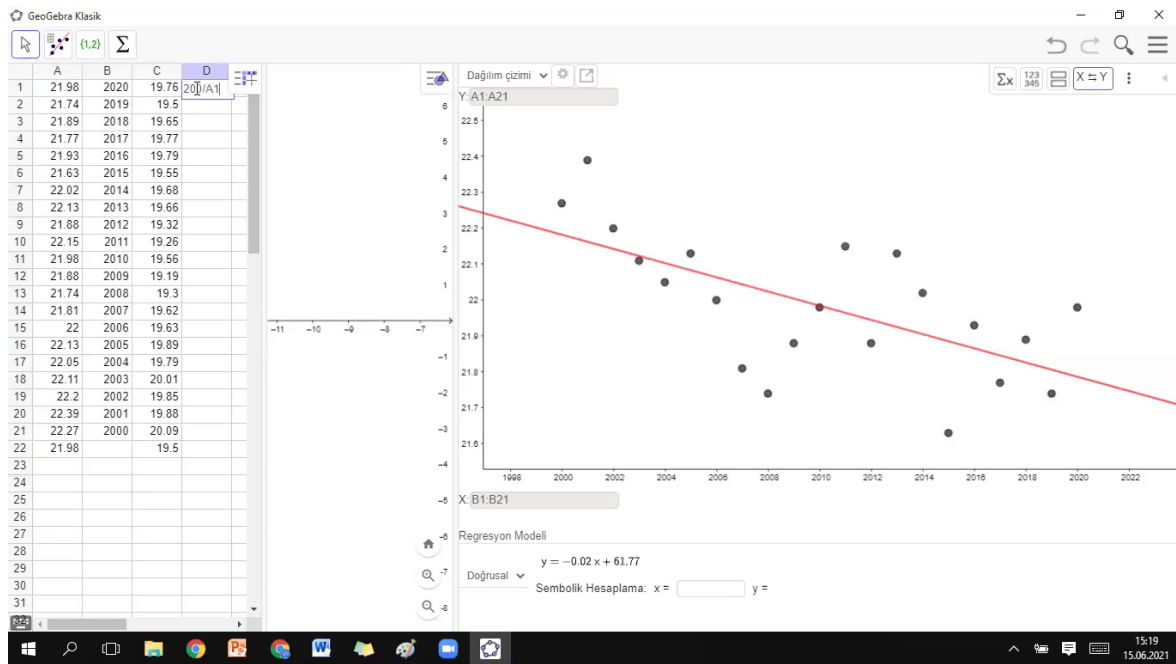
**Sistematik yapıyı tasarlamada üst düzey varsayımlarda bulunma örneği**

Doğrusala yeniden baktığımızda şu şey eğimin hızlı olması sanırım aralıkların eşit olmamasından kaynaklanıyor. O yüzden belki yanıldım. ...

(Hesap tablosunda D1 bloğuna 200/A1 yazdı. D2 bloğuna 200/A2 yazdı. Sonra bu formülleri alt satırları tekrarlattı. Oluşan bu yeni verileri 2 satır altına şu formülü yazdı: “200/9,3” Bunun sonucunda 21,51 buldu. Daha sonra E sütununa geçip ilk satıra 200/C1 yazdı ve formülü alt satırlarda tekrarlattı.)

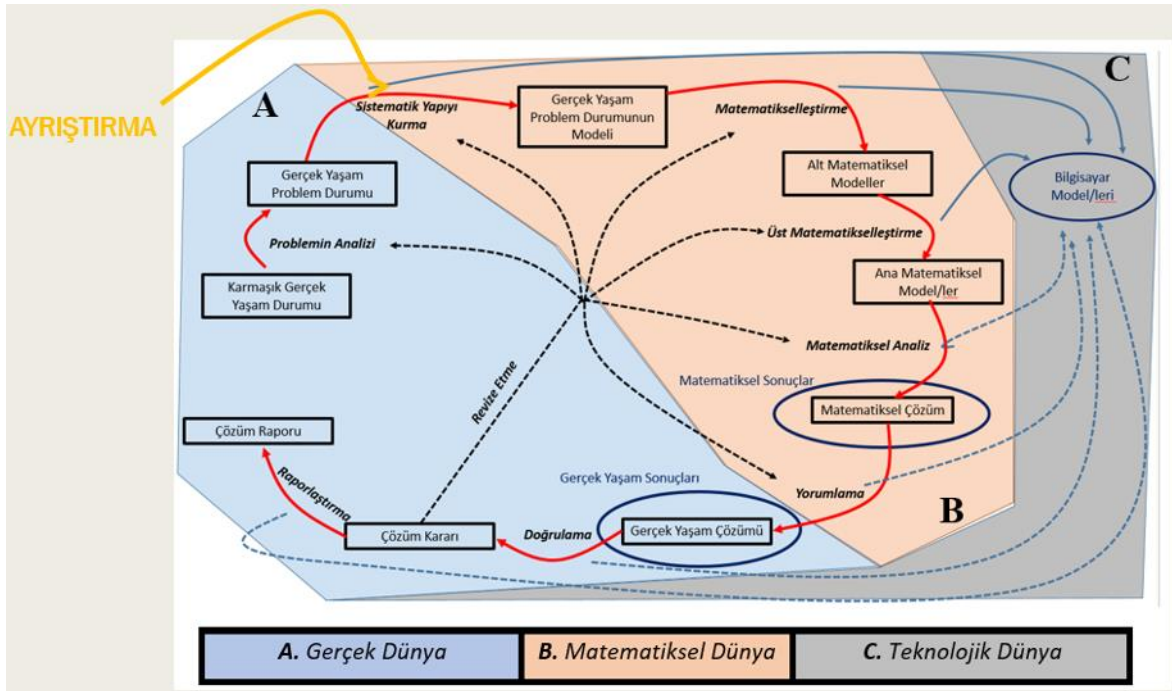
Hızlarına bakmak istedim. Hani ben, ne kadar hızlanabilmişler diye.

2021 yılında 9,1 olmuş. Ama en çok hız 9,25’e kadar görülmüş. Bu erkeklerde. Kadınlar da hız en fazla 10,38’i görmüşler.



Şekil 4.65. Ayrıştırma becerisinin sistematik yapıyı kurma temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Adile'nin çözümün bu kısmında çözümü doğrulama durumu için elindeki durumu bölerek çözülebilir alt problemlere (noktaların regresyon analizini yapması ve koşucuların hızlarını hesaplaması) bölmesiyle bilgi işlemsel düşünmeye göre *ayrıştırma* becerisine ilişkin zihinsel eylemler göstermiştir (bkz. Şekil 4.66).



Şekil 4.66. Adile'nin ayrıştırmayı örnekleyen zihinsel eylemin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

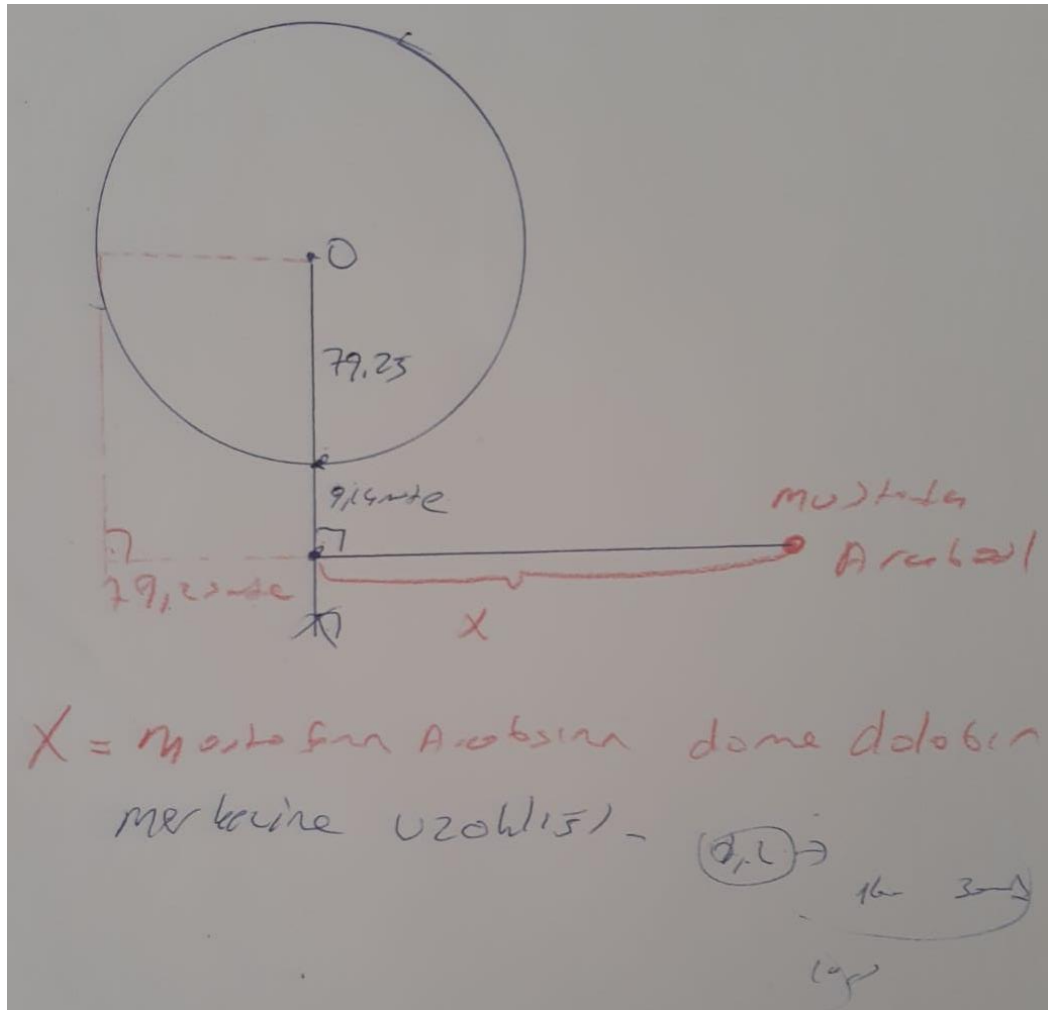
Ayrıştırma becerisinin incelendiği teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde incelenecek sıradaki temel beceri matematikselleştirme olmuştur. Utku dönme dolap probleminin çözümünde GeoGebra'da dönme dolap modeli oluşturabilmek için kritik uzunlukları internetten elde ettiği verilerle bulmuştur. Modeli oluşturduktan sonra değişken uzunlukları (yükseklik, Mustafa ve arabası arasındaki uzaklık) hesaplayabilmek için Pisagor Teoremi'nden yararlanacağını ifade etmiştir (bkz. Tablo 4.33 ve Şekil 4.67). Utku'nun bu kısımda ana modeli inşa etmek için yardımcı modeller inşa etmiş ve bunları inşa ederken hem matematikten hem de teknolojiden yararlanmıştı. Böylece Utku, teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *matematikselleştirme* temel basamağında *YMM'lerin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma* alt basamağına ilişkin zihinsel eylem örneklerini gösterdiği düşünülmüştür.

Tablo 4.33. *Ayrıştırma Becerisinin Matematikselleştirme Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Matematikselleştirmede YMM'lerin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma örneği**

Bu dönme dolap, kaç metre çapındaymış. ... Dönme dolap, 550 feet uzunluğunda ve bu dönme dolap 520 feet çapında, feet çapı, yani, 260 feet yarıçapı, tamam. ... 1 feet, 0,3048 metre. ... Gerçek ölçüleriyle ölçeklendirirsem GeoGebra'da olur. ... Hesap makinesinden GeoGebra'da hesaplayayım sonra g'yi silerim ben onu. ... "260x0,3048" 29 248, yani yaklaşık 260 feet yaklaşık, 79,25 metre. Yani, bu dönme dolabın çapı çarpı 2, dönme dolabın çapı 158,5 metre. Şimdi o zaman bir de 550 çarpı şeyi hesaplayalım, çünkü bunlar çözümde yardımcı olacak. ... Yerden yüksekliği de bunun dönme dolap 550 feet uzunluğunda demek ki bunun 30 feet'i bunun yerden yüksekliği. Çarpı parantez içinde pardon, eksi parantez içinde 158,5. (GeoGebra'nın hesap makinesini kullanarak bu işlemleri yapıyor.) Eşittir ...

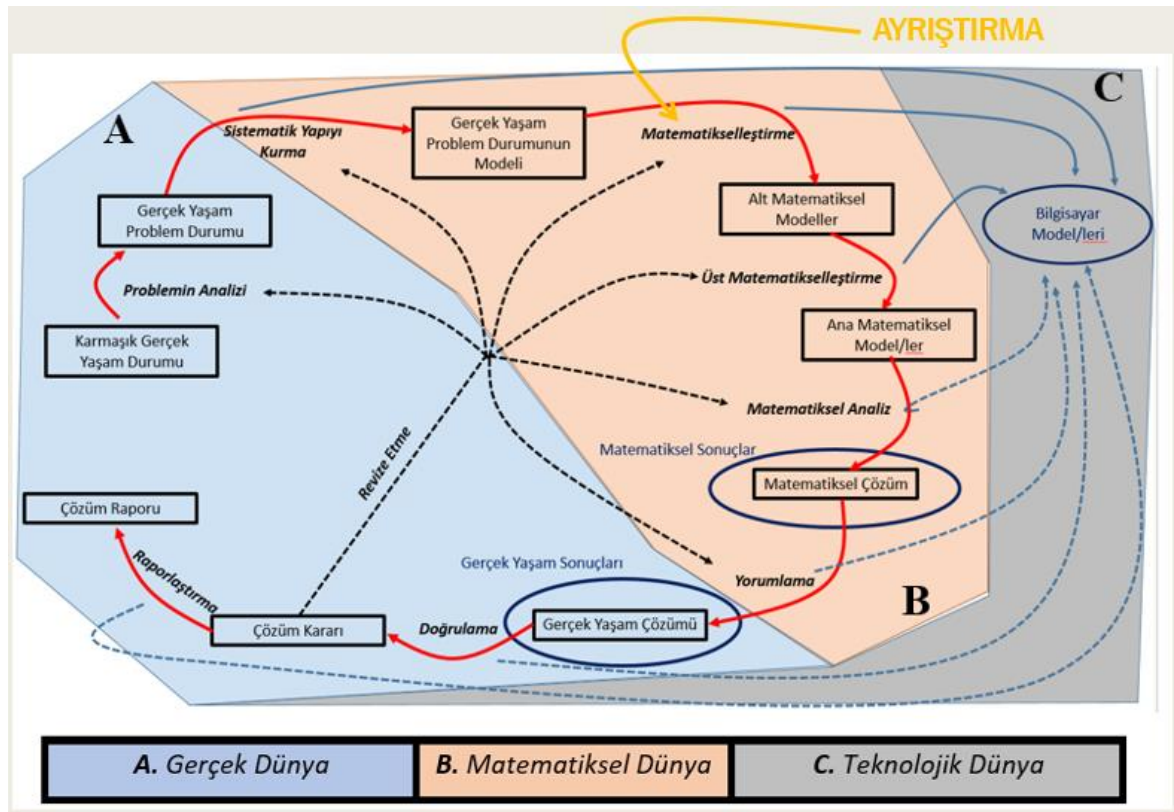
Yerden yüksekliği de “30x0,3048”. Evet, yaklaşık olarak dönme dolap yerden 30 feet yani yaklaşık olarak 9,14 metre yukarıda. ... Mustafa arabayı buraya park ediyor. Mustafa dönme dolaba binecek, dönme dolapta dönerken ki arabası ile arasındaki yükseklik nasıl değişiyor, biz bunu bulacağız. Mustafa dönme dolapta dönerken. Şimdi bu dönme dolap zaten yerden 9,14 metre yukarıda. Yani, Pisagor teoremi gibi düşünürsen, şimdi bunu bir kâğıda çizeyim ilk önce. Çünkü yoksa GeoGebra’da göremem, bir dik üçgen gibi düşünelim. ... Ben bunu başka bir kâğıda çizeyim daha büyük. ... Şunu dönme dolap düşünelim, şöyle bir dönme dolapsa, diyelim ki merkezi şurası, şurası merkezi O noktası, dönme dolap şöyle bir dik çizelim aşağıya doğru. Şu dönme dolap. Şöyle bir yerde, dik, şurası yerden şurası 79,25 şunu fazla çizdim, şuraya kadar. ... 90 derece. Şurası da 9,14 metre. En düşük burası, en fazla burası ve Mustafa’nın gidebileceği yer de en fazla arabasına uzaklığı şuraya geldiğinde Pisagor teoremi bakımına şöyle dik indirelim. ... Şurası 90 derece. Şimdi kâğıtta modelleme yapmam lazım. Yapayım. (Kâğıt üzerinde çizimler yapıyor.) Şu da Mustafa’nın arabası. Mustafa... arabası... Evet, şurası da 79,25 metre. Şu uzaklık x, Mustafa’nın arabasının dönme dolabın merkez noktasına olan uzaklığı.  $x$ =Mustafa’nın arabasının dönme uzaklığı, tamam. Burada bir parametre tanımlayacağım, değişken, evet. Şu dursun. Ben bir GeoGebra sayfası daha açayım.



Şekil 4.67. Ayrıştırma becerisinin matematikselleştirme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Utku'nun çözümünün bu kısmında modeli oluştururken parçalara bölmesi, uzunlukları ayrı ayrı elde etmesi, Pisagor Teoremini modelin içinde bir parça olarak işlemesi onun burada problemi çözülebilir alt problemlere böldüğü durumlar olarak görülmüştür.

Utku bilgi işlemsel düşünme becerilerinden *ayrıştırma* becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri gösterdiği düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.68).



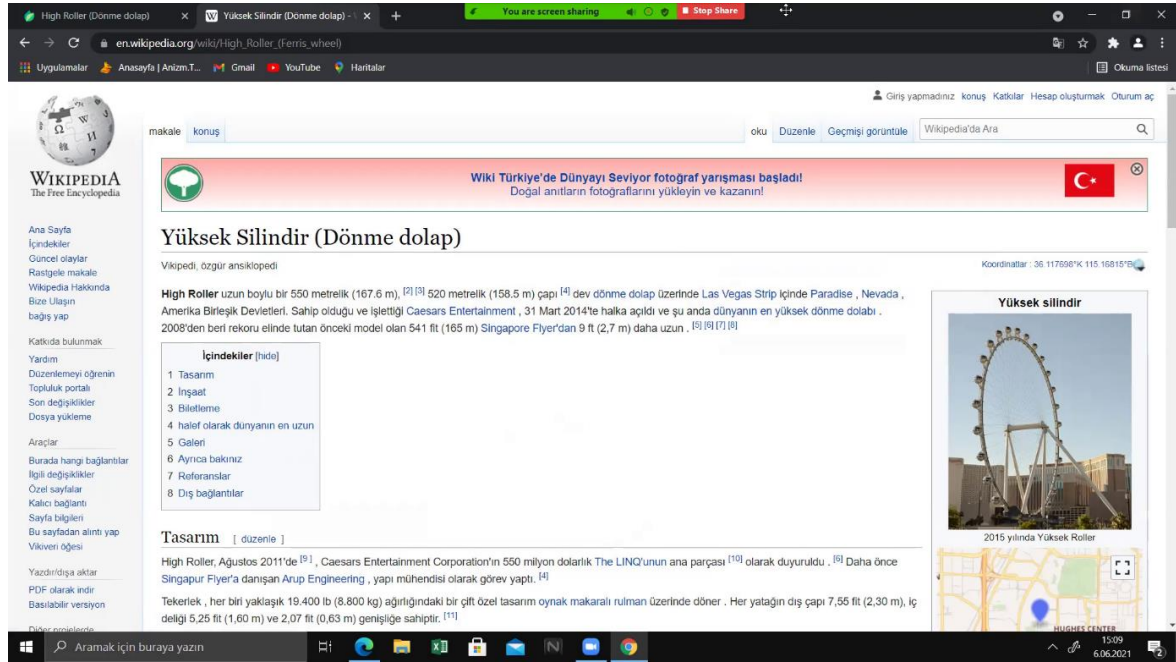
Şekil 4.68. Utku'nun ayrıştırmayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Matematikselleştirme temel basamağında ayrıştırma becerisinin incelendiği sıradaki örnek Yağmur'un dönme dolap probleminin çözümünün bir kısmı ile devam etmiştir. Yağmur çözümünde problem durumunu simüle edebilecek bir teknolojik sistem tasarlamak istemiştir. Bu sistemi tasarlamak için matematiksel modeli parçalara ayırarak inşa etmeyi tercih etmiştir. İlk önce dönme dolabı çember gibi düşünüp onun gerçek uzunluk değerlerini (çap, yerden yükseklik) araştırarak oluşturacağı sistemde çemberin çapı, yerden yüksekliği, yer ile biniş kısmı arasındaki uzaklıkları ayrı ayrı hesaplamıştır (bkz. Tablo 4.34 ve Şekil 4.69). Yağmur'un burada ihtiyacı olan sabitleri bulması, onları bulmak için işlem yapması ve o uzunlukları günlük hayat ve teknoloji sistemi açısından yorumlaması ile onun teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *matematikselleştirme* temel basamağının *bağımlı-bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme ve stratejik etkenleri yorumlama, YMM'lere ilişkin ön tahminlerde bulunma* alt basamaklarında zihinsel eylem örnekleri gösterdiği düşünülmüştür.

Tablo 4.34. *Ayrıştırma Becerisinin Matematikselleştirme Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

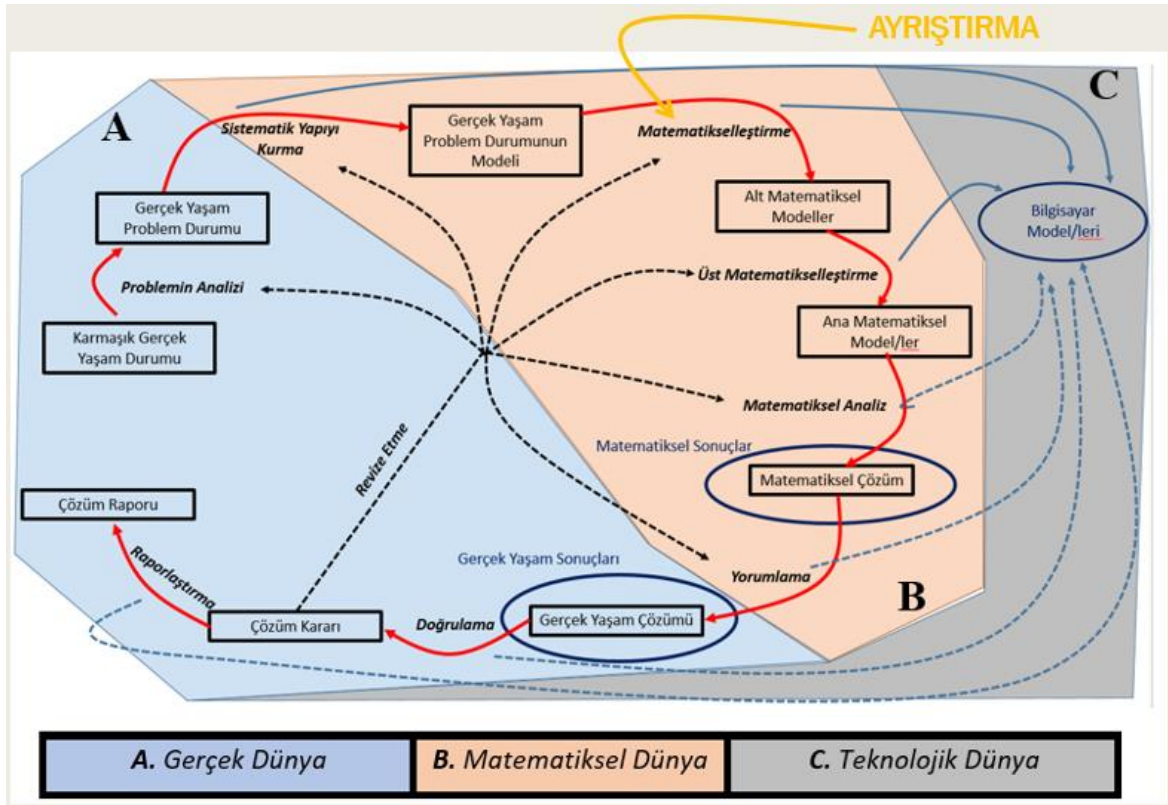
**Matematikselleştirmede bağımlı-bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme örneği**

Tamam, kullanayım ben bu bilgileri. 167,6 metre yüksekliği var. 158,5 metre de çapı var. 79 burada 25 yarıçapı var. Metreydi bu. Sonra ne diyormuş, Mustafa'nın arabası. Ben burada çizimini göstermek istiyorum. Nasıl çizsem ya? Şurası 158,5 metre, 167,6 metre, şuraya şey gelse, şunlar 158,5 metre çapı kalmış olur şurası. 158,5 metre çapı. O zaman 167,6'dan 158,5 çıkarırsam 9,1 metre kalıyor. Ama şu ... gibi olacak sanki ya.



Şekil 4.69. Ayrıştırma becerisinin matematikselleştirme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Yağmur'un burada matematiksel modelini yardımcı matematiksel modeller yardımıyla inşa etmesi onun bilgi işlemsel düşünmede *ayrıştırma* becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri olduğu düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.70).



Şekil 4.70. Yağmur'un ayrıştırmayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

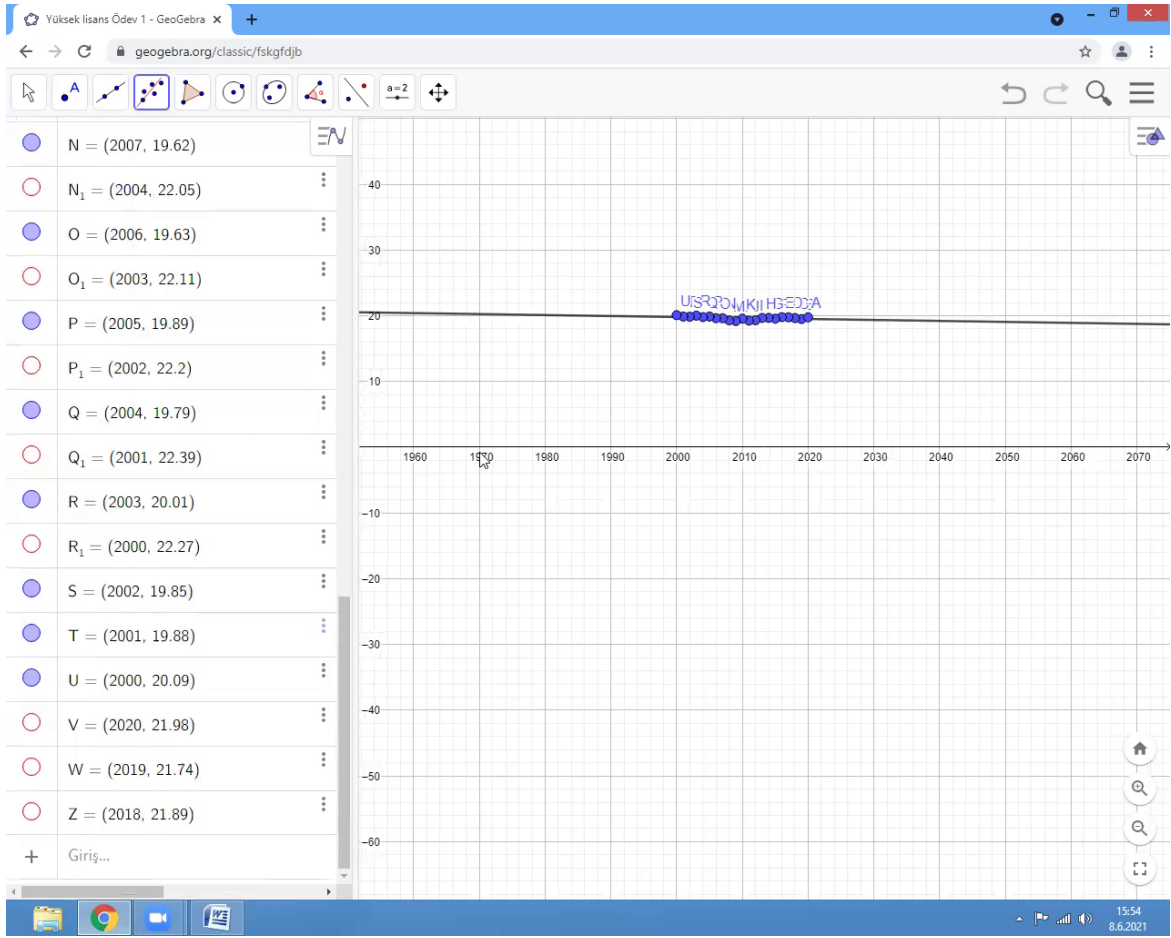
Ayrıştırma becerisinin incelendiği teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde üst matematikselleştirme temel basamağı ile zihinsel eylemler örneklerinin sunumu devam etmiştir. Utku 200 metre koşusu problemi çözümünde, 2030 yılındaki rekor süreleri bulabilmek için erkeklerin ve kadınların istenilen yıldaki rekor sürelerini veren matematiksel modeller inşa etmiştir (bkz. Şekil 4.71). Utku bu modeli elde ederken yardımcı matematiksel modeller olan yıllar ve rekor sürelerin değerlerinden oluşan sıralı ikililerden yararlanmıştır ve GeoGebra yardımıyla bir doğru oluşturup bu doğru fonksiyonunu da GeoGebra sayesinde elde etmiştir (bkz. Tablo 4.35). Böylece, Utku teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *üst matematikselleştirme* temel basamağının *AMM'nin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma* alt basamağında zihinsel eylemler göstermiştir.

