

**Destek Vektör Makinelerine Dayalı  
Kayma Kipli Kontrolör Tasarımı**

**Proje No: 107E186**

**Yrd.Doç.Dr. Sezai TOKAT  
Doç.Dr. Serdar İPLİKÇİ  
Müh. Lütfi ULUSOY  
Yük. Müh. Seçil AYDIN**

HAZİRAN 2010  
DENİZLİ

## ÖNSÖZ

Bu proje çalışmasında destek vektör makineleri ve kayma kipli kontrol konuları bir arada kullanılmıştır. Doğrusal, zamanla değişen yeni bir kayma yüzeyine sahip kayma kipli kontrolör tasarlanarak elde edilen kontrol sisteminde, parametrelerin destek vektör makineleri yardımı ile ayarlandığı farklı yapıların elde edilmesi amaçlanmıştır.

Bu proje sonuç raporu Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından Ulusal Genç Araştırmacı Kariyer Geliştirme Programı kapsamında desteklenen 107E186 no'lu proje çıktılarından oluşmaktadır. Desteklerinden dolayı proje ekibi olarak TÜBİTAK'a en içten teşekkürlerimizi sunarız.

Ayrıca, projenin mali ve idari konularında yardımlarını esirgemeyen Pamukkale Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi çalışanlarına, proje bursiyer öğrencisinin kontrol laboratuvarında çalışması için yer gösteren Mühendislik Fakültesi Dekanlığına ve Pamukkale Üniversitesi Rektörlüğüne teşekkür ederiz.

Proje raporu birbirleri ile bütünlük oluşturmalarına dikkat edilerek yazılmış toplam sekiz bölümden oluşmaktadır. Anlatımın zenginleştirilmesi amacı ile toplam 97 şekil, 22 tablo ve 214 denklem kullanılmıştır. Tezde 97 uluslararası makale, 31 uluslararası bildiri, 17 kitap, 9 kitap bölümü, 4 doktora tezi ve 1 teknik rapor olmak üzere toplam 159 farklı kaynaktan yararlanılmıştır. Çeşitli dergilerde ve sempozyum kitapçıklarında basılan çalışmalar ile makale formatında hazırlanmış makale ön çalışmaları rapor sonuna eklenerek ilgili araştırmacıların çalışma çıktılarına kolayca erişmesi amaçlanmıştır.

Yorucu fakat zevkli bir ekip çalışması sonucunda tamamladığımız proje çalışmasının benzer konularda çalışan bilim insanlarına faydalı olmasını dilerim.

Sezai TOKAT  
Proje Yürütücüsü  
Denizli, 8 Haziran 2010



# İÇİNDEKİLER

## Sayfa

<b>KISALTMALAR</b> .....	v
<b>TABLO LİSTESİ</b> .....	vi
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b> .....	vii
<b>ÖZET</b> .....	x
<b>ABSTRACT</b> .....	xi
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
1.1 Kayma Kipli Kontrol .....	2
1.2 Kayma Kipli Sistemlere ait Temel Kavramlar .....	4
1.3 Kayma Kipli Kontrolör Tasarımı .....	6
1.3.1 Doğrudan Anahtarlama Fonksiyonu Yaklaşımı .....	7
1.3.2 Ulaşma Kuralı Yaklaşımı .....	7
1.3.3 Lyapunov Fonksiyonu Yaklaşımı .....	8
1.4 Regülatör Problemi .....	10
1.5 İzleme Problemi .....	13
1.6 Proje Çalışma Akışı .....	14
1.7 Kaynakça .....	16
<b>2. KAYMA YÜZEYİ TASARIM YÖNTEMLERİ</b> .....	<b>17</b>
2.1 Kayma Yüzeyi Tasarım Yöntemlerinin Sınıflandırılması .....	17
2.2 Doğrusal Kayma Yüzeyi Tasarımları .....	17
2.2.1 Doğrusal Sabit Kayma Yüzeyi .....	17
2.2.2 Doğrusal Ayrık Zamanlı Değişen Kayma Yüzeyi .....	18
2.2.3 Doğrusal Sürekli Zamanlı Değişen Kayma Yüzeyi .....	20
2.3 Doğrusal Olmayan Kayma Yüzeyi Tasarımları .....	25
2.3.1 Doğrusal Olmayan Sabit Kayma Yüzeyi .....	26
2.3.2 Doğrusal Olmayan Ayrık Zamanlı Değişen Kayma Yüzeyi .....	30
2.3.3 Doğrusal Olmayan Sürekli Zamanlı Değişen Kayma Yüzeyi .....	31
2.4 Kaynakça .....	33
<b>3. ÖNERİLEN AÇISAL KAYMA YÜZEYİ TASARIM YÖNTEMİ</b> .....	<b>35</b>
3.1 Önerilen Yöntemin Tanıtılması .....	35
3.2 Uygulama Örnekleri .....	37
3.2.1 Örnek I: Doğrusal Sistem .....	37
3.2.2 Örnek II: Doğrusal Olmayan Sistem .....	43
3.2.3 Biyoreaktör Sistemi .....	46
3.3 Farklı Açısız Değişim Bilgisi Kullanılması .....	60
3.4 Kaynakça .....	63
<b>4. DESTEK VEKTÖR MAKİNELERİ İLE REGRESYON VE PARAMETRE GÜNCELLEMESİ</b> .....	<b>65</b>
4.1 $\epsilon$ -SVR ile Sistem Modelinin Elde Edilmesi .....	65
4.2 Destek Vektör Makineleri ile Kazançların Ayarlanması .....	67
4.3 Kaynakça .....	71
<b>5. BAŞLANGIÇ KOŞULLARINA GÖRE PARAMETRELERİN AYARLANMASI</b> .....	<b>73</b>
5.1 Bulanık Mantık ile Zamanla Değişen Kayma Yüzeyi Parametrelerinin Ayarlanması .....	73

5.2 Genetik Algoritmalar ile Zamanla Değişen Kayma Yüzeyi Parametrelerinin Başlangıç Koşuluna Uygun Olarak Belirlenmesi .....	83
5.2.1 GA ile Parametre Adaptasyonu.....	85
5.2.1.1 Kromozomların Temsili .....	85
5.2.1.2 Uygunluk Fonksiyonu .....	86
5.2.1.3 Seçim Yöntemi ve GA Operatörleri .....	87
5.2.2 GA ile Parametre Adaptasyonu için Benzetim Sonuçları .....	88
5.3 Destek Vektör Makineleri ile Zamanla Değişen Kayma Yüzeyi Parametrelerinin Başlangıç Koşullarına Göre Ayarlanması .....	94
5.4 Kaynakça .....	99
<b>6. GÖZLEYİCİ TABANLI ÇIKIŞ GERİBESLEMELİ KAYMA KİPLİ KONTROL .....</b>	<b>101</b>
6.1 Giriş .....	101
6.2 Zamanla Değişen Kayma Yüzeyine Sahip Çıkış Geribeslemeli Kayma Kipli Kontrolör .....	103
6.2.1 Önerilen Yapı .....	103
6.2.2 Benzetim Sonuçları .....	106
6.3. Destek Vektör Makineleri ile Çıkış Geribeslemeli Kayma Kipli Kontrolöre ait Gözleyici Kazançlarının Ayarlanması .....	112
6.3.1 Önerilen Yapı .....	112
6.3.2 Benzetim Sonuçları .....	113
6.4 Kaynakça .....	122
<b>7. AYRIK ZAMANLI KAYMA KİPLİ KONTROL .....</b>	<b>124</b>
7.1 Giriş .....	124
7.2 Problemin Tanıtılması .....	129
7.3 Destek Vektör Makineleri ile Kazançların Ayarlanması .....	132
7.4 Benzetim Sonuçları .....	134
7.5 Bazı Parametrelerin Sistem Başarımına Etkisinin İncelenmesi .....	138
7.6 Sonuç ve Tartışma .....	144
7.7 Kaynakça .....	145
<b>8. SONUÇ .....</b>	<b>147</b>
<b>PROJE ÖZET BİLGİ FORMU .....</b>	<b>149</b>
<b>EKLER.....</b>	<b>151</b>

## KISALTMALAR

<b>ANN</b>	: Yapay Sinir Ağları (Artificial Neural Networks)
<b>CSMC</b>	: Sürekli-zamanlı Kayma Kipli Kontrolör (Continuous-time Sliding Mode Controller)
<b>CW</b>	: Saat Yönü (Clockwise)
<b>CCW</b>	: Ters Saat Yönü (Counter Clockwise)
<b>DC</b>	: Doğru Akım (Direct Current)
<b>DSMC</b>	: Ayrık-zamanlı Kayma Kipli Kontrolör (Discrete-time Sliding Mode Controller)
<b>FLC</b>	: Bulanık Mantık Kontrolör
<b>GA</b>	: Genetik Algoritma (Genetic Algorithm)
<b>ISE</b>	: Endekslenmiş Karesel Hata (Integral of Square Errors)
<b>ITAE</b>	: Endekslenmiş Hatanın Mutlak Değeri ile Zaman Çarpımı (Integral of Time multiplied with Absolute Errors)
<b>PID</b>	: Oransal Integral Türevsel Kontrolör
<b>QP</b>	: Karesel Programlama (Quadratic Programming)
<b>RBF</b>	: Radyal Taban Fonksiyonu (Radial Basis Function)
<b>RMSE</b>	: Hata Kareleri Ortalamasının Karekökü (Root Mean Square Error)
<b>SMC</b>	: Kayma Kipli Kontrolör (Sliding Mode Controller)
<b>SMFLC</b>	: Kayma Kipli Bulanık Mantık Kontrolör (Sliding Mode Fuzzy Logic Controller)
<b>SSE</b>	: Hata Kareleri Toplamı (Sum of Square Errors)
<b>SVM</b>	: Destek Vektör Makineleri (Support Vector Machines)
<b>TN</b>	: Temsilci Nokta (Representative Point)

## TABLO LİSTESİ

### Sayfa

<b>Tablo 3.1.</b> (3.9) sistemi için süreksiz kontrol kazancı değişken alındığında sabit alındığında signum fonksiyonu kullanılarak elde edilen başarımlar ölçütleri .....	41
<b>Tablo 3.2.</b> (3.9) sistemi için süreksiz kontrol kazancı sabit alındığında saturasyon fonksiyonu kullanılarak elde edilen başarımlar ölçütleri .....	42
<b>Tablo 3.3.</b> (3.9) sistemi için süreksiz kontrol kazancı değişken alındığında signum fonksiyonu kullanılarak elde edilen başarımlar ölçütleri .....	42
<b>Tablo 3.4.</b> (3.9) sistemi için süreksiz kontrol kazancı değişken alındığında saturasyon fonksiyonu kullanılarak elde edilen başarımlar ölçütleri .....	42
<b>Tablo 3.5.</b> (3.15) sistemi için süreksiz kontrol kazancı sabit alındığında signum fonksiyonu kullanılarak elde edilen başarımlar ölçütleri ( $K=1$ ) .....	45
<b>Tablo 3.6.</b> (3.15) sistemi için süreksiz kontrol kazancı sabit alındığında saturasyon fonksiyonu kullanılarak elde edilen başarımlar ölçütleri ( $K=1$ ).....	46
<b>Tablo 3.7.</b> Biyoreaktör örneği için signum fonksiyonu kullanılarak elde edilen başarımlar ölçütleri ( $\delta=0$ ) .....	52
<b>Tablo 3.8.</b> Biyoreaktör örneği için (3.27)'deki signum fonksiyonunun yaklaşıklığı kullanılarak elde edilen başarımlar ölçütleri ( $\delta=0.0035$ ) .....	56
<b>Tablo 5.1.</b> Bulanık mantık kural tablosu .....	76
<b>Tablo 5.2.</b> (5.4) sisteminde $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$ için elde edilen başarımlar ölçütleri	79
<b>Tablo 5.3.</b> (5.4) sisteminde $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$ için elde edilen başarımlar ölçütleri .....	82
<b>Tablo 5.4.</b> (5.19) sisteminde Durum I için başarımlar ölçütleri .....	90
<b>Tablo 5.5.</b> (5.19) sisteminde Durum II için başarımlar ölçütleri .....	93
<b>Tablo 5.6.</b> SMC yapılarının eğitim verileri için ortalama başarımlar ölçütleri .....	96
<b>Tablo 5.7.</b> SMC yapılarının test verileri için ortalama başarımlar ölçütleri .....	97
<b>Table 6.1.</b> (6.14) sisteminde kontrolörlere ait başarımlar ölçütleri .....	111
<b>Tablo 6.2.</b> (6.20) sisteminde kontrolöre ait başarımlar ölçütleri .....	120
<b>Tablo 7.1.</b> (7.28) sistemi için başarımlar ölçütleri tablosu .....	138
<b>Tablo 7.2.</b> Başarımlar ölçütleri tablosu .....	143
<b>Tablo 7.3.</b> $sse(y-y_d)$ değerleri .....	143
<b>Tablo 7.4.</b> $sse(d-\hat{d})$ değerleri .....	143
<b>Tablo 7.5.</b> $sse(s)$ değerleri .....	144

## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

Şekil 2.1. Kayma yüzeyi tasarım yöntemlerinin sınıflandırılması .....	17
Şekil 2.2. Döndürme işlemi sonucunda kayma yüzeyinin hareketi .....	19
Şekil 2.3. (2.17) kayma yüzeyinin farklı $k_s$ değerleri için gösterimi .....	24
Şekil 2.4. Bang-bang kontrol ile elde edilen doğrusal olmayan sabit kayma yüzeyi .....	27
Şekil 2.5. (2.23) ile elde edilen doğrusal olmayan sabit kayma yüzeyi .....	27
Şekil 2.6. (2.29) ile elde edilen doğrusal olmayan sabit kayma yüzeyi .....	29
Şekil 2.7. (2.34) ile elde edilen doğrusal olmayan ayırık zamanlı değişen kayma yüzeyi .....	31
Şekil 2.8. (2.37) ile elde edilen doğrusal olmayan sürekli zamanlı değişen kayma yüzeyi ...	32
Şekil 3.1. (3.9) sistemi için hata durum uzayı yörüngeleri .....	38
Şekil 3.2. (3.9) sistemi için hata durumlarının zamana göre değişimi .....	38
Şekil 3.3. (3.9) sistemi için $x_1$ durumlarının zamana göre değişimi .....	39
Şekil 3.4. (3.9) sistemi için kayma yüzeyi parametresinin zamana göre değişimi .....	39
Şekil 3.5. (3.9) sistemi için $\text{sign}(\cdot)$ fonksiyonu kullanıldığında kayma yüzeyinin zamana göre değişimi .....	39
Şekil 3.6. (3.9) sistemi için $\text{signum}$ fonksiyonu kullanıldığında kontrol işaretleri .....	40
Şekil 3.7. (3.9) sistemi için saturasyon fonksiyonu kullanıldığında kayma yüzeyinin zamanla değişimi .....	41
Şekil 3.8. (3.9) sistemi için saturasyon fonksiyonu kullanıldığında kontrol işaretleri .....	41
Şekil 3.9. (3.15) sistemi için hata durum uzayı yörüngesi .....	44
Şekil 3.10. (3.15) sistemi için hata durumlarının zamana göre değişimi .....	44
Şekil 3.11. (3.15) sistemi için $x_1$ durumlarının zamana göre değişimi .....	44
Şekil 3.12. (3.15) sistemi için kayma yüzeyi parametresinin zamana göre değişimi .....	45
Şekil 3.13. (3.15) sistemi için $\text{signum}$ fonksiyonu kullanıldığında kayma yüzeyinin $s(t)$ zamana göre değişimi .....	45
Şekil 3.14. (3.15) sistemi için $\text{signum}$ fonksiyonu kullanıldığında kontrol işaretleri .....	46
Şekil 3.15. Biyoreaktör örneğinde başlangıç koşullarının sistem kararlılığı üzerindeki etkisinin analizi: a) $c_1=-0.12$ , b) $c_1=1$ .....	51
Şekil 3.16. Biyoreaktör örneğinde SMC-C için sistem başarımı üzerinde kayma yüzeyi parametresinin etkisinin analizi: a) $\text{IAE}(\gamma_x)$ , b) $t_{\text{reach}}$ .....	51
Şekil 3.17. Biyoreaktör örneğinde Lyapunov fonksiyonunun türevi: a) SMC-C, b) SMC-P <sub>1</sub> , c) SMC-P <sub>2</sub> .....	52
Şekil 3.18. Biyoreaktör örneğinde $\text{signum}$ fonksiyonu kullanıldığı durum için sistem durumları: a) hücre yoğunluğu $\gamma_x$ , b) substrat yoğunluğu $\gamma_s$ .....	53
Şekil 3.19. Biyoreaktör örneğinde belirli anlarda zamanla değişen kayma yüzeyi konumunun hata faz düzleminde gösterilimi: a) SMC-P <sub>1</sub> , b) SMC-P <sub>2</sub> .....	54
Şekil 3.20. Biyoreaktör örneğinde işaret fonksiyonu kullanıldığında kayma yüzeyi değişkeni $s$ 'in zamanla değişimi .....	55
Şekil 3.21. Biyoreaktör örneğinde işaret fonksiyonu kullanıldığında $q(t)$ seyreltim oranı: a) SMC-C, b) SMC-P <sub>1</sub> , c) SMC-P <sub>2</sub> .....	55
Şekil 3.22. Biyoreaktör örneğinde işaret fonksiyonunun sürekli yaklaşıklığı kullanıldığında: a) substrat yoğunluğu $\gamma_s$ , b) seyreltim oranı $q$ .....	56
Şekil 3.23. Biyoreaktör örneği için kayma yüzeyi parametresi $c_1$ 'in zamanla değişimi .....	57
Şekil 3.24. Biyoreaktör örneğinde $\alpha_0$ tasarım parametresinin: a) kayma yüzeyi parametresi $c_1$ , ve b) sistem durumu $\gamma_s$ , üzerindeki etkisi .....	58

<b>Şekil 3.25.</b> Biyoreaktör örneğinde cmax tasarım parametresinin: a) kayma yüzeyi parametresi $c_1$ , ve b) sistem $\gamma_s$ durumu üzerindeki etkisi .....	59
<b>Şekil 3.26.</b> $(x_1(0), x_2(0))=(1, 0.2)$ başlangıç koşulları için kayma yüzeyi karakteristikleri: a) $c_1(t)$ , ve b) $\beta(t)$ .....	61
<b>Şekil 3.27.</b> $(x_1(0), x_2(0))=(1,0.2)$ için hata faz düzlemi yörüngesi .....	61
<b>Şekil 4.1.</b> Vapnik $\varepsilon$ -toleranslı kayıp fonksiyonu .....	66
<b>Şekil 4.2.</b> Önerilen destek vektör makinesi tabanlı parametre ayarlama yöntemine ait şematik gösterilim .....	68
<b>Şekil 5.1.</b> Kayma kipli bulanık kontrolöre ait başlangıç koşullarının değişim aralığının gösterilimi .....	75
<b>Şekil 5.2.</b> Sistem parametresi $t_f$ 'in elde edilmesi için kullanılan tek giriş-tek çıkışlı bulanık mantık kontrolör .....	75
<b>Şekil 5.3.</b> Giriş ve çıkış işaretleri için kullanılan üyelik fonksiyonları .....	76
<b>Şekil 5.4.</b> (5.4) sisteminde $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$ için sistem durumlarının zamana göre değişimi: a) $x_1(t)$ , b) $x_2(t)$ .....	78
<b>Şekil 5.5.</b> (5.4) sisteminde $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$ için hata durum uzayı yörüngesi ...	78
<b>Şekil 5.6.</b> (5.4) sisteminde $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$ için kontrol işaretleri: a) SMC-Geleneksel, b) SMC-Sabit, c) SMC-Bulanık .....	79
<b>Şekil 5.7.</b> (5.4) sisteminde $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$ için kayma yüzeyi parametresi $c_1$ 'in zamana göre değişimi .....	80
<b>Şekil 5.8.</b> (5.4) sisteminde $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$ için kayma yüzeyi değişkeni .....	80
<b>Şekil 5.9.</b> (5.4) sisteminde $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$ için hata durum uzayı yörüngesi .....	81
<b>Şekil 5.10.</b> (5.4) sisteminde $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$ için kayma yüzeyi parametresi $c_1$ 'in zamana göre değişimi .....	81
<b>Şekil 5.11.</b> (5.4) sisteminde $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$ için kontrol işaretleri: a) SMC-Geleneksel, b) SMC-Sabit, c) SMC-Bulanık .....	82
<b>Şekil 5.12.</b> Hata faz düzlemindeki dönme bölgeleri .....	85
<b>Şekil 5.13.</b> (5.19) sisteminde Durum I için hata faz düzlemi yörüngesi .....	89
<b>Şekil 5.14.</b> (5.19) sisteminde Durum I için hata durumları: a) $e_1(t)$ , b) $e_2(t)$ .....	90
<b>Şekil 5.15.</b> (5.19) sisteminde Durum I için kayma yüzeyi değişkeni $s$ .....	91
<b>Şekil 5.16.</b> (5.19) sisteminde Durum I için kontrol işaretleri: a) SMC-C, b) SMC-P .....	91
<b>Şekil 5.17.</b> (5.19) sisteminde Durum I için kayma yüzeyi parametresi $c_1(t)$ .....	91
<b>Şekil 5.18.</b> (5.19) sisteminde Durum II için hata faz düzlemi yörüngesi .....	92
<b>Şekil 5.19.</b> (5.19) sisteminde Durum II için hata durumları: a) $e_1(t)$ , b) $e_2(t)$ .....	93
<b>Şekil 5.20.</b> (5.19) sisteminde Durum II için kontrol işaretleri: a) SMC-C, b) SMC-P .....	93
<b>Şekil 5.21.</b> (5.19) sisteminde Durum II için kayma yüzeyi parametresi $c_1(t)$ .....	94
<b>Şekil 5.22.</b> Hata durum uzayından eğitim örneği olarak seçilen başlangıç koşulları .....	96
<b>Şekil 5.23.</b> Hata durum uzayından test örneği olarak seçilen başlangıç koşulları .....	96
<b>Şekil 5.24.</b> Rasgele seçilen başlangıç noktası için hata durum yörüngesi .....	97
<b>Şekil 6.1.</b> (6.14) sisteminde kullanılan süzgeçlenmiş yd çıkış referans yörüngesi ile birinci ve ikinci türevleri .....	106
<b>Şekil 6.2.</b> (6.14) sisteminde gerçek ve kestirilen $x_1$ durumunun zamanla değişimi.....	108
<b>Şekil 6.3.</b> (6.14) sisteminde gerçek ve kestirilen $x_2$ durumunun zamanla değişimi .....	108
<b>Şekil 6.4.</b> (6.14) sisteminde kestirilen durumlara dayalı kayma yüzeyi değişkeninin zamanla değişimi .....	109
<b>Şekil 6.5.</b> (6.14) sisteminde kestirilen durum hatalarının hata durum uzayı yörüngesi.....	109
<b>Şekil 6.6.</b> (6.14) sisteminde gerçek hata durumlarının durum uzayı yörüngesi .....	110
<b>Şekil 6.7.</b> (6.14) sistemi için kontrol işaretleri.....	110
<b>Şekil 6.8.</b> (6.14) sisteminde kayma yüzeyi parametresi $c_1(t)$ 'nin zamana göre değişimi ....	111

<b>Şekil 6.9.</b> SVM tabanlı gözleyici kazancı ayarlama mekanizmasının şematik gösterilimi .	112
<b>Şekil 6.10.</b> (6.20) sisteminde farklı $k$ adım değerleri için başarımlar ölçütleri .....	115
<b>Şekil 6.11.</b> (6.20) sisteminde farklı $k$ adım değerleri için kontrol işaretinin maksimum genliği .....	115
<b>Şekil 6.12.</b> (6.20) sistemi için gerçek, kestirilen ve referans sistem çıkışı $y=x_1$ : a) $k=2$ , b) $k=4$ .....	116
<b>Şekil 6.13.</b> (6.20) sistemi için kontrol işaretleri : a) $k=2$ , b) $k=4$ .....	116
<b>Şekil 6.14.</b> (6.20) sisteminde $k=2$ için gözleyici kazançları ve kararlılık sınırları: a) $\lambda_1, \min(\lambda_1)$ , b) $\lambda_2, \min(\lambda_2)$ .....	116
<b>Şekil 6.15.</b> (6.20) sisteminde $k=4$ için gözleyici kazançları ve kararlılık sınırları: a) $\lambda_1, \min(\lambda_1)$ , b) $\lambda_2, \min(\lambda_2)$ .....	117
<b>Şekil 6.16.</b> (6.20) sisteminde gerçek, kestirilen ve referans sistem çıkışı $y=x_1$ : a) OFSMC-C <sub>1</sub> , b) OFSMC-C <sub>2</sub> , c) OFSMC-C <sub>3</sub> , d) OFSMC-SVM .....	118
<b>Şekil 6.17.</b> (6.20) sisteminde gerçek ve kestirilen kayma yüzeyi değişkeni: a) OFSMC-C <sub>1</sub> , b) OFSMC-C <sub>2</sub> , c) OFSMC-C <sub>3</sub> , d) OFSMC-SVM .....	119
<b>Şekil 6.18.</b> (6.20) sisteminde kontrol işaretleri: a) OFSMC-C <sub>1</sub> , b) OFSMC-C <sub>2</sub> , c) OFSMC-C <sub>3</sub> , d) OFSMC-SVM .....	119
<b>Şekil 6.19.</b> (6.20) sisteminde OFSMC-SVM için: a) $\lambda_1$ , ve b) $k_g$ .....	120
<b>Şekil 7.1.</b> SVM bloğu ile elde edilen örnek bir gözleyici kazancı: a) gözleyici kazanç parametresinin genel değişimi, b) [0.8;1] aralığında odaklanılmış görünümü ..	128
<b>Şekil 7.2.</b> Önerilen destek vektör makinesi tabanlı parametre ayarlama yöntemine ait şematik gösterim .....	132
<b>Şekil 7.3.</b> (7.28) sistemi için elde edilen sistem çıkışları: a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III .....	135
<b>Şekil 7.4.</b> (7.28) sistemi için sistem çıkışlarındaki mutlak hata: a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III .....	136
<b>Şekil 7.5.</b> (7.28) sistemi için sisteme uygulanan kontrol işaretleri: a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III .....	136
<b>Şekil 7.6.</b> (7.28) sistemi için bozucu gözleyici sonuçları: a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III .....	137
<b>Şekil 7.7.</b> (7.28) sistemi için parametrelerin zamanla ayarlanması a) $g_1$ , b) $g_k$ .....	137
<b>Şekil 7.8.</b> (7.28) sistemi için kayma yüzeyi fonksiyonunun zamanla değişimi: a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III .....	138
<b>Şekil 7.9.</b> Sistem çıkışı hata kareleri toplamının $\mu$ ve $\max(s_a)$ 'ya göre değişimi .....	139
<b>Şekil 7.10.</b> Bozucu gözleyici hata kareleri toplamının $\mu$ ve $\max(s_a)$ 'ya göre değişimi .....	140
<b>Şekil 7.11.</b> Kayma yüzeyi hata kareleri toplamının $\mu$ ve $\max(s_a)$ 'ya göre değişimi .....	140
<b>Şekil 7.12.</b> Sistem çıkışları a) DSMCO-II, b) DSMCO-IV .....	141
<b>Şekil 7.13.</b> Kontrol işaretleri a) DSMCO-II, b) DSMCO-IV .....	141
<b>Şekil 7.14.</b> Bozucu gözleyici sonuçları a) DSMCO-II, b) DSMCO-IV .....	141
<b>Şekil 7.15.</b> $g_1$ parametresinin zamanla ayarlanması a) DSMCO-II b) DSMCO-IV .....	142
<b>Şekil 7.16.</b> $g_k$ parametresinin zamanla ayarlanması a) DSMCO-II b) DSMCO-IV .....	142
<b>Şekil 7.17.</b> Kayma yüzeyi fonksiyonunun değişimi a) DSMCO-II b) DSMCO-IV .....	142

## DESTEK VEKTÖR MAKİNELERİNE DAYALI KAYMA KIPLİ KONTROLÖR TASARIMI

### ÖZET

Bilgisayar endüstrisindeki gelişmeyle yapay sinir ağları, evrimsel hesaplama ve yapay zekadan uyarlanan tekniklere dayanan esnek bilgi işlem yöntem ve prensiplerinin karmaşık kontrol algoritmaları için kullanılması elverişli hale gelmiştir. Esnek bilgi işlem ile kayma kipli kontrolör (SMC) yapılarının bir araya getirilmesi kontrol kuramının aktif bir çalışma alanıdır. Kökleri istatistiksel öğrenme kuramına dayanan destek vektör makineleri (SVM) sınıflandırma ve regresyon problemleri için ortaya atılmış ve daha sonra çok geniş alandaki problemlerin çözümünde kullanılmıştır. Fakat SVM tabanlı SMC tasarımı literatürdeki yerini yeterince almamıştır.

Bu proje çalışmasında SVM yapısından üç ana amaçla yararlanılarak SMC tasarımında kullanılması sağlanmıştır. Zamanla değişen kayma yüzeyi tasarımındaki temel sorunlardan biri başlangıç koşullarına bağımlı olan tasarım parametrelerinin uygun değerlerinin belirlenmesidir. Sistem başlangıç koşulları değiştiğinde zamanla değişen kayma yüzeyi parametrelerinin arzu edilen başarıyı elde etmek için yeniden hesaplanması gerekmektedir. Projede ilk olarak açısız kayma yüzeyi parametrelerini başlangıç koşullarına göre elde etmek için bir SVM yapısı kullanılacaktır. SMC için kullanılan çoğu teknikte tüm sistem durumlarına kontrol kuralı tarafından erişilebildiği varsayılır. Fakat uygulamada durumların hepsi geribesleme için elimizde bulunmaz. Bu durumda, ölçülemeyen durumların kestirimini yapan bir gözleyici tasarlanmadıkça tüm durumların geribeslemesini kullanan bir SMC yapısı gerçekleştirilemez. İkinci temel çalışma konusu olarak bu projede kayma kipli gözleyici tasarımı üzerinde durulmuş, SVM algoritmaları kullanılarak gözleyici ve kontrolör başarıyı iyileştirilmeye çalışılmıştır. SMC algoritmalarının bilgisayar ortamında gerçekleşmesi durumunda örnekleme aralıklarını ve sistemlerin ayrık modellerini de göz önüne aldığımız durumda ayrık zamanlı SMC yapıları ortaya çıkar. Üçüncü olarak projede elde edilen yapıların ayrık-zamanlı SMC için uygulanmasına çalışılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** *Sürekli-zamanlı kayma kipli kontrol, ayrık-zamanlı kayma kipli kontrol, kayma kipli gözleyici, durum gözleyicisi, bozucu gözleyicisi, doğrusal olmayan kontrol, destek vektör makineleri, dayanıklı kontrol.*



## SUPPORT VECTOR MACHINES BASED SLIDING MODE CONTROLLER DESIGN

### ABSTRACT

With the technological improvements in the computer industry, it became practical to use soft computing methodologies based on artificial neural networks, evolutionary computation and other techniques adapted from artificial intelligence for obtaining complex control algorithms in industrial applications. Combining soft computing methodologies and sliding mode controller (SMC) structures is an active area of control theory. Support vector machine (SVM) algorithms that are firmly rooted in statistical learning theory have been introduced for solving classification and regression problems and then successfully applied to a wide range of problems. However, SVM based SMC design is a novel study in the literature.

In this project, a SVM structure is used in the designed controller for three main goals. One of the main problems in the time-varying sliding surface design problem is the determination of the proper values of the design parameters which are initial condition dependent. When the system initial conditions change, the parameters of the time-varying sliding surface have to be calculated again to obtain a desired performance. Therefore, in this project as the first aim, a SVM structure is used to obtain the parameters for different initial conditions. Most of the design techniques for SMC design assume that all the system states are accessible to the control law. In practice, all of these states are not physically available for feedback. In this case, a full-state feedback SMC cannot be implemented unless an observer is used to estimate the unmeasured states, or the design methods must be modified such that only a subset of the states are required to implement the control law. In this project, as a second working area, sliding mode observers are considered and SVM algorithms are used to improve the observer and controller performance. In case of implementing SMC algorithms with a digital computer, if sampling periods and discrete-system models are considered, discrete-time SMC concept comes into mind. As the third aim of the project, the design methods proposed for continuous-time case are obtained for the discrete-time SMC case.

**Keywords:** *Continuous-time sliding mode control, discrete-time sliding mode control, sliding mode observer, state observer, disturbance observer, nonlinear control, support vector machines, robust control.*

## 1. GİRİŞ

Günümüzde, mekatronik sistemlerin yaşantımıza yoğun bir şekilde girmesiyle birlikte, otomatik kontrol sistemleri her alanda sıklıkla kullanılmaya başlanmıştır. Çamaşır makinesinden, üretimde kullanılan bilgisayar kontrollü tezgâhlara ve uzay taşıtlarına kadar birçok farklı alanda otomatik kontrol sistemleri giderek önem kazanmaktadır.

Otomatik kontrol sistemlerinin temelini geri besleme düşüncesi oluşturur. Geri besleme bilgisi sayesinde ilgili sisteme ait verilerin eksik ve kusurlu olması durumunda da sistemin denge noktasını koruması sağlanır. Geri beslemeli kontrol düşüncesinin ortaya çıkışı teknoloji tarihindeki önemli ilerlemelere olanak sağlayan konulardan birisidir (Bissel, 2009).

Gelişen teknoloji ile birlikte giderek daha karmaşık bir yapıya bürünen dinamik sistemlerin kontrolünü sağlamak için daha karmaşık modeller kullanılmaya başlanmış, böylece daha gelişmiş kontrolörler tasarlanmış ve kontrol kuramı bugünkü şeklini almaya başlamıştır. Fakat bazı durumlarda tasarlanan model sisteme karşılık veremez. Bunların başlıca nedenleri matematiksel modelin karmaşıklığı, mertebesinin büyüklüğüdür. Bunların haricinde sisteme etki eden ve bilgisine ulaşamadığımız pek çok etken vardır. Bu durumda uygulanan kontrol kuralı yetersiz kalır ve sistem istenen referans değere ulaşamaz. Bu yüzden sistemler üzerinde kontrol mekanizmasını kurabilmemiz için sistemleri basitleştirmek adına farklı yöntemler geliştirilmiştir.

Parametre belirsizlikleri kontrol başarımını olumsuz yönde etkileyen olgulardır ve bu yüzden de kararsızlık kaynağı olarak ele alınırlar. Dış bozucular ise proses kontrol problemlerinde kaçınılmaz olarak bulunan etmenlerdir ve istenen ürün veya işaretin başarımını olumsuz yönde etkiler.

Literatüre bakıldığında, bu tip belirsizlik ve bozucuların olumsuz etkilerini yok etmek ya da hiç değilse azaltmak için tasarlanmış çok sayıda geri beslemeli kontrol çalışması bulunmaktadır. Parametre belirsizlikleri ve dış bozucularının sınır değerlerinin bilindiği durumda öne çıkan bir yöntem kayma kipli kontrol yöntemidir.

## 1.1 Kayma Kipli Kontrol

Kayma kipli kontrol, değişken yapılı sistemler kuramının bir alt sınıfı olarak ortaya çıkmıştır. Yüksek hızlı, doğrusal olmayan bir geri besleme ile önceden belirlenen bir kayma yüzeyi üzerinde zamanda sürekli olmayan bir şekilde anahtarlama yapılarak elde edilen, belirgin, doğrusal olmayan, dayanıklı bir kontrol yöntemidir (Utkin, 1977). Literatürde çokça yer bulmasının ve değişik alanlara uygulanmasının nedeni, kullanım kolaylığı (Young *vd.*, 1999) ve dış bozucular ve parametre belirsizlikleri ile başa çıkma becerisidir (Zinober, 1994).

Kayma kipli kontrolör (sliding mode controller – SMC) tasarımındaki kuramsal gelişim sürekli zamanlı işaretleri kapsamaktadır. Sürekli zamanlı işaretlerle diferansiyel denklemler kullanılarak elde edilen ulaşma koşulu ve kontrol kuralı sürekli zamanlı kayma kipli kontrolör (continuous-time sliding mode controller–CSMC) yapısı ile elde edilir. Ölçümlerin ve kontrol işaretlerinin sadece düzenli zaman aralıkları ile uygulandığı ve bu zaman aralıkları boyunca sabit tutulduğu durumda ayrık-zamanlı kayma kipli kontrolör (discrete-time sliding mode controller–DSMC) yapıları söz konusu olur (Bandyopadhyay ve Janardhanan, 2006). Bu bölümde CSMC yapıları temel alınarak gerekli tanımlar yapılacaktır. DSMC konusu Bölüm 7’de kullanılmış ve bu yüzden ilgili bölümde ele alınmıştır.

SMC tasarım süreci iki adımlı bir yordam olarak düşünülebilir (Hung *vd.*, 1993). Bu adımlar sırasıyla; istenen kararlı dinamiklere karşı düşen bir kayma yüzeyinin belirlenmesi ve belirlenen kayma yüzeyine ulaşmayı sağlayan bir kontrol kuralının elde edilmesidir (Hung *vd.*, 1993). Kayma kipli kontrole sahip bir sisteme ilişkin faz yörüngesi iki ayrı bölümde ele alınabilir. Kayma yüzeyi dışında bulunan herhangi bir başlangıç koşulundan başlayan sistem yörüngeleri kayma yüzeyine ulaşma eğilimindedir. Kayma yüzeyine ulaşmak için geçen süre ulaşma zamanı ve faz yörüngesinin bu bölgesi ise ulaşma kipi olarak adlandırılır. Ulaşma kipinde sistem, parametre belirsizlikleri ve dış bozuculara karşı duyarlıdır (Edwards ve Spurgeon, 1998). Kayma yüzeyine ulaşıldığı zaman kayma kipi başlar ve kayma kipi boyunca yörüngeler parametre belirsizlikleri ve dış bozuculara karşı duyarsızdır (Slotine ve Sastry, 1983). Bu özellikten dolayı ulaşma kipini kısaltarak ya da tamamen ortadan kaldırarak sistem duyarlılığını azaltmak ya da tamamen yok etmek için literatürde önerilmiş birçok değişik yöntem bulunmaktadır (Chang ve Hürmüzlü, 1993).

Sistem ve kontrol mühendisleri her zaman için sistem belirsizliklerine karşı duyarsız olan kontrolörler tasarlamayı amaçlar. Tüm endüstriyel süreçlere baktığımızda öz ısıl değişimler, mekanik gerilmeler, mekanik yorulmalar, genleşme ve sürtünme gibi kontrol edilen sürecin

yapısına bağı olarak oluşabilecek çeşitli nedenlerden dolayı sistem parametrelerinde değişikliklerin olması söz konusudur. Benzer şekilde ölçme hataları, çevresel ısı değişimleri gibi etkenlerle söz konusu sistemlerin kendilerinden kaynaklanmayan dış bozuculardan etkilendikleri de görülür (Tokat, 2003).

Kontrol kuramında kontrolörün tasarlanması için sistem modellerinden yararlanılır. Ancak, yeterli ön bilginin elde edilememesi, doğrusal olmayan ve zamanla değişen karakteristiklerden dolayı gerçek hayatta karşımıza çıkan karmaşık endüstriyel süreçlerin kesin matematik modellerinin elde edilmesi zordur. Bu yüzden, modellerin belirlenmesinde bazı yaklaşımlar yapılabilir. Ayrıca, doğrusal olmayan modellerin elde edilmesi durumunda geleneksel doğrusal kontrol yöntemlerinin uygulanabilmesi için belirli bir çalışma noktası civarında doğrusallaştırmaya da gidilebilir (Tokat, 2003).

Yukarıda belirtilen parametre değişiklikleri, dış bozucular ve modelleme belirsizlikleri sistem başarımını düşüren etmenlerdir. Dinamik bir sistem üzerindeki belirsizliklere ve dış bozuculara ait istatistiksel bilgiler elde edilemiyor fakat bu büyüklüklerin sınır değerlerine ulaşılabilir ise bu özel durum için kullanılacak en uygun doğrusal olmayan kontrol çözümü değişken yapıli sistemlerden yararlanılmasıdır. Böylelikle, sistemin kararsız durumları kararlı hale getirilmeye çalışılır. Kayma kipli kontrol, değişken yapıli sistemler kuramının bir alt sınıfı olarak ortaya çıkmıştır. Yüksek hızlı, doğrusal olmayan bir geri besleme ile önceden belirlenen bir kayma yüzeyi üzerinde zamanda süresiz bir şekilde anahtarlama yapılarak elde edilen, belirgin, doğrusal olmayan, dayanıklı bir kontrol yöntemidir.

Belirsizliklerin ve bozucuların sınırları bilindiği sürece dayanıklı bir kontrol sağlar. Kontrol sinyali bir değerden başka bir değere sonsuz hızda anahtarlama yaptığı için gerçek zamanlı uygulamalarda buna ayak uydurmak oldukça zor olduğu için çatırtı meydana gelmektedir. Çatırtı, sistemin modellenemeyen dinamiklerini ortaya çıkarır. Bu yüzden hedeflenen minimum çatırtı ile kontrol algoritmasını geliştirmektir. Kayma kipli kontrolün asıl amacı kaçınıcı dereceden olursa olsun sistemin davranışını birinci dereceye indirgeyecek kontrol girişini belirleyerek sistemi birinci derecede gibi davranmaya zorlamaktır. Böylece bozucu girişler ve modellenmemiş parametrelerin etkisinin görüldüğü durumlarda bile kararlı ve dayanıklı bir kontrolün elde edilmesi sağlanır. Literatürde çokça yer bulmasının ve değişik alanlara uygulanmasının nedeni, kullanım kolaylığı ve dış bozucular ve parametre belirsizlikleri ile başa çıkmadaki becerisidir.

Kayma kipinin önemli özellikleri şöyle sıralanabilir (Tokat, 2003):

- 1) Kayma kipi, değişken yapıli sisteme ait verilen yapılar dışında yeni bir yörüngede oluşabilir. Bir ifadeyle, kayma kipi, sistem yörüngelerinden bağımsızdır (Hung *vd.*, 1993).
- 2) Kayma kipi yörüngesi sisteminin mertebesinden daha düşük boyutlu kayma yüzeyi ile sağlanmaktadır. Bu ise basitleştirme ve bağlanmış sistemleri birbirinden ayırma (decoupling) tasarım yordamlarına izin verir.
- 3) Herhangi bir sistem yörüngesi, bir kümenin içerisinde seçilen başlangıç koşulları için tüm geçmiş ve gelecek zamanda yine o küme içerisinde kalıyor ise o kümeye değişimsiz (invariant) küme denir. Eğer değişken yapıli kontrol sistemine ait kayma kipi sarsım ve dış bozuculardan etkilenmiyorsa, o halde kayma kipi sarsım ve dış bozuculara değişimsizdir denir. Açıkçası, değişimsizlik özelliği gürbüzlük, uyarlanırlık özelliklerinden daha güçlü bir özelliktir (Hung *vd.*, 1993). Çünkü diğerlerinde beklenmedik değişiklikler karşısında sistemin değişimsiz olması değil, kontrol edilebilir ve beklenir bir davranış göstermesi amaçlanır. Geleneksel kayma kipi sırasında sistem dinamiklerini etkileyen tek parametre hata vektörü çarpanıdır. Bu yüzden sistem dinamikleri değişimsizdir. Bu özellik SMC'nin en önemli özelliğidir (Hung *vd.*, 1993).
- 4) Orijin noktası sistemin denge noktasına karşı düşmektedir. Bu yüzden denge noktasına ulaşılan kadar, kayma kipi sırasındaki sistem davranışı, sisteme ait geçici hal davranışının bir parçasıdır (Hung *vd.*, 1993).
- 5) Süreksiz kontrole ait giriş, sıfıra çok yakın olduğunda bile çıkışı sonlu değerler alır. Yani süreksiz kontrol işareti yüksek -kuramsal olarak sonsuz- kazançlı bir kontrolör çıkışı gibi düşünülebilir, bu ise geleneksel anlamda sistem davranışındaki belirsizlik ve bozucuları bastırma özelliğini açıklamaktadır. Sürekli kontrol sistemlerinden farklı olarak, değişimsizlik sonlu kontrol işareti ile elde edilmektedir.

## 1.2 Kayma Kipli Sistemlere Ait Temel Kavramlar

Kayma kipli sistemler hakkında genel bilgi edindikten sonra, CSMC tasarımına giriş yapabilmek ve konuyu daha iyi anlamak için bazı temel kavram ve ölçütlerin tanımının yapılması uygun olacaktır. Doğrusal olmayan yapıları da içeren en genel durum denklemi

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (1.1)$$

şeklinde verilebilir. Burada

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(t) & \stackrel{\Delta}{=} [x_1(t) \quad x_2(t) \quad \dots \quad x_n(t)]^T \in \mathfrak{R}^{n \times 1} \\ \mathbf{u}(t) & \stackrel{\Delta}{=} [u_1(t) \quad u_2(t) \quad \dots \quad u_m(t)]^T \in \mathfrak{R}^{m \times 1}\end{aligned}\tag{1.2}$$

sırası ile durum ve giriş vektörleridir. Sistem  $\mathbf{u}(t)$  giriş vektörüne göre doğrusal olduğunda ilginlik (affine) özelliği geçerlidir ve (1.1) sistemi

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \mathbf{g}_0(\mathbf{x}, t) + \sum_{i=1}^m u_i(t) \mathbf{g}_i(\mathbf{x}, t)\tag{1.3}$$

şeklinde iki ayrı parçada yazılabilir (Sontag ve Sussmann, 1996). Bu durumda, bozucuların ve belirsizliklerin göz ardı edilip modellenmediği bir sisteme ait en genel durum denklemi ifadesi

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \mathbf{u}(t)\tag{1.4}$$

olarak verilebilir (Fossen ve Foss, 1991). Burada  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$  ve  $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  sistem dinamiklerini belirleyen fonksiyonlardır. Bu fonksiyonların doğrusal olup olmamasına göre farklı yapılar elde edilebilir. Kayma kipli kontrol kuramı bu en genel yapı üzerinde tanıtılmaya çalışılacaktır.

**Tanım 1.1.** *Anahtarlama Yüzeyi (switching surface):* (1.2)'de verilen  $n$ . mertebeden durum vektörü ve  $m$  giriş için anahtarlama fonksiyonu vektörel olarak

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}) \stackrel{\Delta}{=} [s_1(\mathbf{x}) \quad s_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad s_m(\mathbf{x})]^T\tag{1.5}$$

şeklinde tanımlanır. Burada,  $s_i(\mathbf{x})$  değeri  $i=1, \dots, m$  olmak üzere  $i$ . kontrol kuralına ait anahtarlama fonksiyonudur. Kontrol kuralında  $s_i(\mathbf{x})=0$  üzerinde bir süreksizlik olduğu ve bu yüzden kontrol kuralı işaret değiştirdiği için  $s_i(\mathbf{x})=0$  eşitliği  $i$ . kontrol kuralına ait anahtarlama yüzeyi olarak adlandırılır (Hung vd., 1993).

**Tanım 1.2.** *Kayma Yüzeyi (sliding surface):* Eğer anahtarlama yüzeyinin her iki tarafındaki sistem yörüngeleri yüzeye doğru yönelmiş ise, yani  $\mathbf{x}(t)$  bir kayma kipi oluşturuyorsa, elde edilen anahtarlama yüzeyine kayma yüzeyi ya da kayma manifoldu adı verilir (Hung vd., 1993). Anahtarlama yüzeyi sistem yörüngelerinden seçildiği takdirde her zaman bir kayma yüzeyi oluşturmaktadır. Ancak, SMC tasarımında sisteme ait durum yörüngeleri dışında bir anahtarlama yüzeyi de seçilebilir fakat bu seçim her zaman kayma kipini sağlamayabilir.

**Tanım 1.3.** *Kayma Kipi (sliding mode):*  $\mathbf{x}=0$  denge noktasından geçen herhangi bir anahtarlama yüzeyi  $s(\mathbf{x})$  olsun. Eğer  $t_0$  anında  $s(\mathbf{x})=0$  ise ve  $\forall t>t_0$  için  $s(\mathbf{x})=0$  ise  $\mathbf{x}(t)$  yörüngesi sistemin kayma kipi ya da kayma fazıdır denir (Hung vd., 1993).

**Tanım 1.4.** *Ulaşma Koşulu (reaching condition / reaching law):* Kayma kipinin varlığı en azından  $s(\mathbf{x})$  yüzeyinin belirli bir civarında yüzeye yönelen durum yörüngelerinin kararlı olmasını gerektirir. Bu ise sistem durumlarının en azından asimtotik olarak yüzeye yaklaşması anlamına gelir. Kayma kipine ulaşmayı ve orada kalmayı belirleyen yeterlilik ölçütlerine ulaşma koşulu denir (Edwards ve Spurgeon, 1998). Ulaşma koşulunun gerçekleştiği en büyük  $s(\mathbf{x})$  komşuluğuna ise çekim bölgesi (region of attraction) denir .

**Tanım 1.5.** *Ulaşma Kipi (reaching mode):* Kayma kipine ulaşana kadar olan tüm  $\mathbf{x}(t)$  durum yörüngeleri sistemin ulaşma kipi ya da ulaşma fazı olarak adlandırılır (Edwards ve Spurgeon, 1998).

**Tanım 1.6** *Ulaşma Zamanı (reaching time):* Kayma kipine girine kadar geçen ve sistemin parametre belirsizlikleri ve dış bozuculara duyarlı olduğu süre ulaşma ya da vuru zamanı olarak adlandırılır (Edwards ve Spurgeon, 1998). Ulaşma zamanı tek girişli durum için  $t_{reach} = \inf\{t | s(\mathbf{x})=0, \forall t \geq t_{reach}\}$  biçiminde tanımlanabilir. Burada “inf” fonksiyonu en büyük alt sınırı ifade eder.

**Tanım 1.7** *Eşdeğer Kontrol Kuralı (equivalent control law):* Sistem yörüngelerinin ulaşma kipi boyunca kayma kipine doğru hareketini sağlayan kontrol kuralı bileşenine denir ve  $u_{eq}(t)$  olarak tanımlanmıştır.

**Tanım 1.8** *Süreksiz Kontrol Kuralı (discontinuous control law):* Sistemin kayma yüzeyi üzerindeki hareketini sağlayan kontrol kuralı bileşenine denir ve  $u_N(t)$  veya  $u_{dis}(t)$  olarak tanımlanmıştır.

### 1.3 Kayma Kipli Kontrolör Tasarımı

SMC; kayma yüzeyinin her iki tarafında farklı yapılarla sahip olan, gürbüz kontrol davranışına ulaşmayı amaçlayan, doğrusal olmayan bir kontrolördür. Bu özelliklere sahip bir SMC genel olarak ele alındığında üç temel bileşenden oluşur. Bunlar kayma yüzeyinin belirlenmesi, ulaşma koşulu ölçütünün seçilmesi ve kontrol kuralının elde edilmesi olarak sıralanabilir.

Öncelikle, verilen sistemden daha düşük boyutta olan bir kayma yüzeyinin elde edilmesi gerekir. Elde edilen kayma yüzeyi ile; kayma kipi sırasında kararlılık, belirli başarımların iyileştirilmesi, merteye düşürme gibi tasarım amaçlarının yerine getirilmesi beklenir.

Kayma yüzeyine ulaşma koşulunun belirlenmesi de SMC tasarımında önemli bir tasarım adımıdır. Bu amaçla, literatürdeki CSMC konusuna giren çalışmalar içerisinde en sık karşılan ve diğer çalışmalar için de temel niteliğinde olan yöntemler tanıtılacaktır.

### 1.3.1. Doğrudan Anahtarlama Fonksiyonu Yaklaşımı:

Kayma yüzey(ler)inin en azından yerel olarak bir çekim bölgesi oluşturması gerekir, yani kayma yüzeyini çevreleyen belirli bir bölgede sistem durum yörüngeleri kayma yüzeyine doğru yaklaşmalıdır. Bu olay matematiksel olarak  $m$  girişli bir sistem için yazılırsa

$$\lim_{s_i \rightarrow 0^+} \dot{s}_i(\mathbf{x}) < 0 \quad \text{ve} \quad \lim_{s_i \rightarrow 0^-} \dot{s}_i(\mathbf{x}) > 0 \quad (i=1, \dots, m) \quad (1.6)$$

elde edilir (Utkin, 1977). Kayma yüzeyi etrafında tanımlı (1.6) yerel koşulları kontrol alanı ile aynı yönde ölçülen skaler yüzey koordinat fonksiyonu  $s(\mathbf{x})$ 'in değişim hızının, yüzeyin her iki tarafı için diğer tarafa geçmeyi sağlayacak büyüklükte olduğu anlamına gelir (Choi ve Cho, 2001). Genel olarak (1.6)'da verilen bu ulaşma koşulu yerine eşdeğeri olması yanında daha kısa ifadeli bir ölçüt olan ve global olarak tanımlı

$$s_i(\mathbf{x})\dot{s}_i(\mathbf{x}) < 0, \quad (s_i \neq 0, \quad i = 1, \dots, m) \quad (1.7)$$

kullanılır (Edwards ve Spurgeon, 1998). Bu ulaşma koşulları doğrudan anahtarlama fonksiyonu yaklaşımı olarak adlandırılır. Çok girişli bir sistemde tüm anahtarlama yüzeyleri ve bu yüzeylerin kesişimleri kayma yüzeyi konumundadır. Bu yaklaşım ile elde edilen ulaşma koşulu global olmasına rağmen ulaşma zamanı hakkında bir bilgi içermez ve sonlu ulaşma zamanı elde edileceği anlamına gelmez.

### 1.3.2. Ulaşma Kuralı Yaklaşımı:

Gao ve Hung (1993) tarafından ulaşma kuralının ulaşma kipini etkilediği düşüncesinden yola çıkılarak anahtarlama yüzeyi dinamikleri doğrudan bir diferansiyel denklem ile modellenmeye çalışılmış ve

$$\dot{\mathbf{s}}(\mathbf{x}) = -\mathbf{Q}\text{sign}(\mathbf{s}(\mathbf{x})) - \mathbf{K}\mathbf{h}(\mathbf{s}(\mathbf{x})) \quad (1.8)$$



şeklinde bir yapı önerilmiştir. Burada  $\mathbf{Q}, \mathbf{K} \in \mathfrak{R}^{m \times m}$  pozitif elemanlara sahip köşegen kazanç matrisleridir. Ayrıca,

$$\begin{aligned} \mathbf{sign}(\mathbf{s}) &= [\text{sign}(s_1) \quad \dots \quad \text{sign}(s_m)]^T \\ \mathbf{h}(\mathbf{s}) &= [h_1(s_1) \quad \dots \quad h_m(s_m)]^T \end{aligned} \quad (1.9)$$

şeklinindedir. Burada  $\text{sign}(\cdot)$  işaret fonksiyonudur ve

$$\text{sign}(s) = \begin{cases} -1, & s < 0 \\ 0, & s = 0 \\ +1, & s > 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

olarak tanımlanır. Skaler  $h_i$  fonksiyonu ise

$$s_i \neq 0 \quad \text{için} \quad s_i h_i(s_i) > 0 \quad (1.11)$$

koşullarını sağlayacak biçimde seçilir. Tasarım parametreleri olan  $\mathbf{Q}$  ve  $\mathbf{K}$  değerleri farklı seçilerek kayma yüzeyine farklı hızlarda yaklaşma sağlanabilir ve ulaşma kuralı için ilk ulaşılan ilk anahtarlanır anahtarlama düzeninde farklı yapılar elde edilebilir (Gao ve Hung, 1993).

### 1.3.3. Lyapunov Fonksiyonu Yaklaşımı:

Aleksandr M. Lyapunov (1857-1918) tarafından 1893 yılında yayınlanan çalışmada doğrusal olmayan diferansiyel denklemler kümesinin kararlılığını ispatlamak için genelleştirilmiş enerji düşüncesi kullanılmış ve sistemin enerjisindeki değişim hızı ile kararlılık belirlenmiştir. 1960'lı yıllara kadar gereken ilgiyi bulamayan Lyapunov yöntemi sistem kararlılığı ile ilgili çalışmalarla birlikte önem kazanmıştır ve bir diferansiyel denklemin açık çözümünü elde etmeksizin sistemin kararlılık özelliklerini elde edebilmek amacı ile kullanılmaktadır. Lyapunov kararlılık için iki farklı yöntem geliştirmiştir. Birincisi dolaylı yöntemdir ve orijinal sisteme ait yerel kararlılık bilgisini elde etmek için doğrusallaştırma yapılmasına dayanır. İkincisi ise doğrudan yöntemdir. Bu yöntemde denge noktasının kararlı olması için, durum uzayında, durum değişkenlerinin türevinin her zaman seviye eğrilerinin iç tarafına doğru yöneldiği ve seviye eğrilerinin denge noktasını çevrelediği bir gerçek değerli fonksiyon bulunabilmelidir (Aström ve Wittenmark, 1989).  $V(\mathbf{x}, t)$  ile ifade edilen seviye eğrilerine Lyapunov fonksiyonu denir.  $V(\mathbf{x}, t)$  orijini de içine alan bir uzayda tanımlı sürekli olarak türevi bulunan skaler bir fonksiyondur. Bu fonksiyonun pozitif tanımlı olması durumunda

$$\forall x,t \text{ için } V(0,t)=0 \text{ ve } V(\mathbf{x},t)>0 (x \neq 0) \quad (1.12)$$

olması gerekir. Negatif tanımlı olması durumunda ise

$$\forall x,t \text{ için } V(0,t)=0 \text{ ve } V(\mathbf{x},t)<0 (x \neq 0) \quad (1.13)$$

olması gerekir. Düzgün asimtotik kararlılık için  $V(\mathbf{x},t)$ 'nin pozitif tanımlı ve türevinin negatif tanımlı olması yeterli bir koşuldur (Aström ve Wittenmark, 1989). Düzgün kararlılık, başlangıç anının farklı seçilmesi durumunda da denge noktasının kararlılığını kaybetmediği anlamına gelir.

Kararlılık testi için kullanılan Lyapunov doğrudan yönteminden, ulaşma koşulu ölçütü olarak yararlanmak amacı ile durum yörüngesinin kayma yüzeyine olan hareketini karakterize eden genelleştirilmiş bir Lyapunov fonksiyonu, yüzeyin kendisi cinsinden ifade edilir. Her bir anahtarlama kontrol yapısı için, Lyapunov fonksiyonuna ait terimler öyle seçilir ki Lyapunov fonksiyonunun türevi negatif tanımlı olur. Böylece durum yörüngesinin yüzeye olan hareketi garanti edilir. Ulaşma koşulu elde etmek için bir aday Lyapunov fonksiyonu

$$V(\mathbf{x},t) = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T(\mathbf{x}) \mathbf{M} \mathbf{s}(\mathbf{x}) > 0 \quad (1.14)$$

olarak seçilebilir. Burada  $\mathbf{M} \in \mathcal{R}^{m \times m}$  pozitif tanımlı simetrik matristir ve birim matris olarak seçilebileceği gibi farklı anahtarlama yüzeylerine farklı ağırlık değerleri vermek için değişik değerlerde de seçilebilir. Kolay anlaşılması için  $\mathbf{M}=\mathbf{I}$  alırsak,

$$V(\mathbf{x},t) = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T(\mathbf{x}) \mathbf{I} \mathbf{s}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T(\mathbf{x}) \mathbf{s}(\mathbf{x}) \quad (1.15)$$

elde edilir. (1.15) zamana göre türetilirse ulaşma koşulu

$$\dot{V}(\mathbf{x},t) = \mathbf{s}^T(\mathbf{x}) \dot{\mathbf{s}}(\mathbf{x}) < 0, \quad (\mathbf{s}(\mathbf{x}) \neq 0) \quad (1.16)$$

olmasına bağlıdır. (1.16) koşulu durumların kayma yüzeyine olan uzaklığının karesinin tüm sistem yörüngeleri boyunca azalması anlamına gelir. Bu ulaşma koşulu ile de doğrudan anahtarlama fonksiyonunda olduğu gibi sonlu ulaşma zamanı garanti edilemez. Çünkü asimtotik kararlılık zaman sonsuza giderken tanımlıdır. Sonlu ulaşma zamanının her zaman elde edilmesi için

$$\dot{V}(\mathbf{x},t) < -\varepsilon, \quad (\mathbf{s}(\mathbf{x}) \neq 0) \quad (1.17)$$

olması yeterlidir (Hung vd., 1993). Burada  $\varepsilon$  kesin pozitif gerçek bir sayıdır. Bu ulaşma

koşulu anahtarlama yüzeylerinin kesişiminde sonlu ulaşma zamanını garanti eder. Lyapunov fonksiyonu yaklaşımı ile elde edilen ulaşma koşulu ölçütünde anahtarlama düzeni tüm kayma yüzeylerinin kesişiminde kabul edilmektedir. Tek girişli durum için Lyapunov ulaşma koşulu olarak sıkça kullanılan bir başka ölçüt ise

$$\dot{V}(\mathbf{x}, t) \leq -\mu |s(\mathbf{x})| \quad (1.18)$$

şeklindedir ve bu koşul literatürde  $\mu$ -ulaşma koşulu olarak adlandırılır (Edwards ve Spurgeon, 1998). Ulaşma kipi boyunca  $s(\mathbf{x}) \neq 0$  olduğundan  $\mu|s(\mathbf{x})|$  ifadesi ulaşma zamanı boyunca her zaman kesin pozitifdir ve bu da sistem durumlarının kayma yüzeyine olan hareketini sağlar.

#### 1.4 Regulator Problemi

Kontrol edilen bir sistemi sıfır olmayan bir başlangıç durumundan orijindeki sıfır durumuna götürmeyi amaçlayan kontrol eyleminin uygulandığı probleme regülör (düzengeç) problemi denir. Sistem parametrelerine ve bunların belirsizliklerine göre doğrusal bir durum geribeslemesi bileşenine sahip ve kontrol girişinin bozuculardan etkilenmediği tek girişli  $n$ . mertebeden bir sistem

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{A}_h(\mathbf{h}, t))\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + b(\mathbf{x}, t)u(t) + \mathbf{d}(\mathbf{x}, \mathbf{h}, t) \quad (1.19)$$

olsun. Sistemdeki belirsizliklerin eşleşme (matching) koşullarını sağlayan parametre belirsizlikleri olduğu ve sistem dinamiklerinin kontrol edilebilir kanonik biçimli olduğu varsayalım (Slotine ve Li, 1991). Kontrol edilebilir kanonik biçimde girişin türevleri bulunmaz. Bu durumda (1.19) sistemi kontrol açısından daha uygun bir yapıya getirilerek,

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= x_{i+1}(t) & i &= 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n(t) &= \sum_{i=1}^{n_s} (a_i + \Delta_i(t))f_i(\mathbf{x}, t) + b(\mathbf{x}, t)u(t) + d(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (1.20)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $a_i$  ( $i=1 \dots n_s$ ) sistemin sahip olduğu sabit parametreleri,  $\Delta_i(t)$  ise sınırlı belirsizliklere sahip parametre sarsımlarını belirleyen fonksiyonlardır (Edwards ve Spurgeon, 1998). Sistemdeki doğrusal olmayan parametrelerin ve bu parametrelere ait belirsizliklerin sayısı  $n_s$  değeri ile belirlenmektedir. Bu değer sistem modelinin tasarımı sırasında kullanılmaktadır. Ele alınan regülör probleminde her  $t$  anı için parametre belirsizliklerinin ve dış bozucuların sınır değerli oldukları varsayılmıştır. Yani

$$\Delta_i^- \leq \Delta_i(t) \leq \Delta_i^+ \quad (1.21a)$$

$$\gamma^- \leq d(t) \leq \gamma^+ \quad (1.21b)$$

olarak alınmıştır. Burada  $\Delta_i^-, \Delta_i^+$  ve  $\gamma^-, \gamma^+$  bilinen sabit değerli skaler büyüklüklerdir. (1.20)

sistemi için genel bir kayma yüzeyi ifadesi

$$s(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) = x_n(t) + \sum_{i=1}^{n-1} c_i x_i(t) \quad (1.22)$$

şeklinde seçilebilir (Edwards ve Spurgeon, 1998). Tanım 1.7’de verilen  $u_{eq}$  eşdeğer kontrol kuralını elde etmek amacı ile  $s(\mathbf{x})=0$  için (1.22)’nin diferansiyeli hesaplanırsa

$$\dot{s}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} c_i \dot{x}_{i+1}(t) + \sum_{i=1}^{n_s} (a_i + \Delta_i) f_i(\mathbf{x}, t) + bu(t) + d(t) \quad (1.23)$$

elde edilir. Belirsiz parametrelere ait kısım ayrı yazılır ve  $\dot{s}(\mathbf{x}) = 0$  yapan kontrol kuralını elde etmek için  $u(t)$  çekilirse, eşdeğer kontrol kuralı

$$bu_{eq}(t) = -\sum_{i=1}^{n-1} c_i \dot{x}_{i+1} - \sum_{i=1}^{n_s} a_i f_i - \sum_{i=1}^{n_s} \Delta_i f_i \quad (1.24)$$

olarak bulunur. Fakat (1.24) denkleminde son terim sistem belirsizliklerinden dolayı gelen bir terimdir ve bu belirsizlikten dolayı (1.24) denkleminin fiziksel olarak elde edilmesi mümkün değildir. Bunun için (1.24) yerine

$$bu_{eq}(t) = -\sum_{i=1}^{n-1} c_i \dot{x}_{i+1}(t) - \sum_{i=1}^{n_s} a_i f_i(\mathbf{x}, t) \quad (1.25)$$

alınır. (1.25) kontrol kuralı anma (nominal) eşdeğer kontrol kuralı olarak adlandırılır. Toplam kontrol kuralı eşdeğer ve süreksiz kontrol kuralından

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t) \quad (1.26)$$

olarak elde edilir. (1.26)’da eşdeğer kontrol kuralı yerine (1.25) yerleştirilir ve bu değer (1.23)’te yerine koyulursa

$$\dot{s}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n_s} \Delta_i(t) f_i(\mathbf{x}, t) + bu_N(t) + d(t) \quad (1.27)$$

elde edilir. Burada artık tasarım problemi  $u_N(t)$ ’nin elde edilmesi sorunudur (Edwards ve Spurgeon, 1998). Süreksiz kontrol kuralı için farklı biçimlerde tasarım yapma olanağı vardır.

Parametrelerin ve bozucuların (1.21a) ve (1.21b)'de verilen sınır değerli olma koşulu altında her zaman için

$$\rho(\mathbf{x}, t) > \left| \sum_{i=1}^{n_s} \Delta_i(t) f_i(\mathbf{x}) \right| + \mu \quad (1.28)$$

eşitsizliğini sağlayan bir  $\rho(\mathbf{x}, t)$  değeri elde etmek mümkündür (Edwards ve Spurgeon, 1998). Burada  $\mu$  küçük değerli pozitif skaler bir tasarım ölçütüdür ve değeri (1.21b)'de verilen dış bozuculara ait sınır değerleri altında

$$\mu > \max \left\{ |\gamma^-|, |\gamma^+| \right\} \quad (1.29)$$

eşitsizliğini sağlayacak şekilde seçilir. Kontrol kuralının süreksiz bileşeni  $u_N(t)$ 'yi tasarlamak için kullanılacak bir ifade

$$bu_N(t) = -\rho(\mathbf{x}, t) \text{sign}(s) \quad (1.30)$$

şeklinde yazılabilir. Görüldüğü gibi,  $\rho(\mathbf{x}, t)$  süreksiz kontrol kuralına ait kazanç değerinin parametre belirsizliklerine bağlı alt sınırını verir ve kesin pozitif gerçel bir sayıdır. (1.28) kullanılarak ulaşma koşulu sınırsa,

$$\begin{aligned} s\dot{s} &= s \left( \sum_{i=1}^{n_s} \Delta_i(t) f_i(\mathbf{x}) + bu_N(t) + d(t) \right) \\ &= s \sum_{i=1}^{n_s} \Delta_i(t) f_i(\mathbf{x}) - \rho |s| + d(t) \\ &\leq |s| \cdot \left( \left| \sum_{i=1}^{n_s} \Delta_i(t) f_i(\mathbf{x}) \right| - \rho + |d(t)| \right) \end{aligned} \quad (1.31)$$

olduğu görülür. (1.28) eşitsizliğindeki  $\rho(\mathbf{x}, t)$  değerini (1.31)'de kullanırsak

$$s\dot{s} \leq -\mu |s| \quad (1.32)$$

elde edilir ve (1.18) ulaşma koşulunun sağlandığı görülür. Bu durumda, ideal kayma kipinin sonlu zamanda elde edileceği garanti edilmiş olur. (1.30)'da verilen kontrol yapısı ölçeklenmiş röle yapısı (scaled relay structure) olarak adlandırılır.

Literatürde (1.30) dışında farklı kontrol kuralları da tasarlanmıştır. (1.30)'da verilen kontrol yapısı değiştirilmeksizin farklı  $\rho(\mathbf{x}, t)$  değerleri seçilerek de tasarımlar yapılabilir. Örneğin (1.28) yerine

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^{n_s} \max\left(|\Delta_i^+|, |\Delta_i^-|\right) |f_i(\mathbf{x})| + \mu \quad (1.33)$$

seçilebilir. Bu durumda (1.31) işlemleri tekrar uygulanırsa

$$\begin{aligned} s\dot{s} &\leq |s| \left( \left| \sum_{i=1}^{n_s} \Delta_i(t) f_i(\mathbf{x}) \right| - \rho + |d(t)| \right) \\ &\leq |s| \left( \sum_{i=1}^{n_s} \max\left\{|\Delta_i^+|, |\Delta_i^-|\right\} |f_i(\mathbf{x})| - \rho + |d(t)| \right) \\ &\leq -\mu |s| \end{aligned} \quad (1.34)$$

elde edilir ve ulaşma koşulunun sağlandığı görülebilir. Kontrol yapısı için de başka seçenekler düşünülebilir. Alternatif bir seçim

$$bu_N(t) = \sum_{i=1}^{n_s} k_i f_i - \mu \operatorname{sgn}(s) \quad (1.35)$$

biçiminde yazılabilir (Edwards ve Spurgeon, 1998). Burada

$$k_i = \begin{cases} k_i^-, & \text{eger } sf_i > 0 \\ k_i^+, & \text{eger } sf_i < 0 \end{cases} \quad (1.36)$$

şeklinde süreksizlik içermektedir. (1.35) değerini (1.27)'de yerine koyar ve (1.36) değeri için çözümlerse

$$\begin{aligned} s\dot{s} &= \sum_{i=1}^{n_s} sf_i (k_i - \Delta_i) - \mu |s| \\ &\leq -\mu |s| \end{aligned} \quad (1.37)$$

elde edilir ve ulaşma koşulunun sağlandığı görülür.

## 1.5 İzleme Problemi

Buraya kadar sistem durumlarının orijine yönlendirildiği regülatör problemi ele alınmıştır. Daha önce belirtildiği gibi kayma kipindeki bir sistem eşleşme koşullarını sağlayan işaretlerden etkilenmez ve izleme probleminde de amaç sistem durumlarının önceden belirlenen

$$\mathbf{x}_d(t) = [x_{d1}(t) \ x_{d2}(t) \ \dots \ x_{dn}(t)] \quad (1.38)$$

istenen yörüngesini takip etmesinin sağlanmasıdır. İzleme problemi için (1.22) kayma yüzeyi

hata ve hatanın türevleri cinsinden

$$s(\mathbf{e}) = \mathbf{c}^T \mathbf{e}(t) = e_n(t) + \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_i(t) \quad (1.39)$$

şeklinde bir ifadeye dönüşür. (1.39) için izleme hatası

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(t) &\triangleq [e_1(t) \quad e_2(t) \quad \dots \quad e_n(t)] \\ &= [x_1(t) - x_{d1}(t) \quad x_2(t) - x_{d2}(t) \quad \dots \quad x_n(t) - x_{dn}(t)] \end{aligned} \quad (1.40)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada  $x_{di}$  değeri  $i$ . duruma ait istenen sistem yörüngesini temsil eder.

Kayma yüzeyi denklemi olan (1.39)'u sifıra eşitlediğimizde tek çözümü  $\mathbf{e}=0$  olan türdeş bir diferansiyel denklem elde edilir. Böylece, sistem yörüngesini kayma yüzeyi üzerinde tutabilecek uygun bir kontrol kuralı sayesinde izleme hatası asimtotik olarak sifıra ulaşır. İzleme problemi için kayma yüzeyi (1.39) biçiminde alınarak, regülatör problemindekine benzer şekilde kontrol kuralı elde edilir.  $u_{eq}$  eşdeğer kontrol kuralını elde etmek amacı ile  $s(\mathbf{e})=0$  için (1.39)'un diferansiyeli hesaplanırsa

$$\dot{s}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1}(t) + \sum_{i=1}^{n_s} (a_i + \Delta_i) f_i(\mathbf{x}, t) - \dot{x}_{dn} + bu(t) + d(t) \quad (1.41)$$

elde edilir. Belirsiz parametrelere ve dış bozuculara ait terimler göz ardı edilirse, eşdeğer kontrol kuralı (1.41)'den kontrol işareti terimi çekilerek

$$bu_{eq}(t) = - \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1} - \sum_{i=1}^{n_s} a_i f_i + \dot{x}_{dn} \quad (1.42)$$

şeklinde regülatör probleminde benzer şekilde elde edilir.

## 1.6 Proje Çalışma Akışı

Bu proje çalışmasının ana konusunu oluşturan CSMC tasarımı konusu bu bölümde kısaca özetlenerek bundan sonraki bölümler için bir temel oluşturmak amaçlanmıştır. Genel SMC tasarımında kullanılan başarımlı iyileştirme yöntemlerinden birisi de başlangıç koşullarına bağlı zamanla değişken veya doğrusal olmayan kayma yüzeyleri kullanılmasıdır. Projenin ana konusunu oluşturan kayma yüzeyi tasarım yöntemleri Bölüm 2'de ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Bölüm 2'de literatürdeki kayma yüzeyi tasarım yöntemleri sınıflandırılarak bir olay takdimi (survey) oluşturulmaya çalışılmıştır.

Bölüm 3'te proje çalışmasında önerilen zamanla-değişen açısız bilgi kullanan ve başlangıç

koşullarına göre parametrelerinin ayarlanması amaçlanan kayma yüzeyi tasarım yöntemi tanıtılmıştır. Daha sonra önerilen yöntemin doğrusal, doğrusal olmayan farklı sistemlere uygulanması üzerinde durulmuştur. Ayrıca açısız bilginin zamana göre doğrusal değişimi yerine zamana bağlı daha yüksek dereceden terimler de alınarak farklı sistem yörüngelerinin elde edilebileceği gösterilmeye çalışılmıştır.

Bölüm 4'te başlangıç noktasına göre kontrolör parametrelerinin veya çeşitli kazanç değerlerinin ayarlanmasında kullandığımız destek vektör makineleri ile regresyon ve modelleme konusu üzerinde durulmuştur. Tanıtılan yapının genel bir kontrolöre ait parametrelerin güncelleştirilmesinde kullanılması şematik olarak gösterilmiştir.

Bölüm 5'te CSMC için açısız zamanla değişen kayma yüzeyi parametrelerinin ayarlanması için sunulan bulanık mantığa, genetik algoritmalara ve destek vektör makinelerine dayalı çeşitli yöntemler tanıtılmıştır.

Bölüm 6'da tüm sistem durumlarının ölçülemediği durumda gözleyici ile elde edilen durum kestirimleri ile CSMC tasarımı üzerinde çalışılmıştır. Literatürden alınan örnekler üzerinde açısız zamanla değişen kayma yüzeyinin kullanılması ve destek vektör makineleri ile gözleyici kazançlarının ayarlanması ile elde edilen iyileştirme gösterilmeye çalışılmıştır.

Bölüm 7'de ise destek vektör makineleri ile SMC'nin bir bütün olarak sayısal bilgisayarda örnekleme olayı göz önünde bulundurularak gerçekleşmesi amacı ile DSMC konusuna girilmiştir. Önce bu konuda literatür bilgisi üzerinde durulmuş, daha sonra da Bölüm 6'da elde edilen yapılar DSMC ile gerçekleştirilmeye çalışılmıştır.

Proje çalışmasında her bölüm sonunda elde edilen çıktıların yorumlanması ve ileriye dönük çalışma konuları üzerinde durulmuştur. Yine her bölümün kaynakçası ilgili bölüm sonuna eklenerek kaynaklara daha kolay ulaşılması hedeflenmiştir.



## 1.7 Kaynakça

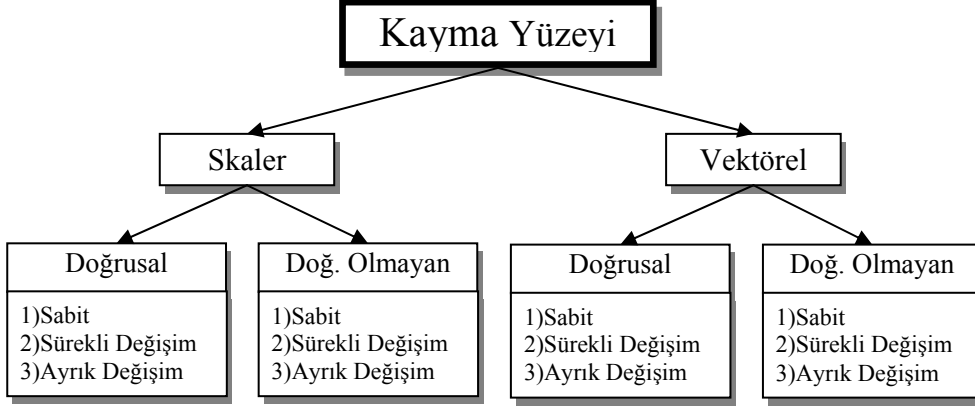
- ASTRÖM K.J., Wittenmark B.**, *Adaptive Control*, Addison-Wesley Publishing Company, USA, (1989).
- BANDYOPADHYAY B., Janardhanan S.**, *Discrete-time Sliding Mode Control: A Multirate Output Feedback Approach*, Springer, Heidelberg, Germany, (2006).
- BISSEL C.C.**, *A history of automatic control*, In Handbook of Automation, ed: Shimon Y., Springer Handbook Series, Vol: 76, Heidelberg, Germany, (2009), pp. 53–69.
- CHANG T.H., Hürmüzlü Y.**, Trajectory tracking in robotic systems using variable structure control without a reaching phase, *Proceedings of the 11<sup>th</sup> American Control Conference*, Chicago, USA, Vol: 2, (1992), pp: 1505-1509.
- CHOI S., Cho D.W.**, Design of nonlinear sliding mode controller with pulse width modulation for vehicular slip ratio control, *Vehicle System Dynamics*, 36(1), 57-72, (2001).
- EDWARDS C., Spurgeon S.K.**, *Sliding Mode Control: Theory and Applications*, Taylor & Francis, London, UK, (1998).
- FOSSEN T.I., Foss B.A.**, Sliding control of MIMO nonlinear systems, *Proceedings of the European Control Conference*, Grenoble, France, 2-5 July, (1991), pp: 1855-1860.
- GAO W., Hung J.C.**, Variable structure control of nonlinear systems: A new approach, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 40(1), 45-55, (1993).
- SLOTINE J.J.E., Sastry S.S.**, Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with application to robot manipulators, *International Journal of Control*, 38(2), 465-492, (1983).
- SONTAG E.D., Sussmann H.J.**, General classes of control lyapunov functions, In *Stability Theory: International Series of Numerical Mathematics*, Vol: 121, ed: Jeltsch R., Momsour M., Birhauser, Basel, (1996), pp.87-96.
- TOKAT S.**, *Koordinat dönüşümüne dayalı zamanla değişen kayma yüzeyi tasarımı*, (Doktora Tezi), İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kontrol ve Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı, (2003).
- UTKIN V.I.**, Variable structure systems with sliding modes, *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-22(22), 212-222, (1977).
- UTKIN V.I.**, Variable structure systems,” *Automatica*, 9, 5-25, (1983).
- YOUNG D.K., Utkin V.I., Özgüner Ü.**, A control engineer's guide to sliding mode control, *IEEE Transactions on Control System Technology*, 7(3), 328-342, (1999).
- ZINOBER A.S.I.**, *Variable Structure and Lyapunov Control*, Lecture Notes in Control and Information Systems, Springer-Verlag, London, (1994).

## 2. KAYMA YÜZEYİ TASARIM YÖNTEMLERİ

### 2.1. Kayma Yüzeyi Tasarım Yöntemlerinin Sınıflandırılması

Geleneksel SMC yapısındaki kayma yüzeyi parametreleri sistem davranışını belirler ve kayma yüzeyi tasarımı sistem başarımını geliştirmek için etkili bir yöntemdir. Proje raporunun birinci bölümünde üzerinde durulduğu gibi CSMC sistemlerinin önemli bir özelliği sistem durumlarının mutlaka kayma yüzeyindeki kayma hareketini oluşturmasıdır. Kayma kipi hareketi sırasında sistem değişimsizlik özelliği gösterir. Sistem durumları başlangıçta kayma yüzeyi üzerinde bulunmadığı için ulaşma kipi sırasında bu özellik geçerli değildir. Bu yüzden kayma yüzeyine daha erken girilmesi sistemin dış bozuculara ve parametre belirsizliklerine karşı daha gürbüz kılınması anlamına gelir.

Proje çalışması kapsamında kayma yüzeyi tasarım yöntemleri ayrıntılı olarak incelenmiş ve proje yürütücüsünün tez çalışması döneminden bu yana elde ettiği literatür, proje bursiyer öğrencisi ile birlikte doğrusallık, boyut, zamana bağlılık ve kayma yüzeyi değişim algoritmalarının yapısına göre Şekil 2.1'deki ağaç şemasında olduğu gibi sınıflandırılmıştır.



Şekil 2.1. Kayma yüzeyi tasarım yöntemlerinin sınıflandırılması

### 2.2. Doğrusal Kayma Yüzeyi Tasarımları

#### 2.2.1. Doğrusal Sabit Kayma Yüzeyi

Geleneksel kayma kipli kontrol sabit skaler kayma yüzeylerine sahiptir ve bu yüzey parametreleri sistem başarımını doğrudan etkiler. Farklı kayma yüzeyi parametreleri ile aşım ya da çok sönümlü yanıtlar elde edilebilir. Küçük  $c_1$  değerleri için ulaşma zamanı daha kısa olmakta fakat sistem yavaş hareket bölgesinde bulunmaktadır. Büyük  $c_1$  değerleri için ise

sistem yanıtı hızlı fakat ulaşma zamanı uzun olmaktadır (Bartoszewicz, 1996). Genel olarak ele alındığında, fiziksel sistemler için  $c_1$  değerine ait üst sınır üç faktör tarafından belirlenir. Bunlar sistemin fiziksel özelliklerine bağlı olan modellenmemiş en küçük yapısal kipe ait frekans değeri, eyleyici üzerindeki sınırlardan kaynaklanan modellenmemiş en büyük zaman gecikmesi ve eldeki hesaplama ve teknolojik güce bağlı olarak belirlenen örnekleme hızıdır (Slotine ve Li, 1991). Kayma yüzeyi eğimine ait üst sınır bu üç faktöre ait sınırlardan en küçüğü olarak seçilir. Alt sınır değeri ise küçük  $c_1$  değerleri daha uzun izleme sürelerine neden olacağından izin verilen izleme süresi değerine bağlıdır (Ha *vd.*, 1999).

### 2.2.2. Doğrusal Ayrık Zamanlı Değişen Kayma Yüzeyi

Kayma yüzeyi tasarımı ile sistem başarımını iyileştirmek için olası bir yaklaşım ulaşma süresini kısaltacak şekilde kayma yüzeyi ile sistem durumları arasındaki uzaklığı azaltmaktır. Bu ise kayma yüzeyi katsayılarının değerlerinin başlangıçta azaltılmasını gerektirir. Ancak, sürekli hal hatasının olabilecek en küçük değeri alması arzulanır. Bu ise doğal biçimde ifade edilen sistemler için büyük kayma yüzeyi katsayıları kullanılarak elde edilebilir (Lee *vd.*, 1995). Bu düşünceden yola çıkılarak SMC başarımını iyileştirmek için sık kullanılan bir yöntem geleneksel yapıdaki doğrusal ve sabit kayma yüzeyleri yerine yine doğrusal olan fakat zamanla değişen kayma yüzeyleri kullanmaktır. Bu tip kayma yüzeyleri durum uzayında zamanla değişen doğrusal biçimde olmalarına rağmen sistem davranışı açısından karakteristik olarak doğrusal olmayan bir yapıya sahiptir (Lee *vd.*, 1998).

Doğrusal ve zamanla değişen kayma yüzeyleri ile ilgili önemli bir çalışma, Choi *vd.* (1993) tarafından ikinci mertebe sistemler için önerilen döndürme ve öteleme düzenleridir. Temel düşünce sistemin ulaşma kipini, kontrol kuralını ya da başka diğer parametreleri değiştirerek kısaltmaktır. Böylece bozucuların sistem üzerinde etkili olduğu süre indirgenir ve tüm sistemin bozuculara daha az duyarlı olması sağlanır (Choi *vd.*, 1993). Döndürme ve öteleme düzenlerini ikinci mertebe sistemlerde izleme problemi için gerçekleştirmek amacı ile kayma yüzeyi

$$s(t) = \dot{e}(t) + c(t)e(t) - \alpha(t) = 0 \quad (2.1)$$

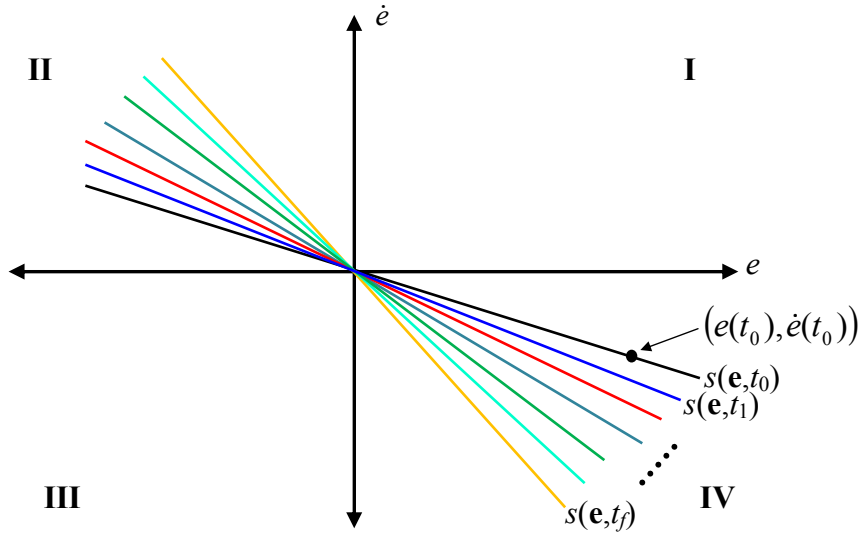
olarak tanımlanır (Choi *vd.*, 1993). Kararlı bölgelerde  $\alpha(t) = 0$  alınarak  $c(t)$  ayarlanır ve dönme işlemi gerçekleşir. Kararsız bölgelerde ise  $c(t)$  geleneksel SMC'deki sabit değerinde alınarak,  $\alpha(t)$  ayarlanır ve böylece öteleme işlemi gerçekleşir. Hata durum uzayında

Şekil 2.2'de olduğu gibi  $s(t_0)$  kayma yüzeyinin  $t=t_0$  anında sistemin bulunduğu temsilci noktadan (TN) geçmesini sağlamak için

$$c(t_0) = -\frac{\dot{e}(t_0)}{e(t_0)} \quad (2.2)$$

seçilmelidir (Choi vd., 1993).

Başlangıç koşulları, kararsız bölgeler olan I ve III bölgelerinde bulunduğu kayma yüzeyine döndürme işlemi uygulanırsa  $c(t_0) < 0$  olur ve  $e(t)=e(t_0)\exp(-ct)$  olduğundan kayma yüzeyi kararsız olacaktır. Bu durumda kayma yüzeyi kararlı bölgeye girene kadar TN orijinden uzaklaşır. Döndürme işlemi uygulanarak sistem denge noktasına getirilebilir. Fakat kararsız bölgede tanımlanan döndürme işlemi ulaşma zamanının olumsuz etkilenerek uzamasına neden olmaktadır.



**Şekil 2.2.** Döndürme işlemi sonucunda kayma yüzeyinin hareketi

Bu sorunu önlemek için Choi vd. (1993) kararsız bölgelerde uygulanmak üzere öteleme işlemini önermiştir. Ötelemeli kayma yüzeyi

$$s_0(t) = c_f e(t) + \dot{e}(t) - \alpha(t) \quad (2.3)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Kayma yüzeyinin herhangi bir  $t=t_0$  başlangıç koşulundan geçmesini sağlayacak uygun bir  $\alpha(t_0)$  öteleme parametresi, (2.3) denklemi sıfıra eşitlenerek

$$\alpha(t_0) = c_f e(t) + \dot{e}(t) \quad (2.4)$$

şeklinde elde edilir. Böylece kayma yüzeyinin başlangıç koşullarına göre ötelenmesi sağlanır.

Döndürme ve öteleme düzenleri ile elde edilen değişken yapılı sistemin olumsuzluğu ise hesaplanan bir sonraki yüzeye geçene kadar belirli bir  $\Delta\tau$  bekleme süresince bir önceki yüzeyin göz önüne alınmasıdır. Bu durumdan kaynaklanan süreksizlik etkisi bozuculara karşı duyarlılık oluşmasına neden olur.

Döndürme ve öteleme düzenlerindeki bekleme sürelerini ortadan kaldırmak ve daha hızlı izleme başarımı elde etmek için ikinci mertebe sistemlerde geçerli bulanık bir ayarlama algoritması geliştirilmiştir (Ha *vd.*, 1999). Bu yöntemde bulanık mantık kontrolör girişi olarak sadece hata değeri alınmıştır. Çıkış olarak kararlı bölgeler için kayma yüzeyi eğimi, kararsız bölgeler için ise öteleme miktarı üretilmiştir. Buna rağmen, tek giriş olarak sadece hatanın kullanılması nedeni ile dönme işlemi tüm faz düzlemine uygulanamaz ve yalnızca eğimin artma yönünde dönme işlemi gerçekleştirilir. Hata ve hatanın değişimi bilgilerini giriş olarak alan ve böylece TN'nin faz düzlemindeki konumuna göre her iki yönde de dönme işlemi sağlayan bir bulanık yöntem önerilmiştir (Chun ve Choi, 2001). Temeltaş (1998) ise, kayma yüzeyini döndürmek ve süreksiz kontrol kazancını ayarlamak için iki adet tek girişli bulanık mantık kontrolör kullanarak bir tasarım gerçekleştirmiştir.

### 2.2.3. Doğrusal Sürekli Zamanlı Değişen Kayma Yüzeyi

Ayrık zamanlı değişen kayma yüzeyindeki  $\Delta\tau$  bekleme süresince süreksizlik etkisinin bozuculara karşı duyarlılık oluşmasını engellemek için; döndürme ve öteleme düzenlerindeki bekleme süreleri Bartoszewicz (1995) tarafından ikinci mertebe sistemler için ele alınmış ve hareketli kayma yüzeyleri zamanda sürekli olarak ötelenmiştir. Bu amaçla (2.1)'de verilen kayma yüzeyi  $c(t)$  ve öteleme parametresi  $\alpha(t)$  zamana bağlı değişkenler olarak

$$\begin{aligned} c(t) &= a_1 t + a_2 \\ \alpha(t) &= b_1 t + b_2 \end{aligned} \quad (2.5)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  sabit gerçek sayılardır ve uygun şekilde ayarlanarak dönme ve öteleme hareketleri sağlanmaktadır. Kararlı bölgelerde  $b_1=b_2=0$  seçilirken,  $a_1$  ve  $a_2$  parametreleri ise kararlı bölgeye girildiği  $t_k$  anında eğimi sıfır değerinden başlatıp,  $t_f$  anında değişken kayma yüzeyinin önceden belirli son eğim değeri olan  $c_f$  değerine sahip olmasını sağlayacak şekilde

$$c(t_k) = a_1 t_k + a_2 = 0, \quad c(t_f) = a_1 t_f + a_2 = c_f \quad (2.6)$$

yazılarak hesaplanır. (2.6) denklemlerinden  $a_1$  ve  $a_2$  değerleri çekilecek olursa

$$a_1 = \frac{c_f}{t_k - t_f}, \quad a_2 = \frac{c_f}{t_k - t_f} t_k \quad (2.7)$$

elde edilir. Kararsız bölgelerde ise  $c(t)=c_1$  olarak sabit seçilir. Burada  $c_1 < c_f$  kararsız bölgeler için seçilen kayma yüzeyi eğimidir. Geleneksel kayma yüzeyi eğimi olan  $c_f$  değerinden daha küçük bir  $c_1$  eğim değeri seçilerek kararsız bölgelerde kontrol kuralının daha küçük genlikli olmasını sağlamak ve böylece başarıyı iyileştirmek amaçlanmıştır. Kararsız bölge için kullanılan  $c_1$  değerinin başarımda sağladığı fayda sürekli döndürme ile sağlanan fayda ile birlikte ele alınmıştır.

Kararsız bölgedeki  $b_2$  parametresi başlangıç  $t=0$  anında ötelenmiş yüzeyin TN'den geçmesini sağlayacak şekilde  $b_2 = c_1 e(0) + \dot{e}(0)$  olarak seçilmiştir. (2.5)'teki diğer parametre olan  $b_1$  değeri ise  $b_1 t_k + b_2 \leq 0$  eşitsizliği sağlanacak şekilde seçilir ve zamana bağlı öteleme miktarını belirler.

Sürekli ve yumuşak harekete sahip kayma yüzeyi tasarımı ile ilgili bir başka çalışmada kayma yüzeyi

$$s(t) = c_1 e(t) + \dot{e}(t) + \begin{cases} a_1 t + a_2, & t \leq t_b \\ 0, & t > t_b \end{cases} \quad (2.8)$$

olarak tanımlanmış ve kararlı bölge için tanımlı kayma yüzeyi öteleme miktarı zamanla doğru orantılı seçildiği için (2.8) kayma yüzeyi sabit hızlı kayma yüzeyi olarak adlandırılmıştır (Bartoszewicz, 1996). Başlangıç  $t=0$  anında TN'nin kayma yüzeyi üzerinde olması sağlanmıştır. Yapılan yenilik kayma yüzeyinin bir  $t_b$  anına kadar zamana bağlı olarak sürekli zamanda ötelenmesidir. Burada  $t_b > 0$ ,  $c_1$ ,  $a_1$  ve  $a_2$  kontrolör başarımlarını belirleyen sabit tasarım parametreleridir. Benzer şekilde

$$s(t) = c_1 e(t) + \dot{e}(t) + \begin{cases} a_1 t^2 + a_2 t + a_3, & t \leq t_b \\ 0, & t > t_b \end{cases} \quad (2.9)$$

şeklinde bir kayma yüzeyi tasarlanmıştır. Böylece geleneksel kayma yüzeyine zamanda hızlanan, sabit ivmeli bir öteleme hareketi ile yaklaşılması sağlanmıştır. Bu zamana göre hızlanma özelliğinden dolayı (2.9) sabit ivmeli kayma yüzeyi olarak adlandırılmıştır (Bartoszewicz, 1996). Yine  $t_b > 0$ ,  $c_1$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  ve  $a_3$  sabit tasarım parametreleridir. (2.8) ve (2.9) için verilen parametrelerin seçimini yapmak için IAE başarımların ölçütünün minimize edilmesine çalışılır (Bartoszewicz, 1996). Sabit ivmeli kayma yüzeyinin doğru akım motoruna ait ikinci

mertebe sistem için elde edilmesi Bartoszewicz (1997) tarafından incelenmiştir. Ayrıca, doğrusal durum geribeslemeli ve anahtarlamalı kontrol kazancına sahip bir değişken yapıli kontrolör 16 bit mikrokontrolör yardımı ile gerçekleştirilmiştir (Betin vd., 2002). Böylece, hız ve konum durumları için (2.9)'da verilen sabit ivmeli kayma yüzeyinden yararlanılarak geleneksel SMC'ye göre başarıml iyileştirilmesi sağlanmıştır (Betin vd., 2002). İkinci mertebeden doğrusal olmayan sistemler için (2.8) ve (2.9)'da verilen ve geleneksel kayma yüzeyine, zamana bağlı bir fonksiyon eklenerek elde edilen kayma yüzeyleri Park ve Tsuji (1999) tarafından

$$s(\mathbf{e}, t) = \dot{e}(t) + c_1 e(t) - (\dot{v}(t) + c_1 v(t)) \quad (2.10)$$

şeklinde genelleştirilmiştir. Burada  $v(t)$  fonksiyonu ilk koşullarda (2.10) kayma yüzeyi üzerinde olmayı sağlayacak ikinci mertebeden türevi alınabilir  $[0, +\infty)$  aralığında tanımlı zamana bağlı sürekli bir fonksiyondur. Özel olarak

$$v(t) = \begin{cases} a_0 t^3 + a_1 t^2 + a_2 t + a_3, & t \leq t_b \\ 0, & t > t_b \end{cases} \quad (2.11)$$

şeklinde bir kübik polinom seçilerek tasarım yapılmıştır (Park ve Tsuji, 1999).

Lee vd. (1998), ikinci mertebeden tek girişli (1.4) sistemini bozucuların da bulunduğu durumda ele alarak, sistemin kontrol edilebilir kanonik biçimde olduğu varsayımı ile sürekli zamanda değişen bir kayma yüzeyini kararlı bölgeler için (2.1) olarak tasarlamıştır. Değişken kayma yüzeyine ait  $c(t)$  değeri ise

$$c(t) > 0, \quad 1 + c^2(t) > \dot{c}(t) \quad (2.12)$$

koşullarını sağlayacak şekilde seçilmiş ve  $c_f$  değerine doğru döndürülmüştür. Kararsız bölgelerde ise kayma yüzeyi  $s = \dot{e} - \beta(t)$  olarak alınmış ve hata düzlemine paralel olarak zamanla  $\beta(t) = 0$  olacak şekilde ötelenmiştir (Lee vd., 1998).

Lee vd.(1995), kayma yüzeyine ait tek bir katsayıyı özel bir fırçasız doğru akım motoruna ait hız düzeneç problemi için çıkışa bağlı olarak

$$c_1 = a_1 \left( 1 - \frac{|y - y_d|}{a_2} \right) \quad (2.13)$$

şeklinde tanımlamıştır. Burada  $a_1$  en son elde edilen kayma yüzeyi katsayısı,  $a_2 > \max(|y - y_d|)$  ise çıkış hatasının mutlak değerinin kestirimine ait maksimum değerdir. Böylece kontrol

periyodunun başlangıcında çıkış hatası  $y-y_d$  büyük olacağı için (2.13)'teki  $c_1$  değeri küçük değerler alır. Kararlı halde ise hata küçüktür bu durumda  $c_1$  değeri yaklaşık olarak  $a_1$  değerine eşittir ve alabileceği en büyük değere ulaşır (Lee vd., 1995). Bu sayede, sisteme ait çıkış hatasına bakılarak kayma yüzeyi sürekli zamanda değişken yapılmıştır. Verilen örnek motor modeli üçüncü mertebeden ve iki girişli olmasına karşın elde edilen yöntemde özel olarak tek bir katsayı bulunduğu ve yüzeylerden sadece birisi zamanla değişken yapıldığı için genel olarak tek girişli ikinci mertebe sistem modellerine uygulanabilecek biçimdedir.

Doğrusal hiper düzlemler kullanılarak elde edilen tasarımlar sonucunda PD-tipi yapılar elde edilmektedir (Cao ve Stepanenko, 1993). Sınır katmanlı kayma yüzeyi kullanıldığında kararlı hal konum hatası oluşur. Bunu ortadan kaldırmak için ve PID tipi bir yapı elde etmek amacı ile ilk kez Slotine ve Spong (1985), kayma yüzeyi terimine bir integral terimi ekleyerek

$$s = k_d \dot{e} + k_p e + k_I \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (2.14)$$

biçiminde integral SMC yapısını  $k_d=1$  olarak önermiştir. (2.14) için  $k_d$  sıfır olarak ayarlanamaz. Çünkü bu durumda kayma yüzeyi nedensel bir giriş çıkış ilişkisi oluşturmaz; yani  $u(t)$  kontrol işareti  $s(t)$  fonksiyonunun türevinde bulunmaz ve bu durumda ulaşma koşulunun sağlanması için uygun kontrol işareti elde edilemez (Cho, 1994). Ayrıca, büyük başlangıç hataları nedeni ile oluşabilecek aşımı önlemek için integral teriminin farklı bir kontrol kuralı kullanılarak sadece sistem belirli bir bölgeye girince devreye sokulduğu bir kayma yüzeyi Stepanenko vd. (1998) tarafından önerilmiştir. Wai (2000) ise sınır katmanlı kayma yüzeyi kullanılmasından kaynaklanan sorunla değil, doğrudan ulaşma süresinin ortadan kaldırması konusu ile ilgilenmiş ve integral terimini bu amaçla kullanmıştır.

Bir integral ve doğrusal geribesleme kazancından yararlanılarak  $\dot{x} = (a + \Delta a)x + (b + \Delta b)u + d(t)$  biçiminde parametre belirsizlikleri ve bozuculara sahip doğrusal bir sistem için üstel kararlılığa sahip yeni bir kayma yüzeyi

$$s = a_1 \left( x(t) - \int_0^t (a + bk)x(\tau) d\tau - x(0) \right) \quad (2.15)$$

şeklinde tasarlanmıştır (Shyu ve Shieh, 1996). Burada  $a_1$  pozitif sabit tasarım parametresidir. Sistemin eşdeğer dinamikleri  $s=\dot{s}=0$  için  $\dot{x}=(a+bk)x$  olur. Böylece  $k$  geribesleme kazancı ile kutuplar istenen şekilde belirlenerek üstel kararlılık sağlanır. (2.15)'teki  $x(0)$  terimi başlangıçta  $s=0$  olmasını ve böylece ulaşma zamanının indirgenmesini sağlar.



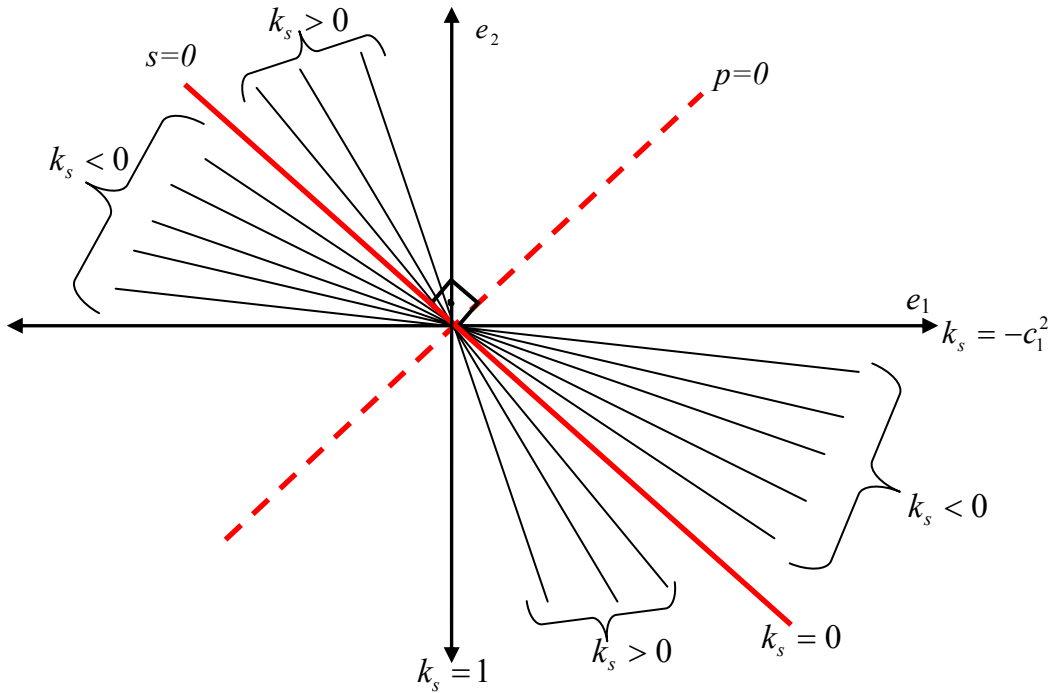
Tokat *vd.*, (2002) tarafından hata düzlemi içerisinde yeni bir sürekli zamanlı zamanla değişen kayma yüzeyi geliştirilmiştir. Bu yüzeyin koordinatlarından biri geleneksel kayma yüzeyi  $s$  ve diğeri ise  $s$ 'e dik olarak tanımlanmış olan koordinat  $p$

$$p(\mathbf{e}) = -\left(\frac{1}{c}\right)e + \dot{e} \quad (2.16)$$

şeklindedir. (2.16) denklemi kullanılarak yeni bir doğrusal kayma yüzeyi

$$\hat{s}(\mathbf{e}, t) = s(\mathbf{e}) - k_s(t).p(\mathbf{e}) \quad (e_1 e_2 > 0 \text{ ise } k_s(t) = 0) \quad (2.17)$$

şeklinde tanımlanmıştır (Tokat *vd.*, 2002). (2.17)'deki  $k_s(t)$  değerinin büyüklüğü ve işareti Şekil 2.3'ten de görüldüğü gibi yeni kayma yüzeyinin geleneksel kayma yüzeyine göre bağlı konumunu belirleyen bir parametredir. Negatif  $k_s$  değerleri için yeni kayma yüzeyi  $\hat{s}$ , geleneksel kayma yüzeyine göre ters-saat yönünde ve pozitif  $k_s$  değerleri için ise saat yönünde döndürülmüş olarak elde edilir.