Tablo 4.35. *Ayrıştırma Becerisinin Üst Matematikselleştirme Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Üst matematikselleştirmede AMM'nin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma örneği**

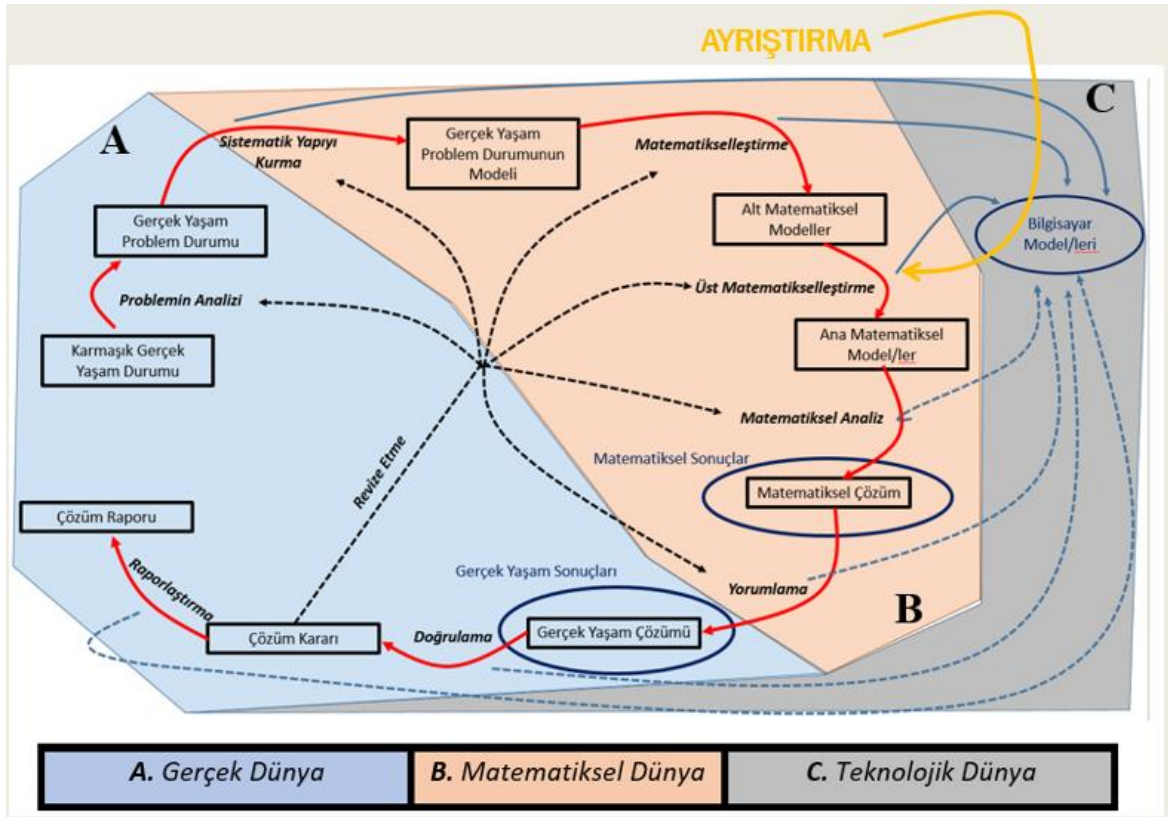
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 evet 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21. 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. Ana biri açık değil. Acaba hangi? ... Aha buldum, tamam. Kırmızı V'yi kapa, ... Şurada nerede doğru şimdi. En iyi uyum doğrusu, çek bunu (hepsini seçmeyi kastediyor), erkekler için bu (doğru oluşturuldu). Erkekler için yaptık. Erkekler için bu. Erkekler için. f uydur erkekler için bu. (Erkeklerin sürelerinden oluşan noktalarla bir en iyi uyum doğrusu oluşturdu.)





Şekil 4.71. Ayrıştırma becerisinin üst matematikselleştirme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Utku'nun bu kısımda erkekler ve kadınlar için ayrı ayrı matematiksel modeller inşa etmesi onun bilgi işlemsel düşünmede *ayrıştırma* becerisine yönelik zihinsel eylem örnekleri olarak düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.72).



Şekil 4.72. Utku'nun ayrıştırmayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

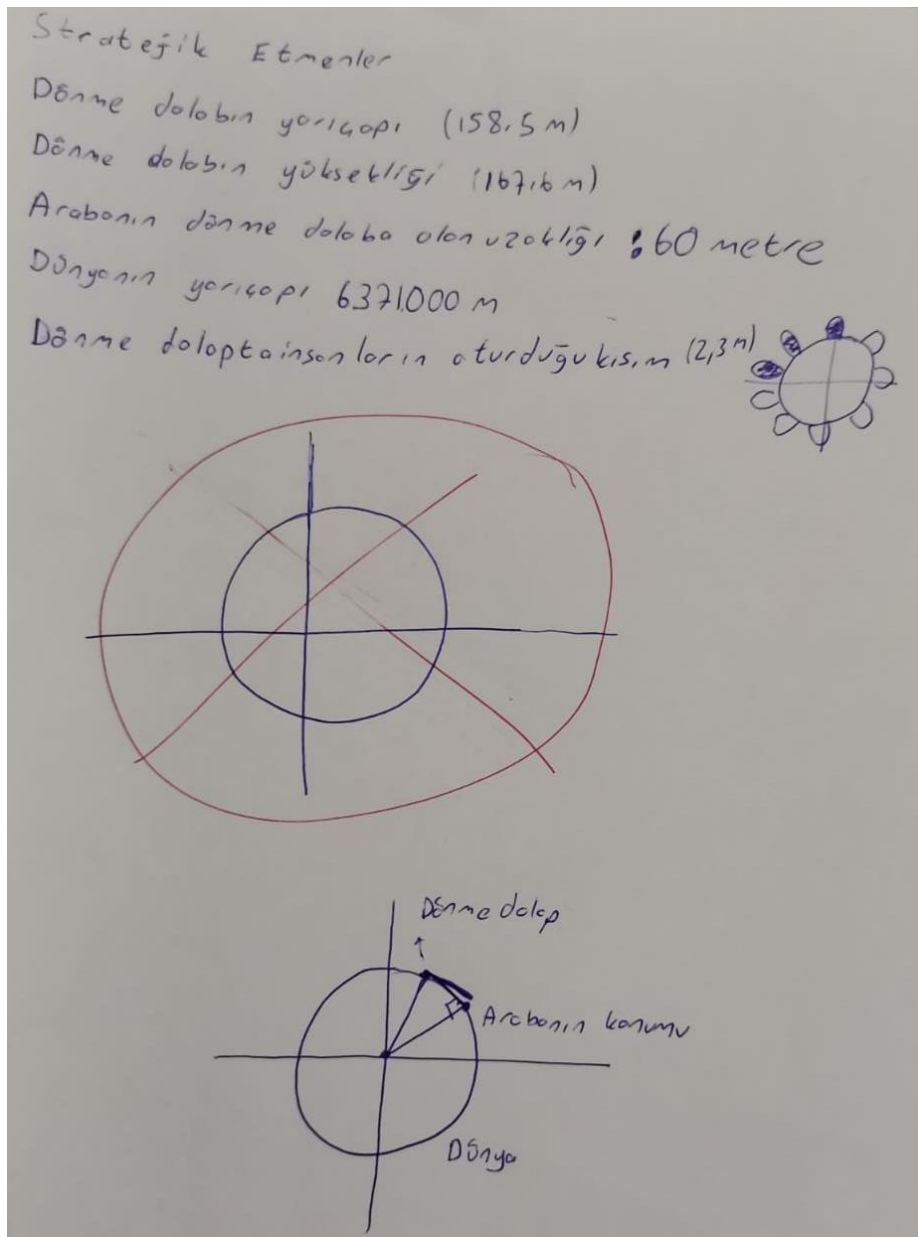
Üst matematikselleştirme temel basamağında ayrıştırma becerisinin zihinsel eylemlerinin incelenmesi Ali'nin dönme dolap problemi çözümünün bir kısmı ile devam etmiştir. Ali çözümünde problemi okuyup anladıktan sonra basit varsayımlarda bulunmuştur. Ali, problem durumunda verilen video ve fotoğrafları inceleyip internette dönme dolap hakkında küçük bir araştırma yaptıktan sonra çözümde kesin olarak kullanacağı bağımlı-bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirlemiştir (bkz. Tablo 4.36 ve Şekil 4.73). Bu durumda Mustafa'nın, AMM'nin sahip olacağı değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirlemesi teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde üst matematikselleştirme temel basamağında bağımlı-bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme alt basamağına ilişkin zihinsel eylem örneklerinin göstermesi olarak düşünülmüştür.

Tablo 4.36. *Ayrıştırma Becerisinin Matematiksel Analiz Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Matematiksel analizde bağımlı-bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme örneği**

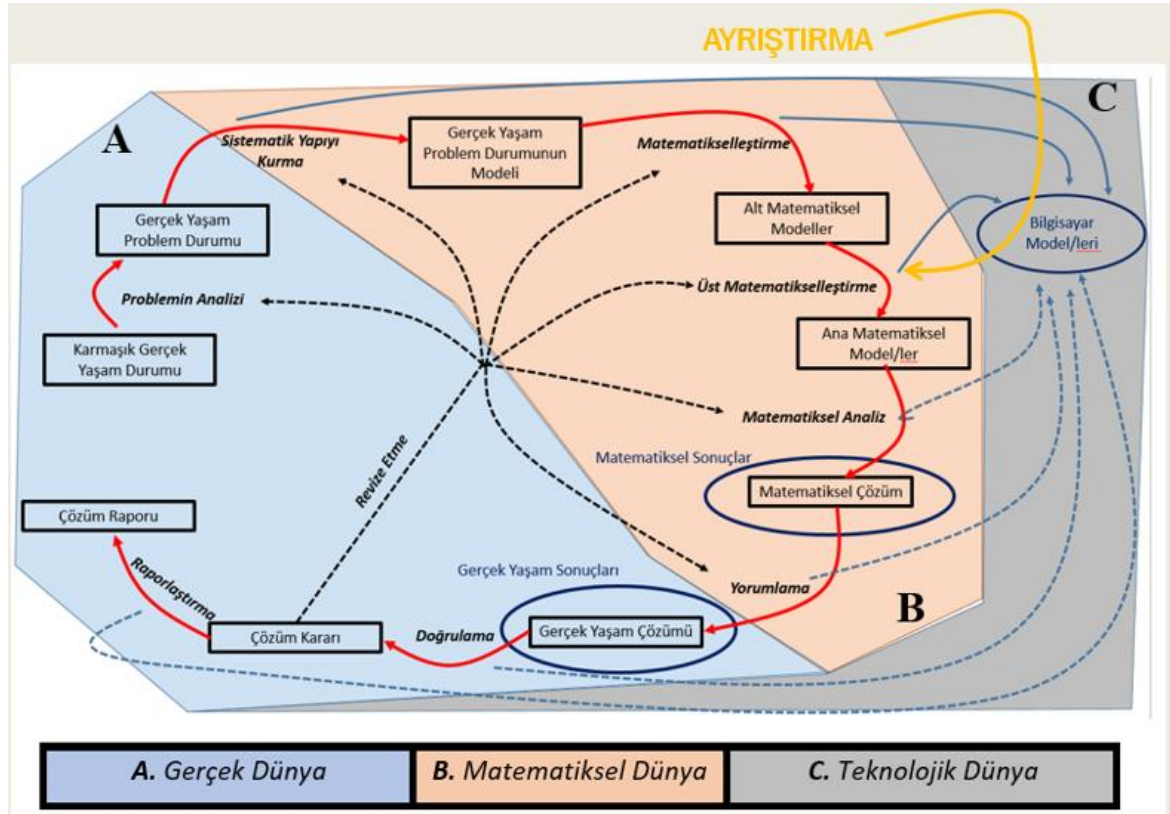
Problem çözümüne başlarken öncelikle bizden istenenleri yazmak istiyorum, hani stratejik etkenleri belirlemek istiyorum ya da problem çözümünde bana yol gösterecek olan.

Bunlar: dönme dolabın yarıçapı, Dönme dolabın yüksekliği, ondan sonra arabanın dönme dolaba olan uzaklığı, tabi dönme dolabın yüksekliği derken en yüksek mesafesini ele almayı düşünüyorum, dönme dolabın yerden olan mesafesi de önemli yarıçapı. Ben aslında bu ikisini bulunca onu çıkarabilirim. Başka bakayım. Şimdi Mustafa hareket halindeyken, dönme dolap hareket halindeyken en alt ve en yüksek mesafelerdeki arabaya olan uzaklığı değişecek, yani diğer yerlerde de değişecek. Bunu Pisagor teoreminden yapabilirim diye düşünüyorum, öncelikle stratejik etkenleri belirleyip, dünyanın yarıçapını da tam hatırlamıyorum ama 673 milyon... Ona da bir bakmam gerekiyor, o da bir etmen benim için. GeoGebra'da modellerken hani dünyanın üzerinde Mustafa'nın arabası ve dönme dolabı konumlandırarak Pisagor teoremi oluşturmaya çalışacağım. Öncelikle ben Mustafa'nın arabasının dönme dolaba olan uzaklığını bulmaya çalışayım.



Şekil 4.73. Ayrıştırma becerisinin üst matematikselleştirme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Ali'nin bu kısımda problemin çözümü için problem durumunu küçük çözülebilir problemlere bölmesiyle (bulunması gereken yükseklikleri sıralaması, çözümde kullanacağı bilinen formül/teoremden bahsetmesi, elindeki değişkenler ve sabitlerle başka değişken ve sabitlerin bulunabileceğini ifade etmesi) onun bilgi işlemsel düşünmede *ayırıştırma* becerisine ilişkin zihinsel eylem örneklerinin göstergesi olarak düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.74).



Şekil 4.74. Mustafa'nın ayırıştırma becerisini örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamaklar

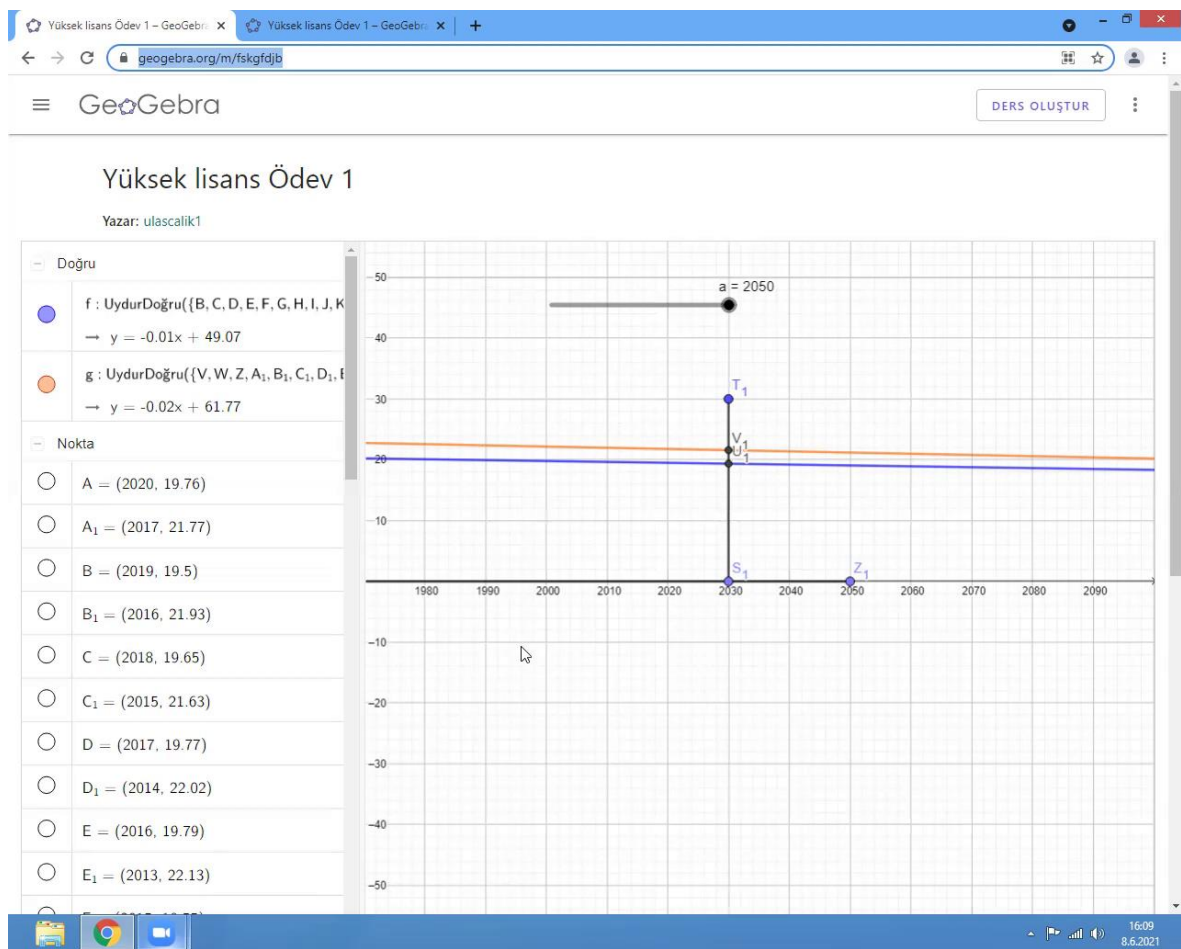
Ayırıştırma becerisinin zihinsel eylemlerinin incelendiği sıradaki temel basamak matematiksel analiz olmuştur. Utku 200 metre problemi çözümünde yıllar ve rekor süreleri kullanarak GeoGebra'da tanımladığı noktalarla oluşturduğu en iyi doğrularında (kadınların ve erkeklerin en iyi uyum doğruları) istenilen yılda rekor süreyi veren bir sistem oluşturmak istemiştir (bkz. Tablo 4.37). Bunun için oluşturduğu doğrularla kesişen y eksenine paralel bir doğru parçası oluşturmuştur. En iyi uyum doğruları ve doğru parçasını GeoGebra'nın araçlarını kullanarak kesiştirmiştir. Bu oluşturduğu doğru parçasının konumunu da değiştirmek için bir sürgü oluşturmuştur (bkz. Şekil 4.75). Bu yaptığı işlemler Utku'nun teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *matematiksel analiz* temel basamağının *matematiksel çözüme ve sonuçlara ulaşmak için hesaplama yapma* ve

matematiksel çözümü ve sonuçları veren teknolojik sistemi kurma alt basamaklarında zihinsel eylem örnekleri göstergesi olarak düşünülmüştür.

Tablo 4.37. *Ayrıştırma Becerisinin Matematiksel Analiz Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

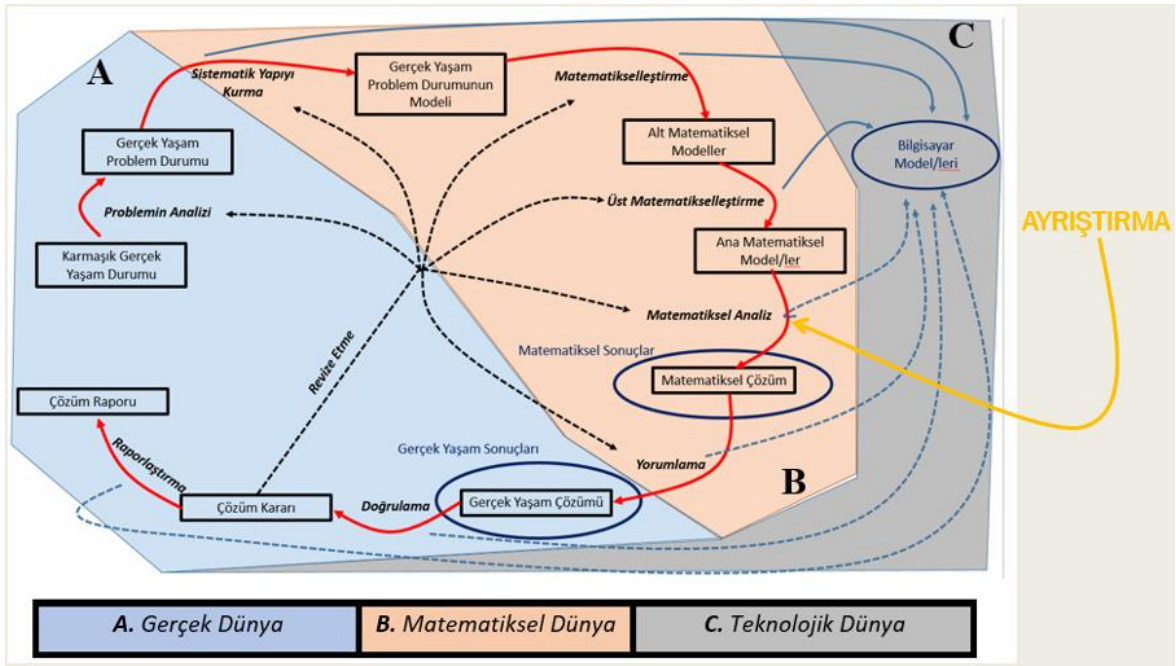
**Matematiksel analizde matematiksel çözümü ve sonuçları veren teknolojik sistemi kurma örneği**

2030 yılına bir şey oluşturalım, dik doğru oluşturalım. 2030, hatta noktayla oluşturalım ne fark edecek. Şöyle ben sürgülü bile yapabilirim, istediğimiz yılda yapabiliriz, 2030 yılında şöyle yaparız. Doğru parçası, ilk önce bir bakalım. Şöyle yapalım. Tamamdır. Şöyle rahat yapalım. Kesmiştir nerede, Allah, kesmiştir, şunu... (2030 yılından y eksenine paralel bir doğru parçası oluşturdu.) U1, evet, 2030 yılında h doğru parçası mı? Bana ne h doğru parçasından ya, ben V1'leri istiyorum, keşistirden olmuyor mu? V1, U1 nerede? Kesmiştir. 2030 yılında, evet, kadın 21,59, şey pardon, V1, 21,59; erkek ise 19,36 saniyede oyunu bitiriyor.



Şekil 4.75. Ayrıştırma becerisinin matematiksel analiz temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Utku'nun burada matematiksel modelini geliştirmek için yaptığı doğru parçası oluşturma, onu sürgüye bağlama, doğrular ve doğru parçasını kesiştirme işlemleri sonuca ulaşmak için çözdüğü küçük alt problemler olarak görülmüştür. Böylece, Utku bu kısımda bilgi işlemsel düşünmede *ayrıştırma* becerisine yönelik zihinsel eylemler göstermiştir (bkz. Şekil 4.76).



Şekil 4.76. Utku'nun ayrıştırmayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

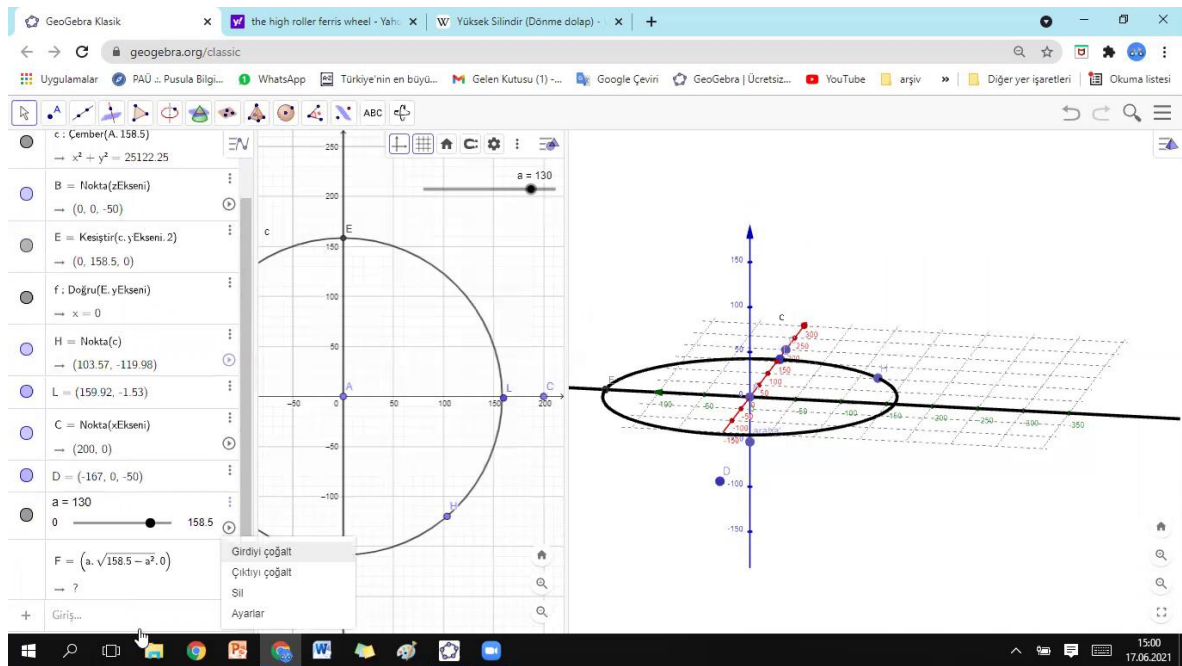
Matematiksel analiz temel basamağında ayrıştırma becerisinin zihinsel eylemlerinin incelenmesi Adile'nin dönme dolap problemi çözümünün bir kısmı ile devam etmiştir. Adile çözümünde dönme dolap modelini bir çember şeklinde GeoGebra'da oluşturduktan sonra Mustafa'yı ifade edebilecek çemberin üzerinde gezen bir nokta oluşturmak istemiştir. Bu noktayı oluşturmasıyla Mustafa'nın değişen konumuna göre arabasına olan uzaklığını bulmasını sağlamıştır. Bu noktayı oluştururken çemberin analitik denklemlerini kullanmasıyla matematiksel bilgilerden yararlanmış; elde ettiği formülleri GeoGebra'nın giriş kısmına yazarak grafik penceresinde görüntülemesiyle teknolojik bilgilerden yararlanmış (bkz. Tablo 4.38 ve Şekil 4.77). Bu durumda Adile'nin modeli oluştururken hem matematiksel tanımlardan hem de GeoGebra'nın araçlarından/özelliklerinden yararlanmasıyla Ayşe, teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *matematiksel analiz* temel basamağında *matematiksel ve teknolojik bilgilerden yararlanma* alt basamağına ilişkin zihinsel eylemler göstermiştir.

Tablo 4.38. *Ayrıştırma Becerisinin Matematiksel Analiz Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Matematiksel analizde matematiksel ve teknolojik bilgilerden yararlanma örneği**

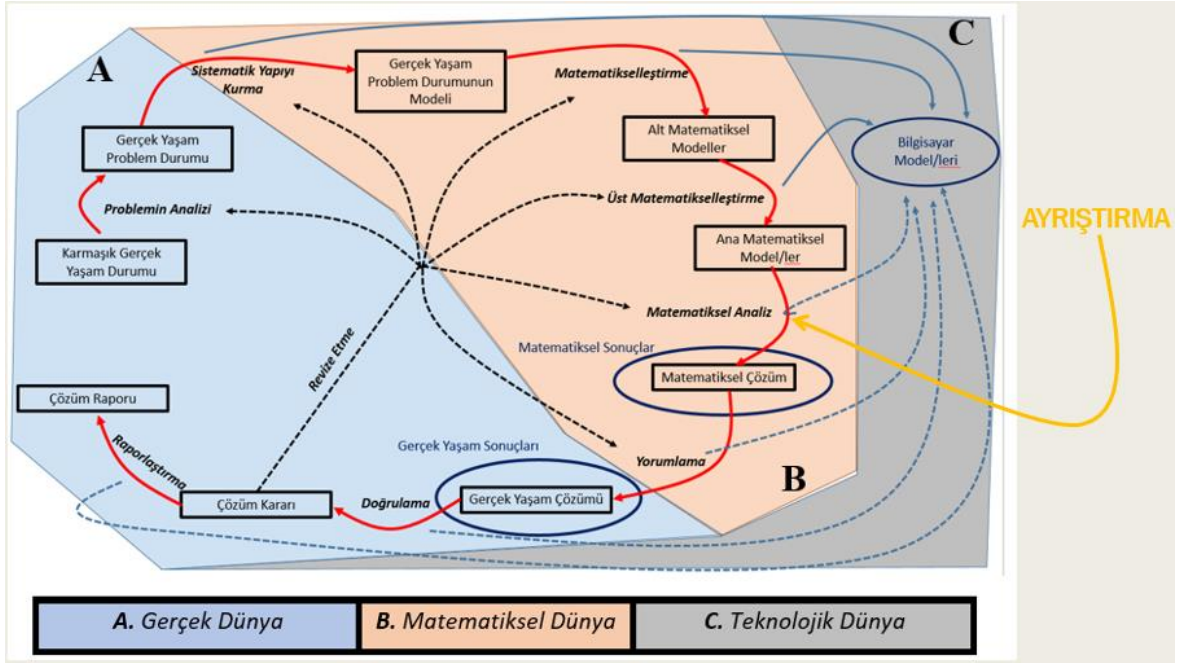
... sıfır sanırım. (Cebir penceresinden önceden oluşturmuş olduğu noktanın düzeltilmesini yapıyor.) Sıfır diyerek yapacağım. Olmadı. (Koordinat girmeyi hatalı yaptı.) Burası değil mi? (Tekrar düzeltti.) Evet, oldu mu bu? Olmadı. Şunu sileceğim (Tekrar düzeltme yaptı.). Tamam şimdi yaptım. Sanırım. (Perspektif değiştirerek farklı noktalardan görünümüne bakıyor.) (Çember üzerinde bir nokta oluşturup tekrar sildi.)