**Şekil 2.3.** (2.17) kayma yüzeyinin farklı  $k_s$  değerleri için gösterimi

Dönme hareketi sürekli ve hep belirli bir yönde tanımlı olduğu için sürekli artan ya da sürekli azalan monoton bir fonksiyon kullanılmalıdır. Monoton fonksiyon,  $x_1 < x_2$  olmak üzere  $\forall x_1, x_2 \in \mathfrak{R}$  için  $f(x_1) \leq f(x_2)$  olacak şekilde artan veya  $f(x_1) \geq f(x_2)$  olacak şekilde azalan yapıda olan fonksiyondur. Bu amaçlara uygun olarak  $k_s(t)$  değeri ötelenmiş bir sigmoid fonksiyonu kullanılarak

$$k_s(t) = \frac{k_s^+ - k_s^-}{1 + \exp(-mt + a)} + k_s^- \quad (2.18)$$

şeklinde tanımlanmıştır. (Tokat *vd.*, 2002). Burada  $m$  ve  $a$  sırası ile, zaman ölçekleme ve zaman öteleme parametreleridir.

Dönme ölçütü  $k_s$ 'e ait izin verilen minimum ve maksimum değerler sırası ile  $k_s^-$  ve  $k_s^+$  olarak alınmıştır. Ayrıca,  $k_s(t)$  parametrelerini ayarlamak için bir bulanık-ayarlama yaklaşımı önerilmiştir (Tokat *vd.*, 2003).

### 2.3. Doğrusal Olmayan Kayma Yüzeyi Tasarımları

Kayma yüzeyi yukarıda verilen yöntemlerle doğrusal olarak tasarlanabilir. Fakat genel olarak, kayma yüzeyinin doğrusal olması durumunda, sistem durumlarını kayma yüzeyi üzerinde tutmak için gereken kontrol işaretine ait genlik değeri istenmeyen şekilde izleme hatası ile doğru orantılı olarak artış gösterebilir (Jabbari *vd.*, 1990). Çünkü geribeslemeli kontrol ile doğrusal kayma dinamiklerini elde edebilmek için, kontrol işaretinin genliği genel olarak sistem durumları ile referans durumlar arasındaki uzaklıkla doğru orantılıdır (Chu, 1996).

Doğrusal kayma yüzeyi tasarımındaki diğer bir sorun ise, sistemin doğrusal olmayan özelliklerinin, doğrusal kayma yüzeyinden elde edilen kontrol kuralından dolayı doğrusal dinamiklerle yer değiştirmesidir. Doğrusal kayma yüzeyi ile elde edilen doğrusal dinamikler kontrol edilen sistemin global dinamik özelliklerine her zaman için uygun olmayabilir (Chu ve Tomizuka, 1996). Bu olumsuzlukların etkisini azaltmak ve başarıyı iyileştirmek için kullanılan bir yöntem doğrusal olmayan kayma yüzeylerinin kullanılmasıdır.

Doğrusal olmayan kayma yüzeyleri kullanılarak doğrusal eşdeğerlerine göre çok daha fazla tasarım seçeneği elde edilebilir. Çünkü doğrusal olmayan kayma yüzeyleri ile çok daha farklı ilişkiler üretilebilmektedir (Su ve Stapanenko, 1994). Doğrusal olmayan kayma yüzeylerine sahip SMC'ye doğrusal olmayan SMC adı verilir.

Doğrusal olmayan kayma yüzeyi tasarım çalışmaları sistem hatasının kararlılık özelliğine göre iki sınıfa ayrılabilir. Dönme ve öteleme algoritmaları ile elde edilen değişken kayma yüzeylerinde ve birçok doğrusal olmayan kayma yüzeyi tasarım çalışmasında geleneksel SMC'de olduğu gibi asimtotik kararlılık üzerinde durulmuş ve sonsuz zamanda hatanın sıfır olması incelenmiştir. Bu tip doğrusal olmayan SMC sonsuz zamanlı SMC olarak adlandırılır. Kayma yüzeyi değişkeni de geleneksel SMC'de olduğu gibi sonlu zamanda kayma kipine

ulaşırken, geleneksel yapıdan farklı olarak sisteme ait izleme hatasının da sonlu zamanda sifıra yakınsadığı SMC'ye ise sonlu (terminal) SMC adı verilir.

### 2.3.1. Doğrusal Olmayan Sabit Kayma Yüzeyi

Değişken yapıli kontrol ile bang-bang kontrol arasında her ikisinde bulunan röle benzeri yapıdan dolayı benzerlikler vardır ve bu benzerlik kayma yüzeyi tasarımı için kullanılabilir (Kirk, 1970). Bu benzerlikten yararlanılarak doğrusal zamanla değişmeyen  $n$  giriş ve  $m$  durumlu

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (2.19)$$

sistemi için minimum zaman kontrol stratejisi ele alınarak maliyet fonksiyonunu minimize etmek amacı ile

$$\mathcal{H} = \mathbf{1} + \mathbf{q}^T (\mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}) \quad (2.20)$$

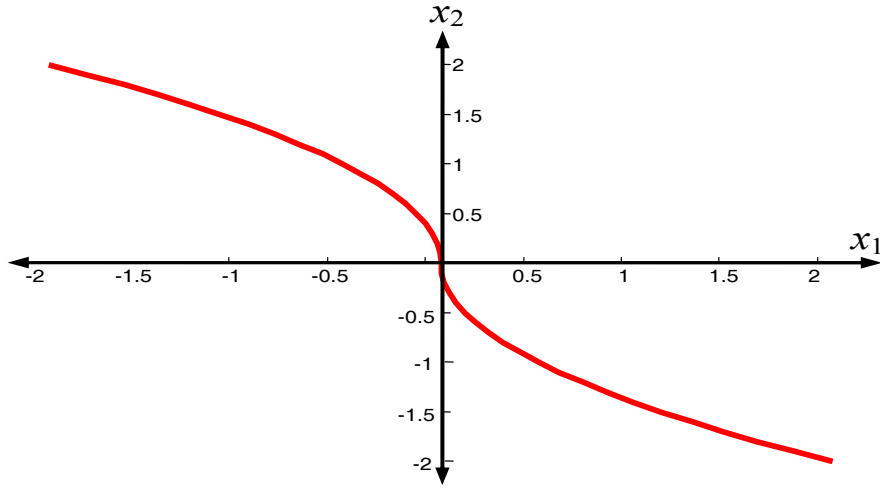
Hamiltonian fonksiyonu yazılır (Phillips, 2000). Burada  $\mathbf{q} \in \mathfrak{R}^n$  yardımcı durum (co-state) değişkenleridir ve zamanın integralinin minimize edilmesi için (2.20)'nin minimize edilmesi yeterlidir. Gerekli koşullar

$$\mathbf{0} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda}(t) , \quad \mathbf{a} \dot{\mathbf{q}} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{x}} = -\mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda}(t) \quad (2.21)$$

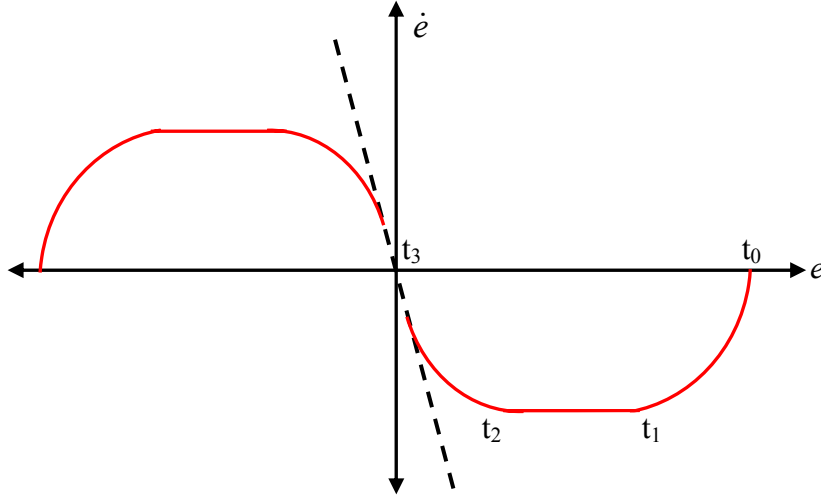
olarak elde edilir. Buradan kontrol işareti açıkça yazılamamaktadır. Fakat, kontrol işareti  $\|u\|_2 \leq 1$  varsayılırsa, Pontryagin minimum prensibi gereği Hamiltonian fonksiyonunu minimize edecek bir optimal kontrol işareti

$$u = -\frac{\mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda}(t)}{\|\mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda}(t)\|_2} \quad (2.22)$$

olarak elde edilir. Şekil 2.4'te örnek bir doğrusal ikinci derece sistem için elde edilen  $s=x_1+(1/2)x_2|x_2|$  yüzeyinden de görüldüğü gibi kayma yüzeyi parabolik biçimdedir ve bang bang kontrolün değişken yapıli sistem mantığı ile birlikte ele alınması sayesinde bulunmuştur. İlk olarak McDonald (1950), kontrol edilen değişkene ait hatanın doğrusal bir kombinasyonunu ve hatanın zamana göre türevinin karesini kullanarak bir anahtarlama fonksiyonu elde etmiştir. Bu düşünceden yola çıkılarak, doğrusal olmayan SMC tasarımında en kısa yerleşme zamanını sağlayacak parabolik kayma yüzeylerinin kullanılması üzerinde sıkça durulmuştur (Jabbari vd., 1990).



Şekil 2.4. Bang-bang kontrol ile elde edilen doğrusal olmayan sabit kayma yüzeyi



Şekil 2.5. (2.23) ile elde edilen doğrusal olmayan sabit kayma yüzeyi

Cerruto vd. (1993), elektrik servo sürücülerin konum ve hız regülatör (düzengeç) problemleri için kayma yörüngesini önceden Şekil 2.5'teki gibi belirlemiştir. Şekilde  $t=t_0$  anında motor durağandır. Sonra  $t=t_1$  anına kadar sabit ivme ile hızlanır ve  $t_1 > t > t_2$  aralığında ise sabit hız ile hareketine devam eder. Daha sonra ise istenen referans değerine kadar maksimum ivme ile yavaşlar. Bu çalışma birçok servo uygulaması için uygundur (DeAzevedo ve Wong, 1993).

Cerruto vd. (1993) tarafından Şekil 2.5'te gösterilen kayma yüzeyi

$$s = \begin{cases} a_1 \dot{e}(t) + e(t) - e(0), & t_1 < t \leq t_0 \\ \dot{e}(t) + a_2, & t_2 < t \leq t_1 \\ -a_1 \dot{e}^2(t) + e(t), & t_3 < t \leq t_2 \\ \dot{e}(t) + a_3 e(t), & t \approx t_3 \end{cases} \quad (2.23)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Yumuşak bir yerleşme hareketi sağlamak için sistem orijine çok yaklaştığında doğrusal bir kayma yüzeyi kullanılmıştır. Burada  $a_1$ ,  $a_2$  ve  $a_3$  en hızlı yanıtı elde

etmek için sistemin fiziksel sınırlamalarına göre belirlenmesi gereken sabit tasarım parametreleridir.

Takahashi *vd.* (1999), özel bir sinuzoidal gerilim kaynağı elde etmek için değişken yapılı sistemleri kullanmıştır. İdeal bir sinuzoidal dalga, akım-gerilim faz düzleminde elipsoidal yörünge oluşturur. Kapasite akımı  $x_1 = v_c$  ve kapasite gerilimi  $x_2 = i_c$  ikinci mertebe sisteme ait durum değişkenleridir. Doğrusal olmayan sabit kayma yüzeyi

$$s(\mathbf{x}) = \frac{x_1^2}{V_{\max}^2} + \frac{x_2^2}{I_{\max}^2} - 1 = 0 \quad (2.24)$$

şeklinde bir elipsoid olarak tasarlanmıştır. (2.24)'te verilen  $s(\mathbf{x})$  değeri elipsoidin içerisinde negatif dışında ise pozitif değerler almaktadır. Kontrol işareti ise yüksek frekanslı bir darbe genlik modülatörüdür. Bu durumda kontrol işareti, sistemi kayma yüzeyi üzerine doğru çekecek ve orada tutacak şekilde

$$u = \begin{cases} +u, & s \cdot x_2 < 0 \\ -u, & s \cdot x_2 > 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

alınmıştır. Böylece ikinci mertebe sistem için genlik ve frekans referanslarındaki değişimlere karşı gürbüz olan ve sinuzoidal referansın daha hızlı izlenmesini sağlayan bir SMC elde edilmiştir (Takahashi *vd.*, 1999). Yine benzer bir çalışmada Alarcon *vd.* (1999) tarafından ayarlanmalı genlik, frekans ve ofset değerlerine sahip

$$x_1 \hat{=} v_c = g \sin(\omega t) + f \quad (g > 0) \quad (2.26)$$

gerilim işaretini elde etmek için doğrusal olmayan bir kayma yüzeyi

$$s = \dot{x}_1^2 + \omega^2 (x_1 - f)^2 - \omega^2 g^2 \quad (2.27)$$

şeklinde bir elipsoid olarak tasarlanmıştır. Kontrol işareti  $x_2 = \dot{x}_1$  olmak üzere (2.25) ile aynı alınmıştır (Alarcon *vd.*, 1999). Lee (1991) ise, kübik polinomları kayma yüzeyi olarak tanımlayarak geçici hal yanıtını iyileştirmeye çalışmıştır.

Su ve Stapanenko (1994) ise genel kayma yüzeyi denklemini  $n$ . mertebeden ve  $n$  girişli sistemler için

$$\dot{\mathbf{s}} = \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{v}(\mathbf{e}) \quad (2.28)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada  $\mathbf{v}(\mathbf{e}) \in \mathcal{R}^n$  olmak üzere bir tasarım fonksiyonudur. Bu geleneksel kayma yüzeyi denklemi robot kontrol çalışmalarında kullanılan tüm kayma yüzeyi denklemlerini kapsar (Su ve Stapanenko, 1994). Örnek olarak  $n=2$  için

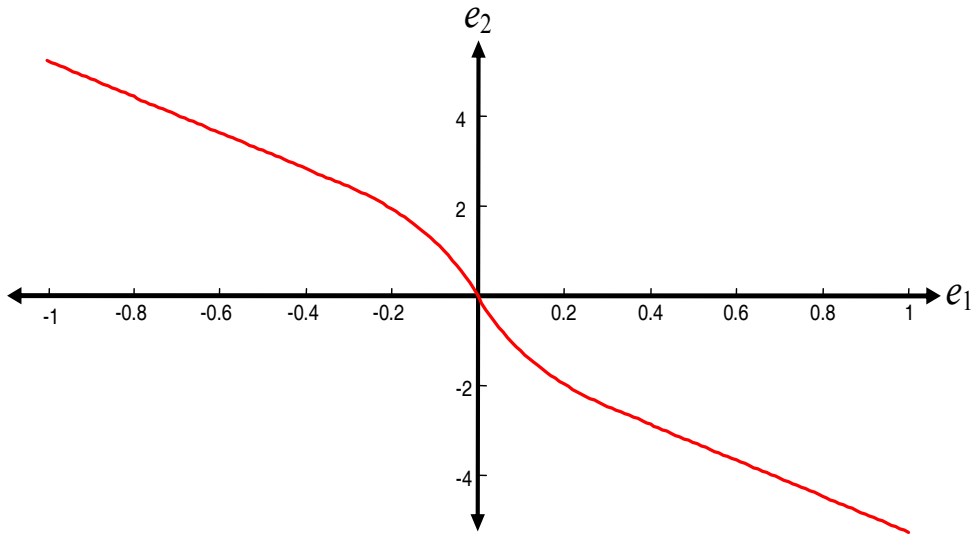
$$v_1(\mathbf{e}) = v_2(\mathbf{e}) = \begin{cases} \frac{d}{1/a_1 + a_3 d} + a_2(x-d), & \text{eger } x > d \\ \frac{x}{1/a_1 + a_3 x}, & \text{eger } 0 \leq x \leq d \\ \frac{x}{1/a_1 - a_3 x}, & \text{eger } -d \leq x \leq 0 \\ -\frac{d}{1/a_1 + a_3 d} + a_2(x+d), & \text{eger } x < -d \end{cases} \quad (2.29)$$

şeklinde tanımlanarak Şekil 2.6'da gösterilen doğrusal olmayan sabit bir kayma yüzeyi  $a_1=16$ ,  $a_2=4$ ,  $a_3=0.2$ ,  $d=0.3125$  için elde edilmiştir Şekil 2.5 ve 6'da elde edilen kayma yüzeylerinin bang-bang kontrolden yararlanılarak elde edilen Şekil 2.4'teki parabolik kayma yüzeyine benzer yapıda olduğu göze çarpmaktadır.

Su ve Stepanenko (1993), kayma yüzeyini ikinci mertebe sistemler için

$$s = \dot{x} - k.\text{sign}(x) \quad (2.30)$$

olacak şekilde tanımlamıştır. Böylece  $|x|$  değerinin sabit olarak  $k$  hızında azalması sağlanmıştır. Fakat mekanik sistemlerde, duran cismin hareketi veya hareketli cismin durması sırasında ivmenin bir üst sınırı olduğu için pratik olarak sabit hızla hareket eden bir sistemin aniden durması beklenmez.



Şekil 2.6. (2.29) ile elde edilen doğrusal olmayan sabit kayma yüzeyi

### 2.3.2. Doğrusal Olmayan Ayrık Zamanlı Değişen Kayma Yüzeyi

Doğrusal kayma yüzeyleri için anlatılan zamanla-değişen kayma yüzeyi algoritmaları doğrusal olmayan kayma yüzeylerine de uygulanabilir. Aslında, doğrusal kayma yüzeyi değişim algoritması kullanılıyorsa bile sonuçta doğrusal olmayan sistem yörüngesi elde edilir. Doğrusal olmayan sabit kayma yüzeyi için de sistem yörüngesinin doğrusal olmayacağı bellidir. Bununla birlikte, doğrusal olmayan fonksiyon ile tanımlanan tüm yörünge, yüksek derecede doğrusal olmayan kayma yüzeyi ve kontrol işaretiyle sonuçlanabilir. Bu yüzden, ulaşma kipini azaltmak ya da kaldırmak için sabit doğrusal olmayan kayma yüzeyine göre daha basit bir doğrusal olmayan fonksiyon kullanılarak, doğrusal olmayan kayma yüzeyi için değişim algoritması önerilebilir.

Li *vd.* (1999), ikinci mertebeye sistemler için regülatör problemini ele almış ve kayma yüzeyi denklemini (2.28)'de olduğu gibi ele almıştır. Tüm ikinci mertebeye kayma yüzeyi tasarım problemleri,  $s = \dot{e} - v(e)$  şeklinde  $v(e) \in \mathfrak{R}$  fonksiyonunun tasarımı olarak ele alınabilmektedir.

Li *vd.* (1999) tarafından doğrusal olmayan bir fonksiyon

$$v(e) = -w_p \tanh(c_1 e) \quad (2.31)$$

olarak seçilmiştir. Burada  $c_1$  geleneksel SMC'nin kayma yüzeyi eğimi,  $w_p$  ise pozitif değerli yeni tasarım parametresidir. Seçilen  $v(e)$  fonksiyonu kararlılık açısından

$$\text{sign}(v(e)) = -\text{sign}(e) \quad (2.32)$$

olmalıdır. (2.31) ve türevi için sınır koşulları

$$\begin{aligned} |v(e)| &\leq w_p \\ |\dot{v}(e)| &= \frac{w_p c_1}{\cosh^2(c_1 e)} \leq w_p c_1 \end{aligned} \quad (2.33)$$

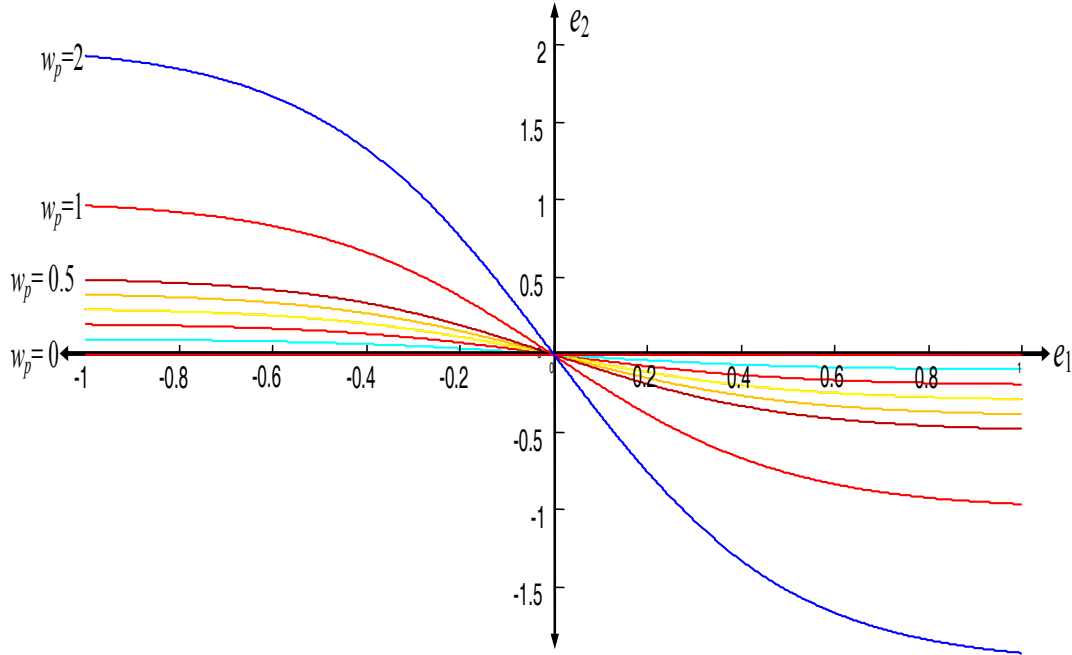
olmak üzere

$$s = \dot{e} + w_p \tanh(c_1 e) \quad (2.34)$$

doğrusal olmayan kayma yüzeyi elde edilir. Daha sonra elde edilen (2.34) kayma yüzeyi Choi *vd.* (1993) tarafından önerilen yöntem kullanılarak değişken yapılmıştır. Bu durumda  $i+1$ . adımdaki  $w_p$  parametresi

$$w_p(t_{i+1}) = w_p(t_i) + \Delta w_p \quad (2.35)$$

şeklinde güncellenir. Burada  $\Delta w_p$  örnekleme aralığı ve artım miktarına bağlı sabit bir tasarım parametresidir. Bu yöntemle elde edilen doğrusal olmayan kayma yüzeyleri Şekil 2.7'de  $c_1=2$  için verildiği gibi zamanla değişen yapıdadır. Parametre güncelleme işlemine, önceden belirlenen bir  $t_f$  anında, belirlenen en son kayma yüzeyine ulaşılan kadar devam edilir (Li vd., 1999).



Şekil 2.7. (2.34) ile elde edilen doğrusal olmayan ayırık zamanlı değişen kayma yüzeyi

### 2.3.3. Doğrusal Olmayan Sürekli Zamanlı Değişen Kayma Yüzeyi

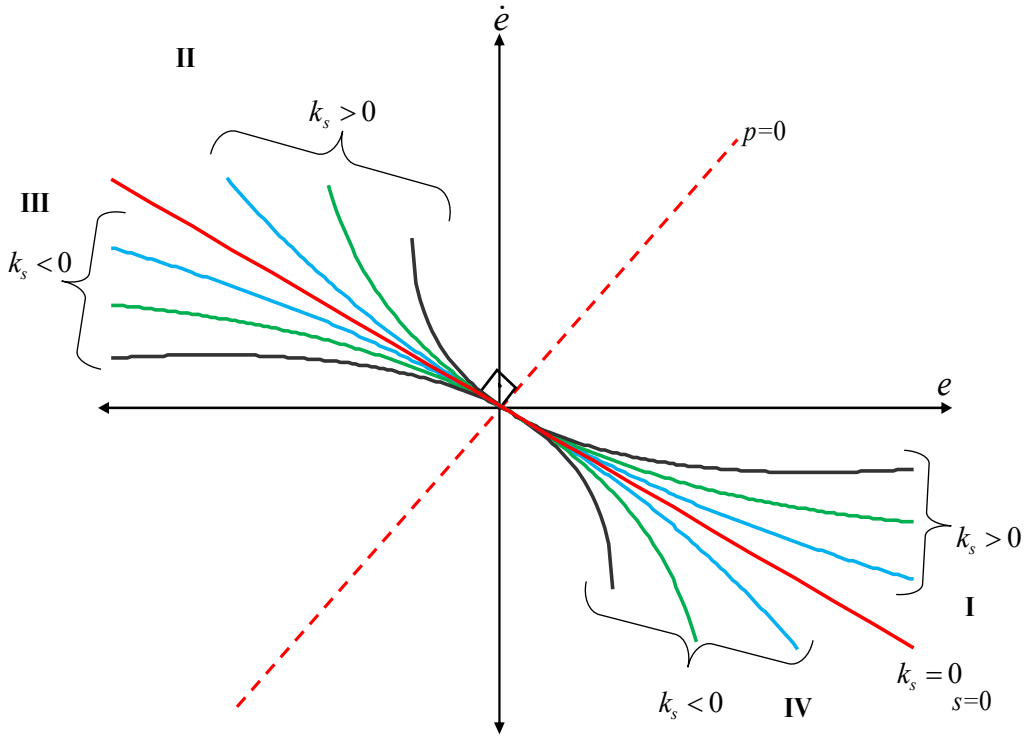
Tokat vd., (2003) tarafından (2.16)'da tanımlı koordinatlar kullanılarak doğrusal olmayan, sürekli zamanla değişen parabolik kayma yüzeyi önerilmiştir. Tokat vd., (2002)'de tanımlanan  $(s-p)$  koordinat düzleminde yeni  $p$  değişkeni cinsinden  $\hat{s}(\mathbf{e}, t)$  olarak adlandırılan değiştirilmiş kayma yüzeyi

$$\hat{s}(\mathbf{e}, t) = s(\mathbf{e}, t) - k_s(t) \cdot p^2(\mathbf{e}, t), \quad (k_s=0 \text{ eğer } e \cdot \dot{e} > 0) \quad (2.36)$$

olarak tanımlanmıştır. (2.36)'da  $k_s(t)$ , parabolik yüzeye ait bükülme ölçütüdür ve sadece kararlı bölgelerde (2.18)'deki gibi tanımlanmıştır. (2.36) kullanılarak elde edilen parabolik kayma yüzeyleri farklı  $k_s$  değerleri için Şekil 2.8'de görülmektedir.

Yeni kayma yüzeyinin parabol görünümündeki kolları,  $k_s$ 'in pozitif değerleri için geleneksel kayma yüzeyi  $s$  ile tanımlanmış olan Şekil 2.8'deki I-II bölgelerine ve negatif değerleri için ise III-IV bölgelerine doğru bükülmektedir.





**Şekil 2.8.** (2.37) ile elde edilen doğrusal olmayan sürekli zamanlı değişen kayma yüzeyi

Bu bölümde sınıflandırılan çalışmalar bir literatür taraması olarak sunulmak üzere **EK-1**'deki gibi düzenlenmiştir. Hakem görüşleri genel olarak olumlu olsa da verilen literatür sınıflandırması tek başına yeterli görülmemiş, ayrıca bir sistem üzerinde çıktılar ve başarımlar karşılaştırmaları alınması istenmiştir.

Örnek bir sistem üzerinden elde edilecek başarımların yorumlanması ile çalışmanın ileride yayınlanması düşünülmektedir. Eğer bu başarılamazsa Türkçe bir kaynak olarak bu konuda yapılmış bir literatür özeti şeklinde akademik ortama kazandırılmaya çalışılacaktır.

## 2.4.Kaynakça

- ALARCON E., Biel D., Guinjoan F., Fossas E., Vidal E., Poveda A.**, Current-mode BiCMOS sliding mode controller circuit for AC signal generation in switching power DC-DC converters, *Proceedings of the 42<sup>nd</sup> IEEE Midwest Symposium on Circuits and Systems*, Las Cruces, New Mexico State University, New Mexico, USA, August 8-11, (1999), pp:162-165.
- BARTOSZEWICZ, A.**, Time-varying sliding modes for second order systems, *IEE Proc.-Control Theory and Applications*, 143(5), 455-462, (1996).
- BARTOSZEWICZ, A.**, A comment on 'A time varying sliding surface for fast and robust tracking control of second-order uncertain systems', *Automatica*, 31(12), 1893-1895, (1995).
- BARTOSZEWICZ, A.**, Variable structure algorithm for regulation of a DC motor position, *Archives of Electrical Engineering*, 46(3), 247-257, (1997).
- BETIN F., Pinchon D., Capolino G.A.**, A Time-varying sliding surface for robust position control of a DC motor drive, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 49(2), 462-473, (2002).
- CAO Y., Stepanenko Y.**, A novel variable structure control scheme for an industrial robot: theory and experiments, *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> IEEE International Conference on Control Applications*, Vancouver, 13-16 September, (1993), pp: 723-728.
- CERRUTO E., Consoli A., Kucer P., Testa A.**, A fuzzy logic quasi sliding mode controlled drive, *Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Budapest, Hungary, 1-3 June, (1993), pp: 652-658.
- CHO D.D.**, VSC of nonlinear systems: experimental case studies, In *Variable structure and Lyapunov control: Lectures notes in Control and Information sciences*, Vol:193, ed: Zinober A.S.I., Springer-Verlag, Heidelberg, (1994), pp.335-364.
- CHOI S.B., Cheong C.C., Park D.W.**, Moving switching surfaces for robust control of second order variable structure systems, *International Journal of Control*, 58(1), 229-245, (1993).
- CHU V.K., Tomizuka M.**, Sliding mode control with nonlinear sliding surfaces, *Proceedings of the 13<sup>rd</sup> IFAC Triennial World Congress*, San Fransisco, USA, vol:F, (1996), pp:481-486.
- CHU V.K.**, *Sliding mode control with nonline sliding surfaces: A B-spline fuzzy logic approach*, (PhD Thesis), Graduate Division of the University of California at Berkeley, California, USA, (1996).
- CHUN K., Choi B.Y.**, Fuzzy moving sliding mode control for robotic manipulators, In *Intelligent Systems and Control, Series on Modelling, Identification and Control*, ed: Hamza M.H., ACTA Press, USA, (2001).
- DE AZEVEDO H.R., Wong K.P.**, A fuzzy logic controller for permagnet magnet synchronous machine-a sliding mode approach, *Proceedings of the IEEE Power Conversion Conference*, Yokahama, Japan, (1993), pp: 672-677.
- HA Q.P., Rye D.C., Durrant-Whyte H.F.**, Fuzzy moving sliding mode control with application to robotic manipulators, *Automatica*, 35, 607-616, (1999).
- JABBARI A., Tomizuka M., Sakaguchi T.**, Robust nonlinear control of positioning systems with stiction, *Proceedings of the 9<sup>th</sup> American Control Conference*, San Diego, California, USA, (1990), pp:1097-1102.
- KIRK D.E.**, *Optimal Control Theory: An Introduction*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, (1970).

- LEE C.K., Kwok N.M., Leung T.P.**, A brushless DC motor velocity regulator using a variable structure controller with varying switching surfaces, *Proceedings of the IEEE International Conference on Power Electronics and Drive Systems*, Vol:1, (1995), pp: 297-302.
- LEE H., Kim E., Kang H.J., Park M.**, Design of a sliding mode controller with fuzzy sliding surfaces, *IEE Proceedings- Control Theory and Applications*, 145(5), 411-418, (1998).
- LEE J.J.**, Adaptive tracking control of DC servomotors, *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 37(4), 905-912, (1991).
- LI Y.F., Eriksson B., Wilkander J.**, Sliding mode control of two-mass positioning systems, *Proceedings of the 14<sup>th</sup> IFAC Triennial World Congress*, Beijing, China, July 5-9, (1999), pp:151-156.
- MCDONALD D.**, Nonlinear techniques for improving servo performance, *National Electronics Conference*, 6, (1950), pp:400-421.
- PARK K.B., Tsuji T.**, Terminal sliding mode control of second-order nonlinear uncertain systems, *Int. Journal of Robust and Nonlinear Control*, 9, 769-780, (1999).
- PHILLIPS J.M.**, Variable strategy model of the human operator, (*PhD Thesis*), Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburgh, Virginia, USA, (2000).
- SHYU K.K., Shieh H.J.**, A new switching surface sliding-mode speed control for induction motor drive systems, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 11(4), 660-667, (1996).
- SLOTINE J.J.E., Li W.**, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall International, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, (1991).
- SLOTINE J.J.E., Spong M.W.**, Robust Control with bounded input torques, *Journal of Robotic Systems*, 2(4), 329-352, (1985).
- SU C.Y., Stepanenko Y.**, Adaptive sliding mode control of robot manipulators: General sliding manifold case, *Automatica*, 30(9), 1497-1500, (1994).
- SU C.Y., Stepanenko Y.**, On using nonlinear sliding manifolds in robotic control, *Proceedings of the 32<sup>nd</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, Texas, USA, 15-17 December (1993), pp: 2121-2124.
- TAKAHASHI R.H.C., Peres P.L.D., Barbosa L.L.S.**, A Sliding mode controlled sinusoidal voltage source with ellipsoidal switching surface, *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, 46(6), 714-721, (1999).
- TEMELTAŞ H.**, A fuzzy adaptation technique for sliding mode controllers, *Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, July 7-10, Vol:1, (1998), pp: 110-115.
- TOKAT S., Eksin I., Guzelkaya M.**, A new design method for sliding mode controllers using a linear time-varying sliding surface, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 216(6), 455-466, (2002).
- TOKAT S., Eksin I., Guzelkaya M.**, New approaches for on-line tuning of the linear sliding surface slope in sliding mode controllers, *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, 11(1), 45-54, (2003).
- TOKAT S., Eksin I., Güzelkaya M., Söylemez T.**, Sliding mode control with a nonlinear time-varying sliding surface, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 25(2), 145-162, (2003).
- WAI R.J.**, Adaptive sliding mode control for induction servomotor drive, *IEE Proceedings- Electric Power Applications*, 147(6), 553-562, (2000).

### 3. ÖNERİLEN AÇISAL KAYMA YÜZEYİ TASARIM YÖNTEMİ

#### 3.1. Önerilen Yöntemin Tanıtılması

Önerilen açisal kayma yüzeyi tasarım yöntemi Bölüm 2’de yapılan sınıflandırmaya göre Bölüm 2.2.3’te anlatılan “doğrusal sürekli-zamanlı değişen kayma yüzeyi” tasarımlarından birisidir. İzleme problemi ele alındığında CSMC için tasarlanmış sistem hata durumlarına göre doğrusal ve zamanla değişen kayma yüzeyi (1.20) sistemi için

$$s(\mathbf{e}, t) = \mathbf{c}^T(t)\mathbf{e} \quad (3.1)$$

şeklinde alınabilir (Bartoszewicz,1995). Burada  $\mathbf{e}=[e_1, e_2]^T$  hata durum vektörü,  $e_i = x_i - x_{di}$   $i$ . hata durum değişkeni,  $x_{di}$  izlenmesi istenen  $i$ . durum yörüngesi ve  $\mathbf{c}(t)=[c_1(t),1]^T$  ise sistem davranışını belirleyen zamanla değişen kayma yüzeyine ait tasarım parametresidir. (3.1)’deki tasarım parametresi daha önceki bölümlerde de bahsedildiği gibi farklı şekillerde zamanla değişken yapılarak geleneksel CSMC yapısına göre başarımlı iyileştirmeleri elde edilebilmektedir (Bartoszewicz, 1995; Tokat vd., 2003). Proje çalışmasında önermiş olduğumuz bu yöntem de Bölüm 2’deki zamanla değişen kayma yüzeyi tasarım yöntemlerinde olduğu gibi, hata durum uzayındaki son ulaşılacak kayma yüzeyi ile sistem hata durumlarının belirli bir andaki konumu arasındaki açı miktarını kayma yüzeyi parametresini uygun şekilde tanımlayarak zamanla değiştirme ve böylece bir dönme hareketi elde etme düşüncesine dayanmaktadır. Bu düşünce ile kayma yüzeyi parametresi

$$c_1(t) = \begin{cases} l_1 \tan(\alpha(t)) + l_0, & t_k \leq t < t_f \\ c_f, & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (3.2)$$

şeklinde alınmıştır. Burada  $\tan(\cdot)$  tanjant fonksiyonu,  $l_0$  ve  $l_1$  doğrusal öteleme ve doğrusal ölçekleme parametreleridir,  $t_k$  ve  $t_f$  sırası ile hata durum uzayında sistem durumlarının kararlı bölgeye girdikleri ve en son kullanılacak kayma yüzeyi değerine ulaştıkları anlar ve  $c_f$  ise  $c_1(t)$  parametresinin  $t_f$ anında ulaştığı değerdir. (3.2)’de açisal bilginin kullanılmasını sağlayan  $\alpha(t)$  ise proje çalışmasında zamanın doğrusal bir fonksiyonu olarak

$$\alpha(t) = \alpha_1 \frac{t}{t_f - t_k} + \alpha_0 \quad (3.3)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$  sırasıyla açisal öteleme ve açisal ölçekleme

parametreleridir. Eğer  $\alpha_0 = 0$  seçilirse, sabit doğrusal kayma yüzeyine sahip geleneksel CSMC'ye ait kontrol kuralı  $c_f = l_1 \tan(\alpha_0) + l_0$  şeklinde alınarak elde edilebilir. Kayma yüzeyindeki dönme miktarının aralığı ve yönü

$$\alpha_1 = \frac{\text{sign}(c_f - c_1(t_k)) |\arctan(c_{max})|}{t_f - t_k} \quad (3.4)$$

ile belirlenmektedir. Burada  $\arctan(\cdot)$  ifadesi ters tanjant fonksiyonudur.  $c_1(t_k) = -e_2(t_k)/e_1(t_k)$ , sistemin TN'den geçtiği  $t_k$  anındaki kayma yüzeyi değeridir.  $t_k$  değeri ise ifadeyi tanımsız yapmamak için  $e_1(t_k) \neq 0$  olacak şekilde seçilmelidir. (3.4)'teki  $c_{max}$ ,  $\alpha_1$ 'in belirlenmesinde kullanılan kesin pozitif reel sabittir. Eğer  $c_{max}$  büyük seçilirse, büyük  $\alpha_1$  değeri elde edilir ve kayma yüzeyi parametresinin açısal değişimi hızlanır. Bu ise zamana göre doğrusal olmayan bir değişim elde edilmesini sağlar. Eğer küçük seçilirse de, küçük  $\alpha_1$  değerleri küçük oranda açısal değişikliği, dolayısıyla zamanla doğrusal bir değişim elde edilmesini sağlar. Açısal öteleme parametresi  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ 'in işaretine bağlı olarak,

$$\alpha_0 \in \begin{cases} \left[ \pi, \frac{6\pi}{4} \right], & \text{if } \text{sign}(\alpha_1) < 0 \\ \left[ \frac{2\pi}{4}, \pi \right], & \text{if } \text{sign}(\alpha_1) > 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

şeklinde elde edilir.  $\alpha_1$  negatif değere sahipse tanjant değerine pozitif öteleme, pozitif değere sahipse tanjant değerine negatif öteleme eklemek için  $\alpha_0$  (3.5)'teki aralıkta seçilir.  $\alpha_0 = \pi$  değeri için, açısal öteleme yoktur.

Sistem durumlarını  $t_k$  ve  $t_f$  anlarında kayma yüzeyi üzerinde tutmak için doğrusal öteleme ve doğrusal ölçekleme parametreleri

$$l_1 = \frac{c_1(t_k) - c_f}{\tan(\alpha(t_k)) - \tan(\alpha(t_f))} \quad (3.6)$$

$$l_0 = c_1(t_k) - l_1 \cdot \tan(\alpha(t_k))$$

şeklinde seçilmelidir. Açısal öteleme  $\alpha_0$ , açısal ölçekleme  $\alpha_1$ , zaman değerleri  $t_k$ ,  $t_f$  ve son kayma yüzeyi parametre değeri  $c_f$  yeni kayma yüzeyinin yapısını belirleyen parametrelerdir. Önerilen yöntem için kontrol işaretinin (1.18)'deki Lyapunov yaklaşımı kullanılarak elde edilmiş ulaşma koşulunu sağlaması için türev bilgisinden gelen  $\dot{c}_1$  değeri

$$\dot{c}_1(t) = \begin{cases} \frac{l_1 \alpha_1}{t_f - t_k} \sec^2(\alpha(t)) & , t_k \leq t < t_f \\ 0 & , \text{aksi halde} \end{cases} \quad (3.7)$$

olarak hesaplanır. Burada sec(.) sekant fonksiyonudur.

Kontrol kuralı ise izleme probleminde verilene benzer işlemlerle

$$u(t) = \frac{1}{b} \left( -\dot{c}_1 e_1 - c_1 e_2 - \sum_{i=1}^{n_s} a_i f_i + \dot{x}_{2d} \right) - K \text{sign}(s) \quad (3.8)$$

şeklinde elde edilir. Burada  $\dot{c}_1 = 0$  alınırsa geleneksel SMC yapısı elde edilmiş olur.

### 3.2. Uygulama Örnekleri

Bu bölümde bir önceki bölümde anlatılan kayma yüzeyinin doğrusal ve doğrusal olmayan örnek sistemler için uygulaması anlatılacaktır.

#### 3.2.1. Örnek I: Doğrusal Sistem

Önerilen açısız kayma yüzeyi yönteminin başarımını göstermek için sayısal benzetim çalışmalarında ilk olarak, Kuo (1991) kitabında geçen örnek doğrusal model ele alınmıştır. Diferansiyel denklemi

$$\frac{\partial^2 c(t)}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial c(t)}{\partial t} + c(t) = \frac{\partial u(t)}{\partial t} + u(t) \quad (3.9)$$

şeklinde olan örnek sistemin uygun değişken dönüşümleri yapıldığında durum uzayı gösterilimi (1.20) biçimine getirilirse ve  $n_s = 2$  için sistem parametreleri

$$\begin{aligned} b &= 1 \\ f_1 &= a_1 x_1, f_2 = a_1 x_2 \\ a_1 &= -1, a_2 = -2 \end{aligned} \quad (3.10)$$

olur. Sınır değerli parametre belirsizlikleri ve dış bozucular

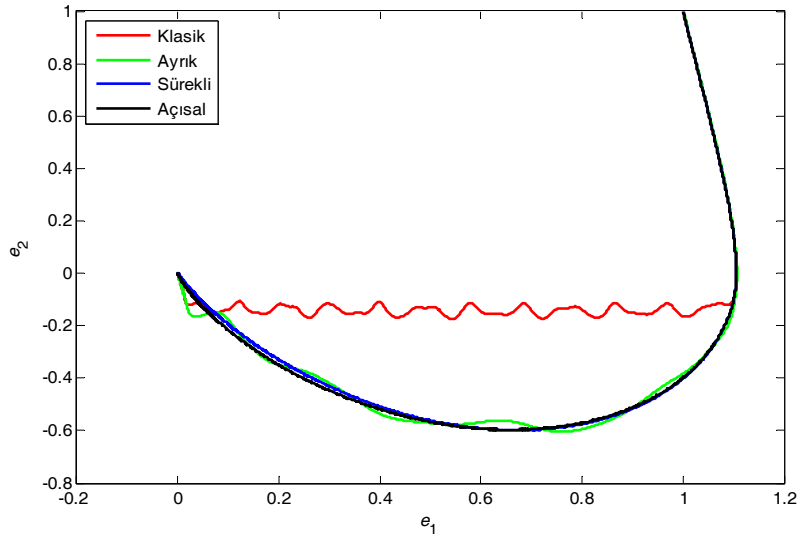
$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 0.2 \sin(5\pi) - 0.05 \\ \Delta_2 &= 0.3 \sin(7\pi) - 0.05 \\ d(t) &= 0.05 + 0.25 \cos(3\pi) \end{aligned} \quad (3.11)$$

şeklinde modellenmiştir. Bu çalışmada üzerinde durulan ilgili kontrolörlerin hepsi de birbirleri ile kıyaslanmıştır. Bu kontrolörler sabit kayma yüzeyine sahip geleneksel SMC (SMC-Klasik), Choi vd.,(1993) tarafından önerilen ayrık dönme düzenine sahip SMC

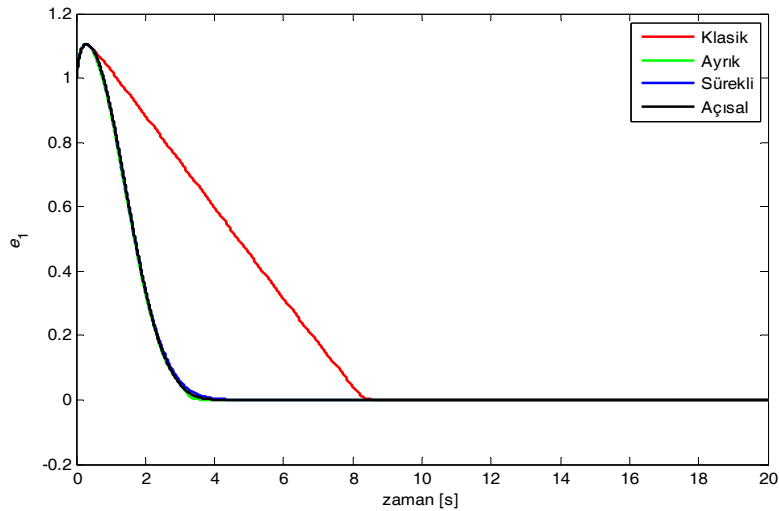
(SMC-Ayrık), Bartoszewicz,(1995) tarafından önerilen sürekli dönme düzenine sahip SMC (SMC-Sürekli) ve önerilen açısız dönme hareketine sahip SMC'dir (SMC-Açısız). Tüm benzetimler [0:20] saniye zaman aralığında gerçekleştirilmiştir. (3.8)'de verilen tüm kontrol kurallarında  $K=1$  alınmıştır. SMC-Geleneksel için ve  $c_1=7$  ve  $\dot{c}_1=0$ , SMC-Ayrık için  $\Delta_{fr}=0.466$ , SMC- Sürekli için  $c_f=7$ ,  $h_1=0.796$ ,  $h_2=-0.234$  ve SMC-Açısız için  $c_f=7$ ,  $\alpha_0=0.9\pi$ ,  $t_f=4.2$ ,  $c_{1max}=10$  alınmıştır. Tüm benzetimlerde örnekleme aralığı  $\Delta\tau=0.001s$  seçilmiştir. Başlangıç koşulları  $(x_1(0), x_2(0))=(0.5, 1)$  ve izlenmesi istenen durum yörüngesi

$$\begin{aligned} x_{1d}(t) &= -0.5 \cos(\pi/5) \\ x_{2d}(t) &= 0.1\pi \sin(\pi/5) \end{aligned} \quad (3.12)$$

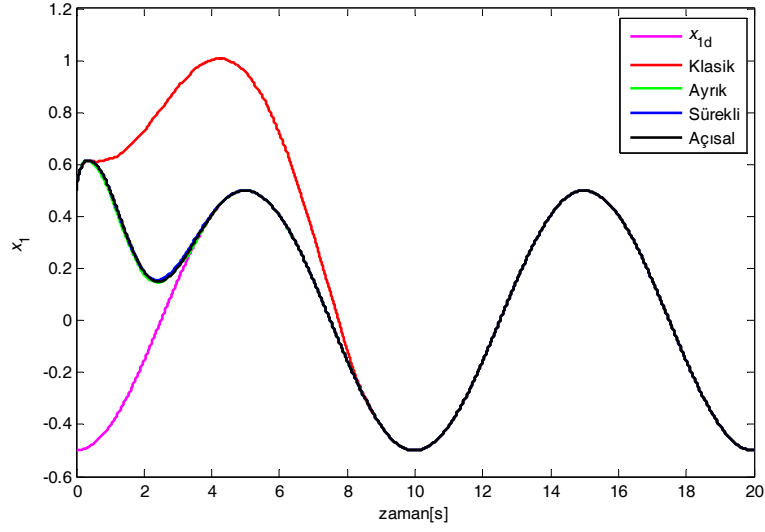
olarak seçilmiştir. Dürüst bir karşılaştırma yapabilmek amacı ile tüm yöntemlerde kontrolör parametreleri  $|e_2| \leq 0.6$  olacak şekilde ayarlanmıştır.



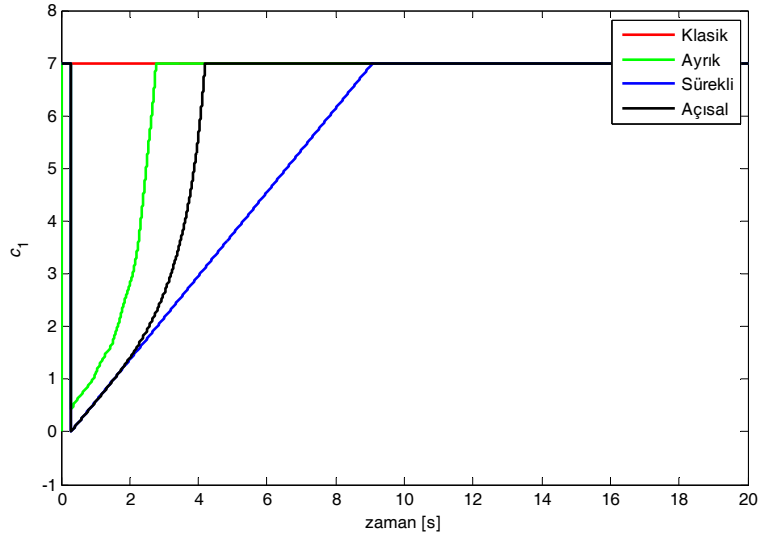
Şekil 3.1. (3.9) sistemi için hata durum uzayı yörüngeleri



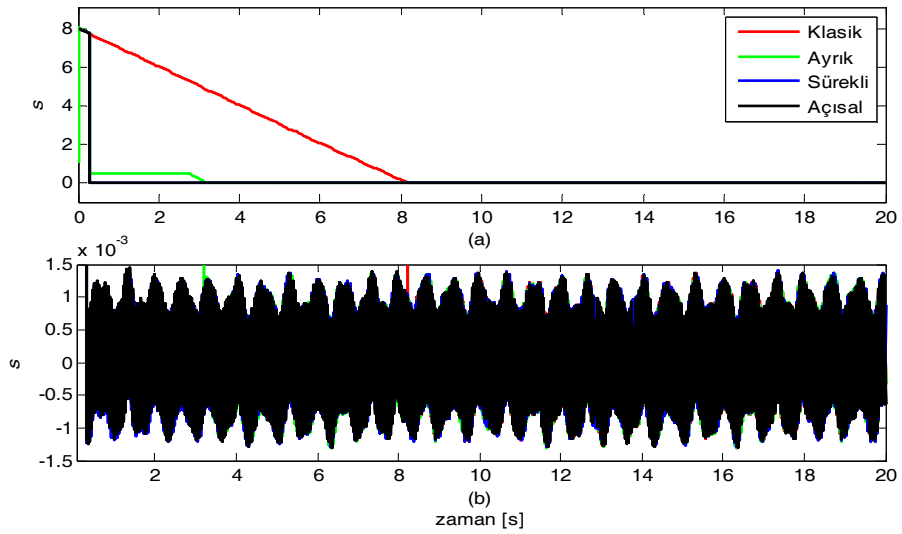
Şekil 3.2. (3.9) sistemi için hata durumlarının zamana göre değişimi



Şekil 3.3. (3.9) sistemi için  $x_1$  durumlarının zamana göre değişimi

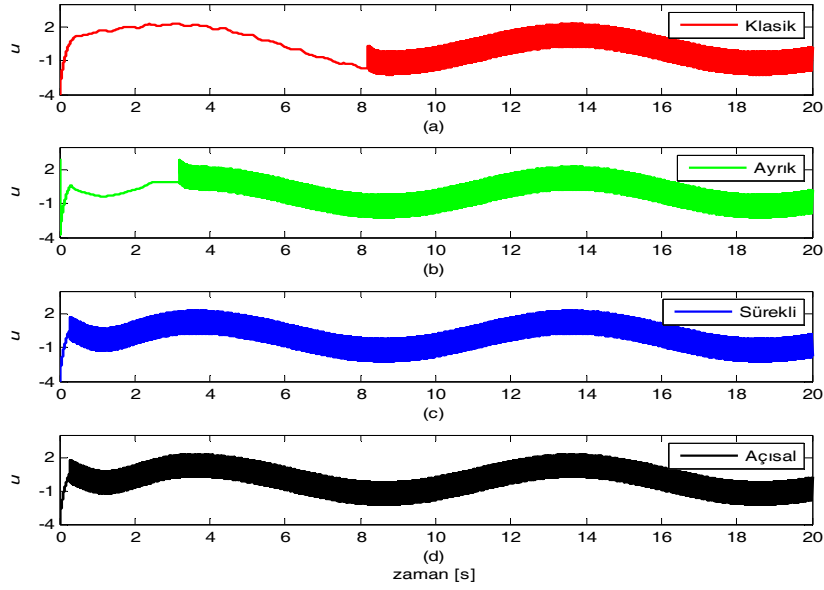


Şekil 3.4. (3.9) sistemi için kayma yüzeyi parametresinin zamana göre değişimi



Şekil 3.5. (3.9) sistemi için  $\text{sign}(\cdot)$  fonksiyonu kullanıldığında kayma yüzeyinin zamana göre değişimi





Şekil 3.6. (3.9) sistemi için signum fonksiyonu kullanıldığında kontrol işaretleri

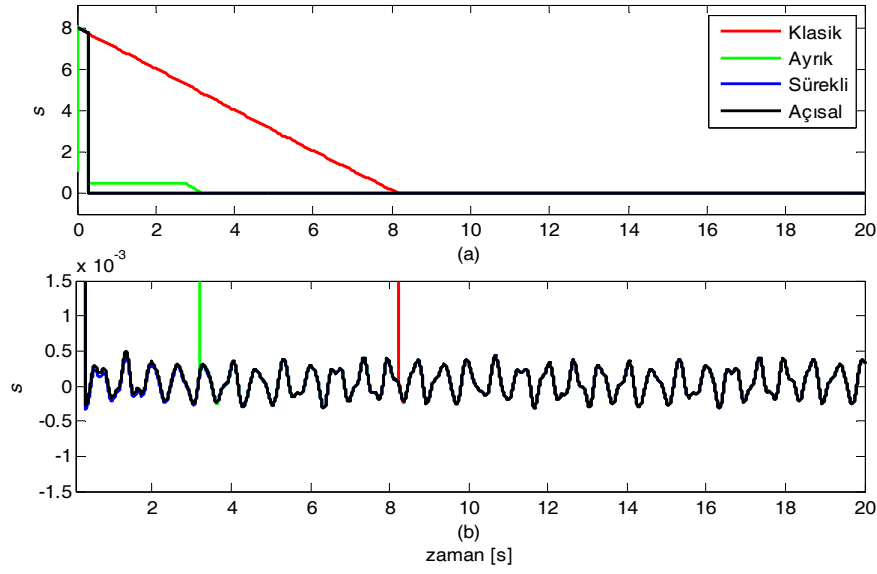
Şekil 3.1-3.6’da verilen sistem yanıtlarından görüldüğü gibi SMC-Sürekli ve SMC-Açısıl sürekli zamanla değişen algoritmaları SMC-Ayrık ayrık-zamanla değişen algoritmaya göre dayanıklılık açısından daha başarılı sonuç vermiştir. Çünkü kontrol kuralına eklenen ek bilgi ile kayma yüzeyinin üzerinde sürekli olarak kalınması sağlanmaktadır.

Bundan sonraki benzetimlerde ise (3.8)’de süreksiz kontrol kuralında signum fonksiyonu yerine saturasyon fonksiyonu kullanarak  $u_N(t) = -\rho(\mathbf{x}, t) \text{sat}(s, \phi)$  alınarak başarımlı kayıplı olmadan gerçek sistemlerde çatırtıdan dolayı oluşabilecek sorunların giderilebileceği gösterilmeye çalışılmıştır. Bu amaçla bir doyum fonksiyonu

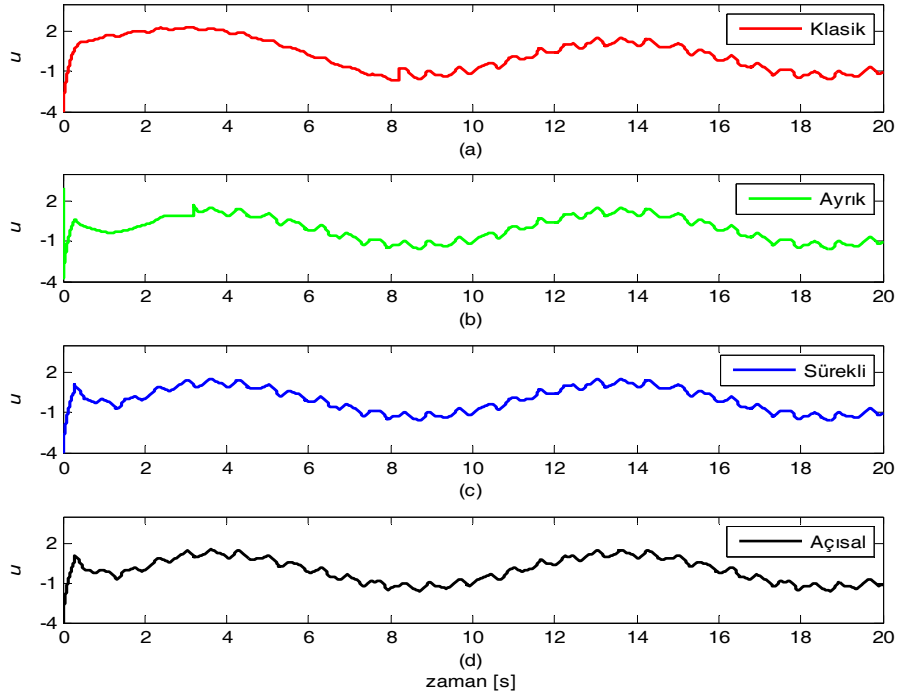
$$\text{sat}(s, \phi) = \begin{cases} \text{sign}(s) & \text{eger } |s|/\phi \geq 1 \\ s/\phi & \text{eger } |s|/\phi < 1 \end{cases} \quad (3.13)$$

şeklinde seçilmiştir ve örnekte  $\phi = 0.001$  olarak alınmıştır.

Doyum fonksiyonu ile de benzer sonuçlar elde edildiği için sistem yanıtları tekrar verilmemiştir. Fakat Şekil 3.7’de görüldüğü gibi artık kayma yüzeyi üzerindeki kuramsal olarak sonsuz fakat pratikte çok yüksek frekanslı anahtarlama yerine artık kayma yüzeyi etrafındaki bir bant etrafında kalınmaktadır. Bu sayede Şekil 3.8’de görüldüğü gibi kontrol kuralındaki çatırtı da ortadan kaldırılmıştır. İşaret fonksiyonu ve doyum fonksiyonu kullanılan durumlar için başarımlı ölçütleri sırası ile Tablo 3.1 ve Tablo 3.2’de verilmiştir. Görüldüğü gibi başarımlı ölçütlerinde çok büyük bir değişiklik oluşmamıştır.



Şekil 3.7. (3.9) sistemi için saturasyon fonksiyonu kullanıldığında kayma yüzeyinin zamanla değişimi



Şekil 3.8. (3.9) sistemi için saturasyon fonksiyonu kullanıldığında kontrol işaretleri

Tablo 3.1: (3.9) sistemi için süreksiz kontrol kazancı değişken alındığında sabit alındığında signum fonksiyonu kullanılarak elde edilen başarımlar ölçütleri

Kontrolör	IAE( $e_1$ )	ITAE( $e_1$ )	ISE( $e_1$ )	ITSE( $e_1$ )	$t_r(e_1)$	$t_s(e_1)$	$t_{reach}$	$max\{ u \}$
<b>Klasik</b>	4.78	13.24	3.68	7.66	5.72	8.29	8.21	4.00
<b>Ayrık</b>	1.83	1.80	1.52	1.13	1.72	3.31	3.20	3.80
<b>Sürekli</b>	1.87	1.89	1.55	1.17	1.74	3.73	0.29	4.00
<b>Açısıl</b>	1.85	1.84	1.55	1.17	1.69	3.51	0.29	4.00

**Tablo 3.2.** (3.9) sistemi için süreksiz kontrol kazancı sabit alındığında saturasyon fonksiyonu kullanılarak elde edilen başarımlar ölçütleri

Kontrolör	IAE( $e_1$ )	ITAE( $e_1$ )	ISE( $e_1$ )	ITSE( $e_1$ )	$t_r(e_1)$	$t_s(e_1)$	$t_{reach}$	$max\{ u \}$
<b>Klasik</b>	4.78	13.24	3.68	7.66	5.72	8.29	8.25	4.00
<b>Ayrık</b>	1.83	1.80	1.52	1.13	1.72	3.31	3.51	3.80
<b>Sürekli</b>	1.87	1.89	1.55	1.17	1.74	3.73	0.45	4.00
<b>Açısal</b>	1.85	1.84	1.55	1.17	1.69	3.51	0.29	4.00

(3.8) kontrol kuralında süreksiz kontrol kazancı olarak  $K=1$  yerine

$$K = \left( \sum_{i=1}^{n_s} |\bar{\Delta}_i f_i| + k \right) \quad (3.14)$$

alınarak da benzetimler yapılmıştır. (3.14)'te özel olarak  $k=0.301$  olarak seçilmiştir. Bu durumda elde edilen başarımlar sonuçları Tablo 3.3 ve 3.4'te verilmiştir. Tablo 3.3 ve 3.4 bir önceki benzetim sonuçları olan Tablo 3.1 ve 3.2 ile karşılaştırılırsa sistem dinamiklerine bağlı olarak zamanla değişen ve bir önceki  $K=1$  değerine göre giderek daha küçük bir süreksiz kontrol kazancı kullanıldığında başarımlar olumsuz etkilenmektedir. Fakat çatırtı genliği azaltılmaktadır. Tablolar karşılaştırılırsa bu değişiklikten SMC-Klasik ve SMC-Ayrık yapılarının daha olumsuz etkilendiği görülmektedir. Çünkü daha küçük  $K$  değerleri SMC-Klasik ve SMC-Ayrık için ulaşma süresinin de uzamasına neden olmaktadır.

**Tablo 3.3.** (3.9) sistemi için süreksiz kontrol kazancı değişken alındığında signum fonksiyonu kullanılarak elde edilen başarımlar ölçütleri

Kontrolör	IAE( $e_1$ )	ITAE( $e_1$ )	ISE( $e_1$ )	ITSE( $e_1$ )	$t_r(e_1)$	$t_s(e_1)$	$t_{reach}$	$max\{ u \}$
<b>Klasik</b>	9.43	53.83	6.94	28.47	12.46	17.45	17.55	3.70
<b>Ayrık</b>	3.01	5.04	2.43	2.92	3.18	6.12	6.21	3.50
<b>Sürekli</b>	1.95	2.03	1.66	1.30	1.72	3.79	0.35	3.70
<b>Açısal</b>	1.98	2.07	1.70	1.36	1.71	3.62	0.35	3.70

**Tablo 3.4.** (3.9) sistemi için süreksiz kontrol kazancı değişken alındığında saturasyon fonksiyonu kullanılarak elde edilen başarımlar ölçütleri

Kontrolör	IAE( $e_1$ )	ITAE( $e_1$ )	ISE( $e_1$ )	ITSE( $e_1$ )	$t_r(e_1)$	$t_s(e_1)$	$t_{reach}$	$max\{ u \}$
<b>Klasik</b>	9.43	53.83	6.94	28.47	12.46	17.45	17.55	3.70
<b>Ayrık</b>	3.01	5.04	2.43	2.92	3.18	6.12	6.22	3.50
<b>Sürekli</b>	1.95	2.03	1.66	1.30	1.73	3.79	0.45	3.70
<b>Açısal</b>	1.98	2.07	1.70	1.36	1.71	3.62	0.35	3.70

### 3.2.2. Örnek II: Doğrusal Olmayan Sistem

Önerilen açısız kayma yüzeyi tasarım yönteminin başarımını göstermek için sayısal benzetim çalışmaları Choi vd.,(1993) ve Bartoszewicz,(1995)'te kullanılan yay-damper sisteminin ikinci derece doğrusal olmayan modeli üzerinde gerçekleştirilmiştir. Durum uzayı gösterilimi (1.20) biçimindedir ve  $n=2$ ,  $n_s=4$  için sistem parametreleri

$$\begin{aligned} b &= 1/m \\ f_1 &= x_1 / m, f_2 = x_1^3 / m \\ f_3 &= x_2 / m, f_4 = x_2 |x_2| / m \\ a_1 &= a_2 = -0.45, \quad a_3 = a_4 = -0.25 \end{aligned} \quad (3.15)$$

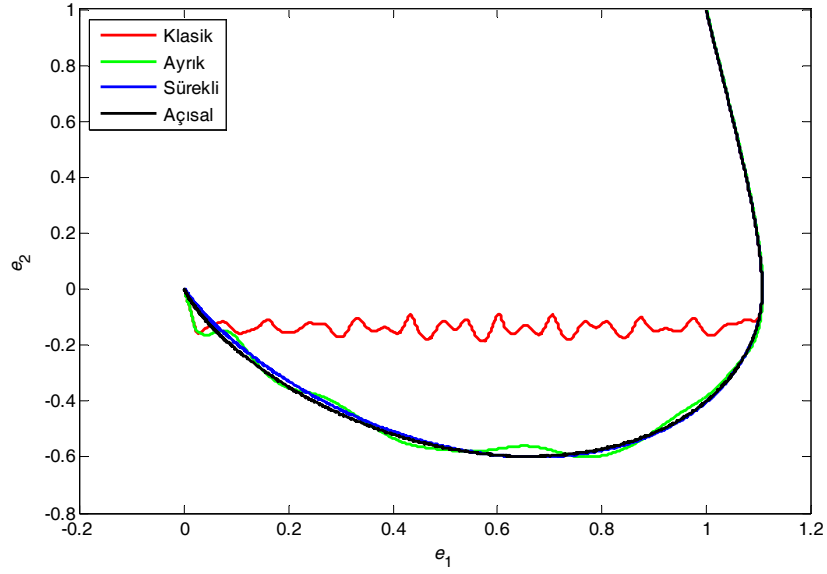
şeklinde seçerek elde edilir. Burada  $m=1$  kg damper kütesidir. Sınır değerli parametre belirsizlikleri ve dış bozucular

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \Delta_2 = -0.25 \sin(5\pi t) \\ \Delta_3 &= \Delta_4 = -0.15 \sin(7\pi t) \\ d(t) &= 0.05 + 0.25 \cos(3\pi t) \end{aligned} \quad (3.16)$$

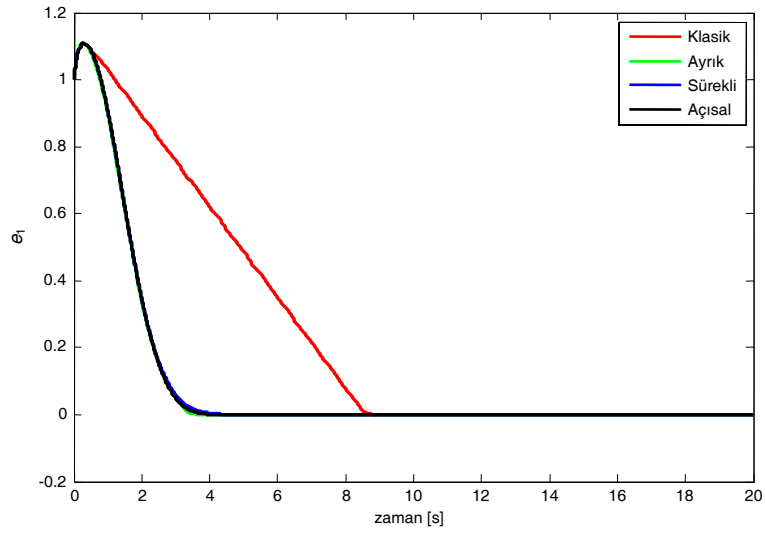
şeklinde modellenmiştir. Bu çalışmada da üzerinde durulan ilgili kontrolörlerin hepsi birbirleri ile kıyaslanmıştır. Bu kontrolörler sabit kayma yüzeyine sahip geleneksel kayma kipli kontrolör (SMC-Klasik), Choi vd., (1993) tarafından önerilen ayrık dönme düzenine sahip kayma kipli kontrolör (SMC-Ayrık), Bartoszewicz, (1995) tarafından önerilen sürekli dönme düzenine sahip kayma kipli kontrolör (SMC-Sürekli) ve önerilen açısız dönme hareketine sahip kayma kipli kontrolördür (SMC-Açısız). Tüm benzetimler [0:20] saniye zaman aralığında gerçekleştirilmiştir. Denklem (3.8)'de verilen kontrol kurallarında  $K=1$  ve  $c_1=7$  alınmıştır. SMC-Ayrık için  $\Delta_{fr}=0.466$ , SMC- Sürekli için  $c_f=7$ ,  $h_1=0.796$ ,  $h_2=-0.234$  ve SMC-Açısız için  $c_f=7$ ,  $\alpha_0=0.9\pi$ ,  $t_f=4.2$ ,  $c_{1max}=10$  alınmıştır. Tüm benzetimlerde örnekleme aralığı  $T_s=0.001$ s seçilmiştir. Başlangıç koşulları  $(x_1(0), x_2(0))=(0.5, 1)$  ve izlenmesi istenen durum yörüngesi

$$\begin{aligned} x_{1d}(t) &= -0.5 \cos(\pi t / 5) \\ x_{2d}(t) &= 0.1\pi \sin(\pi t / 5) \end{aligned} \quad (3.17)$$

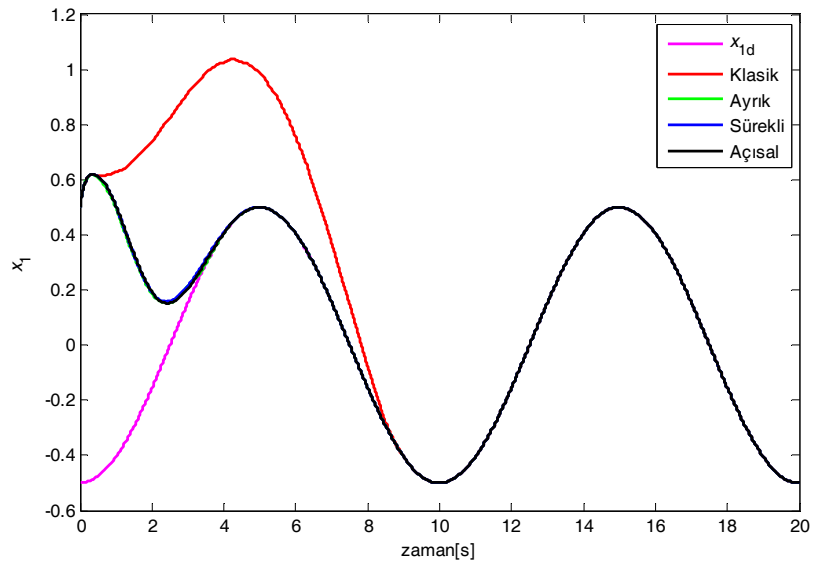
olarak seçilmiştir. Doğru bir karşılaştırma yapabilmek amacı ile tüm yöntemlerde kontrolör parametreleri  $|e_2| \leq 0.6$  olacak şekilde ayarlanmıştır. Çünkü  $|e_2|$  değeri daha büyük alınarak daha iyi geçici durum yanıtları elde edilebilir. Fakat, fiziksel olarak bu değer bir üst sınırı olduğu için sınır belirlemeksizin parametreleri ayarlamak gerçekçi olmayacaktır.



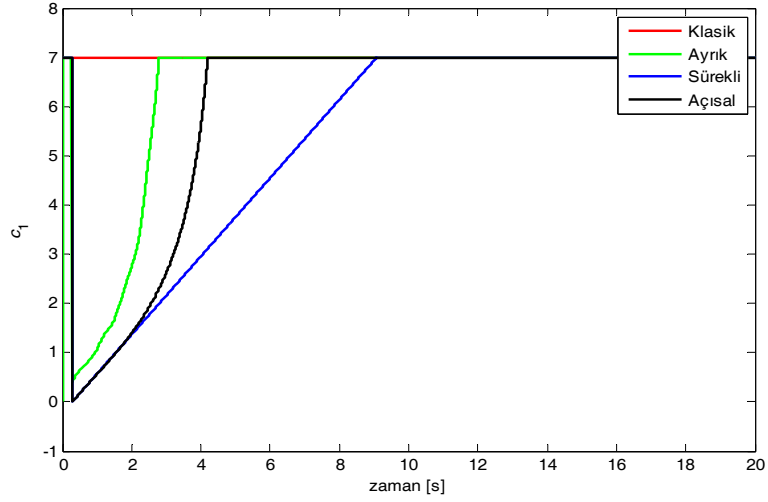
Şekil 3.9. (3.15) sistemi için hata durum uzayı yörüngesi



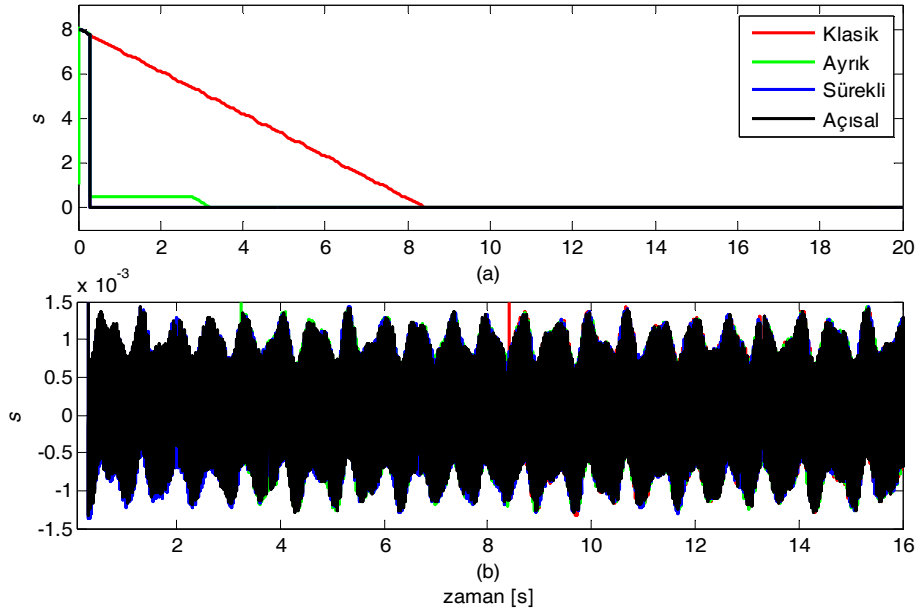
Şekil 3.10. (3.15) sistemi için hata durumlarının zamana göre değişimi



Şekil 3.11. (3.15) sistemi için  $x_1$  durumlarının zamana göre değişimi



Şekil 3.12. (3.15) sistemi için kayma yüzeyi parametresinin zamana göre değişimi



Şekil 3.13. (3.15) sistemi için signum fonksiyonu kullanıldığında kayma yüzeyinin  $s(t)$  zamana göre değişimi

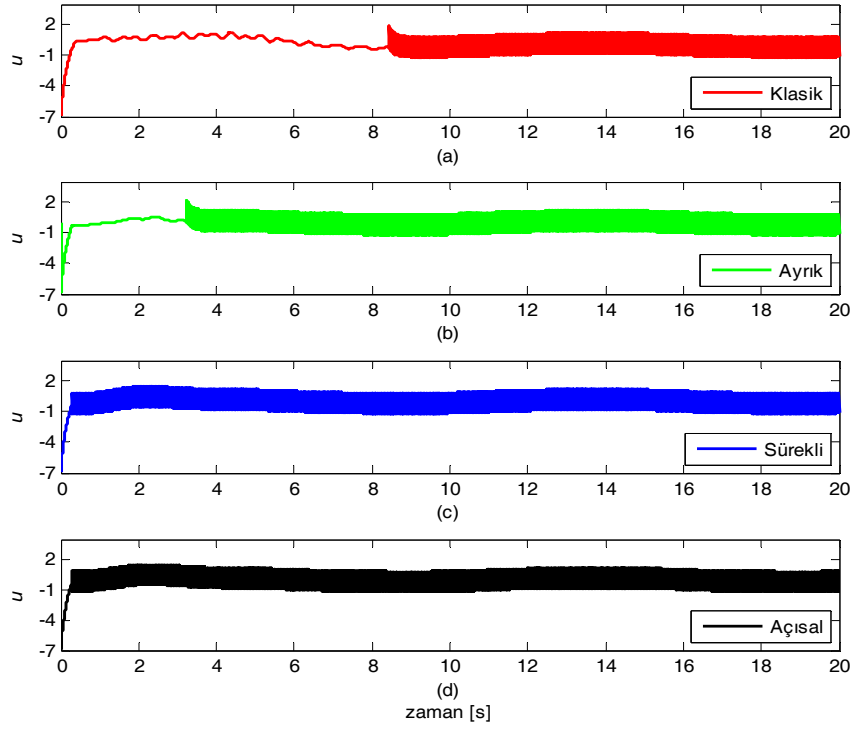
Benzetim sonuçları Şekil 3.9-3.14'te verilmiştir. Görüldüğü gibi doğrusal sürekli zamanla değişen kayma yüzeylerine sahip SMC-Sürekli ve SMC-Açısal yöntemleri farklı zamanla değişen  $c_1(t)$  stratejilerine sahip olmalarına rağmen benzer başarıma ve ayrıca klasik yönteme ve ayrık dönme düzenine göre daha iyi başarıma sahiptirler.

**Tablo 3.5.** (3.15) sistemi için süreksiz kontrol kazancı sabit alındığında signum fonksiyonu kullanılarak elde edilen başarımlar ölçütleri ( $K=1$ )

Kontrolör	IAE( $e_1$ )	ITAE( $e_1$ )	ISE( $e_1$ )	ITSE( $e_1$ )	$t_r(e_1)$	$t_s(e_1)$	$t_{ulaşma}$	$max\{ u \}$
Klasik	4.98	14.32	3.83	8.33	5.90	8.54	8.42	6.96
Ayrık	1.85	1.83	1.54	1.16	1.72	3.34	3.23	6.75
Sürekli	1.87	1.90	1.56	1.18	1.74	3.73	0.30	6.96
Açısal	1.86	1.85	1.56	1.18	1.69	3.52	0.29	6.96

**Tablo 3.6.** (3.15) sistemi için süreksiz kontrol kazancı sabit alındığında saturasyon fonksiyonu kullanılarak elde edilen başarımlar ölçütleri ( $K=1$ )

Kontrolör	IAE( $e_1$ )	ITAE( $e_1$ )	ISE( $e_1$ )	ITSE( $e_1$ )	$t_r(e_1)$	$t_s(e_1)$	$t_{ulasma}$	$max\{ u \}$
Klasik	4.98	14.32	3.83	8.33	5.90	8.54	8.42	6.96
Ayrık	1.85	1.83	1.54	1.16	1.72	3.34	3.51	6.75
Sürekli	1.87	1.90	1.56	1.18	1.74	3.73	0.43	6.96
Açısal	1.86	1.85	1.56	1.18	1.69	3.52	0.29	6.96



**Şekil 3.14.** (3.15) sistemi için signum fonksiyonu kullanıldığında kontrol işaretleri

### 3.2.3. Biyoreaktör Sistemi

Biyokimya mühendisliği, ziraat, çevre mühendisliği, ilaç ve gıda üretimi gibi çok farklı alanlarda biyolojik malzemelerin üretilmesi, işlenmesi ve ayrıştırılması konularında kimya mühendisliği prensiplerinin uygulanmasını içeren biyoteknoloji endüstrisinin çok disiplinli bir alanıdır (Dochain, 2006). Biyoteknolojik çalışmaların küresel ekonomiye etkileri ise her geçen gün artmaktadır (Henson, 2006). Biyoreaktör tasarım ve kontrolü ise biyokimya mühendisliğinin bir alt alanıdır. Biyoreaktörde bulunan canlı organizmaların varlığı kontrol problemini geleneksel kimyasal reaktör probleminden daha karmaşık yapmaktadır (Tham vd., 2003). Biyoreaktördeki kontrol probleminde farklı substratlar kullanılır ve bunlar canlı hücreler tarafından havalı (aerobic) veya havasız (anaerobic) ortamlarda bir antibiyotik, doku veya insan hayatına fayda sağlayacak bir diğer faydalı ürünü üretmek üzere dönüştürülür

(Simeonov, 1999). Literatürde biyoreaktör kontrol problemi için farklı kontrol stratejilerinin uygulandığı görülmektedir. Örneğin Ramaswamy *vd.* (2005) model öngörülü kontrol, Georgieva ve Ignatova, (2000) H-inf kontrol, Ul-Haq ve Mukhtar (2006) bulanık mantık kontrol ve Naggy (2007) yapay sinir ağları temelli kontrol yöntemleri ile biyoreaktör kontrolünü ele almıştır

Biyokimyasal süreçlerdeki belirsizlikler ve dış bozucular fiziksel ve biyolojik kısıtlardan dolayı doğal olarak sınır değerlere sahiptir. Bu durum biyokimyasal süreçleri SMC için ilgi çekici bir çalışma alanı yapmaktadır.

SMC yönteminin geleneksel endüstriyel uygulamaları zamanla biyoreaktör kontrol problemine de genişletilmiştir. Derdiyok ve Levent (2000) PID ve SMC tekniklerini kullanmış ve büyük zaman gecikmeleri olduğu durumda SMC'nin daha faydalı olduğunu göstermiştir. Georgieva *vd.* (2003) tarafından yarı-kesikli (fed-batch) fermentasyon sürecinin matematiksel modeli elde edilmiş ve sınır katmanlı bir SMC kullanılmıştır. Biyoreaktör süreçlerindeki belirsizlikleri ele alan bazı çalışmalarda yapay sinir ağları ile ayarlama mekanizmaları üzerinde durulmuş ve geleneksel SMC'den daha iyi sonuçlar alınabileceği gösterilmiştir (Chen ve Peng, 2004). Biyoreaktör kontrol problemi için SMC yapısındaki çatırtı önemli bir olumsuzluktur. Çatırtıyı azaltmak veya yok etmek için bir sınır katmanı tanımlanması, kontrol işaretinin bir süzgeçten geçirilmesi veya yardımcı bir kontrol işareti eklenmesi gibi farklı yöntemler literatürde verilmiştir. Zlateva (1997) ve Tham *vd.*(2003) yarı-kesikli fermentasyon süreçlerinde biyoreaktör modelini kontrol işaretinin türevi ile modelleyerek ve SMC'yi kontrol işaretinin türevine göre düzenleyerek çatırtıyı yok etmeye çalışmışlardır. Selisteanu *vd.* (2007) ise süreksiz geribesleme kontrol kuralını yeniden düzenlemiş ve kontrol işaretinin yumuşak bir değişime sahip olmasını sağlayan bir kayma yüzeyi kestirimini kullanmışlardır. MIMO çalışma durumunda biyoreaktör süreçlerinde SMC tasarımı ise Efe (2007) tarafından ele alınmıştır.

Önceki bölümlerde üzerinde durduğumuz gibi ulaşma zamanı ve sistem yanıtının geçici hal başarımı arasındaki ödünleşmenin üstesinden gelebilmek için farklı kayma yüzeyi tasarım yöntemleri önerilmiştir (Tokat *vd.*, 2003). Bu çalışmada doğrusal zamanla değişen kayma yüzeyi tasarımı biyoreaktör süreçlerinin SMC ile kontrolü konusuna uygulanmaya çalışılacaktır.

Proje çalışmasının bu bölümünde sürekli-modda çalıştığı varsayılan yarı-kesikli biyoreaktör modeline ait fermentasyon süreci ele alınmış ve biyoreaktör tipi sürekli



karıştırılmalı tank reaktör (continuous stirred tank reactor) olarak alınmıştır. Substrat inhibisyon kinetiklerini içeren yapısal olmayan bir biyokütle büyüme hızı modeli alınmıştır. Fermentasyon sürecinin sabit fiziksel ve kimyasal özelliklere sahip izotermal bir süreç olduğu varsayılmıştır. Tank biyoreaktörü su, yapı maddesi besin ve biyolojik hücrelerden oluşan sıvı bir ortamdır. Bu çalışmada SMC tasarımıındaki ana konulara odaklanmak amacı ile yarı-kesikli biyoreaktör bir çıkış akışı sağlanarak sürekli karıştırılmalı tank biyoreaktörüne dönüştürülmüştür. Giriş ve çıkış akışlarının birbirlerine eşit kütle akış hızlarına sahip olduğu varsayılarak tanktaki hacim ( $v$  [l]) sabit kabul edilmiştir. Tüm bu basitleştirme kabullerine rağmen elde edilen doğrusal olmayan model biyoreaktörlerin çalışma zorluklarını içeren temel özellikleri barındırmaktadır. Kütle dengelemesi ve korunum kanunları ile elde edilen süreç dinamiklerinin sürekli zaman ifadesi aşağıdaki doğrusal olmayan durum uzayı ifadesi ile gösterilebilir (Bastin ve Van Impe, 1995):

$$\begin{aligned}\frac{d\gamma_x}{dt} &= -q(t) \cdot \gamma_x + \mu(\cdot) \gamma_x \\ \frac{d\gamma_s}{dt} &= q(t) \cdot (\gamma_{sin} - \gamma_s) - v_s(\cdot) \gamma_x\end{aligned}\quad (3.18)$$

Burada  $\gamma_x$  [g/l] biyolojik hücre yoğunluğu,  $\gamma_s$  [g/l] substrat yoğunluğu,  $\gamma_{sin}$  [g/l] substrat besleme yoğunluğu ve  $q(t)$  [ $h^{-1}$ ] seyreltim oranıdır. Hacim  $v$  sabit tutulduğu varsayılırsa,  $q(t) = \tau(t) / v$  yazılabilir ve burada  $\tau(t)$  [l/h] besleme oranıdır. Besleme oranı  $\tau(t)$  [l/h] sistemin tek kontrol girişidir. (3.18)'de  $\mu(\cdot)$  belirli büyüme oranı ve  $v_s(\cdot)$  belirli substrat tüketim oranıdır. Bu negatif olmayan kinetik fonksiyonlar  $\gamma_x$  ve  $\gamma_s$  değerlerine bağlıdır. Literatürde bulunan Monod, Contois ve Haldane kinetikleri gibi fonksiyonlar model amacı için kullanılabilir (Simeonov,1999). Bu bölümde anlatılan sürecin matematiksel modeli için Haldane kinetikleri temel alınmıştır:

$$\mu(\cdot) = \mu(\gamma_s) = \frac{\mu_{max} \gamma_s}{k_2 \gamma_s^2 + \gamma_s + k_1} \quad (3.19)$$

(3.19)'da  $k_1$ [g/l] saturasyon parametresi  $k_2$ [g/l] inhibisyon parametresi ve  $\mu_{max}$ [ $h^{-1}$ ] maksimum büyüme oranıdır. Tüketim miktarı başına düşen verimlilik katsayısı olarak bilinen ( $y_c$ ) üretim oranı sabit olarak düşünüldüğünde,

$$v_s(\gamma_s) = \frac{\mu(\gamma_s)}{y_c} \quad (3.20)$$

şeklinde  $\mu(\gamma_s)$ 'in bir fonksiyonu şeklinde tanımlanabilir. Bozucu işaretlerin sadece kontrol giriş kanalında etkili olduğu varsayılırsa eşleşme (matching) koşulları sağlanır. Bu durumda izotermal doğrusal olmayan sürekli-zamanlı fermentasyon sistemi için durum vektörleri  $\mathbf{x} \triangleq [x_1 \quad x_2] = [\gamma_x \quad \gamma_s]$  ile tanımlanmış tek girişli doğrusal olmayan durum uzayı modeli

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})) + (\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \Delta\mathbf{g}(\mathbf{x})) \cdot (\tau(t) + d(t)) \quad (3.21)$$

şeklinde yazılabilir. (3.21)'de  $d(t)$  kontrol girişini etkileyen sınırlı dış bozuculardır ve  $\mathbf{f}$ ,  $\mathbf{g}$ , ise (3.22) de olduğu gibi verilebilen iki boyutlu sürekli fonksiyonlardır. Sisteme ait

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\mu_{\max} x_1 x_2}{k_2 x_2^2 + x_2 + k_1} \\ -\mu_{\max} x_1 x_2 \\ y_c (k_2 x_2^2 + x_2 + k_1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -x_1 \\ v \\ (\gamma_{\sin} - x_2) \\ v \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

fonksiyonlarındaki proses parametreleri  $\mu_{\max}$ ,  $k_1$  ve  $k_2$  zamanla değişen ve belirsiz değerlerdir. Ancak aralıkları bilinmektedir. Bu yüzden  $\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})$  ve  $\Delta\mathbf{g}(\mathbf{x})$

$$\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\Delta\mu_{\max} x_1 x_2}{\Delta k_2 x_2^2 + x_2 + \Delta k_1} \\ -\Delta\mu_{\max} x_1 x_2 \\ y_c (\Delta k_2 x_2^2 + x_2 + \Delta k_1) \end{bmatrix}, \quad \Delta\mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \quad (3.23)$$

olarak yazılabilir. (3.23)'de  $\Delta\mu_{\max}$ ,  $\Delta k_1$  ve  $\Delta k_2$  parametre belirsizlikleridir. Substrat maliyeti göz ardı edilebilir ve istenilen optimal çalışma noktasında seçilen en büyük biyokütle üretkenliği düşünüldüğünde, doğrusal olmayan modelin denge noktası

$$\gamma_s^* = \frac{-k_1 + \sqrt{k_1^2 + \gamma_{\sin}^2 k_1 k_2 + \gamma_{\sin} k_1}}{\gamma_{\sin} k_2 + 1} \quad (3.24)$$

$$\gamma_x^* = (\gamma_{\sin} - \gamma_s^*) y_c$$

şeklinde hesaplanabilir (Szederkenyi *vd.*, 2002). Amaç istenilen çalışma noktasını besleme oranı  $\tau(t)$  ile elde etmek ve korumaktır. Bu amaç için de önerilmiş olan zamanla değişen kayma yüzeyli kayma kipli kontrol kullanılmıştır.

Önerilen açısız kayma yüzeyine sahip SMC yapısının yukarıda verilen biyoreaktör modeline uygulanması ve başarımın incelenmesi için (3.22)'deki sistem parametreleri  $v=4$  [l],

$\gamma_{\sin} = 20 [g/l], y_c=0.5, \mu_{\max}=0.3 [1/h], k_1=0.1 [g/l], k_2=1/40 [l/g]$  olarak alınmış ve istenen durum değişkenleri (3.24)'ten  $x_{d1} = \gamma_x^* = 9.455 [g/l]$  ve  $x_{d2} = \gamma_s^* = 1.090 [g/l]$  olarak hesaplanmıştır.

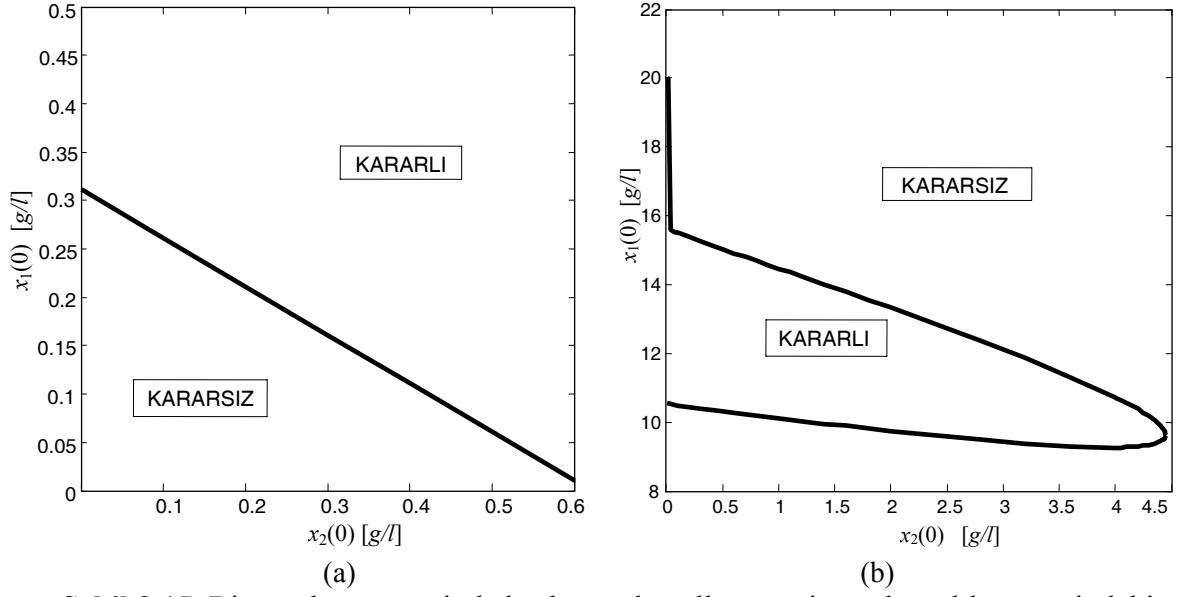
Doyuma ulaşmamış biyoreaktörün reaksiyon hızı artan substrat yoğunluğu ile artmaktadır. Bu yüzden fermentasyon süreci boyunca biyoreaktör tankındaki artan miktardaki substrat istenmeyen yan ürün oluşmasına neden olur. Bunu önlemek için substrat yoğunluğunun istenen değerinin üzerinde uzun süre kalmaması gerekir. Başlangıçta ortamdaki substrat yoğunluğunun sıfır olduğu ve düşük tutulması gerektiği varsayılmıştır. Böylece, başlangıç koşulları  $(\gamma_x(0), \gamma_s(0))=(0.5, 0)$  alınmıştır.

Benzetimlerde sınırlı bozucular  $d(t)=0.02\cos(2\pi t)$  olarak modellenmiştir.  $\mu_{\max}, k_1$  ve  $k_2$  için sınırlı parametre belirsizlikleri  $\Delta\mu_{\max}, \Delta k_1$  and  $\Delta k_2$ , olarak tanımlanmış ve

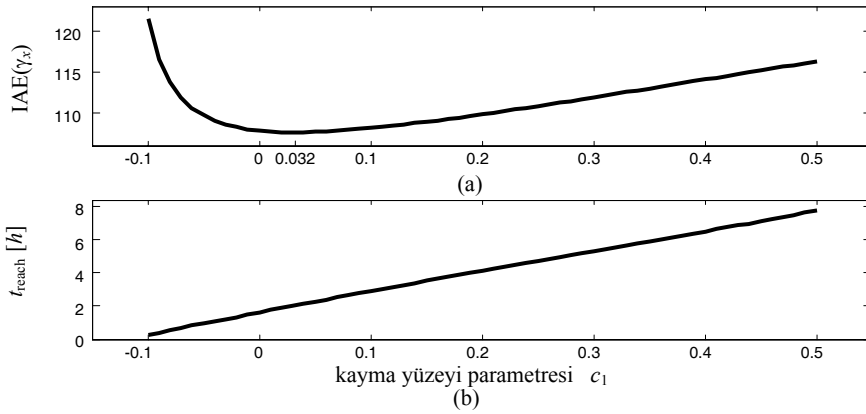
$$\begin{aligned}\Delta\eta_{\max} &= 0.03 \cos(2\pi t / 10) \\ \Delta k_1 &= -0.01 \cos(2\pi t / 15) \\ \Delta k_2 &= -0.0025 \cos(2\pi t / 25)\end{aligned}\tag{3.25}$$

olarak alınmıştır. Tüm kontrolörler için süreksiz kontrol kazancı sabit olarak  $K=0.7$  alınmıştır. Benzetimler  $[0; 40 h]$  aralığında gerçekleşmiş ve sürekli kontrolörün bilgisayar ortamında benzetimi için küçük bir örnekleme aralığı  $0.06 [min]$  olarak seçilmiştir. Önerilen açısız kayma yüzeyine sahip SMC (SMC-P) ile sabit kayma yüzeyine sahip SMC (SMC-C) başarımları karşılaştırılmaya çalışılmıştır. SMC tasarım parametreleri başlangıç koşullarına bağlıdır ve verilen başlangıç koşullarına uygun olarak belirlenmeleri gerekir. Verilen sistem modeli için kayma kipinin kararlılığı  $c_1$  parametresinin iki farklı değerine bağlı olarak benzetimlerle analiz edilmiştir.  $s=0$ 'ın kararlı çeker (attractor) olduğu bölgeler Şekil 3.15'te verilmiştir. Bu çalışmada kayma yüzeyi parametreleri uygun sistem başarımı ve kararlılığı sağlanacak şekilde elle ayarlanmıştır.

Kayma yüzeyi parametresi  $c_1$ 'in sistem başarımı üzerinde önemli etkisi üzerinde durmuştuk. Dürüst bir karşılaştırma amacı ile  $c_1$  değeri SMC-C ile  $\gamma_x$  durumu için en iyi IAE başarımı elde edilecek şekilde seçilmiştir. Bu amaçla  $IAE(\gamma_x)$  ve  $t_{reach}$  başarımları Şekil 3.16'da olduğu gibi farklı  $c_1$  değerleri için incelenmiştir. Şekilden görüldüğü gibi  $c_1=0.032$  için en düşük IAE ve kabul edilebilir bir  $t_{reach}$  elde edilmektedir. Bu yüzden SMC-C için  $c_1=0.032$  seçilmiş, SMC-P için de yine dürüst bir karşılaştırma amacı ile son ulaşılan kayma yüzeyi değeri  $c_f=0.032$  alınmıştır.



**Şekil 3.15.** Biyoreaktör örneğinde başlangıç koşullarının sistem kararlılığı üzerindeki etkisinin analizi: a)  $c_1=-0.12$ , b)  $c_1=1$ .



**Şekil 3.16.** Biyoreaktör örneğinde SMC-C için sistem başarımı üzerinde kayma yüzeyi parametresinin etkisinin analizi: a)  $IAE(\gamma_x)$  b)  $t_{reach}$

SMC-P için  $t_f$  parametresinin başarıma etkisini göstermek amacı ile iki farklı davranış ele alınmıştır. Bu iki yapı için kontrolör parametreleri

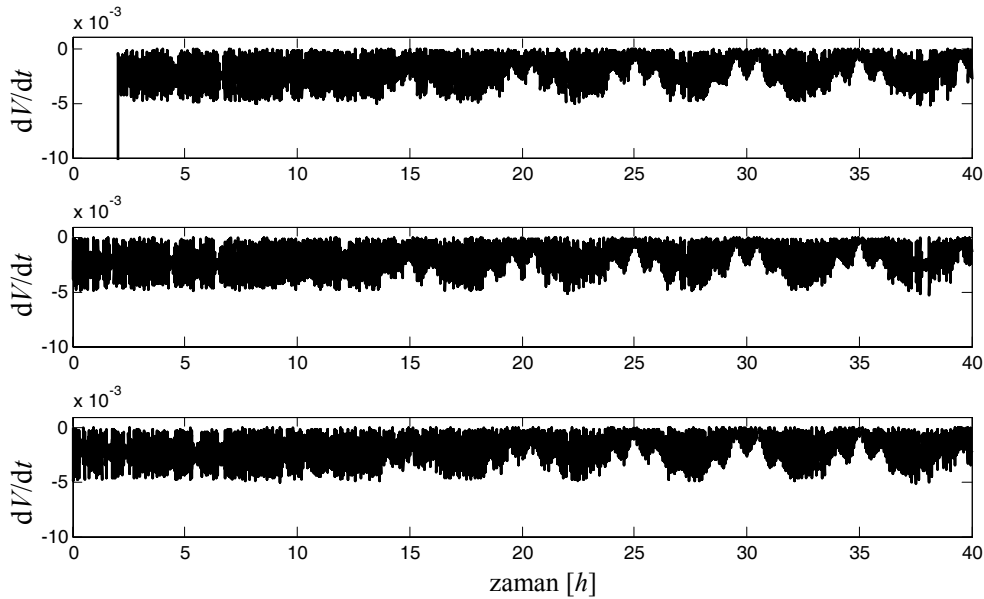
$$\begin{aligned}
 \text{SMP-P}_1: & t_k=0 [h], t_f=2[h], c_f=0.032, \alpha_0 = 2.3\pi/4, c_{\max}=5 (\alpha_1 = 0.0302) \\
 \text{SMC-P}_2: & t_k=0 [h], t_f=22 [h], c_f=0.032, \alpha_0 = 2.3\pi/4, c_{\max}=5 (\alpha_1 = 0.0022)
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

olarak alınmıştır. Her iki durumda da  $\alpha_1$  pozitif değerli olduğundan  $\alpha_0$  ( $2\pi/4, \pi$ ] aralığında ayarlanmıştır. İlk olarak ideal durumu göstermek için kontrol kuralında signum fonksiyonu kullanılarak işlemler gerçekleştirilmiştir. Şekil 3.17’de Lyapunov fonksiyonunun türevi gösterilmiştir. Şekil 3.17’den görüldüğü gibi tüm kontrolörler verilen başlangıç koşulları ve seçilen tasarım parametreleri için ulaşma koşulunu sağlamaktadır.

$\gamma_x$  ve  $\gamma_s$  için IAE ve yerleşme zamanı ( $t_s$ ),  $\gamma_s$  için maksimum aşım yüzdesi ( $M_p$ ) ve  $t_{reach}$  başarımları ölçütleri olarak alınmış ve Tablo 3.7’de verilmiştir. SMC-P<sub>1</sub>  $t_f=2$  [h] değeri ile SMC-C’ye göre bir miktar daha iyi başarımlar ve  $t_{reach}=0$  [h] olarak baştan itibaren dayanıklılık sağlamaktadır. Diğer yandan SMC-P<sub>2</sub> için  $\gamma_x$ ’e ait başarımlar ölçütleri bir miktar kötüleşmekte fakat  $M_p(\gamma_s)$  ve  $t_s(\gamma_s)$  oldukça iyileşmektedir. SMC-P<sub>2</sub> için de  $t_{reach}=0$  [h] değeri sağlanmaktadır.