Burada bir sürgü tanımlayacağım. Bu sürgüye de 0'la çemberin koordinatları arasında yani 158,5 diyeceğim, artışına da 1'er 1'er artırım. Şimdi burada, buna göre (sürgüye göre demek istiyor) bir nokta tanımlayacağım. Çember üzerinde hareket etmesini istediğim bir nokta olduğu için çemberde koordinatı  $z$ 'nin 0. Bunu biliyorum ve sürgüye bağlı olarak noktaları, diğer noktaları tanımlayacağım. Bir tanesine  $A$  dersek, diğer nokta  $r$ . Benim tanımladığım  $R$  oluyor. Çember üstünde dolanması için, doğru yine çember çevresinde dolanacak. Çember üzerinde seçtiğim herhangi bir noktada o noktanın uzaklıkları  $a$  ile  $b$  olsa (eksenlere uzaklığı kastediyor)  $a^2 + b^2$ ,  $r$ 'yi verecek bize. O zaman ben bir koordinatı  $a$  dediğimde  $b^2$ 'yi bulmak istediğim için  $r - a^2$  diyeceğim,  $b$  bu durumda  $r - a^2$  karekökü oluyor. Buraya o zaman, yarıçapımız  $158,5 - a^2$  diyeceğim, bunları karekökünü alacağım. (Yeni bir nokta oluşturuyor, koordinatları  $a, \sqrt{(158,5 - a^2)}, 0$  olan bir nokta oluşturdu.) Hım, 158 virgül değil nokta 5. Şunu keseyim. Bu sürgüyü hareket ettirdiğimde bakalım.  $F$  noktası, ama tanımlanamadı. Niye tanımlanamadı? Durdurayım (Sürgünün canlandırmasını durdurdu). Şurada nokta demişim sanırım, yo, virgül o. Şunu karesini almam gerekiyor. (Kâğıtta işlemler yapıyor.) (Oluşturmuş olduğu noktanın koordinatlarını  $\sqrt{((158,5)^2 - a^2)}, 0$  olarak değiştiriyor.) 158,  $c$ 'miz.  $c$ 'nin karesini almaya unuttuğum için onu düzelttim. ...



Şekil 4.77. Ayrıştırma becerisinin matematiksel analiz temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

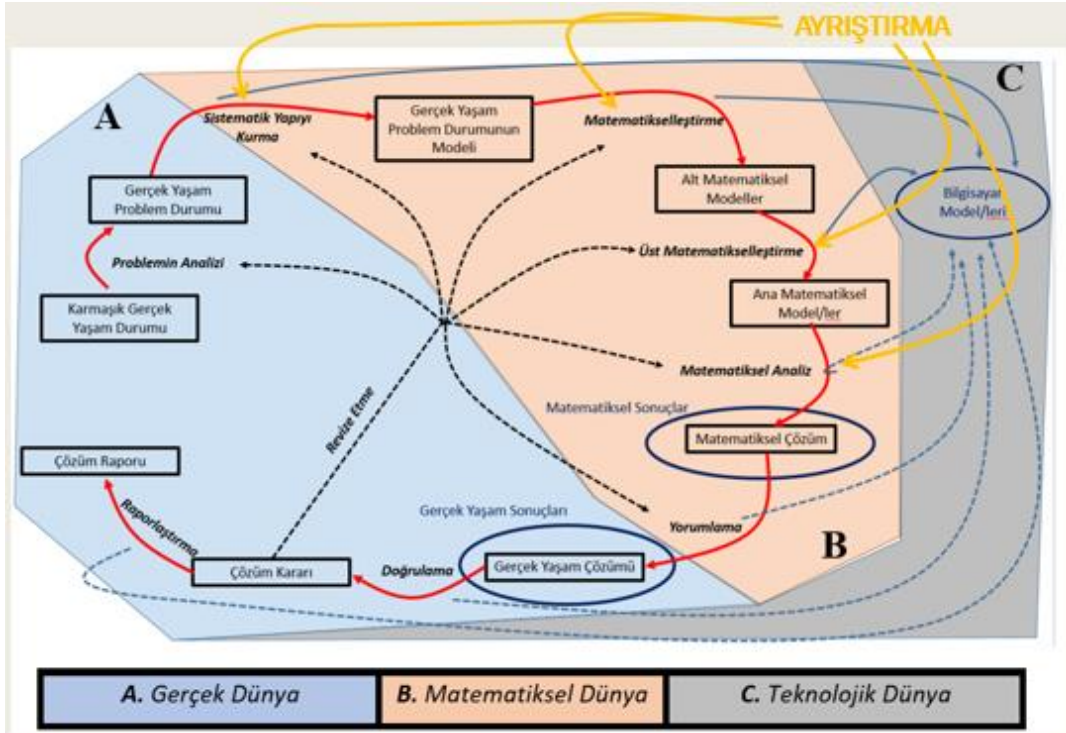
Adile'nin çözümünün bu kısmında elinde modeli inşa edebilmesi küçük problemler yaratarak (çemberin denklemini, çemberin denklemi ile üzerinde hareket eden bir noktayı ve sürgüyle kontrol edilebilen değişken oluşturması) onları çözümlemesi onun bilgi işlemsel düşünmede *ayrıştırma* becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri gösterdiği düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.78).



Şekil 4.78. Adile'nin ayrıştırma becerisini örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamaklar

#### 4.3.1. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Ayrıştırma İlişkin Zihinsel Eylemlerine Yönelik Bulguların Genel Özeti

Ayrıştırma becerisinin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki temel basamakların hangi alt basamaklarda görüldüğü ve görülmediği bu kısımda sunulmuştur (bkz. Şekil 4.79).



Şekil 4.79. Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde ayrıştırma becerisinin zihinsel eylem olarak açığa çıktığı temel basamaklar



Ayrıştırma becerisi *problemin analizi* temel basamağının hiçbir alt basamağında zihinsel eylem olarak görülmemiştir. Bu temel basamakta çözücüler daha çok problemi anlama ve stratejik etkenler basit düzeyde düşünmüş ve ayrıştırmaya ilişkin bir zihinsel eylem sergilememiştir. *Sistemik yapıyı kurma* temel basamağının *çözüm için gerekli/gereksiz stratejik etkenleri/bilgileri ayıklama, deneyimlerden yararlanma ve teknolojik ile matematiksel gösterim arasındaki geçişi gerçekleştirme* alt basamaklarında zihinsel eylem olarak ayrıştırma becerisi görülmemiştir. *Matematikselleştirme* temel basamağının *stratejik etkenleri matematiksel sembollerle ifade etme, teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma ve teknolojik ve matematiksel gösterim arasında geçiş yapma* alt basamaklarında zihinsel eylem olarak ayrıştırma becerisi görülmemiştir. *Üst matematikselleştirme* temel basamağının *YMM'lerin cebirsel gösterimlerinden yararlanma, teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma, gerekli YMM'leri belirleme, YMM'lerin grafiksel gösterimlerinden yararlanma, stratejik etkenleri yorumlama ve AMM'ye ilişkin ön tahminlerde bulunma ve teknolojik ve matematiksel gösterim arasındaki geçiş yapma* alt basamaklarında zihinsel eylem olarak ayrıştırma becerisi görülmemiştir. *Matematiksel analiz* temel basamağının *teknolojik ile matematiksel gösterim arasındaki geçiş yapma* alt basamağında ayrıştırma becerisine ilişkin zihinsel eylem örneklerine rastlanmıştır. *Yorumlama, doğrulama, revize etme ve raporlaştırma* temel basamaklarının tüm alt basamaklarında ayrıştırmaya ilişkin zihinsel eylem örneklerine rastlanmamıştır. Ayrıştırma becerisi açığa çıkarken problemin alt problemlere bölme işleminin nasıl yapılacağına karar vermede soyutlama becerisi de açığa çıkmıştır. Bu durum öğrencilerin deneyimleri ve izleyecek oldukları çözüm yolu ile değişkenlik gösterdiği düşünülmüştür. Ayrıca, ayrıştırırken belirli adımlar çerçevesinde ilerlediğinde öğretmen adaylarının algoritmik düşünme becerileri de aynı zamanda açığa çıkmıştır. Örneğin Pisagor Teoremini uygulayabilmek için dik kenar uzunluklarının bulunması gerekmiştir. Dik kenar uzunluklarının bulunması alt problemler oluşturup bu problemler çözülmüştür. Bu durumda ayrıştırma işleme belirli adımlar serisi halinde ilerlemiştir.

#### **4.4. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Algoritmik Düşünmeye İlişkin Zihinsel Eylemleri**

Bu kısımda beş öğretmen adayının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkardığı bilgi işlemsel düşünmedeki algoritmik düşünme becerisine yönelik zihinsel eylem örnekleri sunulmuş ve yorumlanmıştır.

Algoritmik düşünme becerisinin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamaklar problem analizi temel basamağı ile sunulmaya başlanmıştır. Bu temel basamakta sadece tek alt basamakta algoritmik düşünme becerisi açığa çıktığı için tek bir örnek ile sunulmuştur. Yağmur 200 metre koşusu probleminin çözümünü başlarken detaylı düşünmeden çözümde neler yapabileceğini ve nasıl ilerleyeceğini ifade etmiştir (bkz. Tablo 4.39). Erkeklerin ve kadınların süre tahminlerini ayrı ayrı yapacağını ve sonrasında bulduğu sonuçları ortalamasının alınacağını söylemiştir. Burada Yağmur'un söyledikleri, üzerine çok düşünülmeden yapılan varsayımlar olarak görülmüştür (bkz. Şekil 4.80). Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde Ayşe'nin bu kısımda gösterdiği zihinsel eylemler *problem analizi* temel basamağında *basit varsayımlar yapma* alt basamağına ilişkin örnekler olarak görülmüştür.

Tablo 4.39. *Algoritmik Düşünme Becerisinin Problemin Analizi Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Problemin analizinde basit varsayımlar yapma örneği**

Kadın ve erkek koşucuların 200 metre koşu rekorları hakkında ne söyleyebilirsiniz? O zaman burada, şimdi, ne yapılabilir? Kadınların, şimdi, mesela, N. Lyles demiş, 2018, 2019, 2020'deki koşuları var ve süreleri var. Tek tek kadınlar incelenebilir, tek tek erkekler, sonra bu ikisinin ortalaması alınabilir ya da...

Ya da kadın ve erkekler birlikte alınıp bir grafik oluşturabilir, grafiğin sonra en iyi uyum yaklaşırma doğrusuyla bulunabilir diye düşünüyorum ama...

200 Metre Koşusu Rekorları Problemi						
Yıl	Erkekler	Ülke	Süre	Kadınlar	Ülke	Süre
2020	N. Lyles	USA	19.76	S. Miller-Uibo	BAH	21.98
2019	N. Lyles	USA	19.50	S. Miller-Uibo	BAH	21.74
2018	N. Lyles	USA	19.65	D. Asher-Smith	GBR	21.89
2017	I. Makwala	BOT	19.77	T. Bowie	USA	21.77
2016	U. Bolt	JAM	19.79	E. Thompson	JAM	21.93
2015	U. Bolt	JAM	19.55	D. Schippers	NED	21.63
2014	J. Gatlin	USA	19.68	A. Felix	USA	22.02
2013	U. Bolt	JAM	19.66	S. A. Fraser-Pryce	JAM	22.13
2012	U. Bolt	JAM	19.32	A. Felix	USA	21.88
2011	Y. Blake	JAM	19.26	S. Solomon	USA	22.15
2010	U. Bolt	JAM	19.56	V. Campbell-Brown	JAM	21.98
2009	U. Bolt	JAM	19.19	A. Felix	USA	21.88
2008	U. Bolt	JAM	19.30	V. Campbell-Brown	JAM	21.74
2007	T. Gay	USA	19.62	A. Felix	USA	21.81
2006	X. Carter	USA	19.63	S. Simpson	JAM	22.0
2005	W. Spearmon	USA	19.89	A. Felix	USA	22.13
2004	S. Crawford	USA	19.79	V. Campbell	JAM	22.05
2003	B. Williams	USA	20.01	A. Felix	USA	22.11
2002	K. Kedéris	GRE	19.85	D. Ferguson-McKenzie	BHS	22.20
2001	J. J. Johnson	USA	19.88	L. Jenkins	USA	22.39
2000	K. Keuteris	GRE	20.09	P. Davis-Thompson	BAH	22.27

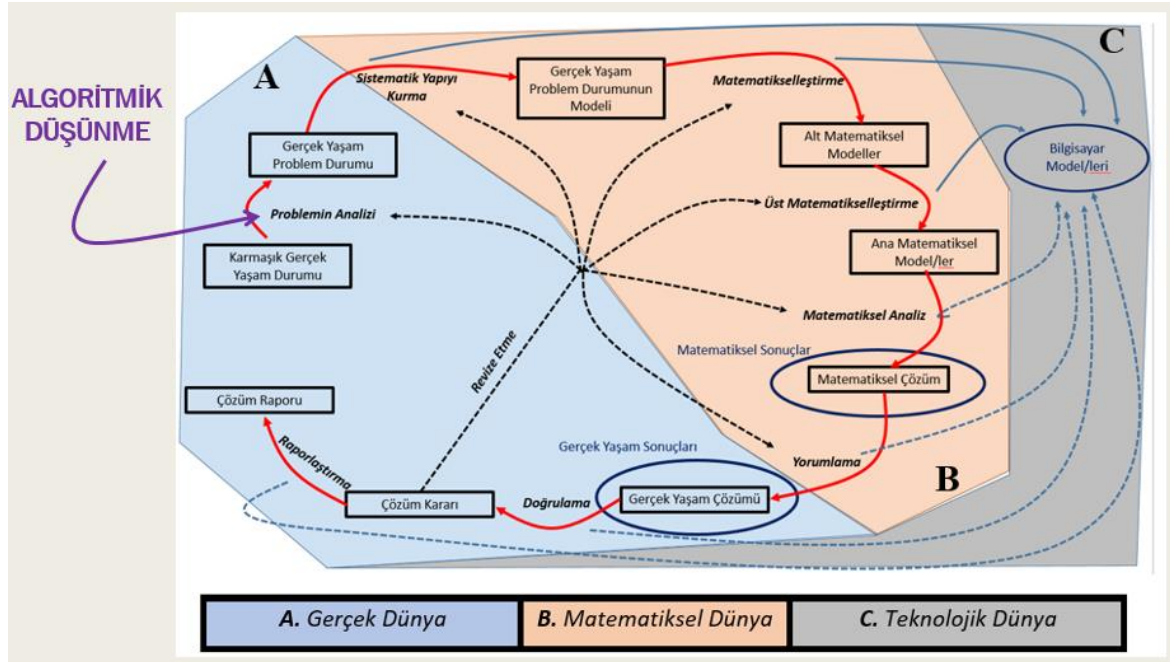
Tablo 1. Yıllara Göre En İyi 200 Metre Erkek ve Kadın Dereceleeri

Tablo 1'de dünya genelinde 2000 yılından 2020 yılına kadar yıllık 200 metre koşusunda altın madalya kazanan kadın ve erkeklerin ülkeleri ve rekorları bulunmaktadır. Bu verilerden yola çıkarak 2030 yılındaki kadın ve erkek koşucuların 200 metre koşudaki rekorları hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Şekil 4.80. Algoritmik düşünme becerisinin problemin analizi temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Yağmur'un çözümün ilk kısmında süreçte nasıl ilerleyeceğini basit de olsa ifade etmesi, kullanabileceği matematiksel yaklaşımları söylemesi onun bilgi işlemsel düşünmede

algoritmik düşünme becerisine yönelik zihinsel eylem örneklerinin göstergesi olarak görülmüştür (bkz. Şekil 4.81).



Şekil 4.81. Yağmur'un algoritmik düşünmeyi örnekleyen zihinsel eyleminin matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde incelenecek sıradaki temel basamak sistematik yapıyı kurma olmuştur. Ayşe 200 metre koşusu problemini okuduktan sonra çözümde neler yapabileceğini ve sonuca nasıl ulaşacağını detaylı ve adım adım ifade etmiştir (bkz. Tablo 4.40). Çözümde kullanacağı regresyon analizini deneyimlerinden yararlanarak seçmiş ve en sonunda matematiksel sonuca nasıl ulaşacağını da belirtmiştir (bkz. Şekil 4.82). Bu kısım teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde Ayşe'nin *sistematiği kurma* temel basamağında *genel çözüm stratejisi tasarlama* alt basamağına ilişkin zihinsel eylem örneklerinin göstergesi olarak görülmüştür.

Tablo 4.40. *Algoritmik Düşünme Becerisinin Sistematiği Kurma Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Sistematiği kurmada genel çözüm stratejisi tasarlama örneği**

Şimdi ben bunları neye göre ayırabilirim onu düşünüyorum. 2000'den 2020 yılına kadar 20 var 200 metre koşusunda. Şimdi gelecek hakkında tahminde bulunacaksak, aklıma şey geldi bu regresyon analizi diye bir şey vardı, yani onu kullanacağız galiba GeoGebra'daki, hatta bir saniye o şeyi atsam perspektifi daha rahat olacak galiba. Şunu bir hesap tablosu. Buraya verileri girsem ve regresyon analizi yapsam, sonra x'e yılları versem y'ye de süreleri versem. O zaman ben kadın ve erkekleri bir kere ayrı dosyalarda yapsam değil mi çünkü ayrı ayrı soruyor kadın ve erkek koşucuların diyor. Tamam o zaman önce erkekler sonra kadınlar için ayırayım. Ondan sonra, yılları x'e girsem süreleri y'ye girsem, sonra regresyon analizinde x kısmına 2030 yazarsam ona göre veriyor ama hangi tipi kullanacağım onu bilmiyorum. Doğrusal olabilir mi acaba, doğrusal kullanılmaz herhalde, bilmiyorum bunu. Şimdi tek tek girsem sonra en iyi uyum doğrusunu kullansam diyeceğim ama ya doğrusal da olmayabilir bilmiyorum.

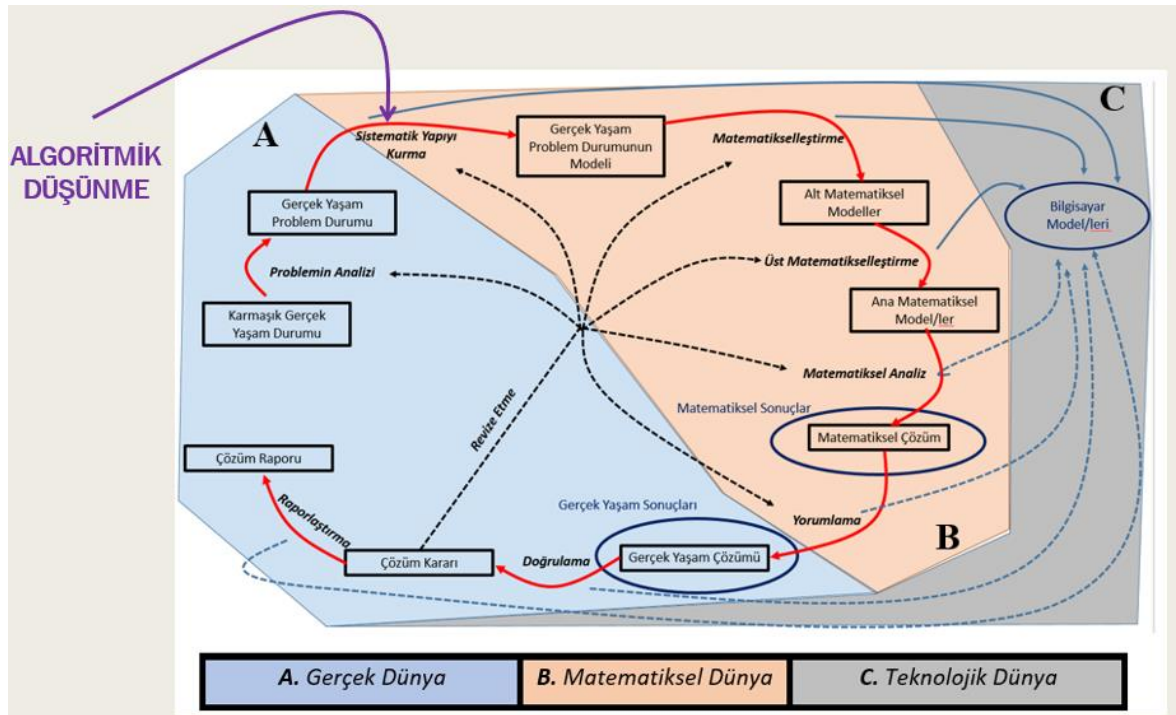
Yıl	Erkekler	Ülke	Süre	Kadınlar	Ülke	Süre
2020	N. Lyles	USA	19.76	S. Miller-Uibo	BAH	21.98
2019	N. Lyles	USA	19.50	S. Miller-Uibo	BAH	21.74
2018	N. Lyles	USA	19.65	D. Asher-Smith	GBR	21.89
2017	I. Makwala	BOT	19.77	T. Bowie	USA	21.77
2016	U. Bolt	JAM	19.79	E. Thompson	JAM	21.93
2015	U. Bolt	JAM	19.55	D. Schippers	NED	21.63
2014	J. Gatlin	USA	19.68	A. Felix	USA	22.02
2013	U. Bolt	JAM	19.66	S. A. Fraser-Pryce	JAM	22.13
2012	U. Bolt	JAM	19.32	A. Felix	USA	21.88
2011	Y. Blake	JAM	19.26	S. Solomon	USA	22.15
2010	U. Bolt	JAM	19.56	V. Campbell-Brown	JAM	21.98
2009	U. Bolt	JAM	19.19	A. Felix	USA	21.88
2008	U. Bolt	JAM	19.30	V. Campbell-Brown	JAM	21.74
2007	T. Gay	USA	19.62	A. Felix	USA	21.81
2006	X. Carter	USA	19.63	S. Simpson	JAM	22.0
2005	W. Spearmon	USA	19.89	A. Felix	USA	22.13
2004	S. Crawford	USA	19.79	V. Campbell	JAM	22.05
2003	B. Williams	USA	20.01	A. Felix	USA	22.11
2002	K. Kederis	GRE	19.85	D. Ferguson-McKenzie	BHS	22.20
2001	J. J. Johnson	USA	19.88	L. Jenkins	USA	22.39
2000	K. Kenteris	GRE	20.09	P. Davis-Thompson	BAH	22.27

Tablo 1. Yıllara Göre En İyi 200 Metre Erkek ve Kadın Dereceleri

Tablo 1'de dünya genelinde 2000 yılından 2020 yılına kadar yıllık 200 metre koşusunda altın madalya kazanan kadın ve erkeklerin ülkeleri ve rekorları bulunmaktadır. Bu verilerden yola çıkarak 2030 yılındaki kadın ve erkek koşucuların 200 metre koşudaki rekorları hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Şekil 4.82. Algoritmik düşünme becerisinin sistematik yapıyı kurma temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Ayşe'nin bu kısımda çözümde nasıl ilerleyeceğini adım adım ve detaylı olarak açıklamasıyla bilgi işlemsel düşünmede *algoritmik düşünme* becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri olarak görülmüştür (bkz. Şekil 4.83).



Şekil 4.83. Ayşe'nin algoritmik düşünmeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

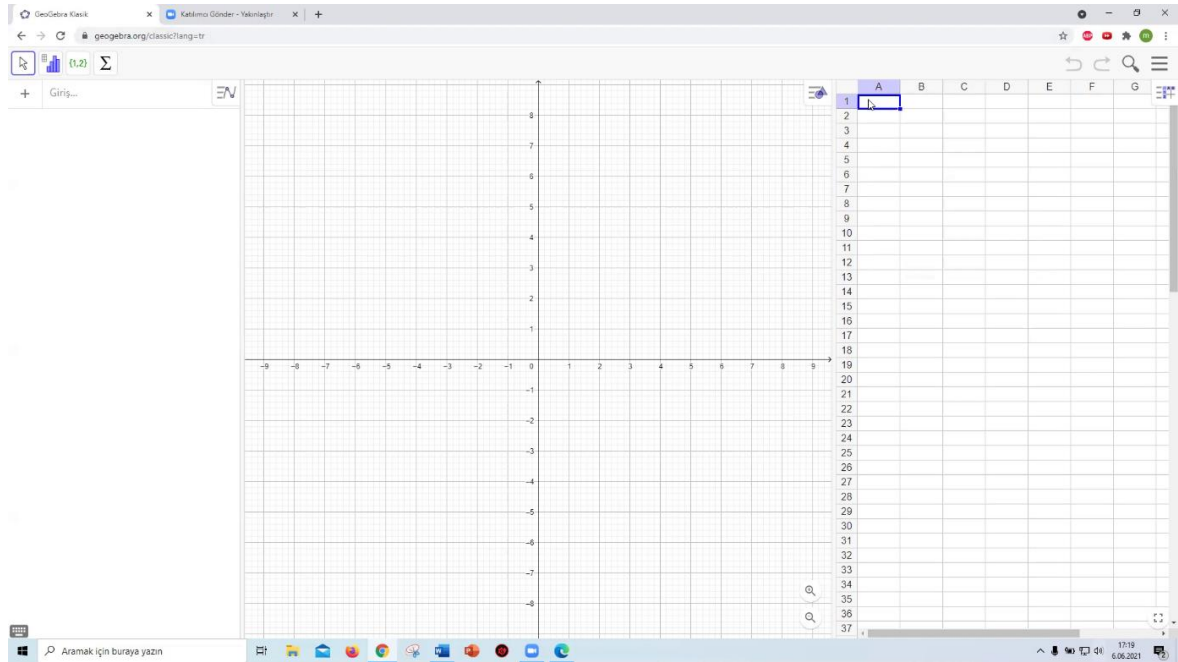
Sistematik yapıyı kurma temel basamağında açığa çıkan algoritmik düşünme becerisinin incelenmesinin diğer örneği Ali'nin 200 metre koşusu problemi çözümünün bir kısmı ile devam etmiştir. Ali çözümüne başlarken problem durumunda verilen verilerin

hangilerini kullanacağını ve bunu GeoGebra uygulamasında nasıl aktarıp analiz edeceğini ifade etmiştir (bkz. Tablo 4.41 ve Şekil 4.84). Bu durumda problem durumunda bulunun verileri teknoloji ortamına aktarmayı sağlamasıyla Ali'nin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *sistematiik yapıyı kurma* temel basamağının *teknolojik ile matematiksel gösterim arasındaki geçişi gerçekleştirme* alt basamağına ilişkin zihinsel eylem örnekleri sergilediği düşünülmüştür.

Tablo 4.41. *Algoritmik Düşünme Becerisinin Sistematiik Yapıyı Kurma Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

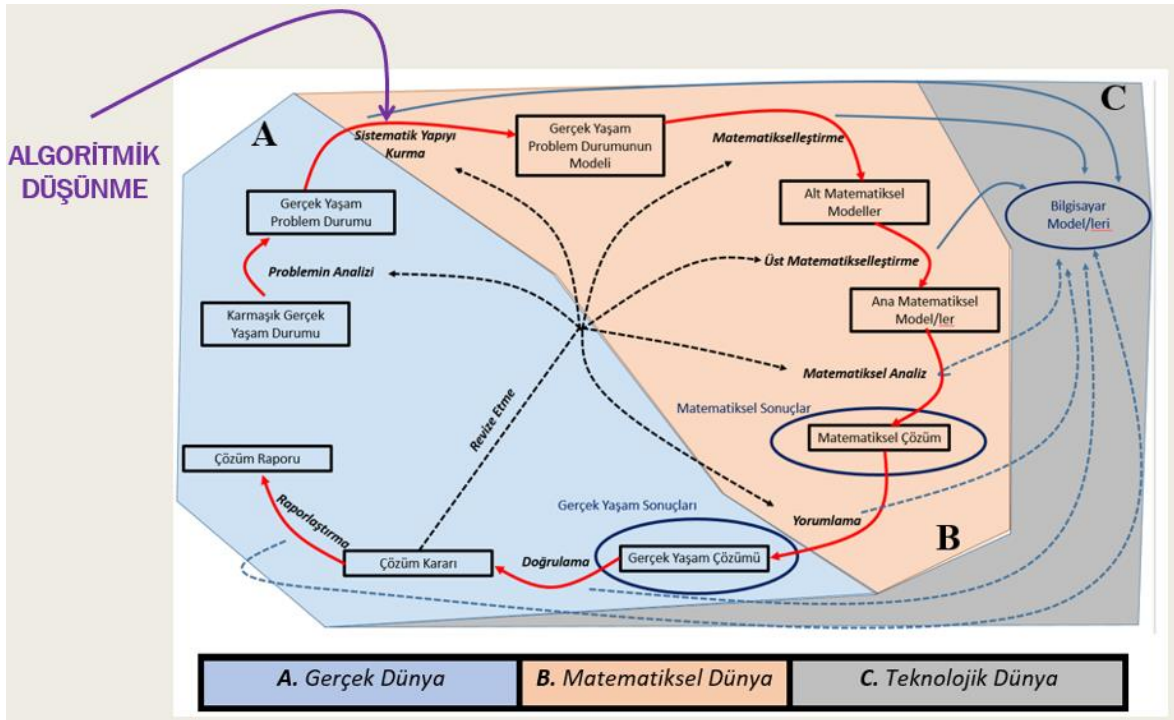
**Sistematiik yapıyı kurmada teknolojik ile matematiksel gösterim arasındaki geçişi gerçekleştirme örneği**

... tüm verilerin hepsini kullanarak bir çözüm yapmayacağım, kadın ve erkeklerin çözümlerini ayrı ayrı yapacağım. Bu şekilde kadın ve erkeklerin farklı rekor tahminlerinde bulunabiliriz. Bunun için GeoGebra'da öncelikle verileri girdim, A ve B erkeklerin yıllara göre koşuları, C ve D ise kadınların yıllara göre koşuları. Bundan sonra da öncelikle erkeklerden başlıyorum. Erkeklerin verilerini seçiyorum ve Oluştur'dan nokta listesi oluşturacağım.



Şekil 4.84. Algoritmik düşünme becerisinin sistematiik yapıyı kurma temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Ali'nin burada matematiksel verileri teknoloji ortamı nasıl aktaracağını ve o ortamda nasıl kullanacağını adım adım ifade etmesiyle bilgi işlemsel düşünmede *algoritmik düşünme* becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri olarak düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.85).