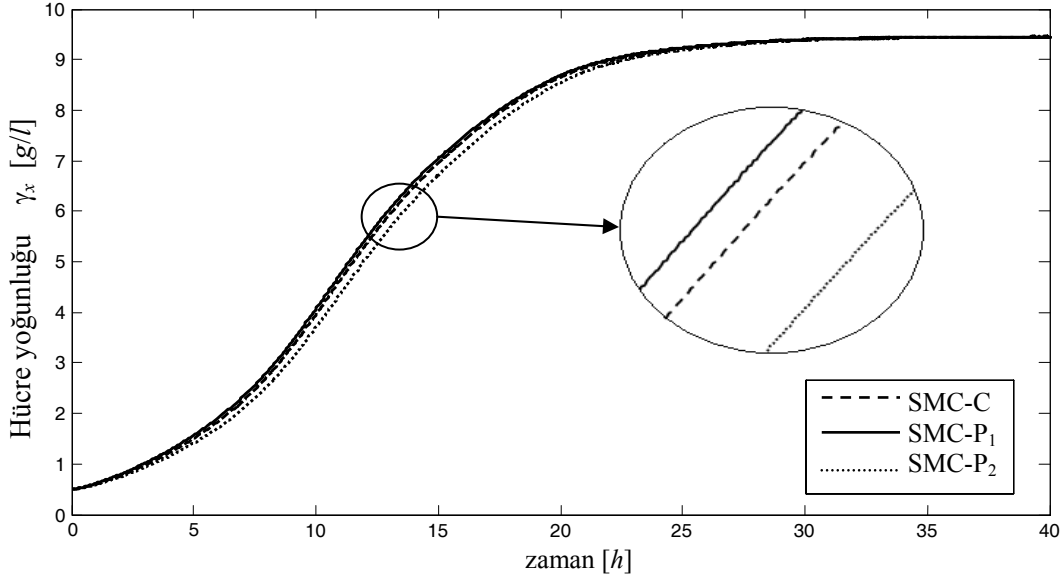
**Tablo 3.7.** Biyoreaktör örneği için signum fonksiyonu kullanılarak elde edilen başarımlar ölçütleri ( $\delta = 0$ )

Kontrolör	IAE( $\gamma_x$ ) [g/(lh <sup>-1</sup> )]	IAE( $\gamma_s$ ) [g/(lh <sup>-1</sup> )]	$t_s(\gamma_x)$ [h]	$t_s(\gamma_s)$ [h]	$M_p(\gamma_s)$ [%]	$t_{reach}$ [h]
SMC-C	107.63	3.86	30.60	17.91	26.04	2.03
SMC-P <sub>1</sub>	106.04	3.36	30.46	17.61	25.96	0
SMC-P <sub>2</sub>	111.30	3.73	31.08	8.61	4.83	0

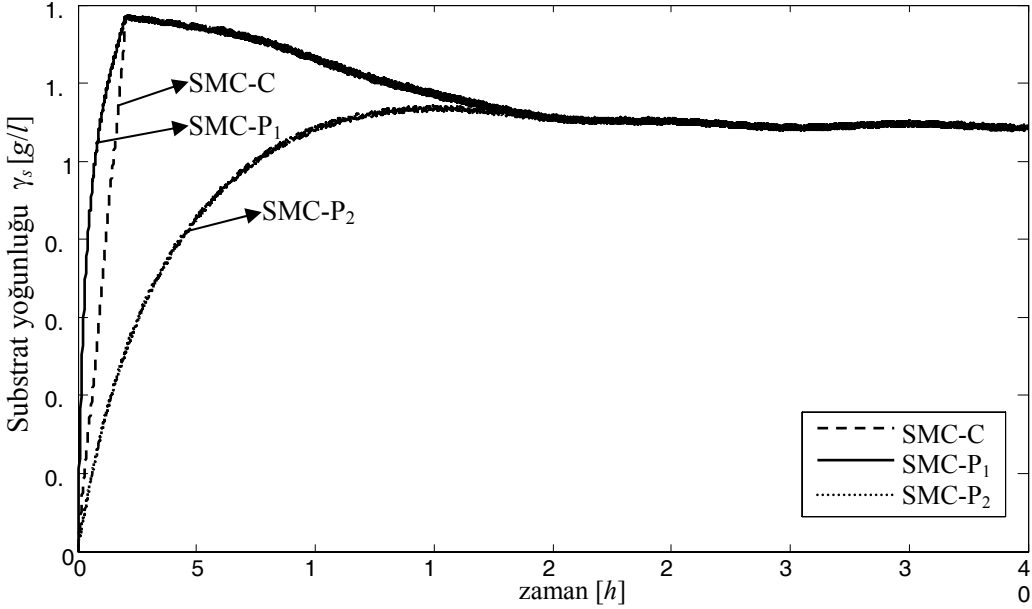


**Şekil 3.17.** Biyoreaktör örneğinde Lyapunov fonksiyonunun türevi:  
a) SMC-C, b) SMC-P<sub>1</sub>, c) SMC-P<sub>2</sub>.

Sistem durumlarının zaman yanıtları Şekil 3.18’te verilmiştir. Burada  $\gamma_s(t)$  değerindeki bozucu etkiden kaynaklanan dalgalanma gözle görülmektedir. Hata durum uzayında farklı anlarda kayma yüzeyinin bulunduğu anlık konum Şekil 3.19’da gösterilmiştir. (3.26)’daki SMC-P<sub>1</sub> ve SMC-P<sub>2</sub> parametreleri karşılaştırıldığında, tek farkın  $t_f$  olduğu görülmektedir. SMC-P<sub>1</sub> son kayma yüzeyi değeri  $c_f$ ’e  $t_f=2$  [h] anında ulaşırken SMC-P<sub>2</sub>  $t_f=22$  [h] anında ulaşmaktadır. Açılma parametreleri aynı olduğu için her ikisi de benzer açılma davranış ile Şekil 3.19’deki gibi hareket etmektedir.



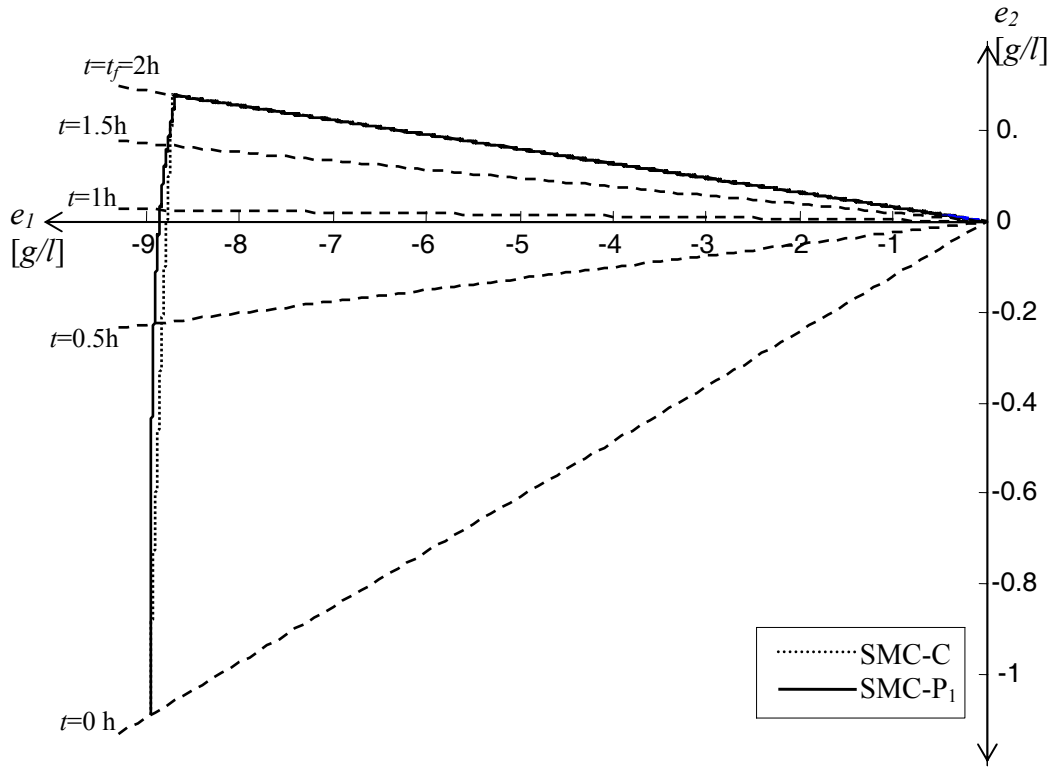
(a)



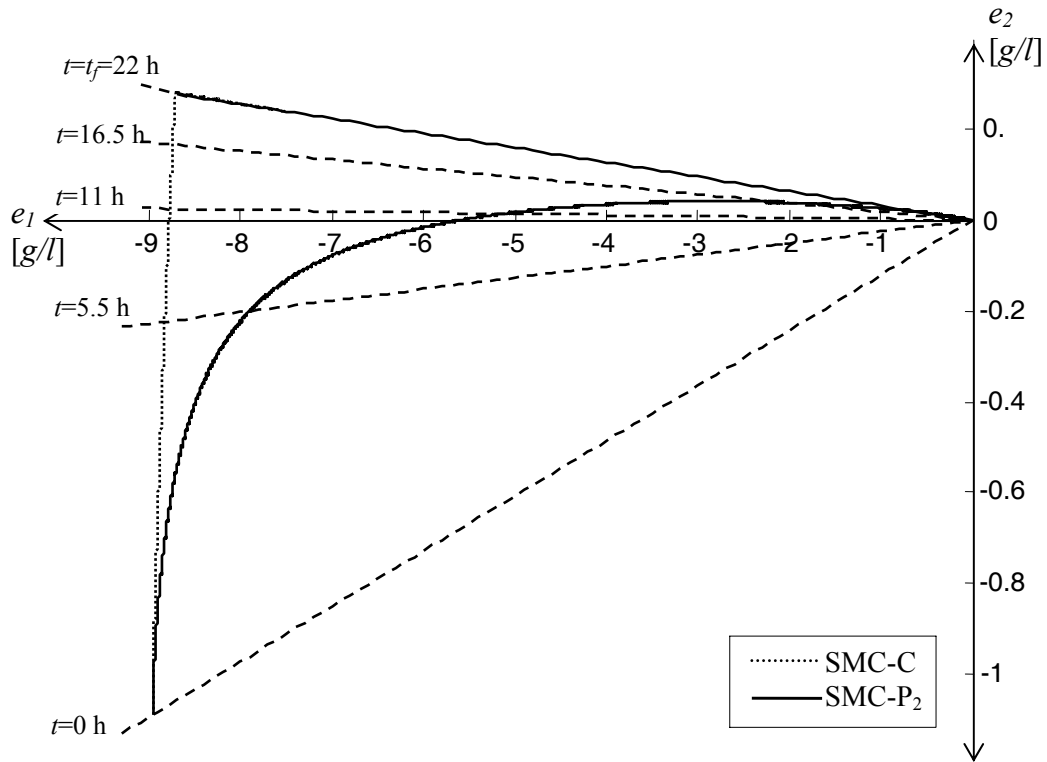
(b)

**Şekil 3.18.** Biyoreaktör örneğinde signum fonksiyonu kullanıldığı durum için sistem durumları: a) hücre yoğunluğu  $\gamma_x$ , b) substrat yoğunluğu  $\gamma_s$ .

Kayma yüzeyi parametresinin zamana göre değişimi Şekil 3.20’de verilmiştir. SMC-P<sub>1</sub> ve SMC-P<sub>2</sub> için  $t_k=0$  [h] anından itibaren kayma kipinin oluştuğu şekilden de görülmektedir. SMC-C için ise başlangıçta kayma kipinden uzakta bulunan durumlar zamanla kayma kipine yaklaşmaktadır. Kontrol işaretleri Şekil 3.21’de verilmiştir. Süreksiz kontrol kuralında kullanılan işaret fonksiyonu nedeni ile kontrol işareti çatırtı yapmaktadır. Sadece giriş hızı kontrol edildiği ve kontrol işareti ile ortamdan madde çıkışı kontrol edilmediği için kontrol işaretinin negatif değerler almasına izin verilmemiştir.

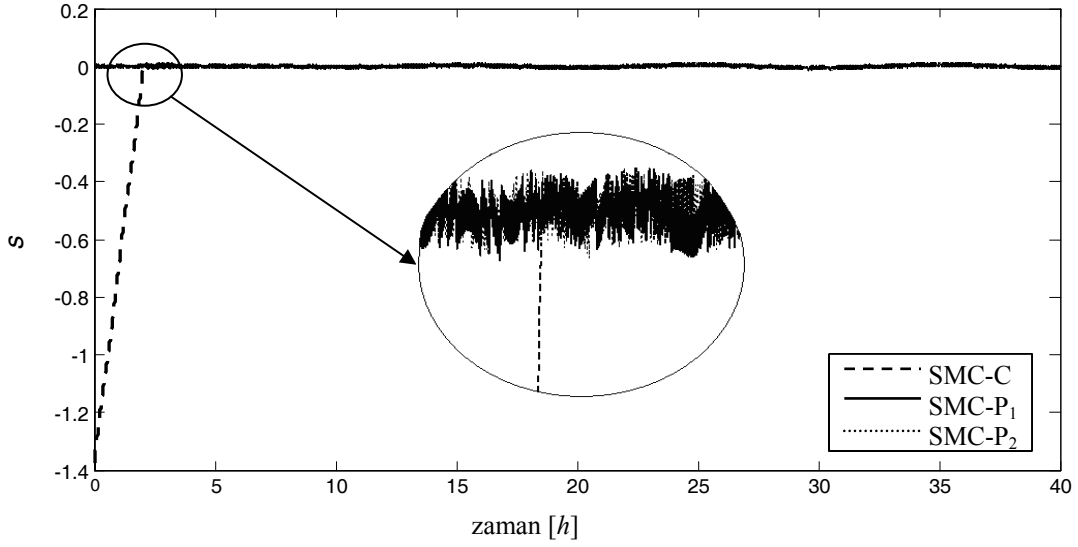


(a)

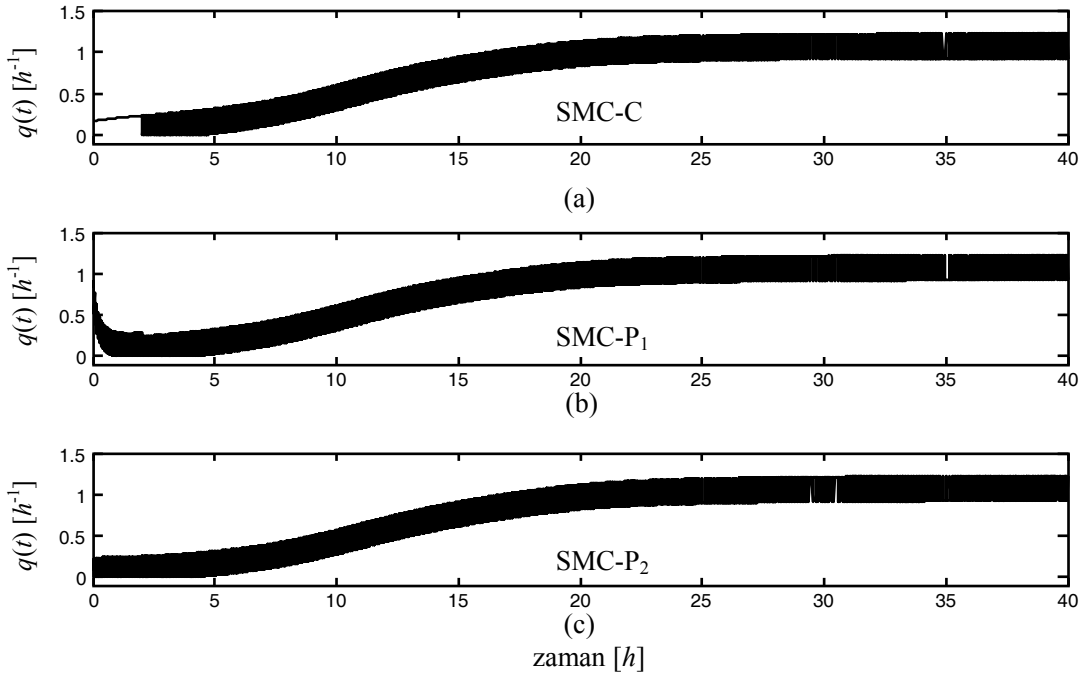


(b)

**Şekil 3.19.** Biyoreaktör örneğinde belirli anlarda zamanla değişen kayma yüzeyi konumunun hata faz düzleminde gösterilimi: a) SMC-P<sub>1</sub>, b) SMC-P<sub>2</sub>



**Şekil 3.20.** Biyoreaktör örneğinde işaret fonksiyonu kullanıldığında kayma yüzeyi değişkeni  $s$ 'in zamanla değişimi.



**Şekil 3.21.** Biyoreaktör örneğinde işaret fonksiyonu kullanıldığında  $q(t)$  seyreltim oranı: a) SMC-C, b) SMC-P<sub>1</sub>, c) SMC-P<sub>2</sub>.

Kontrol işaretindeki çatırtının biyoreaktör uygulaması için önlenmesi gerekir. Bu amaçla işaret fonksiyonunun sürekli yaklaşıklığı

$$\text{sgn}(s) \cong \frac{s}{|s| + \delta} \quad (3.27)$$

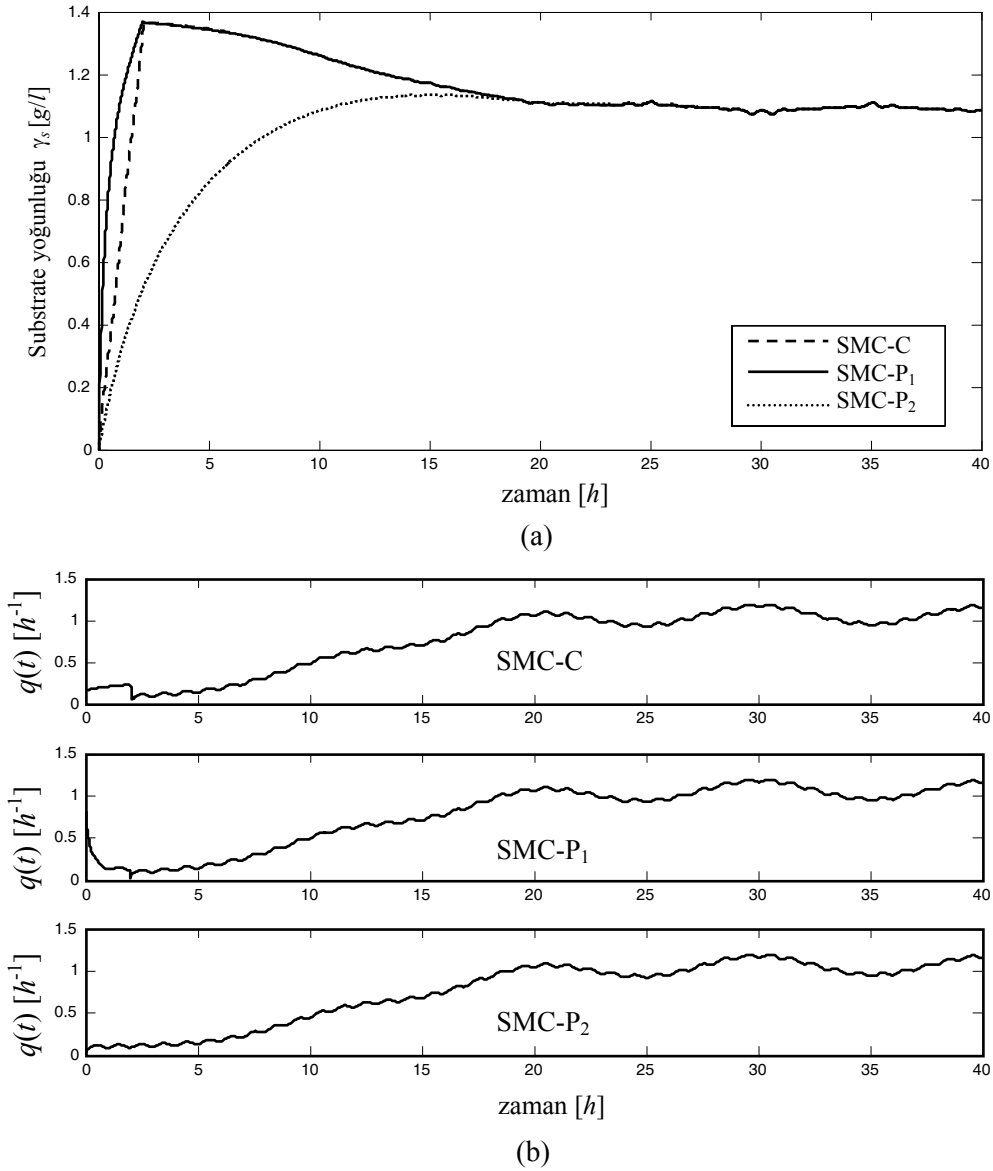
şeklinde alınmıştır. Benzetimler  $\delta=0.0035$  için koşturulmuştur. Bu yeni durumda elde edilen başarımlar ölçütleri Tablo 3.8'de verilmiştir. Elde edilen başarımlar ölçütlerinin Tablo 3.7'de işaret



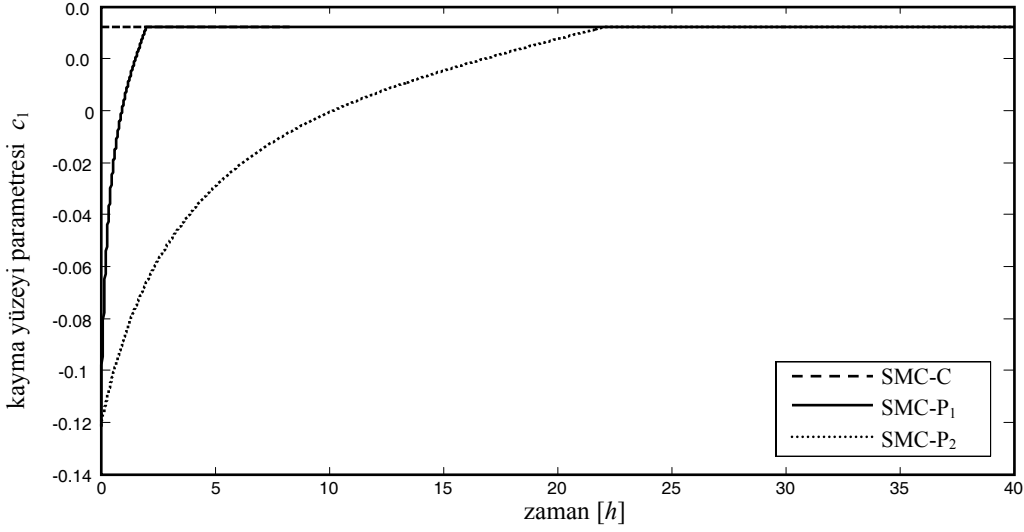
fonksiyonu kullanılan durumdan çok farklı olmadığı görülmektedir. Substrat yoğunluğu ve kontrol işareti Şekil 3.22’de verilmiştir. (3.27)’deki sürekli yaklaşıklık sayesinde  $\gamma_s$  değerindeki çatırtının engellendiği görülmüştür.

**Tablo 3.8.** Biyoreaktör örneği için (3.27)’deki signum fonksiyonunun yaklaşıklığı kullanılarak elde edilen başarımlar ölçütleri ( $\delta = 0.0035$ )

Kontrolör	$IAE(\gamma_x)$ [g/(lh <sup>-1</sup> )]	$IAE(\gamma_s)$ [g/(lh <sup>-1</sup> )]	$t_s(\gamma_x)$ [h]	$t_s(\gamma_s)$ [h]	$M_p(\gamma_s)$ [%]	$t_{reach}$ [h]
SMC-C	107.64	3.87	30.28	17.36	25.60	2.07
SMC-P <sub>1</sub>	106.04	3.37	30.19	17.23	25.67	0
SMC-P <sub>2</sub>	111.32	3.74	30.92	8.52	4.34	0



**Şekil 3.22.** Biyoreaktör örneğinde işaret fonksiyonunun sürekli yaklaşıklığı kullanıldığında: a) substrat yoğunluğu  $\gamma_s$ , b) seyreltim oranı  $q$ .

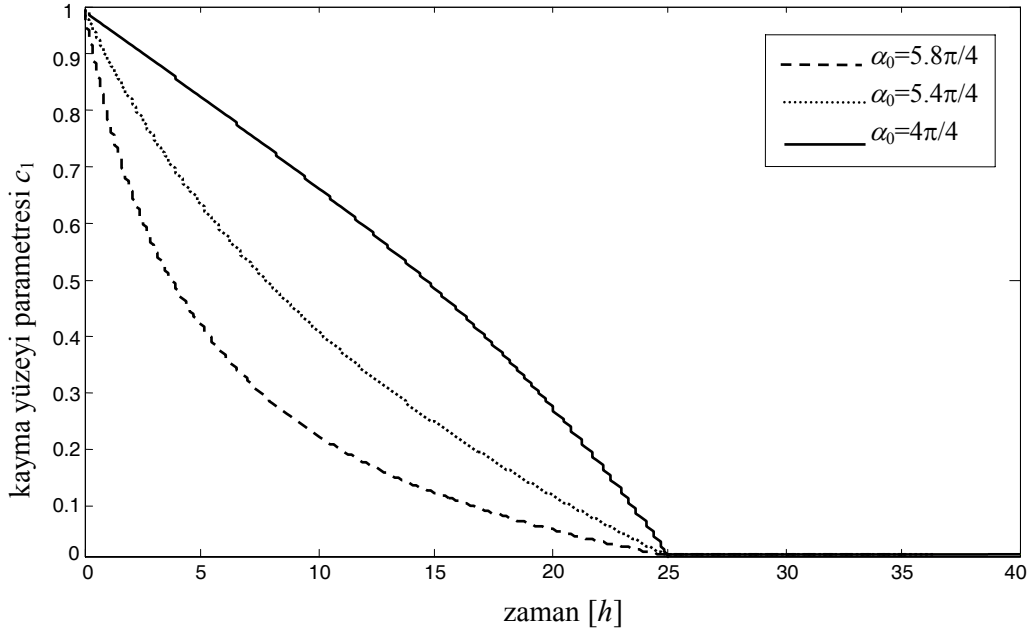


**Şekil 3.23.** Biyoreaktör örneği için kayma yüzeyi parametresi  $c_1$ 'in zamanla değişimi.

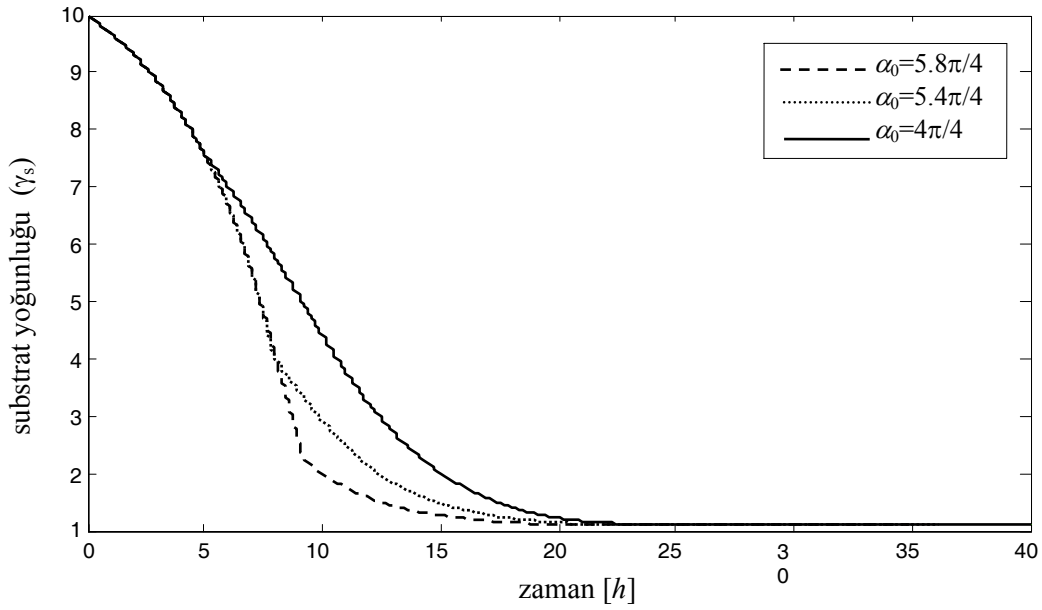
SMC-P<sub>1</sub> ve SMC-P<sub>2</sub> için  $c_1(t)$ 'nin zamanla değişen davranışı hem işaret hem de sürekli yaklaşıklığı kullanıldığı durumlar için Şekil 3.23'te verilmiştir. SMC-P<sub>1</sub> ve SMC-P<sub>2</sub> için  $c_f=0.032$  değerine sırası ile  $t_f=2$  [h] ve 22 [h], anlarında ulaşılmaktadır.  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$  parametrelerine bağlı olarak  $c_1$  değeri zamana göre doğrusal olmayan bir biçimde değişim göstermektedir.

Önerilen yöntem ile elde edilen ve Şekil 3.18-3.23 ile Tablo 3.7-3.8'de gösterilen iyileştirmeler tasarım parametrelerinin uygun şekilde seçilmesi ile elde edilmektedir. Farklı tasarım parametreleri kullanılarak değişik dönme düzenleri elde edilebileceği açıktır. Bu düşüncenin farklı başlangıç koşullarına da uygulanabileceğini göstermek amacı ile benzetimler aynı sistem üzerinde  $(\gamma_x(0), \gamma_s(0))=(0.5, 10)$  başlangıç koşulları için koşturulmuştur. Tasarım parametreleri  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$ 'in sistem başarımına etkisi üzerinde durulmuştur.

İlk olarak (3.4)'teki  $c_{\max}=1$  alınmış ve  $\alpha_1=-0.0314$  olarak hesaplanmıştır. Farklı  $\alpha_0$  değerli için elde edilen  $c_1(t)$  değişimleri çizilmiştir.  $\alpha_1$  budurumda negatif olduğundan  $\alpha_0$   $[\pi, 6\pi/4)$  aralığından değerler almıştır. Diğer tasarım parametreleri  $t_k=0$  [h],  $t_f=25$  [h],  $c_f=0$  olarak seçilmiştir. Sonuçlar Şekil 3.24'te çizilmiştir. Kayma yüzeyinin zamanla değişen düzeni  $\alpha_0$ 'a göre Şekil 3.24(a)'da verilmiştir. Görüldüğü gibi  $\alpha_0$  arttıkça  $\alpha(t)$ 'nin başlangıç değeri artmaktadır. Bu ise  $c_1$ 'deki zamana göre doğrusal olmayan değişim miktarını arttırmaktadır. Bu artış Şekil 3.24(b)'de görüldüğü gibi substrat yoğunluğunun yerleşme zamanında bir azalma sağlamaktadır.



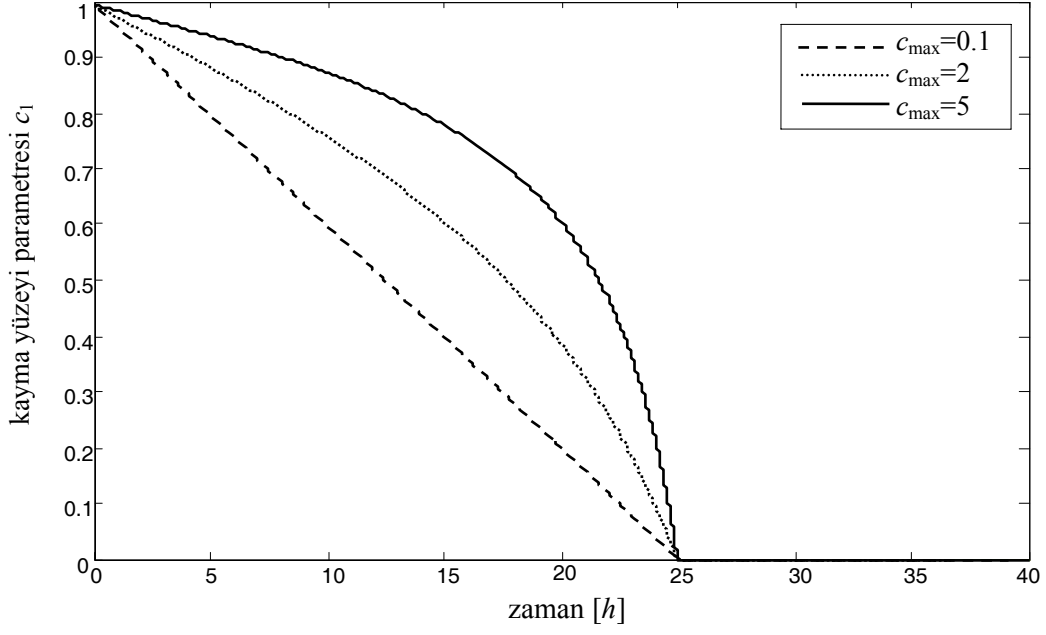
(a)



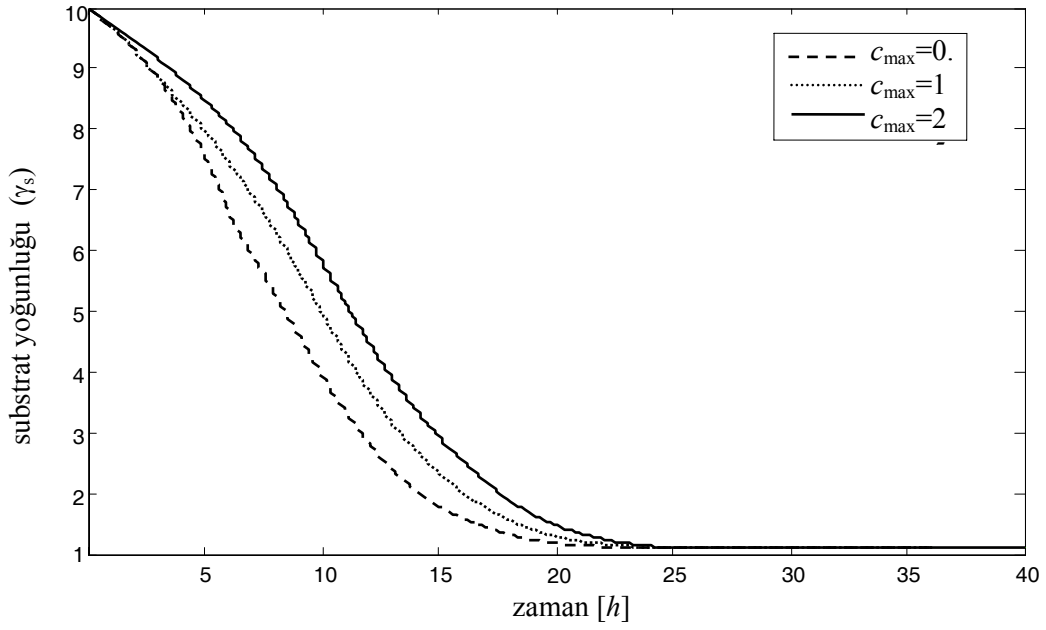
(b)

**Şekil 3.24.** Biyoreaktör örneğinde  $\alpha_0$  tasarım parametresinin: a) kayma yüzeyi parametresi  $c_1$ , ve b) sistem durumu  $\gamma_s$ , üzerindeki etkisi.

İkinci olarak ise  $\alpha_0 = \pi$  alınmış ve aynı  $t_k$ ,  $t_f$  ve  $c_f$  değerleri için benzetimler (3.4) denkleminde  $\alpha_1 = -0.004$ ,  $-0.044$ , ve  $-0.055$  veren  $c_{\max} = 0.1$ ,  $2$  ve  $5$  değerleri alınarak oluşturulmuştur. Şekil 3.25(a)'dan da görüldüğü gibi kayma yüzeyi parametresinin değişimi üzerinde  $\alpha_0$ 'a göre tam ters bir etki oluşmuştur. Şekil 3.25(b)'de görüldüğü gibi  $c_{\max}$  değeri arttıkça substrat yoğunluğunda azalma sağlayacak şekilde  $\alpha_1$  genliği artmaktadır.



(a)



(b)

**Şekil 3.25.** Biyoreaktör örneğinde  $c_{\max}$  tasarım parametresinin: a) kayma yüzeyi parametresi  $c_1$ , ve b) sistem durumu  $\gamma_s$ , üzerindeki etkisi.

Verilen örneklerden anlaşıldığı gibi  $\alpha_0$  ve  $c_{\max}$  parametrelerini ayarlayarak kayma yüzeyi parametresinin değişimini ve böylece sistem çıkışını farklı stratejiler için kullanma esnekliği bulunmaktadır. Örneğin  $c_{\max}=0.1$  gibi bağıl olarak küçük bir değer aldığımızda Şekil 3.25(a)'da görüldüğü gibi tanjant ile gelen açılı etkisi kaybolmakta ve kayma yüzeyi parametresinin değişimi doğrusala yakın olmaktadır. Böylece Bartoszewicz, (1995) tarafından önerilen doğrusal sürekli zamanla değişen kayma yüzeyine benzer bir sonuç elde edilmiş olur.

### 3.3.Farklı Açısal Değişim Bilgisi Kullanılması

Bölüm 3.1’de tanıtılan ve Bölüm 3.2’de benzetim örnekleri verilen açısal kayma yüzeyi tasarım çalışmasında, açısal bilgi zamana göre doğrusal bir denklem ile elde edilmektedir. Sunulan çalışmalarda da belirtildiği gibi sistem durumlarına veya zamana göre farklı tasarımlar yapmak ve değişik kayma yüzeyi parametresi değişim düzenleri elde etmek olasıdır.

Bu bölümde örnek olarak  $\beta(t)$  açısal bilgisi

$$\beta(t) = \begin{cases} p_n t^n + p_{n-1} t^{n-1} + \dots + p_1 t + p_0, & t_k \leq t < t_f \text{ ve } c_1(t_k) < c_f \\ \beta(t_f), & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (3.28)$$

şeklinde zamana göre yüksek mertebeden bir polinom denklemi olarak alınmıştır. Burada  $p_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ )  $\beta(t)$  fonksiyonunun tasarım parametreleridir. Bilgisayar benzetimleri, Bölüm 3.2.2’de ele alınan doğrusal olmayan sistem için  $(x_1(0),x_2(0))=(1,0.2)$  ve  $c_f=5$  alınarak koşturulmuştur. Durum genliği kısıtı olarak  $|e_2|<1$  belirlenmiştir. (3.28)’deki  $\beta(t)$  ifadesinde beşinci mertebeden polinom alınır ve Bartoszewicz (1995) tarafından elde edilen SMC-Rotation ile benzer noktalardan geçecek şekilde en-küçük-kareler yöntemi ile polinom katsayıları ayarlanırsa

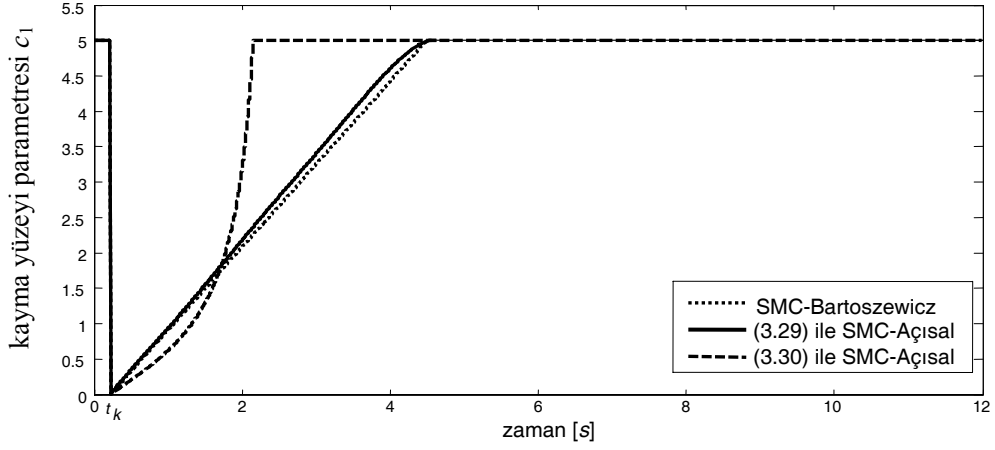
$$p_5=0.00106, p_4=-0.02253, p_3= 0.1853, p_2=-0.7668, p_1= 1.6985, p_0=-0.3453 \quad (3.29)$$

elde edilir. Ayrıca Bölüm 3.1’de ele alınan yapıya benzer şekilde  $n=2$  seçilerek

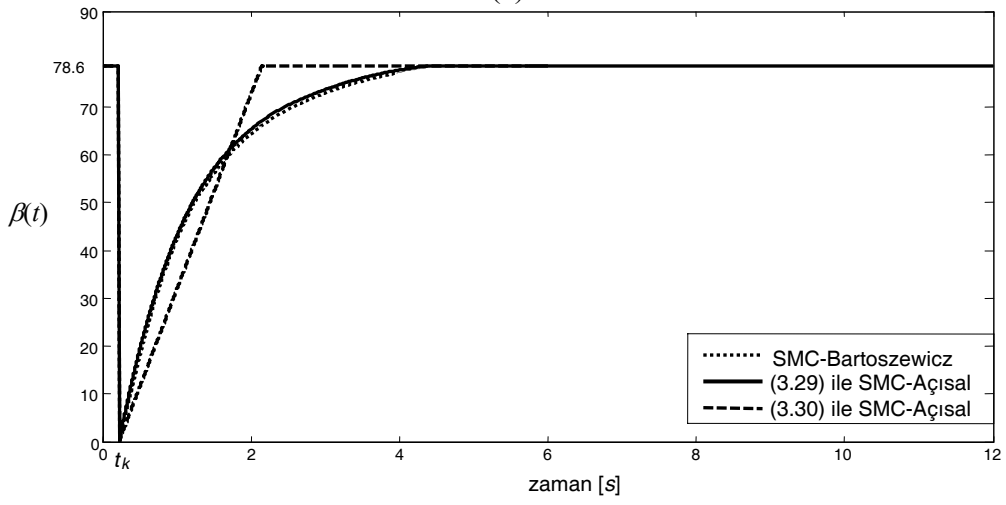
$$p_0=-0.1334, \quad p_1=0.4617 \quad (3.30)$$

parametre değerleri için de sonuçlar elde edilmiştir. Benzetimler, önerilen açısal değişime sahip kayma yüzeyine sahip kayma kipli kontrolör (SMC-Açısal) (3.29) ve (3.30) kullanılarak ayrı ayrı koşturulmuştur. Her iki durumda elde edilen sonuçlar ve Bartoszewicz (1995) tarafından elde edilen kayma yüzeyine sahip SMC (SMC-Bartoszewicz) için kayma yüzeyi ve açısal bilgi değişimleri Şekil 3.26’da, bu kayma yüzeylerine karşı gelen hata faz düzlemi yörüngeleri ise Şekil 3.27’de verilmiştir.

Görüldüğü gibi SMC-Açısal ile farklı polinom denklemleri tanımlayarak literatürdeki değişik kayma yüzeyi değişimlerini taklit eden düzenler kolayca elde edilebilmektedir.

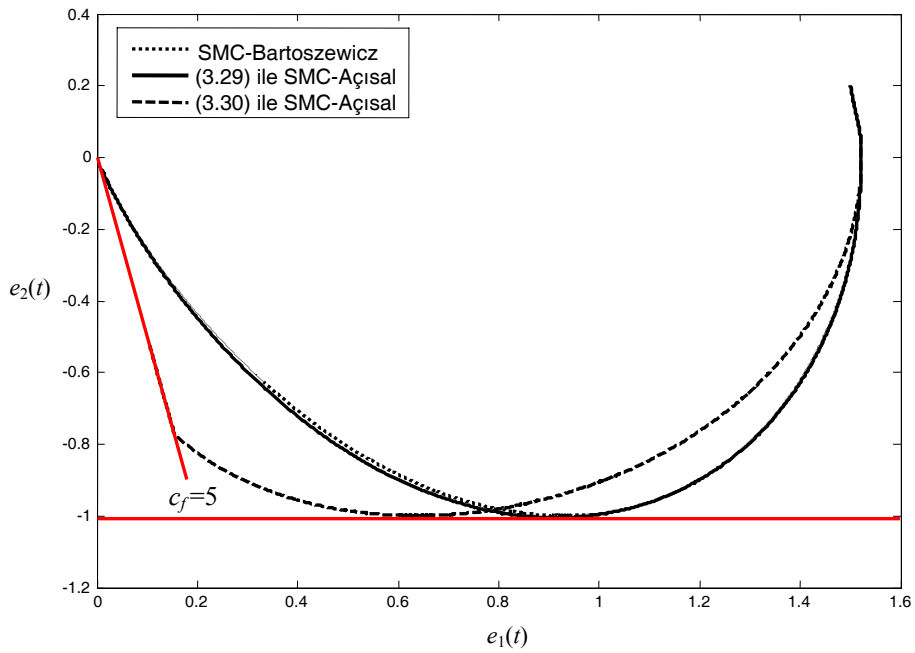


(a)



(b)

Şekil 3.26.  $(x_1(0), x_2(0))=(1, 0.2)$  başlangıç koşulları için kayma yüzeyi karakteristikleri: a)  $c_1(t)$ , ve b)  $\beta(t)$ .



Şekil 3.27.  $(x_1(0), x_2(0))=(1,0.2)$  için hata faz düzlemi yörüngesi

Projenin bu bölümünde elde edilen sonuçlardan Bölüm 3.2.3'te verilmiş olan biyoreaktör örneği

**Tokat, S.** "Sliding mode controlled bioreactor using a time-varying sliding surface," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Volume: 31, No: 5, pp: 435-456, OCTOBER 2009.

künyesi ile yayınlanmıştır. Dergi bilgileri ve ilgili yayın EK-2'de verilmiştir. Projenin ilk altı ayında proje bursiyer öğrencisi bulunamadığı için bu bölüm proje yürütücüsü tarafından yayınlanmıştır. Proje bursiyerleri ikinci çalışma döneminden sonra projeye katılmış ve yapılan bu çalışmayı ve kodlarını öğrenerek bundan sonraki çalışmalara katılmışlardır.

Bölüm 3.3'te ele alınan çalışma sonuçları ise makale biçimine getirilmiştir. Proje bursiyeri öğrencilerle yayınlanması için çalışılmaktadır. Bu çalışmanın proje kapsamında hazırlanmış biçimi **EK-3**'te sunulmuştur.

### 3.4.Kaynakça

- BARTOSZEWICZ A.**, A comment on 'A time varying sliding surface for fast and robust tracking control of second-order uncertain systems', *Automatica*, 31(12), 1893-1895, (1995).
- BASTIN G., Van Impe J.F.**, Nonlinear and adaptive control in biotechnology: A tutorial, *European Journal of Control*, 1(1), 37–53, (1995).
- CHEN C.T., Peng S. T.**, A nonlinear control scheme for imprecisely, known processes using the sliding mode and neural fuzzy techniques, *Journal of Process Control*, 14(5), 501–515, (2004).
- CHOI S.B., Cheong C.C., Park D.W.**, Moving switching surfaces for robust control of second order variable structure systems, *International Journal of Control*, 58(1), 229-245, (1993).
- DERDIYOK A., Levent M.**, Sliding mode control of a bioreactor, *Korean Journal of Chemical Engineering*, 17(6), 619–624, (2000).
- DOCHAIN D.**, *Automatic Control of Bioprocesses*, ISTE/Hermes Science Publishing, London, (2008).
- EFE M.O.**, A novel error critic for variable structure control with an ADALINE, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 24(5), 403–415, (2002).
- EFE M.O.**, MIMO variable structure controller design for a bioreactor benchmark process, *ISA Transactions*, 46(4), 459–469, (2007).
- GEORGIEVA O., Hristozov I., Pencheva T., Tzonkov S., Hitzmann B.**, Mathematical modelling and variable structure control systems for fed-batch fermentation of escherichia coli, *Chemical and Biochemical Engineering Quarterly*, 17(4), 293–299, (2003).
- GEORGIEVA P. G., Ignatova M. N.**, Implementation of robust control theory to a continuous stirred tank bioreactor, *Bioprocess and Biosystems Engineering* 22(6), 563–568, (2000).
- HENSON M.A.** Biochemical reactor modeling and control, *IEEE Control Systems Magazine* 26(4), 54–62, (2006).
- HUNG J.Y., Gao, W., Hung, J.C.**, Variable structure control: A survey, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 40(1), 2–22, (1993).
- KAYNAK O., Erbatur K., Ertugrul, M.**, The fusion of computationally intelligent methodologies and sliding-mode control - A survey, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 48(1), 4–17, (2001).
- KUO B.C.**, *Automatic Control Systems*, sixth edition, Prentice–Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, (1991), pp: 240-241.
- MCGOOKIN E.W., Murray-Smith D.J., Li Y., Fossen T.I.**, The optimization of a tanker autopilot control system using genetic algorithms, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 22(2), 141–178, (2000).
- NAGY Z. K.**, Model based control of a yeast fermentation bioreactor using optimally designed artificial neural networks, *Chemical Engineering Journal*, 127(1-3), 95–109, (2007).
- RAMASWAMY S., Cutright T. J., Qammar H.K.**, Control of a continuous bioreactor using model predictive control, *Process Biochemistry*, 40(8), 2763–2770, (2005).
- SELISTEANU D., Petre E., Rasvan V. B.**, Sliding mode and adaptive sliding-mode control of a class of nonlinear bioprocesses, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 21, 795–822, (2007).



- SIMEONOV I.S.**, Mathematical modeling and parameters estimation of anaerobic fermentation processes, *Bioprocess Engineering*, 21, 377-381, (1999).
- SZEDERKÉNYI G., Kristensen N.R., Hangos K.M., Jørgensen S.B.**, Nonlinear analysis and control of a continuous fermentation process, *Computers and Chemical Engineering*, 26, 656–670, (2002).
- THAM H.J., Ramachandran K.B., Hussain M.A.**, Sliding mode control for a continuous bioreactor, *Chemical and Biochemical Eng. Quarterly*, 17(4), 267–275, (2003).
- TOKAT S., Eksin I., Guzelkaya M., Soylemez T.**, Sliding mode control with a nonlinear time-varying sliding surface, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 25(2), 145-162, (2003).
- UL-HAQ I., Mukhtar H.**, Fuzzy logic control of bioreactor for enhanced biosynthesis of alkaline protease by an alkalophilic strain of bacillus, *Current Microbiology*, 52(2), 149–152, (2006).
- UTKIN V.I.**, *Sliding mode control*, In Variable Structure Systems: From Principles to Implementation, ed: Sabanovic A., Fridman L., Spurgeon S., IEE Control Series 66, London: IEE Press, (2004), pp: 3–17.
- YU X., Dunnigan M.W., Williams B.W.**, Comparative study of sliding mode speed and position control of a vector-controlled induction machine, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 23(2), 83–101, (2001).
- ZLATEVA P.**, Sliding mode control of fermentation processes, *Bioprocess Engineering*, 16, 383–387, (1997).

## 4. DESTEK VEKTÖR MAKİNELERİ İLE REGRESYON VE PARAMETRE GÜNCELLEMESİ

Vapnik tarafından önerilen Destek Vektör Makineleri (Support Vector Machines - SVM) (Burges, 1998; Vapnik, 1998) ileri yönde beslemeli bir ağ kategorisidir. İstatistiksel öğrenme kuramına ve yapısal riski en aza indirme ilkesine dayanan SVM algoritmaları herhangi bir sınıflandırma veya regresyon problemini yerel minimumlara takılmadan çözebilir. Global minimumun bulunması, sınıflandırma veya bağlanım probleminin bir Karesel Programlama (Quadratic Programming-QP) problemine dönüştürülerek çözülmesiyle sağlanır (Iplikci, 2006). SVM tabanlı algoritmalar çok hızlı bir şekilde gelişmiş ve tıp verilerinden hastalık teşhisi Maglogiannis *vd.*,(2009), yüz tanıma Zhou *vd.*, (2010), optimal kontrol Li *vd.*, (2010) gibi pek çok alana uygulanmıştır. Bu bölümde  $\varepsilon$ -SVR algoritmasına dayalı modelleme ve elde edilen model yardımıyla kontrolör kazançlarının ayarlanması anlatılmaya çalışılacaktır.

### 4.1. $\varepsilon$ -SVR ile Sistem Modelinin Elde Edilmesi

Sistem dinamiğine uygun bir model elde edebilmek için dinamik davranışın

$$y(n_i) = f(u(n_i), \dots, u(n_i - n_u), y(n_i - 1), \dots, y(n_i - n_y)) \quad (4.1)$$

şeklinde bir NARX (Nonlinear Autoregressive) modeliyle ifade edildiği yapı ele alınmıştır. Burada  $u(n)$ ,  $n$ . adımda sisteme uygulanan kontrol işareti,  $y(n)$  ise sistemin buna karşı düşen çıkışıdır.  $n_u$  ve  $n_y$  ise sırasıyla modelde yer alan geçmiş denetim işareti ve çıkış işareti sayılarıdır. Burada doğrusal olmayan  $f(\cdot)$ ' in bilinmediği ve eğitim veri kümesinin

$$\{u(n), \dots, u(n - n_u), y(n - 1), \dots, y(n - n_y)\}_{n=n_i}^{n=n_i+N} = \{\mathbf{v}_n, y_n\}_{n=n_i}^{n=n_i+N} \quad (4.2)$$

şeklinde alındığı varsayılmaktadır. Burada  $\mathbf{v}_n \in \mathcal{R}^{n_u+n_y+1}$  vektörü  $k$ . giriş veri noktasını,  $y(n) \in \mathcal{R}$  ise buna karşı düşen çıkış değerini göstermektedir. Verilen bu veri kümesinin girişi ile çıkışı arasındaki ilişkinin

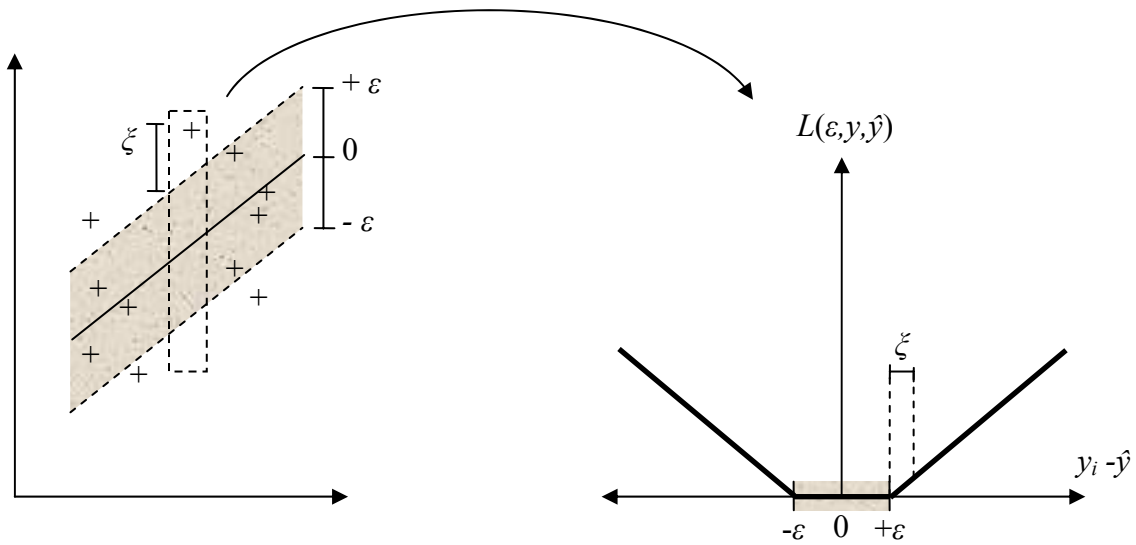
$$\hat{y}(\mathbf{v}) = \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{v}) \rangle + bias \quad (4.3)$$

şeklinde  $F$  öz nitelik uzayında doğrusal olan bir yapıda modellenmesi istenmektedir. Burada  $\mathbf{w}$  öznitelik uzayı  $F$ 'deki bir vektörü,  $\Phi(\mathbf{v})$  giriş uzayından öz nitelik uzayına dönüşümü,

$bias$  öngerilim terimini ve  $\langle \cdot \rangle$  ise  $\mathbf{F}$  uzayında bir iç çarpımı göstermektedir. SVM algoritmaları, verilen bu bağlanım problemini ikincil uzayda

$$\hat{y}(\mathbf{v}) = \sum_{i=1}^N \alpha_i K(\mathbf{v}, \mathbf{v}_i) + bias \quad (4.4)$$

şeklinde bir optimizasyon problemi olarak ele almaktadır. Burada  $K(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j)$  fonksiyonu,  $K(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j) = \Phi(\mathbf{v}_i)^T \Phi(\mathbf{v}_j) = K_{ij}$  şeklinde verilen bir çekirdek (kernel) fonksiyonudur. Çekirdek fonksiyonu öznilelik uzayında iç çarpım işlemini gerçekleştirdiğinden  $\Phi(\mathbf{v})$ 'nin analitik biçiminin bilinmesi gerekmez.



**Şekil 4.1.** Vapnik  $\varepsilon$ -toleranslı kayıp fonksiyonu

SVM modelinde (4.4), sıfırdan farklı bir  $\alpha_i$  değerine karşı gelen  $\mathbf{v}_i$  vektörü noktasına destek vektörü denir.  $\varepsilon$ -SVR algoritması ile Şekil 4.1'de verilen Vapnik  $\varepsilon$ -toleranslı kayıp fonksiyonu  $L(\varepsilon, y, \hat{y})$  kullanılarak optimizasyon problemi birincil uzayda şu şekilde tanımlanır:

$$\min_{w, bias, \xi, \xi^*} P_\varepsilon = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^N (\xi + \xi_i^*) \quad (4.5)$$

Kısıtlamalar ise

$$y(i) - \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{v}_i) \rangle - bias \leq \varepsilon + \xi_i \quad (4.6a)$$

$$\langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{v}_i) \rangle + bias - y(i) \leq \varepsilon + \xi_i^* \quad (4.6b)$$

$$\xi_i, \xi_i^* \geq 0, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (4.6c)$$

şeklindedir. Burada  $\varepsilon$  her bir veri noktası için göz yumulabilen en büyük hata miktarıdır,  $\xi_i$ 'ler ve  $\xi_i^*$ 'lar ise gevşek değişkenlerdir,  $\|\cdot\|$  sembolü Öklit normunu göstermektedir.  $C$  ise modelin karmaşıklığı ile  $\varepsilon$ 'dan büyük hatalar arasında bir ayarlama yapmayı sağlayan ayar parametresidir (Iplikci, 2009). Bağlanım probleminin ikincil biçimi

$$\begin{aligned} \min_{\beta, \beta^*} D_\varepsilon = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N K_{ij} (\beta_i - \beta_i^*) (\beta_j - \beta_j^*) \\ & + \varepsilon \sum_{i=1}^N (\beta_i + \beta_i^*) - \sum_{i=1}^N y(i) (\beta_i - \beta_i^*) \end{aligned} \quad (4.7)$$

şeklinde yazılarak, aşağıdaki kısıtlamalar ile

$$0 \leq \beta_i, \beta_i^* \leq C, \quad \sum_{i=1}^N (\beta_i - \beta_i^*) = 0, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (4.8)$$

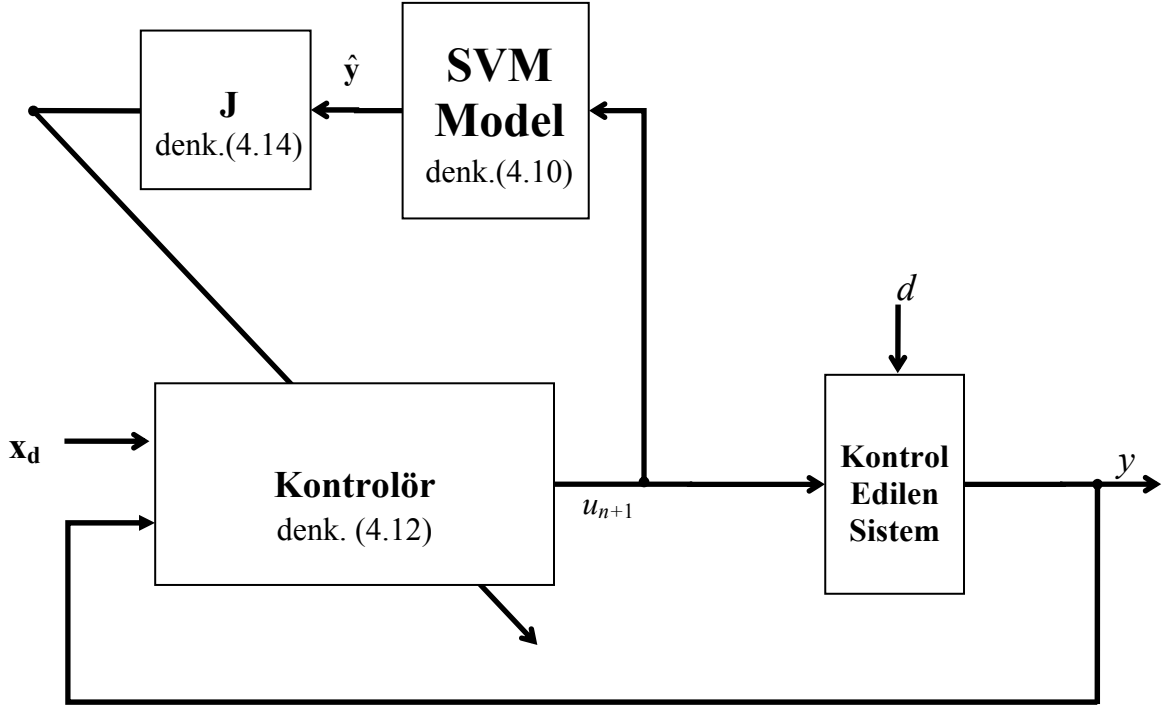
biçiminde bir Karesel Programlama (Quadratic Programming-QP) problemine dönüştürebilir. (4.7) ve (4.8)'de verilen QP probleminin çözümü  $\beta_i$ 'lar ve  $\beta_i^*$ 'ların en iyi değerlerini verir. Modeldeki bias değeri,  $\hat{y}(\mathbf{v}_i) - y_i = -\varepsilon$  koşulu  $0 \leq \beta_i - \beta_i^* \leq C$  koşulunu sağlayan her bir destek vektörü  $\mathbf{v}_i$  için sağlanacak şekilde bulunur. Diğer taraftan,  $j=1, 2, \dots, N$  olmak üzere  $\alpha_i = \beta_i - \beta_i^*$  gibi yeni bir katsayı tanımlanırsa ve sadece destek vektörleri dikkate alınırsa model

$$\hat{y}(\mathbf{v}) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \in \text{SV}}}^{\#SV} \alpha_j K(\mathbf{v}, \mathbf{v}_j) + bias \quad (4.9)$$

haline gelir. Burada  $\#SV$ , modeldeki destek vektörü sayısını göstermektedir. Elde edilen SVM modeli (4.9), tüm eğitim verisinin sadece destek vektörleriyle temsil edildiği seyrek bir modeldir (Cristini ve Taylor, 2000; Iplikci, 2009). Kullanılan  $\varepsilon$ -SVR için tasarım parametreleri  $\varepsilon$ ,  $C$ ,  $N$  ve çekirdek fonksiyonu parametreleridir.

#### 4.2. Destek Vektör Makineleri ile Kazançların Ayarlanması

Önerilen SVM yapısı ile kontrolör yapısındaki kazançlarının ayarlanması için kullanılan tek giriş tek çıkışlı düzene ait şematik gösterim Şekil 4.2'de verilmiştir ve (Iplikci, S., 2009)'de PID parametrelerinin ayarlanması için elde edilen yapıya dayanmaktadır. Bu yapıda parametreleri ayarlamak amacı ile kullanılan Jakobiyen hesaplaması için sistemin SVM modelinden yararlanılacaktır.



**Şekil 4.2.** Önerilen destek vektör makinesi tabanlı parametre ayarlama yöntemine ait şematik gösterilim

Şekil 4.2’de görülen SVM modeli bölüm 4.1’de anlatılan  $\varepsilon$ -SVR algoritmasında kontrol edilecek sistemin giriş-çıkışları kullanılarak elde edilir. Bu amaçla, kontrol edilecek sisteme, belirli genlik sınırları altında rastgele seçilmiş işaretler uygulanır. Daha sonra bu SVM modelinden elde edilen  $k$ -adım ileri öngörülü  $\hat{y}=[\hat{y}(n+1),\hat{y}(n+2),\dots,\hat{y}(n+k)]$  sistem çıkışları ve Jakobiyen bloğu yardımı ile kazançlar ayarlanır. Öngörü hatasını azaltmak ve istenmeyen ani kontrol işaretini değişikliklerini engellemek için amaç fonksiyonu

$$\phi(u(n+1))=\frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^k\hat{e}(n+i)^2+\rho(u(n+1)-u(n))^2\right) \quad (4.10)$$

olarak seçilir (Iplikci, 2009). Burada  $\hat{e}(n+i)=y_d(n+i)-\hat{y}(n+i)$  SVM bloğunun  $i$ . adımdaki öngörü hatası,  $y_d(n+i)$  istenen çıkış hatasının  $i$ . adımdaki değeri ve  $\rho$  ise kontrol işaretinin değişimi için kullanılan ceza parametresidir.

Bu bölümde, seçilecek olan kontrolör parametrelerinin ayarlanması amacı ile Iplikci, (2009) tarafından üzerinde durulan SVM yapısından yararlanılmıştır. O anki kontrol işaretine ve kontrol kazançlarına göre bir adım sonraki kontrol işaretini üreten kontrolör denklemini en genel olarak

$$u(n+1)=f(\mathbf{p}(n),u(n)) \quad (4.11)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $\mathbf{p}=[p_1, p_2, \dots, p_M]$  kontrolörün ayarlanmak istenen  $M$  tane kazancından oluşan kazanç vektörüdür. Denklem (4.11) ile verilen amaç fonksiyonunun minimizasyonu problemine sayısal bir çözüm üretmek için Levenberg-Marquardt öğrenme kuralı şu şekilde ele alınmıştır:

$$[\mathbf{p}(n+1)] = [\mathbf{p}(n)] - s_a (\mathbf{J}(n+1)^T \mathbf{J}(n+1) + \mu \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}(n+1)^T \hat{\mathbf{e}} \quad (4.12)$$

Denklem (4.12)'de  $\mu$  parametresi eğim-düşüm ve Gauss-Newton yöntemleri arasındaki harmanlama faktörüdür.  $s_a$  ise adım büyüklüğünü belirtmektedir.  $\hat{\mathbf{e}}$  ise

$$\hat{\mathbf{e}} = [e(n+1) \quad e(n+2) \quad \dots \quad e(n+k) \quad \sqrt{\rho}(u(n+1) - u(n))]^T \quad (4.13)$$

olarak tanımlanmış öngörü hata vektörüdür. Burada sistemin istenen çıkış yörüngesinin önceden bilindiği ve sistem ile kontrolör kazançlarından tamamen bağımsız olduğu varsayılmaktadır. Bu durumda (4.12)'de geçen Jakobiyen matrisi

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{e}(n+1)}{\partial p_1(n)} & \frac{\partial \hat{e}(n+2)}{\partial p_1(n)} & \dots & \frac{\partial \hat{e}(n+k)}{\partial p_1(n)} & \frac{\sqrt{\rho} \partial u(n+1)}{\partial p_1} \\ \frac{\partial \hat{e}(n+1)}{\partial p_2} & \frac{\partial \hat{e}(n+2)}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial \hat{e}(n+k)}{\partial p_2} & \frac{\sqrt{\rho} \partial u(n+1)}{\partial p_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \hat{e}(n+1)}{\partial p_{M-1}} & \frac{\partial \hat{e}(n+2)}{\partial p_{M-1}} & \dots & \frac{\partial \hat{e}(n+k)}{\partial p_{M-1}} & \frac{\sqrt{\rho} \partial u(n+1)}{\partial p_{M-1}} \\ \frac{\partial \hat{e}(n+1)}{\partial p_M} & \frac{\partial \hat{e}(n+2)}{\partial p_M} & \dots & \frac{\partial \hat{e}(n+k)}{\partial p_M} & \frac{\sqrt{\rho} \partial u(n+1)}{\partial p_M} \end{bmatrix}^T \quad (4.14)$$

şeklinde ifade edilebilir (İplikci, 2009). Böylece  $\mathbf{p}$  parametrelerinin her  $k$  adımında güncellenmesi sağlanmış olur. Kontrol kuralını parametreleri güncelleyerek dengeleme işlemi ikinci dereceden Taylor yaklaşımı kullanılarak Jakobiyen matrisinin

$$\mathbf{J} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}(n+1)}{\partial u(n+1)} & \frac{\partial \hat{y}(n+2)}{\partial u(n+1)} & \dots & \frac{\partial \hat{y}(n+k)}{\partial u(n+1)} & \sqrt{\rho} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{\partial u(n+1)}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial u(n+1)}{\partial p_M} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

şeklinde iki ayrı parçaya ayrılması ile elde edilebilir (İplikci, 2009). Burada  $u(n+1)$  kontrol kuralının ayarlanan  $\mathbf{p}$  parametrelerine göre kısmi diferansiyelleri

$$\mathbf{J}_c = \begin{bmatrix} \frac{\partial u(n+1)}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial u(n+1)}{\partial p_M} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

şeklindedir ve seçilen kontrolöre göre değişecektir. Bu nedenle bu bölümde  $k$  adım öngörülü  $\hat{y}$  model çıkışlarının  $u(n+1)$  kontrol kuralına göre kısmi diferansiyellerinden oluşan (4.17)'nin elde edilmesi ayrıntılı bir şekilde anlatılmaya çalışılacaktır.

$$\mathbf{J}_m = - \left[ \begin{array}{cccc} \frac{\partial \hat{y}(n+1)}{\partial u(n+1)} & \frac{\partial \hat{y}(n+2)}{\partial u(n+1)} & \dots & \frac{\partial \hat{y}(n+k)}{\partial u(n+1)} \\ \sqrt{\rho} \end{array} \right]^T \quad (4.17)$$

Eğer o anki durum vektörü

$$\mathbf{c}_n = [u(n) \quad u(n-1) \quad \dots \quad u(n-n_u) \quad y(n-1) \quad y(n-2) \quad \dots \quad y(n-n_y)] \quad (4.18)$$

olarak alınırsa (4.9)'daki SVM modelin çıkışı

$$\hat{y}(n) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \in \text{SV}}}^{\#SV} \alpha_j K(\mathbf{c}_n, \mathbf{v}_j) + bias \quad (4.19)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (4.9)'daki çekirdek fonksiyonu veri setine uygun olarak farklı şekillerde alınabilmektedir (Cristianini ve Shawe-Taylor, 2003). SVM tabanlı kontrolör kazanç parametrelerinin ayarlanmasında bunlardan radyal tabanlı fonksiyon (radial basis function – RBF) çekirdek fonksiyonu

$$K_{ij} = K(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j) = \exp\left(-\frac{(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)^T (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)}{2\sigma^2}\right) \quad (4.20)$$

şeklinde alınmıştır ve burada  $\sigma$  genişlik değeridir. (Iplikci, 2009). Eğer  $D(j, n)$  öklit (Euclidian) uzaklığı  $j$ . destek vektörü  $\mathbf{v}_j$  ve o anki durum vektörü  $\mathbf{c}_n$ ' e bağlı olarak

$$\begin{aligned} D(j, n) &= (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_j)^T (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_j) \\ &= \sum_{i=0}^{n_u} (v_{j,i+1} - u(n-i))^2 + \sum_{i=1}^{n_y} (v_{j,n_u+i+1} - y(n-i))^2 \end{aligned} \quad (4.21)$$

alınırsa (4.20)'deki çekirdek fonksiyonu

$$K(\mathbf{v}_n, \mathbf{v}_j) = \exp\left(-\frac{D(j, n)}{2\sigma^2}\right) \quad (4.22)$$

şeklinde yazılabilir ve (4.9)'daki SVM modeli

$$\hat{y}(n) = \sum_{j=1}^{\#SV} \alpha_j \exp\left(-\frac{D(j, n)}{2\sigma^2}\right) + bias \quad (4.23)$$

olarak elde edilir. (4.23),  $k$  adım ileri öngörü sağlamak için

$$\hat{y}(n+k) = \sum_{j=1}^{\#SV} \alpha_j \exp\left(-\frac{D(j,n+k)}{2\sigma^2}\right) + bias \quad (4.24)$$

$$k = 1, 2, \dots, K$$

şeklinde kullanılabilir. Denklem (4.24)'teki  $D(j,n+k)$  ifadesi

$$D(j,n+k) = \sum_{i=1}^{\min(k,n_y)} (v_{j,n_u+i+1} - \hat{y}(n+k-i))^2 + \sum_{i=k+1}^{n_u} (v_{j,n_u+i+1} - y(n+k-i))^2 \quad (4.25)$$

$$+ \sum_{i=0}^{n_u} \begin{cases} (v_{j,i+1} - u(n+k-i))^2, & k-i < 1 \\ (v_{j,i+1} - u(n+1))^2, & k-i \geq 1 \end{cases}$$

şeklindedir. Denklem (4.17)'deki  $k$ . adım öngörü  $\hat{y}$  model çıkışının  $u(n+1)$  kontrol kuralına göre birinci dereceden kısmi diferansiyeli olarak

$$\frac{\partial \hat{y}(n+k)}{\partial u(n+1)} = \sum_{j=1}^{\#SV} \alpha_j \frac{\partial \exp\left(-\frac{D(j,n+k)}{2\sigma^2}\right)}{\partial u(n+1)} \quad (4.26)$$

şeklinde yazılabilir. (4.26)'da diferansiyel ifade

$$\frac{\partial \exp\left(-\frac{D(j,n+k)}{2\sigma^2}\right)}{\partial u(n+1)} = \frac{\partial \exp\left(-\frac{D(j,n+k)}{2\sigma^2}\right)}{\partial D(j,n+k)} \frac{\partial D(j,n+k)}{\partial u(n+1)} \quad (4.27)$$

$$= -\frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{D(j,n+k)}{2\sigma^2}\right) \frac{\partial D(j,n+k)}{\partial u(n+1)}$$

ve

$$\frac{\partial D(j,n+k)}{\partial u(n+1)} = \sum_{i=1}^{\min(k,n_y)} (-2)(v_{j,n_u+i+1} - \hat{y}(n+k-i)) \frac{\partial \hat{y}(n+k-i)}{\partial u(n+1)} \quad (4.28)$$

$$+ \sum_{i=0}^{n_u} (-2)(v_{j,i+1} - u(n+1)) \delta_1(k-i-1)$$

şeklindedir. (4.28)'de  $\delta_1(\cdot)$  birim basamak fonksiyonudur (İplikci, 2009). Sonuç olarak verilen bu birinci dereceden terimler kullanılarak denklem (4.17) hesaplanabilmektedir.

Bu bölümde kısaca açıklanan ve literatür bilgisi verilen SVM yapıları ile regresyon ve parametre güncelleme konusu bundan sonraki bölümlerde kontrolör parametrelerini veya gözleyici kazançlarını ayarlamak amacı ile kullanılmıştır.



### 4.3. Kaynakça

- BURGES C.J.C.**, A tutorial on support vector machines for pattern recognition, *Data Mining and Knowledge Discovery*, 2(2), 12-167, (1998).
- CRISTIANINI N., Shawe-Taylor J.**, *An Introduction to Support Vector Machines and Other Kernel Based Learning Methods*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, (2003), pp:26-50.
- IPLIKCI S.**, A comparative study on a novel model-based PID tuning and control mechanism for nonlinear systems, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, doi:10.1002/rnc.1524, (2009).
- IPLIKCI S.**, Support Vector Machine-Based Generalized Predictive Control, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 16(17), 843-862, (2006).
- LI Z., Zhang Y., Yang Y.**, Support vector machine optimal control for mobile wheeled inverted pendulums with unmodelled dynamics, *Neurocomputing*, doi:10.1016/j.neucom.2010.04.009, (2010).
- MAGLOGIANNIS I., Loukis E., Zafiroopoulos E., Stasis A.**, Support vectors machine based identification of heart valve diseases using heart sounds, *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 95, 47-61, (2009).
- VAPNIK V.N.**, Statistical Learning Theory, *Wiley-Interscience*, New York, USA, (1998).
- ZHOU X., Jiang W., Tian Y., Shi Y.**, Kernel subclass convex hull sample selection method for SVM on face recognition, *Neurocomputing*, 73(10-12), 2234-2246, (2010).

## 5. BAŞLANGIÇ KOŞULLARINA GÖRE PARAMETRELERİN AYARLANMASI

SMC başarımında en önemli etken uygun bir kayma yüzeyinin elde edilmesidir. Bu amaçla literatürde kayma yüzeyi tasarımı ile ilgili yapılmış birçok çalışma bulunmaktadır. İkinci derece sistemler için doğrusal zamanla değişen (Bartoszewicz, 1995; Tokat *vd.*, 2002), doğrusal olmayan Ghaffari ve Yazdanpanah, (2008) farklı kayma yüzeyi tasarımları yapılmıştır. Tüm bu çalışmalarda kayma yüzeyi parametrelerinin seçimi doğrudan başlangıç koşullarına bağlıdır ve bu yüzden iyi bir başarımla elde edebilmek için farklı bir başlangıç noktası söz konusu olduğunda kayma yüzeyi parametrelerinin de bu başlangıç noktasına göre yeniden ayarlanması gerekmektedir. Benzer şekilde Bölüm 3.1’de önerilen açısız kayma yüzeyi tasarım yönteminde de kayma yüzeyi parametrelerinin her başlangıç koşulu için yeniden ayarlanması gerekmektedir. Yani tasarlanan kontrol sistemi başlangıç koşullarına bağlı olarak elde edilmektedir.

Projenin ikinci önemli ayağını oluşturan ve proje düşüncesinin çıkış noktalarından biri olan bu bölümde, ikinci derece doğrusal olmayan sistemler için başlangıç koşullarına göre CSMC’ye ait kayma yüzeyi parametrelerinin belirlenebilmesi amacı ile farklı yapıların tasarlanması üzerinde durulmuştur.

### 5.1. Bulanık Mantık ile Zamanla Değişen Kayma Yüzeyi Parametrelerinin Ayarlanması

Günümüzde bulanık mantık kontrol yöntemleri, mühendislik bilimlerinde oransal-integral-türevsel kontrolör (PID) gibi geleneksel matematiksel yöntemlerle etkin olarak çözülemeyecek daha geniş sınıftaki problemlerin çözümüne bilgisayara dayalı kontrol yaklaşımları uygulanmasını sağlayan standard bir araç konumundadır (Michels *vd.*, 2006).

Kararlılık ve uygun başarımla ölçütlerini sağlamak amacı ile bulanık mantık kontrolör (fuzzy logic controller – FLC) ve SMC yapılarının bütünleştirilmesi kontrol araştırmalarının aktif bir alanını oluşturmaktadır (Tokat *vd.*, 2003). Bu çalışmalardan bir bölümü geleneksel SMC stratejilerini kullanır ve bir şekilde kontrol düzeneğini basitleştirme veya geliştirme amacı ile bulanık mantık kuramından yararlanır (Zhang ve Man, 2000). Örneğin kayma yüzeyinin (Tzafestas ve Rigatos, 1999; Iglesias *vd.*, 2007) ve süreksiz kontrol kuralının (Pang *vd.*, 2006) bulanık mantık kuralları yardımı ile yeniden tanımlandığı çalışmalar bulunmaktadır. Bu tip kontrol yapıları kayma kipli bulanık kontrolör (sliding mode fuzzy logic controller – SMFLC)

(Song ve Smith, 2000) ya da dolaylı yaklaşım (Ha, 2001) olarak adlandırılır. Proje çalışmasının bu bölümünde SMFLC tasarımının kullanılma amacı, başlangıç koşullarına göre kontrolör parametrelerinin ayarlanmasıdır.

Açısal bilgi ile dönme hareketinin elde edildiği (3.2)-(3.3) yapısında açısal öteleme  $\alpha_0$ , açısal ölçekleme  $\alpha_1$  ve son ulaşılabacak  $c_f$  kayma yüzeyi değerine ulaşma anı  $t_f$ , tasarım parametreleridir. Bu tasarım parametrelerinin seçimine göre sistem başarımı değişecektir. Ayrıca (3.3) denkleminde dolayı  $\alpha_1$  ve  $t_f$  zaman ile çarpıldığı için açının değişim miktarını yani kayma yüzeyi dönme hızını belirlemektedir. Bu durumda (3.7) ve (3.8)'den görüldüğü gibi  $\alpha_1$  ve  $t_f$  parametrelerine bağlı olarak kontrol işaretinin eşdeğer kontrol terimine geleneksel SMC'de olmayan ek bir terim etki etmektedir. Bu ise kontrol işareti genliğinin kayma yüzeyi parametresinin değişim hızına bağlı olarak farklılaşmasına neden olur.

Bu çalışmada  $t_f$  tasarım parametresinin sistem başarımına etkisi üzerinde durulmuştur. Başlangıç koşullarının Şekil 5.1'de verilen hata faz düzleminin kararlı bölgeleri olan birinci ve üçüncü çeyreklerinde olduğu varsayılmıştır. Yani  $t_k=0$  değerindedir. Ayrıca Şekil 5.1'de gösterildiği gibi çalışma uzayı hata durum uzayının orijin noktasından  $d_{\max}$  uzaklıktaki dairesel bir bölgede varsayılmıştır. Ayrıca başlangıçta yapılacak en büyük açının  $e_2=0$  eksenini üzerinden olacağı düşünüldüğünde dönme işlemi için kullanılacak maksimum açı miktarı Şekil 5.1'deki gibi  $\phi_{\max}$  olarak tanımlanmıştır. Yine Şekil 5.1'de gösterildiği gibi  $\phi_{\max}$  son ulaşılabacak kayma yüzeyi olan  $c_f$ 'e bağlı olarak

$$\phi_{\max} = \arctan(c_f) \quad (5.1)$$

olarak hesaplanabilir. Başlangıç koşullarının orijine olan uzaklığı ise

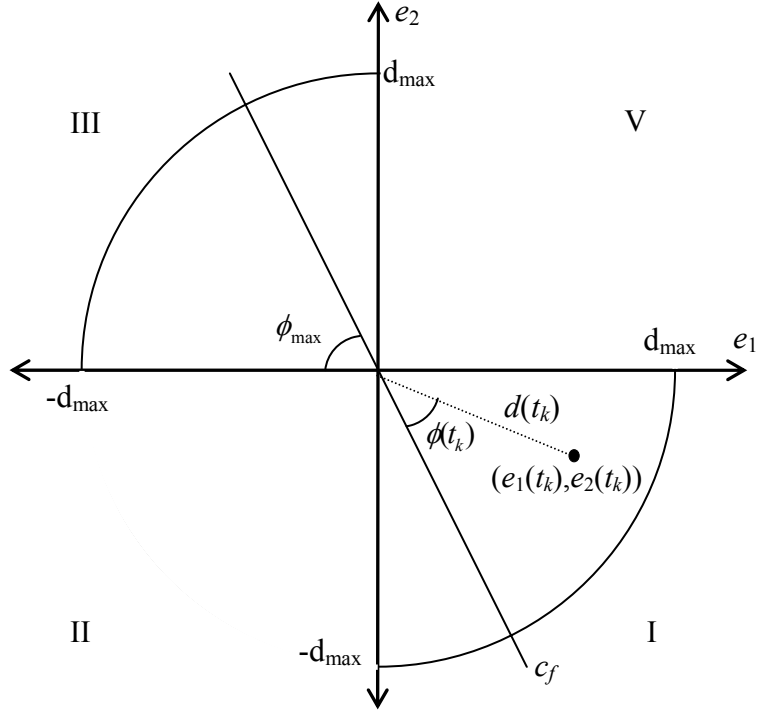
$$d(t_k) = \sqrt{e_1^2(t_k) + e_2^2(t_k)} \quad (5.2)$$

şeklinde hesaplanabilir. Başlangıç koşullarının orijinden olan  $d$  uzaklığı sistem çalışma bölgesini içine alacak şekilde istenildiği gibi seçilebilir.

Bu çalışmada sistem başlangıç koşullarından hesaplanan  $\phi(t_k)$  ve  $d(t_k)$  değerleri kullanılarak açısal dönme parametresi olan  $t_f$ 'in elde edilmesi amaçlanmaktadır. Bunun için

$$p(\phi, d) = w \frac{\phi(t_k)}{\phi_{\max}} + (1-w) \frac{d(t_k)}{d_{\max}} \quad (5.3)$$

şeklinde yeni bir değişken tanımlanmıştır. Burada  $w \in [0 1]$  olmak üzere  $p(\phi, d) \in (0 1]$  olacağı kolayca görülebilir.  $w$  değeri açı ile uzaklık bilgisi arasındaki bir denge katsayısıdır. Bu değer arttıkça açıya daha duyarlı bir  $p$  işareti üretilmiş olur. Bu yeni  $p$  işareti Şekil 5.2’de görselleştirildiği gibi herhangi bir giriş ölçekleme faktörü kullanmaksızın tek giriş-tek çıkışlı bir bulanık mantık kontrolörün girişi olarak kullanılırsa bu değere bakarak  $k_o$  çıkış ölçekleme faktörü yardımı ile  $t_f$  değerleri bulanık kurallarla belirlenebilir.



**Şekil 5.1.** Kayma kipli bulanık kontrolöre ait başlangıç koşullarının değişim aralığının gösterilmesi



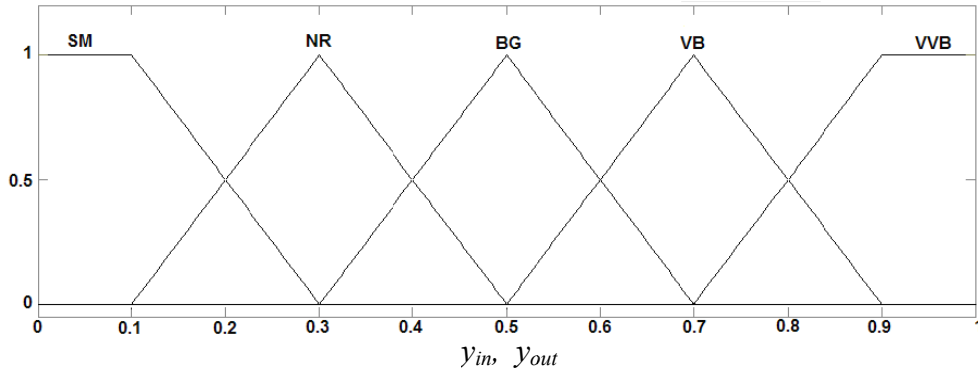
**Şekil 5.2.** Sistem parametresi  $t_f$ 'in elde edilmesi için kullanılan tek giriş-tek çıkışlı bulanık mantık kontrolör

Denklem (5.3)'te tanımlanan  $p(\phi, d)$  değeri büyük değerler aldıkça açısal olarak hareket edilecek uzaklığında arttığı ortadadır. Öyleyse bu değer arttıkça sistemin kontrol işaretinin aşırı artmasını önlemek için  $t_f$ 'i de arttırmak gerekecektir. Bu durumda FLC kuralları Tablo 5.1’de olduğu gibi seçilebilir.

Kural tablosundaki giriş ve çıkış işaretlerine ait üyelik fonksiyonları Şekil 5.3'te verildiği gibi [0 1] söylem uzayı içerisinde tanımlanmıştır. Simetrik ve düzgün dağılmış üçgen ve yamuk üyelik fonksiyonları kullanılmıştır. Dilsel etiketler {SM, NR, BG, VB, VVB} sırası ile {Küçük, Normal, Büyük, Çok Büyük ve Çok Fazla Büyük} ifadelerine karşı düşmektedir. Giriş işaretimiz doğrudan [0 1] aralığında olmasına karşın  $t_f$  değerini elde etmek amacı ile kullanılan sistem dinamiklerine bağlı olarak  $k_o$  gibi bir çıkış ölçekleme faktörü belirlenmesi gerekmektedir.

**Tablo 5.1.** Bulanık mantık kural tablosu

$p(\phi, d)$	SM	NR	BG	VB	VVB
$y_{out}$	SM	NR	BG	VB	VVB



**Şekil 5.3.** Giriş ve çıkış işaretleri için kullanılan üyelik fonksiyonları

Önerilen yöntemin başarımını incelemek amacı ile ters sarkaç sisteminden elde edilen ve sonsuz uzunlukta hareket alanı varsayımı altında sadece açılış bilgisinin kontrolünün ele alındığı doğrusal olmayan

$$\ddot{\theta} + 0.5\dot{\theta} + 3.5\cos(\theta) = u(t) + d(t) \quad (5.4)$$

sistem modeli ele alınmıştır (Li, 2001). Bu denklemde  $\theta = x_1$ ,  $\dot{\theta} = x_2$  olarak tanımlanırsa

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -0.5x_2 - 3.5\cos(x_1) + u(t) + d(t) \end{aligned} \quad (5.5)$$

sistem modeli elde edilir. Sistem üzerinde parametre belirsizliklerinin etkisini görmek amacı ile  $f(\mathbf{x}) = -0.5x_2 - 3.5\cos(x_1)$  üzerine etkiyen sınırlı parametre belirsizlikleri, zamana ve sistem durumlarına bağlı olarak

$$\Delta f(x) = -0.2x_2 \sin(t) - 0.3 \cos(x_1) \quad (5.6)$$

şeklinde modellenmiştir. Bölüm 1.5’te üzerinde durulan izleme problemi ele alınmış ve istenen durum yörüngeleri

$$\begin{aligned} x_{d1} &= \sin(0.2t) \\ x_{d2} &= 0.2 \cos(0.2t) \end{aligned} \quad (5.7)$$

olarak alınmıştır. Sistem üzerine etkiyen dış bozucular ise sistem karakteristiğine göre daha yüksek frekanslı bir periyodik işaret seçilmiş ve

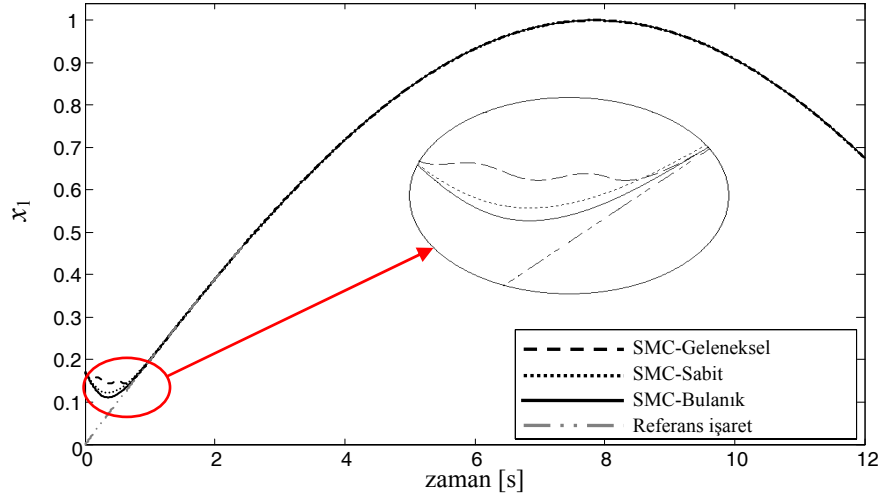
$$d(t) = 2 \sin(20t) \quad (5.8)$$

olarak modellenmiştir. Benzetimler için sabit adım boyu kullanılmış, diferansiyel denklem çözümleri için ikinci-üçüncü derece Runge-Kutta çiftini kullanan yöntem tercih edilmiş ve örnekleme aralığı olarak 0.001s alınmıştır. Bulanık mantık ile elde edilen başlangıç koşullarına göre  $t_f$  parametresinin ayarlanması yönteminin sağladığı faydayı gösterebilmek amacı ile iki farklı özellikte başlangıç noktası seçilerek benzetimler koşturulmuştur.

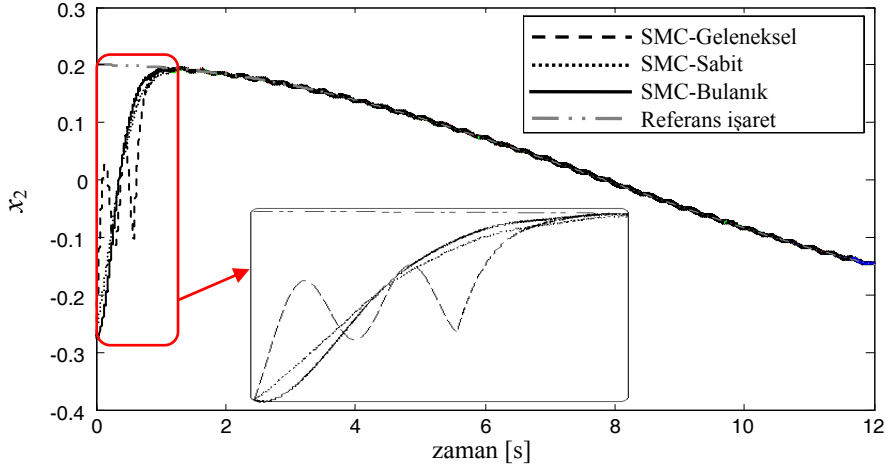
Benzetimler, geleneksel sabit kayma yüzeyine sahip SMC (SMC-Geleneksel), önerilen açısız kayma yüzeyine sahip ve  $t_f$  parametresinin bulanık mantık ile ayarlandığı yöntem (SMC-Bulanık) ve açısız kayma yüzeyine sahip fakat her başlangıç noktası için aynı  $t_f$  değeri kullanan SMC (SMC-Sabit) için koşturulmuştur. Tüm benzetimlerde SMC-Bulanık için çıkış ölçekleme faktörü  $k_o=20$  olarak alınmış, SMC-Sabit için  $t_f$  değeri 10 olarak SMC-Bulanık kontrolöre ait olabilecek  $t_f$  değerlerinin orta noktası olarak sabit seçilmiştir. Yine tüm benzetimlerde bütün kontrolörler için  $c_1=10$  olarak seçilmiştir. (5.3)’teki  $w=0.5$  alınmıştır.

Benzetimler ilk olarak  $(x_1(0), x_2(0)) = (0.171, -0.270)$  için  $[0 \ 12]$ s aralığında koşturulmuştur. Bu başlangıç koşullarında  $(\phi(t_k), d(t_k)) = (0.2494, 0.5)$  değerindedir. Bu değerleri giriş olarak kullanan SMC-Bulanık’a ait bulanık mantık kontrolör bloğundan  $t_f=4.47$  olarak hesaplanmıştır. Elde edilen sistem durumlarının zamana göre değişimi Şekil 5.4’te verilmiştir. SMC-Geleneksel için  $x_1$  ve  $x_2$  değerindeki bozucu işaret ve parametre belirsizliklerine olan duyarlılık rahatça görülmektedir.

Hata durum uzayı gösterilimi Şekil 5.5’te verilmiştir. Geleneksel kayma yüzeyine ulaşana kadar sağlanan açısız dönme hareketi sayesinde sistem durumlarının SMC-Bulanık ve SMC-Sabit ile yumuşak bir harekete sahip olduğu, SMC-Bulanık için ayarlanan  $t_f$  parametresinin sistemi daha hızlı bölgeye doğru çektiği gözlenmektedir.

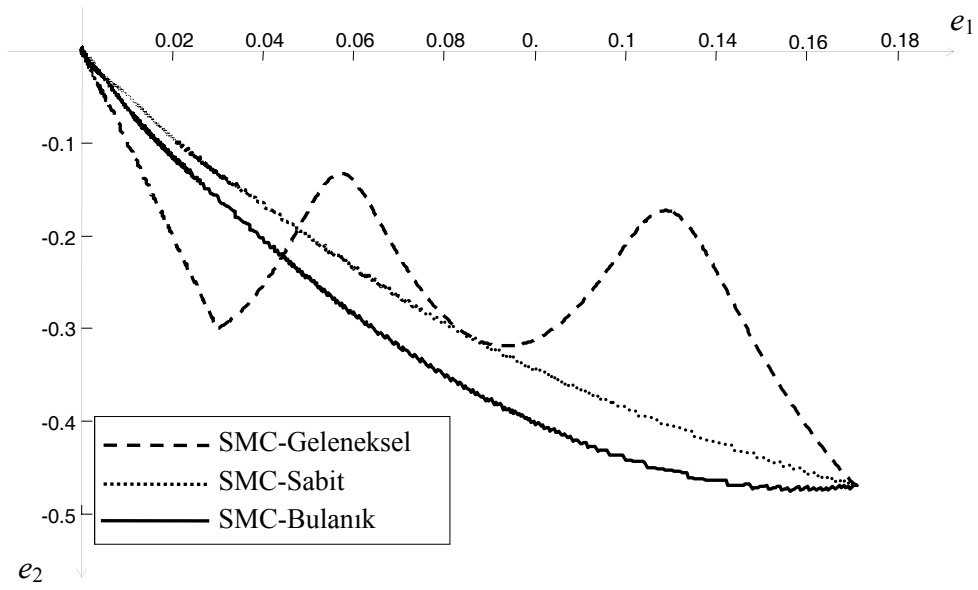


(a)

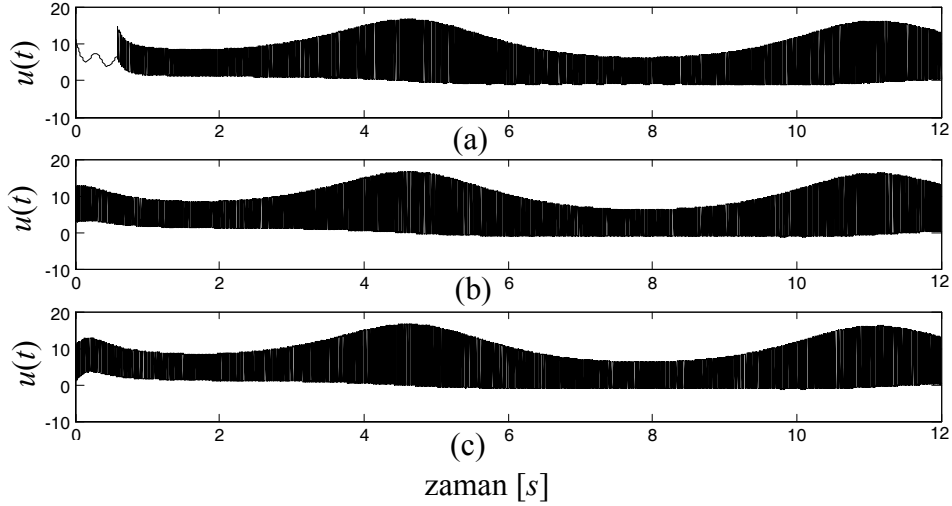


(b)

Şekil 5.4. (5.4) sisteminde  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için sistem durumlarının zamana göre değişimi: a)  $x_1(t)$ , b)  $x_2(t)$



Şekil 5.5. (5.4) sisteminde  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için hata durum uzayı yörüngesi



**Şekil 5.6.** (5.4) sisteminde  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için kontrol işaretleri  
a) SMC-Geleneksel, b) SMC-Sabit, c) SMC-Bulanık

Şekil 5.6'daki kontrol işaretlerinde de görüldüğü gibi SMC-Sabit kontrol işareti genliğinin SMC-Geleneksel'den daha küçük genlikte olduğu görülmektedir. SMC-Bulanık ise daha küçük  $t_f$  değeri kullandığı için dönme hareketini de daha hızlı elde etmektedir. Bu ise kayma yüzeyi türevine ait ifadenin büyümesini ve sistem durumlarının daha hızlı bölgeye gelmesi ve aynı zamanda kontrol işaretinin genliğinin de bir miktar artması anlamına gelmektedir. Bu etki bir sonraki başlangıç koşulu için verilen benzetimde daha iyi görülecektir.

**Tablo 5.2.** (5.4) sisteminde  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için elde edilen başarımlı ölçütleri

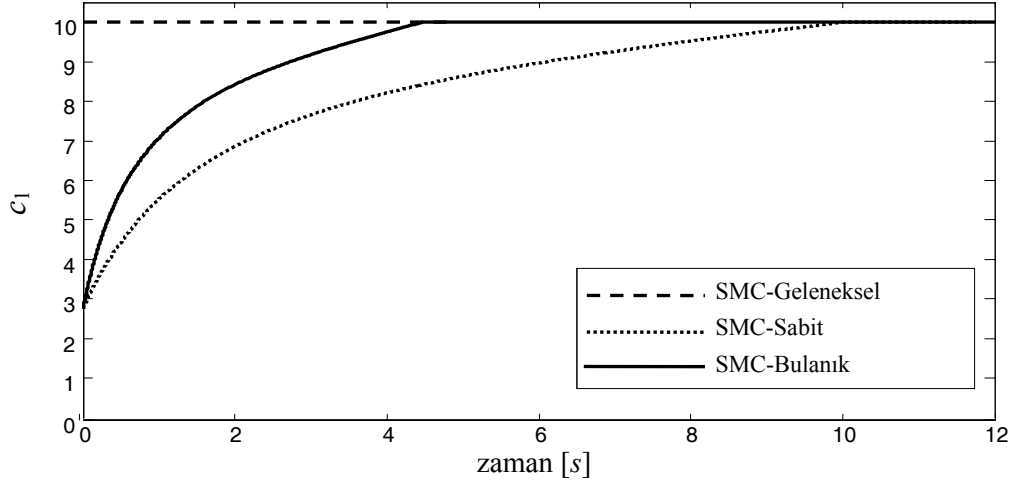
	IAE( $e_1$ )	ITAE( $e_1$ )	$t_s(e_1)$	$\max\{ u \}$	$t_{reach}$
<b>SMC-Geleneksel</b>	0.059	0.0184	0.501	16.652	0.581
<b>SMC-Sabit</b>	0.048	0.0157	0.358	16.643	0
<b>SMC-Bulanık</b>	0.042	0.0125	0.311	16.651	0

Başarımlı ölçütleri Tablo 5.2'de verilmiştir. Tablodan görüldüğü gibi SMC-Bulanık sayesinde elde edilen  $t_f$  değeri ile SMC-Sabit'ten daha iyi başarımlı sağlanmıştır.

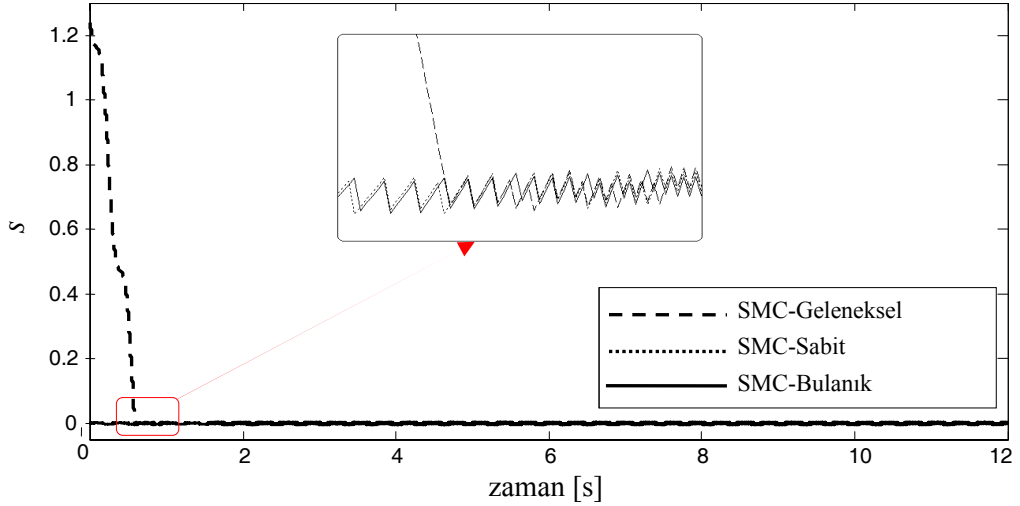
Ele alınan kayma kipli kontrol düzenlerine ait kayma yüzeyi parametreleri Şekil 5.7'de verilmiştir. Görüldüğü gibi zamanda doğrusal olarak değiştirilen kayma yüzeyi açısı ile kayma yüzeyi parametresi doğrusal olmayan bir biçimde değişim göstermektedir.

Kayma yüzeyi değişkeninin zamana göre değişimleri ise Şekil 5.8'de verilmiştir. Başlangıç koşulları kararlı bölgede olduğu için  $t_k=0$  olmakta ve bu andan itibaren kayma fazı başlamaktadır. Eğer başlangıç koşulları kararsız bölgede seçilirse kayma fazı kararlı bölgeye girildiği ilk anda başlar.