Şekil 4.85. Ali'nin algoritmik düşünmeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Algoritmik düşünme becerisinin incelendiği sıradaki temel basamak matematikselleştirme olmuştur. Adile'nin 200 metre koşusu probleminin çözümünde problem verileri ile GeoGebra'da oluşturduğu nokta listesini grafik görünümünde yansıtip görmek istemiştir. Ayrıca GeoGebra'nın hesap tablosuna aktardığı verilerde değişiklik yapmak istemiştir (bkz. Tablo 4.42 ve Şekil 4.86). Bu değişiklik oluşturulan noktaların değerlerinin daha sade hale gelmesini sağlamıştır. Adile'nin burada matematik bilgisini GeoGebra'ya aktarabilmesi ve GeoGebra'da oluşan yapıyı matematik bilgisi sayesinde düzenlemesiyle teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde Adile'nin *matematikselleştirme* temel basamağının *teknolojik ve matematiksel gösterim arasında geçiş yapma* alt basamağındaki ilişkin zihinsel eylem örnekleri olarak düşünülmüştür.

Tablo 4.42. *Algoritmik Düşünme Becerisinin Matematikselleştirme Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Matematikselleştirmede teknolojik ve matematiksel gösterim arasında geçiş yapma örneği**

Cebir penceresine gideyim. Burada nokta listesinden şu koordinat düzlemine yansıtmak istiyorum. Çünkü şeyde göremedim, regresyon kısmında, tam olarak eşit olmadığı için aralıkları. Ondan sonra böyle yapmam da çok mantıklı olmadı çünkü. Şuradaki 2020'leri değiştirmek istiyorum. Bunu 19 şekilde yazarak görmek istedim. Böylece daha küçük bir alanda onları daha net görebilirim. (2020→20, 2019→19 şeklinde düzeltmeler yapıyor.)



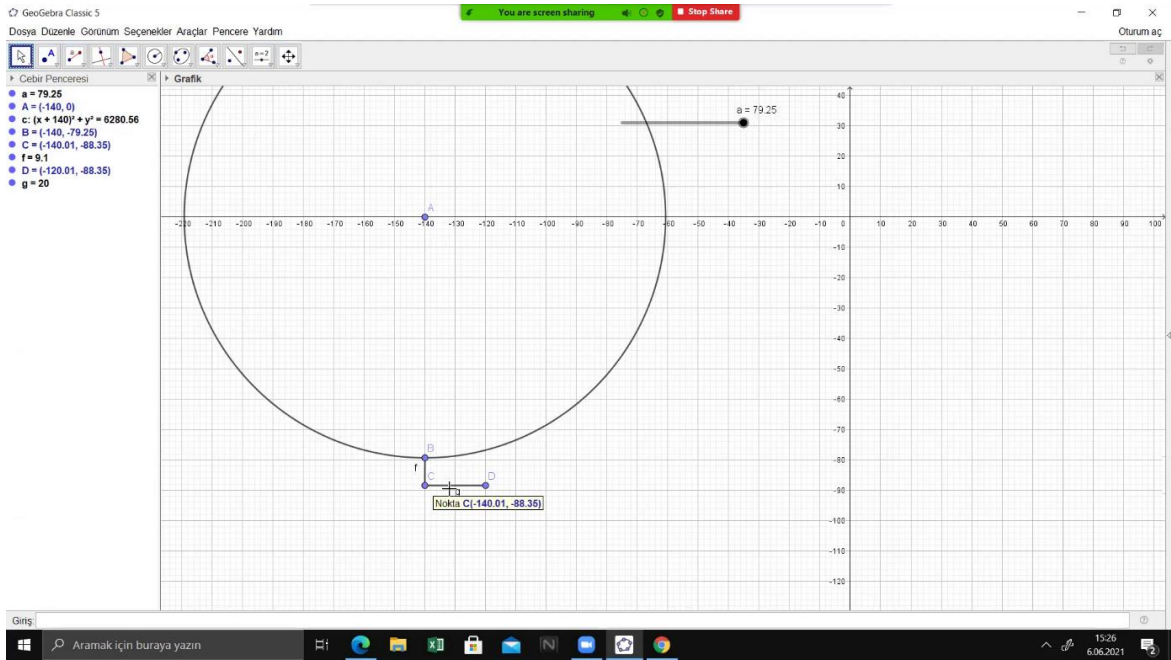
Algoritmik düşünmenin matematikselleştirme temel basamağının incelendiği diğer örnek Yağmur'un dönme dolap problemi çözümünün bir kısmı ile devam etmiştir. Yağmur çözümünde GeoGebra'da dönme dolabı temsil eden bir çember oluşturmak istemiştir. Bu çemberin yarıçapını bir sürgü yardımıyla değiştirebileceği şekilde inşa edeceğini ifade etmiştir. Bu çemberi inşa ederken Yağmur hem matematik bilgilerinden hem internetten elde ettiği bilgilerden hem de teknolojinin avantajlarından yararlanmıştı (bkz. Tablo 4.43). Böylece, Yağmur elindekilerle ve deneyimleriyle yardımcı bir matematiksel model elde edip GeoGebra sayesinde o modelin denklemini de elde etmiştir (bkz. Şekil 4.88). Bu kısımda teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde Yağmur'un *matematikselleştirme* temel basamağında *YMM'lerin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma* alt basamağına ilişkin zihinsel eylemlerinin örnekleridir.

Tablo 4.43. *Algoritmik Düşünme Becerisinin Matematikselleştirme Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Matematikselleştirmede YMM'lerin cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulma örneği**

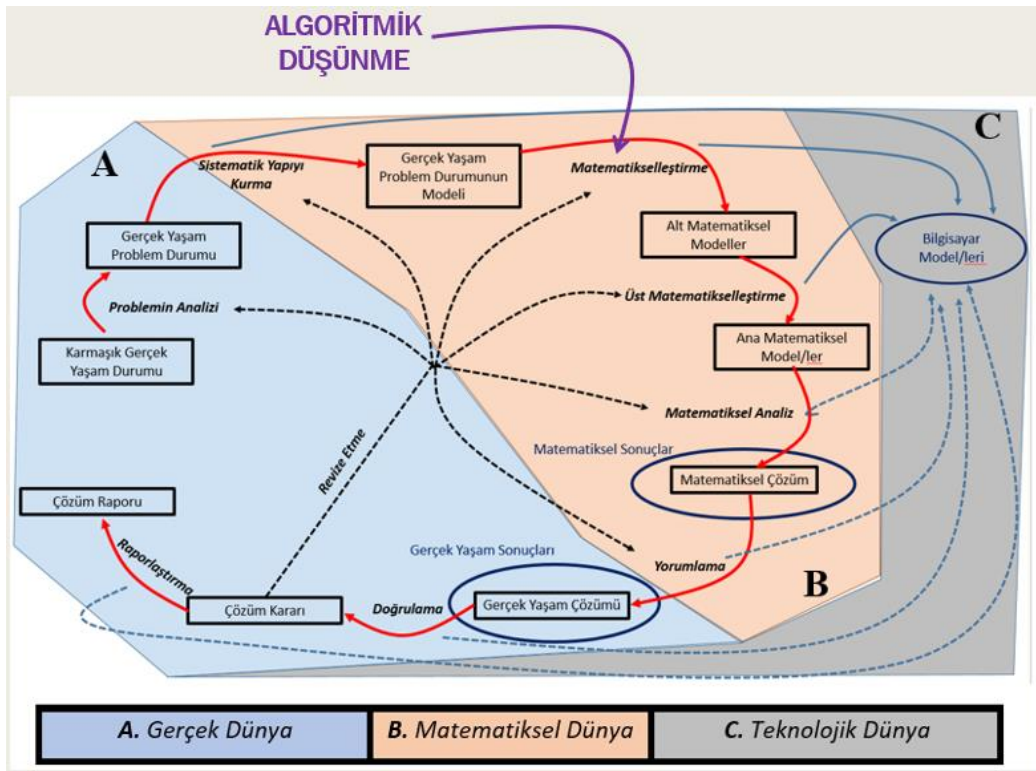
Ne olacak sonucu acaba? Ben ilk önce denemeye başlayayım bir, GeoGebra. Ben sürgü oluşturmak istiyorum. (Min noktası 1, max noktası 79,25 olan 1 artışlı sürgü oluşturur.) Sonra, şuraya koysam, (merkezi orijin olan bir çember oluşturmaya başlar, iptal eder) 25 de var ama sürgüde şey gösteriyor sanırım, üstü küçük olarak alsam sorun olmaz herhâlde ama? Artış 1 dedim ya, dur tekrar, (min 1, max 79,25 ve artış 0,25) sürüklemem 0,25. Şey düşündüm ben, tabi bilmiyorum halledememiş olabilirim tam dolabı da. 158,5 metrelik çapı var 79,25 yarıçapı oluyor. Bu yüzden o dönme dolabın çember gibi düşünüp, hani, 2 boyutlu gibi şu anlık düşünüyorum ama bir çember de oluşturmak istedim. Bunun için buna a diyeyim. (Yarıçapı sürgüye bağlı, merkezi orijinde olan bir çember oluşturur.) Tamam tamam doğru. Burada ben nerede yanlış yaptım, tamam anladım. Şöyle düşünsem mesela, uzaklığı hakkında ne bulabilirsin ... şu alt kısmına ne diyeyim, 9,1 metrelik bir alt kısmının olması gerekmez mi ya? 158,5'luk çapı varsa, 167,6 metreyse 9,1 metrelik alt kısmının olması gerekiyor. Doğru parçası mı kullansam acaba? Şu alt kısmını o şekilden çok anlayamadım, bazı yerlerde dik, bazı yerlerde eğik gibi gözükte gözüme. Dikmiş gibi o durmuş. Şu an fotoğraflara bakayım ben olmadı, bir saniye. Burada eğik gibi, burada dik. Şuradan bir Pisagor'dan, en tepede olduğunu mu düşünsem diye düşündüm dönme dolabın. Şu kısmı da dik gibi düşünsem, şuradan bir Pisagor gelecekmiş gibi hissettim, en tepede olduğunda ama bilmiyorum yanlış düşünmüş de olabilirim çünkü. 1110 tane koltuk mu var burada...





Şekil 4.88. Algoritmik düşünme becerisinin matematikselleştirme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Yağmur'un çözümünün adımlarında nasıl ilerleyeceğini söylemesi, GeoGebra'yı çözümünde nasıl kullanacağını ifade etmesi ve çözümde nerede Pisagor Teoremini kullanacağını belirtmesi onun bilgi işlemsel düşünmede *algoritmik düşünme* becerisine yönelik zihinsel eylem örnekleri gösterdiği düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.89).

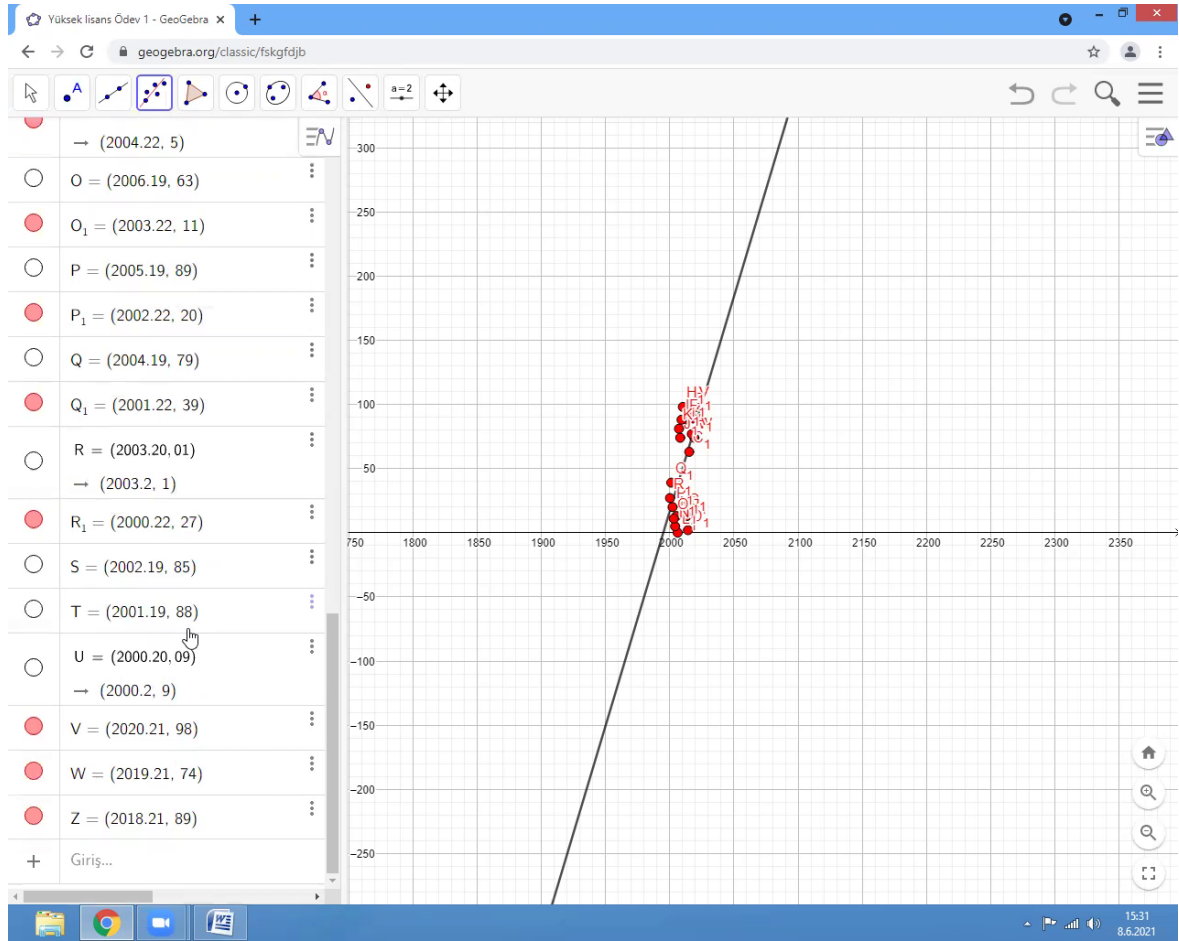


Şekil 4.89. Yağmur'un algoritmik düşünmeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Algoritmik düşünme becerisinin incelendiği sıradaki temel basamak üst matematikselleştirme olmuştur. Utku 200 metre problemi çözümü için kullanacağı GeoGebra aracının *en iyi uyum doğrusu* olacağını belirtmiştir (bkz. Tablo 4.44). En iyi doğrusu oluşturabilmesi için ilk önce elinde noktalar olması gerekmiştir, bunun için problem verilerini sıralı ikili şeklinde GeoGebra'ya aktarmıştır. Bu sıralı ikilileri GeoGebra'da nokta olarak tanımlayarak bu nokta kümesinin ifade eden en iyi uyum doğrusunu inşa etmiştir (bkz. Şekil 4.90). Böylece Utku'ya matematiksel sonuçlar verecek olan ana matematiksel modelini inşa etmesini sağlayan yardımcı matematiksel modeller inşa etmiştir. Bu kısımda teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde Utku'nun *üst matematikselleştirme* temel basamağının *AMM için gerekli verileri YMM'lerden elde etme* alt basamağında zihinsel eylem örnekleri gösterdiği düşünülmüştür.

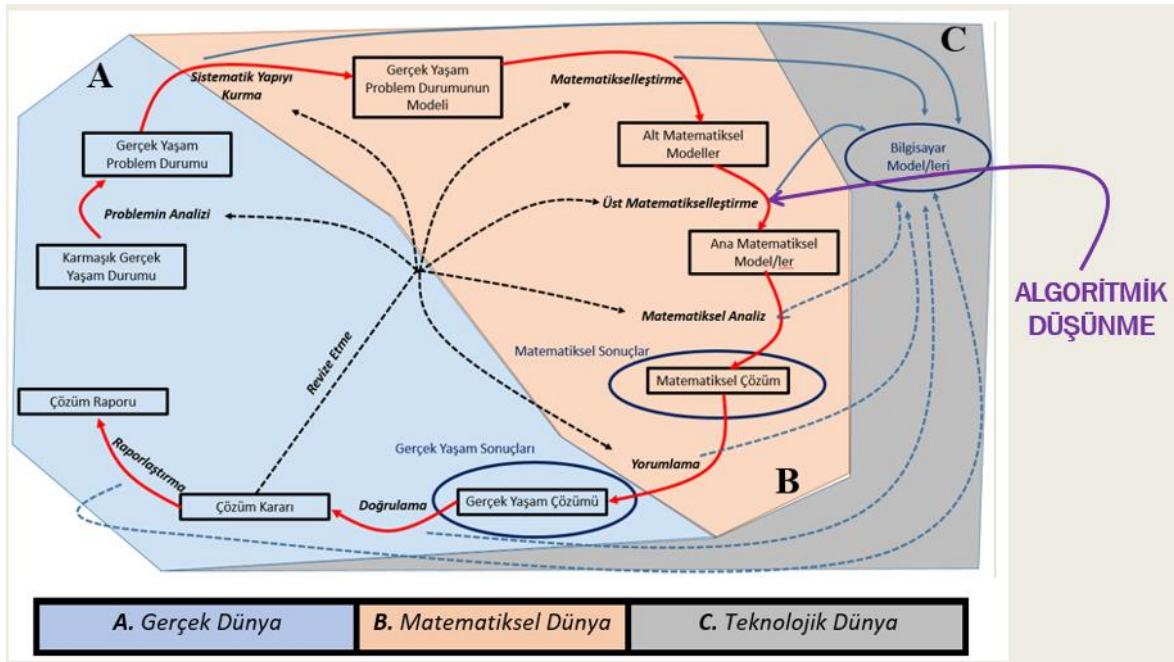
Tablo 4.44. *Algoritmik Düşünme Becerisinin Üst Matematikselleştirme Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

<b>Üst matematikselleştirmede AMM için gerekli verileri YMM'lerden elde etme örneği</b>
<p>...en uyumlu doğruyu bulmam lazım benim. Şimdi o zaman ben, şöyle bunları girmeye başlayayım. (Tek tek rekor sürelerini sıralı ikili olarak girmeye başlar.) ... Bunlar erkek, ilk önce erkekleri girelim. ... (Tüm rekor süreleri tek tek eliyle bir nokta olarak giriyor. x değeri yıl y değeri süreler olacak şekilde. Fakat x değerlerini girerken yanlışlık yapıyor, nokta ve virgül koyacak yerleri karıştırıyor. Bunun farkına varmıyor.) ... Şimdi kadınlarla erkekleri böyle yaptım. ... Şunun hepsini tarayabilmem... hayır, hayır, hayır. Şöyle hepsini tarabil... taramam lazım ... En iyi uyum doğrusu ama bu simetrik değil. ... cebir penceresinde görmek istiyorum. ... Bir dakika ya. Hesap tablosu, iki değişkenli regresyon analizi desem, buradan mı yapmıştık? Buradan değil. Ben buradan nasıl çıkacağım ya? Çıkmadı.</p> <p>Kayma oldu. Evet, bu açıklar kadınlar. En iyi uyum doğrusu, en iyi uyum doğrusu. ... Pardon yanlış yaptık (Etiketlerini göstermeyi gizledi.). Şöyle, etkinleştir. ... Şuradan en iyi uyum dorusunu seçelim ve seçtik. Niye böyle bir şey oluşturdu?</p>



Şekil 4.90. Algoritmik düşünme becerisinin üst matematikselleştirme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Utku bu kısımda en iyi uyum doğrusu ile sonuç olabilmek için elindeki verileri GeoGebra’da nasıl kullanacağına karar vermiş olmuştur. Bu verileri sıralı ikili şeklinde GeoGebra’ya aktarması (GeoGebra’ya aktarırken notasyon hatası yapmış olsa da), sıralı ikilileri nokta listesi şeklinde tanımlaması ve bu nokta listesinden bir en iyi uyum doğrusu onun bilgi işlemsel düşünmede *algoritmik düşünme* becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri gösterdiği düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.91).



Şekil 4.91. Utku'nun algoritmik düşünmeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

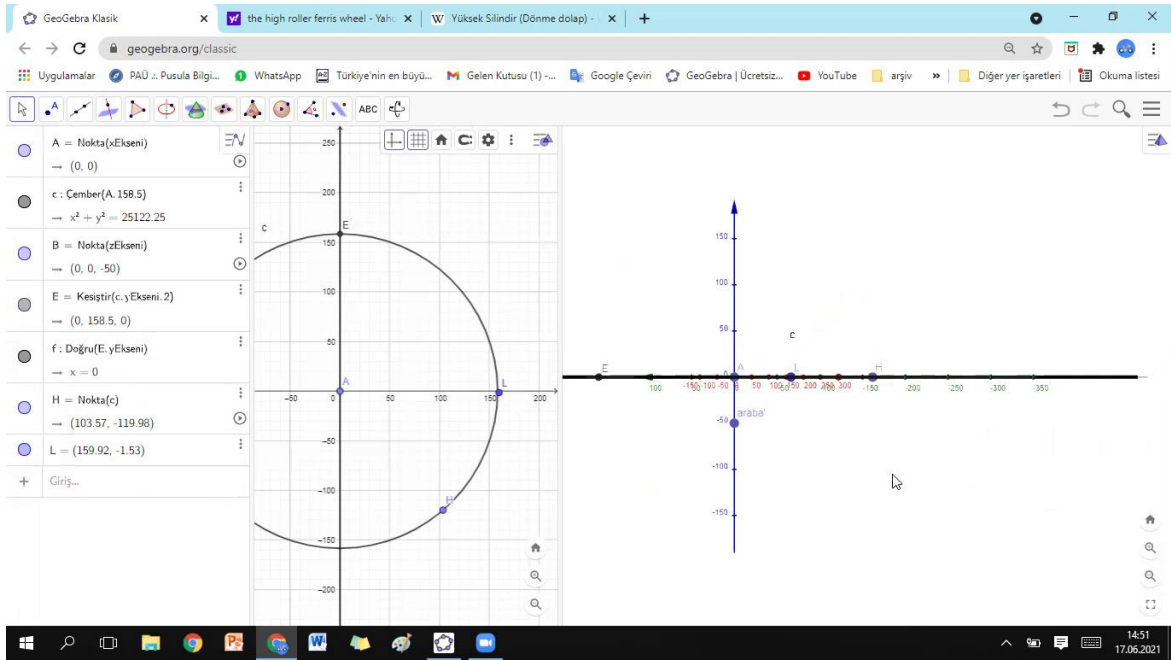
Üst matematikselleştirme temel basamağında algoritmik düşünme becerisi Adile'nin dönme dolap problemi çözümünün bir kısmı ile devam etmiştir. Adile çözümünde Mustafa'nın arabasının konumu GeoGebra'da gösterebilmek için elindekileri inceleyip bulması gereken parçaların neler olduğu ifade etmiştir (bkz. Tablo 4.45). Adile yardımcı matematiksel modellerinin yapılandırarak ana matematiksel modelini teknolojik ortamda yapılandırmaya başlamıştır (bkz. Şekil 4.92). Böylece Adile'nin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *üst matematikselleştirme* temel basamağının *YMM'lerin yorumlanmasına olanak sağlayan teknolojik sistemi kurma* ve *bağımlı-bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme* alt basamağına ilişkin zihinsel eylemler gösterdiği örnekler olarak ifade edilmiştir.

Tablo 4.45. *Algoritmik Düşünme Becerisinin Üst Matematikselleştirme Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Üst matematikselleştirmede YMM'lerin yorumlanmasına olanak sağlayan teknolojik sistemi kurma örneği**

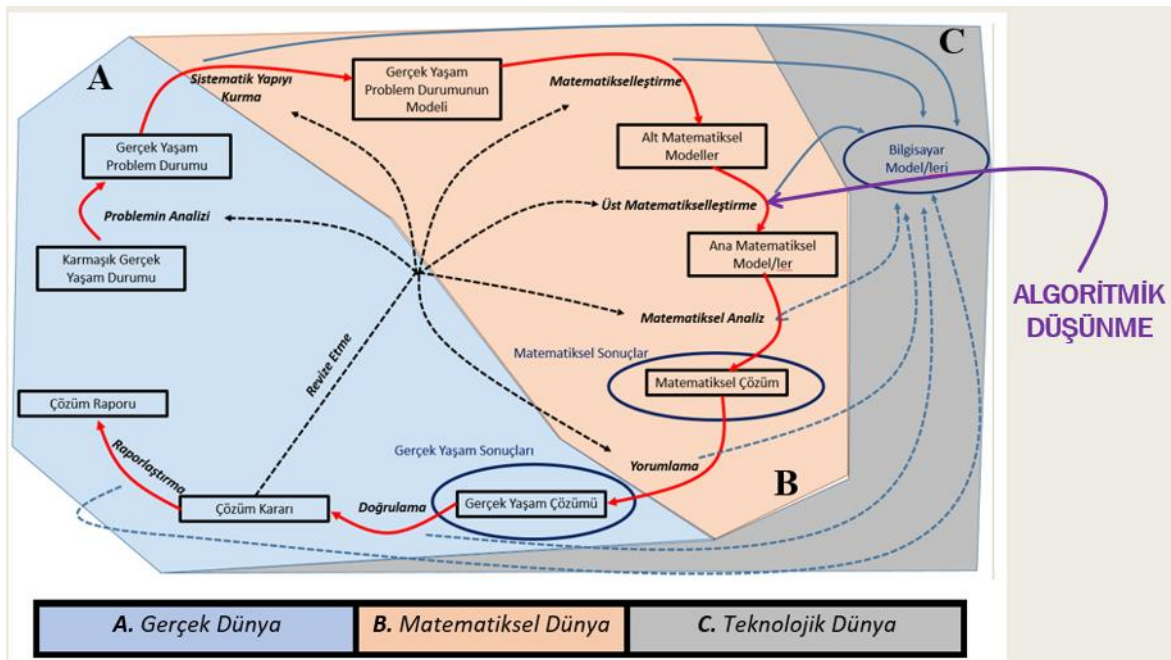
Bu ızgaranın olduğu yer, x ve y düzlemi, yani, şu çizdiğim çember xy-düzlemi üzerinde, araba da z o zaman. Şimdi x düzlemini biliyorum, y düzlemini biliyorum o zaman ona göre rahat bir koordinat oluşturabilirim şimdi. Daha emin olmak için şurada bir nokta alayım, 200 evet (200,0 noktası oluşturdu). Burası x (x eksenini gösteriyor fareyle üç boyutlu sistemde). O zaman ben şurada bir nokta istiyorsam, bu noktanın koordinatını cebir penceresine yazacağım ve -50 bunu biliyordum zaten. y'ye baktığımda, x 150 civarında ama onun bir yüksekliği var, artı 9,2 diyeceğim, yani, 167,2 pardon 2. x, z, y'yi bulmam gerekiyor sadece. (D2) y'yi bulursam bu noktayı çizebilirim. Şimdi y burası olduğuna göre (üç boyutlu sistem üzerinde y eksenini gösteriyor), hı tamam. y'de x'le ilgili galiba. Ah, y burasıydı (y ekseninin doğru konumunu fark ediyor).

(GeoGebra'nın giriş kısmına (-167,7,-50) yazıyor.)



Şekil 4.92. Algoritmik düşünme becerisinin üst matematikselleştirme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Adile'nin burada noktayı oluşturmak için nelere ihtiyacı olduğunu belirtmesi ve sonrasında nasıl elde edeceğini ifade etmesi onun bilgi işlemsel düşünmede *algoritmik düşünme* becerisine yönelik zihinsel eylem örneklerinin göstergesi olarak görülmüştür (bkz. Şekil 4.93).



Şekil 4.93. Adile'nin algoritmik düşünmeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

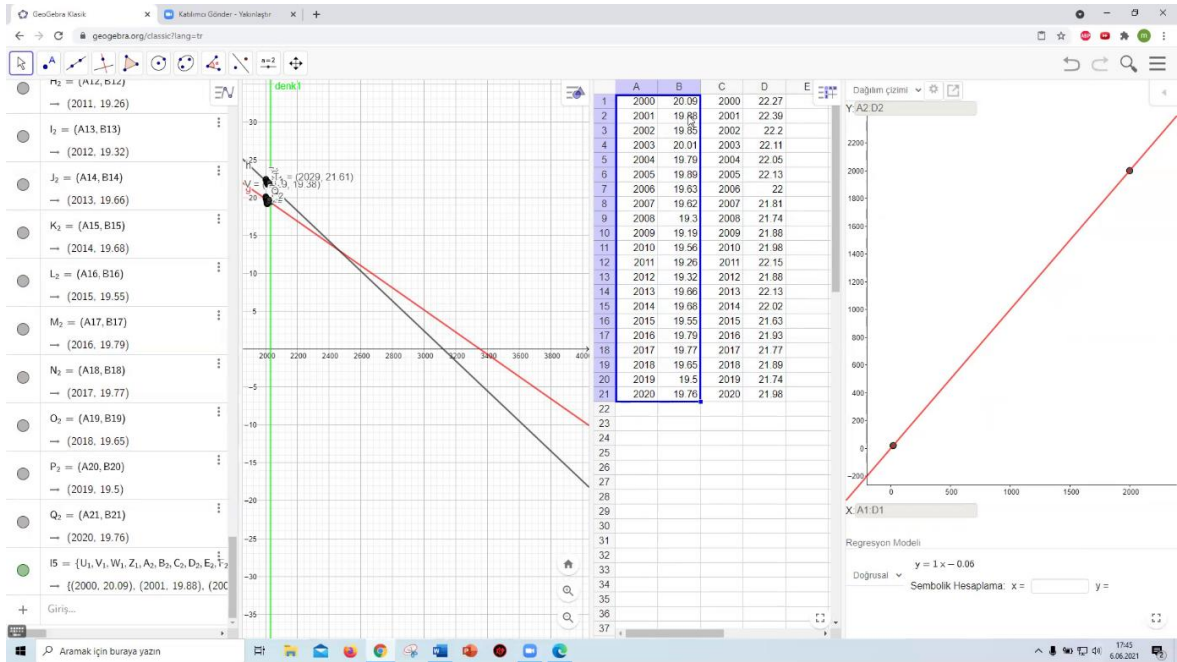
Algoritmik düşünme becerisinin incelendiği sıradaki temel basamak matematiksel analiz olmuştur. Ali 200 metre koşusu probleminin çözümünde matematiksel sonucu

bulduktan sonra matematiksel modelini geliştirmek, herhangi bir yılda gelebilecek tahmini rekor sürenin sonucunu veren bir model oluşturmak istemiştir (bkz. Tablo 4.46). Bunun için regresyon doğrusunu kesen ve  $y$  eksenine paralel olan ve bir sürgüyle konumu değiştirilebilen bir doğru inşa etmiştir ve bu iki doğrunun kesişim noktası tanımlamıştır. Böylece istenilen yıldaki rekor süreyi kesen doğruyu hareket ettirerek elde edebilecek teknolojik bir sistem oluşturmuştur (bkz. Şekil 4.94). Bu durumda ana matematiksel modellerin kesişimini kullanarak modelini geliştirmesiyle Ali'nin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *matematiksel analiz* temel basamağının *Y/AMM'lerin grafiksel veya cebirsel gösterimlerinden yararlanma* ve *matematiksel ve teknolojik bilgilerden yararlanma* alt basamağına ilişkin zihinsel eylem örneklerinin göstergesi olarak düşünülmüştür.