**Şekil 5.7.** (5.4) sisteminde  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için kayma yüzeyi parametresi  $c_1$ 'in zamana göre değişimi

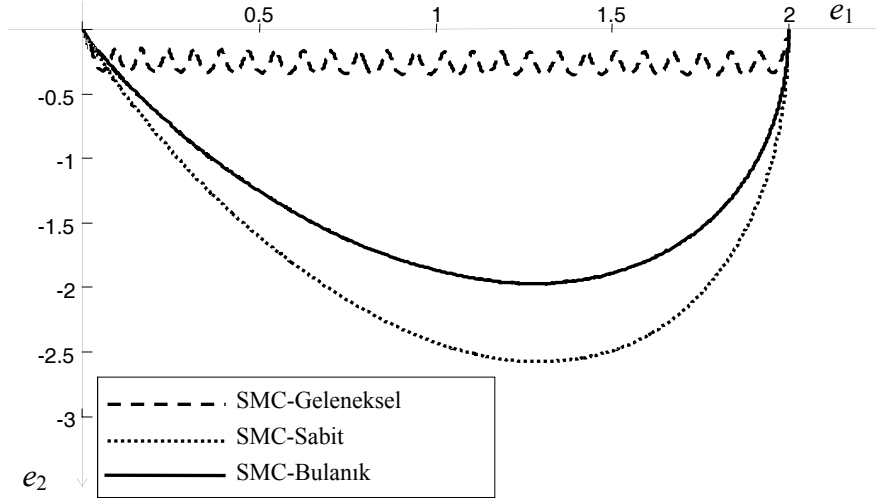


**Şekil 5.8.** (5.4) sisteminde  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için kayma yüzeyi değişkeni

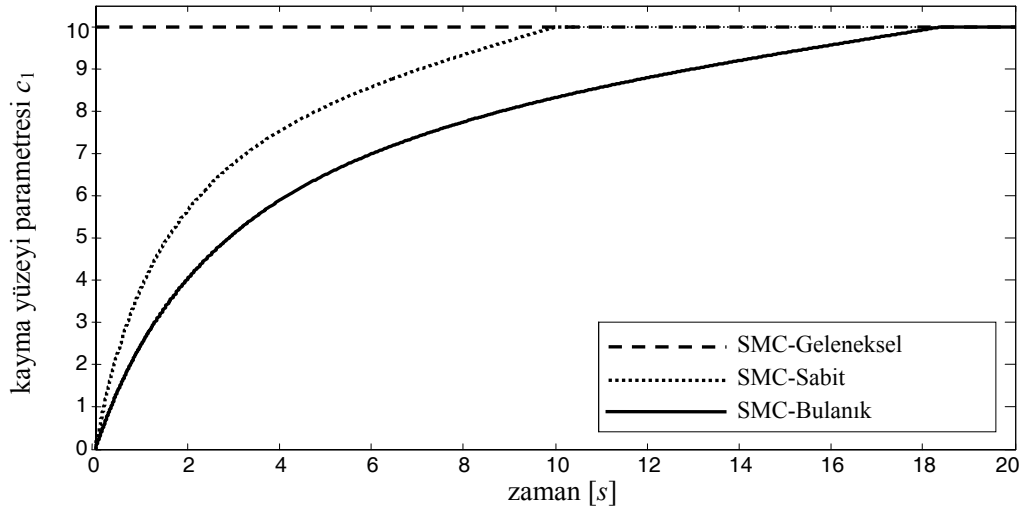
İkinci olarak  $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$  başlangıç noktası seçilerek ayarlama mekanizmasının faydası daha açık gösterilmeye çalışılacaktır. Benzetimler  $[0, 20]$  s aralığında koşturulmuştur. Bu başlangıç koşullarında  $(\phi(t_k), d(t_k))=(1.471, 2)$  değerindedir ve görüldüğü gibi ilk seçilen başlangıç noktasına göre daha büyük açı ve uzaklık değerlerine sahiptir. Bu değerleri giriş olarak kullanan SMC-Bulanık'a ait bulanık mantık kontrolör bloğundan  $t_f$  parametresi 18.40 olarak ilk başlangıç koşuluna göre daha büyük değerinde hesaplanmıştır. Şekil 5.9'da verilen hata durum uzayından görüldüğü gibi  $t_f$  parametresinin ayarlanması bu defa dönme hareketinin yavaşlamasına neden olmaktadır.

Kayma yüzeyi parametresinin zamana göre değişimi ise Şekil 5.10'da verilmiştir. Burada SMC-Sabit için ilk seçilen başlangıçta noktası için aynı  $t_f$  değeri kullanıldığı için Şekil 5.7'deki ile aynı  $c_1(t)$  değişimi elde edilmiştir. SMC-Bulanık için ise parametrenin daha

yavaş değiştiği Şekil 5.7 ile karşılaştırılarak kolayca görülebilir.



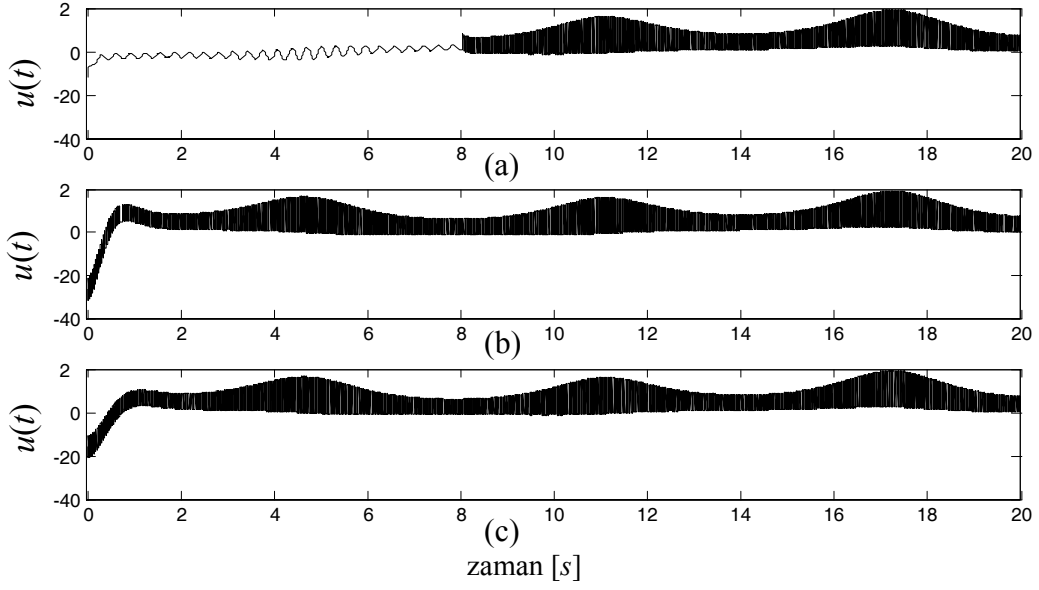
**Şekil 5.9.** (5.4) sisteminde  $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$  için hata durum uzayı yörüngesi



**Şekil 5.10.** (5.4) sisteminde  $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$  için kayma yüzeyi parametresi  $c_1$ 'in zamana göre değişimi.

Tablo 5.3'te de görüldüğü gibi bu değişim başarımlı ölçütlerinde SMC-Sabit'e göre bir miktar düşüşe neden olsa da SMC-Sabit için dönme hareketinin ilk başlangıç noktasına göre gereğinden hızlı yapılması sonucu oluşan kontrol kuralı genişliğindeki aşırı artışı önlemiştir.

Kontrol kuralları Şekil 5.11'de verilmiştir. Burada SMC-Sabit ve SMC-Bulanık için başlangıçtan itibaren sistem durumlarının kayma yüzeyi üzerinde olması sonucu süresiz kontrol teriminin devreye girmesi ile kontrol işareti çatırtı yaparak ilerlemektedir. Şekil 5.11'de SMC-Sabit ile başlangıçta oluşan kontrol işaretindeki genlik artışı ve SMC-Bulanık ile böyle bir sorunun olmadığı görülebilmektedir.



**Şekil 5.11.** (5.4) sisteminde  $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$  için kontrol işaretleri:  
a) SMC-Geleneksel, b) SMC-Sabit, c) SMC-Bulanık

**Tablo 5.3.** (5.4) sisteminde  $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$  için elde edilen başarımlar ölçütleri

	IAE( $e_1$ )	ITAE( $e_1$ )	$t_s(e_1)$	$\max\{ u \}$	$t_{reach}$
<b>SMC-Geleneksel</b>	8.056	21.417	7.850	19.309	8.016
<b>SMC-Sabit</b>	1.157	0.455	1.353	31.637	0
<b>SMC-Bulanık</b>	1.521	0.779	1.747	20.726	0

Projenin bu bölümünde, bulanık mantık tekniğinden yararlanılarak açısız dönme düzenine sahip SMC'nin başlangıç koşullarına göre parametre ayarının yapılması üzerinde durulmuştur. Yapılan çalışma sayesinde farklı başlangıç koşulları için oluşturulan sistemin hata faz düzleminde kontrol genliği ve sistem başarımı arasındaki ödünleşimi göz önüne alarak uygun parametre seçimini sağladığı farklı başlangıç noktaları ile yapılan benzetimler sonucunda görülmüştür. Bu çalışmada ayarlanacak parametre olarak dönme hareketinin sona erdiği an ele alınmıştır. Bunun yanında açısız dönme düzenine sahip SMC'nin diğer parametreleri el ile ayarlanmış ve tüm başlangıç koşulları için sabit olarak seçilmiştir. Bu parametrelerin tümünü ele alacak bir ayarlama mekanizması daha iyi başarımlar elde edilebilir. Yine bulanık mantık kontrolöre ait üyelik fonksiyonları simetrik ve düzgün dağılmış yapıda seçilmiştir. Bu değerler için de sistem dinamiklerine uygun farklı seçimler yapılarak başarımlar iyileştirilebilir.

## 5.2.Genetik Algoritmalar ile Zamanla Değişen Kayma Yüzeyi Parametrelerinin Başlangıç Koşuluna Uygun Olarak Belirlenmesi

Elde edilen zamanla değişen kayma yüzeyinin her başlangıç noktası için uygun kontrolör parametrelerinin belirlenmesi için kullanılması düşünülen diğer bir yöntem Genetik Algoritmalar (GA)'dır. GA, karmaşık doğrusal olmayan en iyileştirme problemlerinin çözümünde kullanılan etkin bir yöntemdir (Yu, 2007). GA, bu özellik sayesinde, SMC parametrelerinin en iyi değerlerinin bulunması için uygun bir yöntemdir ve literatürde SMC yapılarında farklı amaçlarla çeşitli alanlarda kullanılmıştır (Jaramillo-Moran *vd.*, 2007; Vrdoljak *vd.*, 2008).

GA, çözüm adayı popülasyon içinde rasgele bilgi değişimine sahiptir ve karmaşık çok boyutlu bir arama uzayında daha iyi çözümlere doğru evrilmek için “güçlü olan kazanır” stratejisini uygular (Houck *vd.*, 1995). GA'nın olumlu tarafları türev bilgisinden bağımsız stokastik en iyileştirme sağlaması, paralel arama yeteneği ve hem sürekli hem de ayrık problemlere uygulanabilirliğidir (Yu, 2007). GA kullanmak temel olarak kromozom temsili, başlangıç popülasyonu, seçim fonksiyonu, çarpazlama ve mutasyon operatörleri ile uygunluk fonksiyonu ve sonlandırma kriteri gibi temel elemanları içerir (Kristinsson ve Dumont, 1992). GA'da doğru çözüme ulaşılması büyük oranda uygunluk fonksiyonuna dayanır. Bu yüzden ana amaçları ve kısıtları iyi yansıtan bir uygunluk fonksiyonunun dikkatli bir şekilde tasarlanması gerekir. SMC örneği için uygunluk fonksiyonunun hem geçici hal yanıtını hem de dayanıklılık olayını mutlaka bir arada ele alması gerekir. Çünkü SMC için uygun parametre bu iki özelliği de aynı anda iyileştirebilen parametre anlamına gelir.

Literatüre bakıldığında GA için SMC uygulamalarında farklı uygunluk fonksiyonları kullanıldığı görülmektedir. Örneğin, Li *vd.* (1996) çokca atıf alan çalışmalarında bir sıvı seviyesi kontrol sistemini ve ayrıca bir DC servomekanizmasını ele almış ve SMC parametrelerini durum değişkenlerinin ağırlıklı endekslenmiş mutlak hata (IAE)'sına dayanan uygunluk fonksiyonu kullanan bir GA ile elde etmiştir. Yongqiang *vd.* (2008) ise Bartoszewicz (1996) tarafından sunulan zamanla değişen kayma yüzeyi parametrelerini ağırlıklı kontrol işareti genliği ve endekslenmiş karesel hata (ISE) kullanan bir GA ile aramıştır. Ji *vd.*, (2007) esnek eklemlerli robot sistemlerini ele almış, kayma yüzeyi parametreleri, süresiz kontrol kazancı ve doyum fonksiyonu sınır değerini uygunluk fonksiyonu olarak birinci durumun hata kareleri ortalamasının karekökü (RMSE)'nü alarak GA ile aramıştır. Otopilot kontrol sistemi ile gemi manevrası Fang ve Luo (2007) tarafından

ele alınmış ve CSMC üç farklı şekilde kullanılmıştır. Uygunluk fonksiyonu olarak hata durumlarının ISE değeri alınmıştır. Tseng *vd.*, (2006), ölçeklenmiş hız hatasının mutlak değeri ile kontrol işaretinin genliğini uygunluk fonksiyonu olarak senkron relüktans motoru için GA'yı uygulamıştır. Yukarıda özetlenen tüm bu çalışmalarda SMC için tasarım parametrelerini elde etmek için GA yapılarından yararlanılmıştır. Bu çalışmalardan farklı olarak Chen (2009), GA'yı iki eklemli robot kolunun modelini elde etmek için kullanmıştır.

Proje çalışmasının bu bölümünde bir uygunluk fonksiyonu elde edilmeye çalışılmış ve zamanla değişen kayma yüzeyi kullanan CSMC tasarımı çok amaçlı bir en iyileştirme problemi olarak formüle edilmiştir. Uygunluk fonksiyonu sadece sistem geçici hal başarımını değil aynı zamanda dayanıklılığı da ele alacak şekilde belirlenmeye çalışılmıştır. Bu çalışmadaki en önemli katkı, uygunluk fonksiyonunun ağırlık faktörlerinin sistem ve başlangıç koşullarına bağlı olduğu göz önüne alınarak, ağırlık faktörlerinin geleneksel CSMC'nin başarımı değerlendirilerek elde edilmeye çalışılmasıdır.

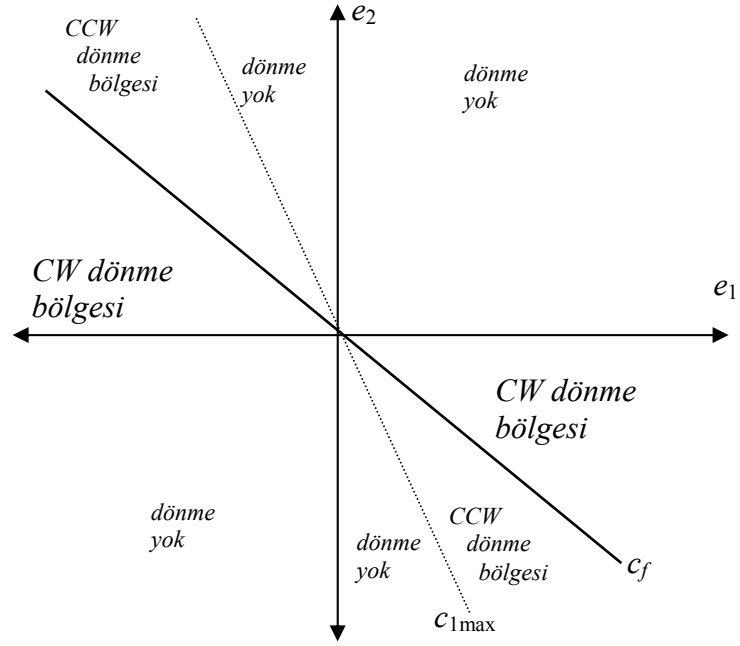
Bu amaçla ikinci derece doğrusal olmayan kanonik biçimli sistem modelleri üzerinde durulmuş ve hata faz düzleminde kayma düzenleri Şekil 5.12'de olduğu gibi belirlenmiştir.  $c_{\max}$  değeri sistemin fiziksel sınırlarına bağlıdır. Bu sınır değerden büyük kayma yüzeyi genliği oluşmasına neden olacak başlangıç koşulları için dönme düzeni uygulanmaz. Saat yönünde (clockwise- CW) veya ters saat yönünde (counter-clockwise- CCW) dönme düzenleri başlangıç koşullarının Şekil 5.12'de verilen bölgelerden hangisinde olduğuna göre belirlenir. Bölüm 3'te verilen (3.2) kayma yüzeyinde  $t=t_k^p$  anında  $\alpha(t)=\alpha_0$  olmasını sağlamak amacı ile  $\alpha(t)$  parametresi Bölüm 3'te verilen (3.3)'ten farklı olarak

$$\alpha(t)=\alpha_1 \frac{t-t_k^p}{t_f^p-t_k^p}+\alpha_0 \quad (5.9)$$

şeklinde alınmıştır. Burada  $t_k^p$  ve  $t_f^p$  önerilen açısız dönme düzenine sahip SMC için sırası ile kayma düzeninin başlama ve bitiş anlarıdır. Daha büyük  $\alpha_1$  değerleri için kayma yüzeyi de daha hızlı döner.  $\alpha_1$ 'in işareti dönme yönüne bağlı olarak

$$\text{sign}(\alpha_1)=\begin{cases} -1, & c_1(t_k^p)>c_f \\ +1, & c_1(t_k^p)\leq c_f \end{cases} \quad (5.10)$$

şeklinde tanımlanmıştır.  $\alpha_0$  değeri ise uygun dönme düzenini elde etmek için (3.5)'te olduğu gibi seçilir.



Şekil 5.12. Hata faz düzlemindeki dönme bölgeleri

## 5.2.1. GA ile Parametre Adaptasyonu

### 5.2.1.1. Kromozomların Temsili

Bu çalışmada kromozomların temsili için kayan noktalı sayılar kullanan gerçek-değerli bir alfabe kullanılmıştır. Popülasyondaki her bir birey  $\bar{\alpha}_0$ ,  $\bar{\alpha}_1$  ve  $t_{rot}$  olarak verilen üç parametreyi tutacak şekilde düzenlenmiştir. Bu değerler şu şekilde sınırlandırılmıştır:

$$\bar{\alpha}_0, \bar{\alpha}_1 \in [0; \frac{\pi}{2}) \quad (5.11a)$$

$$t_{rot}^p \in [t_{rotmin}; t_{rotmax}] \quad (5.11b)$$

Burada  $t_{rotmin}$  ve  $t_{rotmax}$  dönme süresi  $t_{rot}$  için izin verilen sırası ile en küçük ve en büyük değerlerdir. Önerilen yöntemde ulaşma zamanı  $t_{reach}^p = t_k^p$  olmaktadır ve zamanla değişen  $c_1(t)$  değerinin ulaşacağı son kayma yüzeyi  $c_f$  değerine  $t_f^p$  anında ulaşılmaktadır ve

$$t_f^p = t_k^p + t_{rot}^p = t_{reach}^p + t_{rot}^p \quad (5.12)$$

olarak elde edilmektedir. Denklem (3.5)'teki aralıkları sağlamak için  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$  GA yapısında elde edilen  $\bar{\alpha}_0$ ,  $\bar{\alpha}_1$  değerleri kullanılarak

$$\alpha_o = \pi - \text{sign}(\alpha_1) \bar{\alpha}_o \quad (5.13a)$$

$$\alpha_1 = \text{sign}(\alpha_1) (\bar{\alpha}_0 + \bar{\alpha}_1) \quad (5.13b)$$

şeklinde elde edilir.

### 5.2.1.2. Uygunluk Fonsiyonu

GA yapısında doğru çözümlere ulaşmak için uygunluk fonsiyonunun önemi üzerinde durmuştuk. Temel amaç ve kısıtları göz önüne alan bir uygunluk fonsiyonu tasarlanmalıdır. Bu çalışmada, endekslenmiş karesel hatanın zamanla çarpımı (ITSE) değeri şu şekilde alınmıştır:

$$\text{uygunluk} = \frac{f_0}{f_1 \text{ITSE}(e_1) + f_2 \text{ITSE}(e_2)} \quad (5.14)$$

burada  $f_i$  ( $i=0,1,2$ ) uygunluk fonsiyonun tasarım parametreleridir. Formüle bakıldığında  $f_1$  ve  $f_2$  tasarım parametrelerinin  $\text{ITSE}(e_1)$  ve  $\text{ITSE}(e_2)$  arasında bir denge elde edilecek şekilde seçilmesi gerektiği görülür. Ulaşma zamanı da yine SMC başarımının ölçütlerinden biridir ve (5.14)'te ele alınması gerekir. Zamanla değişen kayma yüzeyine sahip önerilen SMC için ulaşma zamanının geleneksel SMC'den daha kısa veya en azından eşit olması beklenir. Ayrıca, fiziksel sınırlamalardan dolayı kontrol işaretinin genliği belirli sınırları aşamaz. Bu düşünceleri temel almak üzere, bu çalışmada kontrol işareti ve ulaşma zamanı ile ilgili başarımlar ölçütleri  $f_0$  parametresi üzerinden uygunluk fonsiyonuna (5.15)'teki gibi eklenmiştir.

$$f_0 = \begin{cases} 0, & t_{reach}^p > t_k^c \quad \text{or} \quad \max\{|u^p|\} > 2 \max\{|u^c|\} \\ 10^0, & 2 \max\{|u^c|\} \geq \max\{|u^p|\} > 1.5 \max\{|u^c|\} \\ 10^2, & 1.5 \max\{|u^c|\} \geq \max\{|u^p|\} > 1.2 \max\{|u^c|\} \\ 10^4, & \max\{|u^p|\} \leq 1.2 \max\{|u^c|\} \end{cases} \quad (5.15)$$

Burada  $u_p$  ve  $u_c$ , sırası ile, önerilen zamanla değişen kayma yüzeyine sahip SMC (SMC-P) ve sabit kayma yüzeyine sahip geleneksel SMC (SMC-C) için toplam kontrol işareti değerleridir.

$t_k^c$  ise SMC-C için  $e_1 e_2 < 0, \forall t \geq t_k^c$  olan yaklaşma bölgelerine girildiği ilk andır.

Denklem (5.15)'de,  $f_0$ 'ı değerlendirmek için SMC-C için  $t_k^c$  ve  $\max\{|u_c|\}$  başarımlar ölçütleri gerekmektedir. Önerilen SMC, Şekil 5.12'de verilen dönme bölgelerinde sistem durumlarının her zaman kayma yüzeyi üzerinde kalmasını sağlayacak şekilde tasarlanır. Bu durumda ilgili bireyin ulaşma zamanı  $t_k^c$  değerinden büyükse, (5.15)'te sıfır uygunluk değeri kullanılarak

bireyin kötü uygunluk değerine sahip olması ve dışlanması sağlanır. Yine SMC-P için kontrol işareti genliği SMC-C için olandan iki kat veya daha fazla büyükse yine ilgili birey kötü uygunluk değeri alır. Böylece (5.15) ile daha düşük kontrol genliklerine daha yüksek uygunluk değeri verilmesi sağlanmış olur.

### 5.2.1.3. Seçim Yöntemi ve GA Operatörleri

Güçlü olan kazanır stratejisini yerine getirmek için daha iyi bireylerin daha yüksek seçilme şansının olması gerekir. Bu proje çalışmasında Michalewicz (1999) tarafından önerilen normalize geometrik seçim yöntemi tercih edilmiştir. Bu yöntemde  $i$ . bireyi seçme olasılığı

$$p_i = \frac{q(1-q)^{R_i-1}}{1-(1-q)^{N_c}} \quad (5.16)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $q$  en iyi bireyi seçme olasılığı,  $N_c$  popülasyondaki kromozom sayısı ve  $R_i$  ise  $i$ . bireyin sırasıdır. Çaprazlama operatörü olarak ise Chu ve Tsai (2001) tarafından önerilen, sezgisel operatör olarak adlandırılan ve iki bireyin doğrusal dışdeğerlemesine (extrapolation) dayanan aşağıdaki yapı kullanılmıştır:

$$\hat{C}_1 = C_1 + r(C_1 - C_2) \quad (5.17a)$$

$$\hat{C}_2 = C_1 \quad (5.17b)$$

Burada  $r$  [0;1] arasında düzgün dağılmış rasgele sayı,  $\hat{C}_1$  ve  $\hat{C}_2$  yeni oluşan çocuk bireyler ve  $C_1$  uygunluk değeri  $C_2$  değerinden daha iyidir. Eğer her hangi bir  $\hat{C}_1$  değeri sınırlar dışında ise (5.17a) yeni bir  $r$  değeri için yeniden çalıştırılır. Bu yeniden test işlemi  $t_{\max}$  defa yapılır ve eğer kabul edilebilir bir çözüm bulunamazsa (5.17a)'da  $r=-1$  alınarak çocuklar ebeveyleerin aynısı olarak alınmış olur. Mutasyon operatörü olarak çoklu-düzgün-olmayan mutasyon seçilmiş ve ilgili operatör

$$\hat{v}_i = \begin{cases} v_i + (b_i - x_i)(r_2(1 - G/G_{\max}))^b, & r_1 < 0.5 \\ v_i + (x_i - a_i)(r_2(1 - G/G_{\max}))^b, & r_1 \geq 0.5 \end{cases} \quad (5.18)$$

olarak alınmıştır. Mutasyon rasgele seçilen bireylerin  $v_i$  değişkenine uygulanır. Denklem (5.18)'de  $b_i$ ,  $a_i$  değerleri  $v_i$ 'nin alt ve üst sınırları,  $r_1$  ve  $r_2$  [0;1] arasında düzgün dağılmış rasgele sayılar,  $G$  ve  $G_{\max}$  sırası ile, o anki nesil ve maksimum nesil sayısı ve  $b$  ise şekillendirme parametresidir (Houck vd., 1995).

Popülasyon boyutu başlangıçta belirlenmiş ve evrimsel süreç boyunca değiştirilmemiştir.



Başlangıç popülasyonu rasgele oluşturulmuş ve GA önceden belirlenen  $G_{\max}$  maksimum nesil sayısına ulaşana kadar devam ettirilmiştir.

### 5.2.2. GA ile Parametre Adaptasyonu için Benzetim Sonuçları

Geleneksel SMC (SMC-C) ve parametreleri GA yardımı ile bulunan zamanla değişen kayma yüzeyine sahip önerilen SMC (SMC-P) için karşılaştırmalı analizler ikinci derece doğrusal olmayan sistem modelleri üzerinde yapılmıştır. Örnek bir sistem modeli (1.20) biçiminde alınmıştır ve sistem parametreleri

$$f_1=0.5x_1^3, \quad f_2=0.3(1-x_2^2) \quad (5.19a)$$

$$b=1, \quad a_1=a_2=1 \quad (5.19b)$$

şeklinde. Bölüm 1.4'te üzerinde durulan durulan düzengeç (regülatör) problemi ele alınmış,  $x_{1d} = x_{2d} = 0$  seçilmiştir. Benzetimler sırasında sınırlı  $d(t)$  dış bozucularına ve sınırlı  $\Delta_i$  parametre belirsizliklerine karşı dayanıklılığı göstermek amacı ile bu işaretler sinuzoidal işaretlerle aşağıdaki gibi modellenmiştir:

$$d(t)=0.12\sin(10t) \quad (5.20a)$$

$$\Delta_1=\Delta_2=0.1\sin(7t) \quad (5.20b)$$

Her iki SMC-P ve SMC-C kontrolörü için, süreksiz kontrol kazancı (1.33)'teki yapıda ve özel olarak

$$k=0.12+0.05|x_1^3|+0.03|1-x_2^2|+0.01 \quad (5.21)$$

şeklinde alınmıştır. SMC-C için sabit kayma yüzeyi parametresi  $c_1=1.225$  olarak seçilmiş ve dürüst bir karşılaştırma için SMC-P yapısında son kayma yüzeyi değeri de  $c_f=c_1=1.225$  alınmıştır. Ters saat yönünde dönme işlemi durumunda ise  $c_1(t)$  için maksimum izin verilen sınır değeri  $c_{1\max}=1.5$  alınmıştır. GA parametreleri; (5.16)'daki normalize geometrik seçim için  $q=0.08$ , (5.17)'deki sezgisel çaprazlama operatörü için  $t_{\max}=3$ , (5.18)'deki mutasyon operatörü için  $b=3$  olarak alınmıştır. Kromozom sayısı  $N_c=100$  ve sonlandırma işlemi için maksimum nesil sayısı  $G_{\max}=100$  olarak alınmıştır. SMC-P için,  $t_{rot}^p$  değerinin arama sınırları

$$t_{rot}^p \in [t_{rot\min}; t_{rot\max}] = [0.1 \ 15] \quad (5.22)$$

olarak alınmıştır. Tüm bilgisayar benzetimlerinde örnekleme aralığı  $T_s=0.001$  s olarak alınmıştır.

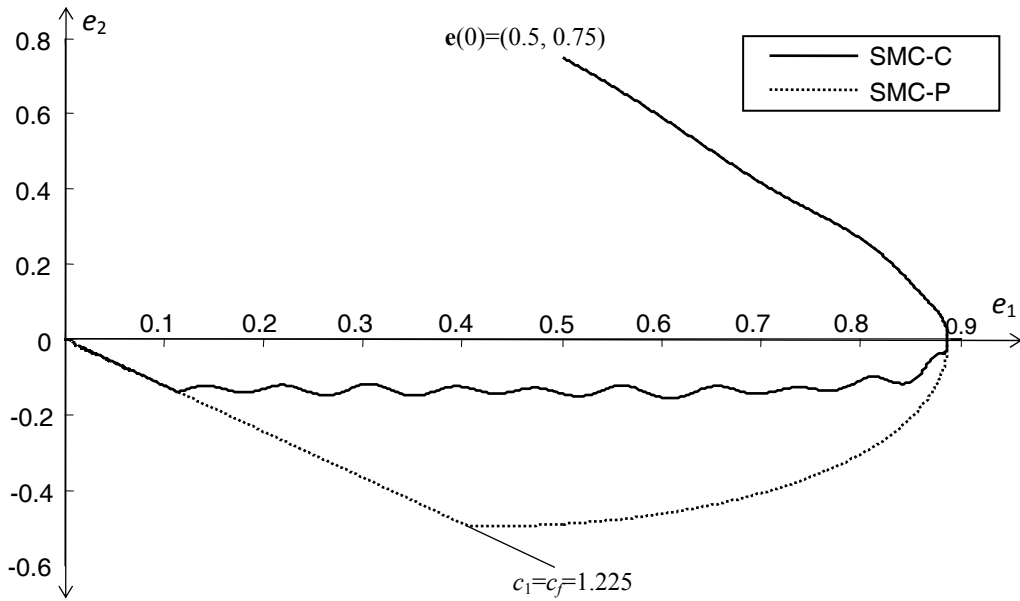
### Durum I: Saat yönünde dönme

Zamanla değişen kayma yüzeyi için saat yönünde (CW) dönme elde etmek için, başlangıç koşulları  $(x_1(0), x_2(0))=(0.5, 0.75)$  olarak alınmıştır. GA arama yöntemi kullanılarak en iyi birey

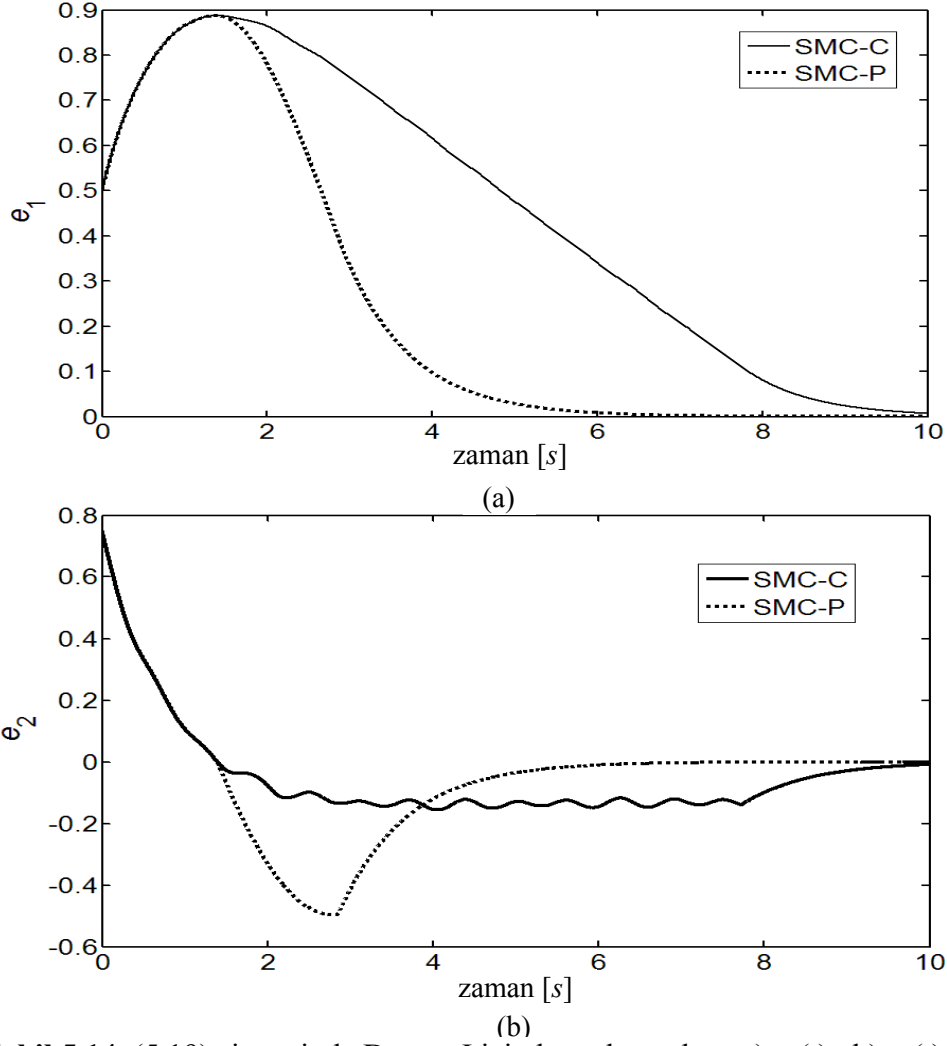
$$[\bar{\alpha}_0 \quad \bar{\alpha}_1 \quad t_{rot}^p]=[0.283 \quad 0.813 \quad 1.452] \quad (5.23)$$

olarak elde edilmiştir. (5.23) parametre değerleri için uygunluk fonksiyonu değeri (5.17)'den 2.340 olarak elde edilmiştir. Hata faz düzlemi yörüngeleri Şekil 5.13'te ve sistem durumlarının zaman yanıtı ise Şekil 5.14'te verilmiştir. SMC-C için sinuzoidal modellenmiş olan bozucuların ve parametre belirsizliklerinin etkisi Şekil 5.13 ve 5.14'ten kolayca görülebilmektedir. SMC-P ise  $t_k=1.398s$  anından itibaren kayma modundaki hareketine başlamaktadır ve  $t_{reach}^p=t_k^p$  olduğu için sürekli kayma yüzeyi üzerinde kalmaktadır.

Başarım ölçütleri ise Tablo 5.4'te verilmiştir. Tablodan görüldüğü gibi SMC-P  $t_s(e_1)$ ,  $t_s(e_2)$ , ITSE( $e_1$ ) cinsinden geçici hal yanıtını iyileştirmektedir. Sadece ITSE( $e_2$ ) değeri Şekil 5.14(b)'den görüldüğü gibi  $e_2$  için oluşan negatif tepe değerinden dolayı çok az miktarda olumsuz etkilenmiştir. Bu durum, denklem (5.23)'te verilen sınırları değiştirerek dönme hızının sınırlandırılması ile önlenebilir.



Şekil 5.13. (5.19) sisteminde Durum I için hata faz düzlemi yörüngesi.

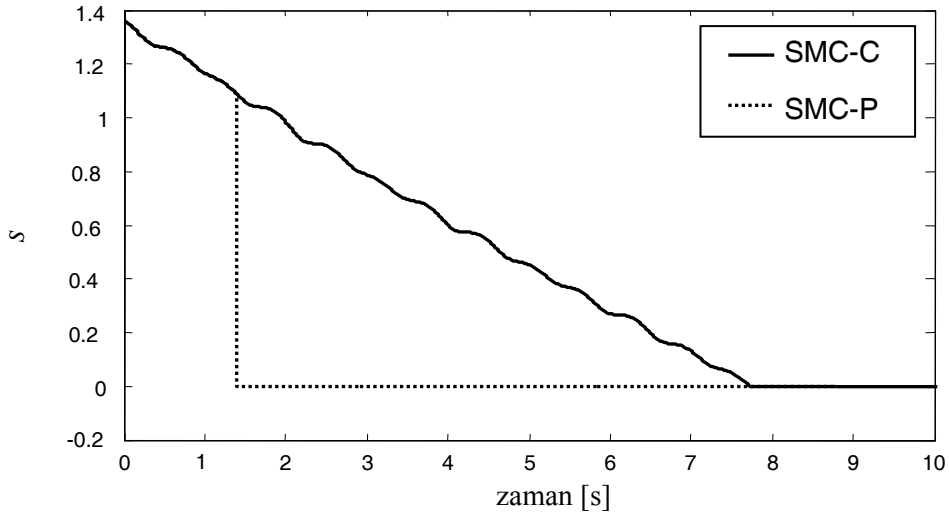


Şekil 5.14. (5.19) sisteminde Durum I için hata durumları: a)  $e_1(t)$ , b)  $e_2(t)$ .

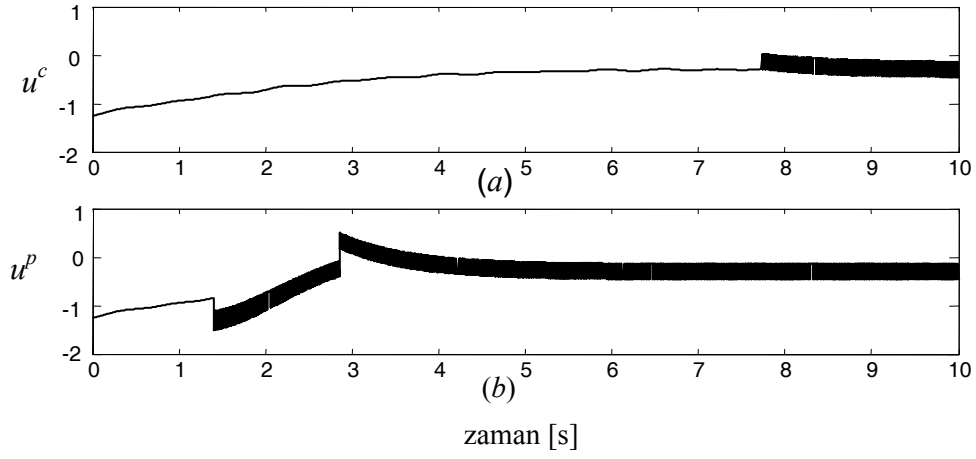
Tablo 5.4. (5.19) sisteminde Durum I için başarımlı ölçütleri.

	SMC-C	SMC-P
ITSE( $e_1$ )	7.676	2.391
ITSE( $e_2$ )	0.604	0.834
$\max\{ u \}$	1.262	1.504
$t_{reach}$	7.731	1.398
$t_k$	1.398	1.398
$t_s(e_1)$	9.147	5.303
$t_s(e_2)$	9.311	5.462

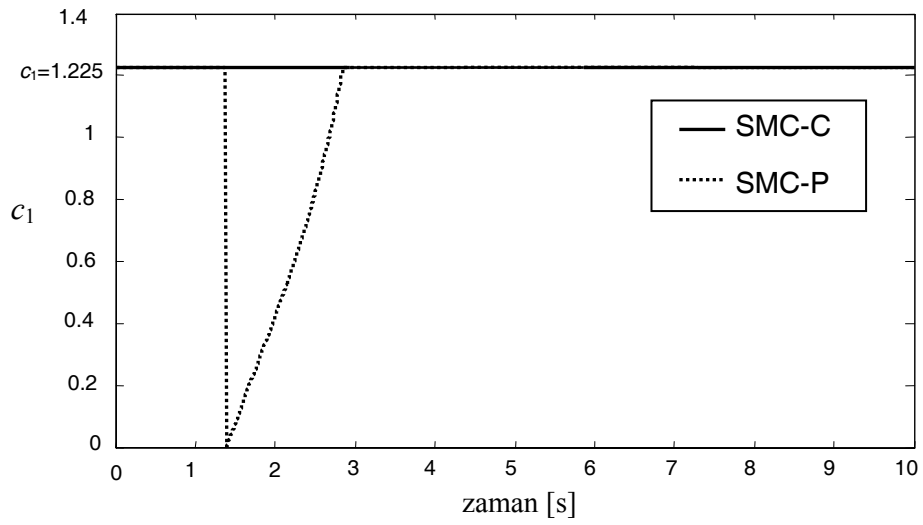
Kayma yüzeyi  $s$  Şekil 5.15'te verilmiştir. SMC-P için  $t_k=1.398s$  anından sonra kayma yüzeyi üzerinde bulunduğu görülmektedir. Kayma yüzeyi üzerindeki çattırtı Şekil 5.16'da verilen kontrol işaretinden kaynaklanmaktadır. Şekil 5.17'de (5.23)'ten elde edilen parametreler sonucunda oluşan  $c_1(t)$  verilmiştir. Kayma yüzeyi beklendiği gibi  $t_{rot}^p=1.452s$  süresince dönme işlemine devam etmektedir.



Şekil 5.15. (5.19) sisteminde Durum I için kayma yüzeyi değişkeni  $s$



Şekil 5.16. (5.19) sisteminde Durum I için kontrol işaretleri: a) SMC-C, b) SMC-P.



Şekil 5.17. (5.19) sisteminde Durum I için kayma yüzeyi parametresi  $c_1(t)$ .

## Durum II: Ters saat yönünde dönme

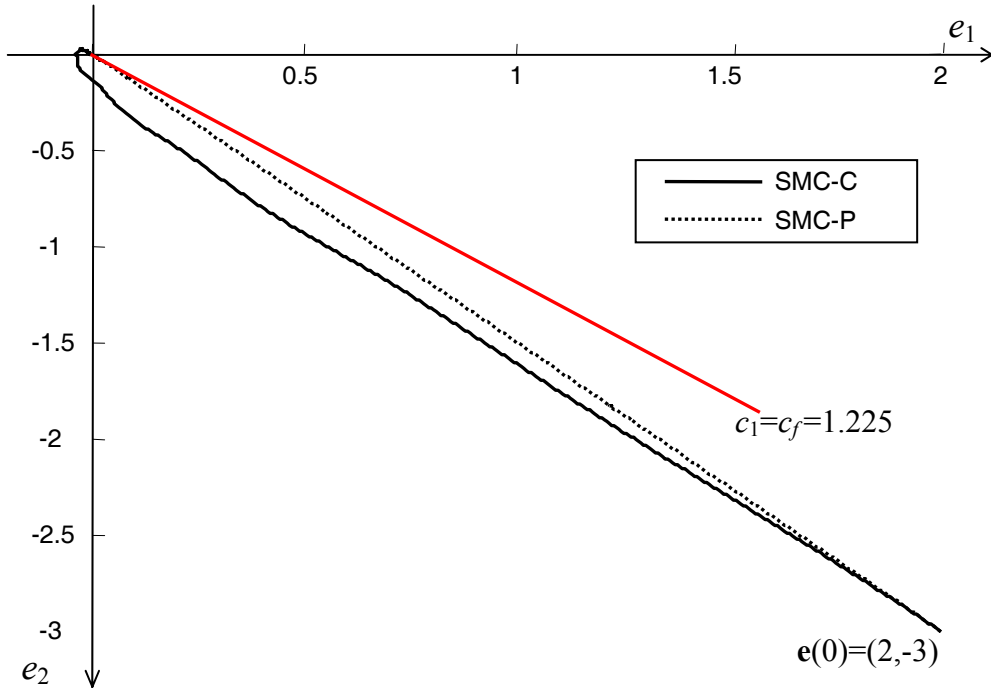
Ters saat yönünde (CCW) dönme işlemi sağlamak amacı ile uygun başlangıç koşulları  $(x_1(0), x_2(0))=(2, -3)$  olarak alınmıştır. GA arama yöntemi ile en iyi birey

$$[\bar{\alpha}_0 \quad \bar{\alpha}_1 \quad t_{rot}^p] = [0.009 \quad 1.500 \quad 14.653] \quad (5.24)$$

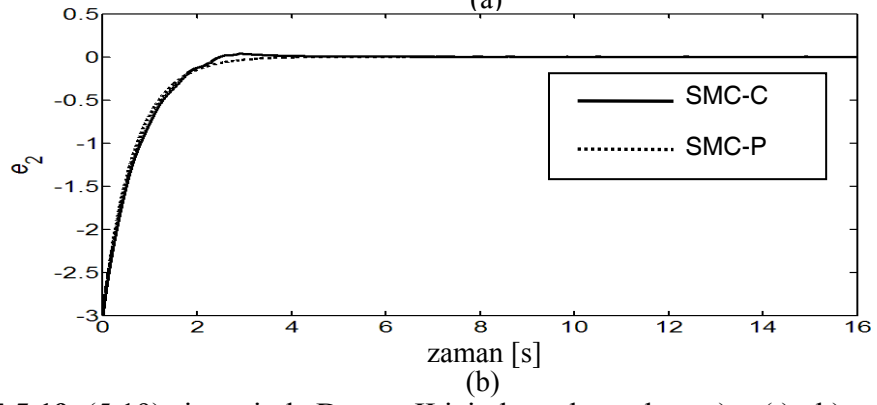
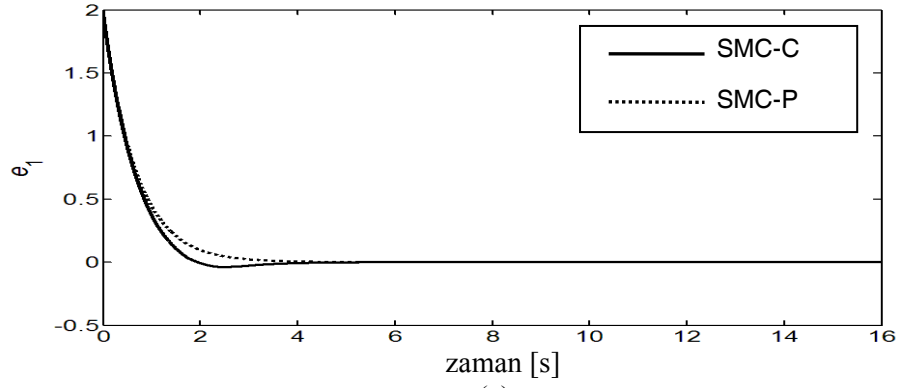
olarak elde edilmiştir ve (5.17)'den uygunluk değeri 0.0625 olarak elde edilmiştir. Hata durum uzayı yörüngesi Şekil 5.18'de verilmiştir. SMC-C şekilden de görüldüğü gibi  $e_1 e_2 > 0$  bölgesine geçmektedir. Bu durum ise Şekil 5.19'dan da görüldüğü gibi geçici hal yanıtlarında bir aşımaya neden olmaktadır. Bunun yanında SMC-P referans değerine yumuşak bir şekilde herhangi bir bozucu ve parametre belirsizliğinden etkilenmeden ulaşmaktadır.

Kontrol işaretleri Şekil 5.20'de verilmiştir. Burada SMC-P'nin ilk andan itibaren kayma kipinde olduğu görülmektedir. Elde edilen zamanla değişen kayma yüzeyi parametresi  $c_1(t)$  Şekil 5.21'de verilmiştir. Görüldüğü gibi kayma yüzeyinin değişimi zamana göre doğrusal olmayan bir biçimdedir ve zamanla değişen farklı stratejiler farklı parametreler kullanılarak elde edilebilir.

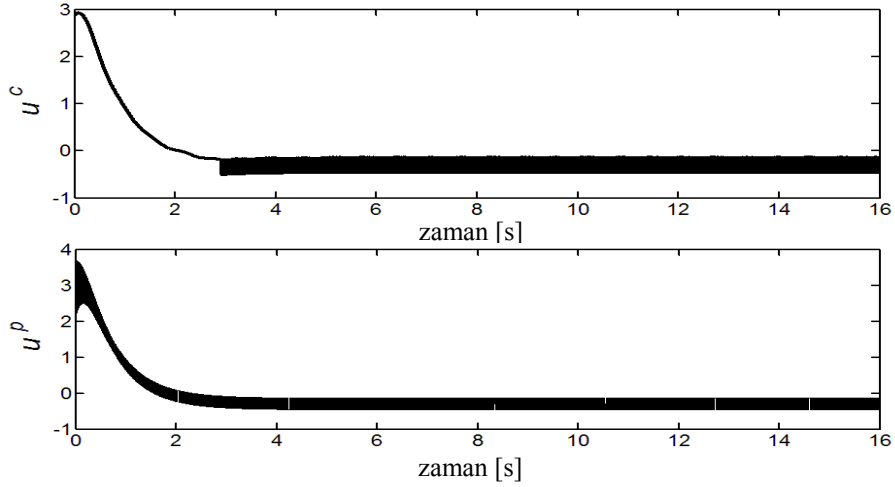
Başarım ölçütleri ise Tablo 5.5'te verilmiştir. SMC-P'nin hem daha iyi ulaşma zamanı ve bu sayede daha iyi dayanıklılık ve daha iyi geçici hal başarım ölçütlerine sahip olduğu Tablo 5.5'ten görülmektedir.



Şekil 5.18. (5.19) sisteminde Durum II için hata faz düzlemi yörüngesi



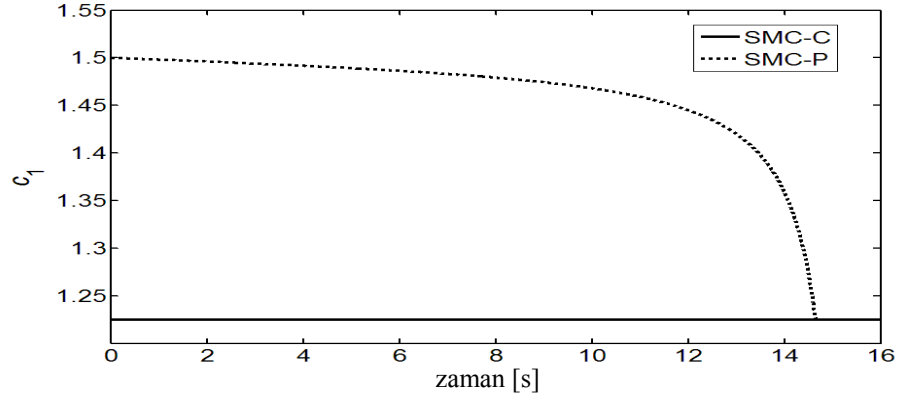
Şekil 5.19. (5.19) sisteminde Durum II için hata durumları: a)  $e_1(t)$ , b)  $e_2(t)$



Şekil 5.20. (5.19) sisteminde Durum II için kontrol işaretleri: a) SMC-C, b) SMC-P.

Tablo 5.5. (5.19) sisteminde Durum II için başarımlı ölçütleri.

	SMC-C	SMC-P
ITSE( $e_1$ )	0.370	0.444
ITSE( $e_2$ )	1.130	0.998
$\max\{ u \}$	2.927	3.678
$t_{reach}$	2.914	0
$t_k$	2.490	0
$t_s(e_1)$	3.272	3.074
$t_s(e_2)$	3.441	3.346



**Şekil 5.21.** (5.19) sisteminde Durum II için kayma yüzeyi parametresi  $c_1(t)$ .

Proje çalışmasının bu bölümünde, sınırlı parametre belirsizlikleri ve dış bozuculara sahip kontrol edilebilir kanonik biçimde ikinci dereceden doğrusal olmayan sistem modeline kayma kipli kontrol yönteminin uygulanması üzerinde durulmuştur. Hem geçici hal yanıtını hem de dayanıklılığı ele alacak şekilde bir uygunluk fonksiyonu elde edilerek uygun parametrelerin GA ile aranması sağlanmıştır. GA ile elde edilen parametrelerle önerilen SMC yapısının başarımlı ölçütlerini geleneksel SMC-C'ye göre iyileştirecek şekilde ayarlayabildiği görülmüştür.

### 5.3. Destek Vektör Makineleri ile Zamanla Değişen Kayma Yüzeyi Parametrelerinin Başlangıç Koşullarına Göre Ayarlanması

Zamanla değişen kayma yüzeyine sahip SMC için,  $l_0$  ve  $l_1$  (3.6)'dan elde edilmektedir.  $t_k^p$  ise doğrudan Şekil 5.12'de belirtilen izin verilen dönme bölgelerine sisteme ait TN'nin girdiği an olarak alınmaktadır. Bunlar dışındaki diğer tasarım parametreleri  $\alpha_0, \alpha_1$  ve  $t_f^p$  başlangıç koşullarına bağlıdır ve her bir başlangıç koşulu için uygun şekilde belirlenmeleri gerekir. Bir önceki bölümde GA ile elde edilen değerler belirli bir benzetim süresi almaktadır. Bu durumda sürekli farklı başlangıç noktalarından kısa sürelerde parametre hesaplaması gerektiğinde bir önceki bölümden elde edilen sonuçları kullanmak olası değildir. Çünkü GA, belirli bir nesil boyunca çok fazla sayıda popülasyon için işlem yapmaktadır. Projenin bu bölümünde, her üç parametreyi kısa sürede elde etmek için bir SVM bloğundan yararlanılması üzerinde durulmuştur.

Her bir SVM giriş olarak  $x_1(0), x_2(0)$  başlangıç koşullarını almakta ve sırası ile  $\alpha_0, \alpha_1, ve t_f^p$ , parametrelerini vermektedir. Bölüm 4.1'de anlatılan  $\varepsilon$ -SVR algoritması tarafından

öğrenilecek uygun değerlerden oluşan eğitim kümesi Bölüm 5.2’de elde edilen GA yöntemi ile üretilmiştir. Uygunluk fonksiyonu (5.14)’teki gibi ve  $f_o$  değeri (5.15)’e benzer olarak

$$f_o = \begin{cases} 0 & t_{reach}^p > t_k^p \\ 10^{-2}, & \max\{|u^p|\} > 2\max\{|u^c|\} \\ 10^0, & 2\max\{|u^c|\} \geq \max\{|u^p|\} > 1.5\max\{|u^c|\} \\ 10^2, & 1.5\max\{|u^c|\} \geq \max\{|u^p|\} > 1.2\max\{|u^c|\} \\ 10^4, & \max\{|u^p|\} \leq 1.2\max\{|u^c|\} \end{cases} \quad (5.25)$$

şeklinde alınmıştır. Geleneksel SMC (SMC-C) parametreleri her başlangıç noktası için uzun süren benzetimlerle GA ile ayarlanan SMC (SMC-GA) ve parametreleri Bölüm 4’te anlatılan SVM modeli blok şeklinde kullanılarak üretilen SMC (SMC-SVM) ikinci dereceden doğrusal olmayan bir sistem modeli üzerinde analiz edilmiştir. Denklem (1.20)’deki sistem parametreleri (5.19)’da olduğu gibi alınmıştır. Kontrol sistemi bozucu ve model belirsizliği (5.20)’de, süreksiz kontrol kazancı (5.21)’de, kayma yüzeyi parametresi  $c_1=1.225$ ,  $c_1(t)$  için maksimum izin verilen sınır değeri  $c_{1max}=1.5$  yine bir önceki bölümde olduğu gibi seçilmiştir.

SMC-SVM için Bölüm 4’te üzerinde durulan tasarım parametreleri tüm SVM- $i$  ( $i=I,II,III$ ) için  $C=1000$  ve  $\varepsilon=0.01$  olarak seçilmiştir. Çekirdek fonksiyonu (4.20)’de verilen RBF seçilmiş ve çekirdek fonksiyonu parametresi tüm SVM- $i$  ( $i=I,II,III$ ) için  $\sigma=0.03$  olarak alınmıştır.

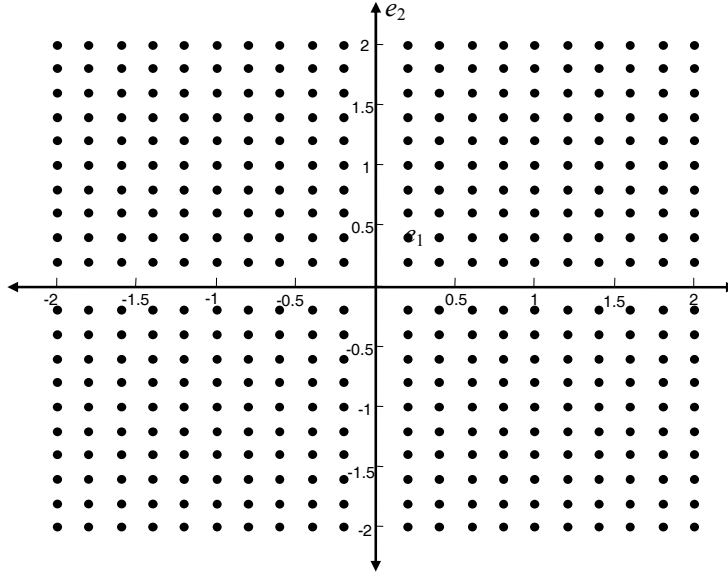
Tüm bilgisayar benzetimleri için  $T_s=0.001s$  alınmıştır. SVM bloğunu eğitmek için  $x_1(0) \in [-2;2]$  ve  $x_2(0) \in [-2;2]$  olmak üzere 0.2 aralıklarla oluşturulan ızgaradan örnekler alınmıştır; fakat  $x_1(0)=0$  veya  $x_2(0)=0$  olduğu değerler kullanılmamıştır. Alınan bu örneklerin hata durum uzayındaki konumları Şekil 5.22’de verilmiştir. Bu eğitim örnekleri için önce GA ile uygun parametre değerleri bulunarak bir eğitim giriş-çıkış verileri tablosu elde edilmiş ve SVM bloğu bu verilerle eğitilmiştir.

Eğitim kümesindeki tüm noktalar için SMC-SVM, SMC-C ve SMC-GA için elde edilen başarımların ortalaması Tablo 5.6’da verilmiştir. Görüldüğü gibi SMC-GA ve SMC-SVM başarımları SMC-C<sub>2</sub>’ye göre çok daha iyidir. SMC-SVM için eğitim sonuçlarının kabul edilebilir olduğu SMC-GA ile yakın sonuçlar elde edilmesinden anlaşılmaktadır.

Test verisi ise  $x_1(0) \in [-2;2]$  ve  $x_2(0) \in [-2;2]$  aralığından  $|x_1(0)| \geq 0.2$  olmak üzere rasgele seçilmiştir. Rasgele üretilen test verileri Şekil 5.23’te gösterilmiştir. İlgili test verisi için elde edilen ortalama başarımların ölçütleri ise Tablo 5.7’de listelenmiştir. Tablodan görüldüğü gibi SMC-SVM yine SMC-GA ile benzer başarımları sağlamaktadır. SMC-GA için burada her yeni



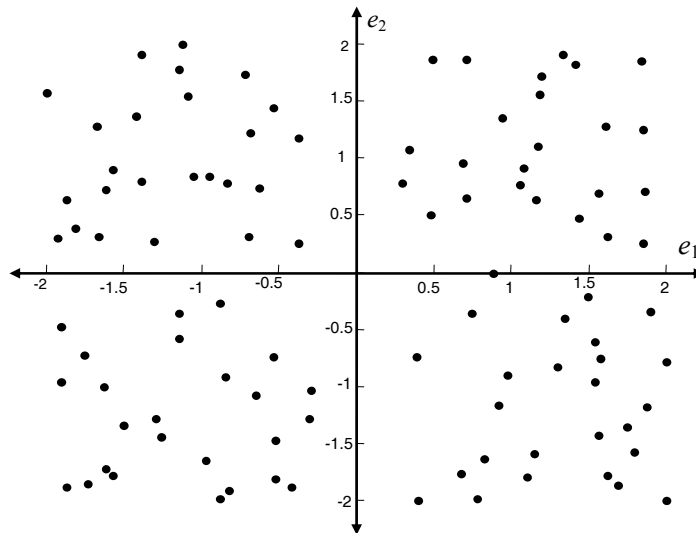
başlangıç noktası için hesaplama zamanı oldukça uzun olan genetik arama işlemi tekrar yapılmak zorundadır. SMC-SVM için ise durum uzayının önceden tanımlı aralıktaki değerlerinden rasgele seçilmiş bir başlangıç noktası için doğrudan tasarım parametresi değerleri elde edilmektedir.



Şekil 5.22. Hata durum uzayından eğitim örneği olarak seçilen başlangıç koşulları

Tablo 5.6. SMC yapılarının eğitim verileri için ortalama başarımların ölçütleri.

	ITSE( $e_1$ )	ITSE( $e_2$ )	$\max\{ u \}$	$t_{reach}$	$t_k$	MSE( $e_1$ )	MSE( $e_2$ )
<b>SMC-C</b>	16.664	1.110	2.700	7.108	0.880	0.415	0.048
<b>SMC-GA</b>	4.709	1.766	3.204	0.880	0.880	0.235	0.078
<b>SMC-SVM</b>	4.840	1.757	3.245	0.880	0.880	0.239	0.076

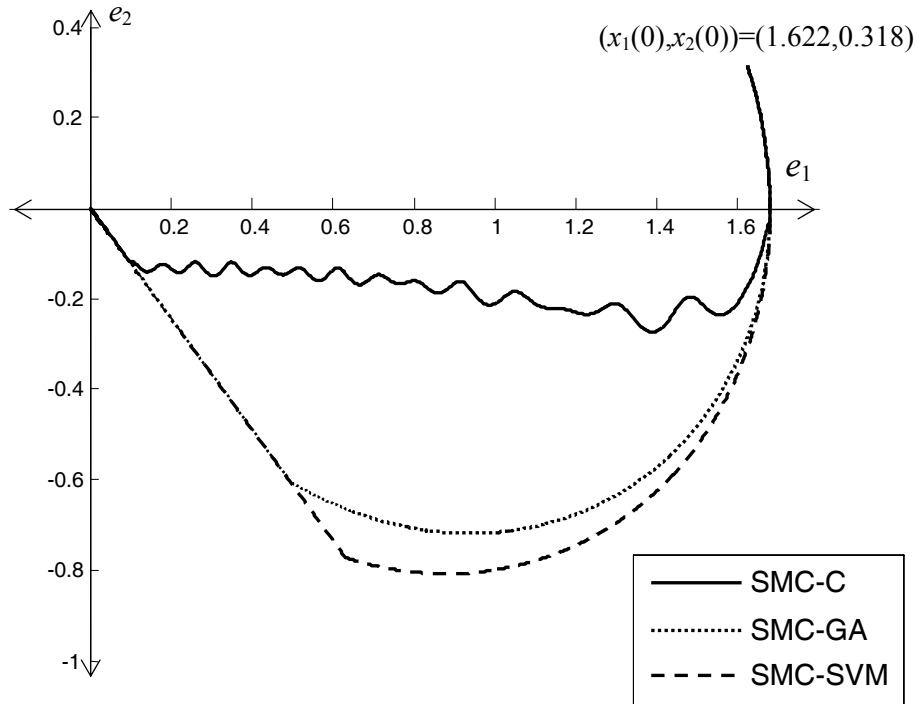


Şekil 5.23. Hata durum uzayından test örneği olarak seçilen başlangıç koşulları.

**Tablo 5.7.** SMC yapılarının test verileri için ortalama başarımlar ölçütleri.

	ITSE( $e_1$ )	ITSE( $e_2$ )	$\max\{ u \}$	$t_{\text{reach}}$	$t_k$	MSE( $e_1$ )	MSE( $e_2$ )
<b>SMC-C</b>	17.484	1.151	2.722	7.254	0.844	0.436	0.050
<b>SMC-GA</b>	5.001	1.830	3.353	0.844	0.844	0.250	0.079
<b>SMC-SVM</b>	5.112	1.810	3.561	0.844	0.854	0.252	0.078

Sistem durumları üzerinde zamanla değişen kayma yüzeyinin etkisini görmek amacı ile rasgele seçilen  $(x_1(0), x_2(0))=(1.612, 0.318)$  test noktası için sistemin durum yörüngeleri Şekil 5.24'te verilmiştir. Görüldüğü gibi SMC-GA ve SMC-SVM dış bozucu ve parametre belirsizliklerinden  $t_k=0.397s$  anından itibaren etkilenmemektedir. Diğer yandan, SMC-C, Şekil 5.24'ten de açıkça görüldüğü gibi sinuzoidal modellenen bozuculardan olumsuz etkilenmektedir.



**Şekil 5.24.** Rasgele seçilen başlangıç noktası için hata durum yörüngesi.

Proje çalışmasının bu bölümünde elde edilen sonuçlardan Bölüm 5.1’de ele alınan, bulanık mantık kuramından yararlanılarak farklı başlangıç noktaları için uygun parametrelerin ayarlanması ile ilgili çalışma

**Tokat S., ve Aydın S.,** “Başlangıç Koşullarına Göre Parametreleri Ayarlanan Açısız Bilgiye Dayalı Kayma Kipli Bulanık Kontrolör Tasarımı,” *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı*, Cilt 1, 309-314, 13-15 Kasım, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, (2008).

çalışması ile yaygınlaştırılmıştır. İlgili çalışma ve sempozyum bilgileri **EK-4**’te sunulmuştur.

Bölüm 5.2’de genetik algoritma ile verilen bir başlangıç noktasına ait uygun parametrelerin bulunması ile ilgili çalışma:

**Tokat S., and Ulusoy L.,** “Genetic Algorithms Applied to Initial Condition Adaptation of a Sliding Mode Controller with a Time-varying Sliding Surface,” *Proceedings of the International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications (INISTA’09)*, 5-11, June 29-July 1, Trabzon, Turkey, (2009).

çalışması ile yaygınlaştırılmıştır. İlgili çalışma ve sempozyum bilgileri **EK-5**’te sunulmuştur.

Bölüm 5.3’te ele alınan destek vektör makineleri ile zamanla değişen kayma yüzeyi parametrelerinin başlangıç koşullarına göre ayarlanması ile ilgili çalışma ise

**Tokat S., Iplikci S., Ulusoy L.,** “Performance Based Sliding Mode Controller using Support Vector Machines,” *The 2nd IFAC International Conference on Intelligent Control Systems and Signal Processing (ICONS’09)*, September 21-23, Istanbul, Turkey, (2009).

çalışması ile yaygınlaştırılmıştır. İlgili çalışma ve sempozyum bilgileri **EK-6**’da sunulmuştur.

#### 5.4.Kaynakça

- BARTOSZEWICZ A.**, A comment on 'A time-varying sliding surface for fast and robust tracking control of second order uncertain systems, *Automatica*, 31(12), 1893–1895, (1995).
- BARTOSZEWICZ A.**, Time-varying sliding modes for second-order systems, *IEE Proceedings: Control Theory Application*, 143(5), 455–462, (1996).
- CHEN J.L., W.-D. Chang**, Feedback linearization control of a two-link robot using a multi-crossover genetic algorithm, *Expert Systems with Applications*, 36, 4154–4159, (2009).
- CHOI S. B., Park D. W., Jayasuriya S.**, A time-varying sliding surface for fast and robust tracking control of second-order uncertain systems, *Automatica*, 30(5), 899–904, (1994).
- CHU C.-H., C.-C. Tsai**, A Heuristic Genetic Algorithm for Grouping Manufacturing Cells, *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Seoul, Korea, Vol:1, (2001), pp: 310-317.
- FANG M.-C., Luo J.-H.**, On the track keeping and roll reduction of the ship in random waves using different sliding mode controllers, *Ocean Engineering*, 34, 479–488, (2007).
- GHAFFARI A., Yazdanpanah M. J.**, Computing Optimized Nonlinear Sliding Surfaces, *Proceedings of the 20th Chinese Control and Decision Conference*, Yantai, P.R. of China, 2-4 July, (2008), pp: 5273-5278.
- HA Q.P.**, Integration of fuzzy logic and sliding mode in variable structure control, *Proceedings of the 5th World Multi-Conference on Systems, Cybernetics and Informatics*, Orlando, Florida, ABD, Vol: 2, July 22-25, (2001), pp: 59-64.
- HOUCK C.R., Joines J., Kay M.**, *A Genetic Algorithm for Function Optimization: A Matlab Implementation*, (Technical Report), North Carolina State University, NCSU-IE TR, 95-09, (1995).
- IGLESIAS E., García Y., Sanjuan M., Camacho O., Smith C.**, Fuzzy surface-based sliding mode control, *ISA Transactions*, 46(1), 73-83, (2007).
- JARAMILLO-MORAN M.A., Peguero-Chamizo J.C., de Salazar E.M., del Valle M.G.**, Sliding mode control of a wastewater plant with neural networks and genetic algorithms, *Lecture Notes in Computer Science, Current Topics in Artificial Intelligence*, Springer Berlin, Heidelberg, vol.4788, (2007), pp. 120-129.
- JI C.-Y., Lee Y.-L., Chen T.-C.**, Based on genetic algorithm and input estimation approach to design a sliding mode controller for flexible-joint robot control system, *Proceedings of the IEEE International Symposium on Intelligent Control*, Singapore, 1-3 October, (2007), pp.481-486.
- KRISTINSSON K., Dumont G.A.**, System identification and control using genetic algorithms, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 22(5), 1033-1046, (1992).
- LI M., Wang F., Gao F.**, PID based sliding mode controller for nonlinear processes, *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 40(12), 2660-2667, (2001).
- LI Y., Ng K.C., Murray-Smith D.J., Gray G.J., Sharman K.C.**, Genetic algorithm automated approach to design of sliding mode control systems, *International Journal of Control*, 63(4), 721-739, (1996).
- MICHALEWICH Z.**, *Genetic Algorithms+Data Structures=Evolution Programs*, 3rd edition, SpringerVerlag, Berlin, Heidelberg, (1999).

- MICHELS K., Klawonn F., Kruse R., Nürnberger A.**, *Fuzzy Control: Fundamentals, Stability and Design of Fuzzy Controllers*, Studies in Fuzziness and Soft Computing, Springer-Verlag New York, Inc. Secaucus, NJ, USA, (2006).
- PANG H.-P., Liu C.-J., Zhang W., Pang H.-P.**, Sliding Mode Fuzzy Control with Application to Electrical Servo Drive, *Proceedings of the 6th International Conference on Intelligent Systems Design and Applications*, Jinan, P.R. of China, 16-18 September, (2006), pp:320-325.
- SHUWEN P., Hongye S., Xiehe H., Jian C.**, Variable structure control theory and application: a survey, *Proc. of the 3rd World Congress on Intelligent Control and Automation*, Hefei, China, vol.4, 28 June-2 July, (2000), pp:2977–2981.
- SONG F., Smith S. M.**, A comparison of sliding mode fuzzy controller and fuzzy sliding mode controller, *Proceedings of the 19th International Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society*, Atlanta, Georgia, USA, 13–15 July, (2000), pp: 480-484.
- TOKAT S., Eksin İ., Guzelkaya M.**, Fuzzy sliding mode controllers and sliding mode fuzzy controllers: a survey, *Proceedings of the Third Triennial ETAI International Conference on Applied Automatic Systems (AAS'2003)*, Ohrid, Makedonya, (2003), pp:69–78.
- TOKAT S., Eksin İ., Güzelkaya M.**, A new design method for sliding mode controllers using a linear time-varying surface, *Journal of Systems and Control Engineering*, 216(6), 455-466, (2002).
- TOKAT S.**, Sliding mode controlled bioreactor using a time-varying sliding surface, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 31(5), 51-70, (2009).
- TSENG C.-H., Chiang H.-K., Chen C.-A.**, Sliding mode genetic speed control of synchronous reluctance motor, *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, Taipei, Taiwan, (2006), pp:2944-2949.
- TZAFESTAS S., Rigatos G.**, A simple robust sliding mode fuzzy logic controller of the diagonal type, *Journal of Intelligence and Robotic Systems*, 26, 353–88, (1999).
- VRDOLJAK K., Peric N., Mehmedovic M.**, Optimal parameters for sliding mode based load frequency control in power systems, *Proceedings of the IEEE International Workshop on Variable Structure Systems*, Antalya, Turkey, (2008), pp. 331-336.
- YONGQIANG J., Xiangdong L., Wei Q., Chaozhen H.**, Time-varying sliding mode controls in rigid spacecraft attitude tracking, *Chinese Journal of Aeronautics*, 21(4), 352-360, (2008).
- YU G.-R.**, Robust control of an experimental helicopter using genetic algorithms, *IEEE International Symposium on Systems, Man and Cybernetics*, Montreal, Canada, 7-10 October, (2007), pp. 2738-2742.
- ZHANG X., Man Z.**, A new fuzzy sliding mode control scheme, *Proceedings of the 3rd World Congress on Intelligent Control and Automation*, Hefei, P.R. of China, 28 June-2 July, (2000), pp:1692-1696.

## 6. GÖZLEYİCİ TABANLI ÇIKIŞ GERİBESLEMELİ KAYMA KIPLİ KONTROL

### 6.1.Giriş

Bu bölüme kadar üzerinde durulan çalışmalar, kontrol işlemine konu olan nicelikleri ölçen algılayıcılar sayesinde kusursuz geribesleme işaretleri kullanılarak yapılan ölçümlere dayanmaktadır. Fakat maliyet, güvenilirlik, algılayıcılara zarar veren tehlikeli ortamların bulunması ve hatta algılayıcının kendisinin neden olabileceği hatalar gibi çok farklı nedenlerle her durum için bir algılayıcı kullanılması uygulamada kusurlu veya uygun olmayan durumda olabilir (Haskara *vd.*, 1998). Bu yüzden geleneksel CSMC yapısında tüm sistem durumlarının tam olarak ölçülüyor olması gerekliliği önemli bir çalışma konusu olarak ele alınabilir (Hernandez ve Sira-Ramirez, 2001).

Gözleyiciler kontrol sistemlerinde algılayıcıların yerine kullanılabilirler. Bu yüzden gözleyici kullanarak dinamik sistemlerin durum kestirimini yapılması endüstriyel birimlerin güvenli ve maliyet odaklı çalışması açısından önemli olduğundan bu konuda çok sayıda çalışma bulunmaktadır (Ellis, 2002). Doğrusal sistemler için durum kestirimi doğrusal süzgeçleme kuramına dayanan teknikler kullanılarak elde edilebilir (Nandam ve Sen, 1990). Fakat uygulamada tüm sistemler kalıtsal olarak çeşitli derecelerden doğrusal olmayan özelliklere sahiptir ve bazı durumlarda doğrusal yaklaşımlar yeterince hassas olmaz. Bu gibi durumlarda doğrusal olmayan süreç modellerine dayanan durum kestirimleri yapılması gerekir (Kandepu *vd.*, 2008).

Doğrusal olmayan modellere dayalı durum kestirimi yapılması gerekliliği ve CSMC algoritmalarının basit yapısı ve gürbüzlük özelliği kayma kipli gözleyici (sliding mode observer – SMO) konusunu gündeme getirmiştir (Krasnova, 2005). SMO yapılarında gözleyici ve sistem arasındaki çıkış hata geribeslemesini doğrusal olarak kullanmak yerine bir süreksiz anahtarlama işareti üzerinden kullanılır (Edwards *vd.*, 2007). Bu özellik sayesinde SMO yapıları model belirsizlikleri ve dış bozuculara karşı CSMC'den edindikleri kalıtsal bir gürbüzlük yeteneğine kavuşmuş olurlar (Spurgeon, 2008). Bu yetenek sayesinde uçuş kontrolü (Xu *vd.*, 2004), güç sistemleri (Bandal ve Bandyopadhyay, 2007), ve robotik yapılar (Gökaşan *vd.*, 2008) gibi farklı alanlarda SMO yapıları kullanım alanı bulabilmiştir. SMO yapıları ilk olarak doğrusal sistemlerde uygulanabilir tasarım yöntemleri elde etmek için kullanılmış (Utkin *vd.*, 2009), daha sonra belirsiz doğrusal sistemlere (Edwards ve Spurgeon,

1994), doğrusal olmayan sistemlere (Slotine *vd.*, 1987) ve zaman gecikmeli doğrusal olmayan sistemlere genişletilmiştir. Doğrusal sistemler için gözleyici durumlarının kayma yüzeyine adım adım sonlu zamanda ulaştığı eşdeğer kontrol kavramı Drakunov ve Utkin (1995) tarafından önerilmiştir. Daha sonra, CSMC'deki eşdeğer kontrol ifadesinin bir karşılığı olarak eşdeğer çıkış enjeksiyon terimi tanımlanarak dış bozuculara sahip doğrusal sistemlere uygulanmıştır (Floquet ve Barbot, 2006).

Rundell *vd.* (1996) tarafından tasarlandığı gibi bir gözleyici yapısından elde edilen durum kestirimlerini kullanan veya Pai (2008) tarafından ele alındığı gibi tüm sistem durumlarını kullanmak yerine sadece sistem çıkışlarını kullanan bir SMC stratejisi çıkış geribeslemeli kayma kipli kontrol (output feedback sliding mode control – OFSMC) olarak adlandırılır. Tek girişli tek çıkışlı sistemler için önerilen OFSMC yapıları Koshkuei ve Zinober, (2000) tarafından eşleşme (matching) koşulunun sağlanmadığı çok giriş çok çıkışlı doğrusal sistemlere uygulanmıştır. Dış bozucular veya model belirsizliklerinin bulunduğu doğrusal olmayan sistemlerde durum kestirimi üzerine de birçok çalışma bulunmaktadır. Choi *vd.* (1999) eşleşme koşulunun olmadığı durumları ele alarak bir SMO tasarımı yapmıştır. Daly ve Wang (2009) ise güncel çalışmalarında Drakunov ve Utkin (1995) ile Floquet ve Barbot (2006) tarafından doğrusal sistemler için önerilen düşünceden yola çıkarak dış bozucuların bulunduğu doğrusal olmayan sistemler için bir OFSMC yapısı elde etmişlerdir.

Daly ve Wang (2009) tarafından önerilen çalışmada kayma yüzeyi tasarım parametrelerinin seçimi izleme hatasını azaltacak şekilde seçilmektedir. Yani sistemin çıkış izleme başarımı tamamen parametrelerin uygun şekilde seçimine bağlıdır. İzleme başarımı elbette doğrudan süreksiz kontrol kazancı artırılarak da iyileştirilebilir. Fakat basitçe sınır katmanı yaklaşımı gibi bir çatırtı zayıflatma veya yok etme yöntemi kullanıldığında bile çatırtıyı yok etmek için gerekli sınır katman genişliği de süreksiz kontrol kazancının değerine bağlı olmaktadır. Bu yüzden daha büyük süreksiz kontrol kazancı kullanmak uygun bir çözüm olmayacaktır.

Proje çalışmasının bu bölümünde ilk olarak OFSMC yapısına Bölüm 3.1'de önerilmiş olan açısız zamanla değişen kayma yüzeyiyöntemi uygulanmıştır. Geleneksel CSMC veya DSMC için önerilmiş olan zamanla değişen kayma yüzeyi tasarım yöntemleri bulunmaktadır (Hu, 2009; Bartoszewicz ve Nowacka-Leverton, 2009; Tokat, 2009). Fakat bu çalışmalarda sistem durumlarının doğrudan ölçülebildiği varsayılmış ve kayma yüzeyi ve kontrol kuralı doğrudan ölçülen sistem durumları ile elde edilmiştir. Proje çalışmasının bu aşamasında, yukarıda

belirtilen bu çalışmalardan farklı olarak kayma yüzeyi ve kontrol kuralı sistem durumlarının kestirimleri kullanılarak elde edilmiş ve çıkış izleme hatası iyileştirilmeye çalışılmıştır. Ayrıca zamanla değişen kayma yüzeyi kullanılmadığı duruma göre sistem gürbüzlüğüne bozulmamasına da çalışılmıştır.

Daly ve Wang (2009) tarafından yapılan çalışmada OFSMC yapısı dış bozucuların bulunduğu durumda ele alınmış ve belirli varsayımlar altında kararlılık ispatlanarak asimtotik yörünge izleme davranışı sağlanmıştır. Bu amaca ulaşmak için gözleyici kazançlarının ve kayma yüzeyi parametresinin kabul edilebilir bir yörünge izleme davranışı elde etmek için uygun şekilde seçilmesi gerekmektedir. Daly ve Wang (2009) parametrelerin uygun seçilmesi gerektiğini belirtmiştir. Fakat parametre seçimi için herhangi bir yöntem önerilmemiştir. Parametreler kabul edilebilir yörünge izleme hatasını elde edecek şekilde elle ayarlanmaktadır.

Proje çalışmasının bir sonraki bölümünde Daly ve Wang (2009) tarafından önerilen OFSMC yapısı ele alınmıştır. Öncelikle izleme başarımını iyileştirmek amacı ile sistem durum kestirimlerine dayanan bir kayma yüzeyi ve açısız bilgi kullanan zamanla değişen kayma yüzeyi parametresi ile yörünge izleme başarımı iyileştirilmeye çalışılmıştır. Daha sonra ise uygun gözleyici kazanç değerlerinin bulunması için Bölüm 4'te anlatılmış olan SVM yapısından yararlanılmıştır.

## **6.2.Zamanla Değişen Kayma Yüzeyine Sahip Çıkış Geribeslemeli Kayma Kipli Kontrolör**

### **6.2.1. Önerilen Yapı**

İkinci mertebeden, tek giriş tek çıkışlı kanonik biçimdeki doğrusal olmayan bir sistem

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})(u(t) + d(t)) \\ y &= x_1\end{aligned}\tag{6.1}$$

şeklinde verilebilir. Burada  $\mathbf{x}=[x_1, x_2]^T$  durum vektörü,  $u(t)$  kontrol işareti,  $d(t)$  dış bozucular,  $f(\mathbf{x})$ ,  $b(\mathbf{x})$  sistem karakteristiğini belirleyen doğrusal olmayan fonksiyonlardır (Barbot vd., 2002; Daly ve Wang, 2009). Bölüm 3'te ele alındığı gibi izleme problemi için zamanla değişen ve doğrusal kayma yüzeyi (3.1)'de olduğu gibi yazılabilir. Sistem hata



durumlarının  $s(e,t)$  üzerinde olduğu varsayılır, dış bozucular ihmal edilir ve kayma yüzeyinin türevi alınırsa

$$\dot{s}=\dot{c}_1 e_1+c_1 \dot{e}_1+\dot{x}_2-\dot{x}_{2d}=0 \quad (6.2)$$

olarak yazılabilir. Sistemde  $b(\mathbf{x}) \neq 0$  olduğu varsayımı altında ve  $\dot{x}_{1d}=x_{2d}$  olarak yerine koyulursa, eşdeğer kontrol işareti  $u_{eq}(t)$

$$u_{eq}(t)=-b^{-1}(\mathbf{x})(f(\mathbf{x})-\dot{x}_{2d}+\dot{c}_1 e_1+c_1 \dot{e}_1) \quad (6.3)$$

olarak elde edilebilir. Denklem (6.1)'de sadece  $y$  sistem çıkışı ölçülmektedir. Sistem durumları  $y$  çıkışı kullanılarak bir gözleyici yardımı ile şu şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + \lambda_1 \operatorname{sgn}(y - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= f(\hat{\mathbf{x}}) + b(\hat{\mathbf{x}})u + E_1 \lambda_2 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) \end{aligned} \quad (6.4)$$

Burada

$$\tilde{x}_2 = \hat{x}_2 + (\lambda_1 \operatorname{sgn}(x_1 - \hat{x}_1))_{eq} \quad (6.5)$$

olarak bir eşdeğer ifadesi ile tanımlıdır ve  $(\cdot)_{eq}$  eşdeğer ifadesi bir alçak geçiren süzgeç ile elde edilir (Haskara *vd.*, 1998; Barbot *vd.*, 2002; Daly ve Wang, 2009). Uygun  $\lambda_1, \lambda_2$  gözleyici kazançlarının seçimi ile, gözleyici durumu  $\hat{x}_1$  ilk olarak sistem durumu  $x_1$  değerine ulaşır ve daha sonra  $\hat{x}_2$  gözleyici durumu  $x_2$  değerine ulaşır. Daly ve Wang (2009) tarafından sistem durum kestirimlerinin kullanılan SMO yapısı ile sonlu zamanda gerçek sistem durumlarına ulaştığı ispatlanmıştır. Bu çalışmada (3.1) biçimi yerine

$$\hat{s}(\hat{\mathbf{e}}, t) = \mathbf{c}^T(t) \hat{\mathbf{e}} \quad (6.6)$$

kullanılmıştır. Bu durumda  $\hat{\mathbf{e}} = [\hat{e}_1, \hat{e}_2]^T$  kestirilen hata durum vektörü ve  $\hat{e}_i = \hat{x}_i - x_{id}$   $i$ . kestirilen hata durum değişkenidir. Eğer sistem durumlarına ve bu yüzden  $u(t)$  değerine doğrudan erişilemiyorsa, durum kestirimlerini kullanarak  $u_{eq}$  aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$u_{eq}(t) = -b^{-1}(\hat{\mathbf{x}}) \left( f(\hat{\mathbf{x}}) - \dot{x}_{2d} + \dot{c}_1 \hat{e}_1 + c_1 \dot{\hat{e}}_1 \right) \quad (6.7)$$

Toplam kontrol kuralı  $u(t)$  ise şu şekilde tasarlanır:

$$u(t) = u_{eq}(t) + k_g \operatorname{sgn}(\hat{s}) \quad (6.8)$$

Burada  $k_g \operatorname{sgn}(\hat{s})$  süreksiz kontrol girişi ve  $k_g$  ise süreksiz kontrol kazancıdır. Daly ve Wang (2009) tarafından sunulan geleneksel OFSMC kuralı (6.7) ve (6.8) denkleminde doğrudan

$\dot{c}_1=0$  alınarak elde edilebilir.

Lyapunov fonksiyonu aday olarak  $V=1/2\hat{s}^2$  seçilirse, sistem durumlarına ait yörüngeler boyunca Lyapunov fonksiyonu türevinin aşağıda verilen ulaşma koşulunu sağlaması gerekir.

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \hat{s}\dot{\hat{s}} \\ &= \hat{s}(\dot{\hat{e}}_2 + c_1\dot{\hat{e}}_1 + \dot{c}_1\hat{e}_1) \\ &= \hat{s}(\dot{\hat{x}}_2 - \dot{x}_{2d} + c_1(\dot{\hat{x}}_1 - \dot{x}_{1d}) + \dot{c}_1\hat{e}_1)\end{aligned}\quad (6.9)$$

Denklem (6.7)'yi (6.8)'de, buradan elde edilen kontrol kuralını (6.4)'te ve sonuçta elde edilen  $\hat{x}_2$  değeri (6.9)'da yerine koyulursa ulaşma koşulu

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \hat{s}[-c_1\hat{e}_2 - b(\hat{\mathbf{x}})k_g \operatorname{sgn}(\hat{s}) + \\ &\quad E_1\lambda_2 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) + c_1(\dot{\hat{x}}_1 - \dot{x}_{1d})]\end{aligned}\quad (6.10)$$

şeklinde elde edilir.  $\dot{x}_{1d}=x_{2d}$  alınır ve denklem (6.4)'ten elde edilen  $\dot{\hat{x}}_1$  (6.10)'da yerine koyulursa

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \hat{s}[-b(\hat{\mathbf{x}})k_g \operatorname{sgn}(\hat{s}) + \\ &\quad E_1\lambda_2 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) + c_1\lambda_1 \operatorname{sgn}(y - \hat{x}_1)] \\ &\leq [-b(\hat{\mathbf{x}})k_g + (c_1\lambda_1 + \lambda_2)]|\hat{s}|\end{aligned}\quad (6.11)$$

yazılabilir. Kestirilen sistem durumlarının kayma yüzeyine ulaştığını göstermek için,  $\kappa$  küçük pozitif bir sayı olmak üzere  $\dot{V} \leq -\kappa|\hat{s}|$  sağlanmalıdır. Böylece, (6.11)'den

$$k_g = -b^{-1}(\hat{\mathbf{x}})(c_1\lambda_1 + \lambda_2 + \kappa)\quad (6.12)$$

olarak alınabilir. Bu durumda Daly ve Wang (2009) tarafından verilen kararlılık analizleri önerilen kontrol kuralı (6.7) ile etkilenmemiş olur. Daly ve Wang (2009) tarafından verilen kararlılık analizlerinden, kestirilen durumların gerçek durumlara sonlu zamanda ulaşmasını sağlamak amacı ile gözleyici kazançlarının aşağıdaki koşulları sağlaması gerektiği gösterilmiştir:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &> |x_2 - \hat{x}_2| + \kappa_1 \\ \lambda_2 &> |f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})(u + d) - (f(\hat{\mathbf{x}}) + b(\hat{\mathbf{x}})u)| + \kappa_2\end{aligned}\quad (6.13)$$

Burada  $\kappa_1, \kappa_2$  küçük pozitif reel sabitlerdir (Daly ve Wang, 2009). Bu yüzden, bu sınırlar  $c_1$  kayma yüzeyi parametresini ayarlarken mutlaka sağlanmalıdır.

## 6.2.2. Benzetim Sonuçları

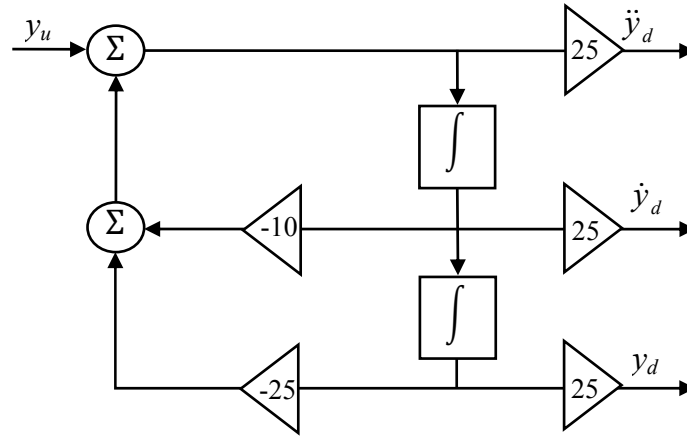
Bilgisayar benzetimleri için Daly ve Wang (2009) tarafından verilen sistem ele alınmıştır. Sistem (1.20) parametreleri ikinci derece için

$$\begin{aligned} f_1(\mathbf{x}) &= x_1 + x_2^2 \\ b(\mathbf{x}) &= 1 \end{aligned} \quad (6.14)$$

olarak alınmıştır. Bu çalışmada, yörünge izleme problemi ele alınmıştır. Kontrol algoritması  $x_{1d}$ 'ye eşit olarak alınan  $y_d$  arzu edilen çıkış işaretinin ilk iki türevine gereksinim duyduğu için Şekil 6.1'de olduğu gibi ikinci dereceden bir süzgeç kullanılarak arzu edilen çıkışlar üretilmiştir. Bu süzgeç sayesinde çıkış referans yörüngesi  $y_d$  ile birinci ve ikinci türevleri elde edilmektedir. Süzgeç giriş işareti  $y_u$

$$y_u = \frac{\pi}{2} - 1.9 + \sin(t) + \sin(2t) \quad (6.15)$$

şeklinde modellenmiştir. Burada  $y_u$  süzgeçten geçmemiş referans yörüngesidir (Daly ve Wang, 2009).



**Şekil 6.1.** (6.14) sisteminde kullanılan süzgeçlenmiş  $y_d$  çıkış referans yörüngesi ile birinci ve ikinci türevleri

Benzetimler boyunca sınırlı dış bozuculara olan gürbüzlüğü göstermek için  $d(t)$  sinusoidal bir işaret olarak

$$d(t) = \sin(\pi t) \quad (6.16)$$

şeklinde modellenmiştir. Parametre belirsizliklerinin olmadığı varsayılmış ve (1.20) yapısında  $\Delta_1 = 0$  alınmıştır. Tüm kontrolörler için, (6.8)'de geçen süreksiz kontrol kazancı (6.12)'yi

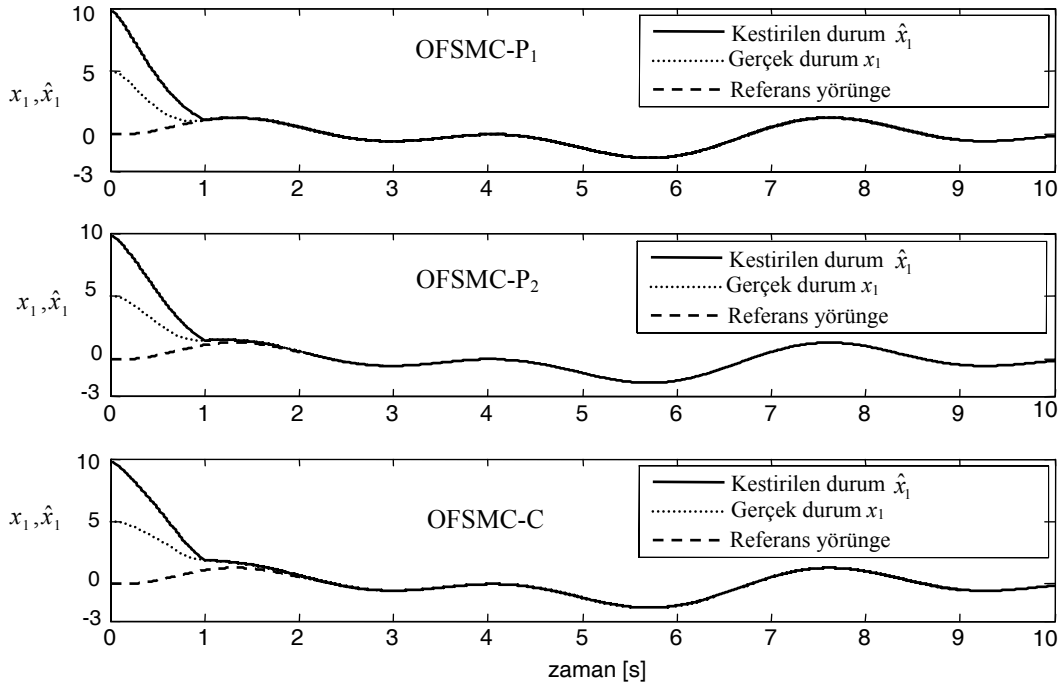
sağlayacak şekilde  $k_g=18$  olarak alınmıştır. Tüm OFSMC'ler için SMO yapısı (6.4)'teki gibi alınmıştır ve  $\tilde{x}_2$ 'yi elde etmek için bant genişliği  $w_n=20\text{rad/s}$  olan birinci mertebeden alçak geçiren filtre kullanılmıştır. Benzetimler önerilen zamanla değişen kayma yüzeyine sahip çıkış geribeslemeli SMC (OFSMC-P) ve Daly ve Wang (2009) tarafından önerilen geleneksel OFSMC (OFSMC-C) için koşturulmuştur. OFSMC-P için kayma yüzeyinin zamanla değişen davranışı  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$  tasarım parametreleri ile elde edilmektedir. Açısal değişimin başarıma etkisini analiz etmek amacı ile iki farklı  $\alpha_1$  değeri için benzetimler elde edilmiştir. İlk olarak (OFSMC-P<sub>1</sub>),  $\alpha_1=0.7$  alınarak açısal değişim ile  $c_1(t)$ 'nin zamana göre doğrusal olmayan değişiminden yararlanılmaya çalışılmıştır. İkinci olarak ise  $\alpha_1=0.01$  seçilerek Bartoszewicz (1995) tarafından verilen zamanla değişen kayma yüzeyi davranışını taklit edecek bir değişim elde edilmeye çalışılmıştır. Her iki OFSMC-P<sub>i</sub> ( $i=1,2$ ) için de  $\alpha_0=1.1$  olarak alınmıştır.

Benzetimler Matlab/Simulink ortamında gerçekleştirilmiş ve sıradan diferansiyel denklem çözümleri CSMC ve gözleyicinin süreksiz doğasını gerçeklemek için Euler sayısal entegrasyon yöntemi kullanılmıştır. Benzetim ortamında  $T_s=0.00001\text{s}$  sabit örnekleme aralığı kullanılmıştır. Tüm benzetimler  $[0,10]\text{s}$  zaman aralığında gerçekleştirilmiştir. Tüm kontrolörler için  $c_1=2$  olarak alınmıştır. Daly ve Wang (2009) tarafından verilen kararlılık koşulları göz önünde bulundurularak, kayma kipli gözleyici kazançları  $\lambda_1=5$ ,  $\lambda_2=8.5$  olarak seçilmiştir. OFSMC-P<sub>1</sub> ve OFSMC-P<sub>2</sub> için  $t_k=0\text{s}$  ve  $t_f=0.72\text{s}$  seçilerek dönme süreleri eşit alınmıştır. OFSMC-C yapısı OFSMC-P yapısından (6.7)'de sadece  $\dot{c}_1=0$  alınarak elde edilmiştir.

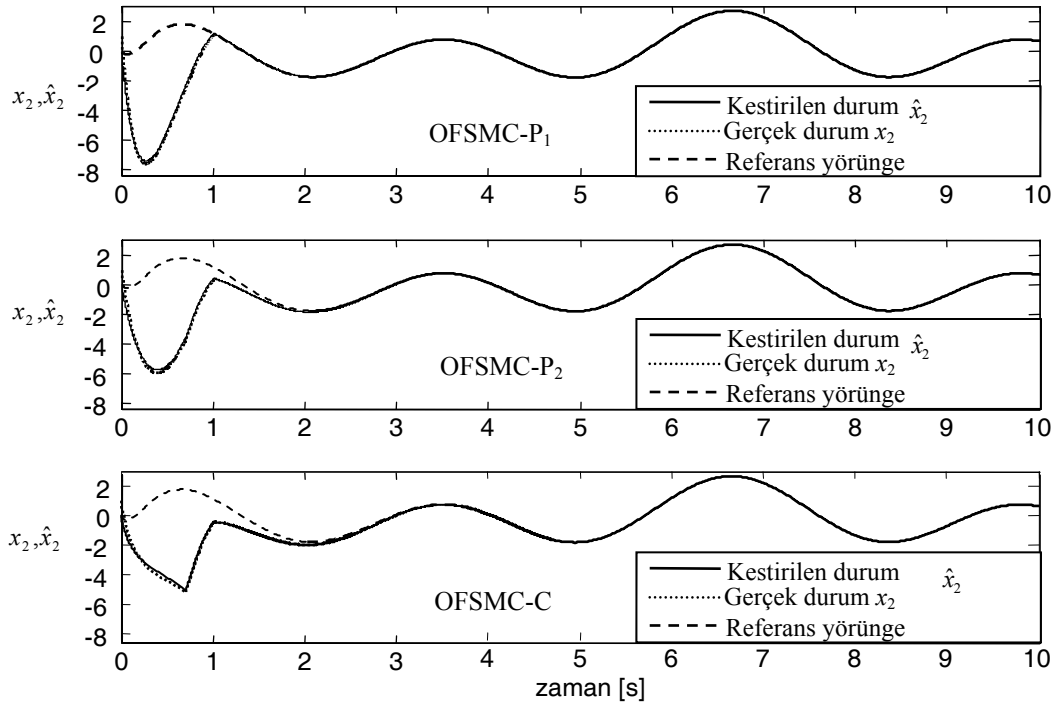
İşleme başlamadan önce gözleyicinin entegratör devreleri için başlangıç koşullarının belirlenmesi gerekir. Çünkü gözleyici başarıma gözleyici başlangıç koşullarının seçiminden olumsuz etkilenir. Bu yüzden elimizde başkaca bir bilgi olmadığından  $x_1(0)$  ve  $x_2(0)$  değerlerinin sırası ile  $[0;20]$  ve  $[-10;10]$ , arasında olduğu varsayımı ile gözleyici başlangıç koşulları  $x_1$  ve  $x_2$ 'nin bu bölgedeki ortalaması olan  $\hat{x}_1(0)=10$  ve  $\hat{x}_2(0)=0$  olarak seçilmiştir.

Kestirilen ve gerçek sistem durumlarının zaman yanıtları Şekil 6.2 ve 6.3'te verilmiştir. Başlangıçta, tüm kontrolörler için gözleyici başlangıç koşulları ve sistem başlangıç koşulları arasındaki uyumsuzluktan dolayı geçici bir gözlem hatası bulunmaktadır. Fakat yaklaşık 1s sonra gözleyici durumları gerçek değerlerine adım adım yaklaşmaktadır. Görüldüğü gibi hem OFSMC-P<sub>1</sub> hem de OFSMC-P<sub>2</sub> referans yörüngelerine literatürde verilen OFSMC-C'den daha iyi yaklaşmaktadır. Şekil 6.4'te kayma yüzeyi kestirimi  $\hat{s}$  çizilmiştir. OFSMC-P<sub>1</sub> ve OFSMC-P<sub>2</sub>  $t_k=0$  anından itibaren kayma modunda bulunmasına rağmen OFSMC-C için

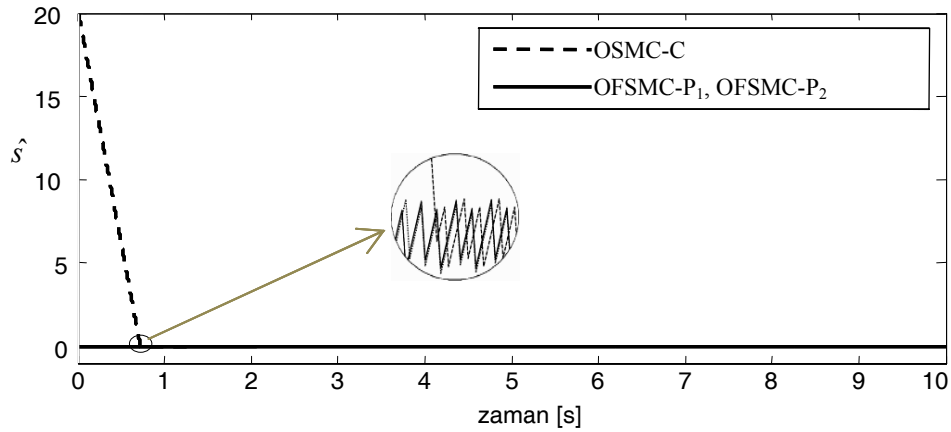
kayma yüzeyi kestirimi başlangıçta büyük değerler almaktadır. Şekil 6.4'te verilen kayma modu hareketi sistem durumlarının kestiriminin elde edilmesini sağlamaktadır. Şekil 6.5 ve 6.6'da gözleyici ve sistem durumlarının ilgili hata durum uzayı davranışı sırası ile verilmiştir. Görüldüğü gibi OFSMC-P<sub>1</sub> en yumuşak hata durum uzayı davranışına sahiptir. Kayma yüzeyindeki çatırtı Şekil 6.7'de verilen süreksiz kontrol işaretinden kaynaklanmaktadır.



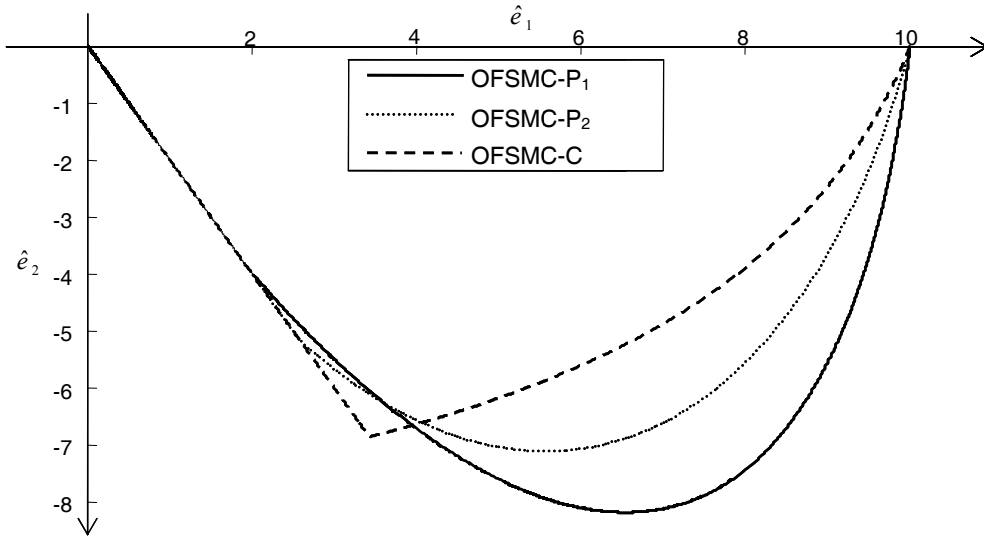
Şekil 6.2. (6.14) sisteminde gerçek ve kestirilen  $x_1$  durumunun zamanla değişimi.



Şekil 6.3. (6.14) sisteminde gerçek ve kestirilen  $x_2$  durumunun zamanla değişimi.



**Şekil 6.4.** (6.14) sisteminde kestirilen durumlara dayalı kayma yüzeyi değişkeninin zamanla değişimi.

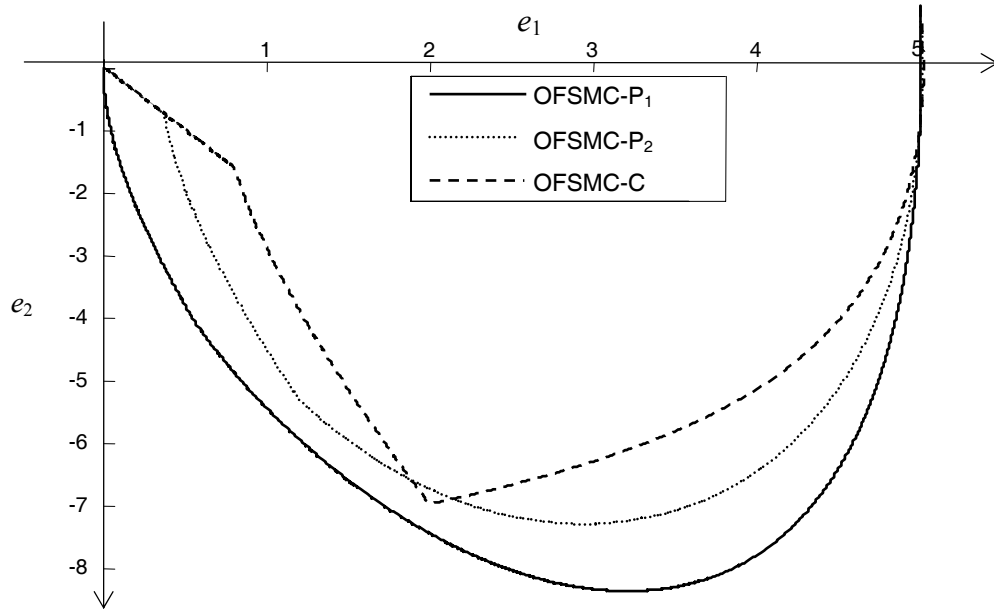


**Şekil 6.5.** (6.14) sisteminde kestirilen durum hatalarının hata durum uzayı yörüngesi.

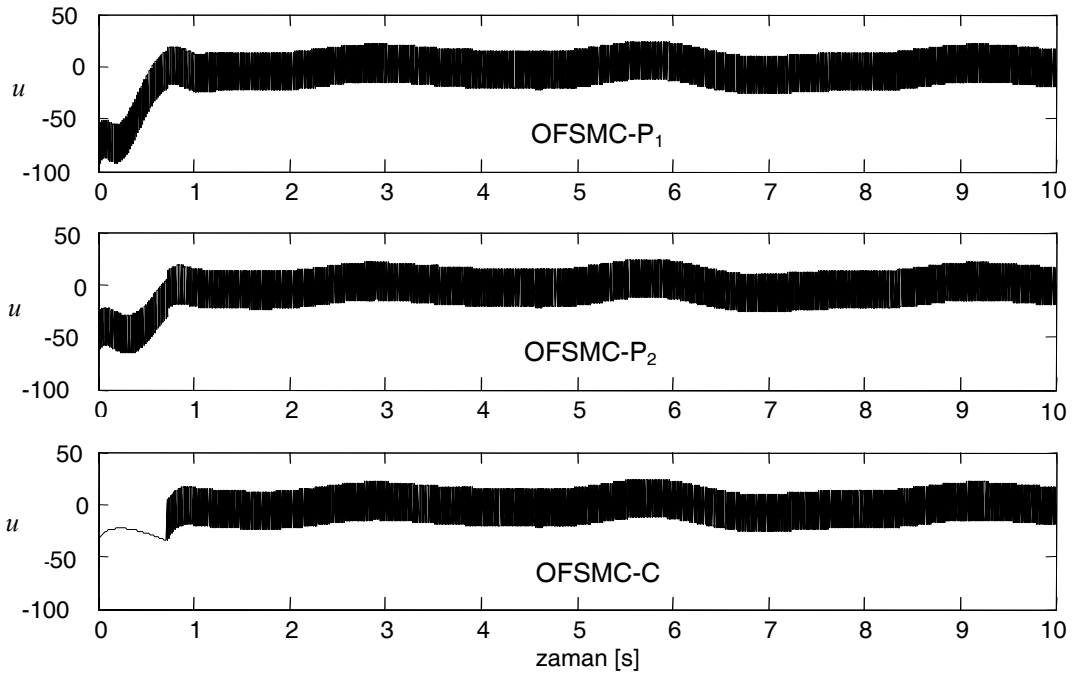
Önerilen OFSMC-P<sub>1</sub> ve OFSMC-P<sub>2</sub> için  $c_1(t)$ 'nin zamanla değişen davranışı Şekil 6.8'de verilmiştir. Verilen tasarım parametreleri ile  $c_f=2$  son değerine hem OFSMC-P<sub>1</sub> hem de OFSMC-P<sub>2</sub> için beklendiği gibi  $t_f=0.72s$  anında ulaşılmaktadır. Bunun yanında OFSMC-P<sub>1</sub> için  $c_1$  değişimi seçilen  $\alpha_0, \alpha_1$  tasarım parametrelerine bağlı olarak doğrusal olmayan bir biçimde oluşmaktadır. Bu parametreler farklı şekilde ayarlanarak zamanla değişen farklı kayma yüzeyi stratejileri elde edilebilir. Örneğin OFSMC-P<sub>2</sub> örneğinde  $\alpha_1=0.01$  gibi bağıl olarak küçük bir değer alınarak kayma yüzeyi parametresinin zamanla değişimi Şekil 6.8'de olduğu gibi doğrusal olarak elde edilmiş ve Bartoszewicz (1995) tarafından elde edilen zamanla değişen davranışa benzer bir sonuca ulaşılmıştır.

İzleme başarımının ITSE ölçütü cinsinden değerlendirilmesi Tablo 6.1'de verilmiştir. Önerilen her iki OFSMC-P<sub>1</sub> ve OFSMC-P<sub>2</sub> yapısı da OFSMC-C'den daha iyi ITSE başarım

değerlerine sahiptir. Tablo 6.1’de maksimum kontrol işareti genliği de  $\max\{|u|\}$  olarak ifade edilmiş ve verilmiştir. OFSMC- $P_1$  ve OFSMC- $P_2$  için benzetimin ilk anından itibaren kayma yüzeyi üzerinde bulunulması nedeni ile ilk başta oluşan çattırtı OFSMC-C’ye göre daha yüksek genlikli kontrol işareti oluşmasına neden olmaktadır. Kontrol işaretindeki bu artış bir doyum fonksiyonu kullanılarak azaltılabilir. Tablo 6.1’de verilen ulaşma zamanı  $t_{reach}$  değerlerinden ise OFSMC- $P_1$  ve OFSMC- $P_2$  ile kullanılan zamanla değişen kayma yüzeyi düzenleri sayesinde tamamen ortadan kaldırıldığı görülmektedir.



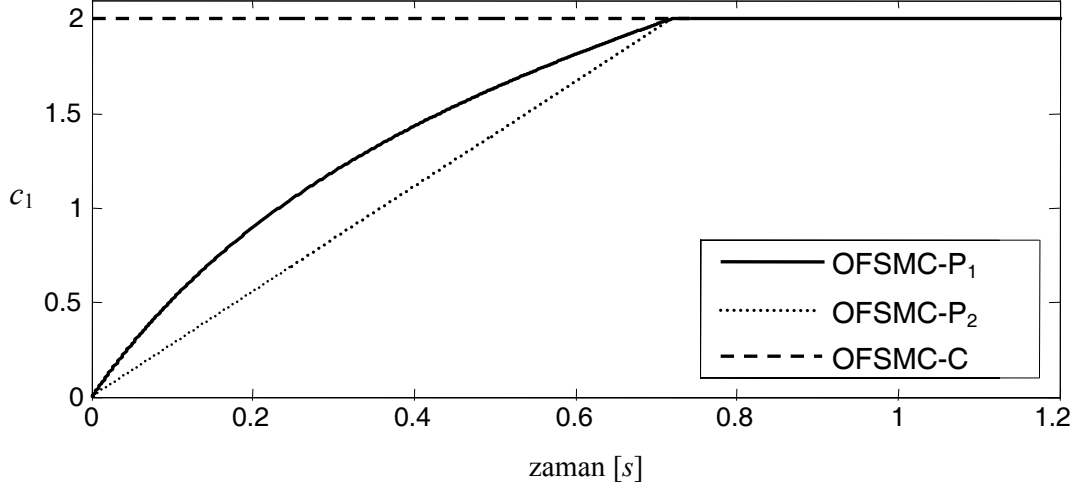
Şekil 6.6. (6.14) sisteminde gerçek hata durumlarının durum uzayı yörüngesi.



Şekil 6.7. (6.14) sistemi için kontrol işaretleri.

**Table 6.1.** (6.14) sisteminde kontrolörlere ait başarımlar ölçütleri.

	OFSMC-P <sub>1</sub>	OFSMC-P <sub>2</sub>	OFSMC-C
ITSE( $e_1$ )	1.49	2.42	3.78
ITSE( $e_2$ )	12.69	12.97	13.38
$\max\{ u \}$	97.51	65.52	36.23
$t_{\text{reach}}(\hat{s})$	0	0	0.71



**Şekil 6.8.** (6.14) sisteminde kayma yüzeyi parametresi  $c_1(t)$ 'nin zamana göre değişimi.

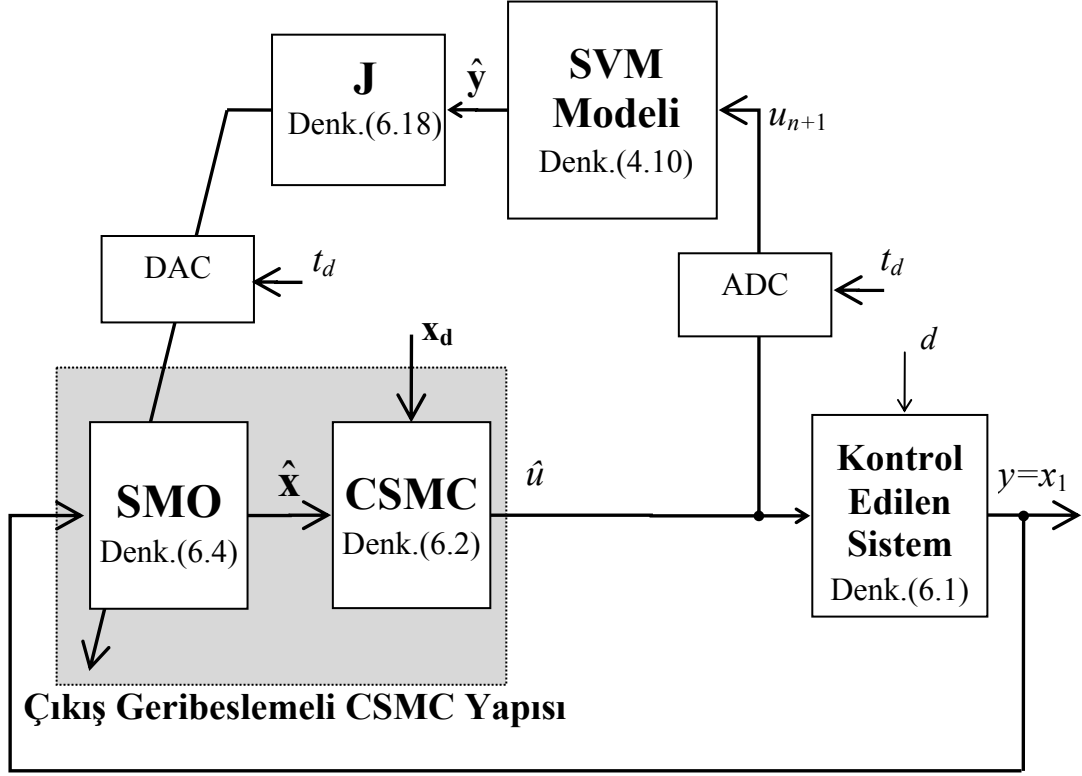
Proje çalışmasının bu bölümünde, sınırlı bozucuların bulunduğu doğrusal olmayan ikinci derece sistemlerin çıkış geribeslemeli kayma kipli kontrolü üzerinde durulmuştur. Çıkış geribeslemesi kullanılarak sistem durumları bir kayma kipli gözleyici kullanılarak kestirilmiştir. Aynı zamanda, açısal ölçekleme ve açısal öteleme parametreleri bulunan zamanla değişen bir kayma yüzeyine sahip CSMC ile sistem durum kestirimlerini temel alan sürekli zamanda değişen bir kayma yüzeyi elde edilerek kontrol sağlanmıştır. Benzetim sonuçlarından, sunulan zamanla değişen açısal kayma yüzeyi düzenine sahip OFSMC ile sabit kayma yüzeyine sahip geleneksel OFSMC yapısına göre sistem yörüngesi izleme başarımında iyileşme sağlandığı görülmüştür. Ayrıca, literatürden alınan doğrusal zamanla değişen kayma yüzeyi düzeninin veya sabit kayma yüzeyi düzeninin önerilen yapıda sadece farklı tasarım parametreleri seçilerek elde edilebileceği gösterilmiştir.

Proje çalışması proje taslağında da belirtildiği gibi ikinci derece sistemleri ele almaktadır. Fakat, verilen tasarımdaki hem gözleyici hem de kontrolör kısımları yüksek derece sistemlere de uygulanabileceği için yüksek derece sistemler için de genişletilebilir. Proje çalışmasını tamamladıktan sonra bu konu üzerinde de durulması düşünülmektedir.



### 6.3. Destek Vektör Makineleri ile Çıkış Geribeslemeli Kayma Kipli Kontrolöre ait Gözleyici Kazançlarının Ayarlanması

#### 6.3.1. Önerilen Yapı



Şekil 6.9. SVM tabanlı gözleyici kazancı ayarlama mekanizmasının şematik gösterilimi.

Proje çalışmasının bu bölümünde ise kayma yüzeyi sabit alınmış ve gözleyici kazancı  $\lambda_1$  güncellenecek parametre seçilerek İplikçi (2009) tarafından önerilen yöntem OFSMC yapısına uygulanmıştır. Bölüm 4'te üzerinde durulan SVM yapısından yola çıkılarak Şekil 4.2'de genel yapısı verilen parametre güncelleme mekanizması CSMC ve SMO'dan oluşan yapı için Şekil 6.9'da olduğu gibi uygulanmıştır. (4.14)'deki Jacobiyen matrisi  $\lambda_1$  için

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{n+1}}{\partial \lambda_1} & \frac{\partial \hat{y}_{n+2}}{\partial \lambda_1} & \dots & \frac{\partial \hat{y}_{n+k}}{\partial \lambda_1} & \frac{\sqrt{\rho} \partial u_{n+1}}{\partial \lambda_1} \end{bmatrix}^T \quad (6.17)$$

şeklinde yazılabilir. Sunulan tasarım ile gözleyici kazancı  $\lambda_1$  her örnekleme anı ( $t_d$ ) için ayrıık olarak güncellenmekte ve sürekli zamanda çalışan SMO yapısındaki parametre güncellenerek bir sonraki örnekleme anına kadar sabit tutulmaktadır.

Bölüm 4'te belirtildiği gibi kontrol kuralı oluşturma mekanizması Jakobiyen matrisi (6.17) ikinci dereceden Taylor serisi yaklaşımı kullanılarak iki farklı parçaya ayrılarak da elde edilebilir. Bu durumda (4.15) gözleyici kazancı ayarlama mekanizmasına uygulanırsa Jakobiyen matrisi

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{n+1}}{\partial u_{n+1}} & \frac{\partial \hat{y}_{n+2}}{\partial u_{n+1}} & \frac{\partial \hat{y}_{n+k}}{\partial u_{n+1}} & \sqrt{\rho} \end{bmatrix}^T \frac{\partial u_{n+1}}{\partial \lambda_1} \quad (6.18)$$

şeklinde elde edilir.  $u_{n+1}$  kontrol işaretinin  $\lambda_1$  parametresine göre kısmi türevi SMO ve SMC bloklarındaki doğrusal olmayan ve karmaşık yapıdan dolayı kolayca elde edilemez. Bu yüzden bunun yerine sayısal bir çözüm olarak

$$\frac{\partial u_{n+1}}{\partial \lambda_1} \approx \frac{\Delta u_{n+1}}{\Delta \lambda_1} \quad (6.19)$$

kullanılmıştır. Daly ve Wang (2009) tarafından verilen kararlılık analizlerinden, kestirilen durumların gerçek durumlara sonlu zamanda ulaşmasını sağlamak amacı ile gözleyici kazançlarının (6.13)'te verilen koşulları sağlaması gerekir. Bu yüzden, bu sınırlar  $\lambda_1$  gözleyici kazancını ayarlarken mutlaka sağlanmalıdır. Başlangıçta,  $\lambda_1$  değeri (6.13) koşullarını sağlayacak şekilde kabul edilebilir değerlerden başlatılır.  $\lambda_1$  ve  $\lambda_2$  kazançlarının uygun şekilde seçilmesi kayma yüzeyi üzerindeki indirgenmiş mertebeden dinamiklerin kararlı olduğunu garanti eder ve bu da referans yörüngenin asimtotik kararlı olduğunu gösterir. Daha iyi gözleyici başarımı elde etmek ve böylece daha iyi çıkış izleme başarımı sağlamak için bu değerlerin ayarlanması gerekir.

### 6.3.2. Benzetim Sonuçları

Önerilen yeni ayarlama mekanizmasının başarımını göstermek amacı ile yatay yüzeyde hareket eden ve yatay kuvvetlerin etkidiği doğrusal olmayan kütle-yay-damper sistemi için bilgisayar benzetimleri yapılmıştır. Sistemin dinamik denklemleri

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + v(\dot{x}, t) + k(x, t) &= u(t) + d(t) \\ v(\dot{x}, t) &= v_0 \dot{x} + v_1 \dot{x} |\dot{x}| \\ k(x, t) &= k_0 x + k_1 x^3 \end{aligned} \quad (6.20)$$

şeklinde dir. Burada  $m$  kütle,  $x(t)$  yerdeğiştirme,  $\dot{x}(t)$  hız,  $v(\dot{x}, t)$  ve  $k(x, t)$  ise sırası ile damper ve yay ait doğrusal olmayan terimlerdir.  $x_1 = x$  ve  $x_2 = \dot{x}$  olarak tanımlarsak ve (6.20)

denklemini (1.20) yapısında yeniden yazacak olursak

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) &= \frac{1}{m}(-v(\dot{x},t) - k(x,t) + u(t) + d(t)) \\ b(\mathbf{x}) &= 1/m \end{aligned} \quad (6.21)$$

elde edilir. Denklem (6.20)'deki sistem parametreleri  $m=1$ ,  $v_0=v_1=0.35$  and  $k_0=k_1=0.55$  olarak alınmıştır. Başlangıç durum değerleri  $x_1(0)=0.5$ ,  $x_2(0)=0$  olarak seçilmiştir. Yörünge izleme problemi ele alınmış ve istenen durum yörüngesi

$$\begin{aligned} x_{d1}(t) &= -0.5\cos(\pi/5) \\ x_{d2}(t) &= 0.1\pi\sin(\pi/5) \end{aligned} \quad (6.22)$$

olarak seçilmiştir. Sınırlı dış bozucular,  $d(t)$ , için gürbüzlük sağlandığını göstermek amacı ile dış bozucular

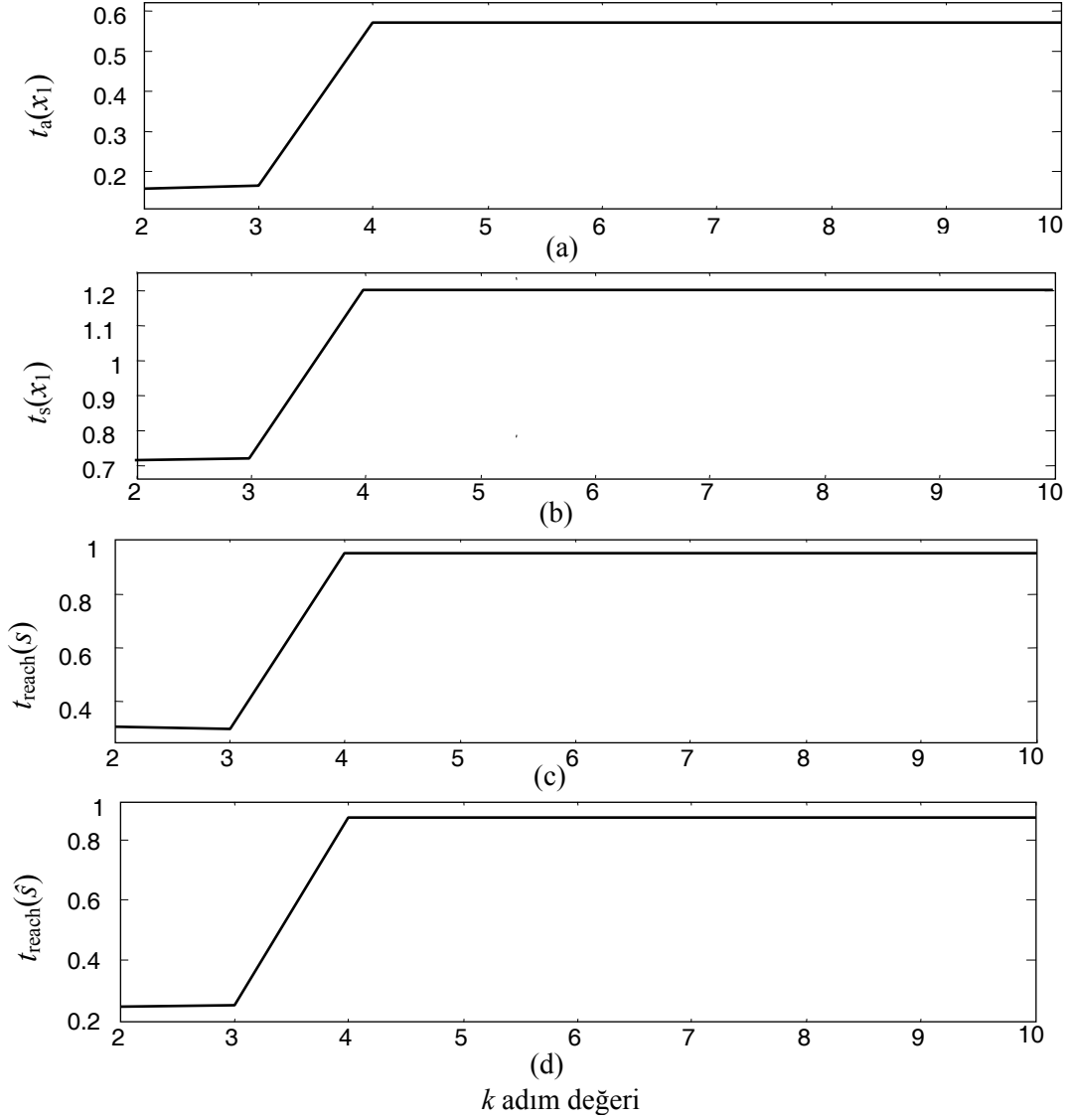
$$d(t) = 0.05 + 0.25\cos(3\pi t) \quad (6.23)$$

şeklinde modellenmiştir. OFSMC yapılarının hepsinde SMO yapısı (6.4)'teki gibidir.  $\tilde{x}_2$  değerini elde etmek için bant genişliği  $w_n=20$  rad/s olan birinci dereceden alçak geçiren süzgeç kullanılmıştır. Tüm kontrolörler için kayma yüzeyi parametresi  $c_1=7$  alınmıştır.

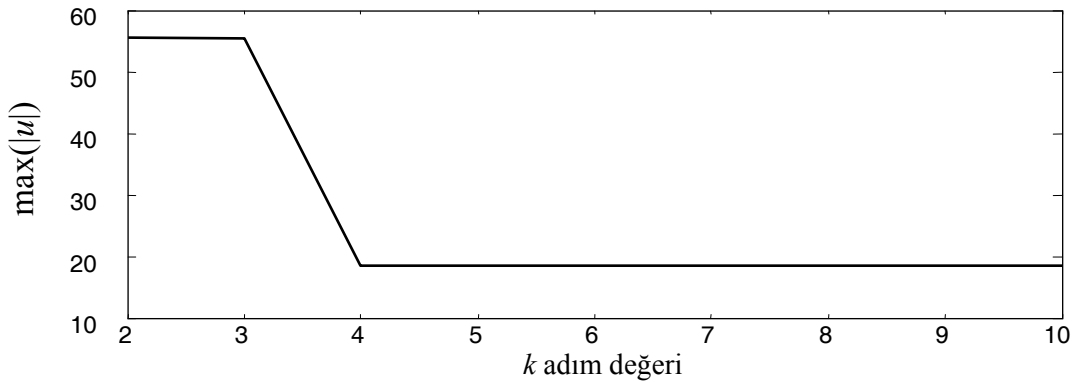
Benzetimler Matlab ortamında metin dosyası olarak Simulink kullanılmadan koşturulmuştur. Sıradan diferansiyel denklem çözücü olarak Runge-Kutta sayısal entegrasyon yöntemi kullanılmıştır. Bilgisayar ortamındaki sürekli zaman sistemlerin benzetim ortamı olarak sürekli zamanlı gözleyici, kontrolör ve sistem için  $T_s=0.0002s$  örnekleme aralığı kullanılmıştır. Diğer yandan, SVM bloğu her  $t_d=0.01s$  aralıklarla gözlemleri alarak ve güncelenecek değerleri hesaplayarak ayrık bir düzende çalışmaktadır. Tüm benzetimler  $[0, 5]s$  zaman aralığında koşturulmuştur. Sistem başarımı gözleyici başlangıç koşullarından etkilenmektedir. Bu yüzden sistem durumlarının başlangıç  $x_1(0)$  ve  $x_2(0)$  değerlerinin orijinde olduğu varsayılarak  $\hat{x}_1(0)=0$  ve  $\hat{x}_2(0)=0$  olarak alınmıştır.

SVM  $k$ -adım ileri sistem davranışını öngörmektedir ve  $k$  adım sayısı bir tasarım parametresidir. Başarım ölçütleri ve kontrol işareti genliği üzerinde  $k$  değerinin etkisini analiz etmek için  $[2;10]$  aralığındaki farklı  $k$  adım değerleri için sistem benzetimi gerçekleştirilmiş ve sonuçlar Şekil 6.10 – 6.15'te verilmiştir. Şekil 6.10'dan görüldüğü gibi başarım en iyi değerini  $k=2$  sınır değeri için almaktadır ve daha sonra  $k \geq 4$  için benzer değerler almaktadır. Buna rağmen Şekil 6.11'den görüldüğü gibi  $k=2$  için bu başarım iyileştirmesi kontrol işareti

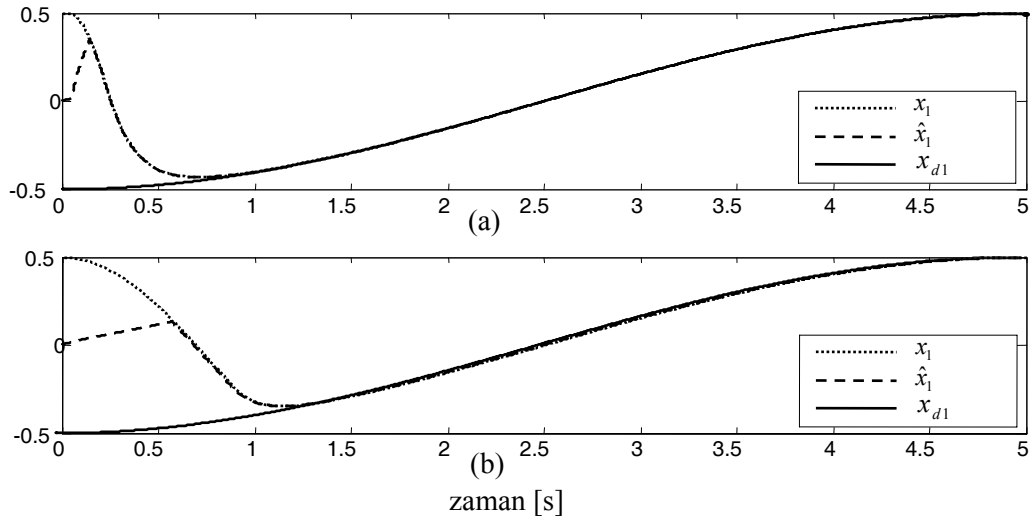
genliğinin artmasına neden olmaktadır. Bu yüzden  $k=2$  ve 4 karşılaştırma amacı ile seçilmiştir. Yörünge izleme ve durum kestirim başarımları Şekil 6.12’de ve kontrol işaretleri Şekil 6.13’te sırası ile  $k=2$  ve 4 adım için verilmiştir.



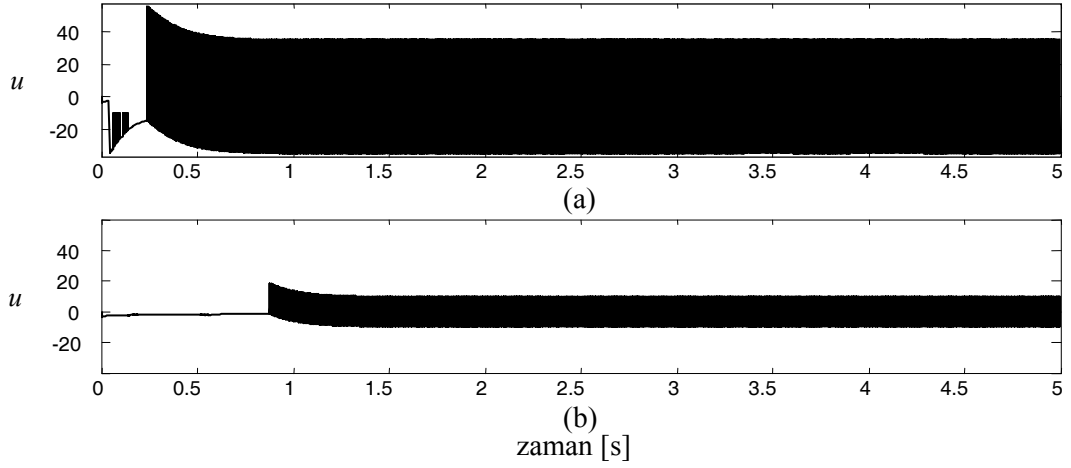
Şekil 6.10. (6.20) sisteminde farklı  $k$  adım değerleri için başarımlar ölçütleri.



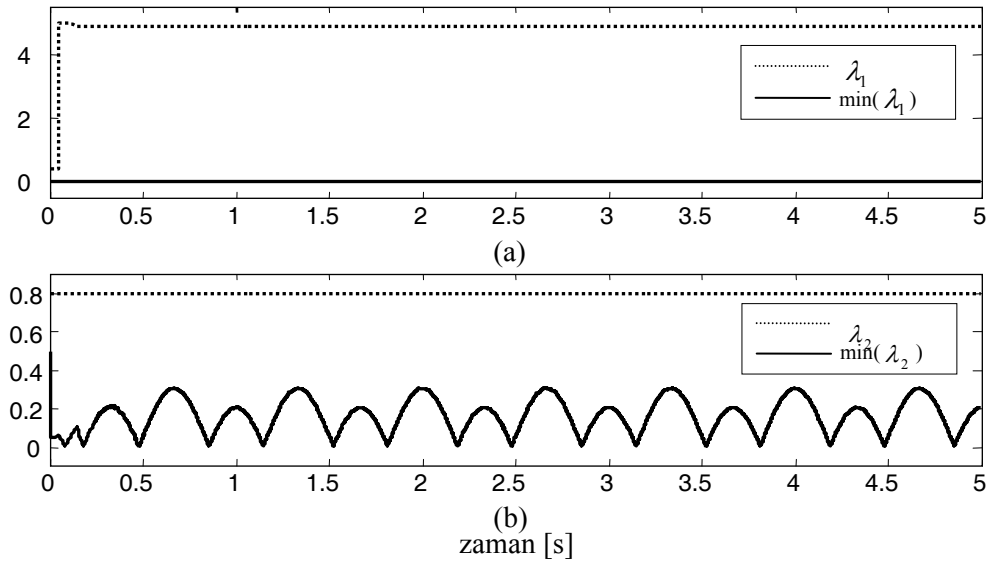
Şekil 6.11. (6.20) sisteminde farklı  $k$  adım değerleri için kontrol işaretinin maksimum genliği.



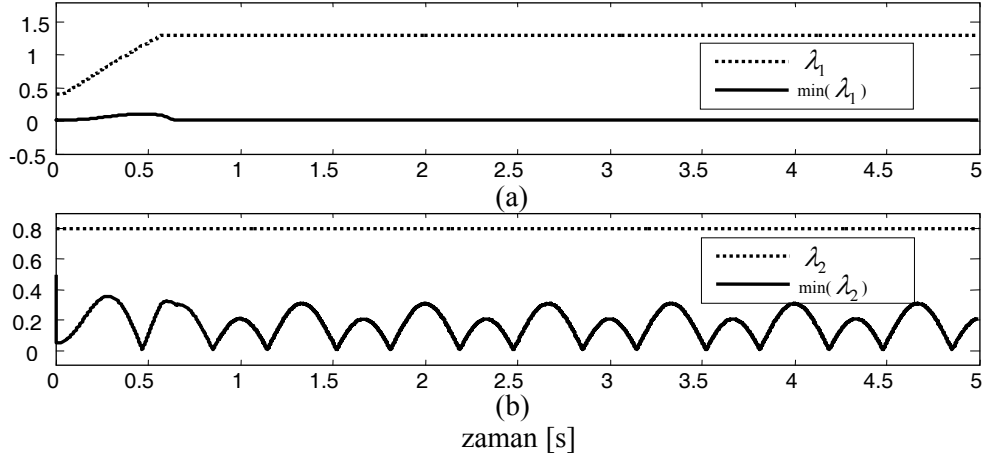
Şekil 6.12. (6.20) sistemi için gerçek, kestirilen ve referans sistem çıkışı  $y=x_1$ : a)  $k=2$ , b)  $k=4$ .



Şekil 6.13. (6.20) sistemi için kontrol işaretleri : a)  $k=2$ , b)  $k=4$ .



Şekil 6.14. (6.20) sisteminde  $k=2$  için gözleyici kazançları ve kararlılık sınırları: a)  $\lambda_1$ ,  $\min(\lambda_1)$ , b)  $\lambda_2$ ,  $\min(\lambda_2)$ .



**Şekil 6.15.** (6.20) sisteminde  $k=4$  için gözleyici kazançları ve kararlılık sınırları: a)  $\lambda_1$ ,  $\min(\lambda_1)$ , b)  $\lambda_2$ ,  $\min(\lambda_2)$ .

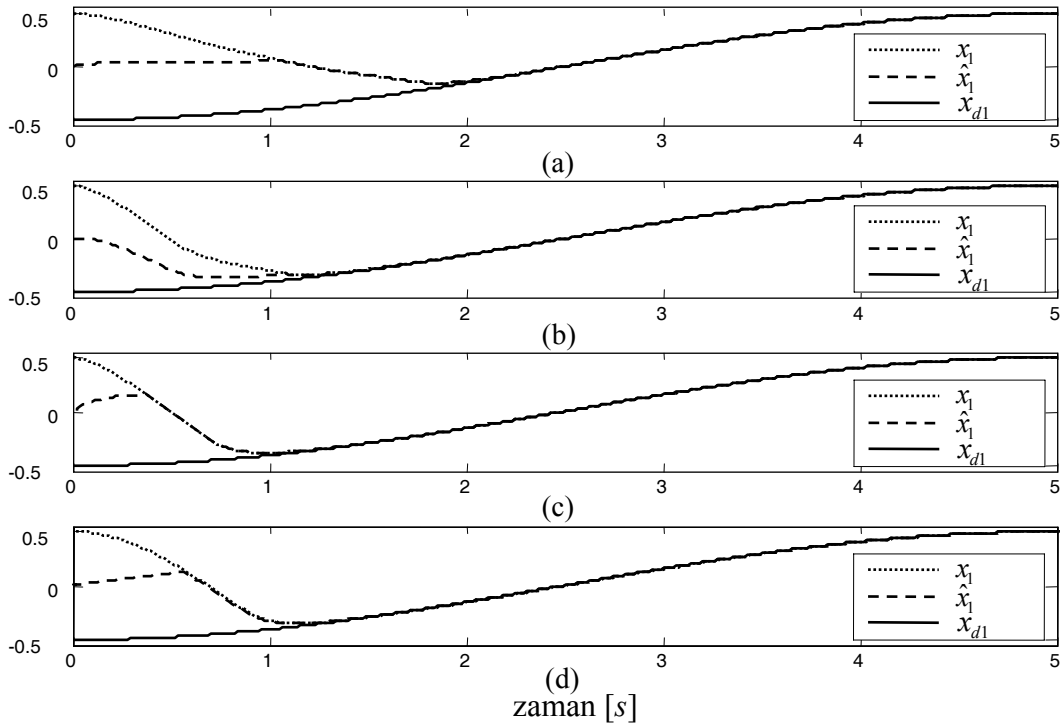
Şekil 6.12’de görüldüğü gibi  $k=2$  elde edilen başarımlar  $k=4$  için elde edilenden daha iyidir. Buna rağmen, Şekil 6.13’te görüldüğü gibi  $k=2$  için kontrol işaretinin genliği geleneksel SMC durumundan çok farklı olarak yaklaşık 60 değerine kadar çıkmaktadır. Şekil 6.12(b)’de  $k=4$  için bakıldığında kontrol işaretinin genliğinin daha uygun olduğu görülmektedir. Sistem kararlığı için (6.13)’te verilen koşulların sürekli sağlanması gerekir. Şekil 6.14 ve 6.15’te  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  değerleri ile bunların (6.13)’ten elde edilen minimum değerleri sırası ile  $k=2$  ve  $k=4$  için çizilmiştir. Güncellenen gözleyici kazançlarının verilen kararlılık koşullarını sağladığı görülmektedir. Kontrol işaretinin genliği gözönüne alınarak bundan sonraki karşılaştırmalar için  $k=4$  adım değeri seçilmiştir. Benzetimler SVM tabanlı kazanç ayarlama mekanizmasına sahip OFSMC (OFSMC-SVM) ve Daly ve Wang (2009) tarafından önerilen geleneksel OFSMC (OFSMC-C) için koşturulmuştur. Kararlılık koşullarını göz önünde bulundurarak OFSMC-C için üç farklı durum ele alınmıştır:

$$\begin{aligned}
 \text{OFSMC-C}_1: & \lambda_1=0.4, \lambda_2=0.8 \text{ ve } k_g=3.61 \\
 \text{OFSMC-C}_2: & \lambda_1=0.4, \lambda_2=0.8 \text{ ve } k_g=9.863 \\
 \text{OFSMC-C}_3: & \lambda_1=1.293, \lambda_2=0.8 \text{ ve } k_g=9.863
 \end{aligned} \tag{6.24}$$

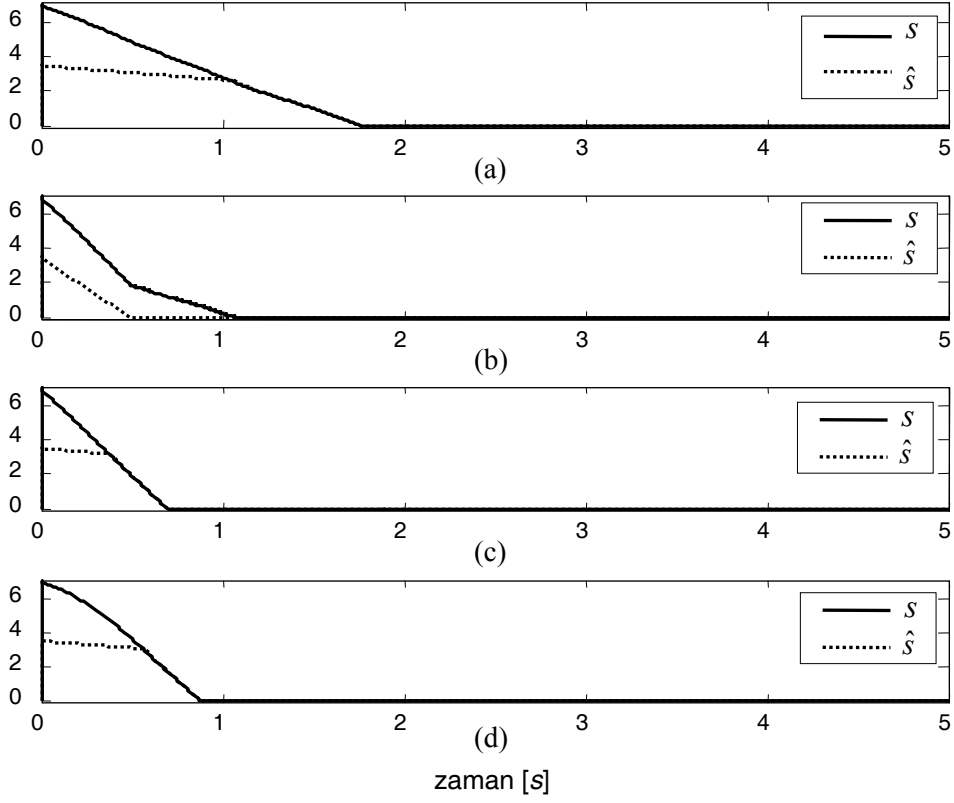
OFSMC-C için bu üç durum SVM düzeni ile elde edilen ayarlanmış değerlerin etkisini göstermek için oluşturulmuştur. OFSMC-C<sub>1</sub>, OFSMC-C<sub>3</sub> ve OFSMC-SVM için (6.8)’deki  $k_g$  değeri (6.12)’den  $\kappa = 0.01$  için hesaplanmıştır. Diğer yandan, OFSMC-C<sub>2</sub> için  $k_g$  değeri OFSMC-SVM ile elde edilemeyen maksimum değer olarak alınmıştır. OFSMC-C<sub>3</sub> sabit bir  $\lambda_1$  değerine sahiptir ve OFSMC-SVM ile ulaşılan son değer alınmıştır ve  $k_g = 9.863$  değeri (6.12)’den sabit  $\lambda_1=1.293$  için elde edilmiştir. OFSMC-SVM için ayarlanan gözleyici kazancı için başlangıç değeri  $\lambda_1(0)=0.4$  olarak alınmıştır.

$\lambda_1$  için sınır değerleri  $\lambda_{1\min}=0.1$  ve  $\lambda_{1\max}=5$  olarak alınmıştır. Bölüm 4'te tanıtılan SVM parametre güncelleme yapısı (4.12)'deki  $s_a$ ,  $\lambda_1$  sınırlarını aşmadan altın bölme (Golden Section) yöntemiyle (4.10) amaç fonksiyonunu her adımda minimum yapacak şekilde hesaplanmış ve harmanlama faktörü  $\mu=0.1$  alınmıştır. (4.10)'daki ceza faktörü ise  $\rho=0.001$  olarak seçilmiştir. Kestirilen sistem çıkışı ve gerçek sistem çıkışı  $y=x_1$  için zaman yanıtları Şekil 6.16'da verilmiştir. Tüm kontrolörler için, gözlemlerin başladığı ilk anda gözleyici başlangıç koşulları sistem başlangıç koşulları ile uyumsuz olduğundan geçici bir gözlem hatası bulunmaktadır. Fakat sonlu bir süre sonunda gözleyici durumları ve böylelikle sistem çıkış kestirimi gerçek değerlerine ulaşmaktadır. Şekil 6.17'de kayma yüzeyi  $s$  ve kayma yüzeyinin kestirimi  $\hat{s}$  çizilmiştir. OFSMC-C<sub>2</sub> için  $k_g$ 'nin artırılması  $t_{reach}(\hat{s})$  değerini iyileştirmektedir. Fakat bu durum  $t_{reach}(s)$  değerinden görüldüğü gibi gözleyici davranışını iyileştirmemektedir. Kontrol işaretleri Şekil 6.18'de verilmiştir.

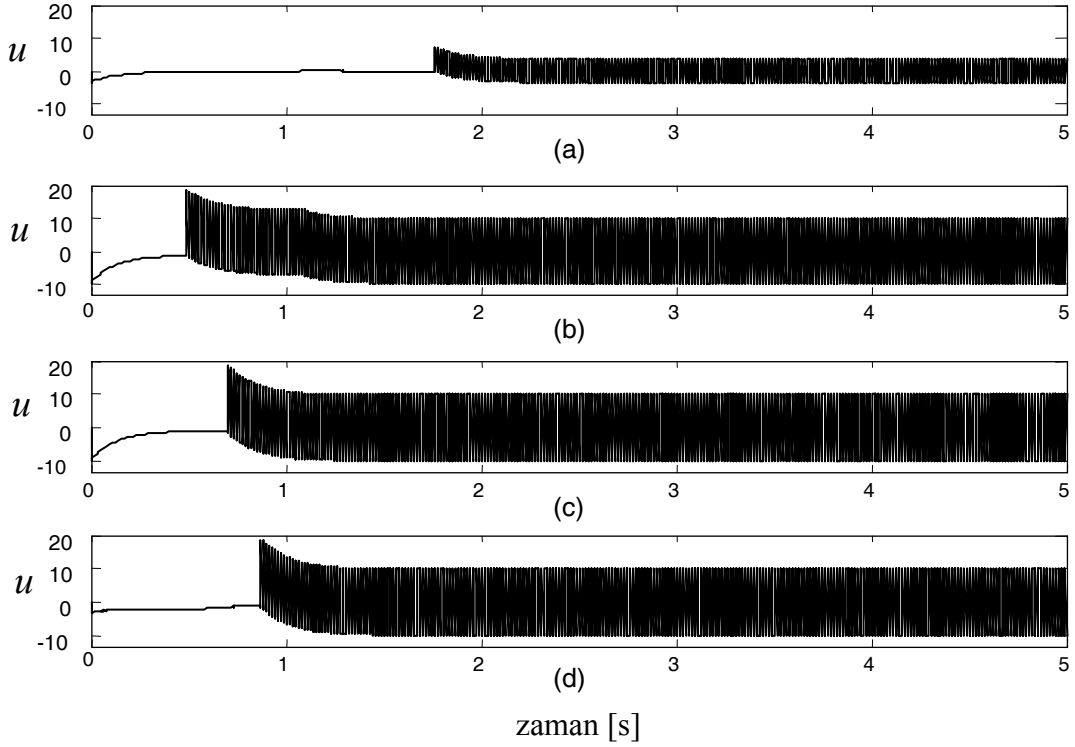
OFSMC-SVM için güncellenen  $\lambda_1(t)$  parametresinin zamanla değişen davranışı ve hesaplanan  $k_g(t)$  değeri Şekil 6.19'da verilmiştir.  $k_g(t)$  değeri önerilen yöntemden her  $t_d$  anında hesaplanan zamanla değişen  $\lambda_1(t)$  değeri kullanılarak (6.12)'den hesaplanmaktadır.  $t=0.57s$  anında parametreler en uygun değerlerine ulaşmakta ve bu andan itibaren  $\lambda_1=1.293$  ve  $k_g=9.863$  değerlerinde sabit kalmaktadır.



**Şekil 6.16.** (6.20) sisteminde gerçek, kestirilen ve referans sistem çıkışı  $y=x_1$ :  
a)OFSMC-C<sub>1</sub>, b)OFSMC-C<sub>2</sub>, c)OFSMC-C<sub>3</sub>, d)OFSMC-SVM.

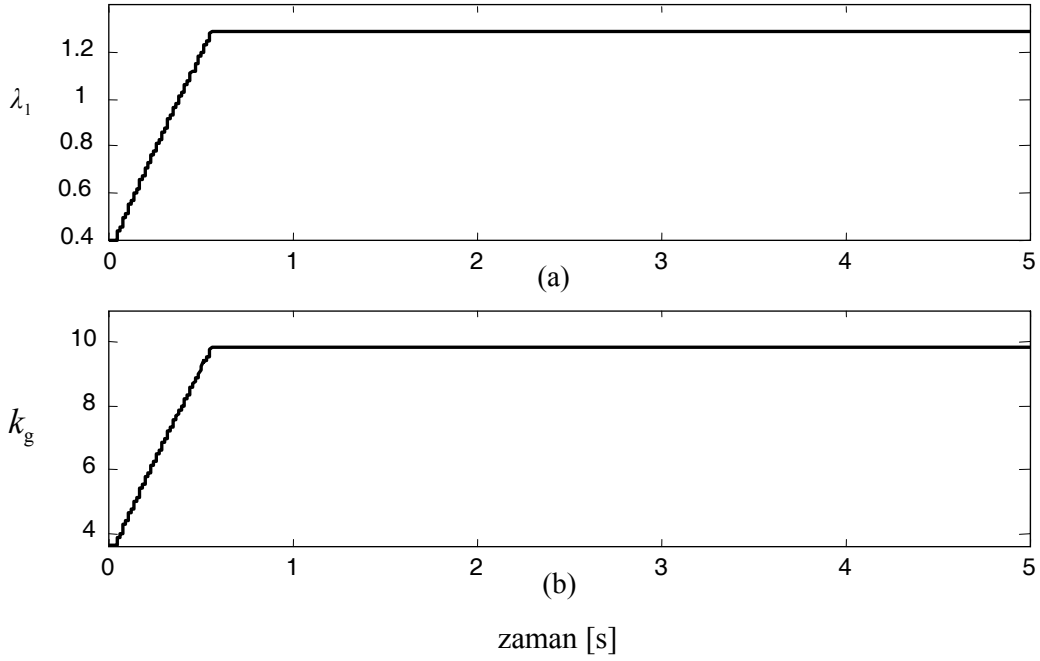


**Şekil 6.17.** (6.20) sisteminde gerçek ve kestirilen kayma yüzeyi değişkeni: a)OFSMC-C<sub>1</sub>, b)OFSMC-C<sub>2</sub>, c)OFSMC-C<sub>3</sub>, d)OFSMC-SVM.



**Şekil 6.18.** (6.20) sisteminde kontrol işaretleri: a) OFSMC-C<sub>1</sub>, b) OFSMC-C<sub>2</sub>, c) OFSMC-C<sub>3</sub>, d) OFSMC-SVM.





**Şekil 6.19.** (6.20) sisteminde OFSMC-SVM için: a)  $\lambda_1$ , ve b)  $k_g$

**Tablo 6.2.** (6.20) sisteminde kontrolöre ait başarımlar ölçütleri

	OFSMC-C <sub>1</sub>	OFSMC-C <sub>2</sub>	OFSMC-C <sub>3</sub> $k=4$	OFSMC-SVM $k=4$
$t_a(x_1)$	0,964	0,997	0,344	0,534
$t_a(x_2)$	1,132	1,135	0,395	0,605
$t_s(x_1)$	1,836	1,125	0,904	1,075
$t_s(x_2)$	2,125	1,402	1,190	1,352
$t_{reach}(s)$	1,825	1,085	0,895	1,006
$t_{reach}(\hat{s})$	1,775	0,496	0,700	0,876
$\max\{ u \}$	7,234	18,433	18,700	18,632

Sonuç olarak ilgili kontrolörlere ait başarımlar ölçütleri Tablo 6.2’de verilmiştir. Yerleşme zamanı için hata bandı kararlı durum değerinin %5’i olarak alınmıştır. Tablo 6.2’de  $t_a(x_i)$  değeri  $\hat{x}_i$  kestiriminin gerçek değer  $x_i$  değerine ulaşma anı,  $t_s(x_i)$   $x_i$  durumu için yerleşme zamanı ve  $t_{reach}$  ulaşma zamanıdır. Tablodan görüldüğü gibi sadece  $k_g$  değerini arttırmak  $t_a$  üzerinde olumlu bir etki yapmamaktadır.

Görüldüğü gibi OFSMC-C<sub>3</sub> en iyi gözlem davranışına ve yerleşme zaanı başarımına sahiptir. Bu ise kullanılan SVM modeli ile elde edilen ayarlama stratejisinin olumlu olduğunu göstermektedir. Eğer güncelleme algoritmasını off-line değilde işlem sırasında on-line kullanmak gerekirse, bu durumda doğrusaOFSMC-SVM zamanla değişen parametre değerleri ile de kabul edilebilir sonuçlar alındığı görülmektedir.

Projenin bu bölümünde temel olarak iki yapı üzerinde durulmuştur. Açısız kayma yüzeyinin OFSMC yapısına uygulandığı ve Bölüm 6.2’de üzerinde durulan çalışma

**Tokat S., Ulusoy L.,** "Output Feedback Sliding Mode Controller with Improved Tracking Performance," *Proceedings of the 29th IASTED International Conference on Modelling, Identification and Control (MIC'2010)*, February 15-17, Innsbrück, Austria, (2010).

sempozyumunda sunularak yaygınlaştırılmıştır. Bu çalışma ve sempozyum bilgileri EK-7’de verilmiştir. Yine bu bölümde ele alınan destek vektör makineleri ile gözleyici kazancının ayarlanması çalışması

**Tokat S., Iplikci S., Ulusoy L.,** "Output Feedback Sliding Mode Control with Support Vector Machine Based Observer Gain Adaptation," *Proceedings of the 8th WSEAS International Conference on Circuits, Systems, Electronics, Control and Signal Processing (CSECS'09)*, December 14-16, Puerto de la Cruz, Tenerife, Spain, (2009).

sempozyumunda sunulmuştur. Bu çalışma ve sempozyum bilgileri EK-8’de verilmiştir. Daha sonra sempozyum düzenleme komitesi tarafından seçilmiş ve hakem görüşleri ile genişletilerek

**Tokat S., Iplikci S. and Ulusoy L.,** "Observer Gain Adaptation of Output Feedback Sliding Mode Controller with Support Vector Machine Regression," *WSEAS Transactions on Systems and Control*, Volume:5, Issue:2, Pages: 111-122, February 2010 , 2010

künyesi ile Compendex veritabanındaki dergide yayınlanmıştır. Bu çalışma ise EK-9’da sunulmuştur.

#### 6.4.Kaynakça

- BANDAL V., Bandyopadhyay B.**, Robust decentralised output feedback sliding mode control technique-based power system stabiliser (PSS) for multimachine power system, *IET Control Theory and Applications*, 1(5), 1512-1522, (2007).
- BARBOT J.-P., Djemai M., Boukhobza T.**, Sliding mode observers, In *Sliding Mode Control in Engineering*, ed: Perruquetti W., Barbot J., Control Engineering, New York, Marcel Dekker, (2002), pp:103-126.
- BARTOSZEWICZ A. and Nowacka-Leverton A.**, Time-varying sliding modes for second and third order systems, *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, (2009).
- BARTOSZEWICZ A.**, A comment on 'A time-varying sliding surface for fast and robust tracking control of second order uncertain systems', *Automatica*, 31(12), (1995).
- CHOI J.H., Misawa E.A., Young G.E.**, A study on sliding mode state estimation, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 121(2), 255-260, (1999).
- DALY J.M., Wang D.W.L.**, Output feedback sliding mode control in the presence of unknown disturbances, *Systems and Control Letters*, 58, 188-193, (2009).
- EDWARDS C., Spurgeon S.K.**, On the development of discontinuous observers, *International Journal of Control*, 59, 1211-1229, (1994).
- EDWARDS C., Spurgeon S.K., Tan C.P., Patel N.**, Sliding mode observers, *Lecture Notes in Control and Information Systems*, 367, 221-242, (2007).
- ELLIS G.**, *Observers in Control Systems: A Practical Guide*, Academic Press, San Diego, CA, (2002).
- FLOQUET T., Barbot J.-P.**, A canonical form for the design of unknown input sliding mode observers, In *Advances in Variable Structure and Sliding Mode Control*, ed: Edwards C., Fossas E., Fridman L., Lecture Notes in Control and Information Sciences, Volume. 334, Springer, Berlin, (2006), pp: 271-296.
- GÖKAŞAN M., Bogosyan O.S., Sabanovic A., Arabyan A.**, Sliding mode observer and controller for a single link flexible arm, *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*, Vol: 4, (1998), pp: 3625-3626.
- HASKARA I., Ozguner U., Utkin V.**, On sliding mode observers via equivalent control approach, *International Journal of Control*, 71(6), 1051-1067, (1998).
- HERNANDEZ V.M., Sira-Ramirez H.**, Position control of an inertia-spring DC-motor system without mechanical sensors: experimental results, *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando FL, (2001), pp:1386-1391.
- HU Q.H., Du C., Xie L., Wang Y.**, Discrete time sliding mode control with time varying surface for hard disk drives, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 17(1), 175-183, (2009).
- KANDEPU R., Foss B., Imsland L.**, Applying the unscented Kalman filter for nonlinear state estimation, *Journal of Process Control*, 18, 753-768, (2008).
- KOSHKOUEI A.J., Zinober A.S.I.**, Sliding mode controller-observer design for multivariable linear systems with unmatched uncertainty, *Kybernetika*, 36(1), 95-115, (2000).
- KRASNOVA S.A., Utkin V.A., Kuznetsov S.I.**, On observation problem of uncertain non-linear systems, *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> IASTED International Multi-Conference on Automation, Control, & Information Technology*, (2005), pp: 442-447.
- NANDAM P.K., Sen P.C.**, A comparative study of a Luenberger observer and adaptive observer-based variable structure speed control system using a self-controlled

- synchronous motor, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 31(2), 127-132, (1990).
- PAI M.C.**, Discrete-time output feedback sliding mode control for uncertain systems, *Journal of Marine Science and Technology*, 16(4), 295-300, (2008).
- RUNDELL A.E., Drakunov S.V., DeCarlo R.A.**, A sliding mode observer and controller for stabilization of rotational motion of vertical shaft magnetic bearing, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 4(5), 598-608, (1996).
- SLOTINE J.-J.E., Hedrick J.K., Misawa E.A.**, On sliding observers for nonlinear systems, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 109(3), 245-252, (1987).
- SPURGEON S.K.**, Sliding mode observers: a survey, *International Journal of Systems Science*, 39(8), 751-764, (2008).
- TOKAT S.**, Sliding mode controlled bioreactor using a time-varying sliding surface, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 31(5), 435-456, (2009).
- UTKIN V.I., Guldner J., Shi J.**, *Sliding Mode Control in Electro-mechanical Systems*, CRC Press, 2<sup>nd</sup> edition, Boca Raton, FL, (2009).
- XU H., Mirmirani M.D., Ioannou P.**, Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight vehicle, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 27(5), 829-838, (2004).
- IPLIKCI S.**, A comparative study on a novel model-based PID tuning and control mechanism for nonlinear systems, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, doi.10.1002/rnc.1524, (2009).

## 7. AYRIK ZAMANLI KAYMA KIPLI KONTROL

### 7.1.Giriş

Bu bölüme kadar hep CSMC yapıları üzerinde durulmuş, DSMC yapıları ele alınmamıştır. Bölüm 1’de üzerinde durulduğu gibi CSMC güçlü bir kuramsal geçmişe dayanmaktadır. Fakat günümüzde kontrolör gerçeklemlerinde sayısal bilgisayarların kullanılması giderek daha fazla yaygınlık kazanmaktadır. Radar sistemleri, ekonomik sistemler, tristor kontrolü gibi bazı sistemler ise kalıtımsal olarak örneklenmiş veri sistemleridir (Aström ve Wittenmark, 1997). Bu gibi durumlarda sistem hakkında bilgi içeren ölçümler sadece belirli anlarda yapılmakta ve kontrol işaretleri de sadece bu anlarda değiştirilebilmektedir.

Yukarıda belirtildiği gibi hem sayısal bilgisayarların kullanımındaki yaygınlık hem de bazı sistemlerin örneklenmiş verilerden oluşması bilgisayar kontrollü kayma kipli kontrol uygulamaları konusunda yapılan çalışmaların giderek daha çok üzerinde durulmasını sağlayan etmendir (Garcia *vd.*, 2005). Sayısal bir bilgisayar yapısında CSMC yaklaşımı kullanıldığında örnekleme aralığının sistemin en yüksek frekanslı bileşenine göre çok küçük olduğu varsayılmaktadır. Kontrol edilecek sistem; örneğin bilgisayar ağlarında sıkışma kontrolü (Bartoszewicz ve Zuk, 2009) gibi bazı problemlerde ayırık olabilir. Bu durumda hesaplanan ayırık kontrol işareti doğrudan kullanılabilir. Fakat sürekli zamanlı bir sistem sayısal bilgisayarda sürekli zamanlı bir kontrol algoritması koşturularak kontrol edildiğinde analog sayısal dönüştürme içeren örnekleme tutma devresi ile örnekleme aralığı göz önüne alınmamaktadır. Bu durumda CSMC başarımı ancak sürekli sistemin dinamik bileşenlerine göre çok küçük örnekleme aralıkları seçildiği durumda başarılı sonuçlar üretecektir (Golo ve Milosavljevic, 2000). Fakat hem elimizdeki donanıma hem de kullandığımız sayısal algoritmanın karmaşıklığına bağlı olarak kullanabileceğimiz örnekleme aralığının fiziksel alt sınırları bulunmaktadır. Özellikle bu projede üzerinde durmakta olduğumuz gibi sistem durumlarının gözleyici tabanlı olarak hesaplandığı veya kayma yüzeyinin doğrusal olmayan veya zamanla değişen biçimlerde tasarlandığı durumlarda algoritma hesaplama karmaşıklığı artmakta ve CSMC’nin bilgisayar tabanlı kullanılmasında gerçekleştirme sorunları ortaya çıkabilmektedir.

Ayrık zamanlı ve sürekli zamanlı sistemler arasındaki en göze batan fark, süreksiz kontrol kısmındaki sınırlı anahtarlama hızıdır. Fakat ayırık zamanlı sistem için sadece anahtarlama frekansı sınırlı olmakla kalmayıp aynı zamanda kontrol girişinin değişimi  $t=kT_s$  olarak ifade

edilen örnekleme anları ile sınırlıdır (Monsees, 2002). Bu durumda kayma kipinin oluşması için model bilgisinin eksiksiz olması ve bozucu etkilerinin bulunmaması gerekir. Bu koşullar sağlanmadığı takdirde –ki SMC kullandığımız problemlerde bunun sağlanmadığını varsayıyoruz– gerçek bir kayma kipinden bahsedilmesi olanak dışıdır. Bu etkiler altında ise DSMC sadece sistemi kayma yüzeyinin yakınında tutacak şekilde tasarlanmaya çalışılır. Bu açıdan bakıldığında ayrık-zamanlı kayma kipinin açık uçlu bir tasarım problemi olduğu görülmektedir.

Sayısal bilgisayarlar ile kayma kipli kontrol yapılarını gerçeklemek için önerilen bir yöntem DSMC yapılarıdır. Literatürde birçok farklı DSMC yapısı tanımlanmıştır. Bu çalışmalardan öncü nitelikte olanlar (Milosavljevic, 1985; Sarpturk *vd.*, 1987) tarafından yapılanlardır. Sürekli-zamanlı SMC yapısında kontrol kuralının elde edilemesinde bir aday Lyapunov fonksiyonundan yola çıkılması düşüncesinin doğrudan DSMC yapısında da kullanılması herkesin aklına gelebilecek ilk düşüncedir. Örnek olarak  $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^n$  olmak üzere tek girişli ayrık zamanlı bir sistemi

$$\mathbf{x}(k+1) = f(k, u(k), \mathbf{x}(k)) \quad (7.1)$$

ele aldığımızda kayma yüzeyi  $s(k)=s(\mathbf{x}(k))=0$  olarak tanımlanabilir. Sürekli zaman sistemler için

$$\lim_{s \rightarrow 0} (\dot{s}(t)s(t)) < 0 \quad (7.2)$$

olarak verilen ulaşma koşulu için türev ifadeleri, birinci mertebeden ileri yönde yaklaşıklıklar kullanılarak fark denklemlerine dönüştürülürse, ulaşma koşulunun ayrık zamandaki doğrudan karşılığı

$$\lim_{s(k) \rightarrow 0^+} (s(k+1)-s(k)) < 0, \quad \lim_{s(k) \rightarrow 0^-} (s(k+1)-s(k)) > 0 \quad (7.3)$$

şeklinde yazılabilir (Chen ve Fukuda, 1997). Bu durumda ilk olarak Milosavljevic, (1985) tarafından kayma kipinin varlığını örnekleme sürecinin olumsuz etkileyeceği üzerinde durulmuştur. Milosavljevic, (1985) tarafından belirtildiği gibi ayrık zamanlı (7.1) sistemi  $s(k)=0$  üzerinde bir sözde kayma kipini eğer

$$(s(k+1)-s(k)).s(k) < 0 \quad (7.4)$$

koşulu geçerli ise sağlar. Sözde kayma kipi tanımından sonra, DSMC için farklı ulaşma koşulları tanımlanarak elde edilen sözde (quasi) kayma kipi ile kontrol kuralı elde edilmeye

çalışılmıştır. Burada sözde tanımının yapılmasının nedeni kayma yüzeyi üzerindeki kayma fazı dinamiklerinin sürekli zamanlı SMC yapısında olduğundan farklı tanımlanmasıdır (Milosavljevic, 1985). Denklem (7.4)'te kayma yüzeyi ve sistem dinamiklerinin ayrık zaman karşılıkları (7.1)'de yerine koyulduğunda bir kontrol kuralı elde edilebilir. Fakat bu koşul yüksek genlikli bir çatırtıya sahip kontrol kuralı ile sağlanabilir (Milosavljevic, 1985).

Milosavljevic, (1985) tarafından ayrık zamanda kayma kipinin ele alınmasından hemen sonra, Sarpturk *vd.* (1987) üç yüze yakın atıf almış olan önemli çalışmalarında doğrusal sistemlerde sözde kayma kipinin oluşması için bir yeter koşulu

$$|s(k+1)| < |s(k)| \quad (7.5)$$

şeklinde tanımlamıştır. Sarpturk *vd.* (1987) tarafından verilen (7.5) koşulu DSMC sistemi üzerinde kontrol işareti için alt ve üst sınırlar tanımlamaktadır. Böylece (7.4)'te olduğu gibi kapalı çevrim sistemin kayma yüzeyine olan yönü ile birlikte, (7.4)'ten farklı olarak ise anahtarlama fonksiyonunun normu da kesin azalan olacak şekilde tanımlanmış olur. Denklem (7.5)'te verilen ulaşma koşulu

$$(s(k+1) - s(k)) \operatorname{sgn}(s(k)) < 0 \quad (7.6a)$$

$$(s(k+1) + s(k)) \operatorname{sgn}(s(k)) > 0 \quad (7.6b)$$

olarak iki parça halinde de yazılabilir (Sarpturk *vd.*, 1987). Denklem (7.6a) koşulu, kapalı çevrim sistemin kayma yüzeyi yönünde hareketini tanımlarken, (7.6b) koşulu ise kapalı çevrim sistemin bu yönde çok fazla gitmesine izin verilmemesini sağlamaktadır. Yani (7.6a) koşulu kontrol işareti için bir alt sınır tanımlarken (7.6b) koşulu da bir üst sınır tanımlamaktadır. Sarpturk *vd.* (1987) tarafından önerilen (7.5) ulaşma koşulu Furuta (1990) tarafından doğrudan aday Lyapunov fonksiyonu olarak

$$V(k) = \frac{1}{2} (s(k))^2 \quad (7.7)$$

alınarak ayrık zamanda

$$V(k+1) < V(k) \quad (7.8)$$

koşulunu sağlayacak şekilde

$$(s(k+1))^2 < (s(k))^2 \quad (7.9)$$

olarak seçilmiştir. Yine başka bir çalışmada Sira-Ramirez (1991) tarafından

$$|s(k)s(k+1)| < (s(k))^2 \quad (7.10)$$

şeklinde seçilmiştir. Her iki sonuçta da Sarpturk *vd.* (1987) tarafından önerilen (7.5) ulaşma koşulu ile benzer sonuçlar elde edildiği görülmektedir. Xia *vd.* (2003), Sarpturk *vd.* (1987) tarafından önerilen koşulu sağlayacak şekilde  $s(k)$  dinamiklerini

$$s(k+1) = a_1 s(k) - a_2 T \operatorname{sgn}(s(k)) \quad (7.11)$$

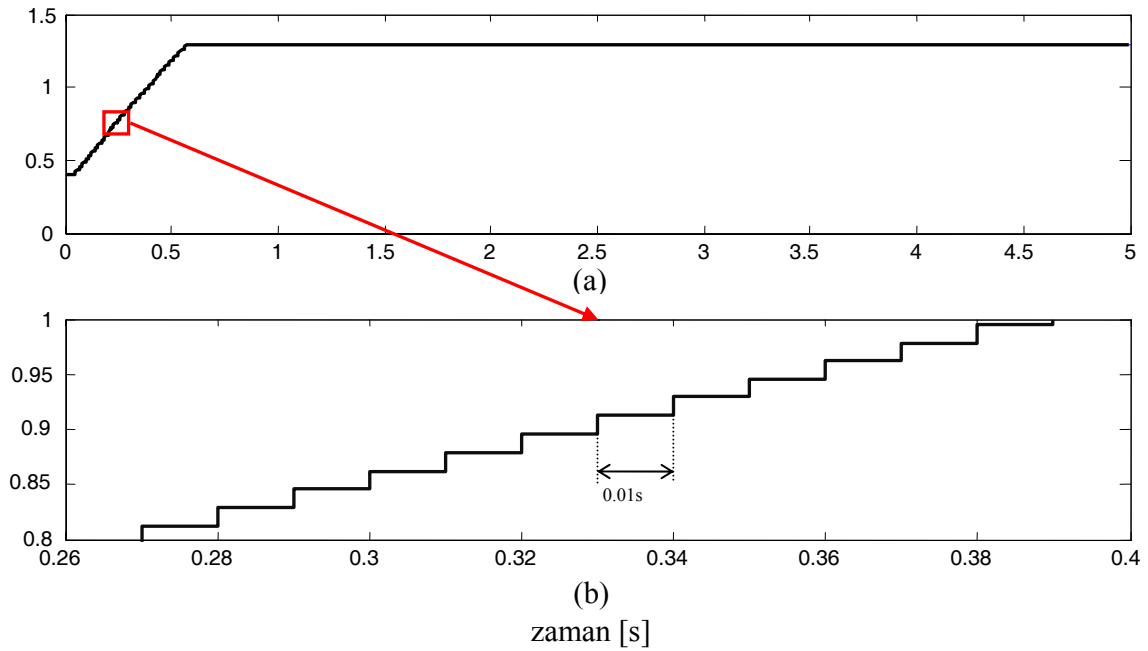
şeklinde tanımlamışlardır. Burada  $a_1 < 1$  ve  $a_2 > 0$ ,  $T$  ise örnekleme aralığıdır. Ayırık zamanlı sistemlerde doğrusal sistemler için ulaşma koşulunun tanımlanması ile ilgili çok sayıda çalışma bulunmaktadır (Spurgeon, 1992; Bartoszewicz, 1998; Hui ve Zak, 1999; Vivekanandan *vd.*, 2008). Doğrusal sistemler için ele alınan bu ve benzeri yol gösterici çalışmalar, birçok farklı çalışmada farklı doğrusal sistem yapılarına uygulanmıştır. Örneğin Pai (2008), Sarpturk *vd.* (1987) ulaşma koşulunu kullanarak parametre belirsizlikleri ve dış bozucular bulunan ikinci mertebe doğrusal sistemlere DSMC algoritmasını uygulamıştır. Garcia *vd.* (2005) gerçek sistem olarak ters sarkaç sistemini almış ve doğrusallaştırılmış ayırık durum denklemlerine, (7.9) koşulunu kullanarak elde ettiği DSMC kuralını uygulayarak sürekli zamanlı SMC ile karşılaştırmalar yapmıştır. Li *vd.* (2008), (7.11) koşulunda  $a_2$  parametresini zamanda değişken alarak yeni bir koşul tanımlamış ve kontrol kuralını elde ederek otomatik pilot kontrolüne uygulamıştır. Yukarıda ayırık-zamanda doğrusal sistemler için verilen çalışmalarda sözde kayma kipi bandını küçültmek için yapılabilecek bir tasarım, bozucu gözleyici yapıları kullanılmasıdır (Monsees, 2002; Chang, 2008).

Ayrık-zamanda doğrusal sistemler için verilen yukarıdaki çalışmaların doğrusal olmayan sistemlere uygulanmasında sorunlar bulunmaktadır. Milosavljevic (1985) ve Sarpturk *vd.* (1987) tarafından ele alındığı gibi ilk tasarım örnekleri doğrusal sistemler için geliştirilmiş olsa da bu yol gösterici çalışmalardan sonra doğrusal olmayan sistemler için de DSMC tasarımları elde edilmiş ve doğrusal olmayan sistemler için de literatürde birçok farklı çalışmaya yer verilmiştir. Örneğin Xu *vd.* (2008) daha önce Bartoszewicz (1998) tarafından ayırık-zamanlı doğrusal sistemler için önerilen zamanla değişen kayma yüzeyi yaklaşımını ayırık-zamanlı doğrusal olmayan sistemlere genişletmiştir. Kaynak ve Denker (1993) model belirsizlikleri üzerinde durmuş ve ölçülen durum bilgileri ile bunların sayısal diferansiyel değerlerini kullanarak belirsizlikleri kestirmeye çalışmış ve endüstriyel bir robot koluna uygulamasını gerçekleştirmiştir. Yine bir başka çalışmada Misawa (1997), kontrol işaretinin tanım bölgesi dışında tanımlı belirsizlikler için (unmatched uncertainty) geçerli olan bir



DSMC kontrol kuralını doğrusal olmayan sistemler için önermiştir. Ayrık-zamanda doğrusal olmayan sistemler için bozucu gözleyici ve durum gözleyici kullanılması üzerinde de durulmuştur. Örneğin doğrusal sistemler için ayrık-zamanlı kayma kipli gözleyici tasarımı Zinober (1994) tarafından tanıtılmıştır. Bu çalışmanın doğrusal olmayan ayrık-zaman sistemlere genişletilmesi ile ilgili çalışmalar da bulunmaktadır (Veluvolu ve Soh, 2008). Won ve Hedrick (2001) ise yukarıda belirtilen yapıda bir ulaşma koşulunu kullanmadan kontrol işaretinin doyuma ulaştığı durumu ele alarak bir DSMC kuralı ile bozucu gözleyici ve geribesleme kazanç parametreleri için bir ayarlama kuralı elde etmiştir.

Bir önceki bölümde ele alınan destek vektör makinelerine dayalı kazanç ayarlama mekanizması da yine ayrık-zamanlı bir algoritmadır. Bu durumda bir önceki bölümde verilen proje çıktılarında SMC ve SMO bloğu sürekli bir sistem olduğu için sürekli işaretler üretmekte, SVM bloğumuz ise belirli örnekleme aralığında parametre ayarlamayı sağlayan işaretleri üretmektedir. Bu durum Bölüm 4'teki yapıda 0.01s örnekleme aralıkları ile parametre ayarlanacak şekilde işaretler üretildiği durum için Şekil 7.1'de gösterilmiştir. Sürekli zamanda çalışan SMC yapısı ise örnekleme aralığı, örnekleme-tutma devresi gibi durumları göz önüne almadan bu aralık boyunca üretilen değerleri sabit kabul ederek işlem yapmaktadır. Bu ise aynı amaçla kullanılan iki yapının birbirinden farklı tasarlanmasından kaynaklanmaktadır.



**Şekil 7.1.** SVM bloğu ile elde edilen örnek bir gözleyici kazancı a) gözleyici kazanç parametresinin genel değişimi, b) [0.8:1] genlik aralığında odaklanılmış görünümü.

SMC veya DSMC başarımını iyileştirmek amacı ile yapay zeka ve esnek modelleme tekniklerinden yararlanılması güncel bir konudur (Yu ve Kaynak, 2009). Güncel bir esnek modelleme konusu ise ilk olarak sınıflandırma problemlerini çözmek amacı ile ortaya atılan SVM'dir. Sürekli zamanlı SMC yapıları için kayma yüzeyi elde edilmesi (Wang *vd.*, 2007), çatırtının engellenmesi (Li *vd.*, 2008), çıkış geribeslemeli SMC için durum gözleyici kazançlarının ayarlanması (Tokat *vd.*, 2010) gibi farklı amaçlarla SVM yapılarından yararlanılmıştır.

Bu çalışmada DSMC yapısı üzerinde durulmuş ve dış bozucu içeren doğrusal olmayan sistemlerin kontrolü için Won ve Dedrick (2001) tarafından önerilen DSMC yapısı ele alınmıştır. SVM tekniğinden yararlanılarak bozucu kazançlarının ayarlanması sonucunda çıkış izleme hatasının azaltılmasını sağlayacak parametre değerlerinin hem çevrimiçi hem de çevrimdışı olarak elde edilmesi amaçlanmıştır. Sürekli bir SMC ile tek bir durum gözleyici parametresinin ayarlandığı Tokat *vd.* (2010) tarafından önerilen çalışmadan farklı olarak bu yeni çalışmada, SMC ve SVM yapısı ayrı zamanda tasarlanmış ve birden çok bozucu gözleyici parametresi ayarlanmaya çalışılmıştır. Çalışmanın genel akışı ise şu şekildedir: Bölüm 7.2'de Won ve Hedrick (2001) çalışmasında ele alınan DSMC yapısı kısaca tanıtılmıştır. Daha sonra, Bölüm 4'te anlatılan SVM tabanlı kazanç ayarlama mekanizması Bölüm 7.3'te bu DSMC yapısının kazançları için uyarlanmıştır. İzleme başarımında elde edilen iyileştirme koşuturulan benzetim çalışmaları aracılığı ile Bölüm 7.4'te incelenmiştir.

## 7.2. Problemin Tanıtılması

Bu çalışmada kanonik biçimde ifade edilebilen tek giriş tek çıkışlı ikinci dereceden doğrusal olmayan sistemler ele alınmıştır. Bu durumda sistem denklemleri

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= f(\mathbf{x}, u) + d(t) \\ y(t) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (7.12)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $x_i$  ( $i=1,2$ ) sistem durumları,  $\mathbf{x}^T = [x_1 \ x_2]$  sistem durum vektörü,  $\mathbf{c}^T = [c_1 \ c_2]$  sabit çıkış vektörü,  $u$  ve  $y$  sırası ile sistem giriş ve çıkışı,  $f(\mathbf{x}, u)$  sistem karakteristiğini belirleyen doğrusal olmayan fonksiyon ve  $d(t)$  eşleşme (matching) koşulunu sağladığı varsayılan dış bozuculardır. Bozucu  $d(t)$  işareti  $|d(t)| \leq d_{\max}$  şeklinde sınır değerlere sahiptir ve  $d_{\max}$  sınırının tasarımcı tarafından önceden bilindiği varsayılmaktadır. Ele alınan kontrol probleminde amaç,  $y$  çıkışının istenen bir  $y_d$  referans işaretini izlemesinin sağlanmasıdır.

Sistem (7.12)'ye ait sürekli zaman hata durum dinamikleri

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= e_2 \\ \dot{e}_2 &= f(\mathbf{x}, u) - \dot{x}_{2d} + d(t)\end{aligned}\quad (7.13)$$

olarak yazılabilir. Burada  $e_i = x_i - x_{id}$  ( $i=1,2$ ) hata durumları olarak tanımlanmıştır (Won ve Hedrick, 2001). Ayırık uzaya geçmek için kesin ayırık modeli elde etmek genel olarak hesaplama karmaşıklığından dolayı tercih edilmemektedir. Bunun yerine diferansiyel denklemlerin ileri yönde, geri yönde çeşitli derecelerden yaklaşıklıkları veya Tustin yamuk kuralı gibi yaklaşıklıklar kullanılır (Chung vd., 2008). Denklem (7.13)'teki hata durum denklemini ayırık-zamanda ifade etmek için, türev ifadeleri yerine birinci dereceden ileri yönde fark alma yöntemi kullanılırsa ayırık-zamanlı durum denklemleri

$$\begin{aligned}e_1(n+1) &= e_1(n) + T e_2(n) \\ e_2(n+1) &= e_2(n) + T f(\mathbf{x}(n), u(n)) - x_{2d}(n+1) + x_{2d}(n) + T d(n)\end{aligned}\quad (7.14)$$

şeklinde elde edilebilir (Won ve Hedrick, 2001). Buradan  $f(\mathbf{x}(n), u(n))$  çekilirse

$$f(\mathbf{x}(n), u(n)) = \left( \frac{x_{2d}(n+1) - x_{2d}(n)}{T} \right) + \left( \frac{e_2(n+1) - e_2(n)}{T} \right) - d(n)\quad (7.15)$$

şeklinde yazılabilir. Kontrol edilen sistemin istenen çıkış yörüngesi sistemden ve gözleyici kazançlarından tamamen bağımsız olarak bir dış kaynak tarafından üretilmektedir. Yani  $n$ . adımda  $n+1$  anındaki istenen  $x_{2d}(n+1)$  değeri önceden bilinmektedir. Fakat, yine herhangi bir  $n$  anında (7.15) denklemindeki  $e_2(n+1)$  ve  $d(n)$  değerleri bilinmemektedir. Bu amaçla Won ve Hedrick (2001) tarafından ele alınan çalışmada, bilinmeyen terimleri elde etmek için

$$\left( \frac{e_2(n+1) - e_2(n)}{T} \right) - d(n) = -\lambda_1 e_1(n) - g_k(n) s(n) - \hat{d}(n)\quad (7.16)$$

şeklinde bir terim getirilmiştir. Bu sayede  $f(\mathbf{x}(n), u(n))$ 'nin  $n$  anındaki ölçümler ve kestirimler cinsinden elde edilmesi sağlanmıştır. Burada hepsi  $nT$  anındaki değerler olmak üzere  $e_1(n)$  sistem hata durumu,  $\hat{d}(n)$  bozucu kestirimi,  $s(n)$  kayma yüzeyi değişkeni ve  $g_k(n)$  zamanla değişen geribesleme kazancıdır. Ayırık zamanlı kayma yüzeyi değişkeni en genel yapıda hata durumlarının doğrusal bir fonksiyonu olarak

$$s(n) = e_2(n) + \lambda_1 e_1(n)\quad (7.17)$$

şeklinde tanımlanmıştır. İkinci derece doğrusal olmayan (7.12) sisteminde kararlılık için  $\lambda_1$  kesin pozitif tanımlı olmalıdır.

Dış bozucu kestirimi ise bir bozucu gözleyicisi ile

$$\hat{d}(n) = \hat{d}(n-1) + g_k(n-1)[g_1(n-1)s(n) + g_2(n-1)s(n-1)] \quad (7.18)$$

olarak elde edilmektedir (Won ve Hedrick, 2001). Burada  $g_1(n)$  ve  $g_2(n)$  bozucu gözleyiciye ait zamanla değişen kazanç değerleridir. Kontrol işaretinin (7.15) denkleminde çekilmesi için özel olarak

$$f(\mathbf{x}(n), u(n)) = b(\mathbf{x}, n)u(n) + \gamma(\mathbf{x}, n) \quad (7.19)$$

biçiminde olduğu ve (7.19)'da  $b(\mathbf{x}, n) \neq 0$  olmak üzere işaret değiştirmeyen yapıda olduğu varsayımı ile (7.15), (7.16) ve (7.19)'dan kontrol işareti

$$u(n) = b^{-1}(\mathbf{x}, n) \left[ \frac{x_{2d}(n+1) - x_{2d}(n)}{T} - \lambda_1 e_1(n) - g_k(n)s(n) - \hat{d}(n) \right] - \gamma(\mathbf{x}, n) \quad (7.20)$$

olarak elde edilebilir. Burada elde edilen kontrolörün kararlılığı için geribesleme kazancı  $g_k(n)$  ve bozucu kazançları  $g_1(n)$  ile  $g_2(n)$  uygun şekilde seçilmelidir. Denklem (7.17)'deki  $s(n)$ 'nin sınır değerli kalması için parametrelerin şu koşulları sağlaması gerektiği Won ve Hedrick (2001) tarafından gösterilmiştir:

$$|1 - g_k(n)T| \leq a_m < 1, |1 - g_k(n)g_1(n)T| \leq b_m \leq a_m < 1 \quad (7.21)$$

ve  $g_2(n)$  kazanç değeri de  $g_1(n)$  cinsinden

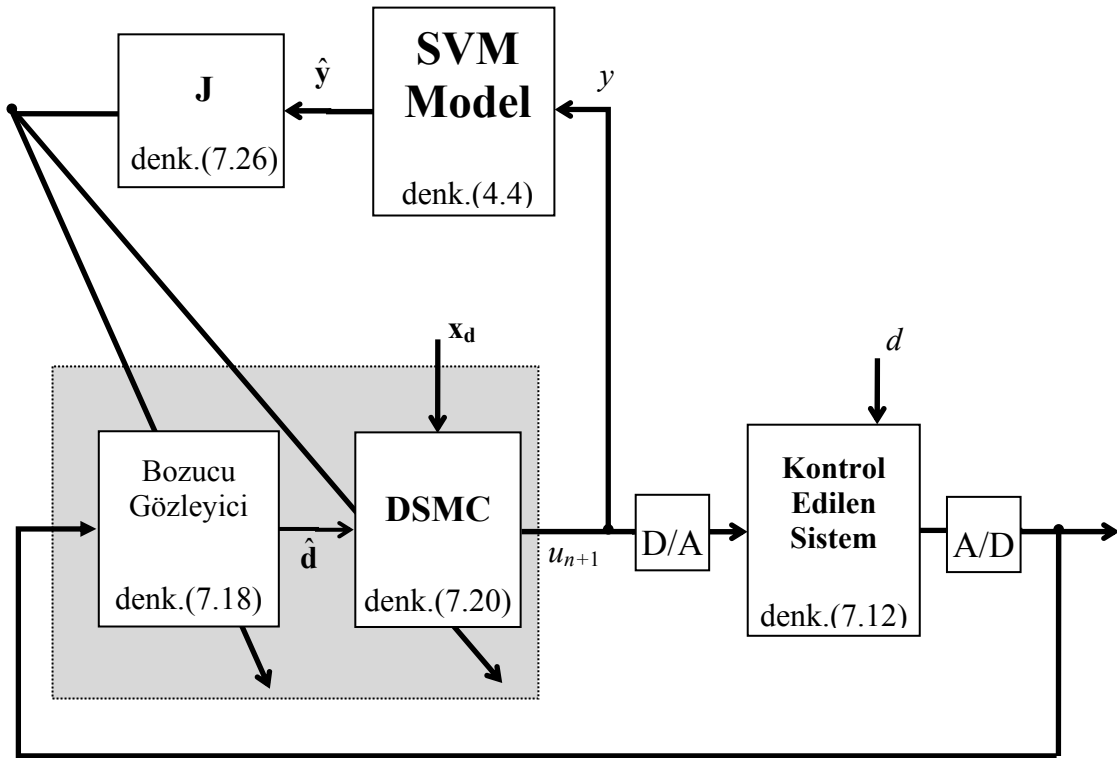
$$g_2(n) = -g_1(n)(1 - g_k(n)T) \quad (7.22)$$

olarak verilmiştir (Won ve Hedrick, 2001). Bir sonraki bölümde (7.21) koşullarının dışına çıkmadan izleme başarımının iyileştirilmesi üzerinde durulmuştur. Geribeslemeli kontrol sistemlerindeki en önemli sorunlardan birisi (7.20) kontrol kuralı ile elde edilen  $u(n)$  kontrol işaretinin fiziksel sınırlamalardan dolayı uygulanamaması durumudur. Kontrol işaretinin doyuma ulaşması bu sınırlamalara bir örnektir (Polycarpou vd., 2003). Özellikle burada ele aldığımız problemde olduğu gibi parametrelerin ayarlandığı bir durumda bu sorun ortaya çıkabilecektir.

Denklem (7.20)'de verilen kontrol işareti sınır değerlerin dışına çıktığında geribesleme kazancı uygun şekilde değiştirilerek  $u(n)$  sınır değere kolayca çekilebilir (Won ve Hedrick, 2001). Bu çalışmada da kontrol işareti sınır değerli alınmış, gözleyici ve geribesleme kazancı ayarlanarak izleme başarımı iyileştirilmeye çalışılmıştır.

### 7.3. Destek Vektör Makineleri ile Kazançların Ayarlanması

SVM ile DSMC yapısındaki gözleyici ve geribesleme kazançlarının ayarlanması için önerilen düzene ait şematik gösterim Şekil 7.2’de verilmiştir. Bu yapı Tokat vd. (2010)’da sürekli zamanlı SMC yapısı için kullanılan düzenin DSMC için uyarlanmış biçimidir ve İplikci (2009) tarafından PID parametrelerinin ayarlanması için elde edilen yapıya dayanmaktadır. Bu yapıda parametreleri ayarlamak amacı ile kullanılan Jakobiyen hesaplaması için sistemin SVM modelinden yararlanılacaktır. Şekil 7.2’de verilen yapı, Bölüm 4’te genel yapısı verilen ve Bölüm 6.3.1’de CSMC için önerilen yapının DSMC durumuna uyarlanmış şeklidir.



Şekil 7.2. Önerilen destek vektör makinesi tabanlı parametre ayarlama yöntemine ait şematik gösterim

Şekil 7.2’de görülen SVM modeli kontrol edilecek sistemin giriş-çıkışları ile elde edilmiştir. Bu amaçla, kontrol edilecek sisteme, belirli genlik sınırları altında rastgele seçilmiş işaretler uygulanmıştır. Daha sonra Bölüm 4’te de anlatıldığı gibi  $k$ -adım ileri öngörülü sistem çıkışları  $\hat{y}=[\hat{y}(n+1),\hat{y}(n+2),\dots,\hat{y}(n+k)]$  şeklinde alınmış ve Jakobiyen bloğu yardımı ile kazançlar ayarlanmıştır. Öngörü hatasını azaltmak ve istenmeyen ani kontrol işareti değişikliklerini engellemek için de amaç fonksiyonu (4.10)’daki gibi alınmıştır.

Bu çalışmada,  $g_k(n)$  ve  $g_1(n)$  parametrelerinin ayarlanması amacı ile İplikci (2009) tarafından üzerinde durulan ve Bölüm 4’te kısaca özetlenen SVM yapısından yararlanılmıştır.

Denklem (4.10) ile verilen amaç fonksiyonunun minimizasyonu problemine sayısal bir çözüm üretmek için (4.12)'deki Levenberg-Marquardt öğrenme kuralı şu şekilde ele alınmıştır:

$$\begin{bmatrix} g_k(n+1) \\ g_1(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_k(n) \\ g_1(n) \end{bmatrix} - s_a \left( \mathbf{J}(n+1)^T \mathbf{J}(n+1) + \mu \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{J}(n+1)^T \hat{\mathbf{e}} \quad (7.23)$$

Denklem (7.23)'te  $\mu$  parametresi eğim-düşüm ve Gauss-Newton yöntemleri arasındaki harmanlama faktörünü ve  $s_a$  adım büyüklüğünü belirtmektedir.  $\hat{\mathbf{e}}$  ise

$$\hat{\mathbf{e}} = [e(n+1) \quad e(n+2) \quad \cdots \quad e(n+k) \quad \sqrt{\rho}(u(n+1) - u(n))]^T \quad (7.24)$$

olarak tanımlanmış öngörü hata vektörüdür. Sistemin istenen çıkış yörüngesi önceden bilinmektedir ve sistem ile gözleyici kazançlarından tamamen bağımsızdır. Bu durumda (4.14)'te en genel hali verilmiş olan Jakobiyen matrisi denklem (7.23) için

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{e}(n+1)}{\partial g_k} & \frac{\partial \hat{e}(n+2)}{\partial g_k} & \cdots & \frac{\partial \hat{e}(n+k)}{\partial g_k} & \frac{\sqrt{\rho} \partial u(n+1)}{\partial g_k} \\ \frac{\partial \hat{e}(n+1)}{\partial g_1} & \frac{\partial \hat{e}(n+2)}{\partial g_1} & \cdots & \frac{\partial \hat{e}(n+k)}{\partial g_1} & \frac{\sqrt{\rho} \partial u(n+1)}{\partial g_1} \end{bmatrix}^T \quad (7.25)$$

şeklinde yazılabilir. Böylece  $g_k(n)$  ve  $g_1(n)$  parametrelerinin her  $k$  adımında güncellenmesi sağlanmış olur. Denklem (4.14)'te verilmiş olan ikinci dereceden Taylor yaklaşımı kullanılarak ikiye ayrılmış Jakobiyen matrisi

$$\mathbf{J} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}(n+1)}{\partial u(n+1)} & \frac{\partial \hat{y}(n+2)}{\partial u(n+1)} & \frac{\partial \hat{y}(n+k)}{\partial u(n+1)} & \sqrt{\rho} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{\partial u(n+1)}{\partial g_k} & \frac{\partial u(n+1)}{\partial g_1} \end{bmatrix} \quad (7.26)$$

şeklinde elde edilebilir. Burada  $u(n+1)$  kontrol kuralının ayarlanan  $g_k(n)$  ve  $g_1(n)$  parametrelerine göre kısmi diferansiyellerin bozucu gözleyici ve SMC bloklarından ilgili denklemleri kullanarak matematiksel olarak elde edilmesi oldukça karmaşıklık içermektedir. Bunun yerine zaten ayrık zamanda çalışan sistem için herhangi bir  $n+1$  anında bu diferansiyel denklemlerin sayısal çözümü (6.19)'daki gibi

$$\frac{\partial u(n+1)}{\partial g_k} \cong \frac{\Delta u(n+1)}{\Delta g_k}, \quad \frac{\partial u(n+1)}{\partial g_1} \cong \frac{\Delta u(n+1)}{\Delta g_1} \quad (7.27)$$

olarak doğrudan elde edilebilir. Başlangıçta kabul edilebilir parametre değerleri kullanılarak (7.21)'de verilen kararlılık sınırları korunacak şekilde ayarlama işlemi yapılır.

#### 7.4. Benzetim Sonuçları

Elde edilen parametre güncelleme yönteminin başarımını göstermek için (7.12)'de verilen yapıda bir doğrusal olmayan sistemde  $b=1$ ,  $f(\mathbf{x},u)=\sin(x_1(t))+u(t)$  alınmıştır. Bu sistem, ters sarkaç sistemi için basitleştirilmiş bir modeldir. Bu çalışmada sistem çıkışı  $\mathbf{c}^T=[0 \ 1]$  seçilerek  $y=x_2$  şeklinde tanımlanmıştır. İstenen sistem çıkış yörüngesi  $y_d=x_{2d}=\cos(t)$  ve sisteme etkiyen sınır değerli dış bozucular sinuzoidal bir işaret olarak  $d=0.7\cos(5t)$  olarak modellenmiştir. Kayma yüzeyi (7.17)'deki gibi geleneksel biçimde seçilmiş ve sabit kayma yüzeyi parametresi  $\lambda_1=3$  alınmıştır. Euler yaklaşımı kullanılarak sürekli sisteme karşı düşen ayrıklaştırılmış sistem modeli

$$\begin{aligned}x_1(n+1) &= x_1(n) + Tx_2(n) \\x_2(n+1) &= x_2(n) + T \sin(x_1(n)) + Tu(n) + Td(n) \\y(n) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(n)\end{aligned}\quad (7.28)$$

olarak elde edilebilir. Elde edilen ayrık sistem modeli (7.20)'de kullanılarak kontrol kuralı

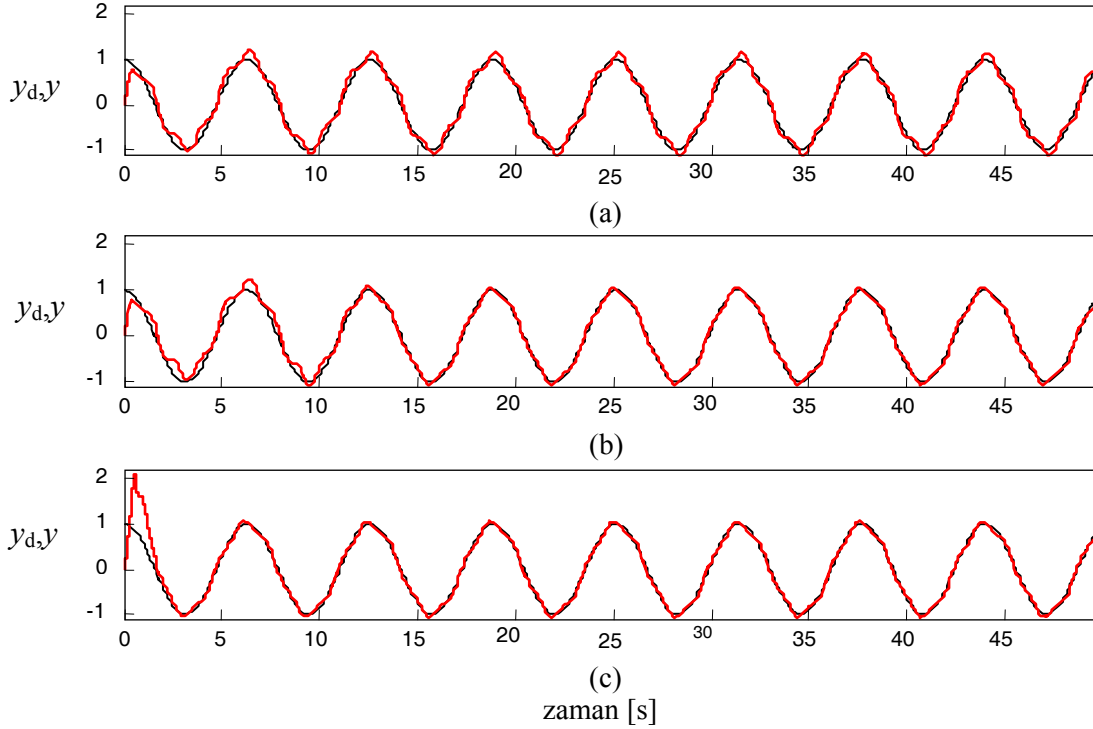
$$u(n) = \left[ \frac{x_{2d}(n+1) - x_{2d}(n)}{T} - \lambda_1 e_1(n) - g_k(n)s(n) - \hat{d}(n) \right] - \sin(x_1(n)) \quad (7.29)$$

ve bozucu kestirimi

$$\hat{d}(n) = \hat{d}(n-1) + g_k(n-1)[g_1(n-1)s(n) + g_2(n-1)s(n-1)] \quad (7.30)$$

olarak elde edilmektedir. Denklem (7.29)'daki istenen ayrık durum değerleri ise  $x_{1d}(n)=\sin(nT)$  ve  $x_{2d}(n)=\cos(nT)$  olarak alınmıştır. Kontrol işareti sınır değerli kabul edilmiş ve  $u=[-5;+5]$  aralığında alınmıştır. Sürekli zamanlı doğrusal olmayan ikinci derece sistem modeli bilgisayar benzetimlerinde dördüncü dereceden Runge-Kutta sayısal yöntemi ile çözülmüştür. Ele alınan doğrusal olmayan sistemi modellemek için kullanılan NARX modeli (4.1) için  $n_u, n_y=4$ ,  $\varepsilon$ -SVR algoritmasında  $\varepsilon=0.001$ ,  $C=1000$ , eğitim verisi için  $N=2000$  ve (4.20) çekirdek fonksiyonunda  $\sigma=20$ , (4.10) amaç fonksiyonunda  $\rho=0.01$  alınmıştır.  $k$ -adım ileri öngörülü sistem çıkışı için  $k=5$  ve harmanlama faktörü  $\mu=1000$ , adım aralığının maksimum değeri  $\max(s_a)=100$  olarak seçilmiştir. Burada  $s_a$ , her adımda altın bölme (Golden Section) yöntemiyle (4.10) amaç fonksiyonunu minimum yapacak şekilde hesaplanmıştır. Destek vektörü sayısı #SV=39 olarak elde edilmiştir. Benzetimler 300s için koşturulmuş fakat görsel olarak ifade etmek için çizimler [0;50] s aralığında verilmiştir. Başarım ölçütleri ise [0;300]s için hesaplanmıştır. Parametreler üç farklı şekilde seçilerek karşılaştırmalar yapılmıştır. Öncelikle çok küçük gözleyici ve geribesleme kazancı seçilerek bozucu gözleyici

ve sistem başarımı incelenmiştir. Bu amaçla başlangıç değerleri  $g_k(0)=g_l(0)=0.1$  alınmış ve sabit tutulmuştur (DSMCO-I). İkinci olarak SVM yapısı tarafından üretilen parametre değerleri çevrimiçi olarak doğrudan kullanılarak çıkış elde edilmiştir (DSMCO-II). Bunun yanında SVM-yapısını çevrim dışı olarak kullanmanın olası olduğu varsayımı altında SVM ayarlama mekanizması ile elde edilen parametre değerleri ulaştığı son değerlerde sabit alınarak sonuçlar incelenmiştir (DSMCO-III).



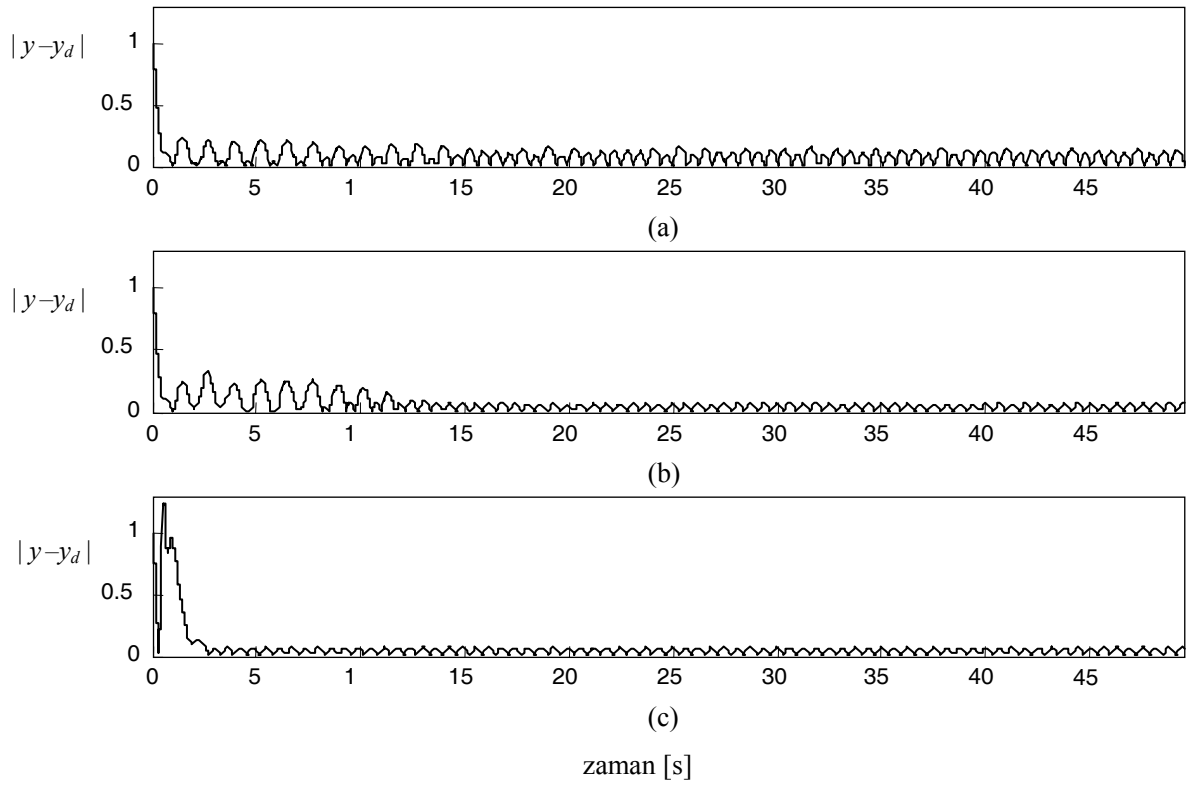
**Şekil 7.3.** (7.28) sistemi için elde edilen sistem çıkışları:  
a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III

SVM ile parametre ayarlama sonucunda elde edilen sistem çıkışı  $y$  ve izlenmesi istenen  $y_d$  işareti Şekil 7.3’de gösterilmiştir. Başlangıçta hata durumları büyük olduğu için küçük kazanç değerleri kullanmak DSMCO-I ve DSMCO-II için fayda sağlamaktadır. Fakat DSMCO-III çevrimdışı elde edilen parametre değerleri ile referansı daha iyi izlemektedir. Bu durum ise Şekil 7.4’ten de görülmektedir.