Tablo 4.46. *Algoritmik Düşünme Becerisinin Matematiksel Analiz Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

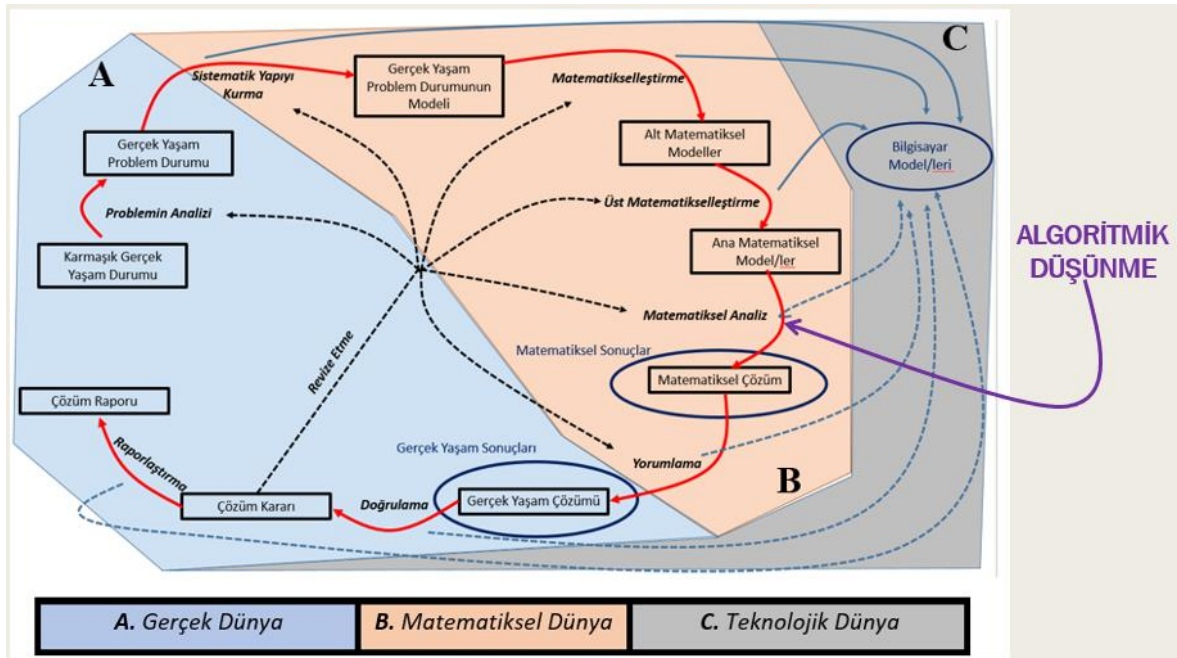
**Matematiksel analizde Y/AMM'lerin grafiksel veya cebirsel gösterimlerinden yararlanma örneği**

Evet, 2030 yılında erkek koşucuların yaklaşık olarak 19,36 saniyede koşabileceğini söyleyebiliriz bu analizden. Tabi ki tahmini ne söyleyebilirsiniz dediğine göre 2030 yılında 19,36 saniye olarak erkeklerde bir rekor denemesi olabilir. Diğer yıllara da bakalım. 2031 yılında 19,34; 2029 yılında... Şunu söyleyebilirim, erkeklerde yani, 2030 yılında 19,37... 2030 yılında 19,36 saniyede rekor denemesi gelebilir yani, erkeklerde. 19,36. Yani şu aralıkta olmuş olabilir. 19,36. Yani, 19,30 ile 19,40 arasında bir değer olabilir ama net olarak daha da küçültecek olursak 19,36. Bulduğumuz regresyon analizindeki denklemde 19,36 olarak buluyorum. 2031 yılında 19,34; 2029 yılında ise 19,37 gelmiş değerler. Bu şekilde GeoGebra'dan yararlanarak erkeklerin verilerini bulabiliriz. Hatta bir sürgü yardımıyla da bunu göremeye çalışalım. (Bir  $a$  sürgüsü oluşturur, min 0 max 5000 değenleri arasında)  $a$  sürgüsü olsun.  $x=a'y$ ı oluşturalım.  $a$  sürgümüz yıl olacak. (Sürgünün ayarlarını değiştiriyor.) Başlık & Değer olacak. Rengini değiştirelim, yeşil yapayım. Rengini renkli yapayım hepsinin, çok güzel. Sonra kesişimlerini kullanalım. (Kesişim aracını kullanarak sürgünün kontrol ettiği doğru ve regresyon doğrusunun kesişimini aldı.)  $V$  noktası bizim kesişimimiz oldu. Bunu da değer versin. (Ayarlardan Ad & Değer şeklinde etiketi değiştiriyor.) Bizden istenilen 2030 yılına geldiğimizde 19,36 değerini buradan da bulabiliriz.



Şekil 4.94. Algoritmik düşünme becerisinin matematiksel analiz temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Ali'nin bu kısımda GeoGebra'da regresyon doğrusunu kesen doğru ve onu kontrol edecek sürgüyü inşa etmesi için belirli adımları takip etmesi onun bilgi işlemsel düşünmede *algoritmik düşünme* becerisine ilişkin zihinsel eylem örneklerinin göstergesi olarak düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.95).



Şekil 4.95. Ali'nin algoritmik düşünmeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Matematiksel analiz temel basamağında algoritmik düşünme becerilerinin incelendiği diğer örnek Yağmur'un dönme dolap problemi çözümünün bir kısmı ile devam

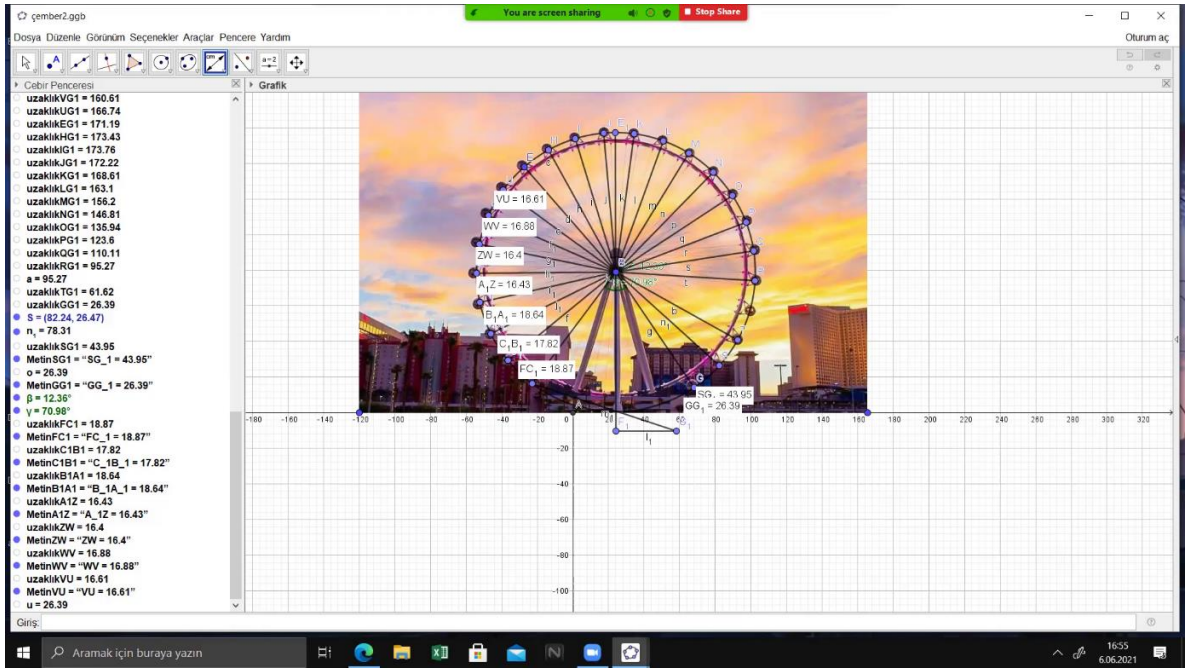
etmiştir. Yağmur çözümünde matematiksel sonuca ulaşmak için hem teknolojiyi hem matematiği kullanarak hesaplamalar yapmış ve GeoGebra’da matematiksel modelini oluşturmuştur (bkz. Tablo 4.47). Problem durumunda verilmeyen ama teknolojik sistemi oluşturabilmesi için gerekli olan uzunlukları bulmak için hesaplamalar yapmıştır. Teknolojik sistemini oluşturduktan sonra GeoGebra’nın dinamik yapısını kullanarak kritik durumlardaki farklı matematiksel sonuçları da değerlendirmiştir (bkz. Şekil 4.96). Bu durumda Yağmur’un teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *matematiksel analiz* temel basamağının *matematiksel çözüme ve sonuçlara ulaşmak için hesaplama yapma, matematiksel çözümü ve sonuçları veren teknolojik sistemi kurma ve teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma* alt basamaklarına ilişkin zihinsel eylem örnekleri görülmüştür.

Tablo 4.47. *Algoritmik Düşünme Becerisinin Matematiksel Analiz Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Matematiksel analizde matematiksel çözümü ve sonuçları veren teknolojik sistemi kurma örneği**

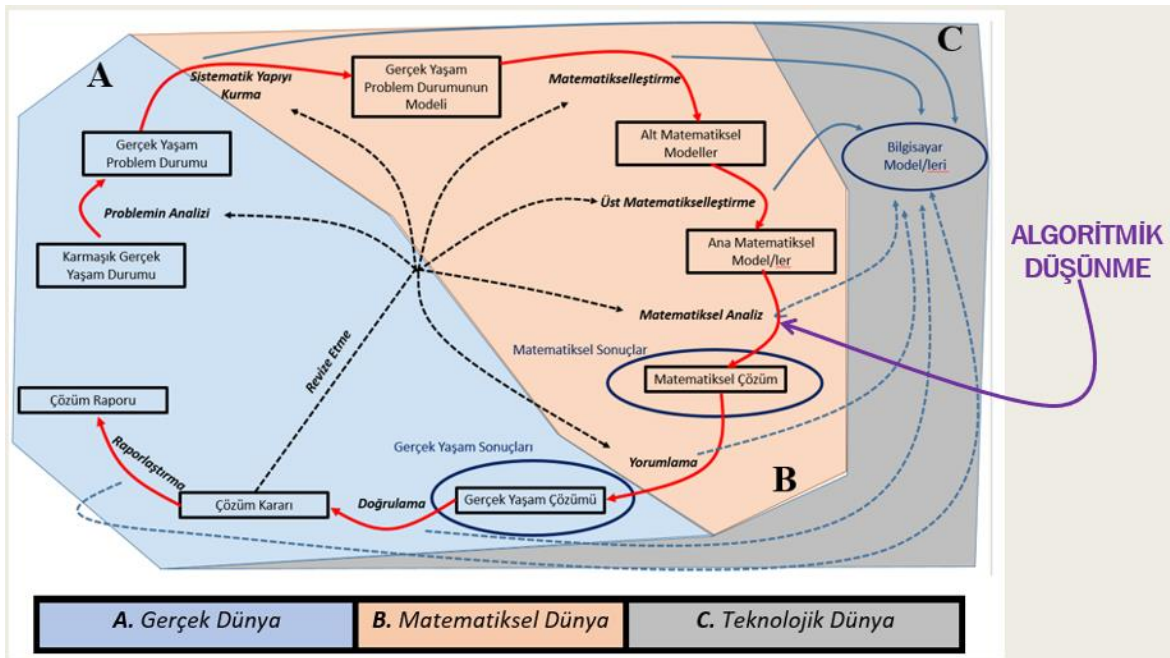
79,25, yarıçapı oluyor, çünkü çapı ... 158,5. Evet, 158,5’tu. Buradan yüksekliği 167,6 olduğundan ben şurada 9,1’lik bir kısım kaldığını düşündüm. Daha sonra tepe noktası mesafe, burada arabanın uzaklığını hesapladım, burası 35,19 çıktı. Sonra mesela H noktasına geldiğinde bu, dönme dolap saat yönüne, yönüne dönüyor gibi düşündüm. Videodan öyle anladım ama saat yönünde dönüyormuş gibi düşündüm. H’de mesela, 99,27 oldu burada, yani, burada arabanın mesafesi, arabanın uzaklıklarını hesapladım. Ama şurada işte benim amacım şeydi aslında, kabinleri eşit olarak yerleştirmek istedim ama yerleştiremedim. Çünkü dediğim gibi orada dizi mi kullanmam gerekiyordu, çemberi eşit, çemberin üzerinde eşit noktalar oluşturamadım, eşit aralıklı noktalar. Ama yaklaşık olarak yatığımda mesela şey düşündüm. İşte buradan uzaklıkları görmüştüm, sanırım ya, sildim sonradan bazılarını da. 85, 102, 117 falan oluyordu, mesela, ben şu noktadan, şuradan başladığımı düşündüm, mesela, Mustafa buradan bindi, evet, buradan bindi, Mustafa buradayken, işte, mesela, 85. Sonra bu noktaya geliyor ya, saat yönünde dönüyor... Uzaklık artıyor, uzaklık arabasına olan uzaklık, 108, 117, 131, 143, yani gittikçe uzaklık artıyor. En son şey noktasında, hangisiydi, HG1, he, H’de 137 oluyor, G’de, G gidiyorum ya, J’de 172’ye düşüyor. Yani, J’den sonra düşmeye başlıyor uzaklık. Azalmaya başlıyor, tekrardan, Mustafa’nın arabaya olan bakışında. İşte sonra 95’e kadar düşmüş mesela, burada şey, bir dakika, en son şu nokta, şu noktanın uzaklığı kaç geliyordu, G noktası, nasıl buldum az önce ya, 26,39 geliyormuş.





Şekil 4.96. Algoritmik düşünme becerisinin matematiksel analiz temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

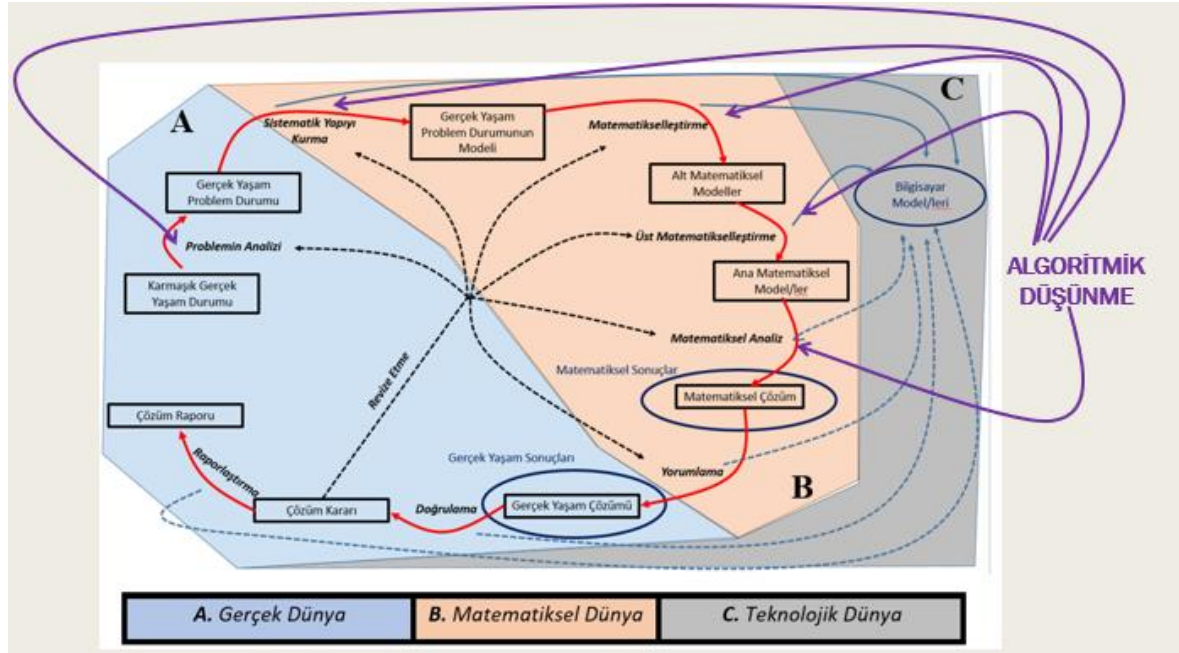
Yağmur'un gerekli uzunlukları bulmak için yaptığı hesaplamalarda işlem sırasını takip etmesi ve bu uzunluklar dahilinde teknolojik sistemini adım adım inşa etmesi onun bilgi işlemsel düşünmede *algoritmik düşünme* becerisine ilişkin zihinsel eylem örneklerinin göstergesi olarak düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.97).



Şekil 4.97. Yağmur'un algoritmik düşünmeyi örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

#### 4.4.1. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Algoritmik Düşünmeye İlişkin Zihinsel Eylemlerine Yönelik Bulguların Genel Özeti

Algoritmik düşünme becerisinin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki temel basamakların hangi alt basamaklarda görüldüğü ve görülmediği bu kısımda sunulmuştur (bkz. Şekil 4.98).



Şekil 4.98. Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde algoritmik düşünme becerisinin zihinsel eylem olarak açığa çıktığı temel basamaklar

Algoritmik düşünme becerisi *problemin analizi* temel basamağının *basit varsayımlar yapma* alt basamağı dışındaki diğer alt basamaklarında zihinsel eylem olarak algoritmik düşünme becerisi görülmemiştir. *Sistemli yapıyı kurma* temel basamağının *çözüm için gerekli/gereksiz stratejik etkenleri/bilgileri ayıklama* ve *stratejik etkenleri gruplandırma* alt basamaklarında zihinsel eylem olarak algoritmik düşünme becerisi görülmemiştir. *Matematikselleştirme* temel basamağının *bağımlı-bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme, stratejik etkenleri matematiksel sembollerle ifade etme, stratejik etkenleri yorumlama, YMM'lere ilişkin ön tahminlerde bulunma, teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma* ve *teknolojik ve matematiksel gösterim arasında geçiş yapma* alt basamaklarında zihinsel eylem olarak algoritmik düşünme becerisi görülmemiştir. *Üst matematikselleştirme* temel basamağının *YMM'lerin cebirsel gösterimlerinden yararlanma, teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma, gerekli YMM'leri belirleme* ve *stratejik etkenleri yorumlama* ve *AMM'ye ilişkin ön tahminlerde bulunma* alt basamaklarında zihinsel eylem olarak algoritmik düşünme becerisi görülmemiştir. *Matematiksel analiz* temel

basamağının tüm alt basamaklarında algoritmik düşünme becerisine ilişkin zihinsel eylemler görülmüştür. *Yorumlama, doğrulama, revize etme ve raporlaştırma* temel basamaklarının tüm alt basamaklarında algoritmik düşünme ilişkin zihinsel eylem örneklerine rastlanmamıştır. Birden farklı çözüm adımları ile gidilebileceği durumlarda önemli olan bir adımla çözüme devam etmeyi seçildiği durumda öğretmen adaylarının algoritmik düşünme becerisi ile aynı zamanda soyutlama becerisi de açığa çıkmıştır. Ayrıca, hata ayıklama becerisinin göstergesi olan hata tespiti yapılırken de öğretmen adaylarının tek tek çözüm adımlarını, düşüncelerini, varsayımlarını kontrol etmesi algoritmik düşünme becerisinin de açığa çıktığının göstergesi olarak düşünülmüştür.

#### **4.5. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Hata Ayıklamaya İlişkin Zihinsel Eylemleri**

Bu kısımda beş öğretmen adayının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkardığı bilgi işlemsel düşünmedeki hata ayıklama becerisine yönelik zihinsel eylem örnekleri sunulmuş ve yorumlanmıştır.

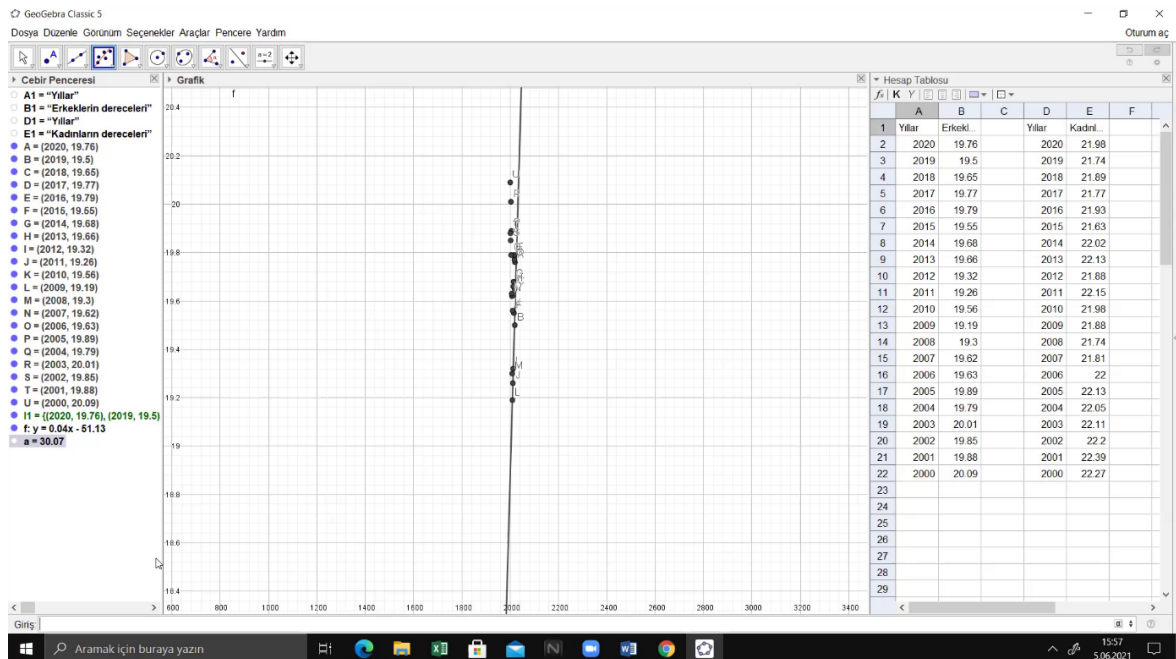
Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkan ayrıştırma becerisi zihinsel eylem örnekleri incelendiğinde açığa çıkan ilk temel basamak yorumlama olarak görülmüştür. Yağmur 200 metre koşusu problemi çözümünde erkeklerin ve kadınların rekor sürelerini ve yıllarını GeoGebra'nın hesap tablosuna ekledikten sonra oluşturduğu sıralı ikililerle en iyi uyum doğrusu oluşturmuş fakat grafik görünümün ön tahmininden çok farklı olmasıyla yanlış yaptığını düşünmüştür (bkz. Tablo 4.48). Sonrasında grafik görünümün ölçeğini değiştirerek doğru olduğu kanısına varmıştır. Oluşturduğu grafiğin denkleminde  $x$  değeri yerine 2030 yazarak bir değer bulmuştur. Bulduğu sonucunda gerçek yaşam durumuna yansımada mantıklı olmadığı kararına varmıştır (bkz. Şekil 4.99). Bu kısımda, Yağmur teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *yorumlama* temel basamağının *gerçek yaşam çözümü ve sonuçlarının problem durumu açısından incelenmesi* alt basamağına ilişkin zihinsel eylem örneklerinin göstergesi olduğu düşünülmüştür.

Tablo 4.48. *Hata Ayıklama Becerisinin Yorumlama Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

**Yorumlamada gerçek yaşam çözümü ve sonuçlarının problem durumu açısından incelenmesi örneği**

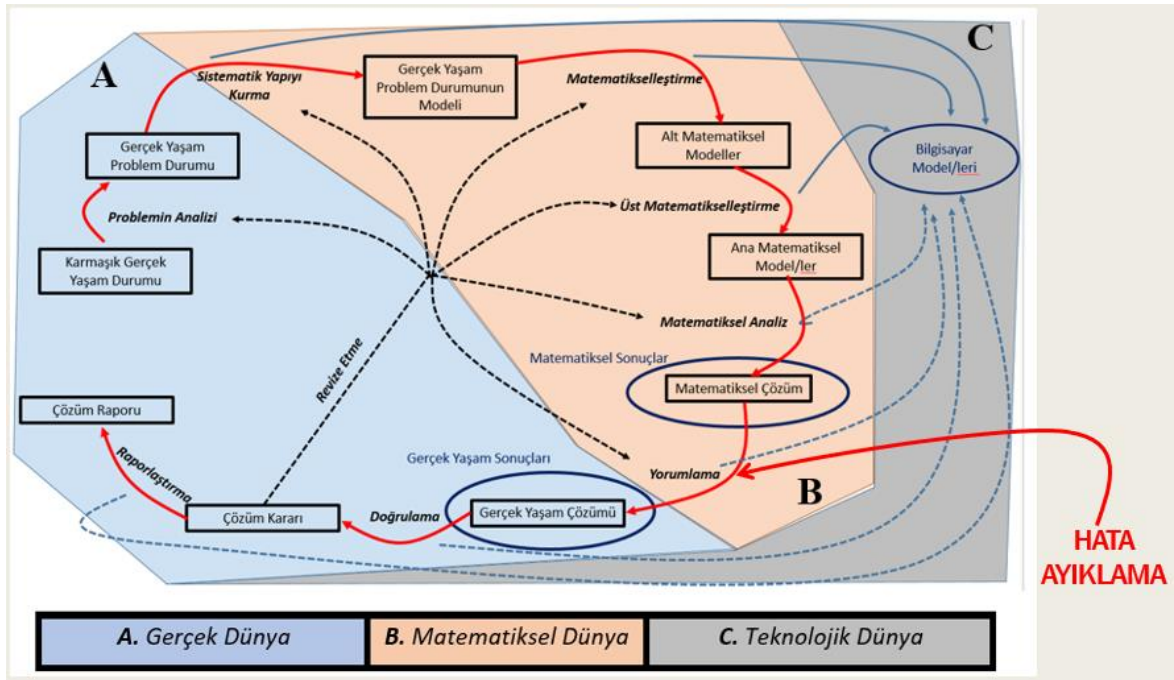
Erkeklerinki şu an, çok iyi göremiyorum. Çünkü ne yapmıştım ben bunu. 1000'e 1 yaptım. En iyi şekilde, bu şekilde görülebilir, gibi. En iyi uyum doğrusunu kullanarak. Bu sefer farklı bir denklem çıktı tabi... 13... böyle bir denklem çıktı ya...

Evet, evet, aynen, dikey oldu. Bir de 1000'e 1 olarak ayarladım. Yani,  $x$  eksenini şu an 1000'li ve yıllara 2000 – 2020 arasında olduğu için, hani, daha iyi gözükür diye de.  $y$ 'ler de zaten 19'la 20,5 arasında değişiyor,  $y$  eksenindeki, süreler. Bu yüzden dikey çıktı. Biraz önce yatay çıkmıştı. Çünkü ben o sıra 2020, 2000 değil de 0'la 20 gibi aldığım için, o zaman, şimdi 2030 aldım, bir dakika, ya biraz önce 30 yazdım, ya niye 30 yazdım bir dakika. Çarpı 2030, doğru mu? (Bu sırada giriş kısmına yeni bulunduğu denklemde  $x$  yerine 2030 yazar ve denklemini girer.  $a = 30,07$  sayısal değerini bulur.) 30,07 geldi şu an. Ama bu da çok, yani... Denkleme göre böyle gelmesi normal de çok mantıksız geldi şu an ya. 2000'den 2020'ye kadar mesela, ne olmuş, 20,019, ya hep 19'la 20 arasında değişmiş, 2030'da süre 30 olmaz ki bu doğruya göre gibi geliyor bana ama denkleme göre öyle çıkıyor tabi. Bu artış miktarından dolayı, her yıl, azalış veya artık. Bir de kadınlarınkine de bakmak istiyorum.