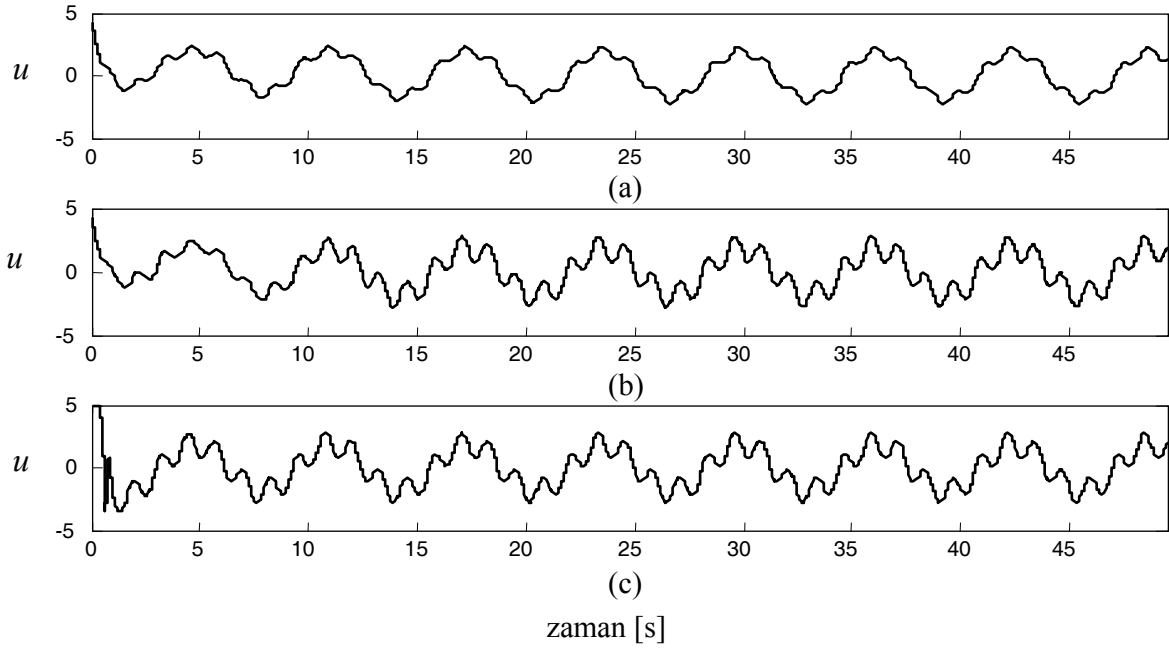
Elde edilen kontrol işaretleri Şekil 7.5’te verilmiştir. Kontrol işaretleri sadece ilk anda sınır değerleri zorlamakta daha sonra önceden tanımlı sınırlar içerisinde kalmaktadır. Bozucu işaretin kestirimleri ve gerçek bozucu işarete göre değişimi Şekil 7.6’da verilmiştir. Çevrimiçi durumda zamanla uygun parametre değerlerine doğru ulaşılmakta ve bozucu gözleyici başarımı iyileşmektedir. DSMCO-I ile verilen ve SVM mekanizmasında başlangıç koşulları olarak alınan parametrelerin bozucu gözleyici başarımının kötü olduğu



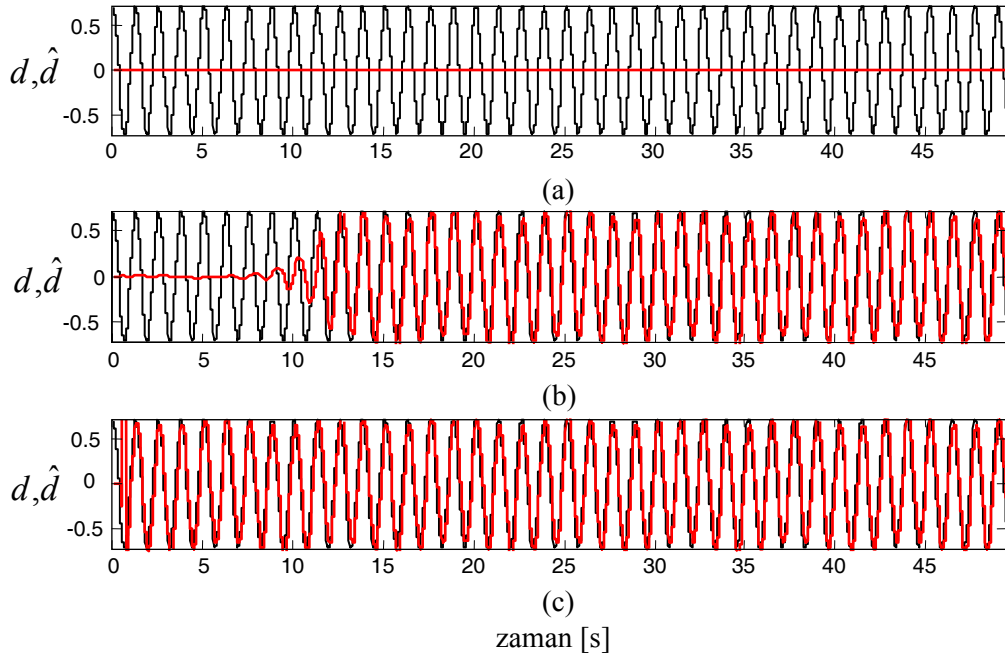
görülmektedir. Ayarlama mekanizması bu noktadan başlayarak iyileştirme sağlamaktadır.



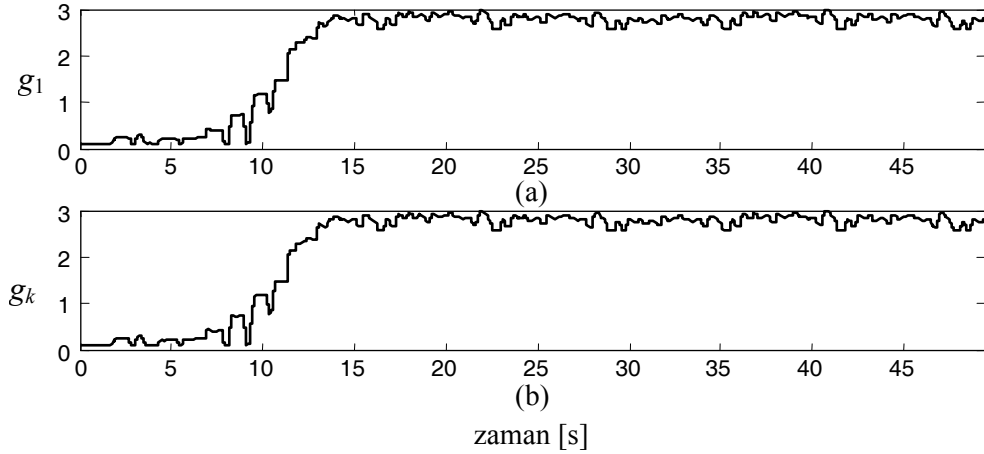
**Şekil 7.4.** (7.28) sistemi için sistem çıkışlarındaki mutlak hata:  
a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III



**Şekil 7.5.** (7.28) sistemi için sisteme uygulanan kontrol işaretleri:  
a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III



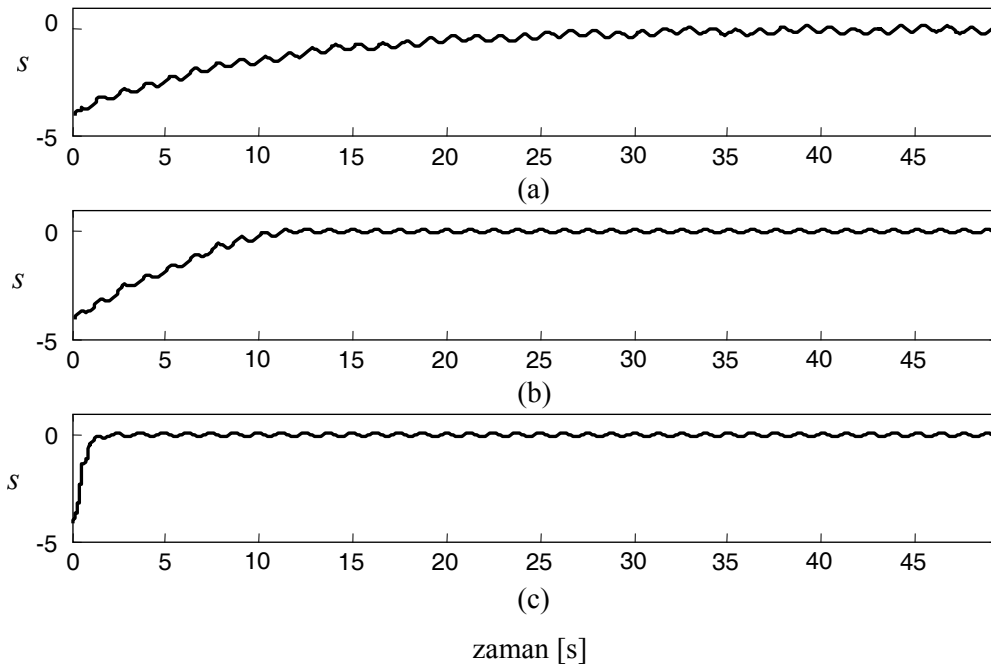
**Şekil 7.6.** (7.28) sistemi için bozucu gözleyici sonuçları:  
a)DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III



**Şekil 7.7.** (7.28) sistemi için parametrelerin zamanla ayarlanması a)  $g_1$ , b)  $g_k$

DSMC-II’de çevrimiçi olarak ayarlanan ve doğrudan kullanılan parametre değerleri Şekil 7.7’de verilmiştir. Burada parametrelerin belirli bir bant içersinde kaldığı görülmektedir. DSMCO-III için bu bant ortalaması olan  $g_k=2.83$ ,  $g_1=2.83$  sabit değerleri ile benzetimler koşturulmuştur.

Şekil 7.8’de ise ayırık kayma yüzeyi parametresinin zamana göre değişimi verilmiştir. Genel olarak DSMCO-II ve DSMCO-III için kayma yüzeyi değişiminin sıfır etrafında daha dar bir bant içerisinde kaldığı ve çevrimdışı olarak elde edilen kazanç değerleri ile daha kısa sürede sözde kayma kipine girildiği görülmektedir.



**Şekil 7.8.** (7.28) sistemi için kayma yüzeyi fonksiyonunun zamanla değişimi: a)DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III

**Tablo 7.1.** (7.28) sistemi için başarımlı ölçütleri tablosu

	$sse(y-y_d)$	$sse(d-\hat{d})$	$sse(s)$
<b>DSMCO-I</b>	54.61	1467	1467e+3
<b>DSMCO-II</b>	20.49	376.18	1306e+3
<b>DSMCO-III</b>	32.28	250.62	138.56

Başarımlı ölçütü olarak izleme hatası, bozucu gözleyici hatası ve kayma yüzeyinin kareleri toplamı 300s’lik süre boyunca hesaplanmış ve Tablo 7.1’de listelenmiştir. DSMCO-III başlangıçta kullanılan sabit ve büyük kazanç değerleri nedeni ile hataya aşırı duyarlı olmakta ve ilk başta izleme hatasının aniden büyük değerler almasına neden olmaktadır. Bu yüzden  $sse(y-y_d)$  değeri bu başlangıçtaki aşım nedeni ile toplamda büyük çıkmaktadır. Fakat Şekil 7.4’ten de hatırlanacağı gibi belirli bir andan sonra karşılaştırılan üç seçim içerisinde bu değerlerin, izleme hatasını en iyi duruma getiren parametreler olduğu görülmektedir.

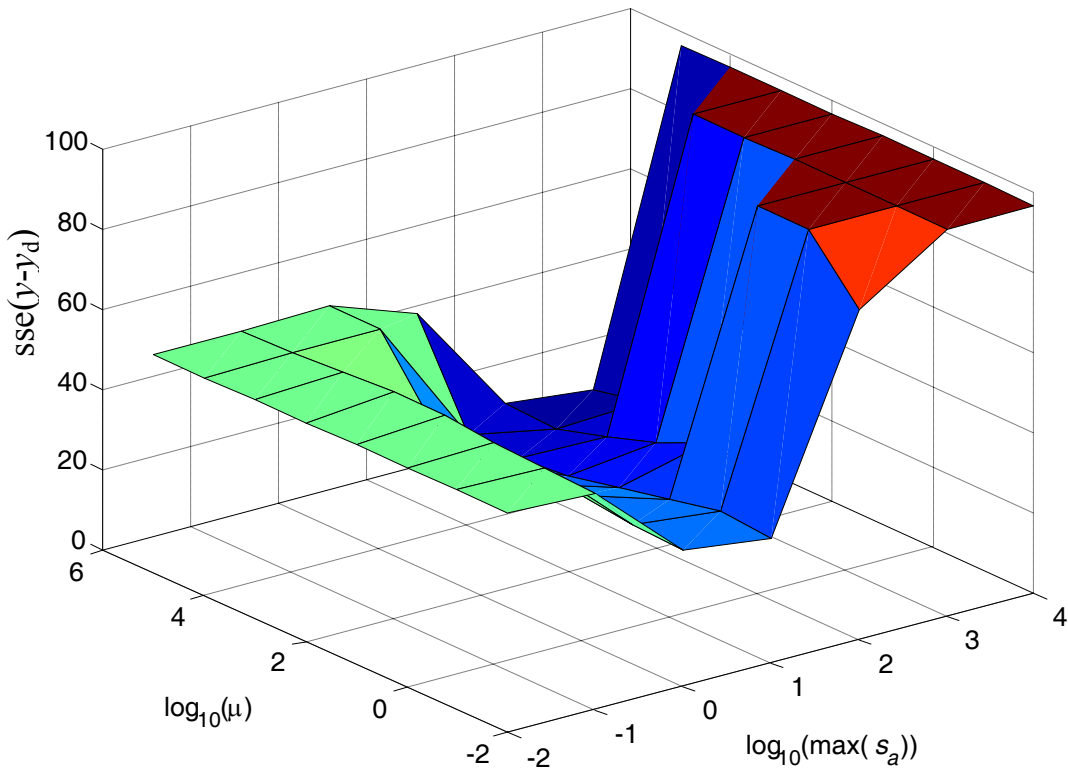
### 7.5.Bazı Parametrelerin Sistem Başarımlı Etkisinin İncelenmesi

SVM tabanlı ayarlama mekanizması için uygun parametre değerlerinin belirlenmesi çalışmada oldukça zaman alıcı bir bölüm olarak karşımıza çıkmıştır. Kabul edilebilir bir başarımlı için parametre değerlerinin ele alınan sistem karakteristiğine uygun olarak seçilmesi gerekmektedir. İlk olarak Bölüm 7.4’te el ile ayarladığımız en büyük adım aralığı  $\max(s_a)$  ve

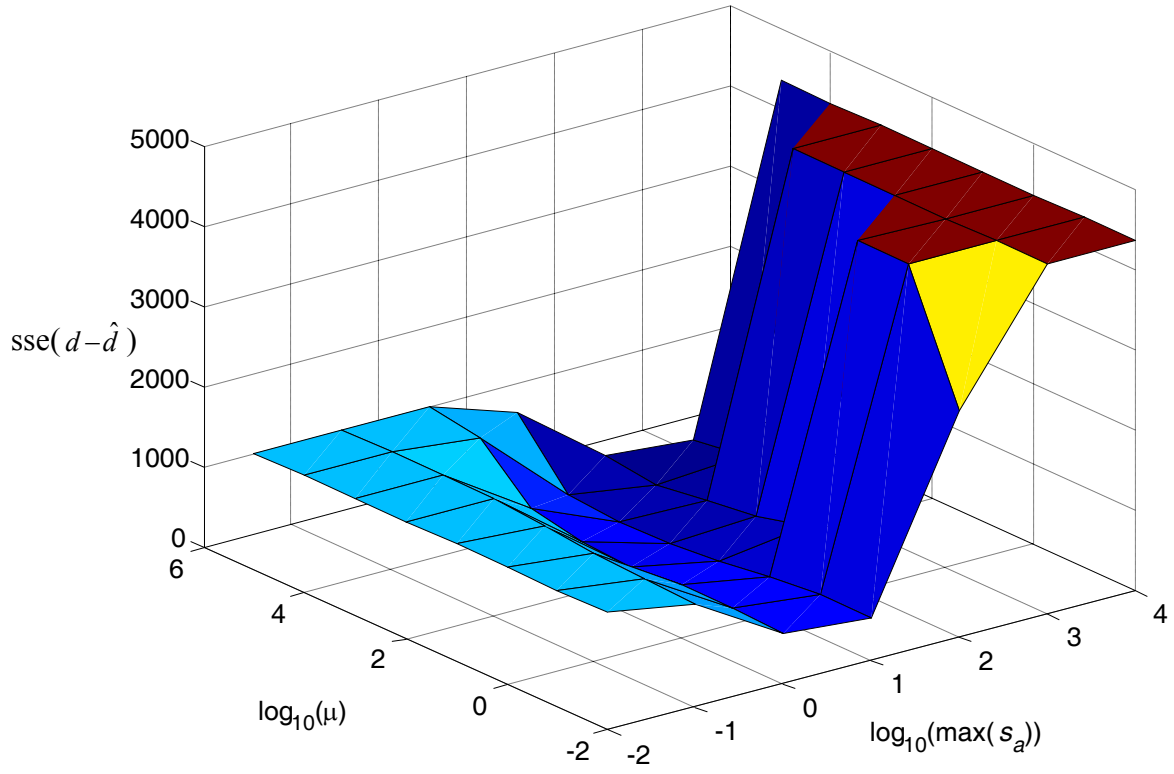
harmanlama faktörü  $\mu$  değerleri burada ızgara şeklinde tanımlanmış; diğer SVM ayarlama mekanizması değerleri ise değiştirilmemiştir. Her bir değer için benzetimler koşuturularak Şekil 7.9'daki  $sse(y-y_d)$ , Şekil 7.10'daki  $sse(d-\hat{d})$  ve Şekil 7.11'deki  $sse(s)$  sonuçları elde edilmiştir. Bu sonuçların elde edilmesi sırasında  $\mu$  ve grafiklerin elde edilmesinde referans işaretini takip etmeyen değerler için referans işaretini takip eden maksimum hata kareleri toplamına sahip değerlerin sonuçları yazılarak en uygun parametre değeri grafiklerde daha net gösterilmeye çalışılmıştır. Yani grafiklerin çok kötü başarımlar çıkan bölümleri belirli noktadan kesilerek minimum değerlere yoğunlaştırılmıştır.

İzleme hatası kareleri toplamını minimum yapan değer Şekil 7.9'da görüldüğü gibi  $\mu=100000$  ve  $\max(s_a)=1000$  değerleridir. Bu değerlerin aynı zamanda kayma yüzeyi ve bozucu gözleyici hatasını da minimum yaptığı Şekil 7.10'dan ve Şekil 7.11'den görülmektedir.

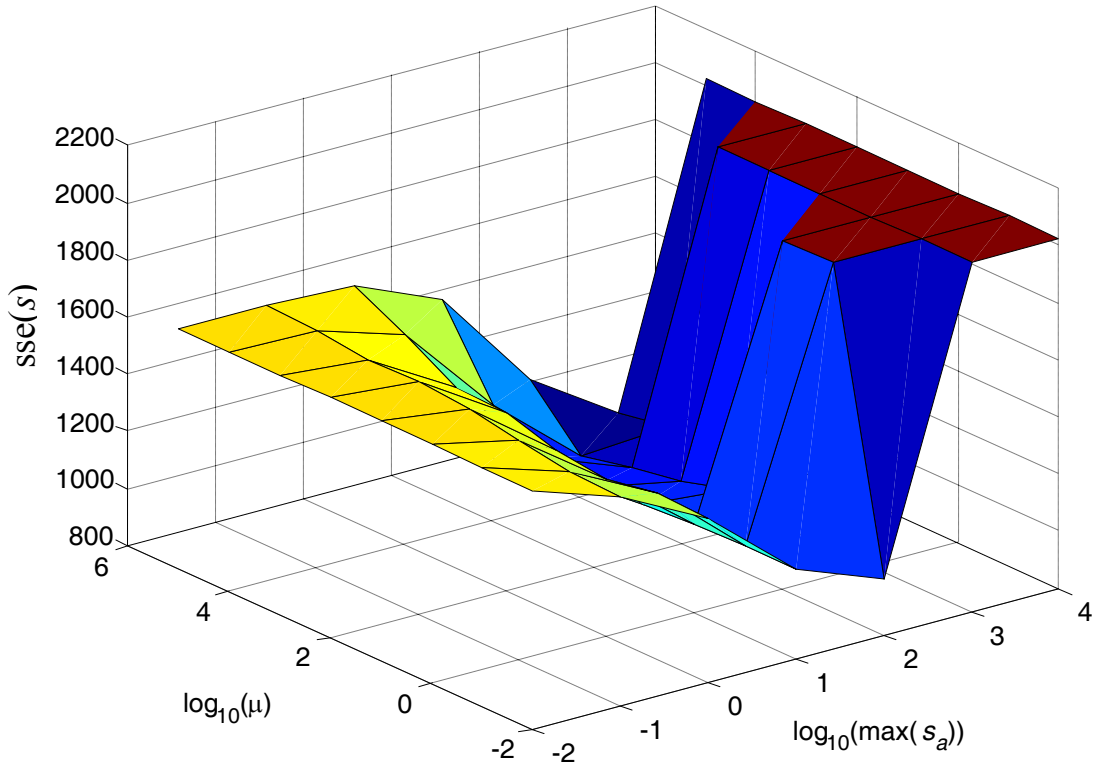
Ek olarak, bu elde edilen değerler için SVM tabanlı ayarlama mekanizması değerleri çevrimiçi olarak doğrudan kullanılmış ve çıkışlar elde edilmiştir (DSMCO-IV). Sonuçlar bir önceki bölümdeki DSMCO-II ile karşılaştırılmıştır.



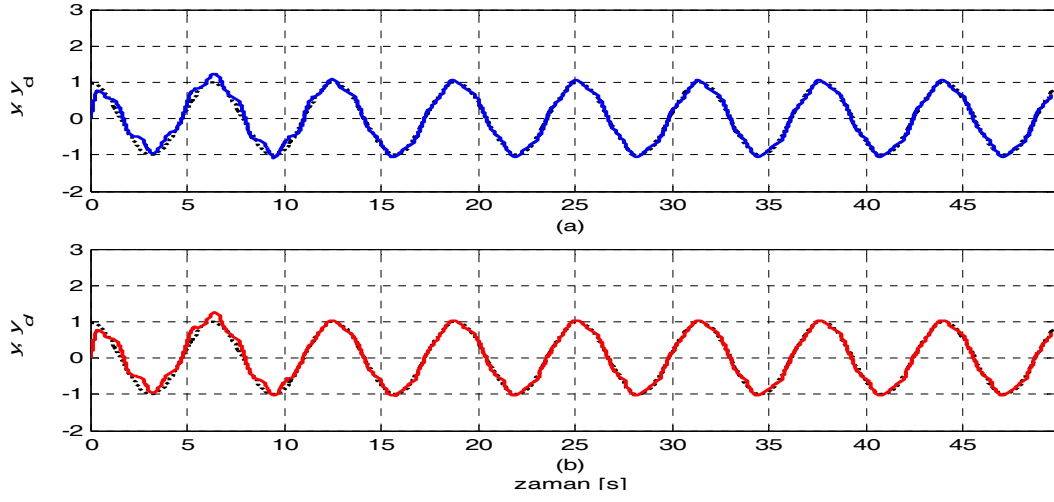
Şekil 7.9. Sistem çıkışı hata kareleri toplamının  $\mu$  ve  $\max(s_a)$ ' ya göre değişimi



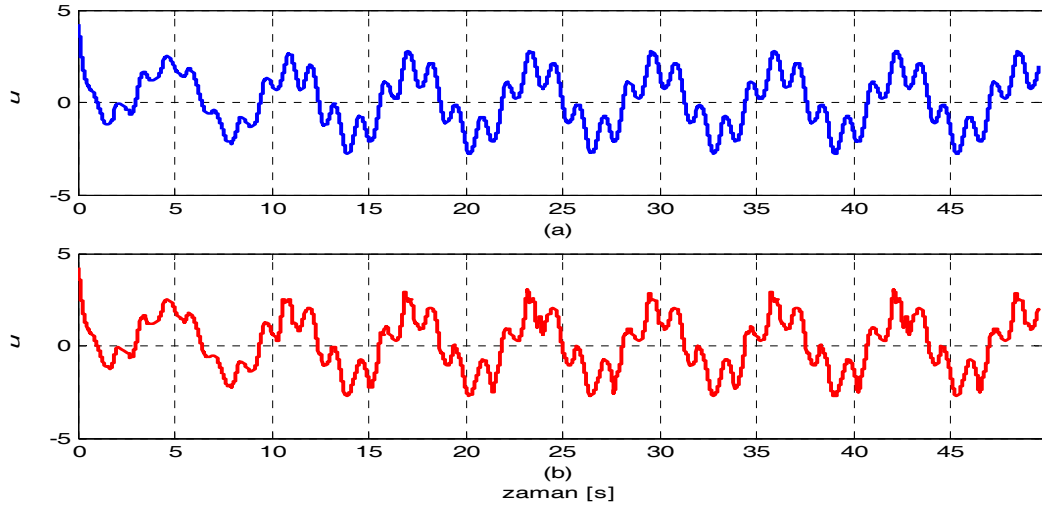
Şekil 7.10. Bozucu gözleyici hata kareleri toplamının  $\mu$  ve  $\max(s_a)$ ' ya göre değişimi



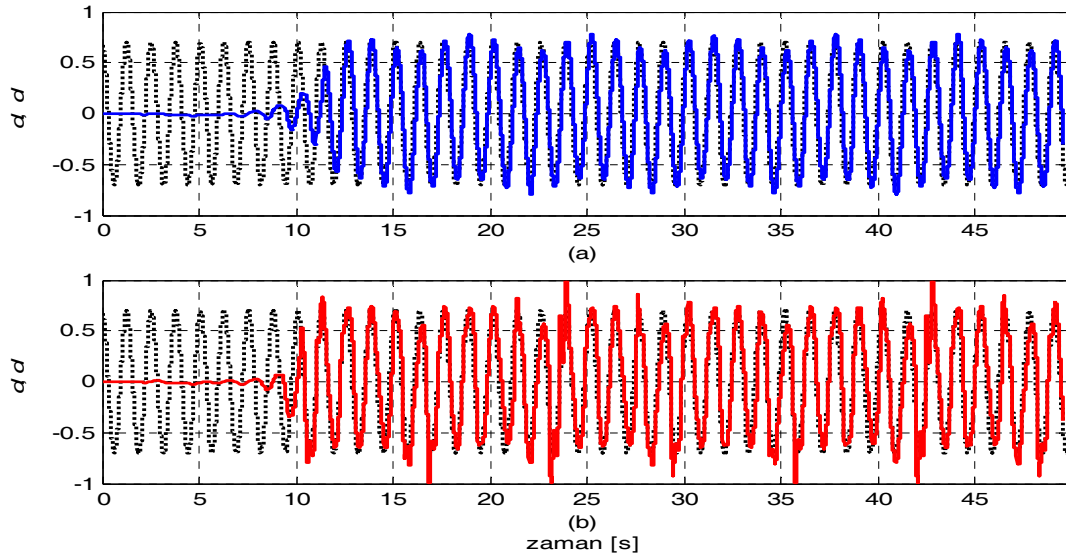
Şekil 7.11. Kayma yüzeyi hata kareleri toplamının  $\mu$  ve  $\max(s_a)$ ' ya göre değişimi



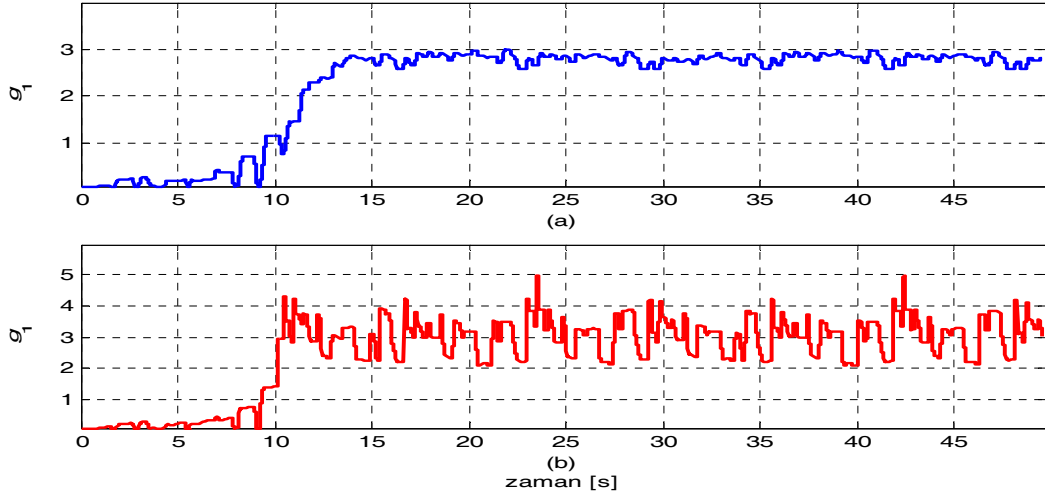
Şekil 7.12. Sistem çıkışları a) DSMCO-II, b) DSMCO-IV



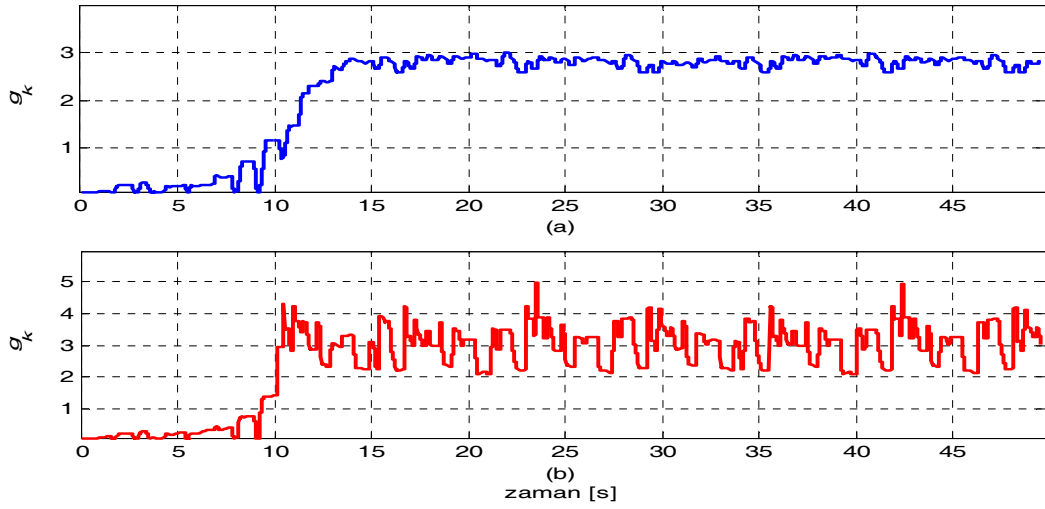
Şekil 7.13. Kontrol işaretleri a) DSMCO-II, b) DSMCO-IV



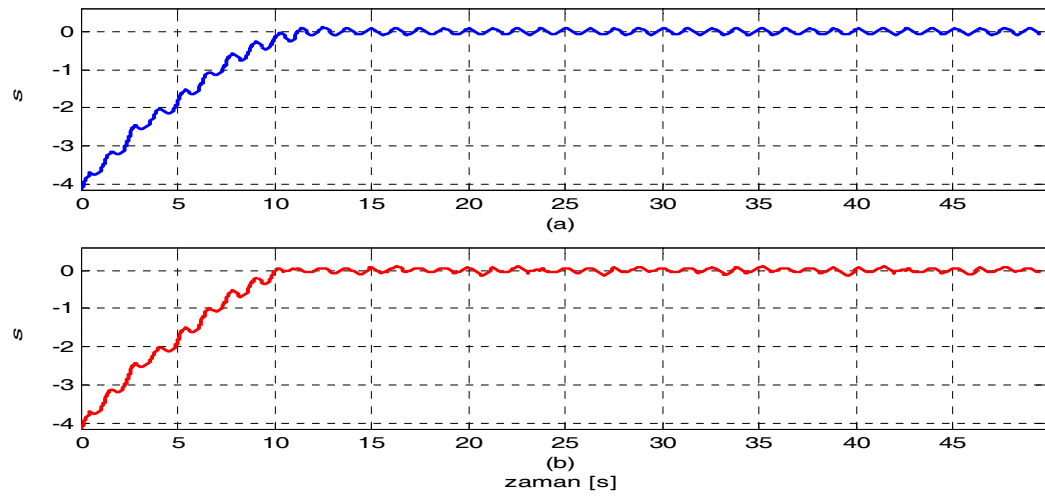
Şekil 7.14. Bozucu gözleyici sonuçları a) DSMCO-II, b) DSMCO-IV



Şekil 7.15.  $g_1$  parametresinin zamanla ayarlanması a) DSMCO-II b) DSMCO-IV



Şekil 7.16.  $g_k$  parametresinin zamanla ayarlanması a) DSMCO-II b) DSMCO-IV



Şekil 7.17. Kayma yüzeyi fonksiyonun değişimi a) DSMCO-II b) DSMCO-IV

**Tablo 7.2.** Başarım ölçütleri tablosu

	$sse(y-y_d)$	$sse(d-\hat{d})$	$sse(s)$
<b>DSMCO-II</b>	22.19	276.11	986.75
<b>DSMCO-IV</b>	16.28	155.79	932.79

Diğer bir iyileştirme çalışması olarak (4.10)'daki amaç fonksiyonunda  $\rho=0.1$  alınarak tanımlanan  $\mu$  ve  $\max(s_a)$  değerleri için sistem 300s boyunca yeniden koşturulmuştur. Elde edilen sonuçlar Tablo 7.3- 7.5'te verilmiştir. Tablo 7.3' te  $sse(y-y_d)$  ve Tablo 7.4'te  $sse(d-\hat{d})$  değerlerinden yine (DSMCO-IV) yapısı için en iyi sonuçların elde edildiği ve bu sonuçların  $\rho =0.01$  için bulunan sonuçlardan daha iyi olduğu açıkça görülebilmektedir. Bu SVM yapısı izleme hatasını ve bozucu gözleyici hatasını daha da azaltmasına rağmen Tablo 7.5'te görüldüğü gibi  $sse(s)$  değerinde kötüleşme olmuştur. Bu da kullanılan (4.10) amaç fonksiyonun  $s(t)$ ' yi içermemesinden kaynaklanmaktadır.

**Tablo 7.3.**  $sse(y-y_d)$  değerleri<sup>1</sup>

$\log(\mu)$ \ $\log(\max(s_a))$	-2	-1	0	1	2	3	4
-2	54.93	56.59	45.80	45.56	42.33	-	-
-1	54.88	56.64	47.83	46.46	43.78	-	-
0	54.83	56.69	48.27	45.59	39.53	-	-
1	54.77	56.50	45.80	40.84	37.51	-	-
2	54.71	55.99	44.62	34.93	31.52	27.18	-
3	54.67	55.34	46.43	26.53	23.10	20.53	-
4	54.63	54.82	55.91	24.97	16.36	15.69	-
5	54.62	54.64	54.95	46.79	17.44	12.88	-

<sup>1</sup> (-) işareti referans işaretini takip edemediği yerler

**Tablo 7.4.**  $sse(d-\hat{d})$  değerleri<sup>1</sup>

$\log(\mu)$ \ $\log(\max(s_a))$	-2	-1	0	1	2	3	4
-2	1469.31	1430.31	978.20	979.91	843.47	-	-
-1	1468.98	1444.16	1026.06	908.04	905.47	-	-
0	1468.65	1454.52	1035.36	885.11	762.83	-	-
1	1468.29	1470.01	963.91	759.37	678.26	-	-
2	1468.00	1475.21	943.48	599.19	508.18	458.21	-
3	1467.76	1472.20	1020.77	404.12	299.89	265.07	-
4	1467.59	1468.57	1403.70	400.56	167.41	159.46	-
5	1467.53	1467.63	1469.38	1068.25	224.28	110.84	-

<sup>1</sup> (-) bulunan yerler referans işaretin takip edilemediği parametre değerleridir



**Tablo 7.5.** sse(s) değerleri<sup>1</sup>

$\log(\mu) \backslash \log(\max(s_a))$	-2	-1	0	1	2	3	4
-2	1634.96	1594.53	1397.38	1231.90	1105.73	-	-
-1	1635.34	1596.08	1399.18	1202.85	1112.77	-	-
0	1636.33	1599.71	1410.53	1200.02	1095.03	-	-
1	1637.85	1608.54	1433.23	1175.29	1091.00	-	-
2	1639.18	1618.92	1475.41	1140.30	1079.84	1068.52	-
3	1638.82	1616.88	1470.73	1155.91	1034.24	998.33	-
4	1640.28	1628.74	1537.12	1204.66	1013.08	1002.82	-
5	1641.43	1639.44	1620.62	1475.22	1103.87	1003.98	-

<sup>1</sup> (-)bulunan yerler referans işaretin takip edilemediği parametre değerleridir

## 7.6.Sonuç ve Tartışma

Proje çalışmasının bu bölümünde DSMC yapıları ele alınmıştır. Gözleyici kazancı ve geribesleme kazancı destek vektör makinelerine dayalı bir ayarlama mekanizması ile güncellenerek uygun parametrelerin elde edilmesi amaçlanmıştır. Elde edilen yöntemin hem çevrimiçi hem de çevrim dışı olarak kullanılabilmesi örnek bir doğrusal olmayan sistem üzerinde gerçekleştirilen benzetim sonuçları ile gösterilmiştir.

Bölüm 7.5'te de üzerinde durulduğu gibi bu çalışmada elde edilen başarımlar üzerinde destek vektör makineleri parametrelerinin değerlerinin seçiminin büyük önemi bulunmaktadır. Örneğin harmanlama faktörü veya farklı olarak ceza parametresi gibi bu proje çalışmasında sabit alınan parametreler çevrim içi veya çevrim dışı olarak ayarlanıp başarımlar iyileştirilebilir. Çevrimiçi ayarlama parametrelerinin yumuşak değişim göstermesi için bir süzgeçten yararlanılması düşünülebilir. Benzetim çalışmaları yapılan tasarımın gerçek sistemlere uygulanması da açık bir çalışma konusudur.

Bu çalışmada elde edilen sonuçlardan bir bölümü TOK'2010 (Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı) sempozyumuna sunum yapmak üzere gönderilmiştir. Henüz hakem aşamasında olan ilgili çalışma ve sempozyum bilgileri **EK-10**'da verilmiştir.

## 7.7.Kaynakça

- ASTROM K.J., Wittenmark B.**, *Computer-Controlled Systems, Theory and Design*, Prentice –Hall Information and System Science Series, 3rd edition, (1997).
- BARTOSZEWICZ A. and Zuk J.**, Discrete time sliding mode flow controller for multi-source single-bottleneck connection-oriented communication networks, *Journal of Vibration and Control*, 15(11), 1745–1760, (2009).
- BARTOSZEWICZ A.**, Discrete-time quasi-sliding mode control strategies, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 45, 633–637, (1998).
- CHANG J.-L.**, Robust discrete-time model reference sliding mode controller design with state and disturbance estimation, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(11), 4065-4074, (2008).
- CHEN X., Fukuda T.**, Computer-controlled continuous-time variable structure systems with sliding modes, *International Journal of Control*, 67(4), 619-639, (1997).
- CHUNG W., Fu L.-C., Hsu S.-H.**, Motion Control, in *Handbook of Robotics*, ed: Siciliano B., Khatib O., Springer, (2008), pp:133–159.
- CRISTINI N., Taylor J.S.**, *An Introduction to Support Vector Machines and Other Kernel-Based Learning Methods*, Cambridge University Press, New York, (2000).
- FURUTA K.**, Sliding mode control of a discrete system, *Systems and Control Letters*, 14, 145-152, (1990).
- GARCIA J.P.F., Ribeiro J.M.S., Silva J.J.F., Martins E.S.**, Continuous-time and discrete-time sliding mode control accomplished using a computer, *IEE Proceedings: Control Theory and Applications*, 152, 220–228, (2005).
- GOLO G., Milosavljevic C.**, Robust discrete-time chattering free sliding mode control, *Systems and Control Letters*, 41, 19–28, (2000).
- HUI S., Zak S.H.**, On discrete-time variable structure sliding mode control, *Systems and Control Letters*, 38, 283–288, (1999).
- IPLIKCI S.**, A comparative study on a novel model-based PID tuning and control mechanism for nonlinear systems, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, doi.10.1002/rnc.1524, (2009).
- KAYNAK O., Denker A.**, Discrete time sliding mode control in the presence of system uncertainty, *International Journal of Control*, 57, 1147–1189, (1993).
- LI H., Song L., Lai Y.**, Discrete variable structure control and its application to ship autopilot, *Kybernetes*, 37(9/10), 1444–1450, (2008).
- LI J.N., Zhang Y.B., Pan H.P.**, Chattering free LS-SVM sliding mode control, *Proceedings of the 5th International Symposium on Neural Networks*, Beijing, China, (2008), pp: 701–708.
- MILOSAVLJEVIC C.**, General conditions of the existence of a quasi-sliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems, *Automatic and Remote Control*, 46, 307–314, (1985).
- MISAWA E. A.**, Discrete-time sliding mode control for nonlinear systems with uncertain uncertainties and uncertain control vector, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 119, 503–512, (1997).
- MONSEES G.**, *Discrete-time sliding mode control*, (Ph.D. Thesis), Delft Technical University, ISBN 90-77017-83-6, (2002).
- PAI M.-C.**, Discrete-time variable structure control for robust tracking and model following, *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 31(1), 167–172, (2008).

- POLYCARPOU M., Farrell J., Sharma M.**, On-line approximation control of uncertain nonlinear systems: issues with control input saturation, *Proceedings of the 2003 American Control Conference*, Denver, Colorado, (2003), pp:543–548.
- SARPTURK S.Z., Istefanopulos Y., Kaynak O.**, On the stability of Discrete-Time Sliding Mode Control Systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-32(10), 930–932, (1987).
- SIRA-RAMIREZ H.**, Nonlinear discrete variable structure systems in quasi-sliding mode, *International Journal of Control*, 54, 1171-1187, (1991).
- SPURGEON S.K.**, Hyperplane design techniques for discrete-time variable structure control systems, *International Journal of Control*, 55(2), 445-456, (1992).
- TOKAT S., Iplikci S., Ulusoy L.**, Observer gain adaptation of output feedback sliding mode controller with support vector machine regression, *WSEAS Transactions on Systems and Control*, 5(2), 111–122, (2010).
- VIVEKANANDAN C., Prabhakar R., Gnanambigai M.**, A redefined quasi-sliding mode control strategy, *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 39, 292-295, (2008).
- WANG F.G., Park S.K., Kim M.C., Choi S.J., Yoon T.S.**, A novel sliding surface design by using support vector machines, *Proceedings of the International Conference on Complex Systems and Applications*, Jinan, China, (2007), pp:1405–1409.
- WON M., Hedrick J.K.**, Disturbance adaptive discrete-time sliding control with application to engine speed control, *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 123(1), 1–9, (2001).
- XIA B., Zuo J., Pu Y.**, Varied structure process predictive coordination control and its application, *Advances in Systems Science and Applications*, 3(1), 143-149, (2003).
- XU S.-D., Liang Y.-W., Chiou S.W.**, Discrete-time quasi sliding-mode control for a class of nonlinear control systems, *Electronics Letters*, 44(17), 1008-1010, (2008).
- VELUVOLU K.C., Soh Y.C.**, Discrete-time sliding mode state and unknown inputs estimations for nonlinear systems, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(9), 3443-3452, (2009).
- YU X., Kaynak O.**, Sliding-mode control with soft computing: a survey, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(9), 3275–3286, (2009).
- ZINOBER A.S.I.**, *Variable Structure and Lyapunov Control*, Lecture Notes in Control and Information Systems, Springer- Verlag, London, (1994).

## 8. SONUÇ

Proje çalışmasında ilk olarak Bölüm 3'te üzerinde durulan sürekli zamanlı kayma kipli kontrolör için doğrusal öteleme ve ölçekleme parametrelerinin açısal öteleme ve ölçekleme parametreleri ile birlikte kullanıldığı açısal zamanla değişen bir kayma yüzeyi tasarımı üzerinde durulmuştur. Önerilen kayma yüzeyi zamanın doğrusal bir fonksiyonu olarak değişmektedir. Bölüm 3.3'te ayrıca, zamana bağlı olarak yüksek dereceden bir ilişki tanımlanarak farklı açısal değişim düzenlerinin elde edilebileceği gösterilmiştir. Gelecekteki bir çalışma konusu olarak, açısal değişim bilgisi sistem durumlarına veya destek vektör makinesi ile elde edilen modele bağlı olarak farklı şekillerde tanımlanabilir ve farklı dönme düzenleri elde edilebilir.

Projede daha sonra elde edilen zamanla değişen kayma yüzeyi parametrelerinin farklı başlangıç koşulları altında çalışması durumu ele alınmıştır. Her başlangıç koşulu için parametrelerin uygun değerlerinin ayarlanması gerekmektedir. Çalışmamızda bulanık mantık ve genetik algoritmalar tekniklerinden yararlanılarak da çözümler üretilebileceği gösterilmiştir.

Bölüm 5'te üzerinde durulan çalışmada temel olarak destek vektör makineleri ile parametrelerin ayarlanması üzerinde durulmuştur ve faydalı sonuçlar elde edilmiştir. Burada gelecekte yapılabilecek bir çalışma destek vektör makinesinin öğrenme algoritmasında sadece çıkış hatası ve kontrol işaretinin genliğine bağlı olarak tanımlanan amaç fonksiyonunun kayma kipli kontrolörün gürbüzlüğünü tanımlayan kayma yüzeyi değişkeni veya ulaşma koşulu ile ilişkilendirilmesidir. Bunu sağlamak için ise SVM algoritmasında yapısal değişiklik yapılması gerekmektedir. Bu konu projeden sonra yapılabilecek ileriye dönük çalışma konularından biridir.

Sistem durumlarına erişilemediği durumda kayma kipli gözleyici ile durumların kestirimi veya yine bozucu kestirimi üzerinde de durulmuştur. Elde edilen kestirim değerleri ile tanımlanan kayma kipli kontrolör için de uygun parametrelerin elde edilmesi amacı ile SVM konusundan yararlanılmıştır. Proje hedef olarak ikinci merteye sistemleri kapsadığı için çalışmalarda yüksek merteye sistemler ele alınmamıştır. Yine projede elde edilen sonuçların yüksek merteye sistemlere genişletilmesi de gelecekte yapılabilecek çalışmalardan biri olarak sunulabilir.

Projenin son bölümünde ayırık-zamanlı SMC konusuna girilmiştir. Bu durumda önerilen kayma yüzeyi sürekli-zamanlı SMC için tasarlandığı için ayırık-zamanlı SMC durumunda kayma yüzeyi tasarımı üzerinde durulmamıştır. Fakat SVM ile gözleyici kazançlarının ve geribesleme kazançlarının ayarlanması başarılı bir şekilde sağlanmıştır. Ayırık zamanlı SMC durumunda sürekli zamanlı SMC için geçerli olan kuramsal altyapı tamamen değişmektedir. Bu yüzden projenin son bölümünde sonuçların ayırık zamanlı SMC'ye genişletilmesi çalışması proje ekibinin oldukça fazla zamanını almıştır. Bu bölümde ileri de yapılabilecek bir çalışma, sürekli zamanlı SMC için önerilen açısız zamanla değişen kayma yüzeyinin ayırık-zamanlı olarak ifade edilmesinin sağlanmasıdır.

# TÜBİTAK

## PROJE ÖZET BİLGİ FORMU

<b>Proje No:</b> 107E186
<b>Proje Başlığı:</b> <b>Destek Vektör Makinelerine Dayalı Kayma Kipli Kontrolör Tasarımı</b>
<b>Proje Yürütücüsü ve Araştırmacılar:</b> Yrd.Doç.Dr. Sezai TOKAT (proje yürütücüsü) Doç.Dr. Serdar İPLİKÇİ (proje araştırmacısı) Seçil AYDIN (yarı zamanlı proje bursiyer öğrencisi) Lütfi ULUSOY (tam zamanlı proje bursiyer öğrencisi)
<b>Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi:</b> Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Bilgisayar Mühendisliği Bölümü, 20070, Denizli
<b>Destekleyen Kuruluş(ların) Adı ve Adresi:</b> TÜBİTAK Tunus Caddesi No:80 06100 Kavaklıdere / Ankara
<b>Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri:</b> Şubat 2008-Haziran 2010
<b>Öz (70 kelime)</b> Kayma kipli kontrolörde (SMC'de) zamanla değişen kayma yüzeyi tasarımındaki sorunlardan biri başlangıç koşullarına bağımlı tasarım parametreleridir. Projede kayma yüzeyi parametrelerini başlangıç koşullarına göre elde etmek için destek vektör makineleri (SVM) kullanılmıştır. Ölçülemeyen durumlar söz konusu olduğunda ise tüm durumların geribeslemesini kullanan SMC gerçekleştirilemez. İkinci olarak kayma kipli gözleyici tasarımı üzerinde durulmuş, SVM algoritmaları kullanılarak gözleyici ve kontrolör başarımı iyileştirilmiştir. Proje de elde edilen yapıların ayırık-zamanlı SMC için uygulanmasına da çalışılmıştır.
<b>Anahtar Kelimeler:</b> Sürekli-zamanlı kayma kipli kontrol, ayırık-zamanlı kayma kipli kontrol, kayma kipli gözleyici, durum gözleyicisi, bozucu gözleyicisi, doğrusal olmayan kontrol, destek vektör makineleri, dayanıklı kontrol
<b>Fikri Ürün Bildirim Formu</b> Sunuldu mu? Evet <input type="checkbox"/> Gerekli Değil <input checked="" type="checkbox"/> Fikri Ürün Bildirim Formu'nun tesliminden sonra 3 ay içerisinde patent başvurusu yapılmalıdır.

**Projeden Yapılan Yayınlar:**

- Tokat, S.** “Sliding mode controlled bioreactor using a time-varying sliding surface,” *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Volume: 31, No: 5, pp: 435-456, OCTOBER 2009.
- Tokat S., ve Aydın S.,** “Başlangıç Koşullarına Göre Parametreleri Ayarlanan Açısız Bilgiye Dayalı Kayma Kipli Bulanık Kontrolör Tasarımı,” *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı*, Cilt 1, 309-314, 13-15 Kasım, İstanbul Teknik Üniversitesi, (2008).
- Tokat S., and Ulusoy L.,** “Genetic Algorithms Applied to Initial Condition Adaptation of a Sliding Mode Controller with a Time-varying Sliding Surface,” *Proceedings of the International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications (INISTA’09)*, 5-11, June 29-July 1, Trabzon, Turkey, (2009).
- Tokat S., Iplikci S., Ulusoy L.,** “Performance Based Sliding Mode Controller using Support Vector Machines,” *The 2nd IFAC International Conference on Intelligent Control Systems and Signal Processing (ICONS’09)*, September 21-23, Istanbul, Turkey, (2009).
- Tokat S., Ulusoy L.,** “Output Feedback Sliding Mode Controller with Improved Tracking Performance,” *Proceedings of the 29th IASTED International Conference on Modelling, Identification and Control*, February 15-17, Innsbruck, Austria, (2010).
- Tokat S., Iplikci S., Ulusoy L.,** “Output Feedback Sliding Mode Control with Support Vector Machine Based Observer Gain Adaptation,” *Proceedings of the 8th WSEAS International Conference on Circuits, Systems, Electronics, Control and Signal Processing (CSECS’09)*, December 14-16, Puerto de la Cruz, Tenerife, Spain, (2009).
- Tokat S., Iplikci S. and Ulusoy L.,** "Observer Gain Adaptation of Output Feedback Sliding Mode Controller with Support Vector Machine Regression," *WSEAS Transactions on Systems and Control*, Volume:5, Issue:2, Pages: 111-122, February 2010 , 2010
- Tokat S., Iplikci S. and Ulusoy L.,** “Ayrık-zamanlı Kayma Kipli Kontrolörde Bozucu Gözleyici Kazancının Destek Vektör Makineleri ile Ayarlanması,” *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı (TOK’2010)*, Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, (hakemde).

## EKLER

- EK-1 Tokat S., ve Aydın S., Ulusoy L., Eksin I, Guzelkaya M.,** “A classification and overview:sliding surface design in sliding mode controllers,” başlıklı kayma yüzeyi tasarım yöntemlerinin sınıflandırılması ile ilgili ön çalışma.
- EK-2 Tokat, S.** “Sliding mode controlled bioreactor using a time-varying sliding surface,” *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 31(5), 435-456, (2009).
- EK-3 Tokat S., ve Aydın S., Ulusoy L.,** “An Evenly and Continuously Time-varying Linear Sliding Surface Design with Angular Displacement,” başlıklı farklı açısız değişim bilgisi kullanılması üzerine yapılan ön çalışma.
- EK-4 Tokat S., ve Aydın S.,** “Başlangıç Koşullarına Göre Parametreleri Ayarlanan Açısız Bilgiye Dayalı Kayma Kipli Bulanık Kontrolör Tasarımı,” *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı*, Cilt 1, 309-314, 13-15 Kasım, İstanbul Teknik Üniversitesi, (2008).
- EK-5 Tokat S., and Ulusoy L.,** “Genetic Algorithms Applied to Initial Condition Adaptation of a Sliding Mode Controller with a Time-varying Sliding Surface,” *Proceedings of the International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications* (INISTA’09), 5-11, June 29-July 1, Trabzon, Turkey, (2009).
- EK-6 Tokat S., Iplikci S., Ulusoy L.,** “Performance Based Sliding Mode Controller using Support Vector Machines,” *The 2nd IFAC Int. Conf. on Intelligent Control Systems and Signal Processing* (ICONS’09), September 21-23, Istanbul, Turkey, (2009).
- EK-7 Tokat S., Ulusoy L.,** “Output Feedback Sliding Mode Controller with Improved Tracking Performance,” *Proceedings of the 29th IASTED International Conference on Modelling, Identification and Control*, February 15-17, Innsbrück, Austria, (2010).
- EK-8 Tokat S., Iplikci S, Ulusoy L.,** “Output Feedback Sliding Mode Control with Support Vector Machine Based Observer Gain Adaptation,” *Proceedings of the 8th WSEAS International Conference on Circuits, Systems, Electronics, Control and Signal Processing* (CSECS’09), December 14-16, Puerto de la Cruz, Tenerife, Spain, (2009).
- EK-9 Tokat S., Iplikci S. and Ulusoy L.,** "Observer Gain Adaptation of Output Feedback Sliding Mode Controller with Support Vector Machine Regression," *WSEAS Transactions on Systems & Control*, 5(2), 111-122, February 2010.
- EK-10 Tokat S., Iplikci S. and Ulusoy L.,** “Ayrık-zamanlı Kayma Kipli Kontrolörde Bozucu Gözleyici Kazancının Destek Vektör Makineleri ile Ayarlanması,” *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı* (TOK’2010), Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, (hakemde). Sempozyuma gönderilen bildiri ve sempozyum bilgileri.



**EK-1**

# **A classification and overview: sliding surface design in sliding mode controllers**

**Sezai TOKAT<sup>\*</sup>, Secil AYDIN<sup>\*</sup>, Lutfi ULUSOY<sup>\*\*</sup>, Ibrahim EKSIN<sup>\*\*\*</sup> and  
Mujde GUZELKAYA<sup>\*\*\*</sup>**

<sup>\*</sup> Pamukkale University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department,  
20017 Camlik, Denizli, TURKEY

<sup>\*\*</sup> Pamukkale University, Engineering Faculty, Electrical and Electronics Engineering Department,  
20017 Camlik, Denizli, TURKEY

<sup>\*\*\*</sup> Istanbul Technical University, Faculty of Electrical and Electronics Engineering,  
Control Engineering Division, 34390 Maslak, Istanbul, TURKEY

***Corresponding Author*** : *Dr.Sezai TOKAT*

***Corresponding Postal Address*** : *Pamukkale Universitesi, Muhendislik Fakultesi, Bilgisayar  
Muhendisligi Bölümü, 20017, Camlik, DENIZLI, TURKEY*

***Email*** : *stokat@pamukkale..edu.tr*

***Tel*** : *+90.258.2963201*

***Fax*** : *+90.258. 2963262*

**Abstract** —Sliding mode control provides insensitivity to parameter variations and complete rejection of disturbances. However, this property is valid only in the sliding phase. Therefore, various studies are performed to improve the controller performance by minimizing or even removing the time to reach the sliding phase. Sliding surface design is one of the strategies to achieve this aim. In this study, the methods available on the topic of scalar sliding surface design methods are classified and literature on this topic is overviewed.

**Index Terms** — *sliding mode control, sliding surface design, linear and nonlinear sliding surface*

## 1. Introduction

Sliding mode control idea is brought to life as a subclass of variable structure systems theory in 1950s (Tsytkin, 1955) and can be described as a deterministic, nonlinear, robust control method that is obtained by switching discontinuously on time on a predetermined sliding surface with a high speed, nonlinear feedback (Utkin, 1978). The reason of its popularity is the attractive properties of sliding mode control; its ease and flexibility of use, fast error convergence characteristics for nonlinear systems by emulating a prescribed reduced order system, direct incorporation of robustness to external disturbances and parameter uncertainties, and an implicit stability proof.

Phase space is the collection of possible states of a dynamical system. The path in phase space traced out by a solution of an initial value problem is called *phase space trajectory* of the dynamical system and the location of system states at a given time instant is called as *representative point* (RP). The phase space trajectory of a SMC can be investigated in two parts representing two different modes of the system. The system trajectories starting from a given initial condition off the sliding surface tend towards the sliding surface. The time period before reaching the sliding surface is known as *reaching or hitting mode* and the time period that passes until the system RP reach the sliding surface is called *reaching time*. When the convergence to the sliding surface occurs, the sliding mode starts. In general, the design of a sliding mode controller (SMC) involves the

determination of a sliding surface that represents the desired stable dynamics and describing a control law that guarantees the reaching mode and sliding mode.

The system trajectories are sensitive to parameter variations and disturbances during the reaching mode of the phase space trajectory whereas they are insensitive in sliding mode. Therefore, various methods have been suggested to eliminate or lessen the system sensitivity by minimizing or even removing the reaching mode.

A challenging way is to adapt the linear and constant sliding surface of the classical SMC. The design problem in systems with discontinuous control laws can be usually reduced to the selection of the parameters of the sliding surfaces and these parameters completely determine the performance of the related system (Utkin, 1978). Thus, most of the adaptive strategies presented in the literature to improve a SMC performance are concerned with sliding surface design. The controller performance is then evaluated using a performance criterion such as integral of absolute error (IAE), integral of time multiplied absolute error (ITAE) etc. There exist two important time domain criteria that have to be considered in forming the performance index; namely, one is the *tracking time*, which can be described as the time to drive the system RP to the desired states, and the other one is the reaching time that designates the time period that the system is sensitive to disturbances.

In this study, continuous-time SMC studies based on different sliding surface design methods are investigated. These methods are first classified according to their properties such as dimension, linearity, time dependency, and nature of the moving algorithm as illustrated in figure 1 by a tree diagram.

The first classification is arranged based on the number of sliding surfaces to be designed that depends on the number of input variables. For single-input systems, there is only one sliding surface is *scalar* and for multi-input systems, it is in a *vector* form. It is more complex to design a vector sliding surface than to design a scalar one. If the state variables in the sliding surface definition are all in a linear arrangement than the sliding surface is a *linear* sliding surface; else if at least one

element of the sliding surface has a nonlinear arrangement of the state variables, it is classified as *nonlinear* sliding surface. Another property is the time dependency of the sliding surface. If the parameters of the sliding surface are stationary with respect to time during the operation of the system, the sliding surface is called *constant* sliding surface. In conventional SMC, the sliding surface is naturally constant. However, a time-varying function can also be used for defining a sliding surface. If any sliding surface parameter drift or vary with time, they are called *time-varying* sliding surfaces. For the time-varying case, another classification is made for the nature of the moving algorithm. If the changes in the sliding surface parameters are all functions of the continuous-time variable  $t$ , they are called *continuously-moving* sliding surfaces. If any parameter change is made at specific time instants, the sliding surface is named as *discretely-moving* sliding surface.

[Insert Figure 1 about here]

In this study, the sliding surface design methods for the scalar case are taken into consideration and the classifications given in figure 1 are investigated. In section 2, first of all, the notation and structure of the conventional SMC is explained. Then, in section 3, the sliding surface design methods are presented based on the above classification. This study is focused on scalar sliding surfaces and vector cases are not considered here.

## 2. Conventional Continuous-time Sliding Mode Control

The main idea of SMC is to reduce the control problem described by nonlinear equations of order  $n$  to a first order nonlinear problem with bounded uncertainties in parameters and disturbances (Hung et al, 1993). A single-input non-autonomous dynamic open-loop system of order  $n$  can be given as

$$\dot{x}^{(n)}(t) = f(\mathbf{x}, t) + b(\mathbf{x}, t)u(t) + d(\mathbf{x}, t) \quad (1)$$

where  $\mathbf{x}(t)=[x(t) \quad \dot{x}(t) \quad \dots \quad x^{(n-1)}(t)]^T$  is the state vector with  $x^{(n-1)}(t)$  denoting the  $(n-1)^{\text{th}}$  derivative of  $x(t)$  with respect to time,  $u(t)$  is the input signal,  $d(\mathbf{x}, t)$  is a time-dependent disturbance with known upper bound and  $f(\mathbf{x}, t)$  and  $b(\mathbf{x}, t)$  are functions determining the system characteristics. For

single-input systems, the commonly used sliding surface for the tracking problem can be defined as

$$s(\mathbf{e}) = \mathbf{c}\mathbf{e}(t) \quad (2)$$

where  $\mathbf{c} = [c_{n-1} \ c_{n-2} \ \dots \ c_1 \ 1] \in \mathfrak{R}^{1 \times n}$  is a vector with strictly positive real elements that determine the coefficients of the sliding surface and  $\mathbf{e}(t) \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$  is the tracking error defined as

$$\mathbf{e}(t) \triangleq \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_d(t) = [e(t) \ \dot{e}(t) \ \dots \ e^{(n-1)}(t)]^T \quad (3)$$

where  $\mathbf{x}_d(t)$  is the desired trajectory. For second order systems, (2) can be written as

$$s(\mathbf{e}) = \dot{e}(t) + c_1 e(t) \quad (4)$$

which gives a linear function in terms of error with a slope value  $c_1$ . An homogeneous differential equation that has a unique solution could be obtained by setting  $s(\mathbf{e})=0$  which in turn requires that  $e(t)=0$  and  $\dot{e}(t) = 0$ . Thus, the error will asymptotically reach to zero with an appropriate control law that could keep the trajectory on the sliding surface. Since it is necessary and sufficient to differentiate (4) once for the input  $u(t)$  to appear, this is a first order stabilization problem based on  $s(\mathbf{e})$ . Lyapunov's direct method could be used to obtain the control law that would solve this first order problem of keeping  $s(\mathbf{e})$  at zero and a candidate Lyapunov function can be defined as

$$V(s) = \frac{1}{2} s^2(\mathbf{e}) \quad (5)$$

with  $V(0)=0$ ,  $V(s)>0$  for  $\forall s(\mathbf{e})>0$ . An efficient condition for the stability of the system can be given as (Slotine and Li, 1991)

$$\dot{V}(s) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2(\mathbf{e}) \leq -\eta |s(\mathbf{e})| \quad (6)$$

where  $\eta$  is a strictly positive real constant that determines the convergence velocity of the trajectory to the sliding surface. The inequality in (6) provides that the distance to the sliding surface decreases along all trajectories and consequently, the system is stable. Therefore, (6) is called the *reaching condition* for the sliding surface. By substituting (4) into (6) and omitting the arguments of the independent variables one obtains

$$s.(f + b.u + d - \ddot{x}_d + c_1 \dot{e}) \leq -\eta |s| \quad (7)$$

Therefore, a control input satisfying the reaching condition can be chosen as

$$u = \frac{-\hat{f} + \ddot{x}_d - c_1 \dot{e}}{b} - k \text{sign}(s) \hat{=} u_{eq} + u_{dis} \quad (8)$$

where  $\hat{f}$  is the estimated state equation,  $k$  is the discontinuous control gain that is a strictly positive real constant with a lower bound depending on the estimated system parameters and bounded external disturbances. The function  $\text{sign}(\cdot)$  denotes the signum function defined as follows

$$\text{sign}(s) = \begin{cases} -1 & \text{if } s < 0 \\ +1 & \text{if } s > 0 \end{cases} \quad (9)$$

Here, it should be pointed out that at  $s=0$ , (9) is undefined. In SMC applications, this definition is adequate since (9) provides opposite signs in the neighbourhood of  $s=0$ , that is

$$\lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s} > 0 \quad \text{and} \quad \lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s} < 0 \quad (10)$$

The control input (8) consists of two parts. The first part,  $u_{eq}$  is the continuous term that is known as *equivalent control* based on estimated system parameters and it compensates the estimated undesirable dynamics of the system. The second part with the signum function is the discontinuous control law,  $u_{dis}$  that requires infinite switching on the part of the control signal and actuator at the intersection of error state trajectory and sliding surface. In this way, the trajectory is forced to move always towards the sliding surface.

### 3. Sliding Surface Design Methods

Sliding surface parameters determine the system behaviour and designing the sliding surface is a powerful method to improve the system performance. Another basic method to shorten the reaching time and thus lessening the effect of disturbances can be achieved by increasing the amplitude of the discontinuous control gain  $k$  in (8). In this way, an improvement in the reaching time could be obtained by increasing the amplitude of the control signal during the reaching mode. However, when the discontinuous control gain is increased, some negative effects occur as high sensitivity to unmodeled system dynamics, undesired high amplitude chattering and, actuator

saturation. Therefore, increasing the discontinuous control gain is generally improper for physical systems and it could not be an alternative in place of sliding surface design.

A proper adjustment mechanism to overcome the trade-off between the reaching time and the system response speed could be obtained by changing the parameters of the sliding surface on which the control structure is switched. Regarding its importance on the system performance, sliding surface design methods are used in a considerably wide range of studies in the literature.

### 3.1. Linear Constant Sliding Surface

The conventional SMC has linear constant scalar sliding surfaces and the sliding surface parameters directly determine the system performance (Utkin, 1978). For example, for second order systems in the form of single-input non-autonomous dynamic open-loop system (1) with  $f(x,t)=\dot{x}$ ,  $b(x,t)=1$  and  $d(x,t)=0$ , under-damped or damped system responses could be obtained by using different sliding surface parameters  $c_1$  as shown in figure 2. For small values of  $c_1$ , the reaching time is small but the system stays in the slow movement region. For large values of  $c_1$ , the system response becomes faster but the reaching time gets longer.

[Insert Figure 2 about here]

In a broad view, the upper bound of  $c_1$  value for physical systems is determined by three main factors. These are the frequency of the lowest unmodeled structural resonant mode, neglected time delays and the sampling rate. The first two properties are directly related with the physical system characteristics. However, the sampling rate depends on the existing technology and performance of the related control algorithm. The upper bound of the sliding surface parameter  $c_1$  is chosen as the minimum of these three bounds. Smaller  $c_1$  values give longer tracking times. Therefore, the lower limit of  $c_1$  directly depends on the maximum allowable tracking time.

As pointed out, the determination of the parameters of the constant scalar sliding surface is an important step in the sliding mode control strategy. Generally, selection of the constant sliding surface parameters can be accomplished either by empirical rules or by trial and error based techniques. However, different numerical optimization methods have also been used to obtain



optimal parameters and improve the system performance. One of the popular methods used in this respect is artificial neural network (ANN) structures. ANNs are proven to have good potential for control applications because they are able to approximate any nonlinear function. Cao *et.al.* (1994) proposed an ANN approach to determine the sliding surface parameters  $c$  in (2) and the control input  $u(t)$ . A single layer perceptron having inputs as the system states is realized and the weighting coefficients are chosen as the sliding surface parameters  $c$ . The ANN is trained off-line by a set of input samples and the sliding surface parameters are obtained.

Genetic algorithms (GA) have also been applied in the adjustment of sliding surface parameters. It is a search method inspired by natural evolution. For instance, Li *et.al.* (1996) proposed a GA approach to determine the optimal sliding surface parameters and the parameters of the control input.

For the conventional SMC introduced in section 2, the sliding surface (2) given for higher order systems is a linear hyperplane and it is the most general structure in SMC systems. This design results in a PD-type sliding surface (Stepanenko and Cao, 1993). An integral action can also be included to obtain PID-type control structures. The integral action is especially used with a boundary layer SMC; since, boundary layer causes steady state error and an integral term in the sliding surface is required to eliminate it. Slotine and Spong (1985) add an integral term to the sliding surface as

$$s(e) = k_d \dot{e} + k_p e + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (11)$$

where  $k_d=1$ . In (11),  $k_d$  could not be adjusted as zero since, otherwise the sliding surface would not give a causal input-output relation. This means that control input  $u(t)$  does not appear in the differential of  $s(e)$  in (11) and therefore a control law that satisfies the reaching condition could not be obtained (Cho, 1994). Stepanenko *et.al.* (1998), on the other hand, propose a sliding surface where the integral action is active only when the system enters a predetermined region to avoid overshoot as a result of large initial errors. In the literature, the integral action is not only used to

avoid the problems of boundary layer SMC. For instance, Wai (2000) and Lin *et.al.* (2001) are directly interested in eliminating the reaching time and used the integral action for this purpose.

### 3.2. Linear Discretely-moving Sliding Surface

The conventional SMC has reaching and sliding modes, and if the initial system RP is not on the sliding surface, especially when RP is away from the sliding surface, the system has an undesirable transient response that is difficult to be predicted. For this viewpoint, minimizing the reaching time by decreasing the distance between the sliding surface and the system RP is a proper approach to improve the system performance. This can be achieved initially by decreasing the magnitude of the sliding surface parameters  $c$  in (2), so in return, a decrease in the reaching time is accomplished. However, minimum possible steady state error is desired. This could be obtained using large sliding surface parameters for systems represented in phase variable canonical form (Lee *et.al.*, 1995). Time-varying linear sliding surfaces could be used to cope with the trade-off between reaching time and steady state error. Time-varying linear sliding surfaces naturally have a linear structure in the state space. But, as the linear sliding surface is not constant in time, characteristically the system behavior in sliding mode has a nonlinear structure (Lee *et.al.*, 1998).

An important study about linear and time-varying sliding surfaces is the rotation and shifting schemes presented by Choi *et.al.* (1993). The basic philosophy is that the sliding surface parameters are initially chosen in order to pass through arbitrary system initial conditions, and then the sliding surface is subsequently moved towards the predetermined sliding surface. Thus, the time that the disturbances affect the system is reduced and the whole system becomes more insensitive to parameter variations and external disturbances. For second order systems with the tracking problem, to realize the rotation and shifting schemes Choi *et.al.* (1993) define the sliding surface as

$$s(\mathbf{e}, t) = \dot{e}(t) + c_1(t)e(t) - \alpha(t) = 0 \quad (12)$$

For constant values  $c_1(t)=c_1$  and  $\alpha(t) = \alpha$ , the error behaviour on the sliding surface (12) can be written as

$$e(t) = \left( e(0) - \frac{\alpha}{c_1} \right) \exp(-c_1 t) + \frac{\alpha}{c_1} \quad (13)$$

In the stable regions, to obtain asymptotic stability for (13),  $\alpha = 0$  must be satisfied and only  $c_1 > 0$  is adjusted. Therefore, the rotation scheme is obtained. On the other hand, in unstable regions,  $c_1$  is taken constant as in the conventional SMC and  $\alpha$  is adjusted which provides the shifting scheme. In the error state space given in figure 3, to get  $s(e, t)$  in (12) pass through the RP of the system at time  $t = t_k$  where  $t_k$  is the time when the RP first enters the stable region, the sliding surface parameter is chosen as

$$c(t_k) = - \frac{\dot{e}(t_k)}{e(t_k)} \quad (14)$$

Therefore, in stable regions, no reaching mode exists and insensitivity to uncertainties including parameter variations and external disturbance in the whole control process is introduced. The SMC without reaching mode is called *global SMC* (Lu and Chen, 1995) or *total SMC* (Lin *et.al.*, 2001). Then, the sliding surface is rotated in every  $\Delta \tau$  seconds. The amount of rotation at  $n^{\text{th}}$  step is calculated by solving the absolute value equation

$$|\dot{e}(t_{n-1}) + c(t_{n-1} + \Delta \tau)e(t_{n-1})| = \Delta_{fr} \quad (15)$$

[Insert Figure 3 about here]

The value of  $\Delta_{fr}$  in (15) includes two quantities. It first determines the amount of rotation and this depends on the systems physical considerations. Next, it denotes the vicinity magnitude of the sliding surface due to non-idealities such as time delay, hysteresis etc. The rotation at each time instant  $\Delta \tau$  is realized in order to place the sliding surface near the RP. Therefore, this method can be named as *delta-neighbourhood* approach.

The sliding surface stays on the newly calculated sliding surface value for  $\Delta \tau$  time period in discretely-moving algorithms. This time period is known as *dwelling time*. The parameters  $\Delta \tau$  and  $\Delta_{fr}$  are very important for the system performance and the conservation of robustness and hardware capabilities should be kept in mind in choosing these parameters.

When the initial conditions are in the unstable regions I and III defined in figure 3, the rotation process could not be applied. Because, when the sliding surface is adjusted to pass from unstable initial conditions,  $c_1(t_0)$  becomes negative and as  $e(t)=e(t_0)\exp(-c_1.t)$ , the sliding surface is itself unstable. In this case, RP will depart from the origin until the sliding surface enters the stable region. By applying rotation scheme in unstable regions the system can also be taken to the equilibrium state. But rotation defined in the unstable region has a negative effect on the reaching time. Choi *et.al.* (1993) propose the shifting scheme for unstable regions to avoid this situation. The shifting sliding surface is taken as

$$s(\mathbf{e}, t) = \dot{e}(t) + c_1 e(t) - \alpha(t) \quad (16)$$

where  $\alpha(t)$  is the time-varying intercept. A proper choice for  $\alpha(t_0)$  to provide the sliding surface to pass through arbitrary initial conditions at time  $t=t_0$  can be written as

$$\alpha(t_0) = \dot{e}(t_0) + c_1 e(t_0) \quad (17)$$

[Insert Figure 4 about here]

The shifting of the sliding surface with respect to the initial conditions is obtained by changing  $\alpha(t)$  as shown in figure 4. The shifting scheme at every  $\Delta\tau$  time instant is obtained with the delta-neighbourhood approach by solving the absolute value equation

$$|\dot{e}(t_{n-1}) + c_1 e(t_{n-1}) - \alpha(t_{n-1} + \Delta\tau)| = \Delta_{fs} \quad (18)$$

where  $\Delta_{fs}$  determines the amount of shifting and the vicinity magnitude of the sliding surface with the similar idea as in (15). The shifting scheme is stopped by taking  $\alpha(t)=0$  when the RP enters the stable region or when the sign of  $\alpha(t)$  changed as the sliding surface passes to the other unstable region.

The rotation and shifting schemes proposed by Choi *et.al.* (1993) are then extended and implemented for second order nonlinear systems with both external disturbances and parameter variations (Choi *et.al.*, 1994).

The rotation and shifting schemes are also examined in the literature for higher order variable structure systems. The moving algorithms can be easily determined with respect to the stable and unstable regions for second order variable structure systems. The algorithm works until a predefined sliding surface is reached. However, the determination of the rotation and shifting regions is more complex for higher order systems. For  $n^{\text{th}}$  order systems, Roy and Olgaç, (1997) aim to move the predefined sliding surface given as

$$s(\mathbf{e}, t) = e_n(t) + \sum_{i=1}^{n-1} c_i(t)e_i(t) - \alpha(t) = 0 \quad (19)$$

to the target sliding surface

$$s(\mathbf{e}) = e_n(t) + \sum_{i=1}^{n-1} v_i e_i(t) = 0 \quad (20)$$

where  $\alpha(t)$  is the time-varying intercept. The sliding surface defined by (19) and that passes through the initial conditions is proposed as the nearest sliding surface to the target sliding surface. If the coefficients of two polynomials are close to each other, their roots are also close. Therefore, the two sliding surfaces that are close to each other will have similar convergence characteristics. To choose the sliding surface closest to the target sliding surface (20),  $c_i$  is defined as

$$c_i = d_i + v_i \quad (21)$$

By extracting  $d_i$  parameters and substituting into (19) for  $\alpha(t) = 0$

$$\sum_{i=1}^{n-1} d_i e_i(0) = -e_n(0) - \sum_{i=1}^{n-1} v_i e_i(0) \triangleq \beta_0 \quad (22)$$

is obtained. As  $d_i$  value gets smaller, the two polynomials become similar. The distance of the sliding surface to the origin is

$$d_i = \frac{\beta_0 \cdot e_i(0)}{\sum_{i=1}^{n-1} (e_i(0))^2} \quad (23)$$

If (22) and (23) are substituted into (21)

$$c_i = v_i - \left( \frac{e_n(0) + \sum_{i=1}^{n-1} v_i e_i(0)}{\|e_i(0)\|_2} \right) e_i(0) \hat{=} v_i + d_0 e_i(0) \quad (24)$$

is obtained. Here,  $d_0$  value gives the initial distance between  $v_i$  and  $c_i$ . Consequently, by using (24), the sliding surface is represented by the initial conditions and the target sliding surface parameters. Then, the Kharitinov stability test is applied to the system of polynomials bounded by  $v_i$  and  $c_i$ . If the test is positive which means that the stability is valid for the determined parameters in the given range than rotation scheme is applied; otherwise shifting scheme is applied.

The delta-neighbourhood rotation scheme presented by Choi *et.al.* (1993) is redesigned by Roy and Olgaç (1997) to change  $d_0$  value defined in (24) from  $d_0=d(0)$  to  $d_0=0$ . For the shifting scheme, the  $\alpha(t)$  parameter in (19) is also adjusted by using the shifting scheme based on delta-neighbourhood approach given in (18). Furthermore, the constant parameters  $\Delta_{fr}$  and  $\Delta_{fs}$  defined by Choi *et.al.* (1993) for the rotation and shifting schemes are adapted by defining them in terms of the discontinuous controller gain and dwelling time as

$$\Delta_{fr} = \Delta_{fs} \hat{=} k\Delta\tau \quad (25)$$

When the discontinuous control gain  $k$  and therefore the magnitude of the control law is large, the RP will move faster. Since  $\Delta_{fr}$  and  $\Delta_{fs}$  determine the amount of rotation and shifting, respectively, by using (25), the movement of the sliding surface is also increased directly proportional with  $k$ .

In another study for higher order systems, Park and Choi (1999) assume that all the desired eigenvalues of the sliding surface (19) are equal as  $\lambda_{di} = \lambda_d$  to simplify the difficulties arising for higher order systems. To satisfy this assumption, the  $c_i(t)$  values are chosen as

$$c_i(t) = \binom{n-1}{i-1} (-\lambda_d(t))^{n-i} = \frac{(n-1)! (-\lambda_d(t))^{n-i}}{(i-1)! (n-i)!} \quad (26)$$

where  $n$  is the order of the system and  $c_n(t)=1$ . The rotation and shifting schemes are obtained by adjusting  $\lambda_d(t)$  in (26) and  $\alpha(t)$  in (19), respectively. The  $(n-1)^{\text{th}}$  order characteristic equation for the system in sliding mode can be written as

$$p(\lambda) = \prod_{i=1}^{n-1} (\lambda - \lambda_{di}) = \lambda^{n-1} + c_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + c_2\lambda + c_1 \quad (27)$$

By using (26), the polynomial equation in (27) can be written in terms of the desired eigenvalues as

$$f(\lambda_d, t) \triangleq q_{n-1}\lambda_d^{n-1} + \dots + q_1\lambda_d + q_0 \quad (28)$$

where

$$q_{n-i} = \frac{(-1)^{i-1}(n-1)!}{(i-1)!(n-i)!} e_i(t) \quad (29)$$

If (28) has a negative real root for the state variables of the system, then there exists a sliding surface that guarantees the stability of the SMC and crosses the RP. The sliding surface is rotated from the initial conditions to the predetermined sliding surface, maintaining the RP in a certain vicinity of the sliding surface. Determining the conditions under which the rotation and shifting operations will happen is the essential problem. If (28) does not have any negative real roots, the sliding surface should be shifted to the predetermined sliding surface until (28) has a negative real root, so as not to obstruct the stability of the system during the reaching mode.

In discretely-moving sliding surfaces, as the sliding surface is taken to be constant during the dwelling time, the derivative of the sliding surface parameter  $c$  in (2) is not necessary for the calculation of the control law. Therefore, the control law calculated for the conventional SMC is used without any change and this is an advantage of discretely-moving sliding surfaces.

### 3.3. Linear Continuously-moving Sliding Surface

In discretely-moving sliding surfaces, the sliding surface value is taken constant for  $\Delta\tau$  dwelling time period. The discontinuity effect arising from the dwelling time causes sensitivity to disturbances. To eliminate this, continuously-moving sliding surface idea is introduced by Slotine (1984) where time derivatives of sliding surface parameter  $c$  are also used to calculate the control input  $u(t)$ .

Bartoszewicz (1995) also considers the dwelling time in discretely-moving sliding surfaces for second order systems and defines the sliding surface as a function of time. For this aim, the sliding surface parameter  $c_1(t)$  and shifting parameter  $\alpha(t)$  in (12) are written as

$$\begin{aligned}c_1(t) &= a_1 t + a_2 \\ \alpha(t) &= b_1 t + b_2\end{aligned}\quad (30)$$

where  $a_1, a_2, b_1, b_2$  are constant real numbers. The proper rotation and shifting scheme is obtained by choosing these parameters. In stable regions, the shifting parameters are to be set as  $b_1=b_2=0$  and  $a_1, a_2$  are free parameters to be chosen in such a way that

$$\begin{aligned}c_1(t_k) &= a_1 t_k + a_2 = 0 \\ c_1(t_f) &= a_1 t_f + a_2 = c_f\end{aligned}\quad (31)$$

where  $c_f$  is the final value of  $c_1(t)$  and  $t_k$  is the time when RP enters the stable region. By extracting  $a_1$  and  $a_2$  from (31)

$$a_1 = -\frac{c_f}{t_k - t_f}, \quad a_2 = \frac{c_f}{t_k - t_f} t_k \quad (32)$$

is obtained. On the other hand, in unstable regions,  $c_1(t)$  is taken constant satisfying  $c_1 < c_f$  inequality. Choosing  $c_1$  smaller than the sliding surface slope of the conventional SMC provides a smaller control law magnitude in unstable regions and this will improve the system performance. In unstable regions, the parameter  $b_2$  is chosen as

$$b_2 = \dot{e}(0) + c_1 e(0) \quad (33)$$

in order to provide the shifting sliding surface to pass from the RP at initial conditions  $t=0$ . The other parameter  $b_1$  in (30) determines the amount of time dependent shifting and is chosen in such a way that the inequality given as

$$b_1 t_k + b_2 \leq 0 \quad (34)$$

is satisfied. In Bartoszewicz (1996), the continuously-moving sliding surface for second order systems is defined as

$$s(\mathbf{e}, t) = \dot{e}(t) + c_1 e(t) + \begin{cases} a_1 t + a_2, & t \leq t_b \\ 0, & t > t_b \end{cases} \quad (35)$$

where  $t_b > 0$ ,  $c_1, a_1$  and  $a_2$  are constant design parameters effecting the SMC performance. In (35) the amount of time dependent shifting value in stable regions is directly proportional to time. Thus, (35) is called *constant-velocity* sliding surface. The RP can be set to be on the sliding surface at time  $t=0$



by a proper adjustment of the design parameters. The new idea in (35) is continuously shifting the sliding surface until time  $t_b$ . This continuously shifting idea is also accomplished by Betin et.al. (2002) using the sliding surface defined as

$$s(\mathbf{e}, t) = \begin{cases} \dot{e}(t) + c_1 e(t) - c_1(t/t_f - 1)x_{1d}, & 0 \leq t \leq t_b \\ \dot{e}(t) + c_1 e(t), & t > t_b \end{cases} \quad (36)$$

where it is assumed that desired states are fixed and the initial conditions are  $(x_1(0), x_2(0)) = (0, 0)$ . At time  $t=0$ , the sliding surface equation (36) will be zero and thus, the RP will be on the sliding surface. When  $t$  reaches  $t_b$ , the sliding surface stays constant on the conventional sliding surface.

Similarly, another sliding surface is designed by Bartoszewicz (1996) as

$$s(\mathbf{e}, t) = \dot{e}(t) + c_1 e(t) + \begin{cases} a_1 t^2 + a_2 t + a_3, & t \leq t_b \\ 0, & t > t_b \end{cases} \quad (37)$$

where  $t_b > 0$ ,  $c_1$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  and  $a_3$  are constant design parameters. The sliding surface is shifted to the conventional sliding surface as a square function of time. Therefore, the speed of convergence to the conventional sliding surface increases as time passes and (37) is called *constant-acceleration* sliding surface. The parameters in (35) and (37) are chosen so as to minimize the integral of absolute error. Bartoszewicz (1997) makes an investigation on the use of the constant-acceleration sliding surface for the second order system model of a DC motor. The sliding surfaces for second order systems that are obtained by inserting a time-dependent function to the conventional sliding surface and described by (35)-(37) are generalized by Park and Tsuji (1999) as

$$s(\mathbf{e}, t) = \dot{e}(t) + c_1 e(t) - (\dot{v}(t) + c_1 v(t)) \quad (38)$$

where  $v(t)$  is a second order differentiable, time-dependent, continuous function defined in the range  $[0, +\infty)$ . It provides the sliding surface defined by (38) to be on the RP at the initial conditions.

Specifically, Park and Tsuji (1999) define  $v(t)$  as a cubic polynomial given by

$$v(t) = \begin{cases} a_0 t^3 + a_1 t^2 + a_2 t + a_3, & t \leq t_b \\ 0, & t > t_b \end{cases} \quad (39)$$

The use of time-dependent variables for shifting and rotation schemes is a frequently used method for obtaining continuously-moving sliding surfaces and generally, a global SMC is obtained (Choi *et.al.*, 2001).

To eliminate the reaching time for  $n^{\text{th}}$  order single-input systems in controllable canonical forms, Chang and Hürmüzlü (1992) define a new error function as

$$\bar{e}(t) = e(t) - \gamma(t) \quad (40)$$

where  $\gamma(t)$  is a time-dependent function that provides the system RP to be placed on the sliding surface at time  $t=t_0$ . To preserve the sliding dynamics of the original system,  $\gamma(t)$  should vanish as the motion of the system evolves in time. Therefore, it is chosen in an exponential form as

$$\gamma(t) = \exp(f(t)).g(t) \quad (41)$$

where  $f(t)$  and  $g(t)$  are expanded using Taylor series as (Yılmaz and Hürmüzlü, 2000)

$$f(t) = -\sum_{i=1}^m a_i.(t-t_0)^i, \quad g(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{i!} \left. \frac{d^i g}{dt^i} \right|_{t=t_0} .(t-t_0)^i \quad (42)$$

where  $a_i$  are design parameters effecting the system performance. The initial conditions for the derivatives of  $g(t)$  in (42) is chosen such that the system RP at time  $t=t_0$  is placed on the sliding surface. The sliding surface with the new error function (40) is defined as

$$\bar{s}(e) = \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} \bar{e} + c_{n-1} \frac{d^{n-2}}{dt^{n-2}} \bar{e} + \dots + c_2 \frac{d}{dt} \bar{e} + c_1 \bar{e} \quad (43)$$

As a result of the linear time-dependent structure in (40), (43) is a continuously-moving linear sliding surface. By using the same error function in (40), sliding surfaces for multi-input systems is also considered (Chang and Hürmüzlü, 1993).

Tokat *et.al.* (2002) develop a continuously time-varying linear sliding surface in a new plane within the original  $(e-\dot{e})$  phase plane. One of the coordinates is taken as the original sliding surface  $s$  and the other coordinate  $p$  is taken to be perpendicular to  $s$  and it is therefore given as

$$p(e) = -\left(\frac{1}{c}\right)e + \dot{e} \quad (44)$$

From equation (44), a new linear sliding surface can be defined in the new  $(s-p)$  plane as

$$\hat{s}(\mathbf{e}, t) = s(\mathbf{e}) - k_s(t) \cdot p(\mathbf{e}) \quad (45)$$

where  $k_s(t)$  determines the position of the proposed sliding surface in the new plane as shown in figure 5. A rotating sliding surface could be obtained by adjusting the new parameter value  $k_s$  continuously in time. One way of generating  $k_s(t)$  is accomplished using a time dependent function that possesses simple first-order derivatives. For this reason, a shifted sigmoid function is chosen to designate  $k_s(t)$  for stable regions and that function can be given as

$$k_s(t) = \frac{k_{s\max} - k_{s\min}}{1 + \exp(mt + a)} + k_{s\min} \quad (46)$$

where  $m$  and  $a$  are parameters that determine the shape of the function. The minimum and maximum allowable values of  $k_s(t)$  that define the region in which the sliding surface is adjusted are  $k_{s\min}$  and  $k_{s\max}$ , respectively.

Integrating fuzzy logic control and sliding mode control to achieve stability and desired performance criteria is an active area of the control researches (Kaynak *et.al.*, 2001). These studies can be classified in two groups. The studies in the first group use conventional sliding mode control strategies and in some way, they make use of fuzzy models to simplify or to improve the control mechanism. The controllers obtained using this approach are known as *sliding mode fuzzy controllers* (SMFC) The studies in the second group deal with obtaining an approximate value of the input-output relation of a conventional SMC and generally realized with a single input fuzzy logic controller (FLC). This kind of controllers are called as *fuzzy sliding mode controllers* (FSMC) (Tokat *et.al.*, 2003a). From this viewpoint, the use of FLC for designing sliding surfaces can be classified in SMFC studies.

Ha *et.al.*, (1999) propose a fuzzy logic adjustment algorithm for second order systems. The fuzzy rules for rotating sliding surface (12) in II and IV quadrants of figure 3 are given as follows:

$$\text{IF } e_1 \text{ is large THEN slope } (c_1) \text{ is small} \quad (47)$$

$$\text{IF } e_1 \text{ is small THEN slope } (c_1) \text{ is large}$$

and the fuzzy rules for shifting (12) in I and III quadrants of figure 3 are given as follows:

- IF  $e_1$  is positive large THEN the intercept ( $\alpha$ ) is negative large
- IF  $e_1$  is positive small THEN the intercept ( $\alpha$ ) is negative small (48)
- IF  $e_1$  is negative large THEN the intercept ( $\alpha$ ) is positive large
- IF  $e_1$  is negative small THEN the intercept ( $\alpha$ ) is positive small

However, only the system output error  $e_1$  is taken as the FLC input in the fuzzy rules (47)-(48). The FLC generates the amount of rotation for stable regions and the amount of shifting for unstable regions. Since only the system output error has been used as the FLC input, the rotation scheme could not be applied to the complete phase plane and only rotation in slope-increasing direction could be obtained. Chun and Choi, (2001) propose a fuzzy method that uses error and derivative of error as inputs and thus provides the exact location of the RP. Thus, rotation in both slope-increasing and slope-decreasing directions is obtained. Temeltaş (1998) also designs two one-input FLC structures; one for the continuous rotation process and the other for discontinuous controller gain adjustment. Lee *et.al.* (1998) suggest a linear continuously time-varying sliding surface as (12). For unstable regions the sliding surface is defined by taking  $c_1(t)=0$  in (12) as

$$s(\mathbf{e}, t) = \dot{e} - \alpha(t) \quad (49)$$

and being parallel to the  $e(t)=0$  plane, the sliding surface is shifted until  $\alpha(t) = 0$ . Then, a Takagi-Sugeno (TS) fuzzy model is designed to generate  $c_1(t)$  and  $\alpha(t)$  for the regulation of the time-varying sliding surface. Iliev and Hristazov (2002) utilize a TS fuzzy model to directly represent the sliding surface as

$$\text{Rule } i: \text{ IF error is } \mu^i \text{ THEN } s^i = c^i e(t) + \dot{e}(t) \quad i=1,2,\dots,r \quad (50)$$

where  $r$  is the number of rules,  $\mu^i$  is the membership function in the  $i^{\text{th}}$  rule and  $s^i$  and  $c^i$  are the sliding surface value and the sliding surface slope for the  $i^{\text{th}}$  rule, respectively. Tokat *et.al.* (2003) propose a fuzzy-tuning approach to adjust the parameter  $k_s(t)$  of the linear continuously-moving sliding surface (45).

For higher order systems, a continuously-moving linear sliding surface is proposed by Park and Choi (1999) that is designed by using a fuzzy moving algorithm based on the sliding surface (19). In this algorithm, the distance of the RP to the sliding surface and the discontinuous control gain are taken as the inputs of the FLC and the change in the sliding surface is then generated as the output. The rules are determined in order to have larger changes in the sliding surface when the distance of the RP to the sliding surface or the discontinuous control gain increases (Park and Choi, 1999).

ANNs have also been used for the concept of continuously time-varying sliding surface idea. Akhavan and Jamshidi (2000) propose a radial basis function ANN to adjust the sliding surface and controller parameters in time. The delayed control input, and system output are taken as the ANN inputs and the adaptive parameters are obtained on-line using the ANN outputs.

[Insert Figure 5 about here]

### **3.4. Constant Nonlinear Sliding Surface**

The linear sliding surface design methods have been discussed above. When the sliding surface is developed in a linear fashion, the magnitude of the control input required to keep the system states on the sliding surface usually increases as the magnitude of the tracking error increases (Jabbari et al., 1990). The reason behind this argument is that the magnitude of the control signal is usually directly proportional to the distance between system states and reference states in forming the linear sliding surface dynamics with a feedback control. Another problem with linear sliding surface design is the replacement of the nonlinear system characteristics with linear dynamics arising from the control law obtained by the linear sliding surface. The linear dynamics of the linear sliding surface may not fit the global dynamic properties of the controlled system (Chu and Tomizuka, 1996).

An alternative sliding surface design method to lessen these disadvantages is to use a nonlinear sliding surface. The nonlinear sliding surface offers a wide variety of design alternatives than the linear counterpart since a large scale of relationships can be synthesized when nonlinear

sliding surface values are used in the SMC (Su and Stepanenko, 1994). Thus, nonlinear sliding surface may give rise to a better system performance, provided that the nonlinearity is added purposely. The SMC with nonlinear sliding surfaces is called as nonlinear SMC.

There is a similarity between sliding mode control and bang-bang control; they both have a relay-like structure (Kirk, 1970). With this similarity in mind, for the nonlinear time-invariant system

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{a}\mathbf{x} + bu \quad (51)$$

with single-input and  $n$  states, the Hamiltonian function to obtain the time-optimal control strategy could be written as

$$h = 1 + \mathbf{q}^T (\mathbf{a}\mathbf{x} + bu) \quad (52)$$

where  $\mathbf{q} \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$  are co-state variables. The necessary conditions that the optimal control must satisfy are

$$0 = \frac{\partial h}{\partial u} = b^T \mathbf{q}(t) \quad (53a)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = -\frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} = -\mathbf{a}^T \mathbf{q}(t) \quad (53b)$$

From (53) the control signal could not be written explicitly. But assuming that  $\sqrt{u^2} \leq 1$ , from the Pontryagin's minimum principle, an optimal control signal that will minimize the Hamiltonian function can be obtained as

$$u = -\frac{b^T \mathbf{q}(t)}{\sqrt{(b^T \mathbf{q}(t))^2}} \quad (54)$$

For example, for system parameters

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = b_1 \quad (55)$$

the control signal becomes

$$u = -b_1 \text{sign}(q_2) \quad (56)$$

If (53b) is solved for co-state functions

$$q_1 = c_1, \quad q_2 = -c_1 t + c_2 \quad (57)$$

is obtained. From the value of  $q_2$ , it is seen that there will be at most one switching. If the state equations are solved for  $u = \pm 1$ ,

$$x_1 = \pm \frac{t^2}{2} + c_3 t + c_4, \quad x_2 = \pm t + c_3 \quad (58)$$

is obtained. If the two solutions in (58) are combined

$$x_1 = \begin{cases} \frac{1}{2b_1} x_2^2 + c_5, & u = +1 \\ -\frac{1}{2b_1} x_2^2 + c_6, & u = -1 \end{cases} \quad (59)$$

is obtained. Therefore, taking  $c_5=0$ ,  $c_6=0$  and defining

$$s(\mathbf{x}) = x_1 + \frac{1}{2b_1} x_2 |x_2| \quad (60)$$

the control signal can be written as

$$u = \begin{cases} -1, & s > 0 \\ +1, & s < 0 \end{cases} \quad (61)$$

As it can be seen from figure 6, the sliding surface (60) has a parabolic structure and it is obtained combining optimal control and sliding mode control. The first nonlinear sliding surface based on parabolic structure is proposed by McDonald (1950), where a linear combination of the error of the controlled variable and the square of the time derivative of error is used as the sliding surface function. The parabolic sliding surface idea is then used in nonlinear SMC design to obtain better system performance (Jabbari *et.al.*, 1990). Kalaykov and Iliev (2000) modify (60) by multiplying  $x_1$  with a constant parameter in order to obtain different nonlinearities.

[Insert Figure 6 about here]

[Insert Figure 7 about here]

Cerruto *et.al.* (1993) define the sliding trajectory for position and speed regulator problem of electrical servo drives as illustrated in figure 7. As it can be depicted from the figure, the motor is stationary at time  $t=t_0$ , and it accelerates until  $t=t_1$  and move with a constant speed between  $t_1 > t > t_2$ .

Lastly, it decelerates with a maximum acceleration until the desired reference value. This scheme is proper for most of the servo applications (De Azevedo and Wong, 1993). The sliding surface in figure 7 proposed by Cerruto *et.al.* (1993) can be defined as

$$s(\mathbf{e}) = \begin{cases} a_1 \dot{e}(t) + e(t) - e(0), & t_1 < t \leq t_0 \\ \dot{e}(t) + a_2 & , t_2 < t \leq t_1 \\ -a_1 \dot{e}^2(t) + e(t) & , t_3 < t \leq t_2 \\ \dot{e}(t) + a_3 e(t) & , t \approx t_3 \end{cases} \quad (62)$$

where  $a_1$ ,  $a_2$  and  $a_3$  are constant design parameters that are defined according to physical system constraints to obtain an acceptable system performance. When the system RP is close to the origin ( $t \approx t_3$ ), a linear sliding surface is used in (62) to provide a smooth settling behaviour.

Chu and Tomizuka (1996), generalize the nonlinear sliding surface as

$$s(\mathbf{e}) = \left( \frac{d}{dt} + \Lambda_{n-1}(x) \right) \left( \frac{d}{dt} + \Lambda_{n-2}(x) \right) \dots \left( \frac{d}{dt} + \Lambda_1(x) \right) e = 0 \quad (63)$$

where  $\Lambda_i(x)$  ( $i=1,2,\dots,n-1$ ) are constant nonlinear functions. Su and Stepanenko (1993a; 1994) define the generalized sliding surface equation in (63) as

$$\dot{s}(\mathbf{e}) = \dot{e} - \mathbf{v}(\mathbf{e}) \quad (64)$$

for  $n^{\text{th}}$  order systems with  $n$  inputs where  $\mathbf{v}(\mathbf{e}) = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n] \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$  is a design function.

Generalized sliding surface (64) encloses all sliding surface equations in robot control literature (Su and Stepanenko, 1994). For example, for  $n=1$ ,  $v_1(\mathbf{e})$  is defined as

$$v_1(\mathbf{e}) = \begin{cases} \frac{d}{1/a_1 + a_3 d} + a_2(e-d), & \text{if } e > d \\ \frac{e}{1/a_1 + a_3 e}, & \text{if } 0 \leq e \leq d \\ \frac{e}{1/a_1 - a_3 e}, & \text{if } -d \leq e \leq 0 \\ -\frac{d}{1/a_1 + a_3 d} + a_2(e+d), & \text{if } e < -d \end{cases} \quad (65)$$

and the nonlinear constant sliding surface shown in figure 8 is obtained for  $a_1=16$ ,  $a_2=4$ ,  $a_3=0.2$ ,  $d=0.3125$ . The similarity between the sliding surfaces given in figure 7-8 and the parabolic sliding surface given in figure 6 that has been obtained by using optimal control is attracting attention.



[Insert Figure 8 about here]

Takahashi *et.al* (1999) use the sliding mode control technique to obtain a special sinusoidal voltage source. An ideal sinusoidal wave has an elliptical trajectory in the current-voltage phase plane. The second order system state variables are taken as capacity voltage  $x_1 = v_c$  and capacity current  $x_2 = i_c$ . The nonlinear constant sliding surface is defined as

$$s(\mathbf{x}) = \frac{x_1^2}{V_{\max}^2} + \frac{x_2^2}{I_{\max}^2} - 1 = 0 \quad (66)$$

where  $s(\mathbf{x})$  has negative values inside the ellipsoid and positive values outside the ellipsoid. Thus, obtaining a controller providing the sliding condition, robustness to variations in magnitude and frequency values is obtained which provides better tracking of the sinusoidal reference for second order systems (Takahashi *et.al.*, 1999). Alarcon *et.al.* (1999) also design an ellipsoid sliding surface with externally adjustable amplitude, frequency and offset values. Lee (1991), on the other hand, proposes a nonlinear sliding surface with cubic polynomials and improved the system performance with respect to the conventional linear SMC.

Richter (2003) uses polytrophic process dynamics in defining a sliding surface. For ideal gases with  $x_1, x_2$  as the pressure and density values, respectively, a polytrophic process is one in which the state of the substance is transferred from one point to another following the law

$$x_1 x_2^n = a \quad (67)$$

where  $n \in \mathfrak{R}$  is a polytrophic exponent and  $a \in \mathfrak{R}$  is a constant. The sliding surface can then be defined as

$$s(\mathbf{x}) = x_1 x_2^n - a \quad (68)$$

Thus, the thermodynamic path to be followed by the system RP is defined by sliding surface (68).

Su and Stepanenko (1993b) define the sliding surface for second order systems as

$$s(\mathbf{e}) = \dot{e} - k \cdot \text{sign}(e) \quad (69)$$

In this way, it is ensured that the value of  $|e|$  decreases with constant speed  $k$ . However, in mechanical systems, there is an upper bound of the acceleration value in moving of a motionless

body or stopping a moving body. Therefore, (69) is not useful for physical systems as it is unacceptable for a body with constant speed to stop at once.

In general, the tracking error is large at the early phase of the transient period and it decreases as the response approaches to the steady state. Exploiting this fact, Lee and Kwok (1995) propose a new coefficient for nonlinear sliding surface described as

$$c_1 = k_1(k_2 - |e|) \quad (70)$$

where  $k_2 = \max(|e|) + \varepsilon$ , ( $\varepsilon > 0$ ) and  $k_1 > 0$ . At the initial time, since  $|e| \approx \max(|e|)$ , then  $c_1 \approx k_1 \varepsilon$ . When RP is near the desired states, the error will be  $|e| \approx 0$  and  $c_1 \approx k_1 k_2$ . Thus, the sliding surface changes as a function of the tracking error in continuous-time. Lee *et.al.* (1995) also apply the same idea proposed in (70) where the system output error is used instead of error function in (70).

Another method in sliding surface design is inserting control input term  $u(t)$  in the sliding surface definition to improve the system performance. Sliding surfaces which not only depend on the system states but also on the system's control input are called *dynamic* sliding surfaces and the SMCs having this kind of sliding surfaces are known as dynamic SMC (Sira-Ramirez, 1993). In general, the control input has system variables in a nonlinear fashion and thus, the dynamic sliding surfaces could be classified as nonlinear constant sliding surfaces.

In all of the linear and most of the nonlinear sliding surface design methods the asymptotic stability is inevitable which means that the error convergence to zero is achieved in infinite time. Zak (1988) proposes the terminal attractor concept to improve the stability characteristics of dynamic systems. If the Lipschitz condition is not satisfied at equilibrium point given for a differential equation this equilibrium becomes a terminal attractor (Bianchini *et.al.*, 1994). A function  $f(x)$  satisfies the Lipschitz condition at  $x = 0$  if

$$|f(h) - f(0)| \leq b|l| \quad (71)$$

for all  $|l| < \varepsilon$ , where  $b$  is independent of  $l$ . For example, given the dynamics

$$\dot{x}_1 = -\beta_1 x_1^{\frac{a_1}{b_1}} \quad (72)$$

$(x_1, \dot{x}_1)=(0,0)$  is an equilibrium point and Lipshitz condition (71) is not satisfied. Therefore, it is a terminal attractor. The solution of (72) could be obtained as

$$x_1(t) = \left( x_1(0)^{\frac{b_1-a_1}{b_1}} - \frac{\beta_1(b_1-a_1)}{b_1} t \right)^{\frac{b_1}{b_1-a_1}} \quad (73)$$

by solving the integral from the initial conditions to any time instant  $t$ . If the integral is solved until the time  $t$  when the equilibrium point is reached, it can be seen that for

$$t_s = \left| \int_{x_1(0)}^0 -\frac{1}{\beta_1} x_1^{-\frac{a_1}{b_1}} dx_1 \right| = \frac{b_1}{\beta_1(a_1-b_1)} |x_1(0)|^{\frac{b_1-a_1}{b_1}} \quad (74)$$

$x_1(t)=0$  is obtained and that the equilibrium point is approached in finite time (Bianchini *et.al.*, 1994). Similarly, it can be shown that  $\dot{x}_1$  also approaches to zero in finite time.

The terminal SMC is first proposed for second order nonlinear dynamic systems in controllable canonical form for which the system dynamics in sliding mode are determined with the nonlinear differential equation given in (72). Thus, the terminal sliding surface is defined as

$$s(\mathbf{x}) = x_2 + \beta_1 x_1^{\frac{a_1}{b_1}} \quad (75)$$

where  $\beta_1 > 0$  is positive real,  $b_1$  and  $a_1$  are odd integer constant design parameters with  $b_1 > a_1$  (Zhihong *et.al.*, 1994). The sliding mode control law is chosen to provide  $s=0$  in finite time, namely providing a stable sliding surface.