Şekil 4.99. Hata ayıklama becerisinin yorumlama temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

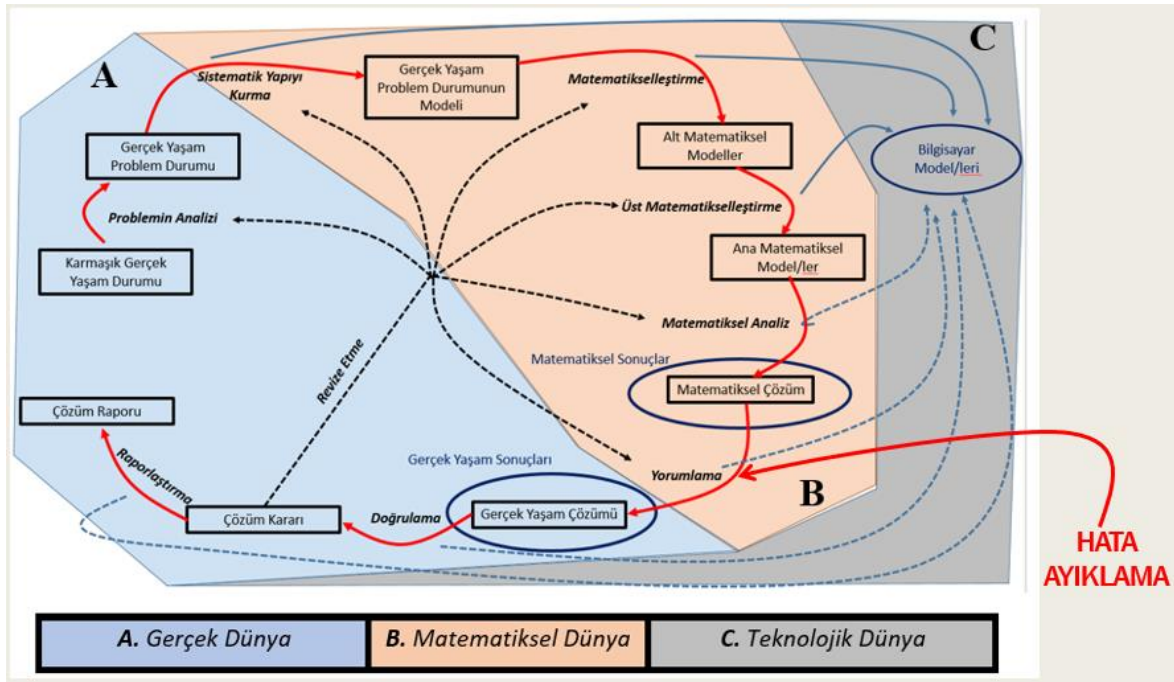
Yağmur, bu kısımda grafik görünümünün farklılığı ve bulunduğu sonucun mantıksızlığı ile işlemlerini ve düşüncelerine tekrar göz atıp hatasını tespit etmeye çalışmasıyla bilgi işlemsel düşünmede *hata ayıklama* becerisine ilişkin zihinsel eylemler göstermiştir (bkz. Şekil 4.100).



Şekil 4.100. Yağmur'un hata ayıklamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Hata ayıklama becerisinin incelendiği yorumlama temel basamağındaki diğer örnek Ali'nin dönme dolap problemi çözümünün bir kısmı ile devam etmiştir. Ali çözümünü bitirince başlangıçta bu dönme dolabın dünyanın üzerinde bir dolap olduğunu ve yatay uzaklığının ihmal edildiği varsayımları ile ilerlediğini ifade etmiştir. Eğer farklı bir gezegende böyle bir dönme dolap olsaydı o zaman nasıl olurdu sorusunu kendi zihninde canlandırmıştır ve bunu karşılamak için dünya olarak oluşturduğu çemberin yarıçapını sürgüyle değiştirilebilecek şekilde oluşturmuştur. Bu sayede ele aldığı varsayımı değiştirerek farklı durumlarda ne olacağını gözlemleyebileceği bir teknolojik sistem oluşturmuştur (bkz. Tablo 4.49 ve Şekil 4.101). Bu durumda Ali'nin başlangıçta ele aldığı varsayımların çözüme etkisini ifade etmesi ve farklı varsayımlarla ilerlenirse de nasıl bir sonuç ortaya çıkabileceği söylemiştir. Böylece, teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde Mustafa'nın yorumlama temel basamağının varsayımları gerçek yaşam çözümü ve sonuçları doğrultusunda irdeleme alt basamağına ilişkin zihinsel eylem örnekleri sergilediğinin göstergesi olarak düşünülmüştür.





Şekil 4.102. Ali'nin hata ayıklamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Hata ayıklama becerisinin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde incelenmesi doğrulama temel basamağı ile devam etmiştir. Adile dönme dolap problemi çözümünde oluşturduğu çemberin üzerinde hareketli bir nokta inşa etmek istemiştir (bkz. Tablo 4.50). Bunun için GeoGebra'da cebir girişi kısmında üç boyutlu bir nokta tanımlamıştır. Fakat tanımladığı noktanın çember üzerinde olmadığını grafik görünümünde fark etmiştir. Bunun üzerine yaptığı işlemleri kontrol ederek düzeltmeler yapmıştır (bkz. Şekil 4.103). Böylece, Adile bu kısımda teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *doğrulama* temel basamağından *işlemleri, düşünceleri ve basamakları kontrol etme* alt basamağına ilişkin zihinsel eylem örneklerinin göstergesi olarak düşünülmüştür.

Tablo 4.50. *Hata Ayıklama Becerisinin Doğrulama Temel Basamağıнын Alt Basamaklarındaki Örneği*

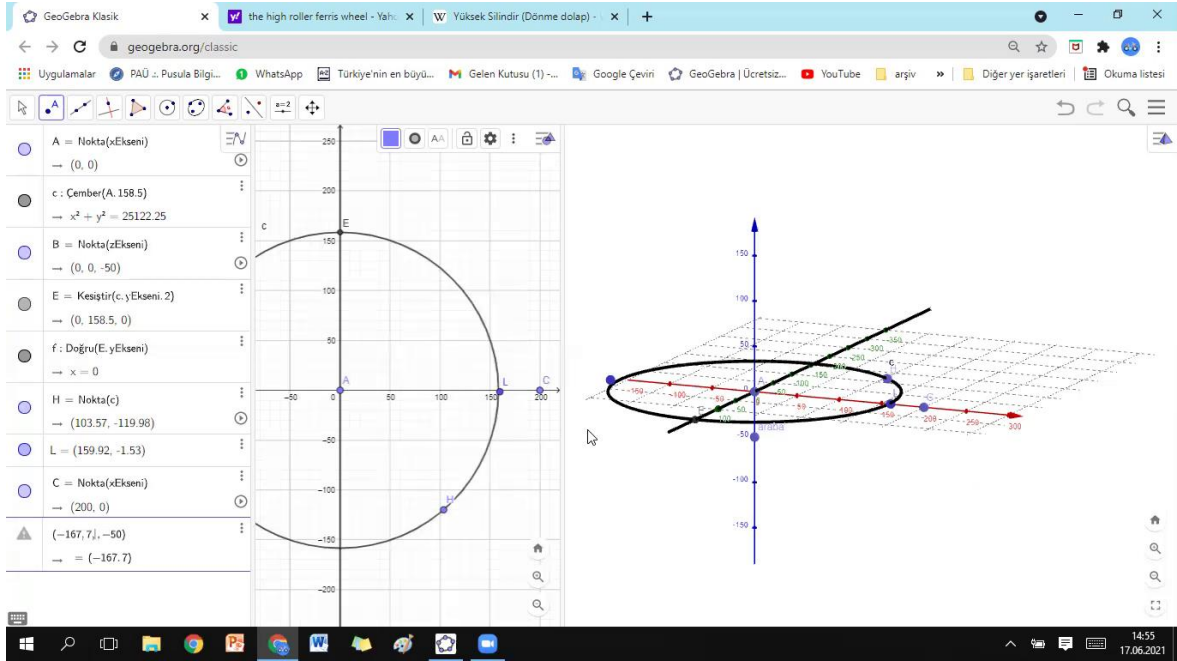
**Doğrulama işlemleri, düşünceleri ve basamakları kontrol etme örneği**

Burası  $x$  ( $x$  eksenini gösteriyor fareyle üç boyutlu sistemde). O zaman ben şurada bir nokta istiyorsam, bu noktanın koordinatını cebir penceresine yazacağım ve  $-50$  bunu biliyordum zaten.  $y$ 'ye baktığımda,  $x$  150 civarında ama onun bir yüksekliği var, artı 9,2 diyeceğim, yani, 167,2 pardon 2.  $x$ ,  $z$ ,  $y$ 'yi bulmam gerekiyor sadece.  $y$ 'yi bulursam bu noktayı çizebilirim. Şimdi  $y$  burası olduğuna göre (üç boyutlu sistem üzerinde  $y$  eksenini gösteriyor), hı tamam.  $y$ 'de  $x$ 'le ilgili galiba. Ah,  $y$  burasıydı ( $y$  ekseninin doğru konumunu fark ediyor). (GeoGebra'nın giriş kısmına  $(-167,7, -50)$  yazıyor.)

...

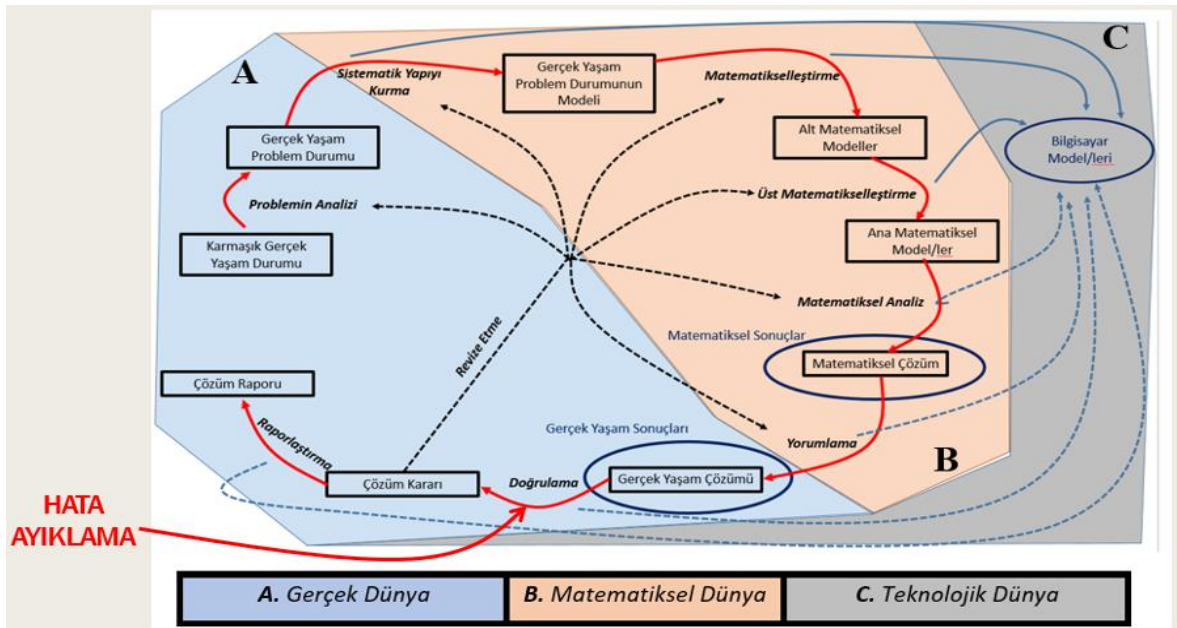
Şu 50'nin, şu çemberin alt noktasındaki iz düşümünü yani, şuralarda bir yerde (çemberin üstündeki bir noktaya dik derinlikle paralel olan doğrultuda bir nokta çizmek istediğinden bahsediyor) bir nokta çizmek istiyorum ama orada  $y$  kaç olur ondan emin olamadım. ...

Düşünüyorum o yüzden. Ya sıfır sanırım. (Cebir penceresinden önceden oluşturmuş olduğu noktanın düzeltilmesini yapıyor.) Sıfır diyerek yapacağım. Olmadı (Koordinat girmeyi hatalı yaptı. Koordinatı  $(-167,7, -50)$  şeklinde değiştiriyor.). Bura değil mi? (Tekrar değiştiriyor ve koordinatı  $(-167,7,0, -50)$  yapıyor.) Evet, oldu mu bu? Olmadı. Şunu sileceğim (Tekrar düzeltme yapıyor ve koordinatı  $(-167,0, -50)$  yapıyor.). Hıh, tamam şimdi yaptım.



Şekil 4.103. Hata ayıklama becerisinin doğrulama temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Adile'nin burada karşılaştığı yanlışlığı kaynağını aramak için yaptığı tespit etme ve düzeltme işlemleri onun bilgi işlemsel düşünmede *hata ayıklama* becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri olarak görülmüştür (bkz. Şekil 4.104).



Şekil 4.104. Adile'nin hata ayıklamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

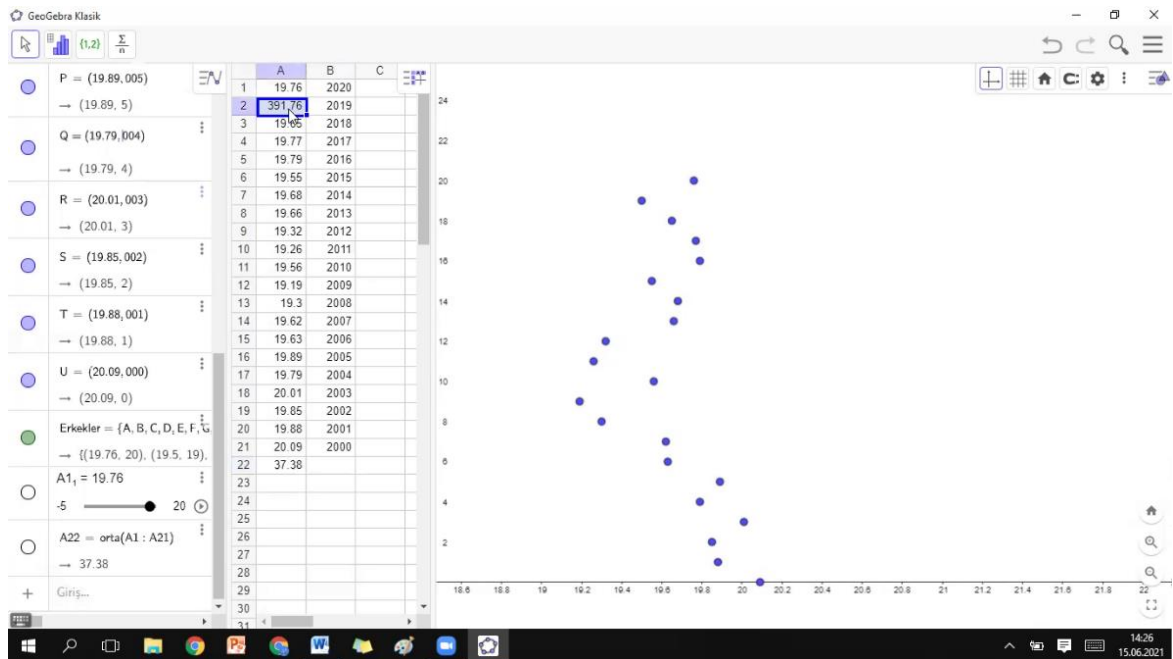


Hata ayıklama becerisinin doğrulama temel basamağında incelenmesi Adile'nin 200 metre koşusu problemi çözümünün bir kısmı ile devam etmiştir. Adile çözümü sırasında problem verilerinde bulunan erkeklerin rekor sürelerini ve yıllarını GeoGebra'nın hesap tablosuna taşıdıktan sonra rekor sürelerin hepsini seçerek GeoGebra'daki aritmetik ortalama alma aracını kullanarak bir değer elde etmiştir (bkz. Tablo 4.51 ve Şekil 4.105). Adile bu kısımda teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *doğrulama* temel basamağının *gerçek yaşam sonuçlarını deneyimlere dayalı tahminlerle veya ölçümlerle karşılaştırma* alt basamağında zihinsel eylemler göstermiştir.

Tablo 4.51. *Hata Ayıklama Becerisinin Doğrulama Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği*

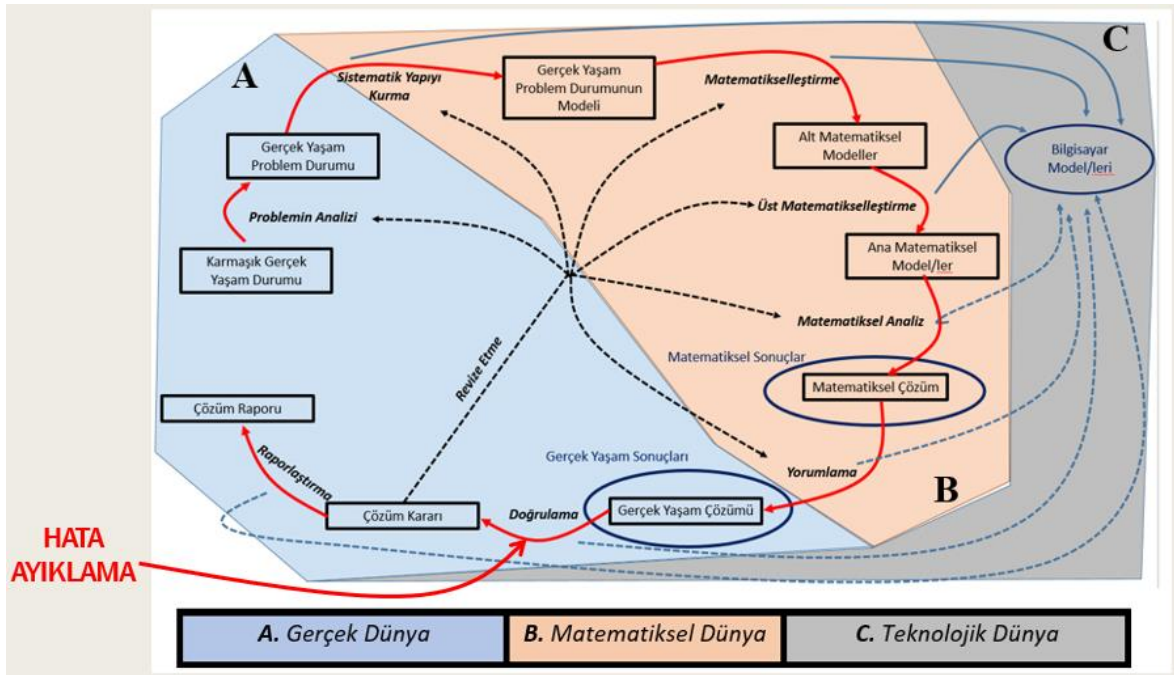
**Doğrulama gerçek yaşam sonuçlarını deneyimlere dayalı tahminlerle veya ölçümlerle karşılaştırma örneği**

Ben bunların ortalamasını almak istersem, nasıl yapsam onu? Hı, tamam. (Ortalama bulma aracı kullanarak yapıyor.) 2000'den 2020'ye vardı. Tamam. Bir tane boşluk bırakmam gerekiyor aslında. Bir şeyler yaptım. Burası 19,76. Düzelttim. Burayı silelim. (Ortalama aracı kullanarak erkeklerin sürelerinin ortalamalarını alıyor. Ortalamanın sayıların genelinden fazla çıktığını fark ediyor. (37,38 çıktı ortalama))  
Şurada bir şeyler oldu. (A2 bloğunu gösteriyor. Oradaki sayı değeri olması gerektiğinden farklı bir halde.)



Şekil 4.105. Hata ayıklama becerisinin doğrulama temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Adile'nin bu kısımda yaptığı işlemlerde bir hatayı fark etmesi onun bilgi işlemsel düşünmeye göre *hata ayıklama* becerisine yönelik zihinsel eylem örnekleri sergilediği düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.106).



Şekil 4.106. Adile'nin hata ayıklamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Hata ayıklama becerisinin incelenmesi revize etme temel basamağı ile devam etmiştir. Ayşe dönme dolap problemi çözümünde GeoGebra'nın üç boyutlu görünümünde çember oluşturmak için yazılımın yönergeleri takip ederek inşa etmeye başlamıştır (bkz. Tablo 4.52). Fakat yönergeleri uygularken yanlış eksen seçtiği için oluşan çember beklediğinden farklı bir düzlemde oluşmuştur. Daha sonra yaptığı işlemleri tekrar gözden geçirerek yanlışını tespit edip isteği şekilde çemberi inşa etmiştir (bkz. Şekil 4.107). Bu kısımda Ayşe'nin işlemlerini tekrar gözden geçirerek hatasını tespit etmesi ve AMM'yi elde etmek için stratejisini güncellemesi onun teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *revize etme* temel basamağından *çözümdeki hata/yanlışın kaynağını belirleme, işlemleri ve düşünceleri tekrar gözden geçirme ve alternatif çözüm stratejileri belirleme* alt basamaklarına ilişkin zihinsel eylem örnekleri sergilediğinin göstergesi olarak düşünülmüştür.

Tablo 4.52. Hata Ayıklama Becerisinin Revize Etme Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği

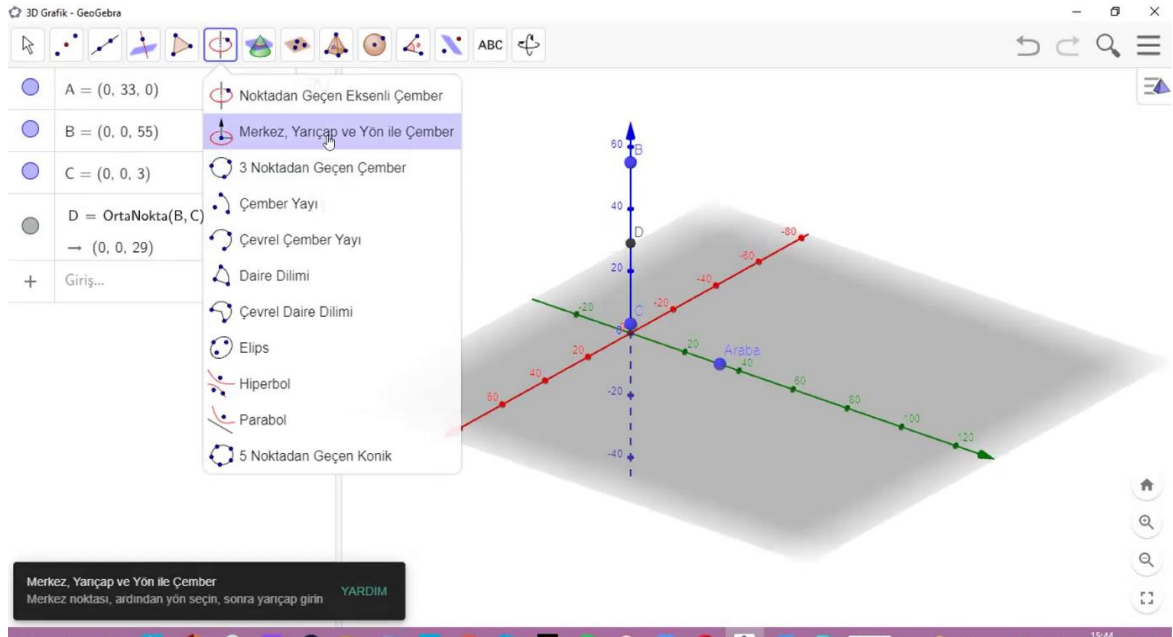
**Revize etmede işlemleri ve düşünceleri tekrar gözden geçirme örneği**

2 nokta arası o zaman, şöyle bir çember çizilecek. Okay. Peki çember araçları hangisiydi? Tam ortası neresi oluyor ya? Şöyle orta noktadan şey yapalım. Tamam. Bu merkez olacak dönme dolabın. Merkez, yarıçap. Yarıçap uzunluğunu bilmiyorum şu an. Hangisini kullanacağım? 3 noktadan geçeni kullanamam herhâlde? Yani, şurada falan bir nokta bilmiyorum. Merkez ve üzerinden bir nokta ile çember çizme vardı, onu hatırlıyorum ama hangisi şu an bilemedim yalnız. Bu ne? (xy-düzlemime paralel bir çember oluştu.) Önce eksen sonra çember üzerinde bir nokta seçin. Bilmiyorum. Eksen. Yanlış mı seçtim? Niye olmadı? Neyi yanlış yaptım? B'ye mi tıklayacaktım? Yo, öyle değil. Yani, eksen etrafında

değil şu an bu çember o yüzden, değil mi? Merkez, yarıçapı, yarıçapı bilmiyorum. Neyse ölçeceğiz illa değil mi, o zaman. Şu an aklıma geldi. Ölç. İyi, 26, tamam. Deminden beri uğraşıyorum. Merkez, niye böyle oldu? Niçin? Seçmem gerekiyor benim burada tam olarak ya?

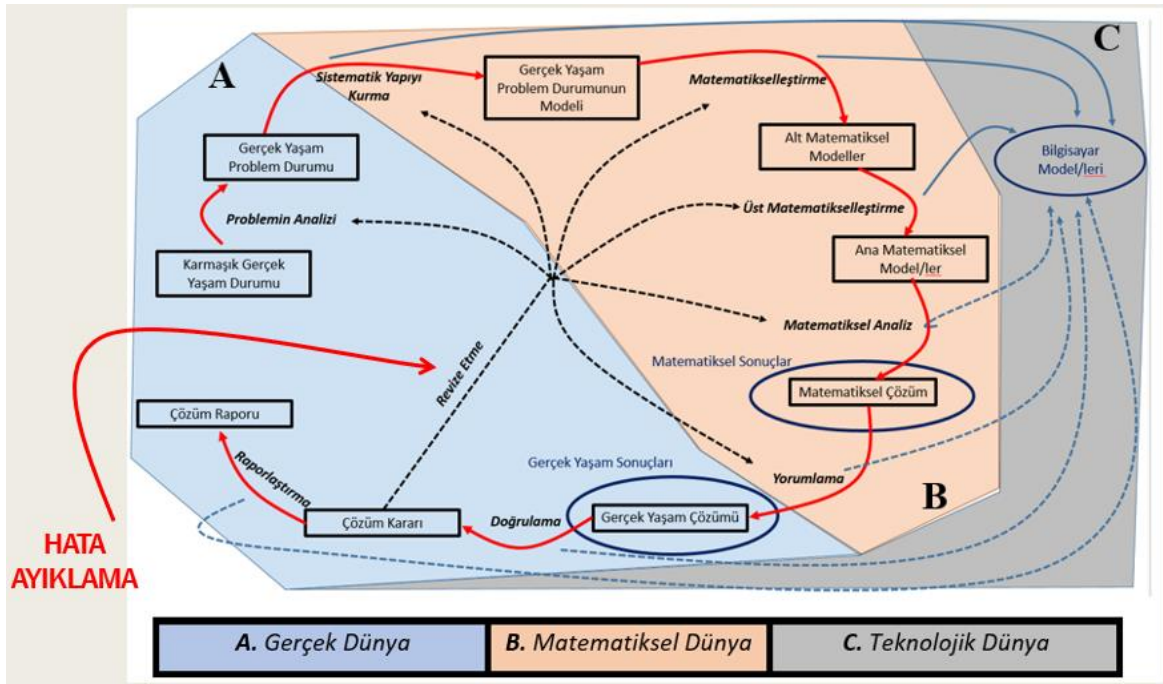
Şu an yön seçeceğim değil mi? Merkez seçtim. Yönünü nereden seçeceğim? Doğru şeyi seçmedim mi?

Hı, yani, buraya doğru olacak. Nasıl seçeceğim? Bunu seçeceğim? Arabayı mı seçsem ki? Deneyim. Bilmiyorum. Karmaşık. Hah, oldu, oley.



Şekil 4.107. Hata ayıklama becerisinin revize etme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğinin görseli

Ayşe'nin burada çember oluşturmak isterken bir hata yapması sonrasında yaptığı işlemlere tekrar göz atarak hatayı tespit edip düzeltilmesiyle bilgi işlemsel düşünmede *hata ayıklama* becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri gösterdiği düşünülmüştür (bkz. Şekil 4.108).



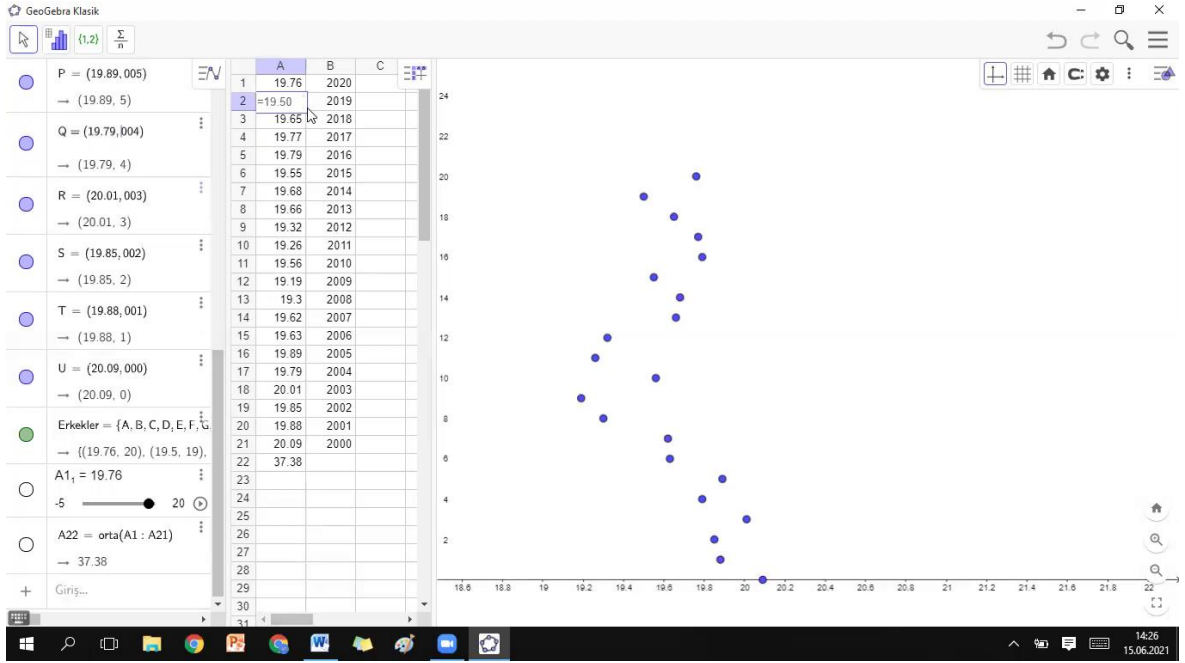
Şekil 4.108. Ayşe'nin hata ayıklamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

Revize etme temel basamağında hata ayıklama becerisinin incelenmesi Adile'nin 200 metre koşusu problemi çözümünün bir kısmı ile devam etmiştir. Adile çözümünde yılları ve erkeklerin rekor sürelerini GeoGebra'nın hesap tablosuna işledikten sonra rekor sürelerin aritmetik ortalamasını GeoGebra yardımıyla hesaplamıştır ve mantıksız bir değer elde etmiştir. Hesap tablosundaki verileri inceledikten sonra bir satıra yanlış veri girdiğini fark edip düzeltmiştir (bkz. Tablo 4.53). Bu kısımda Adile çözümde tatmin edici bir sonuca ulaşmayınca hata olduğunu fark edip GeoGebra'daki verileri kontrol etmiştir. Kontrolü sonucunda hatayı tespit edip onu düzeltmiştir (bkz. Şekil 4.109). Böylece teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde *revize etme* temel basamağında *çözümdeki hata/yanlışın kaynağını belirleme* ve *işlemleri ve düşünceleri tekrar gözden geçirme* alt basamaklarına ilişkin zihinsel eylemler gösterdiğini görülmüştür.