The nonlinear sliding surfaces obtained from this idea is known as *terminal* sliding surfaces and the control structure having this kind of sliding surfaces are known as terminal SMC. In terminal SMC, while the sliding surface reaches the sliding mode in finite time as in conventional SMC, the tracking error also converges to zero in finite time that is different from the conventional SMC.

Later, the terminal sliding surface idea is considered by Yu *et.al.* (1996) and Yu and Zhihong (1996) for single-input  $n^{\text{th}}$  order linear systems in controllable canonical form. For single-input systems,  $(n-1)^{\text{th}}$  order sliding surface is given as

$$s(\mathbf{x}) = h_{n-2} + \beta_{n-1} h_{n-2}^{\frac{a_{n-1}}{b_{n-1}}} \quad (76)$$

where  $h_{n-2}$  function is calculated in an hierarchical structure as

$$\begin{aligned} h_1 &= \dot{x}_1 + \beta_1 x_1^{\frac{a_1}{b_1}} \\ h_2 &= \dot{h}_1 + \beta_2 h_1^{\frac{a_2}{b_2}} \\ &\vdots \\ h_{n-2} &= \dot{h}_{n-3} + \beta_{n-2} h_{n-3}^{\frac{a_{n-2}}{b_{n-2}}} \end{aligned} \quad (77)$$

where  $\beta_i > 0$  are positive real numbers and  $b_i > a_i$  are odd integer design parameters. If a terminal SMC is designed such that  $s\dot{s} < 0$  condition is satisfied, the terminal sliding variables  $h_{n-1}, \dots, h_1$  in (77) can converge to zero in finite time sequentially and then the system states can reach the system origin in finite time (Zhihong and Yu, 1997). This finite time is equal to the sum of the reaching times of all the sliding surface variables in (76) and (77) calculated separately by the formula in (74) (Yu and Zhihong, 1996).

The terminal SMCs improve the system performance and reach the equilibrium point in finite time rather than exponentially. However, when there are uncertainties in the dynamic system, some problems about robustness may arise. Also, because of the hierarchical process steps in (77), when the initial conditions are not determined carefully, singularity problems may occur. To eliminate this problem, an effectual method is to prevent having  $h_i=0$  ( $i=0,1,\dots,j-1$ ) before  $h_j=0$ . The singularity problem for multi-input linear systems with uncertainties is investigated by Yu and Zhihong, (1998). The terminal SMC for nonlinear uncertain systems is also examined by Wu *et.al.* (1998) and Yu *et.al.* (2000).

When the RP is away from the equilibrium point, namely  $x_1 > 1$ , the  $x_1^{a_1/b_1}$  term in sliding surface equation (75) may not provide a better system performance. To eliminate this problem, a new nonlinear sliding surface for second order systems in controllable canonical form is proposed as

$$s(\mathbf{x}) = x_2 + \beta_1 x_1^{\frac{a_1}{b_1}} + \beta_2 x_1^{\frac{a_2}{b_2}} \quad (78)$$

where  $\beta_1, \beta_2 > 0$  are real,  $b_1 > a_1$  and  $a_2 > b_2$  are odd integer constant design parameters (Yu *et.al.*, 1997). For  $x_1$  values near zero, the approximate system dynamics become  $\dot{x}_1 = -\beta_1 x_1^{a_1/b_1}$  whose finite time convergence behaviour is similar with (75). When  $x_1$  values are far away from zero, system dynamics become  $\dot{x}_1 = -\beta_2 x_1^{a_2/b_2}$ . Thus, it has better convergence rate than conventional SMC with constant linear sliding surface. The SMC that has the nonlinear sliding surface (78) is called as *fast terminal* SMC (Yu *et.al.*, 1997). The difference of fast terminal sliding surface than terminal sliding surface is shown in figure 9 with parameters  $a_1=3, b_1=5, a_2=13, b_2=5, \beta_1 = \beta_2 = 1$ . As shown in the figure, for regions away from the equilibrium point, the fast terminal sliding surface and thus the system states are at a faster control region. As the system RP converge to the equilibrium point fast terminal and terminal sliding surfaces become similar.

[Insert Figure 9 about here]

The hierarchical structure in (77) can also be used for the control of single-input higher order nonlinear systems by rearranging it for sliding surface (78) (Yu and Zhihong, 2002). With the help of terminal and fast terminal control structures finite time convergence of error to zero is obtained by using constant and nonlinear sliding surfaces.

### 3.5. Nonlinear Discretely-moving Sliding Surface

The moving schemes that have been given for the linear sliding surfaces in section 3.2 and 3.3 could also be applied to the nonlinear sliding surfaces. Actually, the linear sliding surfaces when exposed to the moving algorithms result in a nonlinear system trajectory. It is also quite obvious that the system trajectory is already nonlinear when a nonlinear constant sliding surface is used. However, defining the whole trajectory with a nonlinear function may result in a highly nonlinear sliding surface and control input. Therefore, moving algorithms for nonlinear sliding surfaces are proposed to lessen or remove the reaching mode by using relatively simpler nonlinear functions in place of a constant nonlinear sliding surface.

Li *et.al.* (1999) consider the regulator problem for single-input second order systems and define the sliding surface for the scalar case of (64) as

$$s(\mathbf{e}) = \dot{\mathbf{e}} - v_1(\mathbf{e}) \quad (79)$$

All sliding surface design problems for second order systems can be treated as the problem of choosing  $v_1(\mathbf{e}) \in \mathfrak{R}$  in (79). Especially, Li *et.al.* (1999) define  $v_1(\mathbf{e})$  as a nonlinear function given as

$$v_1(\mathbf{e}) = -w_p \tanh(c_1 \mathbf{e}) \quad (80)$$

where  $c_1$  is the sliding surface slope of the conventional linear sliding surface and  $w_p$  is a new design parameter. The chosen  $v_1(\mathbf{e})$  function must satisfy

$$\text{sign}(v_1(\mathbf{e})) = -\text{sign}(\mathbf{e}) \quad (81)$$

to guarantee the stability.

$$|v(\mathbf{e})| \leq w_p, \quad |\dot{v}(\mathbf{e})| = \frac{w_p c_1}{\cosh^2(c_1 \mathbf{e})} \leq w_p c_1 \quad (82)$$

Then, the nonlinear sliding surface is obtained as

$$s(\mathbf{e}) = \dot{\mathbf{e}} + w_p \tanh(c_1 \mathbf{e}) \quad (83)$$

Using the delta-neighbourhood approach presented by Choi *et.al.* (1993), (83) is designed as a discretely-moving nonlinear sliding surface where the parameter  $w_p$  is updated recursively according to

$$w_p(t + \Delta\tau) = w_p(t) + \Delta w_p \quad (84)$$

where  $\Delta w_p$  is a design parameter that depends on dwelling time  $\Delta\tau$  and system characteristics.

The discretely-moving nonlinear sliding surface obtained for  $c_1=2$  and different values of  $w_p$  is given in figure 10. The parameter adjustment in (84) is carried on until the last predefined sliding surface value is reached (Li *et.al.*, 1999).

[Insert Figure 10 about here]

### 3.6. Nonlinear continuously-moving sliding surface

The discretely-moving schemes for nonlinear sliding surfaces have also dwelling time effect as in the case of using linear sliding surfaces; and therefore, various continuously-moving sliding surfaces have been developed in the literature to get rid of this drawback of dwelling time.

Kim *et.al.* (1993) define the sliding surface as

$$s(\mathbf{e}, t) = \dot{\mathbf{e}}(t) + c_1 \mathbf{e}(t) - (\dot{\mathbf{e}}(t_0) + c_1 \mathbf{e}(t_0)) \exp(-a_1(t - t_0)) \quad (85)$$

where  $a_1 > 0$  is a design parameter. If the initial conditions are known, the second term provides the RP always stay on the sliding surface and thus, the reaching mode is eliminated. It is also shown that the overall system is globally and exponentially stable which means that (85) is a terminal SMC.

Inspiring from the terminal SMC idea, Bartoszewicz (1998) designs a nonlinear continuously-moving sliding surface given as

$$s(\mathbf{e}, t) = \dot{\mathbf{e}} + \gamma(t) \cdot \text{sign}(\mathbf{e}(t)) |\mathbf{e}(t)|^{a_1} \quad (86)$$

for second order nonlinear systems with constraints on the system states. In (86),  $a_1$  and  $\gamma(t)$  are design parameters where  $a_1$  is constant in the range  $1/2 \leq a_1 < 1$  and  $\gamma(t)$  is a time-dependent function defined as

$$\gamma(t) = \begin{cases} a_2 \cdot (t - t_0) & \text{if } t_0 \leq t \leq t_b \\ a_2 \cdot (t_b - t_0) & \text{if } t > t_b \end{cases} \quad (87)$$

where  $t_b$  is the time for which  $\gamma(t)$  and thus sliding surface becomes constant. The error phase plane representation of continuously time-varying nonlinear sliding surfaces defined by (86) for the parameters  $a_1=1/2$ ,  $a_2=0.1$ ,  $t_b=1$  is given in figure 11.

[Insert Figure 11 about here]

Combining the ideas in (35)-(37) and the terminal sliding surface idea in (75), Bartoszewicz (1996) proposes another continuously-moving terminal sliding surface defined as

$$s(\mathbf{e}, t) = \begin{cases} \dot{\mathbf{e}}(t) + 2a_1 t + a_2 + a_4 \text{sign}(\mathbf{e} + a_1 t^2 + a_2 t + a_3) \cdot (\mathbf{e} + a_1 t^2 + a_2 t + a_3)^{2/3}, & t \leq t_b \\ \dot{\mathbf{e}}(t) + a_4 \text{sign}(\mathbf{e}) \cdot (\mathbf{e})^{2/3}, & t > t_b \end{cases} \quad (88)$$

where  $t_b > 0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  and  $a_4$  are constant design parameters.

Tokat *et.al.* (2003c), propose a nonlinear parabolic sliding surface using the new coordinate defined in (44). The sliding surface  $\hat{s}(\mathbf{e}, t)$  can then be defined in the new ( $s$ - $p$ ) plane in terms of the new variable  $p$  as follows

$$\hat{s}(\mathbf{e}, t) = s(\mathbf{e}, t) - k_s(t).p^2(\mathbf{e}, t), \quad (k_s=0 \text{ if } \mathbf{e}.\dot{\mathbf{e}}>0) \quad (89)$$

where  $k_s(t)$  provides a bending measure of the parabolic surface and it is defined as in (46) for the stable regions. The parabolic surface obtained by using (89) is illustrated in figure 12 where the nonlinear sliding surface is over the traditional linear sliding surface (4) for positive values of  $k_s$  and it bends to the opposite side for negative values of  $k_s$ .

[Insert Figure 12 about here]

#### 4. Conclusion

In this study, sliding surface design methods are classified according to their properties and the studies in the literature are investigated thoroughly. In conventional sliding mode control, the sliding surface is taken to be constant and linear for simplicity and mathematical tractability. To improve the system performance, the linear sliding surface has been moved in various techniques. The basic philosophy in moving sliding surface design is that the sliding surface parameters are initially chosen in such a way that the sliding surface passes through the initial conditions. The reaching time and thus, the time that the disturbances affect the system is reduced and the whole system becomes more insensitive to parameter variations and external disturbances. The moving algorithm may be discrete or continuous. In discretely-moving sliding surfaces, the sliding surface value is taken constant for a given time period. The discontinuity effect arising from this time period causes sensitivity to disturbances. To overcome this negative effect, continuously-moving sliding surface could be used. In continuously-moving sliding surfaces the derivatives of sliding surface parameters are also needed. However, in discretely-moving sliding surfaces, as the sliding surface is taken to be constant during a predefined time interval, the derivative of the sliding surface parameter is not necessary for the calculation of the control law. Therefore, the control law calculated for the conventional sliding mode controller is used without any change and this is an advantage of discretely-moving against continuously-moving sliding surface.

There are certain disadvantages of linear sliding surface. For instance, when the sliding surface is developed in a linear fashion, the magnitude of the control input required to keep the



system states on the sliding surface usually increases in a direct proportion to the magnitude of the tracking error. Another problem with linear sliding surface design is the replacement of the nonlinear system characteristics with linear dynamics arising from the control law obtained by the linear sliding surface. The linear dynamics of the linear sliding surface may not fit the global dynamic properties of the controlled system. Therefore, using a nonlinear sliding surface may be an alternative which may give rise to a better system performance, provided that the nonlinearity is added purposely. For instance, the use of a special nonlinear sliding surface known as terminal sliding surface provides the tracking error to converge to zero in finite time whereas it is asymptotic in conventional sliding mode controller.

Moving algorithms for nonlinear sliding surfaces are also proposed to lessen or remove the reaching mode by using a relatively simpler nonlinear function. Thus, a similar performance could be obtained by using a moving nonlinear sliding surface in place of a constant but complicated one. The discretely-moving schemes for nonlinear sliding surfaces have the same discontinuity effect arising from the time intervals waiting for the next sliding surfaces value as in the linear case; and therefore, various continuously-moving sliding surfaces have been developed in the literature to get rid of this drawback.

When the nonlinear sliding surface design studies in the literature are considered, they seem to have analytical difficulties in defining nonlinear functions or at least in determining parameters of these functions. It is even more complex to predetermine geometrically from where the sliding surface will pass for a nonlinear sliding surface than for a linear sliding surface. Moreover, designing the control law and determining the stability boundaries based on nonlinear sliding surface are more complex than the conventional linear counterpart. As a consequence, the trade off between the simplicity of the control algorithm and the desired performance improvement must be kept in mind in choosing the sliding surface design method.

## References

- ALARCON, E., BIEL, D., GUINJOAN, F., FOSSAS, E., VIDAL, E., and POVEDA, A., 1999, Current-mode BiCMOS sliding mode controller circuit for AC signal generation in switching power DC-DC converters, *The 42<sup>nd</sup> IEEE Midwest Symposium on Circuits and Systems*, Las Cruces, New Mexico State University, New Mexico, USA, August 8-11.
- BARTOSZEWICZ, A., 1995, A comment on 'A time varying sliding surface for fast and robust tracking control of second-order uncertain systems'. *Automatica*, **31**(12), 1893-1895.
- BARTOSZEWICZ, A., 1996, Time-varying sliding modes for second order systems. *IEE Proceedings- Control Theory and Applications*, **143**(5), 455-462.
- BARTOSZEWICZ, A., 1997, Variable structure algorithm for regulation of a DC motor position. *Archives of Electrical Engineering*, **46**(3), 247-257.
- BARTOSZEWICZ, A., 1998, Design of a nonlinear time-varying switching line for second order systems, *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, Florida USA, December pp. 2404-2408.
- BETIN F., PINCHON, D., and CAPOLINO, G.A., 2002, A time-varying sliding surface for robust position control of a DC motor drive. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **49**(2), 462-473.
- BIANCHINI, M., GORI, M., and MAGGINI, M., 1994, Does terminal attractor backpropagation guarantee global optimization?. *Proceedings of the International Conference on Artificial Neural Networks*, Sorrento, Italy, 26-29 May, pp. 377-380.
- CAO, Y., 1993, Nonadaptive and adaptive sliding mode control of robotic systems with a general sliding surface. *Proceedings of the IEEE Conference on Systems, Man and Cybernetics*, Le Touquet, France, 17-20 October pp.716-721.
- CAO, Y.J., CHENG S.J., and WU, Q.H., 1994, Sliding mode control of nonlinear systems using neural network, *IEE Conference Publication*, **1**(389), 855-859.
- CERRUTO, E., CONSOLI, A., KUCER, P., and TESTA, A., 1993, A fuzzy logic quasi sliding mode controlled drive. *Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics*,

Budapest, Hungary, 1-3 June pp. 652-658.

CHANG, T.H., and HURMUZLU, Y., 1992, Trajectory tracking in robotic systems using variable structure control without a reaching phase. *Proceedings of the American Control Conference*, Chicago, USA, 24-26 June 1992 pp. 1505-1509.

CHANG, T.H., and HURMUZLU, Y., 1993, Sliding control without reaching phase and its application to bipedal locomotion. *Journal of Dynamics, Systems, Measurement and Control*, **115**, 447-455.

CHO, D.D., 1994, VSC of nonlinear systems: experimental case studies. In A.S.I. Zinober (ed) *Variable Structure and Lyapunov Control: Lectures Notes in Control and Information Sciences Vol.193* (Heidelberg: Springer-Verlag), pp.335-364.

CHOI, S.B., CHEONG, C.C., and PARK, D.W., 1993, Moving switching surfaces for robust control of second order variable structure systems. *International Journal of Control*, **58**(1), 229-245.

CHOI, S.B., PARK, D.W., and JAYASURIYA, S., 1994, A time-varying sliding surface for fast and robust tracking control of second order uncertain systems. *Automatica*, **30**(5), 899-904.

CHOI, H.S., PARK, Y.H., CHO Y., and LEE M., 2001, Global sliding mode control. *IEEE Control Systems Magazine*, **21**(3), 27-35.

CHU, V.K., and TOMIZUKA, M., 1996, Sliding mode control with nonlinear sliding surfaces. *Proceedings of the IFAC Triennial World Congress*, San Francisco, USA, 1 July pp.481-486.

CHUN, K., and CHOI, B.Y., 2001, Fuzzy moving sliding mode control for robotic manipulators. In M.H. Hamza (ed) *Intelligent Systems and Control, Series on Modelling, Identification and Control*, (USA: ACTA Press).

DE AZEVEDO, H.R., and WONG, K.P., 1993, A fuzzy logic controller for permanent magnet synchronous machine-a sliding mode approach. *Proceedings of the IEEE Power Conversion Conference*, Yokohama, Japan, 19-21 April pp. 672-677.

HA, Q.P., RYE, D.C., and DURRANT-WHYTE, H.F., 1999, Fuzzy moving sliding mode control

with application to robotic manipulators. *Automatica*, **35**, 607-616.

HUNG, J.Y., GAO, W., and HUNG, J.C., 1993, Variable structure control: a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **40**(1), 2-22.

ILIEV B., and HRISTOZOV I., 2002, Variable structure control using Takagi-Sugeno fuzzy system as a sliding surface. *Proceedings of the IEEE World Congress on Computational Intelligence*, Honolulu, USA, 12-17 May pp. 644-649

JABBARI, A., TOMIZUKA, M., and SAKAGUCHI, T., 1990, Robust nonlinear control of positioning systems with stiction. *Proceedings of the American Control Conference*, San Diego, California, USA, 23-25 May pp.1097-1102.

KALAYKOV, I., and Iliev, B., 2000, Time-optimal Sliding Mode Control of Robot Manipulator, *Proceedings of the IEEE Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation IECON-2000*, Nagoya, Japan, 22-28 October pp.265-270.

KAYNAK, O., ERBATUR, K., and ERTUGRUL, M., 2001, The fusion of computationally intelligent methodologies and sliding mode control- a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **IE-48**, 4-17.

KIM, J.J., LEE, J.J., PARK, K.B., and YOUN, M.J., 1993, Design of a new time-varying sliding surface for robot manipulator using variable structure controller. *Electronics Letters*, **29**(2), 195-196.

KIRK, D.E., 1970, *Optimal Control Theory: an Introduction*, (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall).

LEE, C.K., and KWOK, N.M, 1995, A variable structure controller with adaptive switching surfaces. *Proceedings of the American Control Conference*, Seattle, Washington, USA, 21-23 June pp.1033-1034.

LEE, C.K., KWOK, N.M., and LEUNG, T.P., 1995, A brushless DC motor velocity regulator using a variable structure controller with varying switching surfaces. *Proceedings of the IEEE Conference on Power Electronics and Drive Systems*, Singapore, 21-24 February pp.297-302.

LEE, H., KIM, E., KANG, H.J., and PARK, M., 1998, Design of a sliding mode controller with

- fuzzy sliding surfaces. *IEE Proceedings- Control Theory and Applications*, **145**(5), 411-418.
- LEE, J.J., 1991, Adaptive tracking control of DC servomotors. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, **37**(4), 905-912.
- LI, Y.F., ERIKSSON, B., and WIKANDER, J., 1999, Sliding mode control of two-mass positioning systems. *Proceedings of the IFAC Triennial World Congress*, Beijing, China, July 5-9.
- LIN F.J., SHYU, K.K., and WAI, R.J., 2001, Recurrent fuzzy neural network sliding mode controlled motor toggle servomechanism. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, **6**(4), 453-466.
- LU Y.S., and CHEN, J.S., 1995, Design of a global sliding mode controller for a motor drive with bounded control. *International Journal of Control*, **62**(5), 1001-1019.
- MCDONALD, D., 1950, Nonlinear techniques for improving servo performance. *National Electronics Conference*, **6**, 400-421.
- PARK, D.W., and CHOI, S.B., 1999, Moving sliding surfaces for high-order variable structure systems. *International Journal of Control*, **72**(11), 960-970.
- PARK, K.B., and TSUJI, T., 1999, Terminal sliding mode control of second-order nonlinear uncertain systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **9**, 769-780.
- RICHTER, H., 2003, Tracking of a thermodynamic process using a polytropic surface as a sliding manifold. *Proceedings of the American Control Conference*, Denver, Colorado, 4-6 June pp.197-201.
- ROY, R.G., and OLGAC, N., 1997, Robust nonlinear control via moving sliding surfaces:  $n^{\text{th}}$  order case. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego, California, USA, 10-12 December pp. 943-948.
- SIRA-RAMIREZ, H., 1993, On the dynamical sliding mode control of nonlinear systems. *International Journal of Control*, **57**(5), 1039-1061.
- SLOTINE, J.J.E., 1984, Sliding controller design for non-linear systems. *International Journal of Control*, **40**(2), 421-434.

- SLOTINE, J.J.E., and LI, W., 1991, *Applied Nonlinear Control*, (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall).
- SLOTINE, J.J.E., and SPONG, M.W., 1985, Robust control with bounded input torques. *Journal of Robotic Systems*, **2**(4), 329-352.
- STEPANENKO, Y., and CAO, Y., 1993, On variable structure robotic control with integral sliding surfaces. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, San Antonio, Texas, 15-17 December pp.1128-1133.
- STEPANENKO, Y., CAO, Y., and SU, C.Y., 1998, Variable structure control of robotic manipulator with PID sliding surfaces. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **8**, 79-90.
- SU, C.Y., and STEPANENKO, Y., 1993a, Adaptive sliding mode control of robot manipulators with general sliding manifold. *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Robots and Systems*, Yokohama, Japan, 26-30 July pp.1255-1259.
- SU, C.Y., and STEPANENKO, Y., 1993b, On using nonlinear sliding manifolds in robotic control. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, Texas, USA, 15-17 December pp.2121-2124.
- SU, C.Y., and STEPANENKO, Y., 1994, Adaptive sliding mode control of robot manipulators: general sliding manifold case. *Automatica*, **30**(9), 1497-1500.
- SU, W.C., DRAKUNOV, S.V., and OZGUNER, U., 1996, Constructing discontinuity surfaces for variable structure systems: a Lyapunov approach. *Automatica*, **32**(6), 925-928.
- TAKAHASHI, R.H.C., PERES, P.L.D., and BARBOSA, L.L.S., 1999, A sliding mode controlled sinusoidal voltage source with ellipsoidal switching surface. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, **46**(6), 714-721.
- TEMELTAS, H., 1998, A fuzzy adaptation technique for sliding mode controllers. *Proceedings of the IEEE Symposium on Industrial Electronics*, 7-10 July pp.110-115.
- TOKAT, S., EKSIN, I., and GUZELKAYA, M., 2003a, Fuzzy sliding mode controllers and sliding

mode fuzzy controllers: a survey. *Proceedings of the Triennial ETAI International Conference on Applied Automatic Systems*, Ohrid, Macedonia, 18-20 September pp. 69-79.

TOKAT, S., EKSIN, I., and GUZELKAYA, M., 2003b, New approaches for on-line tuning of the linear sliding surface slope in sliding mode controllers. *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, **11**(1), 45-54.

TOKAT, S., EKSIN, I., and GUZELKAYA, M., 2002, A new design method for sliding mode controllers using a linear time-varying sliding surface. *Journal of Systems and Control Engineering*, **216**(6), 455-466.

TOKAT, S., EKSIN, I., GUZELKAYA, M., and SOYLEMEZ, T., 2003c, Design of a sliding mode controller with a nonlinear time-varying sliding surface. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, **25**(2), 145-162.

TSYPKIN, Y.Z., 1955, Theory of Switching Control Systems, (Moscow: Gostekhizdat)(in russian).

UTKIN, V.I., 1978, Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems, (Moscow: MIR Publishers).

WAI, R.J., 2000, Adaptive sliding mode control for induction servomotor drive. *IEE Proceedings-Electric Power Applications*, **147**(6), 553-562.

WU, Y., YU, X.H., and ZHIHONG, M., 1998, Terminal sliding mode control design for uncertain dynamic systems. *Systems and Control Letters*, **34**, 281-287.

YILMAZ, C., and HURMUZLU, Y., 2000, Eliminating the reaching phase from variable structure control. *Transactions of the ASME-G: Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, **122**(4), 753-757.

YU, X., and ZHIHONG, M., 1998, Multi-input uncertain linear systems with terminal sliding mode control. *Automatica*, **34**(3), 389-392.

YU, X., ZHIHONG, M., and WU, Y., 1997, Terminal sliding modes with fast transient response. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego, California, 10-12 December pp.962-963.

- YU, S., YU, X.H., and ZHIHONG, M., 2000, Robust global terminal sliding mode control of SISO nonlinear uncertain systems. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, Sydney, Australia, 12-15 December pp.2198-2204.
- YU, X.H., and ZHIHONG, M., 1996, Model reference adaptive control systems with terminal sliding modes. *International Journal of Control*, **64**(6), 1165-1176.
- YU, X.H., and ZHIHONG, M., 2002, Fast terminal sliding mode control design for nonlinear dynamic systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, **49**(2), 261-264.
- YU, X.H., LEDWICH, G., and ZHIHONG, M., 1996, Terminal sliding mode control of linear systems. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, Kobe, Japan, 11-13 December, pp.4619-4624.
- ZAK, M., 1988, Terminal attractors for addressable memory in neural networks. *Physics Letters A*, **133**(12), 18-22.
- ZHIHONG, M., and YU, X.H., 1997, Terminal sliding mode control of MIMO linear systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, **44**(11), 1065-1070.
- ZHIHONG, M., PAPLINSKI, A.P., and WU, H.R., 1994, A robust MIMO terminal sliding mode control scheme for rigid robotic manipulators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **39**(12), 2464-2469.



## FIGURE CAPTIONS

**Figure 1.** Classification of sliding surface design methods

**Figure 2.** Error state-space responses obtained with different  $c_1$  parameters

**Figure 3.** Sliding surface movement with the rotation scheme

**Figure 4.** Sliding surface movement with the shifting scheme

**Figure 5.** Sliding surfaces obtained for different values of  $k_s$  in (45)

**Figure 6.** The sliding surface obtained by using optimal control

**Figure 7.** Sliding trajectory in error state-space proposed by Cerruto *et.al.* (1993)

**Figure 8.** Nonlinear constant sliding surface obtained with (66)

**Figure 9.** Terminal and fast terminal sliding surfaces

**Figure 10.** Discretely-moving nonlinear sliding surfaces obtained by (83)

**Figure 11.** Continuously time-varying nonlinear sliding surfaces obtained by (86)

**Figure 12.** Nonlinear sliding surfaces obtained by different values of  $k_s$  in (89).

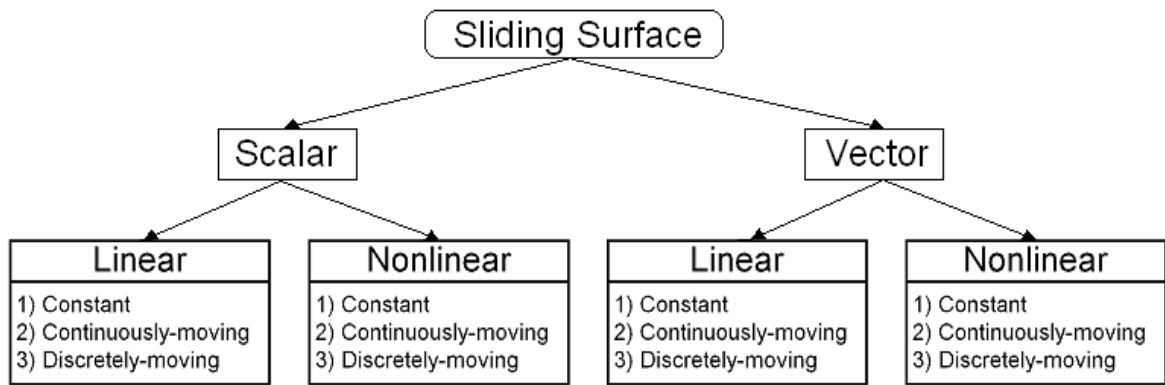


Figure 1. Classification of sliding surface design methods

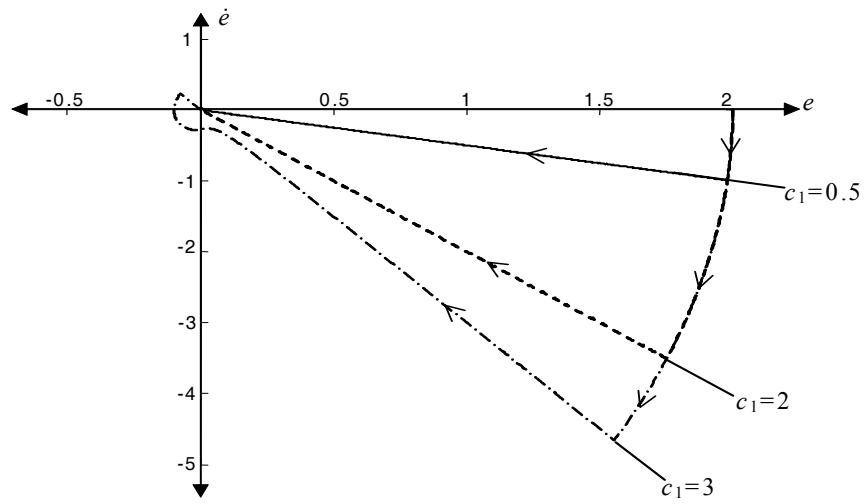


Figure 2. Error state-space responses obtained with different  $c_1$  parameters

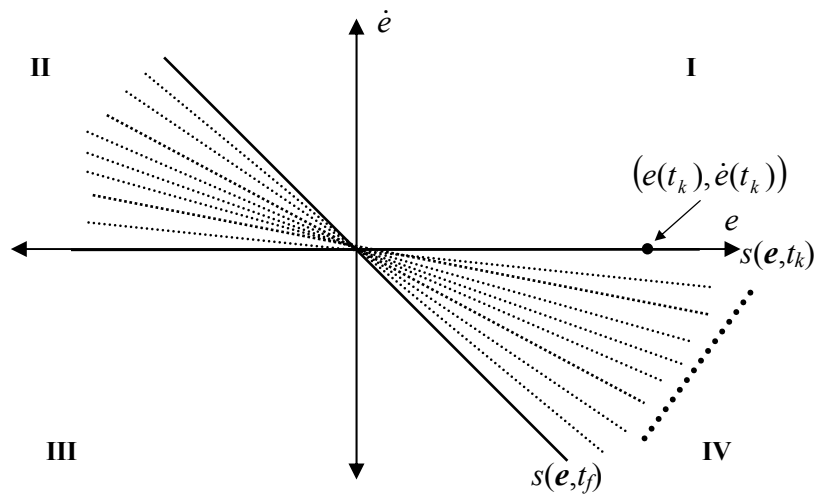


Figure 3. Sliding surface movement with the rotation scheme

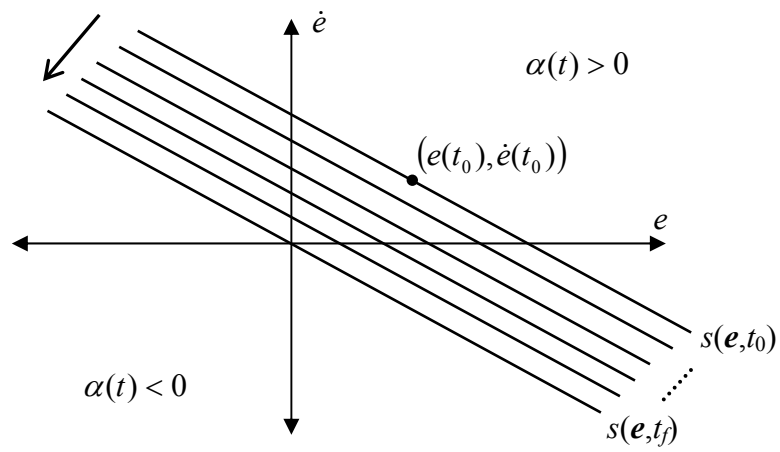


Figure 4. Sliding surface movement with the shifting scheme

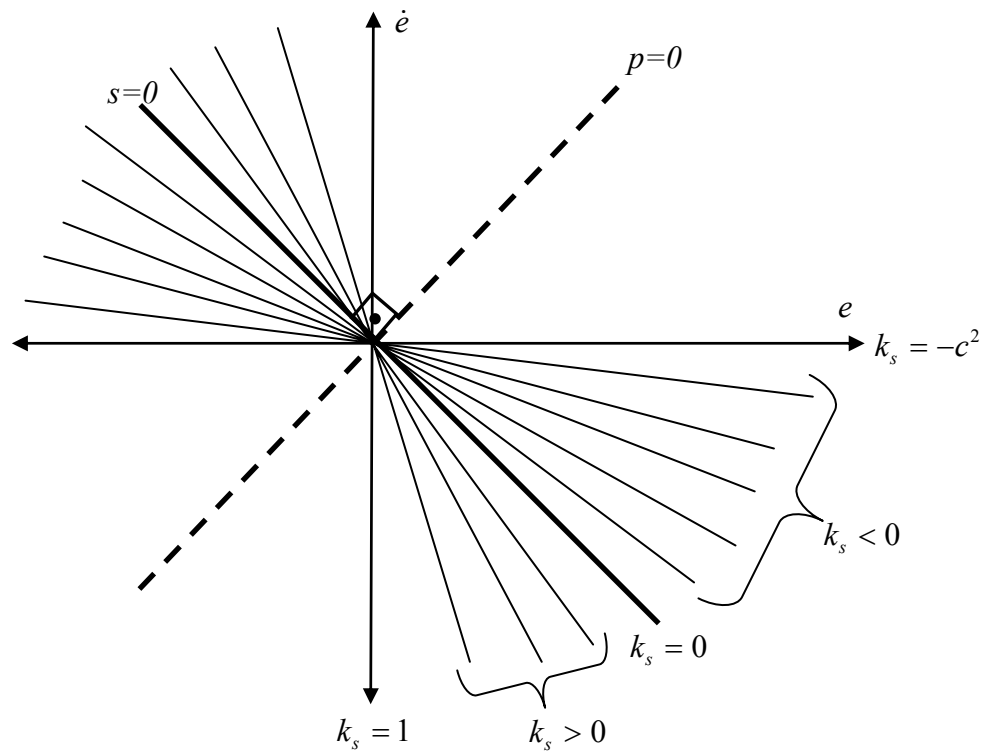


Figure 5. Sliding surfaces obtained for different values of  $k_s$  in (45)

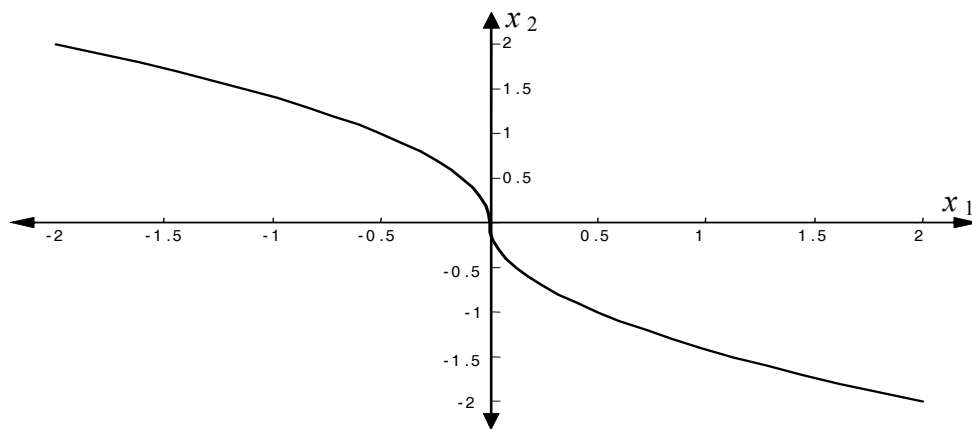


Figure 6. The sliding surface obtained by using optimal control

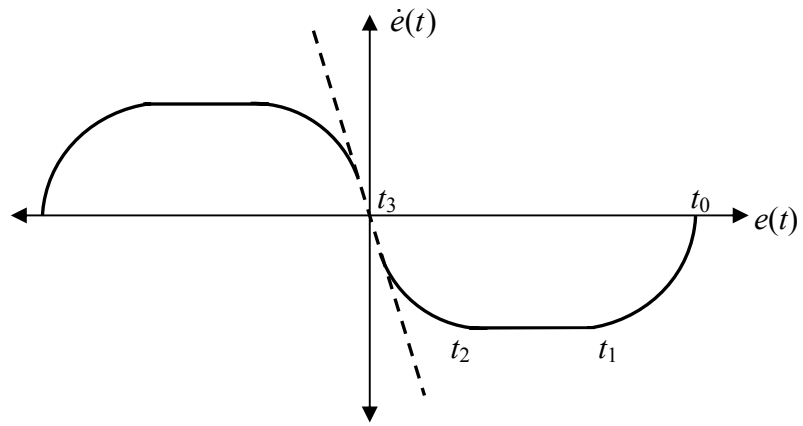


Figure 7. Sliding trajectory in error state-space proposed by Cerruto *et.al.* (1993)



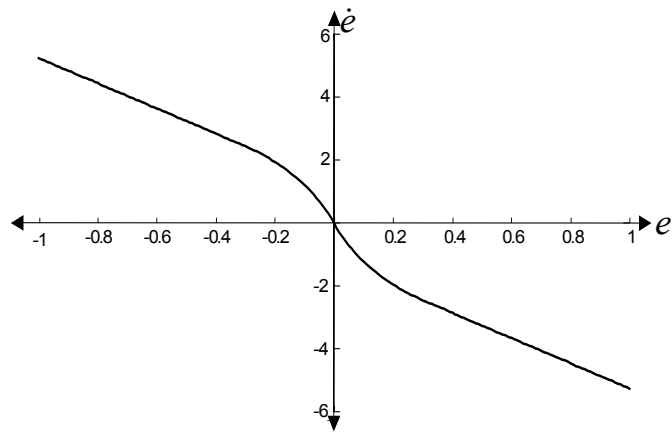


Figure 8. Nonlinear constant sliding surface obtained with (65)

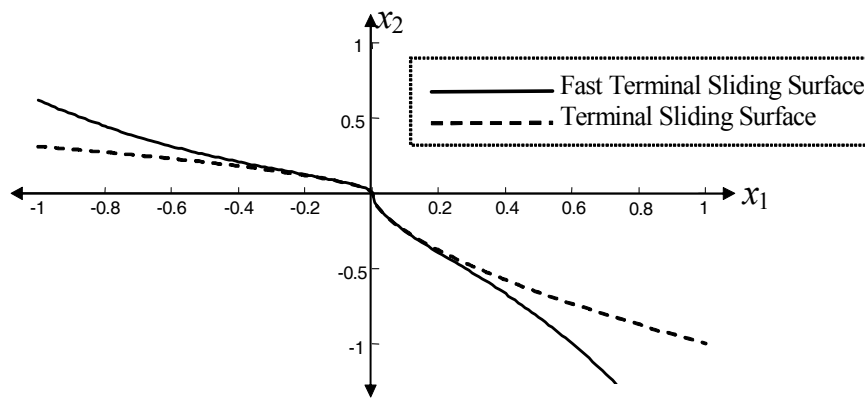


Figure 9. Terminal and fast terminal sliding surfaces

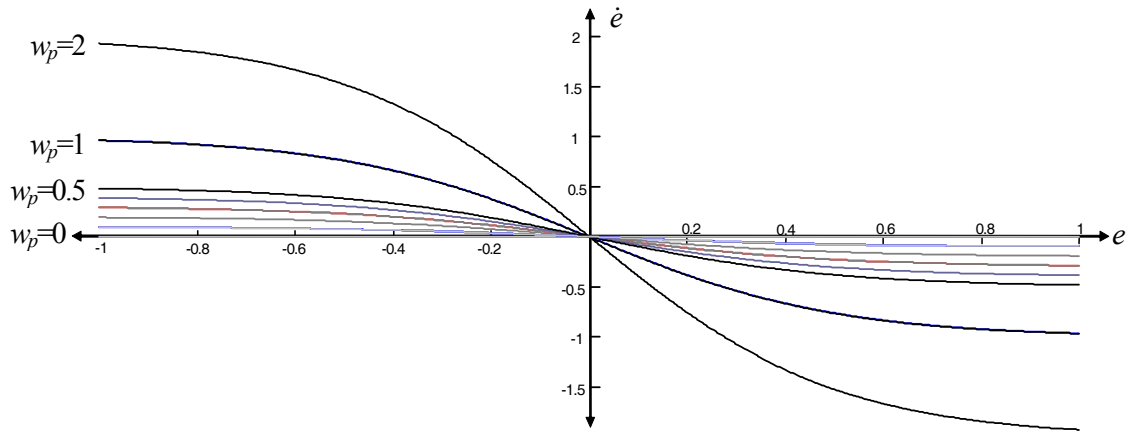


Figure 10. Discretely-moving nonlinear sliding surfaces obtained by (83)

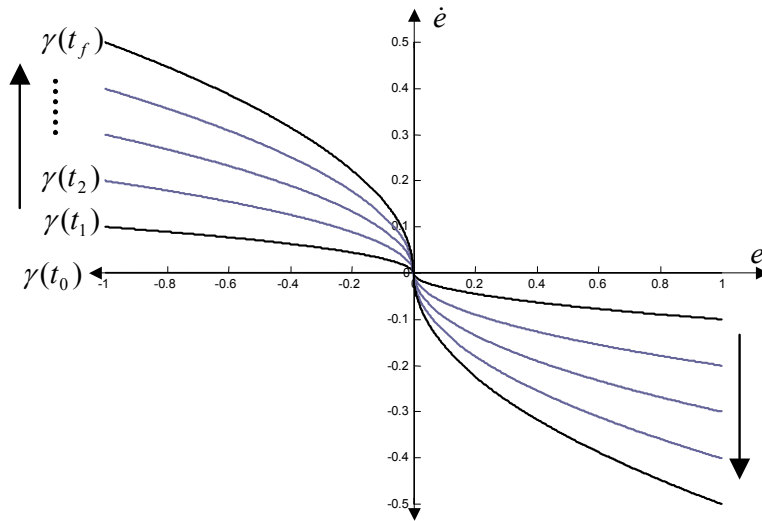


Figure 11. Continuously time-varying nonlinear sliding surfaces obtained by (86)

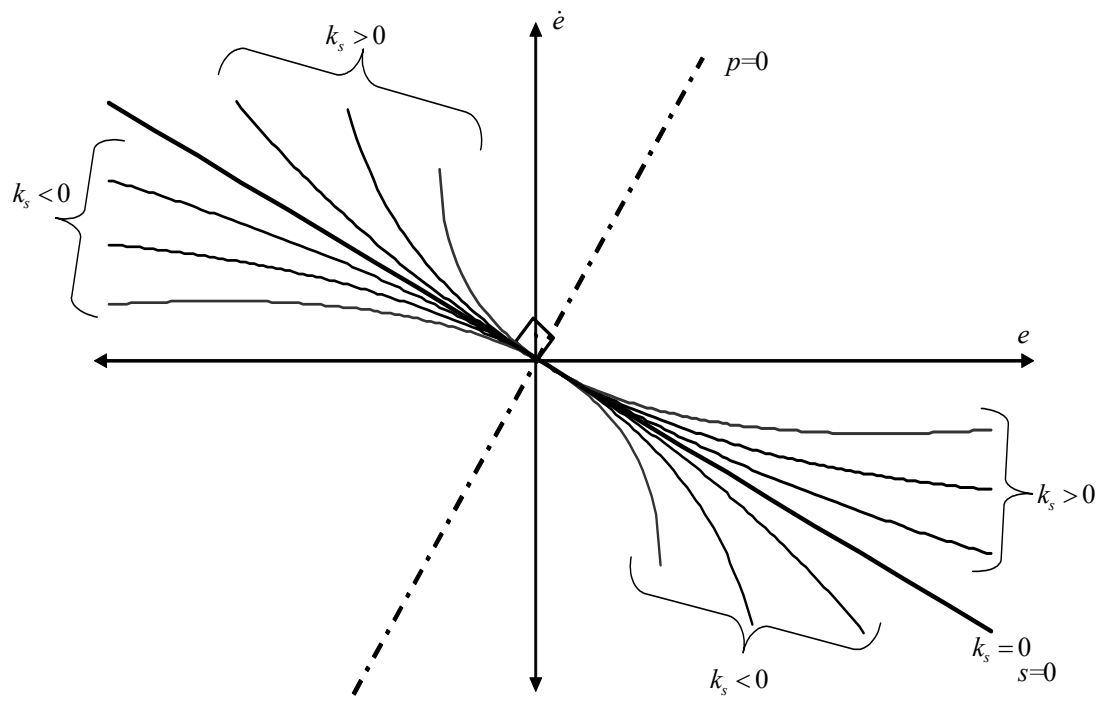


Figure 12. Nonlinear sliding surfaces obtained by different values of  $k_s$  in (89)

**EK-2**

# Transactions of the Institute of Measurement and Control

<http://tim.sagepub.com>

---

## Sliding mode controlled bioreactor using a time-varying sliding surface

S. Tokat

*Transactions of the Institute of Measurement and Control* 2009; 31; 435 originally published online Aug 6, 2009;

DOI: 10.1177/0142331208100893

The online version of this article can be found at:  
<http://tim.sagepub.com/cgi/content/abstract/31/5/435>

---

Published by:



<http://www.sagepublications.com>

On behalf of:



[The Institute of Measurement and Control](#)

Additional services and information for *Transactions of the Institute of Measurement and Control* can be found at:

**Email Alerts:** <http://tim.sagepub.com/cgi/alerts>

**Subscriptions:** <http://tim.sagepub.com/subscriptions>

**Reprints:** <http://www.sagepub.com/journalsReprints.nav>

**Permissions:** <http://www.sagepub.co.uk/journalsPermissions.nav>

**Citations** <http://tim.sagepub.com/cgi/content/refs/31/5/435>

# Sliding mode controlled bioreactor using a time-varying sliding surface

S. Tokat

Pamukkale University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department, 20070 Kinikli, Denizli, Turkey

Bioreactor processes based on substrate concentration have both highly non-linear behaviour and parameter uncertainties mostly bounded with physical and biological constraints, which make them a subject area of sliding mode control. This work deals with sliding mode control of a fermentation process in a continuous stirred bioreactor. A new sliding surface is defined using angular information as a function of time that provides adjustable continuous movement of the sliding surface. Computer simulations are presented to show the effectiveness and efficiency of the proposed method and to make a quantitative comparison with the conventional sliding mode controller having a constant sliding surface. The excess amount of substrate concentration in the mixture causes undesired by-product information. Therefore, the substrate concentration should not stay above its desired value for a long time. It is shown in the simulations that the performance of the proposed method, especially in regard to the settling time of the substrate concentration and reaching time, is improved. It is also shown that different system state trajectories could be obtained with the proposed method by adjusting the defined parameters of the angular information.

**Key words:** bioreactor control; fermentation process; substrate concentration; sliding mode control; sliding surface design.

## Nomenclature

$\alpha$	Angle value of the proposed controller
$\alpha_0$	Angular shifting parameter
$\alpha_1$	Angular scaling parameter
$\gamma_s$	Substrate concentration
$\gamma_{\sin}$	Substrate feed concentration
$\gamma_x$	Biological cell concentration
$\delta$	A small positive real constant

---

**Address for correspondence:** Sezai Tokat, Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Bilgisayar Muh. Bölümü, 20070, Kinikli Kampusu, Denizli, Turkey. E-mail: stokat@pamukkale.edu.tr



$\eta$	Strictly positive real constant
$\mu$	Specific growth rate
$\sigma$	Sliding surface
$\tau$	Feeding rate, control input
$\tau_{eq}$	Equivalent control input
$\tau_n$	Discontinuous control input
$\mathbf{c}$	Sliding surface parameter vector
$c_f$	Final sliding surface
$c_{max}$	A strictly positive real constant
$d$	Bounded external disturbances
$\mathbf{e}$	Error vector
$\mathbf{f}, \mathbf{g}$	System parameter vectors
$\Delta\mathbf{f}, \Delta\mathbf{g}$	Parameter uncertainties of $\mathbf{f}, \mathbf{g}$
$k$	Discontinuous control gain
$k_1$	Saturation parameter
$k_2$	Inhibition parameter
$l_0$	Linear shifting parameter
$l_1$	Linear scaling parameter
$q$	Dilution rate
$t_f$	Time instant at which final sliding surface is reached
$t_k$	Time instant at which time-varying sliding surface is first used
$V$	Lyapunov function
$v$	Volume of the mixture in the tank
$v_s$	Specific substrate consumption rate
$\mathbf{x}$	State vector
$x_i$	$i$ th state variable
$y_c$	Yield coefficient

## 1. Introduction

Biochemical engineering is a diverse and multidisciplinary field of biotechnology industry that involves the application of chemical engineering principles to the production, processing and separation of biological materials in various industries such as processing of agricultural, fine chemical and food products, environmental management and the pharmaceutical industry (Dochain, 2008). The impact of biotechnology industry on the global economy is highly evolving (Henson, 2006).

Bioreactor design and control, which is of great importance in the industrial practice, is a subfield of biochemical engineering and the presence of living organisms makes bioreactor control problem more complex than conventional chemical reactors (Tham *et al.*, 2003). As a control problem, different substrates can be used and these are converted by the activity of living cells under anaerobic or aerobic conditions to produce an antibiotic, a tissue or a host of other products of considerable impact on human life (Simeonov, 1999). As a design problem, there exist different types of reactors such as stirred tank, tower and tube, cascaded with different modes of

operation such as batch, fed-batch and continuous. All these control and design perspectives create a highly non-linear environment, which involves uncertainties. Therefore, advanced control strategies are needed. In the literature, various alternative control strategies are applied. For instance, model predictive control (Ramaswamy *et al.*, 2005), H-inf control (Georgieva and Ignatova, 2000), intelligent control techniques as fuzzy logic control (Ul-Haq and Mukhtar, 2006) and artificial neural networks-based control (Nagy, 2007) of bioreactor systems are all investigated in the literature.

Naturally, the uncertainties and external disturbances of biochemical processes have bounds depending on physical and biological constraints. This makes the problem a challenging area for sliding mode control, which is a state-feedback non-linear automatic control system where the control input switches at infinitely high frequencies based upon the system state error (Utkin, 2004). Sliding mode controllers (SMCs) have been intensively developed for both theoretical and application oriented problems. The control strategy drives the error phase trajectory to a predetermined sliding surface and thereafter provides the trajectory discontinuously switches on the sliding surface. It is simple to use and has been quite effective against external disturbances and parameter variations (Hung *et al.*, 1993). Major contributions for the industrial applications of SMC are given in the literature (Yu *et al.*, 2001). Merging SMC strategies with intelligent control algorithms is also an actual area of research and provides performance improvements and adaptive structures (Kaynak *et al.*, 2001). For instance, McGookin *et al.* (2000) use a genetic algorithm-based method to optimize the parameters of an SMC. Also, Efe (2002) presents an SMC-based parameter tuning strategy for a single layer artificial neural network.

The classical industrial applications of SMC strategies are also extended to bioreactor control problems. Derdiyok and Levent (2000) consider the control of a bioreactor system by using both PID and SMC techniques and show the advantages of SMCs under large time delays. A mathematical model of a fed-batch fermentation process is obtained by Georgieva *et al.* (2003), where an SMC with a boundary layer is used. As in the case of other industrial applications of SMCs, to cope with bioreactor process uncertainties, some authors have suggested the use of neural network adjustment strategies and found it superior under some conditions to a conventional SMC (Chen and Peng, 2004). For the bioreactor control problem, the chattering is an important disadvantage of SMCs. Various methods such as introducing a boundary layer, filtering the control signal or inserting an auxiliary control input are proposed in the literature to decrease or eliminate chattering. Zlateva (1997) and Tham *et al.* (2003) handle the chattering for the fed-batch fermentation process by redefining the bioreactor model with the derivative of the control input and realize SMCs with respect to the control input derivative to eliminate chattering. Selisteanu *et al.* (2007) redesign discontinuous feedback law and use an estimate of the sliding surface, which provides the smoothness of the control input. Also, SMC design for bioreactor processes under a multi-input–multi-output case is discussed (Efe, 2007).

A proper adjustment mechanism to overcome the trade-off between the reaching time and the system response speed could be obtained by designing a sliding surface different from the linear and time-invariant sliding surface of the conventional SMC. For instance, a constant and non-linear sliding surface is proposed (Tokat *et al.*, 2003). However, constant and non-linear relations increase the complexity of the control law. Thus, linear but time-varying sliding surfaces are generally used for sliding surface design. In this context, continuously time-varying sliding surface that depends linearly on time is introduced (Bartoszewicz, 1995). Intelligent control methodologies are also used to improve and to design time-varying sliding surfaces. Zhang *et al.* (2006) propose a time-varying sliding surface in which the discontinuous control term is obtained by fuzzy rules. Iglesias *et al.* (2007) also use a time-varying sliding surface adjusted with a term determined by fuzzy rules and apply the idea to non-linear chemical process models. Later, Bartoszewicz and Nowacka (2006) generalize the continuously time-varying sliding surface idea for third-order systems.

In all of the above continuously time-varying sliding surface design studies, the sliding surface movement is provided by directly changing the sliding surface parameter with respect to time. However, the same amount of change in the magnitude of the parameter does not mean an equal change in the position of the sliding surface. Thus, the alternative state trajectories that could be obtained for a continuous scheme in which the sliding surface parameter depends linearly on time will be limited.

In this study, a sliding surface tuning strategy is proposed. Instead of directly using the sliding surface parameter, which defines the slope information of the sliding surface, the angle information between the sliding surface and the error co-ordinate axis is used. The amount of change in the angle is directly proportional to the amount of change in the position of the sliding surface. The major benefit of tuning the sliding surface with the proposed method is that different state trajectories can be obtained by providing time-varying sliding surface parameters either linear or non-linear in time. Also, by using a constant angle instead of a time-varying one, the proposed method can be used as a conventional SMC.

The SMC with the proposed time-varying sliding surface is simulated on a bioreactor control problem. All through the operation of the bioreactor process, the substrate concentration in the mixture causes undesired by-product information. In order to avoid this, the substrate concentration should not stay above its desired value. Therefore, especially the settling time and maximum overshoot performances of the substrate concentration and reaching time issues are considered and a new sliding surface translation is defined using angular information as a function of time in order to provide an adjustable control on the movement of the sliding surface. The proposed rotation provides a considerable improvement in the substrate concentration and reaching time behaviours when compared with the conventional SMC. It is also shown that different error state trajectories can be obtained from the proposed angular rotation by using different design parameters for the angular information.

The rest of the paper is organized as follows: in Section 2, the problem formulation is discussed by describing the bioreactor plant model. The proposed sliding surface based on angular information and the related sliding mode control law is demonstrated in Section 3. In Section 4, computer simulations are performed to highlight the performance improvement obtained with the proposed method. Conclusions are stated in Section 5.

## 2. Problem formulation

In this study, the fermentation process of a fed-batch bioreactor model assumed to be operating in continuous mode is considered and the bioreactor type is a perfectly stirred tank reactor. It is also assumed that an unstructured biomass growth rate model with substrate inhibition kinetics is chosen. The fermentation process is assumed to be isothermal with constant physical and chemical properties. The tank bioreactor contains a liquid medium with water, nutrients and biological cells. In this study, in order to be able to focus on the key issues in controller design, the fed-batch bioreactor is converted to a continuous stirred tank bioreactor by adding an exit stream. Assuming that the inlet and exit streams have the same mass flow rate, the volume of the mixture in the tank,  $v$  (litres), is kept constant. Even with all these simplifications, the non-linear model exhibits some of the key properties that make bioreactors difficult to operate. The continuous time representation of the process dynamics obtained from mass balances and conservation laws has the following non-linear state-space representation (Bastin and Van Impe, 1995)

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma_x}{dt} &= -q(t) \cdot \gamma_x + \mu(\cdot)\gamma_x \\ \frac{d\gamma_s}{dt} &= q(t) \cdot (\gamma_{s\text{in}} - \gamma_s) - v_s(\cdot)\gamma_x \end{aligned} \quad (1)$$

where  $\gamma_x$  (g/l) is the biological cell concentration,  $\gamma_s$  (g/l) is the substrate concentration,  $\gamma_{s\text{in}}$  (g/l) is the substrate feed concentration,  $q(t)$  ( $h^{-1}$ ) is the dilution rate. As  $v$  is assumed to be kept constant, one can write  $q(t) = \tau(t)/v$  where  $\tau(t)$  (l/h) is the feeding rate. The feeding rate  $\tau(t)$  is the only control input of the system. In (1),  $\mu(\cdot)$  is the specific growth rate and  $v_s(\cdot)$  is the specific substrate consumption rate. They are non-negative kinetic functions that can depend on  $\gamma_x$  and  $\gamma_s$ . In the literature, different functions such as Monod, Contois and Haldane kinetics are used for modelling purposes (Simeonov, 1999). The mathematical model of the process studied in this paper is based on the Haldane kinetics, which considers strong non-linear interdependencies between the variables:

$$\mu(\cdot) = \mu(\gamma_s) = \frac{\mu_{\text{max}}\gamma_s}{k_2\gamma_s^2 + \gamma_s + k_1} \quad (2)$$

where  $k_1$  (g/l) is the saturation parameter,  $k_2$  (l/g) is the inhibition parameter, and  $\mu_{\max}$  ( $\text{h}^{-1}$ ) is the maximal growth rate. Assuming that the ratio of amount produced per amount consumed, which is known as the yield coefficient ( $y_c$ ), is constant,  $v_s(\gamma_s)$  can be defined as a function of  $\mu_s(\gamma_s)$  as

$$v_s(\gamma_s) = \frac{\mu(\gamma_s)}{y_c} \quad (3)$$

Assuming that the disturbance is imposed only on the control input channel, the matching condition holds. Then, by defining  $\mathbf{x} \hat{=} [x_1 \ x_2] = [\gamma_x \ \gamma_s]$  as an isothermal non-linear continuous fermenter system state vector, the non-linear state space model with single input can be written as

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})) + (\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \Delta\mathbf{g}(\mathbf{x})) \cdot (\tau(t) + d(t)) \quad (4)$$

where  $d(t)$  is the bounded external disturbance acting on the control input, and  $\mathbf{f}$ ,  $\mathbf{g}$  are two dimensional continuous functions in  $\mathbf{x}$  and  $t$  that can be given as

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\mu_{\max}x_1x_2}{k_2x_2^2 + x_2 + k_1} \\ -\mu_{\max}x_1x_2 \\ y_c(k_2x_2^2 + x_2 + k_1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{-x_1}{v} \\ (\gamma_{\sin} - x_2) \\ v \end{bmatrix} \quad (5)$$

The process parameters  $\mu_{\max}$ ,  $k_1$  and  $k_2$  are time-varying variables and are uncertain. However, their ranges are known. Therefore,  $\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})$  and  $\Delta\mathbf{g}(\mathbf{x})$  can be written as

$$\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\Delta\mu_{\max}x_1x_2}{\Delta k_2x_2^2 + x_2 + \Delta k_1} \\ -\Delta\mu_{\max}x_1x_2 \\ y_c(\Delta k_2x_2^2 + x_2 + \Delta k_1) \end{bmatrix}, \quad \Delta\mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \quad (6)$$

where  $\Delta\mu_{\max}$ ,  $\Delta k_1$  and  $\Delta k_2$ , are parameter uncertainties. Assuming that the substrate cost is negligible and selecting the maximal biomass productivity as the desired optimal operating point, the equilibrium point of the non-linear model can be calculated as (Szederkényi *et al.*, 2002)

$$\gamma_s^* = \frac{-k_1 + \sqrt{k_1^2 + \gamma_{\sin}^2 k_1 k_2 + \gamma_{\sin} k_1}}{\gamma_{\sin} k_2 + 1} \quad (7)$$

$$\gamma_s^* = (\gamma_{\sin} + \gamma_s^*) y_c$$

The objective is to achieve and maintain the desired operating point by altering the feeding rate  $\tau(t)$ . For this purpose, an SMC with a time-varying sliding surface is designed in the next section.

### 3. SMC design

#### 3.1 Obtaining the sliding mode control law

Considering the tracking problem, a general linear and time-varying sliding surface for system (4) can be written as

$$\sigma(\mathbf{e}, t) = \mathbf{c}^T(t)\mathbf{e} \quad (8)$$

where  $\mathbf{e} = [e_1, e_2]^T$  is the error state vector,  $e_i = x_i - x_{di}$  is the error for the  $i$ th state variable,  $x_{di}$  is the desired trajectory of the  $i$ th state and  $\mathbf{c}(t) = [c_1(t), 1]^T$  is the time-varying sliding surface parameter vector, which determines the system behaviour. The time-varying element is taken constant as  $c_1$  for the conventional sliding surface  $\sigma(\mathbf{e})$ . Differentiating  $\sigma(\mathbf{e}, t)$  in (8) on the sliding surface and neglecting the parameter variations and disturbance terms one obtains

$$\dot{\sigma} = \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \tau_{eq}(t) - \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \dot{\mathbf{x}}_d = 0 \quad (9)$$

where  $\mathbf{x}_d = [x_{d1}, x_{d2}]^T$  is the desired state trajectory vector. The equivalent control law can be written as

$$\tau_{eq}(t) = - \left( \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \right)^{-1} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \dot{\mathbf{x}}_d \right) \quad (10)$$

where  $\tau_{eq}(t)$  is known as the equivalent control law. On the assumption that  $(\partial \sigma / \partial \mathbf{e}) \mathbf{g}(\mathbf{x}) \neq 0$  one can write,

$$c_1(t)x_1 + x_2 = \sigma(\mathbf{x}, t) \neq \gamma_{\sin} \quad (11)$$

As  $\gamma_{\sin}$  is assumed to be a known system parameter,  $c_1(t)$  must be selected in order to provide (11) throughout the whole trajectory. It is a known fact that equivalent control (10) forces the system trajectory to move always towards the sliding surface. The control law is designed as

$$\tau(t) = \tau_{eq}(t) + \tau_n(t) \quad (12)$$

where  $\tau_n(t)$  is the discontinuous control law that provides the system trajectory on the sliding phase. By taking a Lyapunov function as  $V=1/2\sigma^2$ , the derivative of the Lyapunov function along the trajectories of the system states must satisfy the reaching condition given as

$$\dot{V} = \sigma \cdot \dot{\sigma} = \mathbf{c}^T \mathbf{e} \cdot \left( \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} (\mathbf{f} + \Delta f) + \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \mathbf{g} \cdot (\tau + d) - \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \dot{\mathbf{x}}_d \right) \leq -\eta \cdot |\sigma| \quad (13)$$

and the overall control law can be constructed as

$$\tau(t) = - \left( \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \right)^{-1} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \dot{\mathbf{x}}_d + k \cdot \text{sgn}(\sigma) \right) \quad (14)$$

where  $\text{sgn}(\sigma)$  is the signum function and  $k$  is the discontinuous control gain depending on the lower limits of the magnitudes of the parameter variations and the external disturbances and must be chosen in order to satisfy the reaching condition. The control input in (14) forces the trajectory to move always towards the sliding surface if the reaching condition is satisfied. For the conventional SMC, it is obvious that  $\partial \sigma / \partial t$  is zero in (14). It is shown in the simulation studies that the designed control law with the selected initial conditions and designed parameters provide the reaching condition in (13).

The discontinuous control action results a chattering motion in the neighbourhood of the sliding surface. The fermentation processes require a smooth control input. The typical chattering motion in sliding mode is undesirable for the proper control of fermentation processes. Various techniques are proposed to decrease the chattering. In this study, chattering alleviation is accomplished by using a saturating, continuous function of the following form that approximate the discontinuous signum function in (14) as

$$\text{sgn}(\sigma) \cong \frac{\sigma}{|\sigma| + \delta} \quad (15)$$

where small positive constant  $\delta$  illustrates the degree of the continuous approximation (Hung *et al.*, 1993).

### 3.2 The proposed continuously time-varying linear sliding surface with angular displacement

In our study, a linear and time-varying sliding surface in the general form of (8) is proposed using a new sliding surface parameter, taken as

$$c_1(t) = \begin{cases} l_1 \tan(\alpha(t)) + l_0, & t_k \leq t \leq t_f \\ c_f, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

where  $\tan(\cdot)$  is the tangent function,  $l_0$  and  $l_1$  are linear shifting and linear scaling parameters,  $t_k$  and  $t_f$  are the time instants among which time-varying sliding surface is actively used and  $c_f$  is the value that  $c_1(t)$  reaches at time  $t_f$ .

Linear and time-varying sliding surfaces with sliding surface parameters in the form of  $c_1(t) = at + b$  are investigated in the literature (eg, Bartoszewicz, 1995). In our study, the tangent as a function of time is appended into this structure by using (16). The philosophy of choosing (16) is to append the angle information directly into the sliding surface tuning mechanism instead of using the slope value. Changing the slope value  $c_1$  to a new value  $c_1 + \Delta c_1$  has different amount of rotation for different  $c_1$  values even under the same  $\Delta c_1$  variations. For instance, for  $c_1 = 7$ ,  $\Delta c_1 = 1$  results in  $1.005^\circ$  angular variation of the sliding surface on the error phase space. However, for  $c_1 = 0.1$ , the same  $\Delta c_1 = 1$  value results  $42.016^\circ$  angular variation. Therefore, for different slope values, the same amount of slope variation may display a significant difference. Thus, the particular form chosen in this study will help make tuning the sliding surface more meaningful.

The benefit of this new idea is that the time-varying behaviour of the sliding surface parameter  $c_1(t)$  can be now tuned in an angular basis by using  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$  parameters of the tangent function. By properly designing these parameters depending on the initial conditions and performance specifications, the time-varying behaviour of the sliding surface parameter can be adjusted in different ways providing some of the time-varying sliding surface designs from the literature, which are also highlighted with simulation studies.

In this study, the  $\alpha(t)$  angle in (16) is defined as a function of time, given as

$$\alpha(t) = \alpha_1 (t - t_k) + \alpha_0 \quad (17)$$

where  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$  are defined as angular shifting and angular scaling parameters. If  $\alpha_1 = 0$  is chosen, a conventional SMC with a constant sliding surface is obtained by taking  $c_f = l_1 \tan(\alpha_0) + l_0$ . The range and direction of the sliding surface rotation is determined by  $\alpha_1$  as

$$\alpha_1 = \frac{\text{sign}(c_f - c_1(t_k)) |\arctan(c_{\max})|}{t_f - t_k} \quad (18)$$

where  $\arctan(\cdot)$  is the inverse tangent function and  $c_1(t_k) = -e_2(t_k)/e_1(t_k)$  is the sliding surface value that passes from the system representative points at time  $t_k$ . It is obvious that  $t_k$  must be chosen such that  $e_1(t_k) \neq 0$ . In (18),  $c_{\max}$  is a strictly positive real constant that is used to determine  $\alpha_1$ . If  $c_{\max}$  is chosen large, a larger  $\alpha_1$  magnitude is obtained and the non-linearity of the change in the sliding surface parameter will increase. Contrarily, small  $\alpha_1$  magnitudes result a small amount of angular change, which



results in the sliding surface changing linearly in time. The angular shifting parameter is obtained with respect to sign of  $\alpha_1$  as follows:

$$\alpha_0 \in \begin{cases} \left[ \pi, \frac{6\pi}{4} \right), & \text{if } \text{sign}(\alpha_1) < 0 \\ \left( \frac{2\pi}{4}, \pi \right], & \text{if } \text{sign}(\alpha_1) > 0 \end{cases} \quad (19)$$

If  $\alpha_1$  has negative values,  $\alpha_0$  is chosen in an interval to add a positive shifting to the tangent value, and, for positive  $\alpha_1$  values,  $\alpha_0$  is chosen to add a negative shift. For  $\alpha_0 = \pi$ , no angular shifting case is obtained.

In order to provide the sliding surface on the system representative points at time  $t_k$  and  $t_f$ , the linear shifting and linear scaling parameters  $l_0$  and  $l_1$  in (16) are defined as

$$l_1 = \frac{c_1(t_k) - c_f}{\tan(\alpha(t_k)) - \tan(\alpha(t_f))} \quad (20)$$

$$l_0 = c_1(t_k) - l_1 \cdot \tan(\alpha(t_k))$$

For the new sliding surface, the angular shift  $\alpha_0$ , angular scaling  $\alpha_1$ , time values  $t_k$ ,  $t_f$  and final sliding surface parameter value  $c_f$  are the design parameters that determine the structure of the new sliding surface. The control input for the proposed method satisfying the reaching condition (13) is obtained as in (14) where the partial derivative of the sliding surface with respect to time is not zero and is given by

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \dot{\mathbf{c}}^T \mathbf{e} = [\dot{c}_1 \quad 0] \mathbf{e} \quad (21)$$

and  $\dot{c}_1$  of the proposed algorithm is obtained as

$$\dot{c}_1(t) = \begin{cases} \frac{l_1 \alpha_1}{t_f - t_k} \sec^2(\alpha(t)), & t_k \leq t < t_f \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (22)$$

where  $\sec(\cdot)$  is the secant function. The main difference from the conventional SMC is the time-dependent  $\mathbf{c}$  parameter vector and the main contribution of this study is that the sliding surface parameter is obtained in an angular basis as a non-linear function of time.

#### 4. Simulation results

The applicability and performance of the proposed controller designed with a time-varying sliding surface is investigated on the basis of simulations for a

bioreactor model given in (4–6) with Haldane kinetics. The system parameters in (5) are taken as

$$\begin{aligned}
 v &= 41 \\
 \gamma_{\text{sin}} &= 20 \text{ g/l} \\
 y_c &= 0.5 \\
 \mu_{\text{max}} &= 0.31/\text{h} \\
 k_1 &= 0.1 \text{ g/l} \\
 k_2 &= 1/401/\text{g}
 \end{aligned} \tag{23}$$

and the desired state variables are calculated by using (7) as

$$\begin{aligned}
 x_{d1} &= \gamma_x^* = 9.455 \text{ g/l} \\
 x_{d2} &= \gamma_s^* = 1.090 \text{ g/l}
 \end{aligned} \tag{24}$$

The reaction rate of the unsaturated bioreactor increases with increasing substrate concentration. Therefore, during the fermentation process, the excess amount of substrate in the bioreactor tank causes undesired by-product formation. In order to avoid this, the substrate concentration should not stay above its desired value for a long time. It is assumed that substrate concentration of the environment is initially zero and needed to be kept low. Thus, the initial conditions are taken as  $(\gamma_x(0), \gamma_s(0)) = (0.5, 0)$ . During the simulations, in order to show the robustness against bounded external disturbances,  $d(t)$  is modelled with a sinusoidal signal taken as

$$d(t) = 0.02 \cos(2\pi t) \tag{25}$$

The bounded parameter uncertainties of  $\mu_{\text{max}}$ ,  $k_1$  and  $k_2$  are defined as  $\Delta\mu_{\text{max}}$ ,  $\Delta k_1$  and  $\Delta k_2$ , respectively. They are chosen as

$$\begin{aligned}
 \Delta\eta_{\text{max}} &= 0.03 \cos(2\pi t/10) \\
 \Delta k_1 &= -0.01 \cos(2\pi t/15) \\
 \Delta k_2 &= -0.0025 \cos(2\pi t/25)
 \end{aligned} \tag{26}$$

For all of the controllers, discontinuous control gain in (14) is taken as  $k=0.7$ . All simulations are performed in the time interval between (0; 40 h) and the sampling time for the computer simulations is taken as 0.06 min. The performance of the proposed controller (SMC-P) is compared with the conventional SMC having a constant sliding surface (SMC-C).

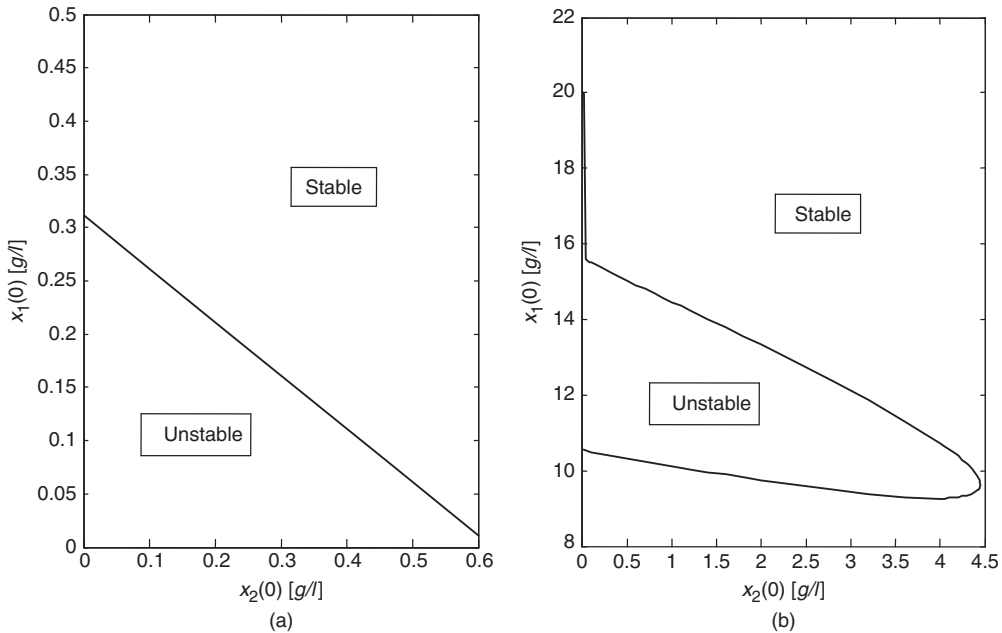
The controller parameters are initial condition dependent and therefore must be properly selected for a given initial condition. For the given system model, the

stability of the sliding modes is analysed with simulations based on two different values of  $c_1$  parameter. The regions in which  $\sigma=0$  is a stable attractor are given in Figure 1 for both a positive and a negative value of the sliding surface parameter. It is seen that stable regions could be obtained for different initial conditions. In this study, sliding surface parameters are selected in a trial and error manner in order provide a proper system performance and stability.

The sliding surface parameter  $c_1$  also has an important effect on the performance of the system. It is chosen for SMC-C in order to have a best integral of absolute error (IAE) performance for  $\gamma_x$ . To achieve this, SMC-C is simulated for different  $c_1$  values and the IAE( $\gamma_x$ ) and  $t_{\text{reach}}$  performance criteria are given in Figure 2, where it is seen that the minimum value of IAE( $\gamma_x$ ) is obtained for  $c_1 = 0.032$ . Therefore,  $c_1 = 0.032$  is chosen as it gives the minimum IAE( $\gamma_x$ ) and an acceptable  $t_{\text{reach}}$  value. Then, in order to have a fair comparison, the  $c_f$  value of SMC-P is also taken the same as  $c_1$  value of SMC-C.

Two different SMC-P behaviours are considered to show the effect of the  $t_f$  parameter as follows:

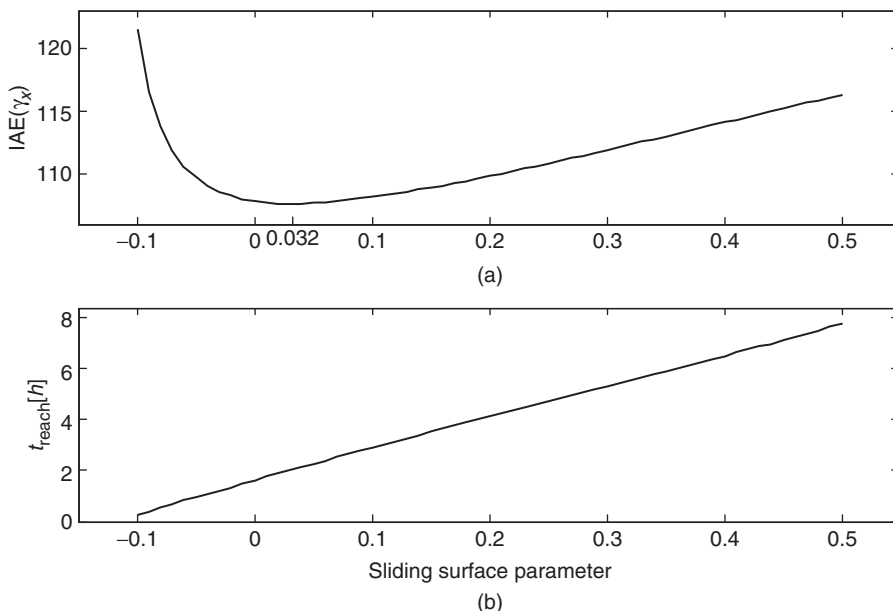
$$\begin{aligned} \text{SMP} - P_1 : t_k = 0 \text{ h}, \quad t_f = 2 \text{ h}, \quad c_f = 0.032, \\ \alpha_0 = 2.3\pi/4, \quad c_{\max} = 5(\alpha_1 = 0.0302) \\ \text{SMC} - P_2 : t_k = 0 \text{ h}, \quad t_f = 2.2 \text{ h}, \quad c_f = 0.032, \\ \alpha_0 = 2.3\pi/4, \quad c_{\max} = 5(\alpha_1 = 0.0022) \end{aligned} \quad (27)$$



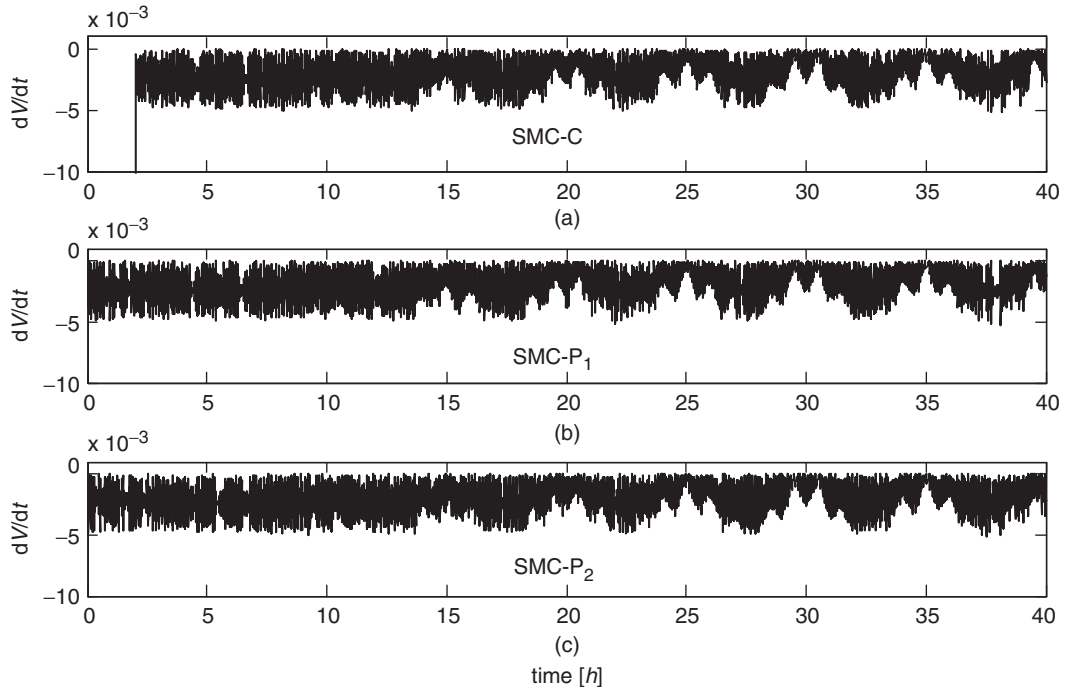
**Figure 1** Simulation analysis of the effect of initial conditions on the system stability for: (a)  $c_1 = -0.12$ , (b)  $c_1 = 1$

As  $\alpha_1$  is positive,  $\alpha_0$  is chosen from the interval  $(2\pi/4, \pi]$ . To show the sliding mode behaviour in an ideal case, the control law with signum function is first investigated. The derivative of the Lyapunov function is given in Figure 3. It is seen that all the controllers satisfy the reachability condition for the given initial conditions and design parameters. The IAE and settling time ( $t_s$ ) for  $\gamma_x$  and  $\gamma_s$ , percentage maximum overshoot ( $M_p$ ) for  $\gamma_s$ , and  $t_{\text{reach}}$  are taken as performance indices and obtained results are given in Table 1. The SMC-P<sub>1</sub> with  $t_f=2$  h has slightly better performance indices from SMC-C and the robustness is obtained from the beginning as  $t_{\text{reach}}=0$  h. For SMC-P<sub>2</sub>, on the other hand, the performance indices for  $\gamma_x$  slightly degrades but  $M_p(\gamma_s)$  and  $t_s(\gamma_s)$  is fairly improved and  $t_{\text{reach}}=0$  h is also obtained. The time responses of the system states are given in Figure 4 where the chattering in  $\gamma_s(t)$  is visible.

The error phase space and the sliding surfaces at different time instants are plotted in Figure 5. When SMC-P<sub>1</sub> and SMC-P<sub>2</sub> parameters in (27) are compared, it is seen that the only difference is the  $t_f$  value. SMC-P<sub>1</sub> reaches the final sliding surface  $c_f$  at time  $t_f=2$  h, whereas SMC-P<sub>2</sub> reaches at time  $t_f=22$  h. As the angular parameters are same, both SMC-P<sub>1</sub> and SMC-P<sub>2</sub> have a similar angular behaviour with different time scaling as seen in Figure 5. Furthermore, the effect of  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$  on the time-varying behaviour of  $c_1(t)$  is investigated with simulations performed using different angular parameter values.



**Figure 2** Simulation analysis of the effect of sliding surface parameter on the system performance of SMC-C: (a)  $\text{IAE}(\gamma_x)$ , (b)  $t_{\text{reach}}$



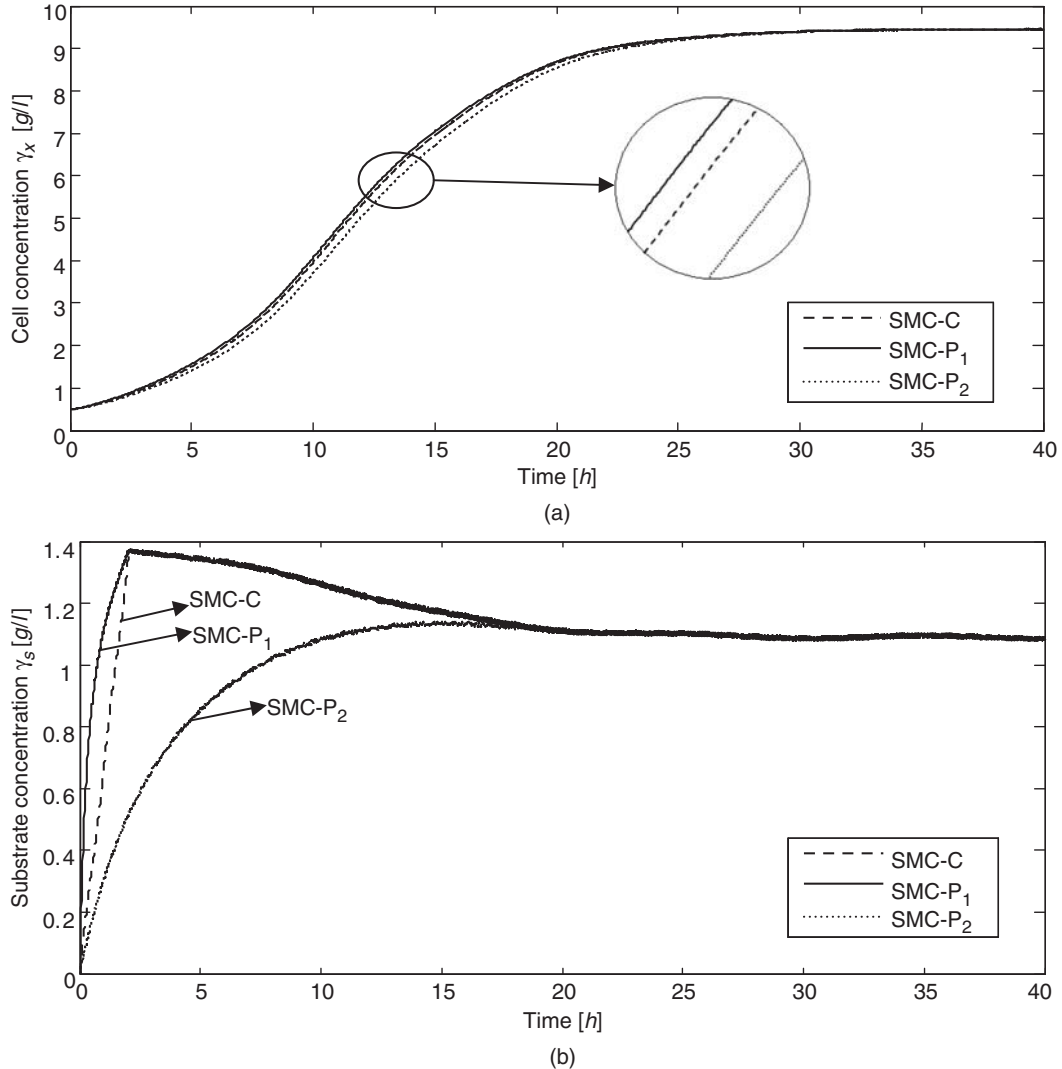
**Figure 3** The derivative of the Lyapunov function: (a) SMC-C, (b) SMC-P<sub>1</sub>, (c) SMC-P<sub>2</sub>

**Table 1** Performance indices of the related controllers for the ideal sliding mode case ( $\delta = 0$ )

Controller	IAE( $\gamma_x$ ) [g/(lh <sup>-1</sup> )]	IAE( $\gamma_s$ ) [g/(lh <sup>-1</sup> )]	$T_s(\gamma_x)$ (h)	$T_s(\gamma_s)$ (h)	$T_p(\gamma_s)$ (%)	$t_{\text{reach}}$ (h)
SMC-C	107.63	3.86	30.60	17.91	26.04	2.03
SMC-P <sub>1</sub>	106.04	3.36	30.46	17.61	25.96	0
SMC-P <sub>2</sub>	111.30	3.73	31.08	8.61	4.83	0

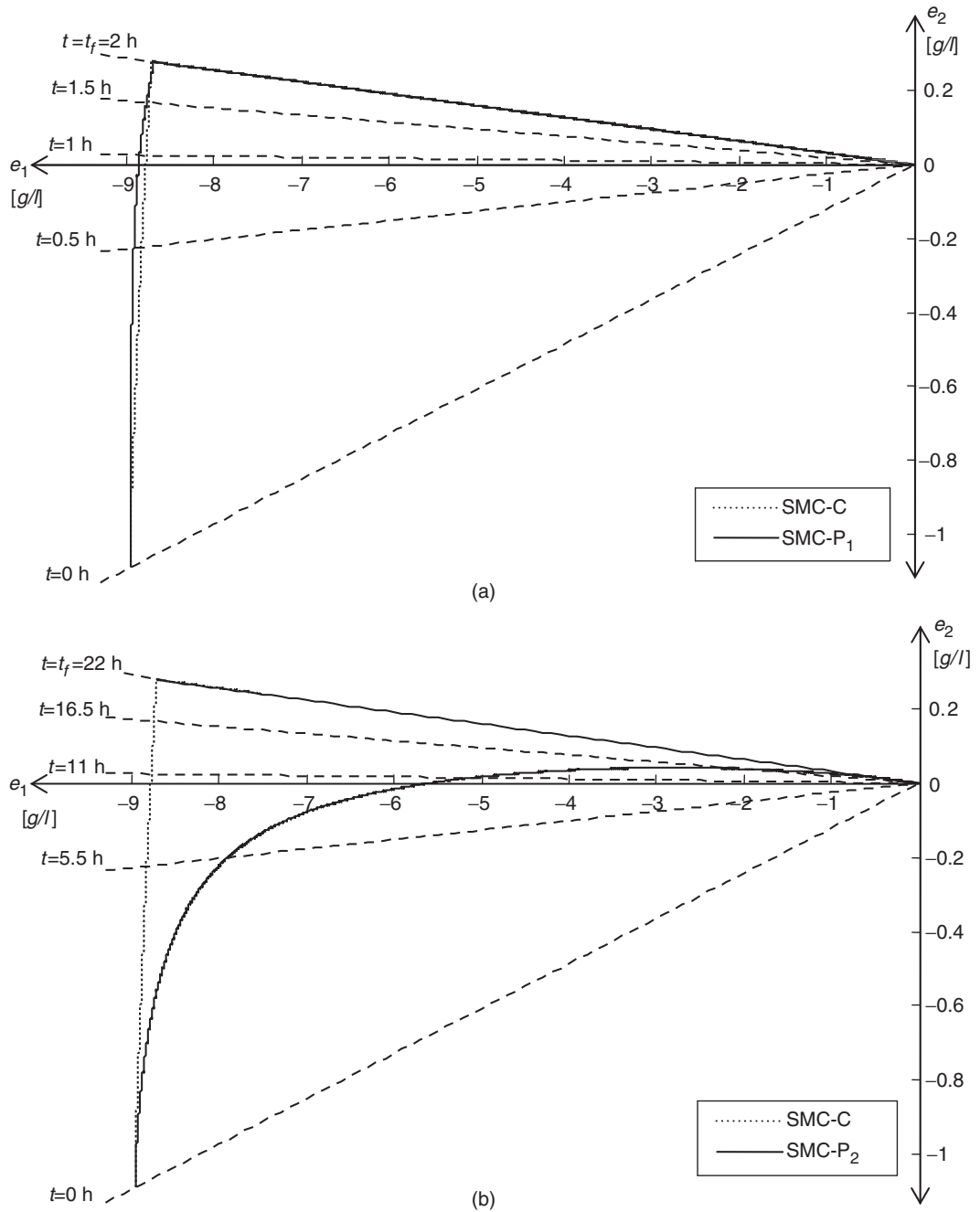
The change in the sliding surface  $\sigma$  over time is plotted in Figure 6. It is seen that SMC-P<sub>1</sub> and SMC-P<sub>2</sub> are always on the sliding surface after time  $t_k = 0$  h whereas SMC-C has a large initial value. The chattering in the sliding surface is a result of the control inputs in Figure 7. The control inputs are not allowed to take negative values as only inflow rate is available.

The chattering in the control inputs can be avoided by using the continuation method. The continuous approximation (15) of the signum function is used with

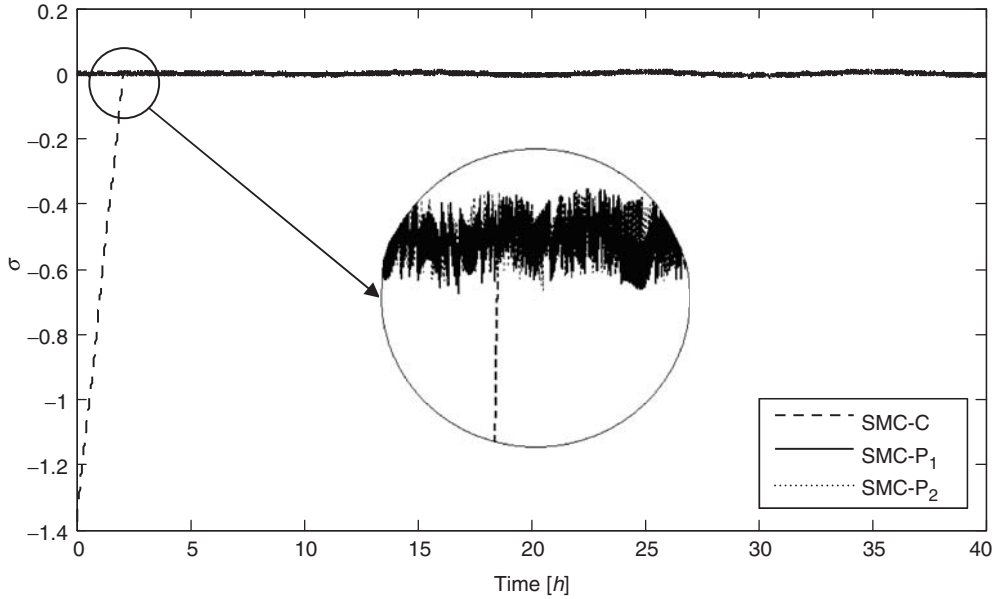


**Figure 4** System states for ideal SMC case: (a) cell concentration  $\gamma_x$ , (b) substrate concentration  $\gamma_s$

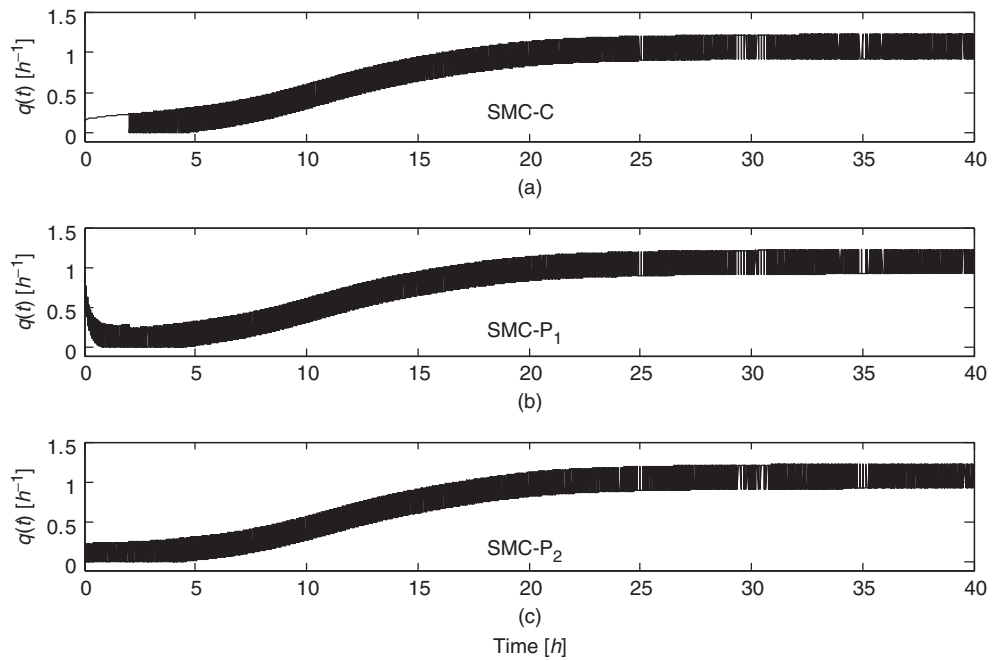
$\delta = 0.0035$  to obtain a continuous control signal with a pseudo-sliding mode behaviour. The performance indices for the pseudo-sliding mode case are given in Table 2. It is seen that performance indices are similar to the ideal sliding mode performances given in Table 1. The change in the substrate concentration and control input are given in Figure 8. The chattering in  $\gamma_s$  is avoided as a result of the continuous control signal in Figure 8(b).



**Figure 5** Time-varying sliding surface at various time instants and error phase space behaviour of the state variables: (a) SMC-P<sub>1</sub>, (b) SMC-P<sub>2</sub>



**Figure 6** Change in the sliding surface variable  $\sigma$  over time for ideal SMC case

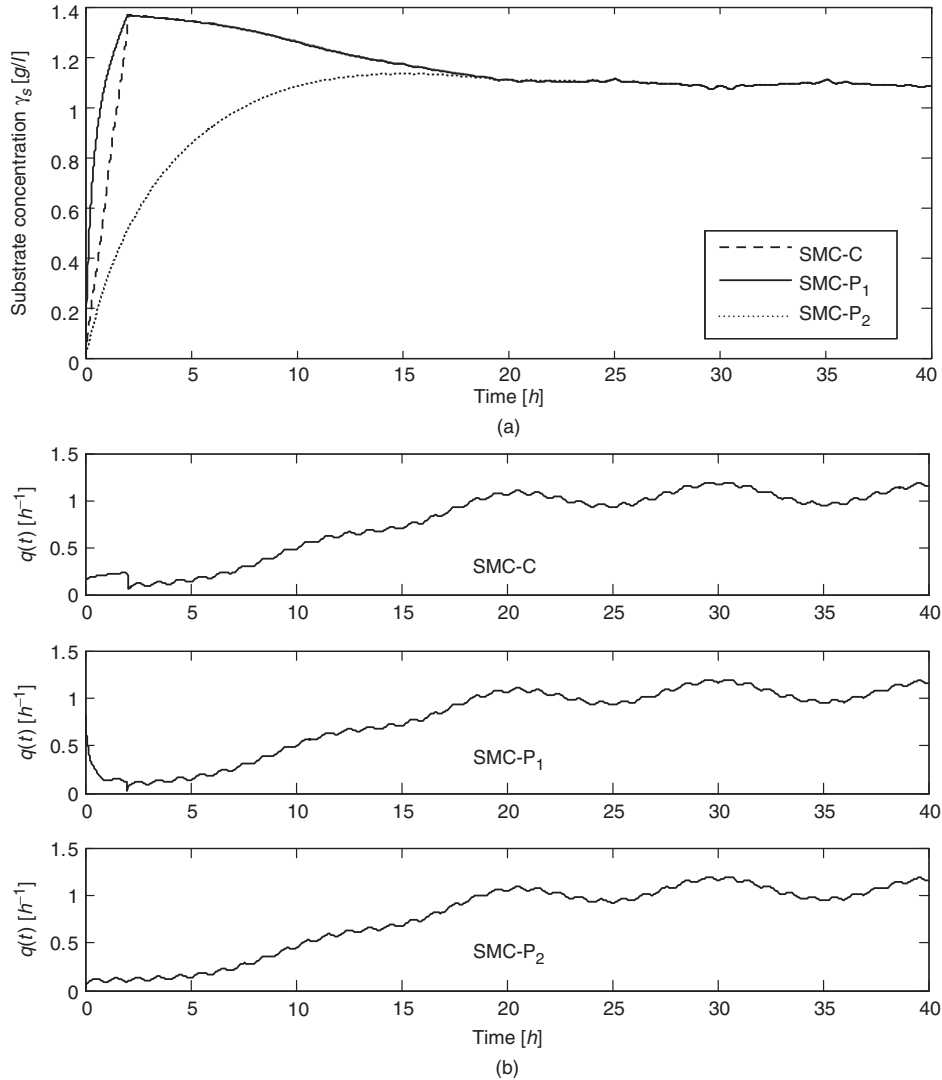


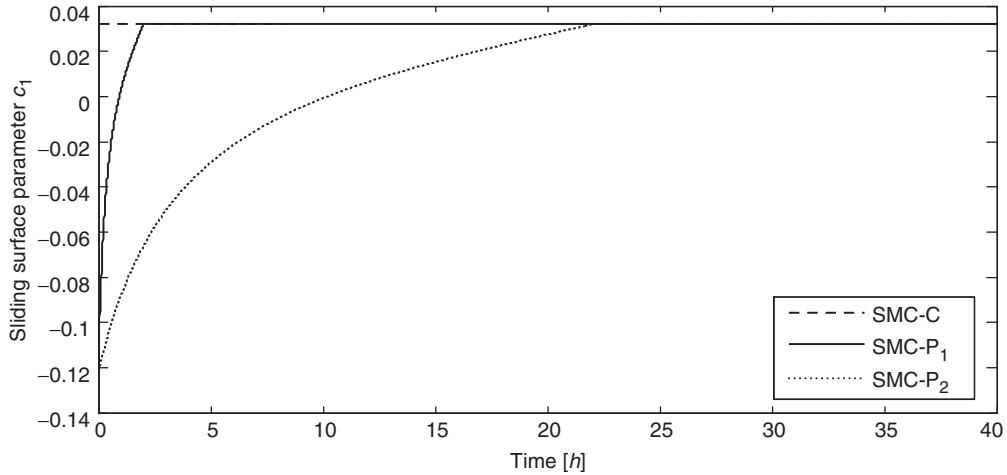
**Figure 7** The dilution rate  $q(t)$  for ideal SMC case: (a) SMC-C, (b) SMC-P<sub>1</sub>, (c) SMC-P<sub>2</sub>



**Table 2** Performance indices of the related controllers for the pseudo-sliding mode case ( $\delta = 0$ )

Controller	IAE( $\gamma_x$ ) [g/(lh <sup>-1</sup> )]	IAE( $\gamma_s$ ) [g/(lh <sup>-1</sup> )]	$T_s(\gamma_x)$ (h)	$T_s(\gamma_s)$ (h)	$M_p(\gamma_s)$ (%)	$t_{\text{reach}}$ (h)
SMC-C	107.64	3.87	30.28	17.36	25.60	2.07
SMC-P <sub>1</sub>	106.04	3.37	30.19	17.23	25.67	0
SMC-P <sub>2</sub>	111.32	3.74	30.92	8.52	4.34	0

**Figure 8** Pseudo-SMC case: (a) substrate concentration, (b) dilution rate  $q(t)$

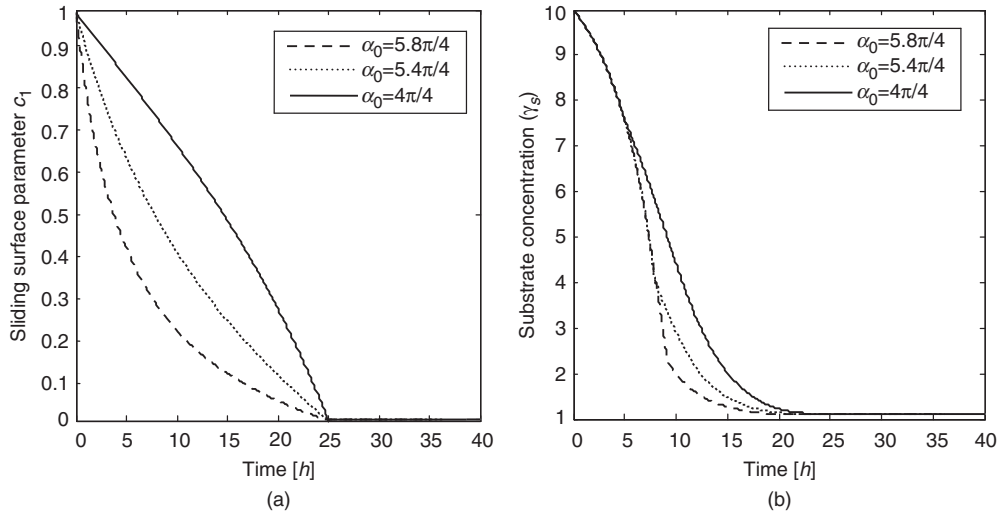


**Figure 9** Sliding surface parameter  $c_1$

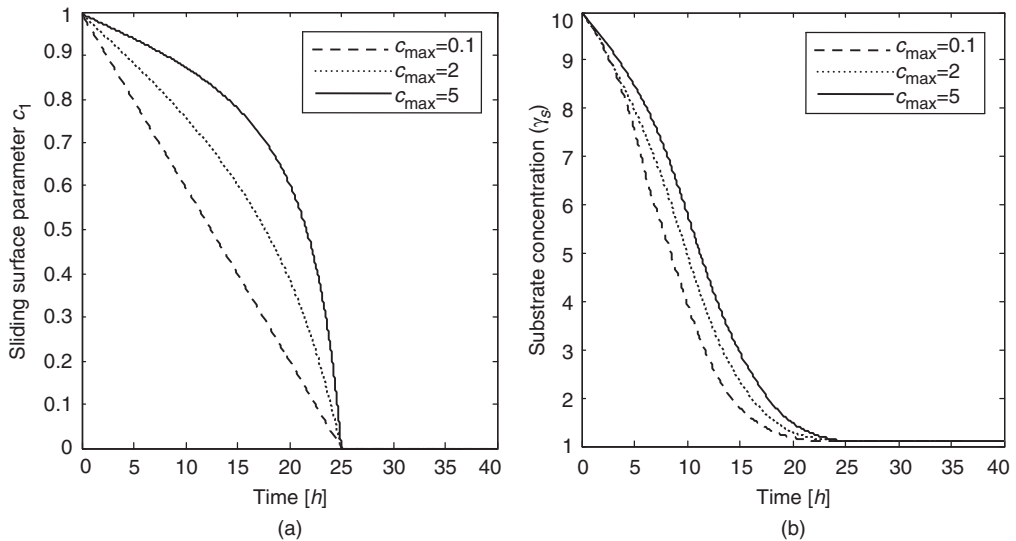
The time-varying behaviour of  $c_1$  for proposed SMC-P controllers used for both ideal and pseudo-sliding mode cases is given in Figure 9. For SMC-P<sub>1</sub> and SMC-P<sub>2</sub>,  $c_f=0.032$  is reached at time  $t_f=2$  h and 22 h, respectively. The parameter  $c_1$  changes in a non-linear fashion as result of the chosen design parameters  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$ .