Tablo 4.53 Hata Ayıklama Becerisinin Revize Etme Temel Basamağının Alt Basamaklarındaki Örneği

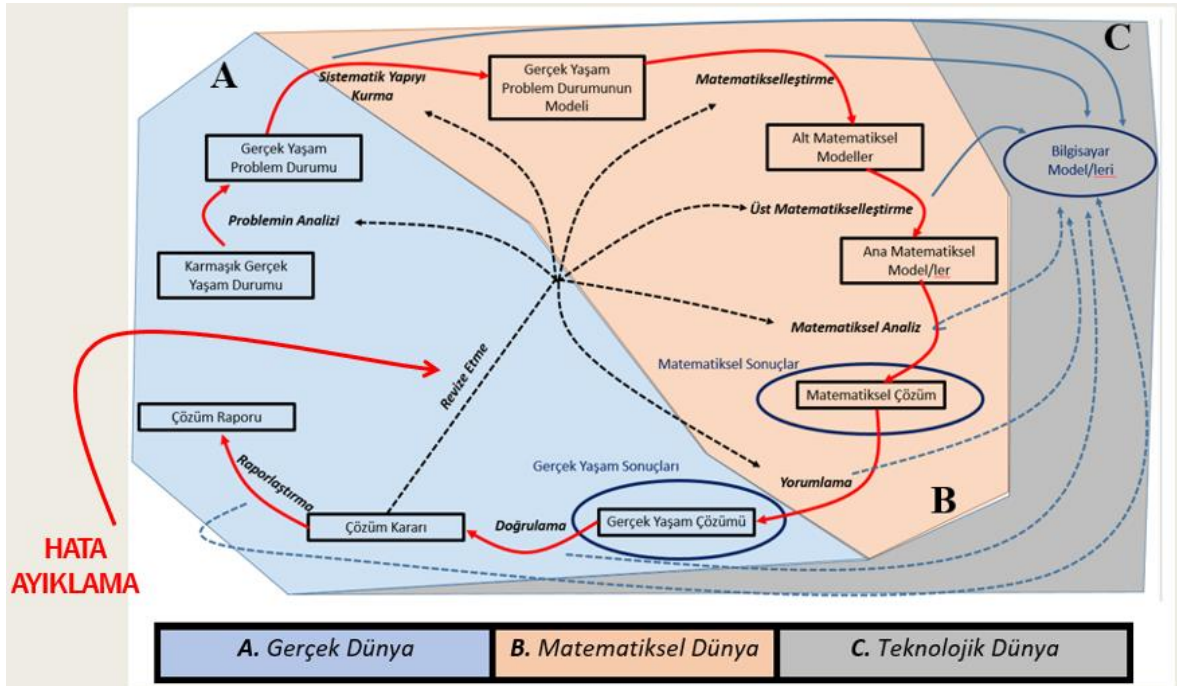
**Revize etmede çözümdeki hata/yanlışın kaynağını belirleme örneği**

Şurada bir şeyler oldu. (A2 bloğunu gösteriyor. Oradaki sayı değeri olması gerektiğinden farklı bir halde.) 19,50 burası değişmiş. (Değişen A2 bloğunu doğrusuyla düzeltti.) Sanki seçerken bir hata yapıyorum, o yüzden oluyor. Burayı silelim (Önceden bulunduğu ortalama değerini siliyor.). Yeniden seçelim ve atalım. 19,65 (Bulunan ortalama değer). Bence bulduğum ortalama yeterli değil. Ama mantıklı.



Şekil 4.109. Hata ayıklama becerisinin revize etme temel basamağının alt basamaklarındaki örneğin görseli

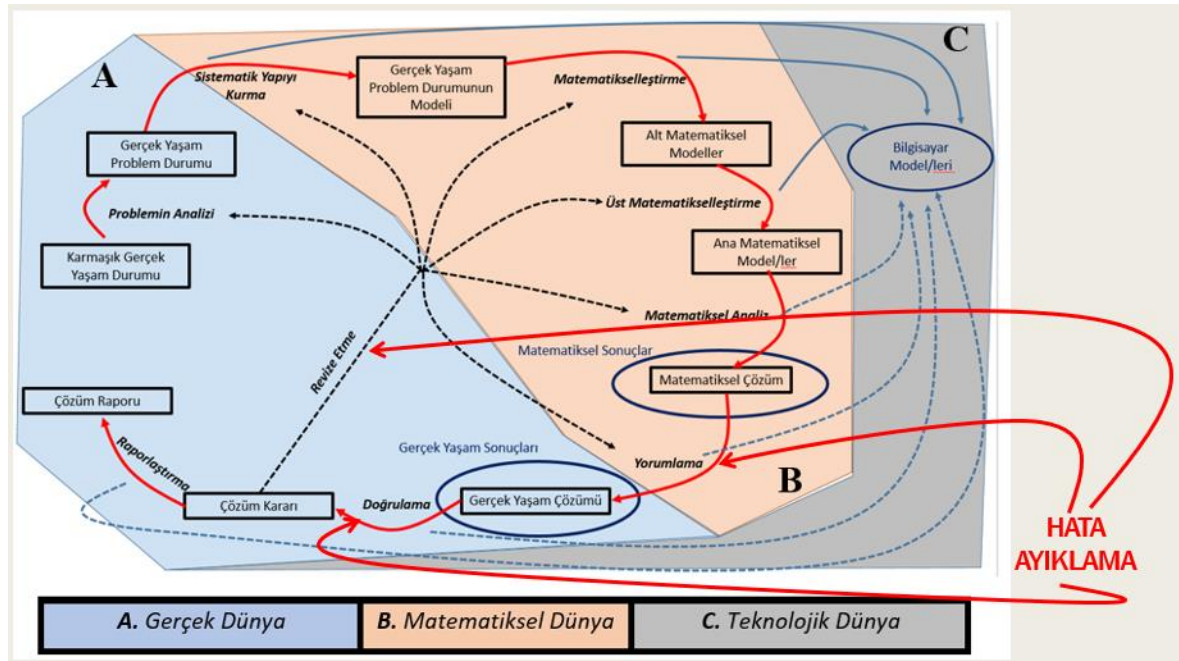
Adile çözüm sürecinde yaptığı hatayı tespit edip o hatayı düzeltmiştir. Böylece bilgi işlemsel düşünmeye göre *hata ayıklama* becerisine ilişkin zihinsel eylem göstermiştir (bkz. Şekil 4.110).



Şekil 4.110. Adile'nin hata ayıklamayı örnekleyen zihinsel eyleminin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıktığı temel basamak

#### 4.5.1. Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Sürecindeki Hata Ayıklamaya İlişkin Zihinsel Eylemlerine Yönelik Bulguların Genel Özeti

Hata ayıklama becerisinin teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki temel basamakların hangi alt basamaklarda görüldüğü ve görülmediği bu kısımda sunulmuştur (bkz. Şekil 4.111).



Şekil 4.111. Teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde hata ayıklama becerisinin zihinsel eylem olarak açığa çıktığı temel basamaklar

Hata ayıklama becerisi *problemin analizi*, *sistematiği kurma*, *matematikselleştirme*, *üst matematikselleştirme*, *matematiksel analiz* ve *raporlaştırma* temel basamaklarının alt basamaklarında hata ayıklama becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri görülmemiştir. *Yorumlama* temel basamağının *matematiksel çözümün gerçek yaşam karşılığını belirleme*, *gerçek yaşam durumu ile zihinsel modeli arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarma* ve *AMM'nin kritik noktalarının gerçek yaşam karşılıklarını belirleme* alt basamaklarında hata ayıklama becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri görülmemiştir. *Doğrulama* temel basamağının *gerçek yaşam sonuçlarını video ve resimlerdeki durumlarla karşılaştırma* alt basamağında hata ayıklama becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri görülmemiştir. *Revizite etme* temel basamağının *Üst düzey varsayımlarda değişiklik yapma* alt basamağında hata ayıklama becerisine ilişkin zihinsel eylem örnekleri görülmemiştir.

## BEŞİNCİ BÖLÜM: TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde beş matematik öğretmeni adayının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkardığı zihinsel eylemlerin içerik analizi ile elde edilen sonuçları çalışmanın amacı ve problemi bağlamında tartışılıp sonuç çıkartılmıştır. Çalışma sonunda gelecekte araştırmalara ve uygulamalara yönelik öneriler sunulmuştur.

### 5.1. Tartışma

Bu çalışma, matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkardığı bilgi işlemsel düşünme becerilerinin incelenmesini amaçlamıştır. Bulgulardan elde edilen önemli sonuçlardan birisi, teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinin (Hıdıroğlu, 2015) tüm temel basamaklarında bilgi işlemsel düşünme becerilerine (Maharani ve diğerleri, 2019) yönelik zihinsel eylemlerle karşılaşılmıştır. Matematik öğretmeni adayları veri toplama sürecinden önce matematiksel modelleme etkinliklerini temel alan öğrenme sürecinde bulunmuştur. Bulgularda görülüyor ki, öğretmen adayları matematiksel modelleme sürecinde bilgi işlemsel düşünmenin tüm boyutlarına ilişkin zihinsel eylemler sergilemiştir. Bu da Sunendar ve diğerlerinin (2020) çalışmasında bulunan matematiksel modelleme sürecinde bilgi işlemsel düşünme becerilerinin açığa çıkmasının olası olduğu ifadesi ile tutarlılık göstermiştir. Çalışmanın bulgularına göre, teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde aynı temel basamakta açığa birden fazla ve farklı boyutlarda bilgi işlemsel düşünme becerilerinin zihinsel eylem örnekleri görülmüştür. Örneğin, matematik öğretmen adayları problemin analizi basamağında problem durumunda bulunan verilerin hangisinin kullanılacağına karar verirken soyutlama, izleyeceği çözüm yolunu ifade ederken algoritmik düşünme becerisine ilişkin zihinsel eylemler göstermiştir. Çalışmanın bulgularına göre teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde zihinsel eylem olarak en yoğun biçimde açığa çıkan soyutlama becerisi olduğu görülmüştür. Soyutlama becerisinin en yoğun biçimde açığa çıkmasının kaynağı, problemlerin teknoloji destekli ortamda çözülmeye elverişli hazırlanmış olması, öğretmen adaylarının GeoGebra uygulamasını kullanmaya yatkın olması ve öğretmen adaylarının deneyimlerinin olduğu düşünülebilir. Wing (2008) soyutlama becerisinin bilgi işlemsel düşünmenin özünü oluşturduğunu ifade etmiştir. Bu çalışmada soyutlamanın yoğun bir şekilde görülmesi, bu becerinin matematiksel modellemeden ayrıştırılmayacak bir beceri olduğunun göstergesi düşünülebilir. Öğretmen adayları matematiksel işlemler yaparken, teknolojiyi problem durumunu dahilinde sürece dahil etmeye çalışmıştır, bu durum onların soyutlama becerisine ilişkin zihinsel eylem

örnekleri olarak düşünülmüştür. Ayrıca, hangi verilerin kullanılacağına, hangi teoremlerin işleme dahil edileceğine, birden farklı çözüm yolu varken birinin seçileceğine kararını verirken soyutlama becerisi aktif şekilde süreçte görülmüştür. Algoritmik düşünme becerisi araştırmacının deneyim ve tahminlerine göre bu çalışmada olması gerektiğinden daha az yoğunlukta ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde işlevsel ve adımları belirli bir çözüm planı oluşturmakta zorlandıkları görülmüştür. Bunun öğretmen adaylarının yetkinlikleri ve deneyimlerinden kaynaklandığı düşünülmüştür. Detaylı çözüm planı oluşturmada deneyimli olan çözücülerin algoritmik düşünme becerilerinin daha gelişmiş olduğu söylenebilir. Genelleme ve ayrıştırma becerisi, benzer yoğunluklarda zihinsel eylem olarak görülmüştür. Matematik öğretmeni adayları matematiksel işlemler yaptıkları, değişkenler kullandıkları, bir formül ortaya çıkardıkları zaman genelleme becerisine ilişkin zihinsel eylemler sergilemiştir. Bu tahmin edilebilir bulguların dışında genelleme becerisinin soyutlama, algoritmik düşünme ve ayrıştırma becerileri ile ilişkisi olduğu da görülmüştür. Örneğin, öğretmen adayları bir formül oluştururken soyutlama yaparak denklemde kullanılacak değişkenlere ve sabitlere karar vermiş sonrasında genelleme becerisi ile bir denklem/formül oluşturmuştur. Başka bir durumda, Pisagor Teoremini kullanırken değişkenlerin kararına varmada soyutlamayla genelleme becerisine ilişkin zihinsel eylemleri birlikte sergilemiş fakat Pisagor Teoreminin işlem adımlarını yaparken algoritmik düşünme becerisine ilişkin zihinsel eylemler açığa çıkmıştır. Öğretmen adayları ayrıştırma becerisi ile parçalara böldüğü problemleri birleştirip genellenebilen bir model elde etmesiyle genelleme becerisine ilişkin zihinsel eylemler sergilemiştir. Problemin nasıl bölüneceğinin karar verilmesinde ayrıştırma ve soyutlama becerisi birlikte zihinsel eylem olarak açığa çıkmıştır. Hata ayıklama becerisinin tanımı gereği sadece hata tespitinin ve düzeltilmesinin yapıldığı, gerçek hayat durumlarıyla matematiksel sonuçların tutarlılığının incelendiği zihinsel eylemlerde ortaya çıkmıştır. Çözümü geliştirmek veya farklı bir çözüm yolu ile de çözüm yapmak isteyen öğretmen adaylarında hata ayıklama becerisi zihinsel eylem olarak açığa çıkmamıştır. Bunun temel nedeni hata ayıklama becerisinin çözümü geliştirme eylemlerinde göstergelerinin olmamasından kaynaklandığı söylenebilir.

Alanyazında bulunan bilgi işlemsel düşünme kuramsal çerçeveleri (Barr & Stephenson, 2011; Games & Kane, 2012; Csizmadia ve diğerleri, 2015; ISTE, 2015; Angeli ve diğerleri, 2016; Let's Talk Science, 2018; Maharani ve diğerleri, 2019; Wiedemann ve diğerleri, 2020) incelendiğinde, bilgi işlemsel düşünmeye ilişkin tanımlarda bazı benzerlikler olsa da onu açıklayan alt beceriler incelendiğinde genel geçer bir ortak görüşün olmadığı görülmüştür. Bazı araştırmacıların (Barr & Stephenson, 2011; Games & Kane,



2012; Selby & Woollard, 2013; Csizmadia ve diğerleri, 2015; ISTE, 2015; Angeli ve diğerleri, 2016; Kalelioğlu ve diğerleri, 2016; Let's Talk Science, 2018; Maharani ve diğerleri, 2019; Wiedemann ve diğerleri, 2020) bilgi işlemsel düşünme becerisi olarak tanımladığı beceriler başka araştırmacılar tarafından tanımlanmadığı görülmüştür. Örneğin, Csizmadia ve diğerlerinin (2015) bilgi işlemsel düşünme becerileri arasında olan *değerlendirme* becerisi, Angeli ve diğerlerinin (2016) bilgi işlemsel düşünme becerileri arasında dahil edilmemiştir. Angeli ve diğerleri (2016) değerlendirme becerisi yerine *hata ayıklama* becerisini kuramsal çerçevelerine dahil etmiştir. Ayrıca hem Csizmadia ve diğerlerinde (2015) hem de Angeli ve diğerlerinde (2016) olmayan beceriler (*veri toplama, veri analizi, verilerin sunumu otomasyon, paralelleştirme, simülasyon* vs.) diğer araştırmacıların (Barr & Stephenson, 2011; ISTE, 2015; Let's Talk Science, 2018) çalışmalarında yer aldığı görülmüştür. Kuramsal çerçevelerde bulunan bu farklılıkların nedenleri araştırmacılar tarafından açıklanmamıştır. Yapılan çalışmalar yedi yıllık kısa bir süre aralığında gerçekleşen çalışmalardır ve farklılıkların oldukça fazla olduğu görülmüştür. Daha önce sunulmuş alanyazındaki bu önemli bilgi işlemsel düşünme kuramsal çerçeveler üzerinde çalışan araştırmacıların büyük çoğunluğunun bilgisayar bilimi alanında çalıştıkları ve matematik eğitimi bakış açısına uzak oldukları görülmüştür. Matematik ile ilişkilendirilmiş çalışmaların (Barr & Stephenson, 2011; Maharani ve diğerleri, 2019; Ang, 2020; Wiedemann ve diğerleri, 2020) az sayıda olduğu göze çarpmıştır. Bu çalışmada da bilgi işlemsel düşünme matematiksel modelleme bağlamında incelenmiştir. Beş matematik öğretmen adayının zihinsel eylemleri ele alındığında matematiksel modelleme ile bilgi işlemsel düşünmenin birbirleri ile ilişkili olduğu görülmüştür. Bu sonuç da alanyazında bulunan bilgi işlemsel düşünme becerilerinin problem çözme ve matematiksel modelleme süreçleriyle ilişkili olduğu (Barr & Stephenson, 2011; Selby & Woollard, 2013; Kallia ve diğerleri, 2021) ve bilgi işlemsel düşünmenin matematiksel modellemenin özünü oluşturduğu, aralarında doğal ve tarihsel bağ olduğu (Voskoglou, 2012; Gadanidis, Hughes ve diğerleri, 2017) ifadeleri ile örtüştüğü düşünülmüştür. Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme sürecinde bilgi işlemsel düşünme becerileri açığa çıkarması matematik ile bilgi işlemsel düşünmenin kesişim alanının matematiksel modelleme olduğu ifadesiyle (Barcelos & Silveira, 2012; Weintrop ve diğerleri, 2016; Gadanidis, 2017) örtüşmüştür.

Alanyazında bilgi işlemsel düşünmeyi açıklayan kuramsal çerçevelerdeki (Kallia ve diğerleri, 2021) alt becerilerin tanımları incelendiğinde örüntü tanıma ve genelleme becerilerinin benzer kavramlar olduğu düşünülmektedir. Böylece Kallia ve diğerlerinin

(2021) önerisinin yapılan bu tez çalışmasıyla örtüştüğü görülmüştür. Çünkü Kallia ve diğerlerine (2021) göre matematik eğitimi alanında bilgi işlemsel düşünme ile ilgili çalışmalarda çalışmak isteyen araştırmacılar, onu soyutlama, ayırıştırma, örüntü tanıma, algoritmik düşünme, modelleme, mantıksal düşünme gibi beceriler kapsamında incelenmesi gerektiğini önermiştir. Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme sürecinde bu becerilere ilişkin zihinsel eylemler sergilemesi matematiksel modelleme ve bilgi işlemsel düşünmenin birbirleri ile ilişkili alanlar olduğunun göstergesidir.

Çalışma sonucunda matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme problemleri çözüm sürecinde bilgi işlemsel düşünme becerilerine ilişkin zihinsel eylemlerinin yoğun bir şekilde sergilendiği görülmüştür. Öğretmen adaylarının bilgi işlemsel düşünme araçlarını problem çözme sürecinde kullanımını destekleyen bir eğitimle daha farklı çözüm süreci elde edilebileceği düşünülebilir. Bilgi işlemsel düşünmenin programlama veya yazılımla ilgili bir alan gibi düşünülmesinin bu alanı sınırladığı söylenebilir. Yapılan bu çalışmada bilgi işlemsel düşünmenin matematiksel modellemede farklı şekillerde zihinsel eylemler olarak açığa çıkması için programlama veya yazılım dili bilmenin gereği olmadığı görülmüştür. Çalışmada regresyon doğrusunun ne olduğunu bilen ve tanıyan öğretmen adayları çözüm sürecinde regresyon doğrusu oluşturmak için sadece GeoGebra'nın hazır araçlarını kullanmıştır. Böylelikle öğretmen adayları belki de satırlarca matematiksel işlem yaparak elde edeceği bir denklemi çok kısa süre içerisinde elde etmiştir. Teknoloji bu süreçte Pea'nin (1985) ifade ettiği gibi bir amaçtan ziyade sürecin hızlı ilerlemesini sağlayan güçlendirici (amplifier) bir araç niteliğinde olmuştur. Alanyazın incelendiğinde bu görüşlere benzer ifadelere rastlanmıştır. Ang (2020) bilgi işlemsel düşünmenin programlama ve yazılım öğretmekten fazlası olduğu önemli olanın bilgi işleme araçlarının problem çözme sürecine dahil edilmesinin olduğu önermiştir. Bundy (2007) bilgi işlemsel düşünmenin bilgisayar kullanmaktan fazlası olduğu ve bilgisayar bilimi alanı dışındaki diğer alanların da bilgi işlemsel düşünmeden etkilendiğini ifade etmiştir.

Elde edilen bulgulara göre matematiksel modellemenin bilgi işlemsel düşünme becerilerini açığa çıkardığı ve bu becerileri geliştirmek için uygun ortamlar yarattığı söylenebilir. Ayrıca, süreçte teknoloji kullanımını öğretmen adaylarının zihinsel olarak yorucu ve zaman alıcı işlemleri hızlıca yapmalarını, regresyon doğrusu gibi oluşturmayı bilmedikleri fakat anlamını bildikleri matematiksel bilgileri etkili bir şekilde kullanmalarını ve hatalarını anlık olarak fark etmelerini sağlamıştır. Bunlar matematiksel modelleme sürecinde teknoloji kullanımının olumlu etkileri olarak görülmüştür. Wiedemann ve diğerlerinin (2020) yaptığı çalışma sonucunda bilgi işlemsel düşünme ve matematiksel

modelleme uygulamalarının düzenli kullanımının öğrencilerin bilgi işlemsel araçları kullanmalarını motive ettiği ifadesi bu çalışmada video, internet kullanımı ve GeoGebra uygulaması özelinde görülmüştür.

Günlük hayat problemlerinin matematik sınıflarına getirilmesinde ve problem çözüme, eleştirel düşünme, üst düzey düşünme gibi becerilerin geliştirilmesinde matematiksel modellemenin etkili bir araç olduğu ifade edilmiştir (Asempapa, 2015; Gravemeijer ve diğerleri, 2017). Çalışmada elde edilen bulgulara göre gündelik hayattan çıkan matematiksel modelleme problemlerinin çözüm sürecinde bilgi işlemsel düşünme becerileri de açığa çıkmıştır. Çalışmada matematiksel modelleme problemlerinin çözümünde GeoGebra uygulaması kullanılmıştır. Bu durumun öğrencilerin soyutlamaya yönelik zihinsel eylemlerini açığa çıkaracak uygun ortamlar sağladığı düşünülmüştür. Çünkü öğretmen matematiksel işlemleri yaparken, gerçek model ve zihinsel model arasında geçişleri sağlarken soyutlama becerisinin kullanmıştır. Ayrıca, GeoGebra uygulamasının kullanılması öğretmen adaylarının daha fazla soyutlama becerisini kullanmasını desteklediği bu çalışma özelinde gözlenmiştir. Bu durum da Taş'ın (2018) çalışmasının sonuçlarıyla örtüşmüştür. Ayrıca, bu iki alanın ilişki olduğu sonucu alanyazın ile tutarlılık göstermiştir (Lu & Fletcher, 2009; Voskoglou & Buckley, 2012; Oluk, 2017; Sung ve diğerleri, 2017; Kuleli, 2019; Üzümcü, 2019; Paf, 2019; Bolat, 2020; Yel, 2021).

Bu çalışma için alanyazın taraması yapılırken problem çözüme ya da matematiksel modelleme sürecindeki bilgi işlemsel düşünme sürecinin incelendiği araştırmaların sayısının çok az olduğu görülmüştür (Maharani ve diğerleri, 2019; Ang, 2020; Wiedemann ve diğerleri, 2020). Elde edilen bulgulara göre bu çalışma ile beş öğretmen adayının matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkardığı bilgi işlemsel düşünme becerilerine ilişkin zihinsel eylem örneklerini zengin bir şekilde sunulmuştur. Alanyazında bu, matematiksel modelleme ve bilgi işlemsel düşünmeye ilişkin zihinsel eylemler üzerinde durmayan çalışmalar açısından bir farklılık oluşturmuştur. Ayrıca, bilgi işlemsel düşünmeyi açıklayan alt becerilerinin ayrıştırılması ve sınıflandırılmasının birçok farklı türleri görülmüştür (Barr & Stephenson, 2011; Games & Kane, 2012; Csizmadia ve diğerleri, 2015; Angeli ve diğerleri, 2016; Wiedemann ve diğerleri, 2020). Bu durum bilgi işlemsel düşünme ve matematiksel modellemenin bütünleştirildiği bu çalışmanın analizini yapmayı zorlaştırmıştır. Bütünleşik alanların ve daha çok nitel çalışmaların yapılmasıyla bu boşluğun doldurulabileceği söylenebilir. Böylece hem araştırmacılar hem de uygulayıcılar için daha önu açık bir yolda gitme şansı doğacağı düşünülmüştür. Bu boşluğun ve zorluğun sebebi bilgi işlemsel düşünme üzerine çalışan araştırmacıların çoğunluğunun bilgisayar eğitimi

alanında çalışan akademisyenlerden olduğu ifade edilmiştir (Hickmott ve diğerleri, 2018). Elde edilen bulgulara göre matematiksel modelleme ile bilgi işlemsel düşünmenin bütünleştirildiği ortamda öğretmen adayları kâğıt-kalem ile yapamayacakları işlemleri teknoloji ortamı yardımıyla yapabilir hale gelmiştir. Teknoloji ortamının yoğun işlem yükünü sırtlamasıyla öğretmen adayları işlemlerin nasıl yapılacağını düşünmek yerine hangi işlemlerin, teoremlerin, değişkenlerin, sabitlerin, çözüm yollarının kullanacağını düşünerek daha çok problem çözüm sürecinin içinde bulunmuştur.

Özetle, beş matematik öğretmeni adayı teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde bilgi işlemsel düşünmeye ilişkin zihinsel eylem örnekleri sergilediği görülmüştür. Alanyazında bulunan bilgi işlemsel düşünme becerilerini açıklayan kuramsal çerçevelerin çokluğu ve farklılığı bu alanda yapılacak nitel çalışmaların sayısının artırılması gerektiğinin göstergesidir. Ayrıca bütünlük veya disiplinlerarası çalışılan araştırmaların azlığı ve araştırmacıları bilgisayar bilimi alanında çalışan akademisyenlerden oluşması bu durum kötü bir yanı olarak görülmüştür. Bilgi işlemsel düşünmenin daha fazla matematik eğitimcisi ile çalışılması onun matematiksel olarak daha iyi anlaşılması ve sınıf ortamlarına daha rahat aktarılması sağlayabileceği söylenebilir. Bu önemli beceri ile teknolojinin olanaklarından yararlanarak çözülebilen daha zor ve karmaşık olan problemler çözebilir hale gelecektir. Bu bütünlük alanlarda daha fazla deneysel çalışmaların yapılması da önemli olacaktır. Alanyazında küçük bir araştırma yapıldığında bilgi işlemsel düşünmenin programlama, yazılım dili öğrenip uygulama ve bunlarla problem çözme becerisi gibi anlaşılmasının bilgi işlemsel düşünmeyi sınırlandığı bu araştırma sonucu elde edilen bulgulara neticesinde düşünülmüştür. Bilgi işlemsel düşünmeyi sadece programlama ve yazılım dilleri ile sınırlandırmaktansa teknolojik herhangi bir aracı da bilgi işlemsel araç olarak düşünmek bilgi işlemsel düşünmenin diğer alanlarda kullanımı ve anlaşılması destekleyeceği düşünülmüştür. Bu beceri, öğrencilere yalnızca programlama ve yeni yazılım dilleri öğretmek anlamına gelmemesi gerektiği, asıl olarak bireylerin bilgi işleme araçlarını kullanarak karşılaştıkları problemleri nasıl çözdüklerine odaklanılması gerektiği ifade edilmiştir (Ang, 2020). Nardelli (2019), bütün öğrenciler için bilgi işlemenin eğitim ve öğrenmedeki değerinin vurgulanmasının kritik derecede önemli olduğunu öne sürerek, bilgi işlemsel düşünme ile ilgili yeterlilikleri nasıl değerlendireceğimizi ve öğreteceğimizi tartışmamızı önermiştir. Bununla birlikte Nardelli (2019), bilgi işlemsel düşünmenin gelişimi, birkaç saatlik kodlama dersleri ve bir programlama dili kursu ile sağlanabilecek bir şey olmadığını ifade etmiştir. Bunun yerine, bilgi işlemsel düşünme nitelikli problemleri çözerken farklı bilgi işleme araçlarını etkili bir şekilde kullanmayı içeren ve saatlerce süren

zihinsel süreçlerin sonrasında geliştirdiği ifade edilmiştir. Matematiksel modelleme açısından, bu tür uygulamaların bireyin matematiksel modelleme görevlerini ele alma ve çözme konusundaki yetkinliğini daha da güçlendireceği düşünülmüştür. Bilgi işlemsel düşünmeyi sadece bilgisayar bilimi ile sınırlandırmayarak onun matematiksel bakış açısıyla tanımını ve matematik dersi öğretim programlarındaki kullanımını kuvvetlendirmenin gerektiği düşünülmüştür. Bilgisayar programlamayı veya kodlamayı öğrenmekten ve uygulamaktan ziyade bunlarla nelerin elde edilebileceğini ve özellikle nitelikli matematiksel problemleri çözüme bilgi işlemsel düşünmenin nasıl yararlı olabileceğini düşünmek daha yararlı olacaktır. Bunun aksi durumunda bilgi işlemsel düşünmeyi tek bir alanla sınırlandırıp ulaşabilecek yeni çalışmaların ve öğretim programlarının önü kapanmış olacağı söylenebilir.

## 5.2. Öneriler

Bu çalışmadan yola çıkarak gelecekte yapılacak olan çalışmalara öneriler aşağıda sıralanmaktadır:

1. Bu çalışmada bilgi işlemsel düşünme beş alt beceri ile incelenmiştir. Bu yüzden aynı temel basamakta birden fazla bilgi işlemsel düşünme örneğine ilişkin zihinsel eylemlere rastlanmıştır. Barr ve Stephenson'un (2011) kuramsal çerçevesi ile yapılacak olan bir çalışma bu konuda yardımcı olabileceği düşünülmüştür.
2. Öğretmen adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde bilgi işlemsel düşünme becerilerine ilişkin zihinsel eylemleri sadece teknolojinin kullanıldığı durumlarda ortaya çıkmadığı görülmüştür. Bu yüzden sadece kağıt-kalemin kullanıldığı matematiksel modelleme sürecinde bilgi işlemsel düşünmenin incelenmesi bilgi işlemsel düşünmeyi matematiksel anlamda tanımada önemli olacağı söylenebilir.
3. Bilgi işlemsel düşünmenin ve matematik eğitiminin bütünleştirildiği deneysel çalışmaların yapılması ve bilgi işlemsel düşünmenin etkisinin incelendiği çalışmaların yapılması bu alanın matematik eğitimi ile bütünleştirilmesinin ne kadar önemli olduğunu göstereceği düşünülmüştür.
4. Alanyazında ifade edilen, bu çalışmada da en yoğun biçimde açığa çıktığı görülen soyutlama becerisinin üzerine araştırmaların yapılmasının önemli olduğu düşünülmüştür. Çünkü soyutlama becerisi bilgisayar bilimcileri tarafından sadece teknoloji ile etkileşimde ile çıktığı düşünülürken aslında matematiksel işlemlerde, karar verme süreçlerinde, zihinsel aktarımlar yaparken açığa çıktığı

görülmüştür. Ayrıca, her öğretmen adayın soyutlama becerisinin aynı şekilde açığa çıkarmamıştır. Bu farklılıkları anlamak için soyutlama becerisinin ayrı inceleneceği ve klinik mülakatların yapılacağı çalışmaların önemli olduğu düşünülmüştür.

### KAYNAKÇA

- Aho, A. V. (2012). Computation and computational thinking. *The Computer Journal*, 55(7), 832-835. <https://doi.org/10.1093/comjnl/bxs074>
- Akgün, L., Çiltaş, A., Deniz, D., Çiftçi, Z., ve Işık, A. (2013). İlköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme ile ilgili farkındalıkları. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 6(12), 1-34. <https://doi.org/10.14520/adyusbd.410>
- Alakoç, Z. (2003). Matematik öğretiminde teknolojik modern öğretim yaklaşımları. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 2(1), 7.
- Allsop, Y. (2019). Assessing computational thinking process using a multiple evaluation approach. *International Journal of Child-Computer Interaction*, 19, 30-55. <https://doi.org/10.1016/j.ijcci.2018.10.004>
- Ang, K. C. (2010). *Teaching and learning mathematical modelling with technology*. Electronic Proceedings of the 15th Asian Technology Conference in Mathematics, Kuala Lumpur, Malaysia. [https://repository.nie.edu.sg/bitstream/10497/14942/1/ATCM-2010\\_AngKC\\_a.pdf](https://repository.nie.edu.sg/bitstream/10497/14942/1/ATCM-2010_AngKC_a.pdf)
- Ang, K. C. (2020). Computational thinking as habits of mind for mathematical modelling. İçinde W. C. Yang & D. Meade (Ed.), *Electronic Proceedings of the 25th Asian Technology Conference in Mathematics* (ss. 126-137). Mathematics and Technology, LLC. <https://repository.nie.edu.sg/handle/10497/22962>
- Angeli, C., Voogt, J., Fluck, A., Webb, M., Cox, M., Marly-Smith, J., & Zagami, J. (2016). A K-6 computational thinking curriculum framework: Implications for teacher knowledge. *Educational Technology & Society*, 19(3), 47-57.
- Asempapa, R. S. (2015). Mathematical modeling: Essential for elementary and middle school students. *Journal of Mathematics Education*, 8(1), 16-29.
- Autor, D. H., Levy, F., & Murnane, R. J. (2003). The skill content of recent technological change: an empirical exploration. *The Quarterly Journal of Economics*, 118(4), 1279-1333. <https://doi.org/10.1162/003355303322552801>
- Bailey, K. D. (1987). *Methods of social research* (3rd Edition). The Free Press.
- Baki, A. (2014). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (5.Baskı). Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Barcelos, T. S., & Silveira, I. F. (2012). Teaching Computational Thinking in initial series: An analysis of the confluence among mathematics and Computer Sciences in

- elementary education and its implications for higher education. *2012 XXXVIII Conferencia Latinoamericana En Informatica (CLEI)*, 1-8.
- Barr, V., & Stephenson, C. (2011). Bringing computational thinking to K-12: What is involved and what is the role of the computer science education community? *ACM Inroads*, 2(1), 48-54.
- Berry, J. (2002). Developing mathematical modelling skills: The role of CAS. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 34(5), 212-220. <https://doi.org/10.1007/BF02655824>
- Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. J. W. Arrowsmith Ltd.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2007). What's all the fuss about competencies? İçinde W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Ed.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (ss. 45-56). Springer US. [https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1\\_3](https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_3)
- Blum, W. (1985). Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der didaktischen Diskussion. *Mathematische Semesterberichte*, 32, 195-232.
- Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education – Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1), 149-171. <https://doi.org/10.1023/A:1022435827400>
- Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? İçinde C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Ed.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (ss. 222-231). Horwood Publishing.
- Blum, W., & Niss, M. (1989). Mathematical problem solving, modeling, applications, and links to other subjects—State, trends and issues in mathematics instruction. İçinde M. Niss, W. Blum, & I. Huntley (Ed.), *Modeling applications and applied problem solvings* (ss. 1-19). Halsted Press.
- Bolat, Y. İ. (2020). *Stem temelli matematik etkinliklerinin problem çözme ve bilgi işlemsel düşünme becerisi ile stem alanlarına olan ilgiye katkılarının araştırılması*. Doktora Tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 86-95.
- Borromeo Ferri, R. (2007). Personal experiences and extra-mathematical knowledge as an influence factor on modelling routes of pupils. İçinde D. Pitta – Pantazi & G.



- Philippou (Ed.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-5)*.
- Brennan, K., & Resnick, M. (2012). *New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking* (s. 25). Proceedings of the 2012 annual meeting of the American educational research association.
- Bundy, A. (2007). Computational thinking is pervasive. *Journal of Scientific and Practical Computing*, 1(2), 67-69.
- Buteau, C., Gadanidis, G., Lovric, M., & Mueller, E. (2017). Computational thinking and mathematics curriculum. İçinde *Proceedings of the 2016 annual meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group Conference* (ss. 119-136). Canadian Mathematics Education Study Group.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., ve Demirel, F. (2012). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (12. Baskı). Pegem Akademi.
- Carlson, M., Larsen, S., & Lesh, R. (2003). Integrating a models and modeling perspective with existing research and practice. İçinde R. Lesh & H. M. Doerr (Ed.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching* (ss. 465-478). NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Costa, E. J. F., Campos, L. M. R. S., & Guerrero, D. D. S. (2017). *Computational thinking in mathematics education: A joint approach to encourage problem-solving ability*. 1-8. <https://doi.org/10.1109/FIE.2017.8190655>
- Creswell. (2013). *Research design: Qualitative, Quantitative, and mixed methods Approaches* (4th Edition). SAGE Publications, Inc.
- Csizmadia, A., Curzon, P., Dorling, M., Humphreys, S., Ng, T., Selby, C., & Woollard, J. (2015). *Computational thinking: A guide for teachers* [Project Report]. Computing at School. <https://eprints.soton.ac.uk/424545/>
- Çetin, İ., ve Toluk Uçar, Z. (2018). Bilgi işlemsel düşünme tanımı ve kapsamı. İçinde Y. Gülbahar (Ed.), *Bilgi işlemsel düşünmeden programlamaya* (3. Baskı). Pegem Akademi.
- DePryck, K. (2016). *From computational thinking to coding and back*. TEEM '16: Proceedings of the Fourth International Conference on Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality, New York, NY, United States.
- Ekiz, D. (2003). *Eğitimde araştırma yöntem ve metodlarına giriş: Nitel, nicel ve eleştirel kuram metodolojileri*. Anı Yayıncılık.

- English, L. (2003). Mathematical modelling with young learners. İçinde S. Lamon, W. Parker, & K. Houston (Ed.), *Mathematical modelling: A way of life* (ss. 3-17). Horwood Publishing. <https://eprints.qut.edu.au/1640/>
- English, L. (2018). On MTL's second milestone: Exploring computational thinking and mathematics learning. *Mathematical Thinking and Learning*, 20(1), 1-2. <https://doi.org/10.1080/10986065.2018.1405615>
- English, L. D., & Watters, J. J. (2004). Mathematical modelling in the early school years. *Mathematics Education Research Journal*, 16(3), 58-80. <https://doi.org/10.1007/BF03217401>
- English, L., & Gainsburg, J. (2016). Problem solving in a 21st-century mathematics curriculum. İçinde L. D. English & D. Kirshner (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (3rd edition, ss. 313-335). Routledge.
- Erlandson, D. A., Harris, E. L., Skipper, B. L., & Allen, S. D. (1993). *Doing naturalistic inquiry: A guide to methods*. SAGE Publications, Inc.
- Ersoy, Y. (2003). Teknoloji destekli matematik eğitimi-1: Gelişmeler, politikalar ve stratejiler. *İlköğretim Online*, 2(1), 18-27.
- Finnegan, R. (1996). Using documents. İçinde R. Sapsford & V. Jupp (Ed.), *Data collection and analysis* (ss. 138-151). Sage.
- Firestone, W. A. (1987). Meaning in method: The rhetoric of quantitative and qualitative research. *Educational Researcher*, 16(7), 16-21.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring. *American Psychologist*, 34(10), 906-911.
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education* (Eighth Edition). McGraw-Hill.
- Gadanidis, G. (2017). Artificial intelligence, computational thinking, and mathematics education. *The International Journal of Information and Learning Technology*, 34(2), 133-139. <https://doi.org/10.1108/IJILT-09-2016-0048>
- Gadanidis, G., Cendros, R., Floyd, L., & Namukasa, I. (2017). Computational thinking in mathematics teacher education. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 17(4), 458-477.
- Gadanidis, G., Clements, E., & Yiu, C. (2018). Group theory, computational thinking, and young mathematicians. *Mathematical Thinking and Learning*, 20(1), 32-53. <https://doi.org/10.1080/10986065.2018.1403542>

- Gadanidis, G., Hughes, J. M., Minniti, L., & White, B. J. G. (2017). Computational thinking, grade 1 students and the binomial theorem. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 3, 77-96. <https://doi.org/10.1007/s40751-016-0019-3>
- Galbraith, P., Stillman, G., Brown, G., & Edwards, I. (2007). Facilitating middle secondary modelling competencies. İçinde C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Ed.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (ss. 222-231). Horwood Publishing.
- Games, A., & Kane, L. (2012). *Examining trends in adolescents' Computational Thinking Skills within the globaloria educational game design environment*. <http://worldwideworkshop.com/pdfs/GlobaloriaExaminingTrendsAdolescentsComputSkillsGamesKaneAug2012.pdf>
- Gravemeijer, K., Stephan, M., Juile, C., Lin, F. L., & Ohtani, M. (2017). What mathematics education may prepare students for the society of the future? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15, 105-123.
- Hıdıroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama*. Yüksek Lisans Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Hıdıroğlu, Ç. N. (2015). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analizi: Bilişsel ve üstbilişsel yapılar üzerine bir açıklama*. Doktora Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Hıdıroğlu, Ç. N., ve Bukova Güzel, E. (2013). Matematiksel modelleme sürecini açıklayan farklı yaklaşımlar. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(1), 127-145.
- Hıdıroğlu, Ç. N., ve Bukova Güzel, E. (2017). The conceptualization of the mathematical modelling process in technology-aided environment. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 24(1), 17-36.
- Hickmott, D., Prieto-Rodriguez, E., & Holmes, K. (2018). A scoping review of studies on computational thinking in K–12 mathematics classrooms. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 4, 48-69. <https://doi.org/10.1007/s40751-017-0038-8>
- Holyes, C., Noss, R., Kent, P., & Bakker, A. (2010). *Improving mathematics at work: The need for techno-mathematical literacies*. Routledge.
- International Society for Technology in Educaiton [ISTE]. (2011). *Operational definition of computational thinking*. <https://id.iste.org/docs/ct-documents/computational-thinking-operational-definition-flyer.pdf>

- International Society for Technology in Educaiton [ISTE]. (2015). *CT leadership toolkit*.  
<https://id.iste.org/docs/ct-documents/ct-leadershipt-toolkit.pdf?sfvrsn=4>.
- Kalelioğlu, F., Gülbahar, Y., & Kukul, V. (2016). A framework for computational thinking based on a systematic research review. *Baltic Journal of Modern Computing*, 4(3), 583-596.
- Kallia, M., Borkulo, S. P. van, Drijvers, P., Barendsen, E., & Tolboom, J. (2021). Characterising computational thinking in mathematics education: A literature-informed Delphi study. *Research in Mathematics Education*, 23(2), 159-187.  
<https://doi.org/10.1080/14794802.2020.1852104>
- Kaput, J., Noss, R., & Holyes, C. (2008). Developing new notations for a learnable mathematics in the computational era. İçinde L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (2. bs). Routledge.
- Kazu, İ. Y., ve Mertoğlu, B. (2016). Matematik Öğretiminde Farklı Yaklaşımlar ve Yaklaşımların Karşılaştırılması. *Conference: Fourth International Instructional Technologies & Teacher Education Symposium*, 183.
- Kuleli, S. (2019). *8. Sınıf öğrencilerinin bilgi işlemsel düşünme becerilerine yönelik özyeterlik algılarının incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Ege Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Kurtoğlu Erden, M., ve Uslupehlivan, E. (2020). Eğitimde teknoloji kullanımının bugünü ve geleceğine ilişkin öğretmen adaylarının düşüncelerinin incelenmesi. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, XIII(1), 109-126.
- Lesh, R. A., & Doerr, H. M. (2003). *Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving* (R. A. Lesh & H. M. Doerr, Ed.; ss. 3-33). Lawrence Erlbaum Associates.
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. İçinde *Research design in mathematics and science education* (ss. 591-646). Lawrence Erlbaum Associates.
- Let's Talk Science. (2018). *Computational thinking framework 2018*.  
[https://letstalkscience.ca/sites/default/files/2019-10/LTS-Computational\\_Thinking\\_Framework-2018.pdf](https://letstalkscience.ca/sites/default/files/2019-10/LTS-Computational_Thinking_Framework-2018.pdf)
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. SAGE Publications, Inc.
- Lingefjård, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, 38(2), 96-112. <https://doi.org/10.1007/BF02655884>

- Lingefj rd, T. (2012). Learning mathematics through mathematical modelling. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(5), 41-49.
- Lu, J. J., & Fletcher, G. H. L. (2009). Thinking about computational thinking. *Proceedings of the 40th ACM Technical Symposium on Computer Science Education*, 260-264. <https://doi.org/10.1145/1508865.1508959>
- MacDonald, K., & Tipton, C. (1996). Using documents.  zinde N. Gilbert (Ed.), *Researching social life* (ss. 187-200). Sage.
- Maharani, S., Kholid, M. N., Pradana, L. N., & Nusantara, T. (2019). Problem solving in the context of computational thinking. *Journal of Mathematics Education*, 8(2), 109-116. <https://doi.org/10.22460/infinity.v8i2.p109-116>
- Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber* (S. Turan, ev.). Nobel Yayıncılık.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. SAGE Publications.
- Mill  Eğitim Bakanlığı. (2018). *Ortaokul (5., 6., 7. Ve 8. Sınıflar için) matematik dersi  ğretim programı*. Mill  Eğitim Bakanlığı.
- Nardelli, E. (2019). Do we really need computational thinking? *Commun. ACM*, 62(2), 32-35. <https://doi.org/10.1145/3231587>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*.
- Ndlovu, M., Wessels, D., & de Villiers, M. (2011). An instrumental approach to modelling the derivative in Sketchpad. *Pythagoras*, 32(2), 1-15.
- Oluk, A. (2017). * ğrencilerin bilgisayarca düşünme becerilerinin mantıksal matematiksel zekâ ve matematik akademik başarıları açısından incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Amasya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
-  zgen, K., Apari, B., ve Zengin, Y. (2019). Sekizinci sınıf  ğrencilerinin problem kurma temelli öğrenme yaklaşımları: GeoGebra destekli aktif öğrenme çerçevesinin uygulanması. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(2), 501-538. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.471760>
- Paf, M. (2019). *Ortaokul  ğrencilerinin bilişimsel d ş nme becerileri ile yaratıcı problem özme becerileri arasındaki ilişki*. Yüksek Lisans Tezi. Aydın Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Aydın.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms—Children, computers and powerful ideas*. Basic Books, Inc.

- Papert, S. (1993). *The children s machine: Rethinking school in the age of the computer*. Basic Books.
- Papert, S. (1996). An exploration in the space of mathematics educations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1(1), 95-123.
- Patton, M. Q. (2015). *Qualitative research & evaluation methods* (Forth Edition). SAGE Publications.
- Pea, R. D. (1985). Integrating human and computer intelligene. İçinde E. L. Klein (Ed.), *New directions for child development. No. 8: Children and computers* (ss. 75-96). San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Pears, A., Tedre, M., Valtonen, T., & Vartiainen, H. (2021). What makes computational thinking so troublesome? *2021 IEEE Frontiers in Education Conference (FIE)*, 1-7. <https://doi.org/10.1109/FIE49875.2021.9637416>
- Peter-Koop, A. (2004). Fermi problems in primary mathematics classrooms: Pupils' Interactive modelling processes. İçinde I. Putt, R. Faragher, & M. McLean (Ed.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010. Proceedings of the 27th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Townsville* (C. 27, ss. 454-461). MERGA. <https://pub.uni-bielefeld.de/record/2938166>
- Polya, G. (1957). *How to solve it?* (2. Baskı). Doubleday Company.
- Punch, K. F. (2005). *Sosyal araştırmalara giriş: Nicel ve nitel yaklaşımlar* (D. Bayrak, H. B. Arslan, & Z. Akyüz, Çev.; 1. Baskı). Siyasal Kitabevi.
- Román-González, M., Pérez-González, J.-C., & Jiménez-Fernández, C. (2017). Which cognitive abilities underlie computational thinking? Criterion validity of the Computational Thinking Test. *Computers in Human Behavior*, 72, 678-691. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2016.08.047>
- Sanford, J. F., & Naidu, J. T. (2016). Computational thinking concepts for grade school. *Contemporary Issues in Education Research*, 9(1), 23-32.
- Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? İçinde A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education*. Routledge.
- Schoenfeld, A. H. (1994). Reflections on doing and teaching mathematics. İçinde A. H. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical thinking and problem solving* (ss. 53-70).
- Scott, J. (1990). *A matter of record: Documentary sources in social research*. Polity Press.

- Selby, C., & Woollard, J. (2013). *Computational thinking: The developing definition* [Project Report]. University of Southampton (E-prints). <https://eprints.soton.ac.uk/356481/>
- Selby, C., & Woollard, J. (2014). *Refining an understanding of computational thinking*.
- Shen, J., Chen, G., Barth-Cohen, L., Jiang, S., & Eltoukhy, M. (2020). Connecting computational thinking in everyday reasoning and programming for elementary school students. *Journal of Research on Technology in Education*, 0(0), 1-21. <https://doi.org/10.1080/15391523.2020.1834474>
- Shenton, A. K. (2004). Strategies for ensuring trustworthiness in qualitative research projects. *Education for Information*, 22, 63-75.
- Siller, H.-S., & Greefrath, G. (2010). Mathematical modelling in class regarding to technology. *CERME 6 – Proceedings of the sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 108-117.
- Sneider, C., Stephenson, C., Schafer, B., & Flick, L. (2014). Exploring the science framework and NGSS: Computational thinking in the science classroom. *Science Scope*, 38(3), 10-15.
- Strauss, A., & Corbin, J. (1990). *Basics of Qualitative Research* (1st ed.). Sage.
- Sunendar, A., Santika, S., Supratman, & Nurkamilah, M. (2020). The analysis of mathematics students' computational thinking ability at Universitas Siliwangi. *Journal of Physics: Conference Series*, 1477, 1-7. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1477/4/042022>
- Sung, W., Ahn, J., & Black, J. B. (2017). Introducing computational thinking to young learners: Practicing computational perspectives through embodiment in mathematics education. *Technology, Knowledge and Learning*, 22, 443-463. <https://doi.org/10.1007/s10758-017-9328-x>
- Taş, N. (2018). *Farklılaştırılmış bilgisayar destekli matematik etkinliklerinin üstün yeteneklilerin bilgi işlemsel düşünme özyeterlikleri ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi*. Doktora Tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Üzümcü, Ö. (2019). *Bilgi işlemsel düşünme becerisine yönelik program tasarımının geliştirilmesi ve etkililiğinin değerlendirilmesi*. Doktora Tezi. Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.
- Voskoglou, M. G. (2012). An application of fuzzy logic to computational thinking. *Annals of Pure and Applied Mathematics*, 2(1), 18-32.

- Voskoglou, M. G., & Buckley, S. (2012). Problem solving and computers in a learning environment. *Egyptian Computer Science Journal*, 36(4), 28-46.
- Weintrop, D., Beheshti, E., Horn, M., Orton, K., Jona, K., Trouille, L., & Wilensky, U. (2016). Defining computational thinking for mathematics and science classrooms. *Journal of Science Education and Technology*, 25, 127-147. <https://doi.org/10.1007/s10956-015-9581-5>
- Wiedemann, K., Chao, J., Galluzzo, B., & Simoneau, E. (2020). Mathematical modeling with R: embedding computational thinking into high school math classes. *ACM Inroads*, 11(1), 33-42. <https://doi.org/10.1145/3380956>
- Wing, J. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, 49(3), 33-35.
- Wing, J. (2008). Computational thinking and thinking about computing. *Philosophical Transactions of The Royal Society of London A Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 366(1881), 3717-3725.
- Wing, J. (2010). *Computational Thinking: What and why?* <https://www.cs.cmu.edu/~CompThink/resources/TheLinkWing.pdf>
- Yadav, A., Zhou, N., Mayfield, C., Hambrusch, S., & Korb, J. T. (2011). Introducing Computational Thinking in Education Courses. *Proceedings of the 42nd ACM Technical Symposium on Computer Science Education*, 465-470. <https://doi.org/10.1145/1953163.1953297>
- Yel, Ü. (2021). *Matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme özyeterliklerinin ve bilgi işlemsel düşünme becerilerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Balıkesir Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. Baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods*. Sage.
- Yin, R. K. (2014). *Case study research: Design and methods* (Fifth edition). SAGE Publications.

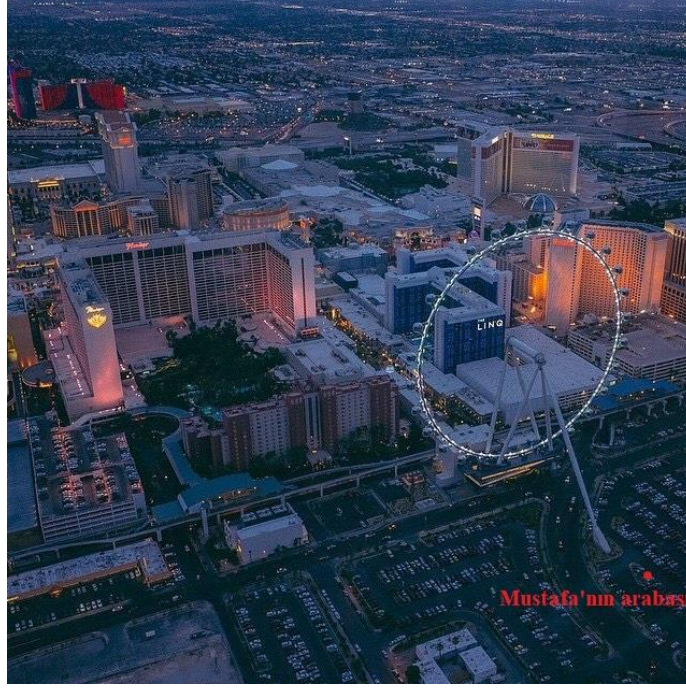


## EKLER

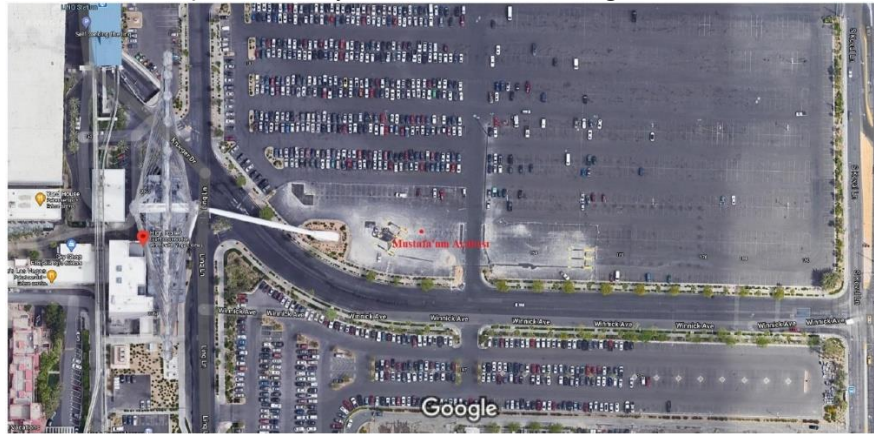
### Ek 1. Veri Toplama Aracı (Dönme Dolap Problemi)

#### Dönme Dolap Problemi

Mustafa, Las Vegas'a tatile gelmiştir ve buradaki dünyanın en büyük dönme dolabına binmek için "The High Roller'a" gitmiştir. Mustafa arabasını Şekil 1'de kırmızı nokta ile gösterilen yere park ederek, dönme dolaba (The High Roller) biniyor. Mustafa'nın arabasını park ettiği yerin, Google Haritalar ile gösterilmiş hali de Şekil 2'de görülmektedir. Dönme dolap hareket halindeyken Mustafa'nın arabasına olan uzaklığı hakkında ne söyleyebilirsiniz? Düşüncelerinizi matematiksel olarak ifade ediniz.



Şekil 1. Mustafa'nın Arabası ve The High Roller



Görüntüler ©2020 CNES / Airbus, Maxar Technologies, U.S. Geological Survey, Harita verileri ©2020 Google 20 m

Şekil 2. Google Haritalar Görüntüsü

Fotoğraf ve videolar için:

[https://drive.google.com/drive/folders/1X9qu04LrnR27dcAKGnd57A2jVhIHBxgc?usp=s\\_haring](https://drive.google.com/drive/folders/1X9qu04LrnR27dcAKGnd57A2jVhIHBxgc?usp=s_haring)

**Ek 2. Veri Toplama Aracı (200 Metre Koşusu Rekorları Problemi)**

<b>200 Metre Koşusu Rekorları Problemi</b>						
Yıl	Erkekler	Ülke	Süre	Kadınlar	Ülke	Süre
2020	N. Lyles	USA	19.76	S. Miller-Uibo	BAH	21.98
2019	N. Lyles	USA	19.50	S. Miller-Uibo	BAH	21.74
2018	N. Lyles	USA	19.65	D. Asher-Smith	GBR	21.89
2017	I. Makwala	BOT	19.77	T. Bowie	USA	21.77
2016	U. Bolt	JAM	19.79	E. Thompson	JAM	21.93
2015	U. Bolt	JAM	19.55	D. Schippers	NED	21.63
2014	J. Gatlin	USA	19.68	A. Felix	USA	22.02
2013	U. Bolt	JAM	19.66	S. A. Fraser-Pryce	JAM	22.13
2012	U. Bolt	JAM	19.32	A. Felix	USA	21.88
2011	Y. Blake	JAM	19.26	S. Solomon	USA	22.15
2010	U. Bolt	JAM	19.56	V. Campbell-Brown	JAM	21.98
2009	U. Bolt	JAM	19.19	A. Felix	USA	21.88
2008	U. Bolt	JAM	19.30	V. Campbell-Brown	JAM	21.74
2007	T. Gay	USA	19.62	A. Felix	USA	21.81
2006	X. Carter	USA	19.63	S. Simpson	JAM	22.0
2005	W. Spearmon	USA	19.89	A. Felix	USA	22.13
2004	S. Crawford	USA	19.79	V. Campbell	JAM	22.05
2003	B. Williams	USA	20.01	A. Felix	USA	22.11
2002	K. Kedéris	GRE	19.85	D. Ferguson-McKenzie	BHS	22.20
2001	J. J. Johnson	USA	19.88	L. Jenksin	USA	22.39
2000	K. Kenteris	GRE	20.09	P. Davis-Thompson	BAH	22.27

*Tablo 54. Yıllara Göre En İyi 200 Metre Erkek ve Kadın Dereceleri*

Tablo 1'de dünya genelinde 2000 yılından 2020 yılına kadar yıllık 200 metre koşusunda altın madalya kazanan kadın ve erkeklerin ülkeleri ve rekorları bulunmaktadır. Bu verilerden yola çıkarak 2030 yılındaki kadın ve erkek koşucuların 200 metre koşudaki rekorları hakkında ne söyleyebilirsiniz?