The improvements for the proposed method given in Figures 4–8 are obtained by proper selection of the design parameters. It is obvious that by defining different design parameter values, various rotation schemes can be obtained. To show the applicability of the idea for different initial conditions, the simulations are performed on the same system by taking initial condition as  $(\gamma_x(0), \gamma_s(0)) = (0.5, 10)$ . The effect of the design parameters  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$  on the system performance is investigated. Firstly,  $c_{\max}$  in (18) is chosen as 1, which gives  $\alpha_1 = -0.0314$  and the time-varying sliding surfaces for different values of  $\alpha_0$  are plotted. As  $\alpha_1$  is negative,  $\alpha_0$  has taken values in the interval  $[\pi, 6\pi/4]$ . Other design parameters are taken as  $t_k = 0$  h,  $t_f = 25$  h,  $c_f = 0$ . The results are plotted in Figure 10. The variation of the time-varying scheme with  $\alpha_0$  is given in Figure 10(a). It is seen that increasing  $\alpha_0$  increases the initial value of  $\alpha(t)$ , which causes an increase in the non-linearity of the change in the  $c_1$ . This increment results a decrease in the settling time of substrate concentration as shown in Figure 10(b).

Secondly,  $\alpha_0 = \pi$  is taken with the same  $t_k$ ,  $t_f$  and  $c_f$  values and the simulations are performed for different values of  $c_{\max} = 0.1, 2$  and 5 that gives  $\alpha_1 = -0.004, -0.044$  and  $-0.055$  from (18). It is seen from Figure 11(a) that it causes an opposite effect on the sliding surface with respect to  $\alpha_0$ . As  $c_{\max}$  increases, the magnitude of  $\alpha_1$  also increases, which causes a deceleration in substrate concentration as seen in Figure 11(b). Thus, by adjusting the parameters  $\alpha_0$  and  $c_{\max}$ , different time-varying strategies could be obtained. For instance, by taking  $c_{\max} = 0.1$  as a relatively small value as in Figure 11(a), the time-varying sliding surface parameter is linearly changing in time and is similar to the sliding surface presented by Bartoszewicz (1995).



**Figure 10** The effect of design parameter  $\alpha_0$ : (a) on the sliding surface parameter  $c_1$ , (b) on the system state  $\gamma_s$



**Figure 11** The effect of design parameter  $c_{\max}$ : (a) on the sliding surface parameter  $c_1$ , (b) on the system state  $\gamma_s$

## 5. Conclusion

In this study, sliding mode control of a non-linear bioreactor model subject to bounded parameter variations and external disturbances is investigated. A new sliding surface with angular scaling and angular shifting parameters is presented in order to provide

a continuously time-varying linear sliding surface. The design parameters of the proposed method are initial condition dependent and they are obtained in a trial and error manner for each initial condition to provide stability and performance specifications. Furthermore, to avoid the extra effort of searching the proper parameters for each initial condition, the non-linear model linear in input can be transformed into a canonical form to obtain the mathematical analysis of the stability of the sliding modes occurring in the given system based on design parameters, initial conditions and system variables. Also, in this study, all the state variables are assumed to be measurable. On the other hand, bioreactor control applications require estimation of the states and parameters that can be used in designing a stable control algorithm. Therefore, designing a stable adaptive observer that simultaneously estimates the immeasurable states and the unknown parameters can be considered before considering the real time application of the proposed method.

The excess amount of substrate concentration in the mixture causes undesired by-product information. Therefore, the substrate concentration should not stay above its desired value for a long time. Based on the simulation results, it was concluded that the proposed method is very effective in improving the system performance in terms of settling time and percentage maximum overshoot of substrate concentration. Also, the robustness in terms of reaching time is improved with respect to the conventional SMC. It is also shown by the simulations performed on different initial conditions that various state trajectories could be obtained by using different values of the design parameters.

## Acknowledgement

The author wishes to thank the Scientific and Technological Research Council of Turkey (TÜBİTAK) for financial support (Project No: 107E186) and anonymous reviewers for improving the manuscript with their constructive comments.

## References

- Bartoszewicz, A.** 1995: A comment on 'A time varying sliding surface for fast and robust tracking control of second-order uncertain systems'. *Automatica* 31, 1893–95.
- Bartoszewicz, A. and Nowacka, A.** 2006: Optimal design of the shifted switching planes for VSC of a third-order system. *Transactions of the Institute of Measurement and Control* 28, 335–52.
- Bastin, G. and Van Impe, J.F.** 1995: Nonlinear and adaptive control in biotechnology: a tutorial. *European Journal of Control* 1, 37–53.
- Chen, C.T. and Peng, S.T.** 2004: A nonlinear control scheme for imprecisely known processes using the sliding mode and neural fuzzy techniques. *Journal of Process Control* 14, 501–15.
- Derdiyok, A. and Levent, M.** 2000: Sliding mode control of a bioreactor. *Korean Journal of Chemical Engineering* 17, 619–24.
- Dochain, D.** 2008: *Automatic control of bioprocesses*. ISTE/Hermes Science Publishing.
- Efe, M.O.** 2002: A novel error critic for variable structure control with an ADALINE.

- Transactions of the Institute of Measurement and Control* 24, 403–15.
- Efe, M.O.** 2007: MIMO variable structure controller design for a bioreactor benchmark process. *ISA Transactions* 46, 459–69.
- Georgieva, O., Hristozov, I., Pencheva, T., Tzonkov, S. and Hitzmann, B.** 2003: Mathematical modelling and variable structure control systems for fed-batch fermentation of *Escherichia coli*. *Chemical and Biochemical Engineering Quarterly* 17, 293–99.
- Georgieva, P.G. and Ignatova, M.N.** 2000: Implementation of robust control theory to a continuous stirred tank bioreactor. *Bioprocess and Biosystems Engineering* 22, 563–68.
- Henson, M.A.** 2006: Biochemical reactor modeling and control. *IEEE Control Systems Magazine* 26, 54–62.
- Hung, J.Y., Gao, W. and Hung, J.C.** 1993: Variable structure control. A survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 40, 2–22.
- Iglesias, E., García, Y., Sanjuan, M., Camacho, O. and Smith, C.** 2007: Fuzzy surface-based sliding mode control. *ISA Transactions* 46, 73–83.
- Kaynak, O., Erbatur, K. and Ertugrul, M.** 2001: The fusion of computationally intelligent methodologies and sliding-mode control – a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 48, 4–17.
- McGookin, E.W., Murray-Smith, D.J., Li, Y. and Fossen, T.I.** 2000: The optimization of a tanker autopilot control system using genetic algorithms. *Transactions of the Institute of Measurement and Control* 22, 141–78.
- Nagy, Z.K.** 2007: Model based control of a yeast fermentation bioreactor using optimally designed artificial neural networks. *Chemical Engineering Journal* 127, 95–109.
- Ramaswamy, S., Cutright, T.J. and Qammar, H.K.** 2005: Control of a continuous bioreactor using model predictive control. *Process Biochemistry* 40, 2763–70.
- Selisteanu, D., Petre, E. and Rasvan, V.B.** 2007: Sliding mode and adaptive sliding-mode control of a class of nonlinear bioprocesses. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 21, 795–822.
- Simeonov, I.S.** 1999: Mathematical modeling and parameters estimation of anaerobic fermentation processes. *Bioprocess Engineering* 21, 377–81.
- Szederkényi, G., Kristensen, N.R., Hangos, K.M. and Jørgensen, S.B.** 2002: Nonlinear analysis and control of a continuous fermentation process. *Computers and Chemical Engineering* 26, 656–70.
- Tham, H.J., Ramachandran, K.B. and Hussain, M.A.** 2003: Sliding mode control for a continuous bioreactor. *Chemical and Biochemical Engineering Quarterly* 17, 267–75.
- Tokat, S., Eksin, I., Guzelkaya, M. and Soylemez, M.T.** 2003: Design of a sliding mode controller with a nonlinear time-varying sliding surface. *Transactions of the Institute of Measurement and Control* 25, 145–62.
- Ul-Haq, I. and Mukhtar, H.** 2006: Fuzzy logic control of bioreactor for enhanced biosynthesis of alkaline protease by an alkalophilic strain of bacillus. *Current Microbiology* 52, 149–52.
- Utkin, V.I.** 2004: Sliding mode control. In Sabanovic, A., Fridman, L. & Spurgeon, S., editors. *Variable structure systems: from principles to implementation*. IEE Press, 3–17, IEE Control Series 66.
- Yu, X., Dunnigan, M.W. and Williams, B.W.** 2001: Comparative study of sliding mode speed and position control of a vector-controlled induction machine. *Transactions of the Institute of Measurement and Control* 23, 83–101.
- Zhang, J.G., Jiang, K., Chen, Z.M. and Zhao, Z.** 2006: Global robust fuzzy sliding mode control for a class of non-linear system. *Transactions of the Institute of Measurement and Control* 28, 219–27.
- Zlateva, P.** 1997: Sliding mode control of fermentation processes. *Bioprocess Engineering* 16, 383–87.

**EK-3**

# An Evenly and Continuously Time-varying Linear Sliding Surface Design with Angular Displacement

SEZAI TOKAT<sup>1\*</sup>, SECIL AYDIN<sup>1</sup>, and LUTFI ULUSOY<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Department of Computer Engineering, Pamukkale University, 20017, Denizli, Turkey*

<sup>1</sup>*Department of Electrical and Electronics Engineering, Pamukkale University, 20017, Denizli, Turkey*

*\*corresponding author: stokat@pamukkale.edu.tr*

**Abstract:** The sliding surface of a conventional sliding mode controller for second order systems is a line in the error state space and it has a design parameter that gives the position. The continuous movement of the linear sliding surface is mainly accomplished by directly changing this parameter in time. However, the same amount of change for different sliding surface parameter values does not give an equal angular change in the position of the sliding surface. This mainly causes an initial increase on the system error states if the parameter is directly changed linearly in time. In this study, a new sliding surface translation is defined using angular information as a linear function of time that provides an equally spaced rotation of the sliding surface and a smoother control under predefined error state constraints. The performance and the efficiency of the proposed method especially in regard to the settling time in the trajectory tracking problem is compared with a well-known continuously time-varying linear sliding surface design method via simulations. It is also shown that different phase plane trajectories could be obtained with the proposed method by using a polynomial as a function of time to define the angular information.

**Keywords:** Sliding mode control, sliding surface design, time-varying sliding surface, nonlinear systems

---

**Email Address** : stokat@pamukkale.edu.tr

**Postal Address** : Pamukkale Universitesi, Muhendislik Fakultesi, Bilgisayar Muhendisligi Bolumu, 20017, Denizli, TURKEY

**Tel** : +90. 258. 2963201

**Fax** : +90.258. 2963262

## **1.Introduction**

Sliding mode control is a state-feedback nonlinear automatic control system where the control input switches at infinitely high frequencies based upon the system state error (Utkin, 2004). It has been intensively developed for both theoretical and application oriented problems. The control strategy drives the error phase trajectory to a predetermined sliding surface and thereafter provides the trajectory discontinuously switch on the sliding surface. It is simple to use and has been quite effective against external disturbances and parameter variations (Hung *et al*, 1993).

The phase trajectory of a SMC can be investigated in two parts, representing two modes of the system. The states first move from arbitrary initial conditions towards the sliding surface. This is known as the reaching phase and the system is sensitive to parameter variations in this part of the phase trajectory. When the convergence to the sliding surface occurs, the sliding phase starts where the trajectories are insensitive to parameter variations and disturbances. Also, for a conventional SMC with predefined initial conditions, there is a trade-off between the short reaching phase and the fast system response. Therefore, various methods have been suggested in the literature to lessen or eliminate the system sensitivity by minimizing or even removing the reaching phase without degrading the system performance.

A proper adjustment mechanism to overcome the trade-off between the reaching time and the system response speed could be obtained by designing a sliding surface different from the linear and time-invariant sliding surface of the conventional SMC. As an alternative design strategy, using nonlinear sliding surfaces can improve the system performance (Tokat *et al*, 2003). In a nonlinear sliding surface, at least one element of the sliding surface has a nonlinear arrangement of the state variables (Lee and Youn, 1989). However, the nonlinear relations increase the complexity of the control law. Thus, linear but time-varying sliding surfaces that naturally have a linear structure in the



state space are generally used for sliding surface design. Since the parameters of the linear time-varying sliding surface are not constant in time, characteristically, the system behavior in sliding mode has a nonlinear structure (Lee *et al*, 1998).

An important study about linear and time-varying sliding surfaces is the discretely time-varying sliding surfaces with rotation and shifting schemes in which the parameters change at certain time instants (Choi *et al*, 1994). The basic philosophy is that the sliding surface parameters are initially chosen in order to pass through arbitrary system initial conditions, and then the sliding surface is subsequently moved towards the predetermined sliding surface. Thus, the time that the disturbances affect the system is reduced and the whole system becomes more insensitive to parameter variations and external disturbances.

In discretely time-varying algorithms, the sliding surface stays on a newly calculated value for a given time period. This time period is known as dwelling time and the discontinuity effect arising from it causes sensitivity to disturbances (Choi *et al*, 1994). To eliminate this negative effect, a continuously time-varying sliding surface that depends linearly on time is introduced (Bartoszewicz, 1995). Cubic polynomial time functions are also used for the same purpose (Park and Tsuji, 1999). Then, a coordinate-transformed continuously time-varying sliding surface is proposed where a new coordinate frame is introduced to propose a feasible choice of the time-varying sliding surface parameter (Tokat *et al*, 2002). Since the sliding surface is constant at each time period for the SMC with a discretely time-varying sliding surface, the control law is taken as in the conventional counterpart. However, the derivative of the time-varying sliding surface parameter is also considered in the continuously time-varying case (Bartoszewicz, 1995).

In all of the above discretely and continuously time-varying sliding surface design studies, the sliding surface movement is provided by directly changing the sliding surface parameter with respect

to time. However, the same amount of change in the magnitude of the parameter does not mean an equal change in the position of the sliding surface. For a continuous scheme in which the sliding surface parameter depends linearly on time, this mainly causes a high acceleration at the transient response especially if the sliding surface slope is initially small. Thus, the error state may have a large magnitude. However, the control methods given above for both discretely and continuously time-varying sliding surface studies do not address the issue of state constraints in sliding mode controller design. Actually, operation of processes typically requires that the state of the closed-loop system be maintained within certain bounds to achieve acceptable performance. Better transient-responses could be obtained without a state constraint; however, there is an upper limit in physical realizations and theoretical improvements achieved without considering this situation is unrealistic. State constraint issue for variable structure systems is considered by Bartoszewicz and Nowacka, (2006) and optimum parameter values are mathematically derived for third order systems.

In this study, settling time performance and state constraint issues are considered and a new sliding surface translation is defined using angular information as a linear function of time in order to provide a smoother and equally spaced control on the movement of the sliding surface. The proposed rotation provides a considerable improvement in the settling time behavior under the predefined state constraint when compared with the conventional sliding mode controller and a sliding mode controller with a time-varying sliding surface proposed by Bartoszewicz (1995). It is also shown that different error state trajectories can be obtained from the proposed angular rotation by using a higher order polynomial as a function of time in place of a linear function.

The rest of the paper is organized as follows: Section 2 gives a brief review of the sliding mode control theory for single input second order systems with a time-dependent sliding surface parameter. The proposed method based on angular information is demonstrated in Section 3. In Section 4, to

highlight the improvement obtained with the proposed method in the settling time performance, computer simulations are performed on a mass-spring-damper system model under state constraints. The results are compared with the conventional sliding mode controller and with a sliding mode controller having a continuously time-varying sliding surface taken from the literature. The conclusions are given in the last section.

## 2. Sliding Mode Controller

Assuming that the parameter uncertainties are matched and the system dynamics are in controllable canonical form, a single input non-autonomous dynamic open-loop second order system could be given as

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \sum_{i=1}^{n_s} (a_i + \Delta_i(t))f_i(\mathbf{x},t) + b(\mathbf{x},t)u(t) + d(\mathbf{x},t)\end{aligned}\quad (1)$$

where  $a_i$  ( $i=1\dots n_s$ ) are constant parameters,  $\Delta_i(t)$  are functions determining parameter perturbations with bounded uncertainties,  $\mathbf{x}=[x_1 \ x_2]$  is the state vector,  $u(t)$  is the control input signal,  $d(\mathbf{x},t)$  is a time-dependent disturbance with known upper bound and  $f(\mathbf{x},t)$  and  $b(\mathbf{x},t)$  are functions determining the system characteristics (Edwards and Spurgeon, 1998). The parameter uncertainties and external disturbances are assumed to be bounded which means that

$$\Delta_i^- \leq \Delta_i(t) \leq \Delta_i^+ \quad \text{and} \quad d^- \leq d(t) \leq d^+ \quad (2)$$

where  $\Delta_i^-$ ,  $\Delta_i^+$  and  $d^-$ ,  $d^+$  are known scalar quantities with constant values. Considering the tracking problem, a general linear and time-varying sliding surface for system (1) can be written as

$$s(\mathbf{e},t) = c_1(t)e_1 + e_2 \quad (3)$$

where  $\mathbf{e}=[e_1, e_2]^T$  is the error state vector,  $e_i = x_i - x_i^d$  is the error for the  $i^{\text{th}}$  state variable,  $x_i^d$  is the desired trajectory of the  $i^{\text{th}}$  state, and  $c_1(t) > 0$  is the time-varying sliding surface parameter which determines the system behavior (Bartoszewicz, 1995). It is taken constant as  $c_1$  for the conventional sliding surface  $s(\mathbf{e})$ .

An homogenous differential equation that has a unique solution could be obtained by setting  $s(\mathbf{e}, t) = 0$  which in turn requires  $\mathbf{e}(t) = 0$ . Thus, the error will asymptotically reach to zero with an appropriate control law that could keep the trajectory on the sliding surface. Lyapunov's direct method could be used to obtain the control law and a candidate function can be defined as

$$V(s) = \frac{1}{2} s^2(\mathbf{e}, t) \quad (4)$$

with  $V(0) = 0$ ,  $V(s) > 0 \forall s(\mathbf{e}, t) > 0$ . An efficient condition for the stability of the system in (1) could be given as

$$\dot{V}(s) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2(\mathbf{e}, t) \leq -\mu |s(\mathbf{e}, t)| \quad (5)$$

where  $\mu$  is a strictly positive real constant that determines the convergence velocity of the trajectory to the sliding surface. Endorsing the inequality in (5) provides that the distance to the sliding surface decreases along all trajectories and this means that the system is stable. Therefore, (5) is called as reaching condition for the sliding surface. A control law satisfying the reaching condition could be chosen as

$$u(t) = \frac{1}{b} \left( -\dot{c}_1 e_1 - c_1 e_2 - \sum_{i=1}^{n_s} a_i f_i + \dot{x}_2^d \right) - K \text{sign}(s) \quad (6)$$

where  $\text{sign}(s)$  is the signum function and  $K$  is the discontinuous control gain given as

$$K \geq \frac{1}{b} \left( \sum_{i=1}^{n_s} \bar{\Delta}_i(t) f_i(\mathbf{x}) + \bar{d} + \mu \right) \quad (7)$$

where  $\bar{\Delta}_i$  and  $\bar{d}$  are the lower limits of the magnitudes of the parameter variations and the external disturbances, respectively. They are defined in terms of (2) as

$$\bar{\Delta}_i \geq \max \left( |\Delta_i^-|, |\Delta_i^+| \right) \quad \text{and} \quad \bar{d} \geq \max \left( |d^-|, |d^+| \right) \quad (8)$$

The control input in (6) forces the trajectory to move always towards the sliding surface if the reaching condition in (5) is satisfied. For the conventional SMC, it is obvious that  $\dot{c}_1$  is zero in (6).

### 3. The Proposed Continuously Time-varying Linear Sliding Surface with Angular Displacement

In our study, a linear sliding surface in the form of (3) is proposed using a new sliding surface parameter taken as

$$c_1(t) = \begin{cases} \tan(\beta(t)), & t_k \leq t < t_f \quad \text{and} \quad c_1(t_k) < c_f \\ c_f, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

where  $\tan(\cdot)$  is the tangent function,  $\beta(t)$  defines the absolute angle between the  $x$ -axis and the sliding surface that passes through the error states at time  $t$  as shown in Figure 1. The time instance  $t_k$  is the time when the error state trajectory enters the stable region and  $t_f$  is the time when the system trajectory reaches the predetermined sliding surface  $c_f$ . Initially, if  $c_1(t_k) \geq c_f$  then a counter-clockwise rotation can be obtained as presented by Choi *et al* (1994). However, this will require the use of larger  $c_1(t)$  values than conventional SMC with  $c_f$ . Actually, better transient response and same reaching phase could be obtained by taking the constant sliding surface parameter as  $c_1(t_k)$  for conventional SMC. Therefore,  $c_1(t)$  is taken constant as  $c_f$  when  $c_1(t_k) \geq c_f$ .

[Location of **Figure 1** is about here]

The control input for the proposed method satisfying the reaching condition (5) is obtained similarly as in (6) and  $\dot{c}_1$  in the proposed algorithm is given by

$$\dot{c}_1(t) = \begin{cases} \dot{\beta}(t) \sec^2(\beta(t)), & t_k \leq t < t_f \text{ and } c_1(t_k) < c_f \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

Here,  $\sec(\cdot)$  is the secant function,  $\dot{\beta}(t)$  determines the rotation speed of the proposed angular displacement method. The main difference from the conventional SMC is that  $\dot{c}_1$  is now time-dependent. Basically, if  $\dot{\beta}$  is assumed to be constant, (10) is smaller for smaller  $\beta(t)$  values depending on the secant function. This provides an adjustment on the control signal (6) with respect to the magnitude of  $e_1(t)$ .

The parameters  $c_1(t)$  and  $\dot{c}_1(t)$  in (9) and (10) are used in the control law (6) and they both depend on  $\beta(t)$ . Therefore, a  $\beta(t)$  function must be selected in order to obtain the continuous movement of the sliding surface. It is possible to design various error state trajectories by designing time-dependent functions. For instance,  $\beta(t)$  can be chosen as

$$\beta(t) = \begin{cases} p_n t^n + p_{n-1} t^{n-1} + \dots + p_1 t + p_0, & t_k \leq t < t_f \text{ and } c_1(t_k) < c_f \\ \beta(t_f), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

where  $p_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) are design parameters of the  $\beta(t)$  function. To obtain an equally spaced angular displacement,  $\dot{\beta}$  must be constant. Therefore, only  $p_0$  and  $p_1$  terms are needed and linear time-dependent angular information can be obtained by taking

$$\begin{aligned}
p_0 &= \beta(t_k) - \frac{(\beta(t_f) - \beta(t_k))}{t_f - t_k} t_k \\
p_1 &= \frac{(\beta(t_f) - \beta(t_k))}{t_f - t_k}
\end{aligned} \tag{12}$$

where  $t_k$  is assumed to be measured and  $\beta(t_k)$  can be calculated as

$$\beta(t_k) = \arctan\left(\left|\frac{e_2(t_k)}{e_1(t_k)}\right|\right) \tag{13}$$

where  $\arctan(\cdot)$  is the inverse tangent function. Also, to reach the final sliding surface at a predetermined time  $t_f$ ,  $\beta(t_f)$  must be taken as

$$\beta(t_f) = \arctan(c_f) \tag{14}$$

In (12) and (14),  $t_f$  is a design parameter of the proposed method which is a strictly positive real constant. It determines the amount of continuous change in  $\beta(t)$ . Mainly, it must be chosen proportional with the total angel that the rotation will be applied between the initial sliding surface slope  $c_1(t_k)$  and final sliding surface  $c_f$  in order to satisfy the desired performance and the related constraints of the system.

Instead of using a linear relation, the  $\beta(t)$  function can also be selected as a nonlinear function of time by using higher order terms in (11). Any error state trajectory could be obtained by properly adjusting the  $p_i$  parameters. This property will be demonstrated in the simulations to generate the same error state trajectory obtained by Bartoszewicz, (1995). Also, computational intelligence based methods such as support vector machines (Tokat, 2006), fuzzy logic controllers (Yagiz, 2005) and artificial neural network learning strategies (Efe, 2002) can be applied to generate  $\beta(t)$  values using time-dependent or state-dependent system information.

#### 4. Simulation Results

[Location of **Figure 2** is about here]

The numerical simulations are performed on a second order model of a nonlinear mass-spring-damper system shown in Figure 2 that is also used by Choi *et al* (1994) and Bartoszewicz (1995). The equation of motion for the mass-spring-damper system is

$$m\dot{x}_1 + \mathcal{G}_1(x_1, t) + \mathcal{G}_2(\dot{x}_1, t) = u(t) + d(t) \quad (15)$$

where  $\mathcal{G}_1(x_1, t)$  and  $\mathcal{G}_2(\dot{x}_1, t)$  are the nonlinear models of the spring and damper components, respectively. They are modeled as

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_1(x_1, t) &= (a_1 + \Delta_1)x_1 + (a_2 + \Delta_2)x_1^3 \\ \mathcal{G}_2(\dot{x}_1, t) &= (a_3 + \Delta_3)\dot{x}_1 + (a_4 + \Delta_4)\dot{x}_1|\dot{x}_1| \end{aligned} \quad (16)$$

Defining  $x_2 = \dot{x}_1$  and reformulating the dynamic equations, the system could be written in the form of (1) with  $n_s=4$  as

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{m} \\ f_1 &= \frac{x_1}{m} & f_2 &= \frac{x_1^3}{m} \\ f_3 &= \frac{x_2}{m} & f_4 &= \frac{x_2|x_2|}{m} \end{aligned} \quad (17)$$

where  $m=1$  kg is the mass of the damper. The system parameters are taken as

$$\begin{aligned} a_1 &= a_2 = -0.45 \\ a_3 &= a_4 = -0.25 \end{aligned} \quad (18)$$

The parameter uncertainties and external disturbances are modeled as



$$\begin{aligned}
\Delta_1 &= \Delta_2 = -0.25 \sin(5\pi) \\
\Delta_3 &= \Delta_4 = -0.15 \sin(7\pi) \\
d(t) &= 0.05 + 0.25 \cos(3\pi)
\end{aligned} \tag{19}$$

The performances of the related controllers are compared with each other; namely, the conventional SMC with a constant sliding surface (SMC-Conventional), the SMC with a continuously time-varying sliding surface presented by Bartoszewicz (1995) (SMC-Rotation), and the proposed SMC with a continuously time-varying sliding surface applying the angular displacement method (SMC-Angular).

For SMC-Rotation a sliding surface is defined as a function of time given as

$$c_1(t) = \begin{cases} h_1 t + h_2, & t_k \leq t < t_f \quad \text{and} \quad c_1(t_k) < c_f \\ c_f, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{20}$$

where  $h_1$  and  $h_2$  are constant real design parameters (Bartoszewicz, 1995).

All simulations are performed in the time interval between 0s and 12s. For all of the controllers,  $\mu$  in (7) is taken as 0.01 and the discontinuous control gain  $K$  is chosen as

$$K = 0.25|x_1| + 0.25|x_1^3| + 0.15|x_2| + 0.15|x_2^2| + 0.31 \tag{21}$$

where (21) satisfies the condition given in (7).

The controller parameters are tuned to satisfy the condition  $|e_2| \leq 0.5$  as the state constraint. The parameters in (20) for SMC-Rotation are  $c_f = 7$ ,  $h_1 = 0.606$ ,  $h_2 = -0.175$ . The parameters for the proposed SMC-Angular are  $c_f = 7$ ,  $t_f = 3.384$ . The evenly distributed angular displacement case is considered by only taking  $a_0$  and  $a_1$  terms in (11). For the given initial conditions and the design parameters  $c_f$  and  $t_f$ ,  $p_0$  and  $p_1$  are calculated from (12) as

$$p_0 = -0.1334, \quad p_1 = 0.4617 \tag{22}$$

For SMC-Conventional the constant sliding surface parameter is taken as  $c_1=0.912$  to satisfy the state constraint and  $\dot{c}_1=0$  in the control law (6). The response of SMC-Conventional for  $c_1=7$  is also investigated for comparison.

The sampling time for the computer simulations is taken as  $\Delta\tau = 0.001s$ . The initial conditions are  $(x_1(0), x_2(0)) = (0.5, 0.5)$  and the desired state trajectory is chosen as

$$\begin{aligned} x_{d1}(t) &= -0.5 \cos(\pi / 5) \\ x_{d2}(t) &= 0.1\pi \sin(\pi / 5) \end{aligned} \quad (23)$$

which gives  $(e_1(0), e_2(0)) = (1, 0.5)$ .

[Location of **Table 1** is about here]

The integral of time with absolute error (ITAE) and settling time  $t_s$  for  $e_1(t)$  are taken as performance indices and the obtained values are given in Table 1. It is seen that the proposed SMC-Angular has the best settling time as expected which shows the main contribution of the new rotation scheme. The ITAE results are very similar for SMC-Angular and SMC-Rotation. They both have better ITAE values than SMC-Conventional and also, SMC-Angular has slightly better ITAE value than SMC-Rotation. The reaching time ( $t_{reach}$ ), stable region entrance time ( $t_k$ ) and the time that the final value  $c_f$  is reached ( $t_f$ ) are also given in Table 1. It is seen that SMC-Rotation and the proposed SMC-Angular are always on the sliding mode after the system error state trajectory enters the stable region at time  $t_k=0.289$ . SMC-Conventional for  $c_1=0.912$  has a larger  $t_k$  value as the small magnitude of  $c_1$  causes a smaller control input magnitude in the unstable region. It is seen that SMC-Angular reaches the final  $c_f$  value at  $t_f=3.384$  as  $t_f$  is the design parameter adjusted to have an  $|e_2|$  value at the given state constraint. Whereas, SMC-Rotation gives  $t_f=11.840$  for the same  $|e_2|$  constraint. With any state constraint, SMC-Angular always gives similar improvement as SMC-Rotation causes a larger  $e_2(t)$  magnitude initially.

[Location of **Figure 3** is about here]

[Location of **Figure 4** is about here]

The visualization of the simulations for the above given initial conditions are demonstrated in Figures 3-8. From Table 1, it has been seen that SMC-Conventional with  $c_1=7$  has a poor performance. Therefore, only SMC-Conventional with  $c_1=0.912$  is plotted. The time responses of the error states  $e_i(t)$  ( $i=1,2$ ) are given in Figure 3. The improvement in the settling time performances of  $e_1(t)$  and  $e_2(t)$  could be easily seen from the figure. The  $(e_1-e_2)$  error phase plane trajectories of the related controllers are given in Figure 4. SMC-Rotation and SMC-Angular are less effected from the external disturbances  $d(t)$  since the system is in the reaching mode in the stable regions for both of the cases. Since  $t_f$  for SMC-Rotation is longer than SMC-Angular, the error state trajectory reaches the  $c_f$  value later which causes a degradation in the settling time.

[Location of **Figure 5** is about here]

[Location of **Figure 6** is about here]

The corresponding change in the sliding surface parameter  $c_1(t)$  and sliding surface angle  $\beta(t)$  are given in Figure 5. The change in  $c_1(t)$  in Figure 5(a) is nonlinear in time for SMC-Angular. On the other hand, as depicted in (20), the sliding surface parameter changes linearly for SMC-Rotation as shown in Figure 5(a). The change of  $\beta(t)$  is also visualized in Figure 5(b) for SMC-Rotation and SMC-Angular. Contrary to the sliding surface parameter  $c_1(t)$  in Figure 5(a), SMC-Angular has a linear and SMC-Rotation has a nonlinear angular change in time. The variation of sliding surface variable  $s(\mathbf{e},t)$  is plotted in Figure 6 where the poor performance for SMC-Conventional with  $c_1=7$  is also given. SMC-Conventional with  $c_1=0.912$  improves the reaching time but degrades the system performance as expected.

[Location of **Figure 7** is about here]

The improvement in the reaching time could also be seen from the control inputs given in Figure 7. The chattering observed in the control inputs could be simply avoided by using saturation functions instead of signum functions in the control laws. Also, adaptive fuzzy methods could be used to eliminate this high frequency chattering (Sadati and Talasaz, 2006). In this study, control input constraints typically arising due to the finite capacity of control actuators in the design of the SMC is not considered. However, from Figure 7, it is seen that control input is between  $[-0.428: 1.292]$  and  $[-3.472: 0.804]$  for SMC-Conventional and SMC-Rotation, respectively. If both of these inputs are assumed to be in acceptable maximum and minimum limits then the bounds  $[-3.472: 1.284]$  for SMC-Angular is within the previously used bounds  $[-3.472: 1.292]$ . Actually, control input constraint for SMCs is also considered in the literature (Su and Liang, 2002).

[Location of **Figure 8** is about here]

The effect of the angular displacement and the core difference of SMC-Angular from SMC-Rotation could be seen in Figure 8 where sliding surface  $s(\mathbf{e}, t)$  is plotted at various time instants. The change in the sliding surface slope become smaller for large  $c_1(t)$  values for SMC-Rotation. Whereas, SMC-Angular has the same amount of changes both for small and large values of  $c_1(t)$ .

The given results in Figures 3-8 are obtained by taking the derivative of  $\beta(t)$  constant using only  $p_0$  and  $p_1$  terms in (11). It is obvious that by defining a different  $\beta(t)$ , any rotation scheme can be obtained. To show the applicability of the idea, the simulations are performed on the same system by taking  $(x_1(0), x_2(0)) = (1, 0.2)$ ,  $c_f = 5$  and the state constraint as  $|e_2| < 1$ . For instance, if  $\beta(t)$  in (11) is taken as a time-dependent 5<sup>th</sup> order polynomial and if  $p_i$  ( $i=0, 1, 2, \dots, 5$ ) are fitted in a least-square manner to have the same time-varying characteristic with SMC-Rotation, then they are obtained as

$$p_5=0.00106, p_4=-0.02253, p_3= 0.1853, p_2=-0.7668, p_1= 1.6985, p_0=-0.3453 \quad (24)$$

[Location of **Figure 9** is about here]

[Location of **Figure 10** is about here]

Then, it is shown in Figure 9 that SMC-Angular with the selected time-dependent  $\beta(t)$  function has a similar angular change and therefore a similar sliding surface parameter  $c_1(t)$  as SMC-Rotation. The change in the angular information is given in Figure 9(b), SMC-Angular using a linear  $\beta(t)$  function has linear angular displacement in time whereas SMC-Angular with a nonlinear  $\beta(t)$  function obtained from (24) has a nonlinear angular displacement of the sliding surface similar to SMC-Rotation. It can be seen from Figure 10 that the same error state trajectory of SMC-Rotation could be obtained by using a nonlinear  $\beta(t)$  function for SMC-Angular. Similarly, any desired trajectory could be obtained by generating time-dependent or state-dependent  $\beta(t)$  values.

## 6. Conclusion

In this study, a new sliding surface is defined using angular information in order to provide a smoother and equally spaced control on the movement of the sliding surface. Then, the continuous movement of the sliding surface is achieved based on this new information. The simulation results have shown that the proposed method is very effective in improving the settling time performance of the systems subject to parameter variations and the external disturbances. It is shown that an evenly and continuously time-varying sliding surface is obtained by using an angular displacement constant in time. It is also shown that linear time-dependent sliding surface can be obtained by properly adjusting the parameters of a polynomial defined as a function of time. Without loss of generality, any error state trajectory could be obtained by adjusting the angular information. For a future work, the angular

displacement can be adjusted using computational intelligence methods to adjust the system trajectory or to adapt the changing environment.

### **Acknowledgements**

This study was supported in part by TUBITAK. Project No. 107E186. The authors wish to acknowledge this support.

### **References**

- Bartoszewicz, A., 1995, "A comment on 'A time varying sliding surface for fast and robust tracking control of second-order uncertain systems'," *Automatica* **31(12)**, 1893–1895.
- Bartoszewicz, A., Nowacka, A., 2006, "Reaching phase elimination in variable structure control of the third order system with state constraints", *Kybernetika* **42(1)**, 111-126.
- Choi S.B, Park D.W., Jayasuriya S., 1994, "A Time-Varying Sliding Surface for Fast and Robust Tracking Control of 2<sup>nd</sup>-order Uncertain Systems, *Automatica* **30 (5)**, 899-904.
- Edwards, C. and Spurgeon, S.L., 1998, *Sliding Mode Control: Theory and Applications*, Taylor & Francis, United Kingdom.
- Efe, M.O., Kaynak, O. and Yu, XG., 2002, "Variable Structure Systems Theory in Computational Intelligence", in *Variable Structure Systems: Towards the 21st Century*, X. Yu and J.-X. Xu, eds., *Lecture Notes in Control and Information Sciences* 274, Springer Verlag, Heidelberg, 365-390.

- Hung, J.Y., Gao, W. and Hung, J.C., 1993, "Variable Structure Control: A Survey," *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **40**, 2-22.
- Lee, D.S. and Youn, M.J., 1989, "Controller design of variable structure systems with nonlinear sliding surface," *Electronics Letters* **25(25)**, 1715– 1717.
- Lee, H., Kim, E., Kang, H.J. and M. Park, 1998, "Design of a sliding mode controller with fuzzy sliding surfaces," *IEE Proceedings-Control Theory and Applications* **145(5)**, 411-418.
- Park, K.B. and Tsuji, T., 1999, "Terminal sliding mode control of second-order nonlinear uncertain systems," *International Journal of Robust and Nonlinear Control* **9**, 769-780.
- Utkin, V.I., 2004, "Sliding mode control", in Variable Structure Systems: From Principles to Implementation, A. Sabanovic, L. Fridman, and S. Spurgeon, eds., IEE Control Series **66**, London, United Kingdom, 3-17.
- Sadati, N. and Talasaz, A., 2006, "Variable structure control with adaptive fuzzy sliding surface," *Journal of Vibration and Control* **12 (11)**, 1251-1270.
- Su, J.P. and Liang, C.Y., 2002, "A novel fuzzy sliding mode control scheme for nonlinear systems with bounded inputs," *Journal of Vibration and Control* **8 (7)**, 945-965.
- Tokat S., Eksin, I. and Guzelkaya, M. and Soylemez, T., 2003, "Sliding mode control with a nonlinear time-varying sliding surface," *Transactions of the Institute of Measurement and Control* **25(2)**, 145-162.
- Tokat, S., 2006, "Time-varying sliding surface design with support vector machine based initial condition adaptation," *Journal of Vibration and Control* **12(8)**, 901-926.

Tokat, S., Eksin, I. and Guzelkaya, M., 2002, "A new design method for sliding mode controllers using a linear time-varying sliding surface," *Journal of Systems and Control Engineering* **216(6)**, 455-466.

Yagiz N. and Hacioglu, Y., 2005, "Fuzzy sliding modes with moving surface for the robust control of a planar robot," *Journal of Vibration and Control* **11 (7)**, 903-922.



## List of Tables

**Table 1.** The performance indices of the related controllers

	ITAE ( $e_1$ )	$t_s$ ( $e_1$ )	$t_{reach}$	$t_k$	$t_f$
<b>SMC-Conventional</b> ( $c_1=7$ )	26.750	14.241	14.269	0.289	14.269
<b>SMC-Conventional</b> ( $c_1=0.912$ )	5.283	7.026	2.693	0.701	2.693
<b>SMC-Rotation</b> ( $c_f=7$ )	2.277	4.213	0.289	0.289	11.840
<b>SMC-Angular</b> ( $c_f=7$ )	2.263	3.445	0.289	0.289	3.384

## FIGURE CAPTIONS

**Fig. 1** The representation of the angular information.

**Fig. 2** The mass-spring-damper system.

**Fig. 3** The time responses of the error states for  $(x_1(0), x_2(0))=(0.5, 0.5)$ : a)  $e_1(t)$ , b)  $e_2(t)$

**Fig. 4** The error phase plane trajectories for  $(x_1(0), x_2(0))=(0.5, 0.5)$ .

**Fig. 5** Sliding surface characteristics for  $(x_1(0), x_2(0))=(0.5, 0.5)$ : a)  $c_1(t)$ , and b)  $\beta(t)$ .

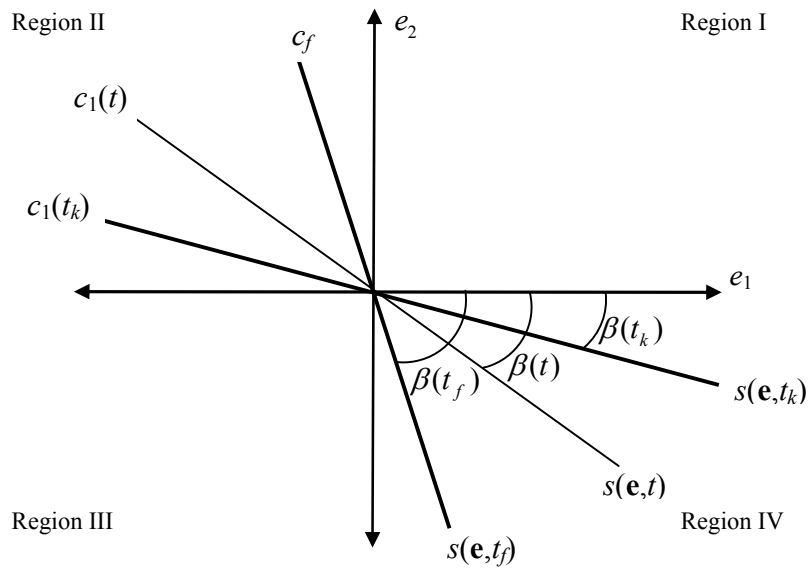
**Fig. 6** The variation of  $s(\mathbf{e}, t)$  for  $(x_1(0), x_2(0))=(0.5, 0.5)$ .

**Fig. 7** Control inputs: a) SMC-Conventional ( $c_1=0.912$ ), b) SMC-Rotation, c) SMC-Angular.

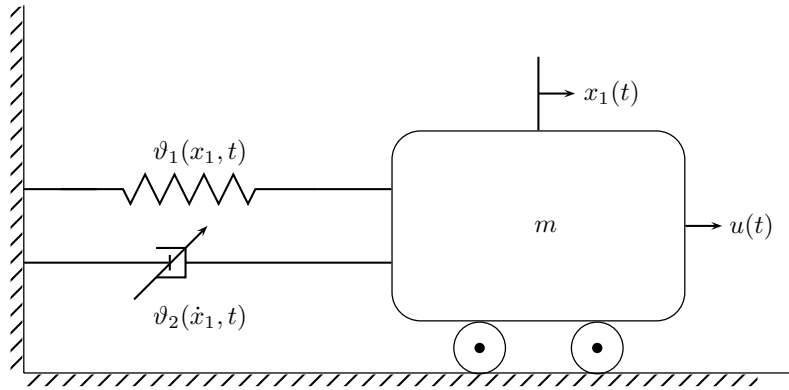
**Fig. 8** Time-varying sliding surfaces for  $(x_1(0), x_2(0))=(0.5, 0.5)$  at given time instants:  
a) SMC-Rotation, b) SMC-Angular.

**Fig. 9** Sliding surface characteristics for  $(x_1(0), x_2(0))=(1, 0.2)$ : a)  $c_1(t)$ , and b)  $\beta(t)$ .

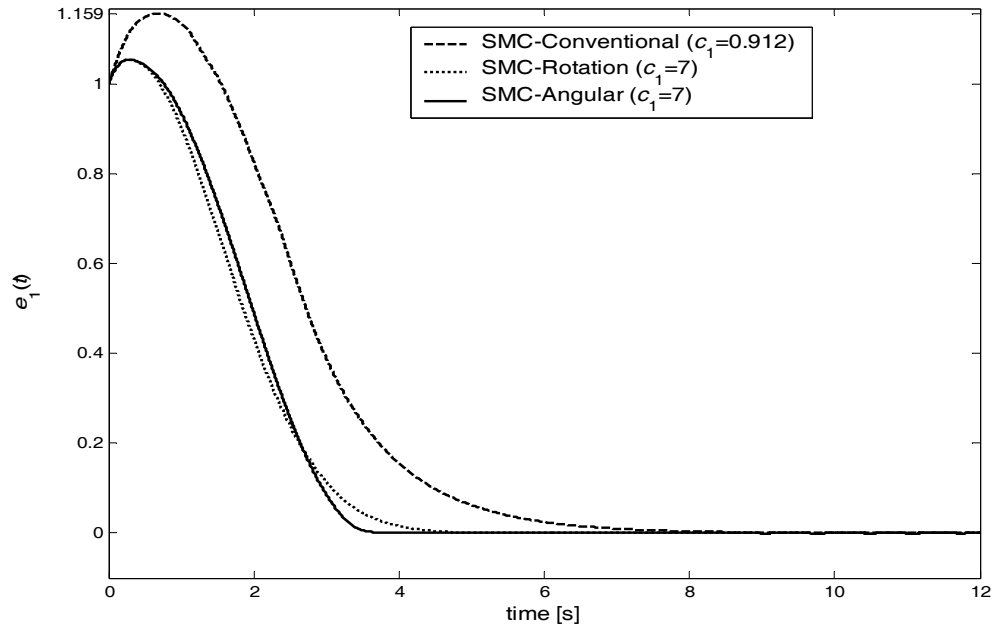
**Fig.10** The error phase plane trajectories for  $(x_1(0), x_2(0))=(1,0.2)$



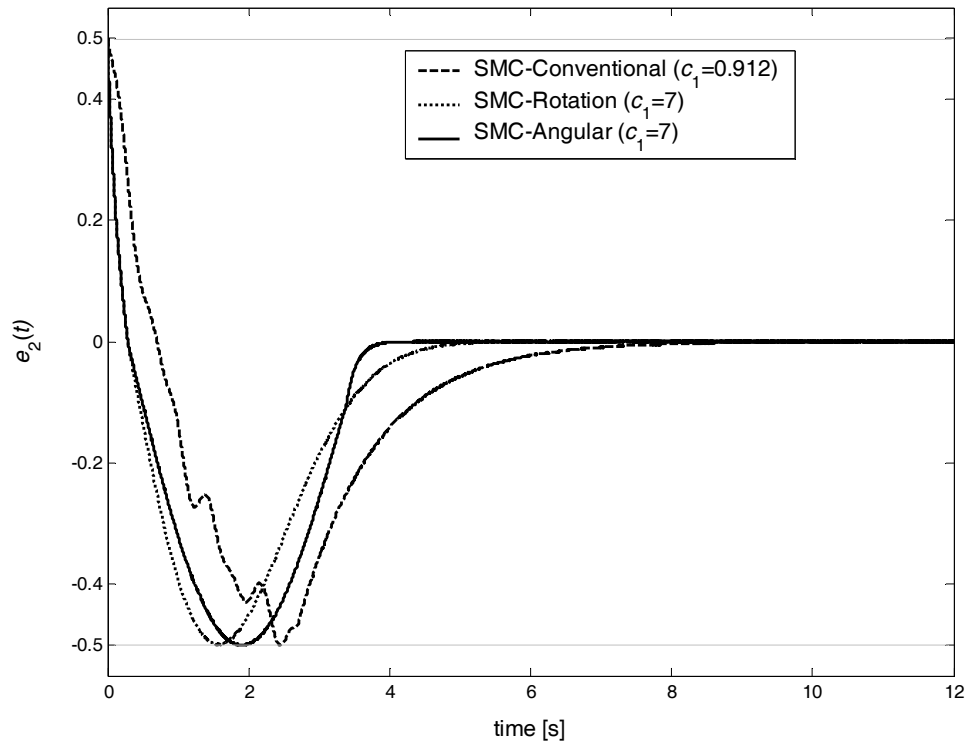
**Fig. 1** The representation of angular information.



**Fig. 2** The mass-spring-damper system.

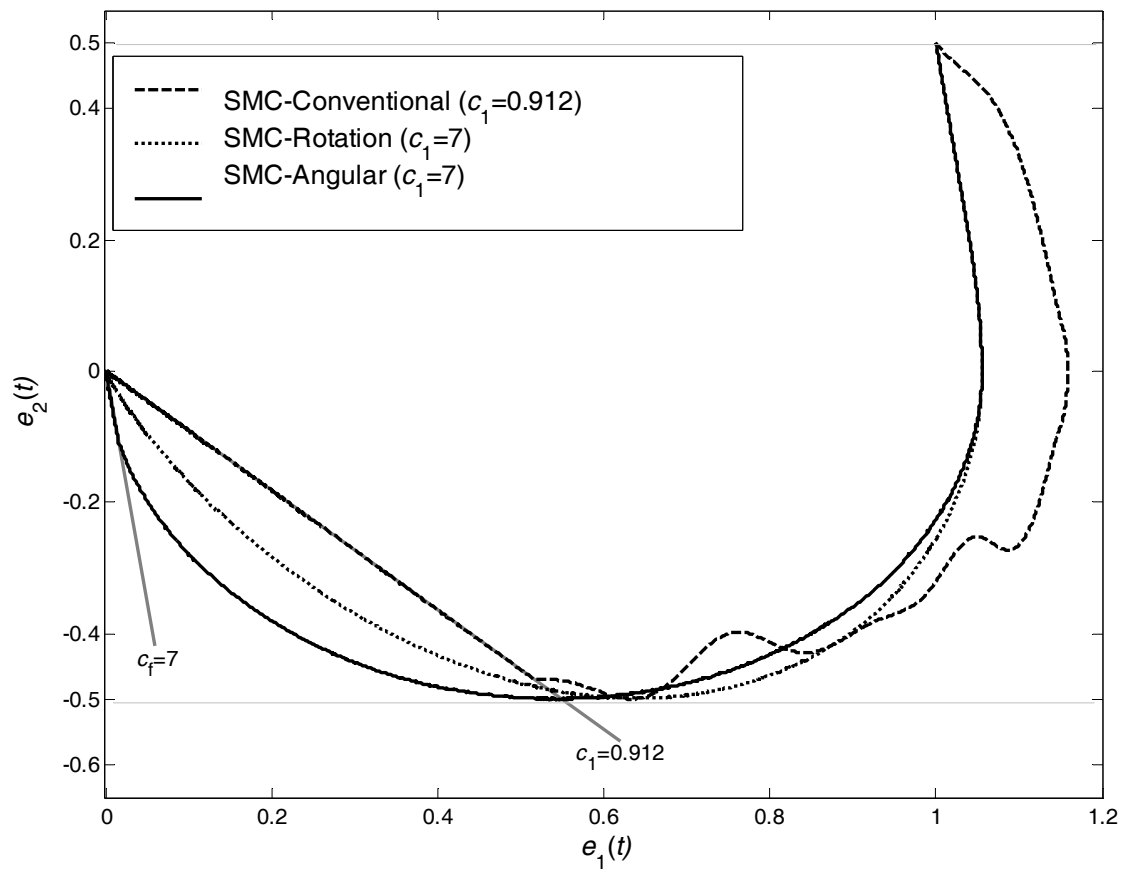


(a)

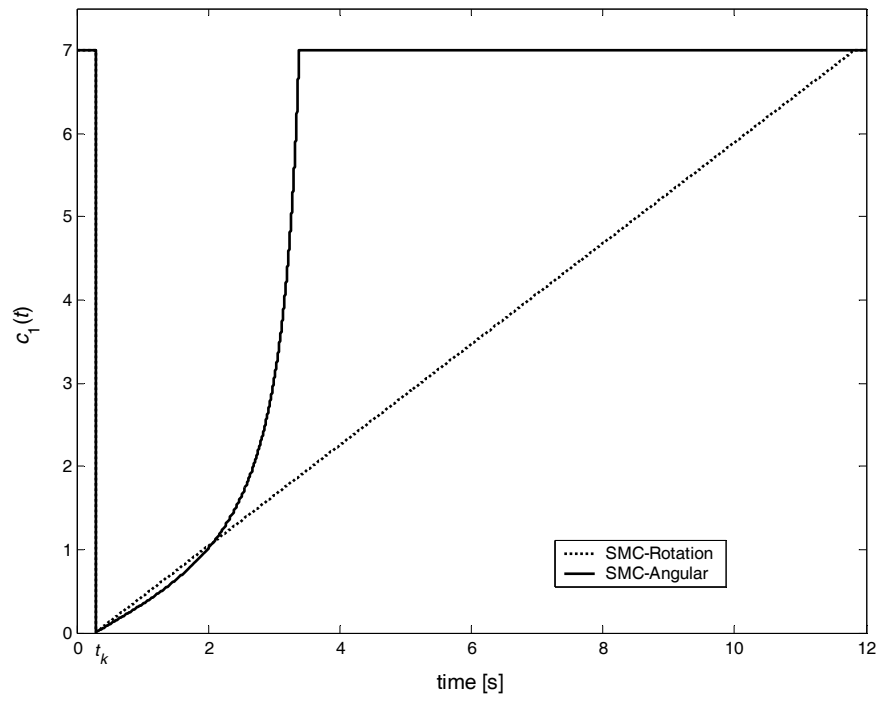


(b)

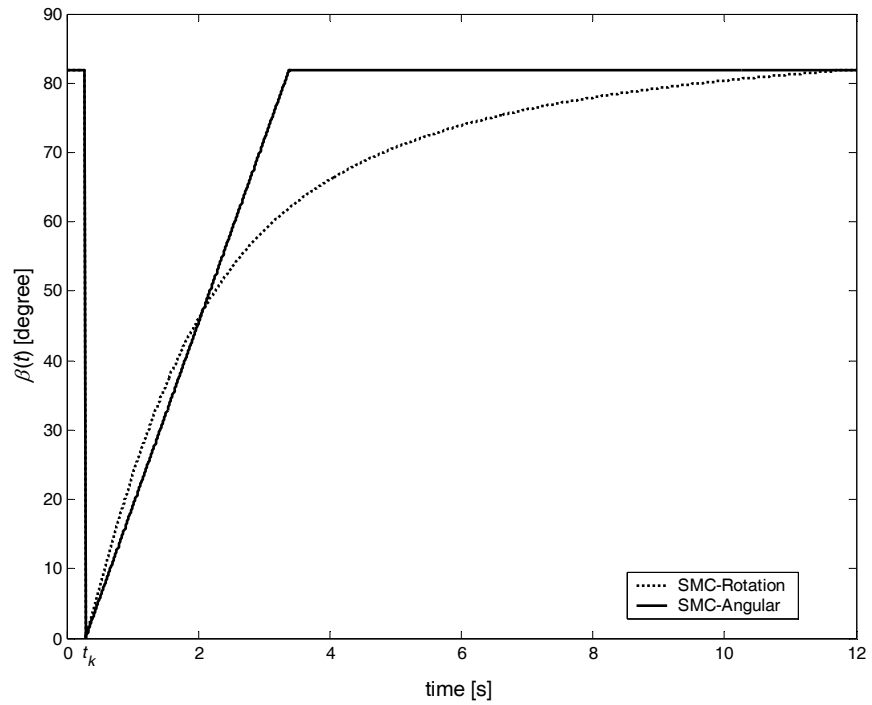
**Fig. 3** The time responses of the error states for  $(x_1(0), x_2(0))=(0.5, 0.5)$ : a)  $e_1(t)$ , b)  $e_2(t)$



**Fig. 4** The error phase plane trajectories for  $(x_1(0), x_2(0))=(0.5, 0.5)$ .

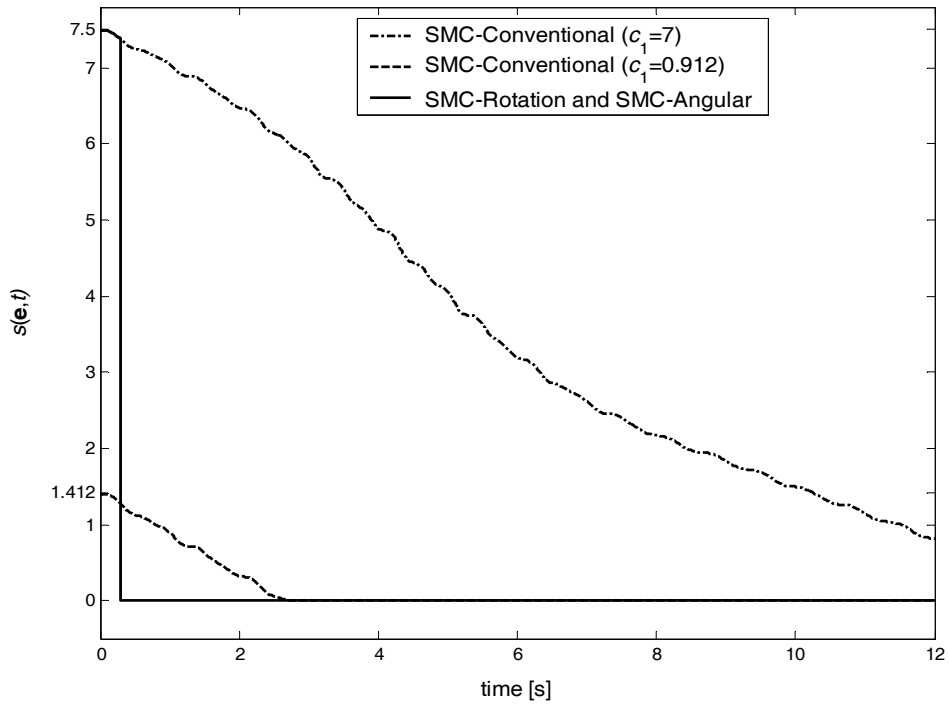


(a)



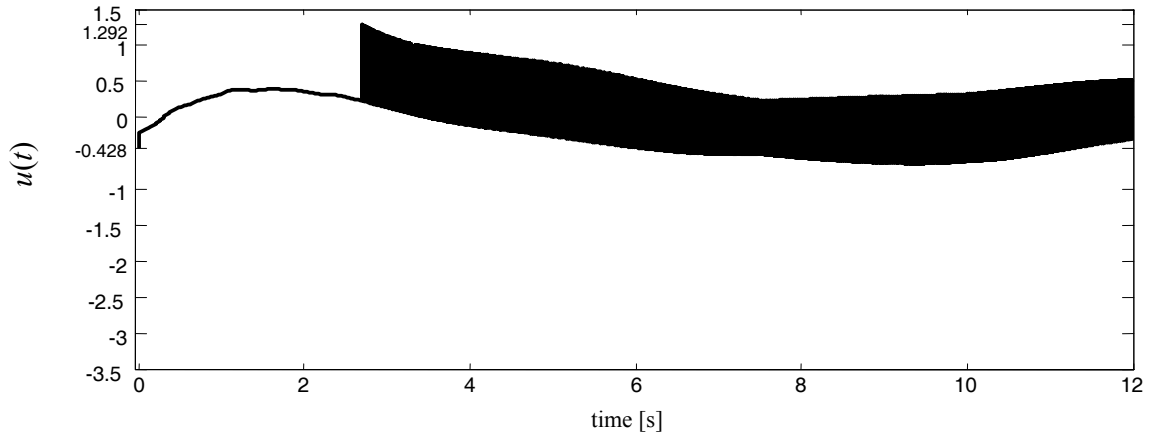
(b)

**Fig. 5** Sliding surface characteristics for  $(x_1(0), x_2(0))=(0.5, 0.5)$ : a)  $c_1(t)$ , and b)  $\beta(t)$ .

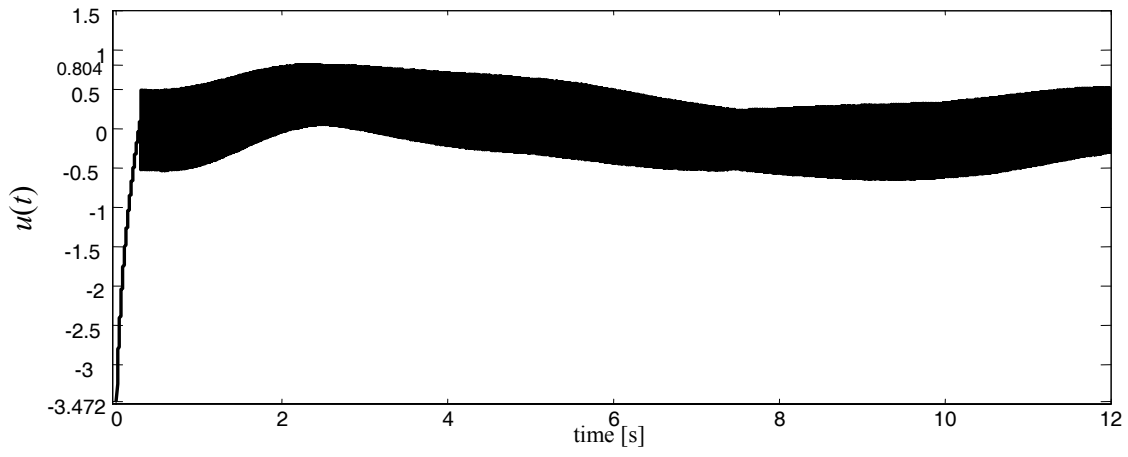


**Fig. 6** The variation of  $s(\mathbf{e}, t)$  for  $(x_1(0), x_2(0))=(0.5, 0.5)$ .

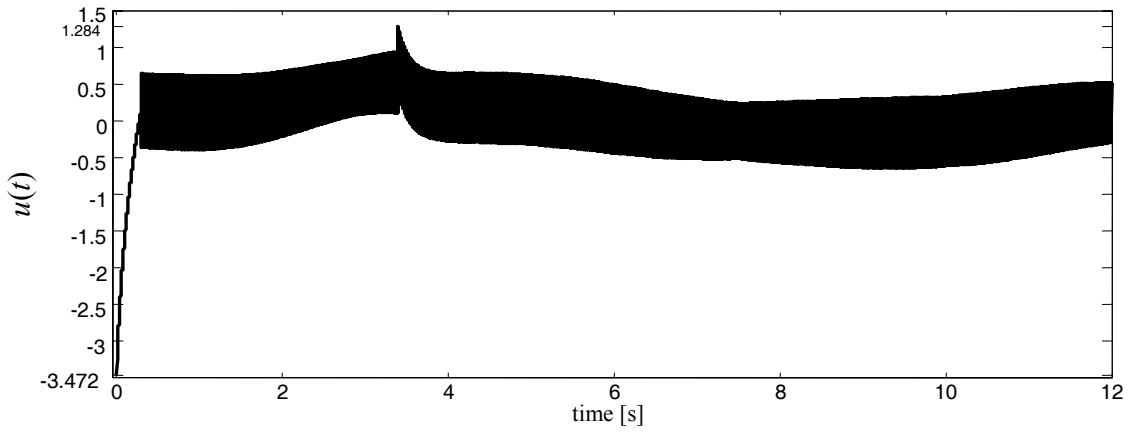




(a)

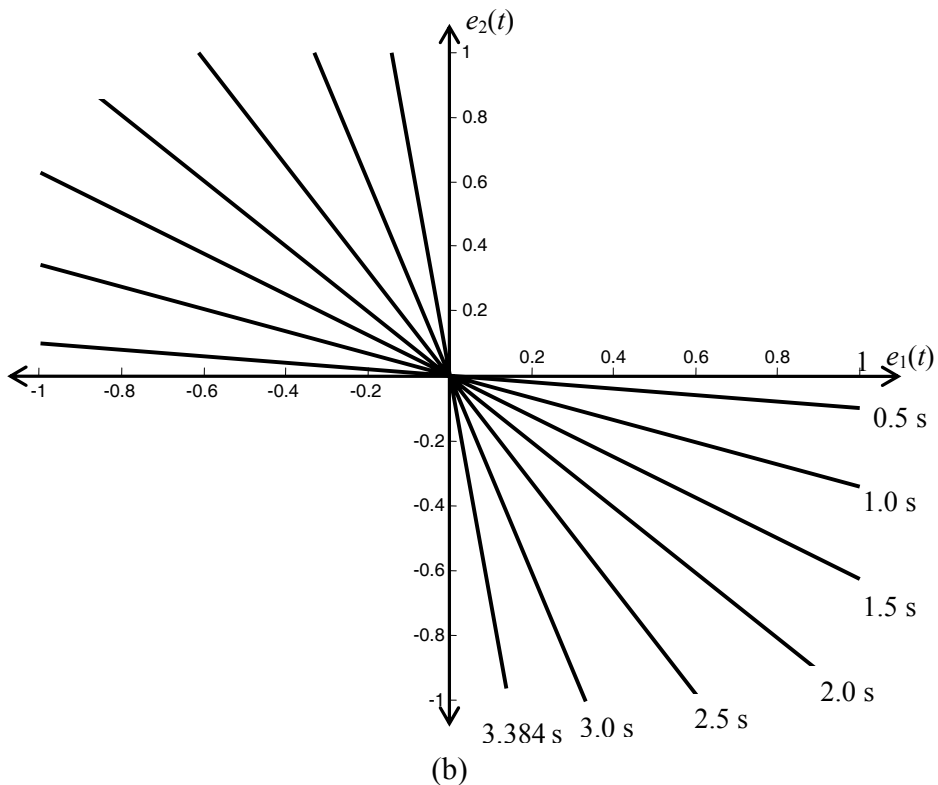
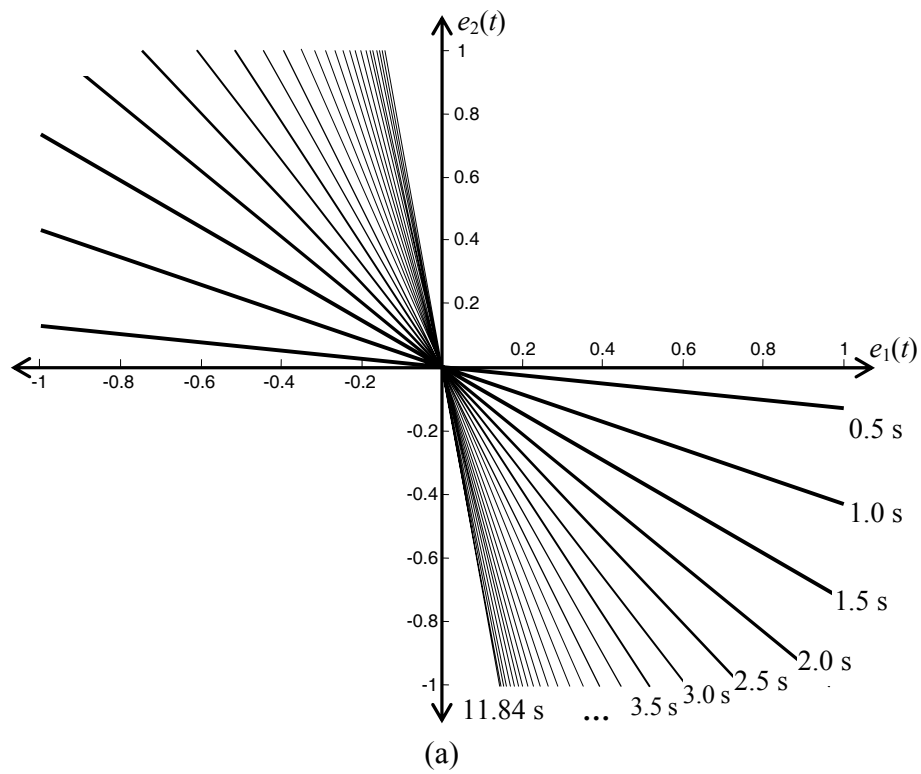


(b)



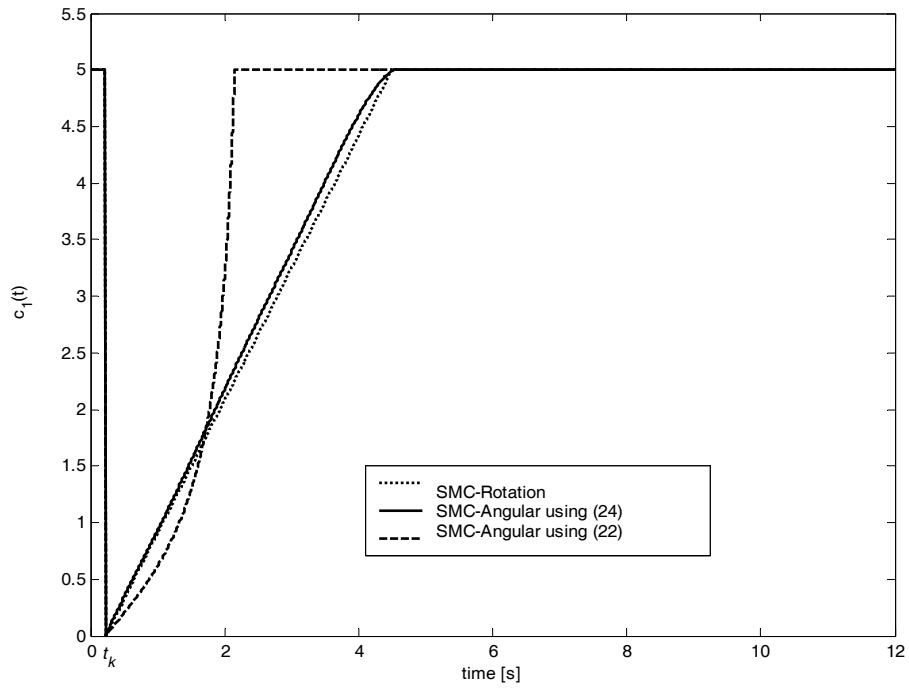
(c)

**Fig. 7** Control inputs: a) SMC-Conventional ( $c_1=0.912$ ), b) SMC-Rotation, c) SMC-Angular.

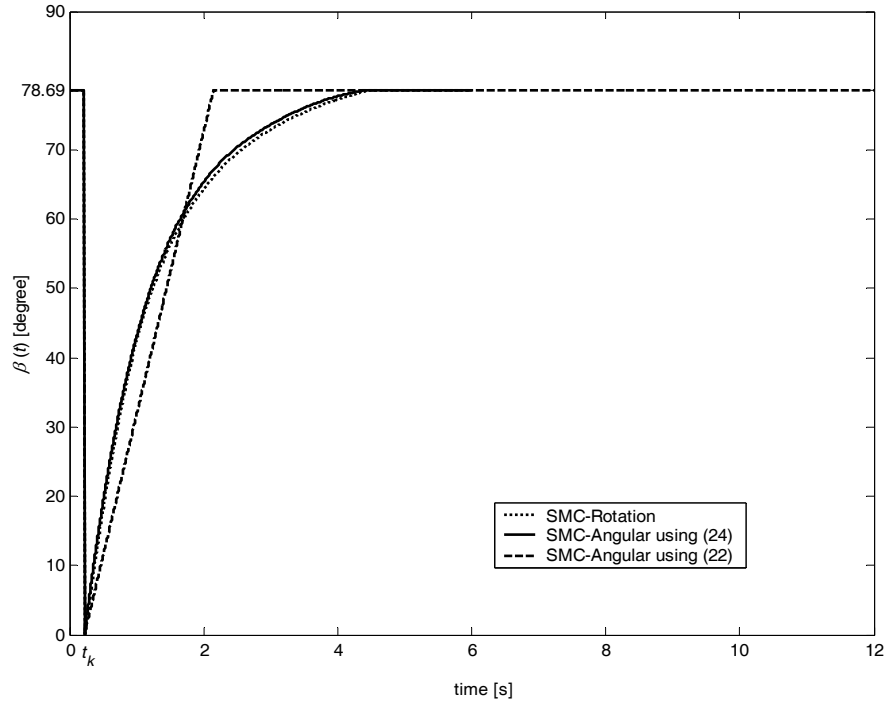


**Fig. 8** Time-varying sliding surfaces for  $(x_1(0), x_2(0))=(0.5, 0.5)$  at given time instants:

a) SMC-Rotation, b) SMC-Angular.

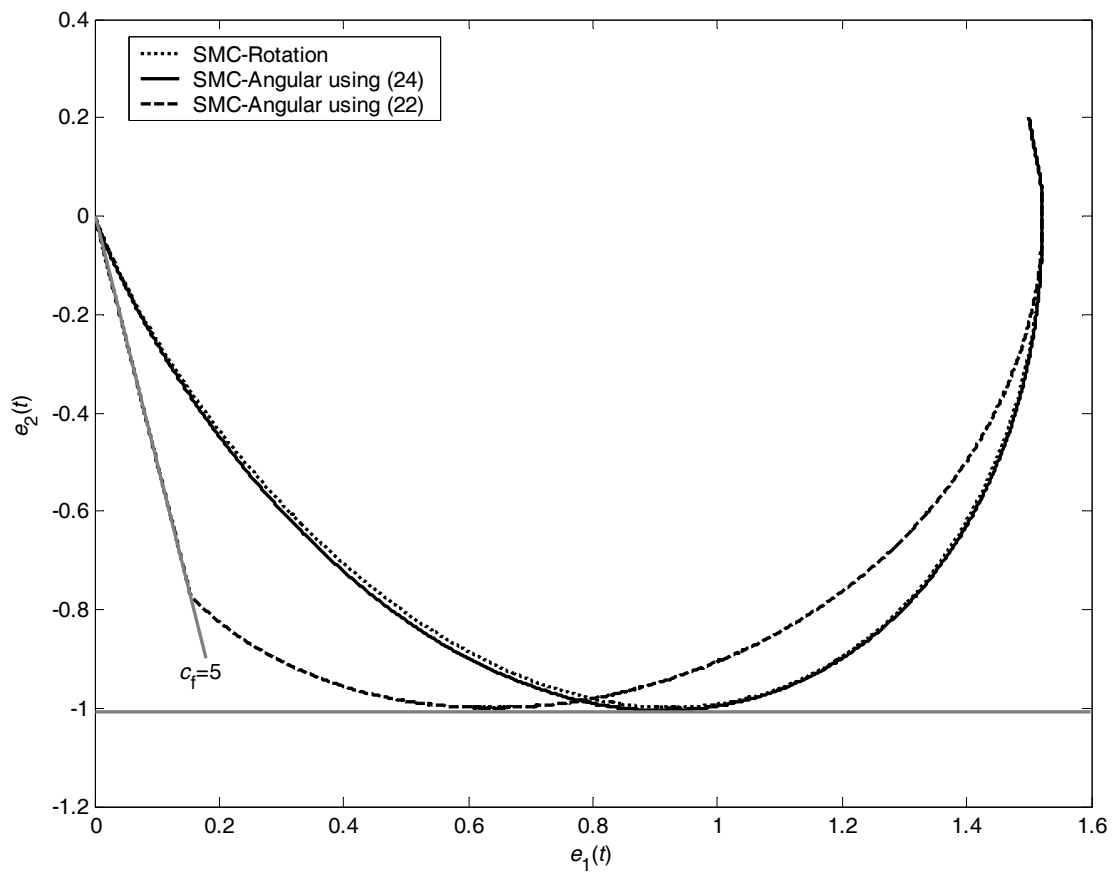


(a)



(b)

**Fig. 9.** Sliding surface characteristics for  $(x_1(0), x_2(0))=(1, 0.2)$ : a)  $c_1(t)$ , and b)  $\beta(t)$ .



**Fig.10.** The error phase plane trajectories for  $(x_1(0), x_2(0))=(1,0.2)$

**EK-4**

TOK

Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi

---

50. yıl  
TOK

**OTOMATİK KONTROL ULUSAL TOPLANTISI  
BİLDİRİLER KİTABI  
CİLT 1**

**DERLEYENLER**

Prof. Dr. İbrahim Eksin

Prof. Dr. Ahmet Kuzucu

Doç. Dr. M. Turan Söylemez

Araş. Gör. İlker Üstoğlu

**13-15 KASIM 2008  
İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
MASLAK , İSTANBUL**

# TOK'08

## OTOMATİK KONTROL ULUSAL TOPLANTISI 13-15 KASIM 2008

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
MASLAK, İSTANBUL

### ONURSAL BAŞKAN

Prof. Dr. Mehmet Nimet Özdaş

### TOK BAŞKANI

Prof. Dr. Talha Dinibütün

### TOPLANTI BAŞKANLARI

Prof. Dr. İbrahim Eksin

Prof. Dr. Ahmet Kuzucu

Doç. Dr. M.Turan Söylemez

### DÜZENLEME KURULU

Prof. Dr. Ata Mugan

Yrd. Doç. Dr. Zeki Yağız Bayraktaroğlu

Yrd. Doç. Dr. Serhat İkizoğlu

Öğr. Gör. Dr. Hikmet İskender

Öğr. Gör. Dr. Murat Yeşiloğlu

Öğr. Gör. Yücel Aydın

Y. Müh. Cengiz Celep

Araş. Gör. Veysel Gürkan Anık

Araş. Gör. Dr. Mustafa Resa Becan

Araş. Gör. Dr. Bülent Bölat

Araş. Gör. M. Seçkin Durmuş

Araş. Gör. Dr. Ali Fuat Ergenç

Araş. Gör. Hakan Ertuğrul

Araş. Gör. Tufan Kumbasar

Araş. Gör. Dr. Ertan Öznergiz

Araş. Gör. İlker Üstoğlu

Araş. Gör. Kürşat Yalçın

Araş. Gör. Yaprak Yalçın

Araş. Gör. Dr. Engin Yeşil

## PROGRAM KURULU

Yrd.Doç. Dr. Davut Akdaş (Balıkesir Ü.)	Doç. Dr. Rahmi Güçlü (YTÜ)
Prof. Dr. Yaman Arkun (Koç Ü.)	Prof. Dr. Levent Güvenç (İTÜ)
Yrd.Doç. Dr. Abdullah Bal (YTÜ)	Prof. Dr. Müjde Güzelkaya (İTÜ)
Prof. Dr. Atalay Barkana (Osmangazi Ü.)	Prof. Dr. Altuğ İftar (Anadolu Ü.)
Yrd. Doç Dr. Murat Barut (Niğde Ü.)	Doç. Dr. Serdar İplikçi (Pamukkale Ü.)
Prof. Dr. Yaşar Becerikli (Kocaeli Ü.)	Prof. Dr. Yorgo İstefanapulos (Işık Ü.)
Doç. Dr. Zafer Bingöl (Kocaeli Ü.)	Yrd. Doç. Dr. Coşku Kasnakoğlu (TOBB ETÜ)
Prof. Dr. Atilla Bir (İTÜ)	Prof. Dr. Ünver Kaynak (TOBB ETÜ)
Prof. Dr. Elbrus M. Caferov (İTÜ)	Prof. Dr. Feza Kerestecioğlu (Kadir Has Ü.)
Prof. Dr. Galip Cansever (YTÜ)	Doç. Dr. Salman Kurtulan (İTÜ)
Yrd. Doç. Dr. Fikret Çalışkan (İTÜ)	Prof. Dr. Kemal Leblebicioğlu (ODTÜ)
Prof. Dr. Hüseyin Demircioğlu (Hacettepe Ü.)	Prof. Dr. Ömer Morgül (Bilkent Ü.)
Prof. Dr. Mübeccel Demirekler (ODTÜ)	Prof. Dr. Canan Özgen (ODTÜ)
Prof. Dr. Yağmur Denizhan (Boğaziçi Ü.)	Doç. Dr. Osman Parlaktuna (Osmangazi Ü.)
Prof. Dr. Murat Doğruel (Marmara Ü.)	Prof. Dr. Bülent Platin (ODTÜ)
Doç. Dr. Mehmet Önder Efe (TOBB ETÜ)	Yrd. Doç. Dr. Erol Şahin (ODTÜ)
Prof. Dr. Yücel Ercan (TOBB ETÜ)	Prof. Dr. Serhat Şeker (İTÜ)
Doç. Dr. Cevat Erdal (İTÜ)	Doç. Dr. Nusret Tan (İnönü Ü.)
Prof. Dr. Abdülkadir Erden (Atılım Ü.)	Prof. Dr. Hakan Temeltaş (İTÜ)
Yrd.Doç.Dr.O.Kaan Erol (İTÜ)	Yrd. Doç. Dr. Sezai Tokat (Pamukkale Ü.)
Doç. Dr. Şeniz Ertuğrul (İTÜ)	Doç. Dr. Ahmet Uçar (Fırat Ü.)
Doç. Dr. Veysel Gazi (TOBB ETÜ)	Prof. Dr. Erol Uyar (Dokuz Eylül Ü.)
Prof. Dr. Metin Gökaşan (İTÜ)	Doç. Dr. Mustafa Ünel (Sabancı Ü.)
Prof. Dr. Leyla Gören (İTÜ)	Prof. Dr. İbrahim Yüksel (Uludağ Ü.)
Yrd. Doç. Dr. Haluk Görgün (YTÜ)	Prof. Dr. Önder Yüksel (ODTÜ)
Doç. Dr. Fuat Gürleyen (İTÜ)	Yrd. Doç. Dr. Erkan Zergeroğlu (GYTE)





TOK

Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi

**Rexroth**  
Bosch Group



**Endüstri&Otomasyon**  
AYLIK ELEKTRİK, ELEKTRONİK, MAKİNA, BİLGİSAYAR VE KONTROL SİSTEMLERİ DERGİSİ



OTOMATİK  
KONTROL VAKFI



**İTÜ** – İstanbul Teknik Üniversitesi

**TOK** – Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi

**BOSCH REXROTH** - Bosch Rexroth Otomasyon San. ve Tic.A.Ş.

**ENTEK SMC**

**ENDÜSTRİ&OTOMASYON** – Aylık Elektrik Elektronik Bilgisayar ve Kontrol Sistemleri Dergisi

**TUBİTAK** – Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu

**OKV** – Otomatik Kontrol Vakfı

**OTOKON** – İTÜ Kontrol ve Otomasyon Kulübü

## Başlangıç Koşullarına Göre Parametreleri Ayarlanan Açısız Bilgiye Dayalı Kayma Kipli Bulanık Kontrolör Tasarımı

Sezai Tokat<sup>1</sup>, Seçil Aydın<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Bilgisayar Mühendisliği Bölümü  
Pamukkale Üniversitesi, Denizli  
{stokat, saydin}@pamukkale.edu.tr

### Özetçe

Bulanık mantıktan kayma kipli kontrol başarımını iyileştirmek için farklı şekillerde ayarlanmaktadır. Bu çalışmada, ikinci derece sistemler için kayma yüzeyi dönme hareketini açıcı bilgisi ile yerine getiren kayma kipli kontrolöre ait bir tasarım parametresinin elde edilmesinde bulanık mantık kontrol tekniğinden yararlanılması üzerinde durulmuştur. Elde edilen parametre ayarlama yöntemi sayesinde kontrol işaretinin genliğini geleneksel yapıya göre çok değiştirmeden sistem başarımının iyileştirilmesi ve ulaşma zamanının kısaltılması amaçlanmaktadır. Sonuçlar doğrusal olmayan bir sistem modeli üzerinde farklı iki başlangıç noktası alınarak oluşturulan benzetimler ile gösterilmiştir. Her başlangıç koşulu için aynı sabit tasarım parametresinin kullanılması sonucunda açısız bilgiye dayalı kayma kipli kontrolör için yavaş veya hızlı döndürme düzenlerinin elde edildiği ve bunun da düşük veya yüksek kontrol genliği işareti sorununu oluşturduğu görülmüştür. Elde edilen ayarlama mekanizması ile bu sorunun çözüldüğü ve hem başarım ölçütlerinin hem de ulaşma zamanının yine geleneksel kayma kipli kontrolöre göre daha iyi değerlerde elde edildiği gözlenmiştir.

### 1. Giriş

Geleneksel kayma kipli kontrol, sınırlı parametre belirsizlikleri ve yine sınırlı dış bozucular altında çalışan karmaşık, yüksek derece, doğrusal olmayan dinamik sistemler için gürbüz kontrolör tasarımında kullanılabilecek belirgin, doğrusal olmayan, dayanıklı ve kolay uygulanabilir bir yöntemdir [1]. Yüksek hızlı, doğrusal olmayan bir geribesleme ile önceden belirlenen bir kayma yüzeyi üzerinde zamanda süresiz bir şekilde anahtarlama yapılarak elde edilen kayma kipi, sistemin önceden belirlenen anahtarlama yüzeylerine ulaşmasını ve orada kalmasını sağlayacak kontrol kurallarının oluşturulması ile sağlanır.

Kayma kipli kontrolör başarımında en önemli etken uygun bir kayma yüzeyinin elde edilmesidir. Bu amaçla literatürde kayma yüzeyi tasarımı ile ilgili yapılmış birçok çalışma bulunmaktadır. İkinci derece sistemler için doğrusal zamanla değişen [2, 3], doğrusal olmayan [4] farklı kayma yüzeyi tasarımları yapılmıştır. Tüm bu çalışmalarda kayma yüzeyi parametrelerinin seçimi doğrudan başlangıç koşullarına bağlıdır ve bu yüzden iyi bir başarım elde edebilmek için farklı bir başlangıç noktası söz konusu olduğunda kayma yüzeyi parametrelerinin de bu başlangıç noktasına göre yeniden ayarlanması gerekmektedir.

Günümüzde bulanık mantık kontrol yöntemleri, mühendislik bilimlerinde PID kontrol gibi geleneksel matematiksel yöntemlerle etkin olarak çözülemeyecek daha geniş sınıftaki problemlerin çözümüne bilgisayara dayalı kontrol yaklaşımları uygulanmasını sağlayan standard bir araç konumundadır [5]. Kararlılık ve uygun başarım ölçütlerini sağlamak amacı ile bulanık mantık ve kayma kipli kontrol konularının bütünleştirilmesi kontrol araştırmalarının aktif bir alanını oluşturmaktadır [6]. Bu çalışmalardan bir bölümü geleneksel kayma kipli kontrol stratejilerini kullanır ve bir şekilde kontrol düzeneğini basitleştirme veya geliştirme amacı ile bulanık mantık kuramından yararlanır [7]. Örneğin kayma yüzeyinin [8, 9] ve süresiz kontrol kuralının [10] bulanık mantık kuralları yardımı ile yeniden tanımlandığı çalışmalar bulunmaktadır. Bu tip kontrol yapıları kayma kipli bulanık kontrolör [11] ya da dolaylı yaklaşım [12] olarak adlandırılır.

Bu çalışmada, kayma kipli bulanık kontrolör tasarımı ile başlangıç koşullarına göre kontrolör parametrelerinin başarımı geleneksel kayma kipli kontrolöre göre daha iyi yapacak şekilde ayarlanması amaçlanmaktadır. Çalışmanın ikinci bölümünde açısız dönme düzenine sahip kayma kipli kontrol yöntemi ele alınmıştır. Üçüncü bölümde ise başlangıç koşullarına göre sistem parametrelerinin ayarlanmasını sağlayan kayma kipli bulanık kontrol yapısı önerilmiştir. Elde edilen başarım iyileştirmeleri dördüncü bölümde doğrusal olmayan ikinci derece bir sistem modeli üzerinde oluşturulan benzetim çalışmaları ile verilmiştir.

### 2. Açısız Dönme Düzenine Sahip Kayma Kipli Kontrol

Doğrusal olmayan ikinci derece tek girişli bir sisteme ait kanonik biçimli gösterim, giriş kanalının bozuculardan etkilenmediği durumda parametre belirsizlikleri  $\Delta f(\mathbf{x})$  ve dış bozucular  $d(t)$  olarak tanımlanarak

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= (f(\mathbf{x}) + \Delta f(\mathbf{x})) + g(\mathbf{x})u(t) + d(t)\end{aligned}\quad (1)$$

şeklinde verilebilir [13]. İzleme problemi ele alındığında kayma kipli kontrolör için literatürde tasarlanmış sistem hata durumlarına göre doğrusal ve zamanla değişen kayma yüzeyleri (1) sistemi için

$$s(\mathbf{e}, t) = \mathbf{c}^T(t)\mathbf{e}\quad (2)$$

şeklinde alınabilir [2]. Burada  $\mathbf{e}=[e_1, e_2]^T$  hata durum vektörü,  $e_i = x_i - x_{di}$   $i$ . hata durum değişkeni,  $x_{di}$  izlenmesi istenen  $i$ .

durum yörüngesi ve  $\mathbf{c}(t)=[c_1(t),1]^T$  ise sistem davranışını belirleyen zamanla değişen kayma yüzeyine ait tasarım parametresidir. Denklem (2)'deki bu tasarım parametresi farklı şekillerde zamanla değişken yapılarak geleneksel kayma kipli kontrol yapısına göre başarımlı iyileştirmeleri elde edilebilmektedir [2, 14]. Bu yöntemlerden birisi de hata durum uzayındaki son ulaşılabilecek kayma yüzeyi ile sistem hata durumlarının belirli bir andaki konumu arasındaki açı miktarını kayma yüzeyi parametresini uygun şekilde tanımlayarak zamanla değiştirme ve böylece bir dönme hareketi elde etme düşüncesidir [15]. Bu düşünce ile kayma yüzeyi parametresi

$$c_1(t) = \begin{cases} l_1 \tan(\alpha(t)) + l_0, & t_k \leq t < t_f \\ c_f, & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (3)$$

şeklinde alınmıştır [15]. Burada  $\tan(\cdot)$  tanjant fonksiyonu,  $l_0$  ve  $l_1$  doğrusal öteleme ve doğrusal ölçekleme parametreleri,  $t_k$  ve  $t_f$  sırası ile hata durum uzayında sistem durumlarının kararlı bölgeye girdikleri ve en son kullanılacak kayma yüzeyi değerine ulaştıkları anlar ve  $c_f$  ise  $c_1(t)$  parametresinin  $t_f$  anında ulaştığı değerdir. Denklem (3)'te açısız bilginin kullanılmasını sağlayan  $\alpha(t)$  ise zamanın bir fonksiyonu olarak

$$\alpha(t) = \alpha_1 \frac{t}{t_f - t_k} + \alpha_0 \quad (4)$$

şeklinde tanımlanmıştır [15]. Burada  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  sırasıyla açısız öteleme ve açısız ölçekleme parametreleridir. Eğer  $\alpha_1$  genlik değeri büyük seçilirse kayma yüzeyi parametresinin zamana göre açısız değişimi hızlanır. Bu ise zamana göre doğrusal olmayan bir değişim elde edilmesini sağlar. Küçük  $\alpha_1$  genlikleri ile küçük açısız değişimler elde edilir ve kayma yüzeyi  $l_0$  ve  $l_1$  etkisi altında doğrusal olarak değişimini sürdürür. Açısız öteleme parametresi  $\alpha_0$  ise  $\alpha_1$ 'in işaretine bağlı olarak uygun bir dönme hareketi sağlayacak şekilde seçilmelidir. Sistem durumlarını  $t_k$  ve  $t_f$  anlarında kayma yüzeyi üzerinde tutmak için doğrusal öteleme ve doğrusal ölçekleme parametreleri

$$l_1 = \frac{c_1(t_k) - c_f}{\tan(\alpha(t_k)) - \tan(\alpha(t_f))} \quad (5)$$

$$l_0 = c_1(t_k) - l_1 \cdot \tan(\alpha(t_k))$$

şeklinde seçilmelidir [15]. Kayma yüzeyi üzerinde bulunduğumuz varsayımı altında (2)'de verilen  $s(\mathbf{e}, t)$  kayma yüzeyi değişkeninin türevi alınırsa ve parametre belirsizlikleri ve dış bozucular ihmal edilirse

$$\dot{s} = \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} = 0 \quad (6)$$

denklemi yazılabilir. Burada  $g \neq 0$  ve  $\dot{x}_{1d} = x_{2d}$  varsayımı altında eşdeğer kontrol kuralı

$$u_{eq}(t) = -\frac{1}{g} (\dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + f - \dot{x}_{2d}) \quad (7)$$

olarak elde edilir [15]. Eşdeğer kontrol kuralı ile sistem durumlarının kayma yüzeyine doğru hareketi sağlanmış olur.

Kayma yüzeyi üzerindeki çattırlı hareketi sağlamak için toplam kontrol kuralı  $u(t)$

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_n(t) \quad (8)$$

şeklinde tasarlanabilir. Burada  $u_n(t)$  süresiz kontrol kuralıdır. Aday bir Lyapunov fonksiyonu olarak  $V=1/2\sigma^2$  seçilirse, bu fonksiyonun türevinin sistem durumlarına ait tüm yörüngeler boyunca

$$\dot{V} = s(\dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + (f(\mathbf{x}) + \Delta f(\mathbf{x})) + g(\mathbf{x})u(t) + d(t) - \dot{x}_{2d}) \leq -\eta|s| \quad (9)$$

şeklinde verilen ulaşma koşulunu sağlaması gerekir. Buradan gerekli hesaplamalar yapılırsa toplam kontrol kuralı

$$u(t) = -\frac{1}{b} (\dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + f - \dot{x}_{2d} + k \cdot \text{sgn}(\sigma)) \quad (10)$$

olarak elde edilebilir [15]. Burada  $k$  süresiz kontrol kazancıdır ve (9) ulaşma koşulunu sağlayacak şekilde parametre belirsizlikleri ve dış bozucuların sınır genliklerine bağlı olarak bulunur. Geleneksel kayma kipli kontrolöre ait kontrol kuralı (10)'da  $\dot{c}_1$  değeri sıfır alınarak elde edilebilir. (3)'te verilen açısız bilgiye dayalı kayma yüzeyi parametresi için  $\dot{c}_1$  değeri

$$\dot{c}_1(t) = \begin{cases} \frac{l_1 \alpha_1}{t_f - t_k} \sec^2(\alpha(t)), & t_k \leq t < t_f \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (11)$$

olarak hesaplanır [15]. Burada  $\sec(\cdot)$  sekant fonksiyonudur.

### 3. Önerilen Kayma Kipli Bulanık Kontrolör

Açısız bilgi ile dönme hareketinin elde edildiği yapıda açısız öteleme  $\alpha_0$ , açısız ölçekleme  $\alpha_1$  ve son ulaşılabilecek  $c_f$  kayma yüzeyi değerine ulaşma anı  $t_f$  tasarım parametreleridir. Bu tasarım parametrelerinin seçimine göre sistem başarımlı değişecektir. Ayrıca (4) denkleminden dolayı  $\alpha_1$  ve  $t_f$  zaman ile çarpıldığı için açının değişim miktarını yani kayma yüzeyi dönme hızını belirlemektedir. Bu durumda (10) ve (11)'den görüldüğü gibi  $\alpha_1$  ve  $t_f$  parametrelerine bağlı olarak kontrol işaretinin eşdeğer kontrol terimine geleneksel kayma kipli kontrolörde olmayan ek bir terim etki etmektedir. Bu ise kontrol işareti genliğinin kayma yüzeyi parametresinin değişim hızına bağlı olarak farklılaşmasına neden olur.

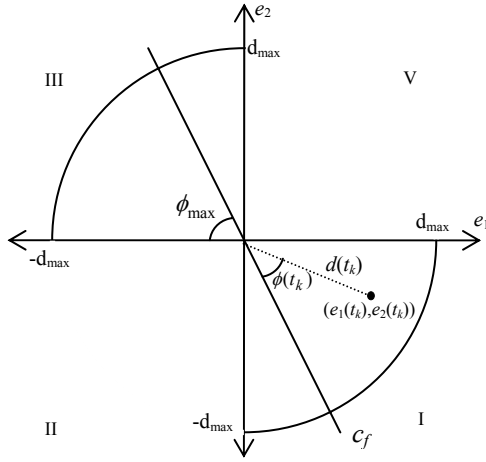
Bu çalışmada  $t_f$  tasarım parametresinin sistem başarımlı etkisi üzerinde durulmuştur. Başlangıç koşullarının Şekil 1'de verilen hata faz düzleminin kararlı bölgeleri olan birinci ve üçüncü çeyreklerinde olduğu varsayılmış ( $t_k=0$ ) ve çalışma uzayı Şekil 1'deki gibi hata durum uzayının orijin noktasından  $d_{\max}$  uzaklıktaki dairesel bir bölgede varsayılmıştır. Ayrıca başlangıçta yapılacak en büyük açının  $e_2=0$  eksenini üzerinden olacağı düşünüldüğünde dönme işlemi için kullanılacak maksimum açı miktarı Şekil 1'deki gibi  $\phi_{\max}$  olarak tanımlanmıştır. Şekil 1'den görülebileceği gibi  $\phi_{\max}$  son ulaşılabilecek kayma yüzeyi olan  $c_f$ 'e bağlı olarak

$$\phi_{\max} = a \tan(c_f) \quad (12)$$

olarak hesaplanabilir. Başlangıç koşullarının orijine olan uzaklığı ise

$$d(t_k) = \sqrt{e_1^2(t_k) + e_2^2(t_k)} \quad (13)$$

olarak hesaplanabilir. Başlangıç koşullarının orijinden olan  $d$  uzaklığı sistem çalışma bölgesini içine alacak şekilde istenildiği gibi seçilebilir.

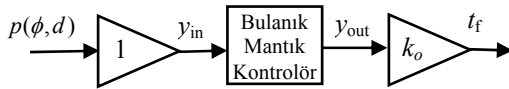


Şekil 1: Kayma kipli bulanık kontrolöre ait başlangıç koşullarının değişim aralığının gösterilmesi

Bu çalışmada sistem başlangıç koşullarından hesaplanan  $\phi(t_k)$  ve  $d(t_k)$  değerleri kullanılarak açılal dönme parametresi olan  $t_f$ 'in elde edilmesi amaçlanmaktadır. Bunun için

$$p(\phi, d) = 0.5 \frac{\phi(t_k)}{\phi_{\max}} + 0.5 \frac{d(t_k)}{d_{\max}} \quad (14)$$

şeklinde yeni bir değişken tanımlanmıştır. Burada  $p(\phi, d) \in (0, 1]$  olacağı kolayca görülebilir. Bu yeni değişken Şekil 2'de görselleştirildiği gibi herhangi bir giriş ölçekleme faktörü kullanmaksızın tek giriş-tek çıkışlı bir bulanık mantık kontrolörün girişi olarak kullanılırsa bu değere bakarak  $k_o$  çıkış ölçekleme faktörü yardımı ile  $t_f$  değerleri bulanık kurallarla belirlenebilir.



Şekil 2: Sistem parametresi  $t_f$ 'in elde edilmesi için kullanılan tek giriş-tek çıkışlı bulanık mantık kontrolör

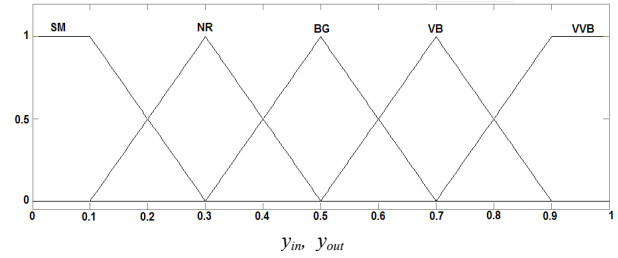
(14)'te tanımlanan  $p(\phi, d)$  değeri büyük değerler aldıkça açılal olarak hareket edilecek uzaklığında arttığı ortadadır. Öyleyse bu değer arttıkça sistemin kontrol işaretinin aşırı artmasını önlemek için  $t_f$ 'i de arttırmak gerekecektir. Bu durumda bulanık mantık kontrol kuralları Tablo 1'de olduğu gibi seçilebilir.

Kural tablosundaki giriş ve çıkış işaretlerine ait üyelik fonksiyonları Şekil 3'te verildiği gibi  $[0, 1]$  söylem uzayı içerisinde tanımlanmıştır. Simetrik ve düzgün dağılmış üçgen ve yamuk üyelik fonksiyonları kullanılmıştır. Dilsel etiketler {SM, NR, BG, VB, VVB} sırası ile {Küçük, Normal, Büyük,

Çok Büyük ve Çok Fazla Büyük} ifadelerine karşı düşmektedir. Giriş işaretimiz doğrudan  $[0, 1]$  aralığında olmasına karşın  $t_f$  değerini elde etmek amacı ile kullanılan sistem dinamiklerine bağlı olarak  $k_o$  gibi bir çıkış ölçekleme faktörü belirlenmesi gerekmektedir.

Tablo 1: Bulanık mantık kural tablosu

$p(\phi, d)$	SM	NR	BG	VB	VVB
$y_{out}$	SM	NR	BG	VB	VVB



Şekil 3: Giriş ve çıkış işaretleri için kullanılan üyelik fonksiyonları

#### 4. Benzetim Sonuçları

Önerilen yöntemin başarımını incelemek amacı ile ters sarkaç sisteminden elde edilen ve sonsuz uzunlukta hareket alanı varsayımı altında sadece açılal bilgisinin kontrolünün ele alındığı doğrusal olmayan

$$\ddot{\theta} + 0.5\dot{\theta} + 3.5 \cos(\theta) = u(t) + d(t) \quad (15)$$

sistem modeli ele alınmıştır [16]. Bu denklemde  $\theta = x_1$ ,  $\dot{\theta} = x_2$  olarak tanımlanırsa

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -0.5x_2 - 3.5 \cos(x_1) + u(t) + d(t) \end{aligned} \quad (16)$$

sistem modeli elde edilir. Sistem üzerinde parametre belirsizliklerinin etkisini görmek amacı ile  $f(\mathbf{x}) = -0.5x_2 - 3.5 \cos(x_1)$  üzerine etkiyen sınırlı parametre belirsizlikleri, zamana ve sistem durumlarına bağlı olarak

$$\Delta f(\mathbf{x}) = -0.2x_2 \sin(t) - 0.3 \cos(x_1) \quad (17)$$

şeklinde modellenmiştir. İzleme problemi ele alınmış ve istenen durum yörüngeleri

$$\begin{aligned} x_{d1} &= \sin(0.2t) \\ x_{d2} &= 0.2 \cos(0.2t) \end{aligned} \quad (18)$$

olarak alınmıştır. Sistem üzerine etkiyen dış bozucular ise sistem karakteristiğine göre daha yüksek frekanslı bir periyodik işaret seçilmiş ve

$$d(t) = 2 \sin(20t) \quad (19)$$

olarak alınmıştır. Benzetimler için sabit adım boyu kullanılmış, diferansiyel denklem çözümleri için ikinci-üçüncü derece Runge-Kutta çiftini kullanan yöntem tercih edilmiş ve örnekleme aralığı olarak 0.001s alınmıştır. Bulanık mantık ile elde edilen başlangıç koşullarına göre  $t_f$

parametresinin ayarlanması yönteminin sağladığı faydayı göstermek için, iki farklı başlangıç noktası seçilerek benzetimler koşturulmuştur.

Benzetimler, geleneksel sabit kayma yüzeyine sahip kayma kipli kontrolör (SMC-Geleneksel), önerilen açısız kayma yüzeyine sahip ve  $t_f$  parametresinin bulanık mantık ile ayarlandığı yöntem (SMC-Bulanık) ve açısız kayma yüzeyine sahip fakat her başlangıç noktası için aynı  $t_f$  değeri kullanan kayma kipli kontrolör (SMC-Sabit) için koşturulmuştur. Tüm benzetimlerde SMC-Bulanık için çıkış ölçekleme faktörü  $k_o=20$  olarak alınmış, SMC-Sabit için  $t_f$  değeri 10 olarak SMC-Bulanık kontrolöre ait olabilecek  $t_f$  değerlerinin orta noktası olarak sabit seçilmiştir. Yine tüm benzetimlerde bütün kontrolörler için  $c_1=10$  olarak seçilmiştir.

Benzetimler ilk olarak  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için  $[0, 12]$  s aralığında koşturulmuştur. Bu başlangıç koşullarında  $(\phi(t_k), d(t_k))=(0.2494, 0.5)$  değerindedir. Bu değerleri giriş olarak kullanan SMC-Bulanık'a ait bulanık mantık kontrolör bloğundan  $t_f=4.47$  olarak hesaplanmıştır. Elde edilen sistem durumlarının zamana göre değişimi Şekil 4'te verilmiştir. SMC-Geleneksel için  $x_1$  ve  $x_2$  değerindeki bozucu işaret ve parametre belirsizliklerine olan duyarlılık rahatça görülmektedir.

Hata durum uzayı gösterilimi Şekil 5'te verilmiştir. Geleneksel kayma yüzeyine ulaşana kadar sağlanan açısız dönme hareketi sayesinde sistem durumlarının SMC-Bulanık ve SMC-Sabit ile yumuşak bir harekete sahip olduğu, SMC-Bulanık için ayarlanan  $t_f$  parametresinin sistemi daha hızlı bölgeye doğru çektiği gözlenmektedir. Şekil 6'daki kontrol işaretlerinde de görüldüğü gibi SMC-Sabit kontrol işareti genliğinin SMC-Geleneksel'den daha küçük genlikte olduğu görülmektedir. SMC-Bulanık ise daha küçük  $t_f$  değeri kullandığı için dönme hareketini de daha hızlı elde etmektedir. Bu ise kayma yüzeyi türevine ait ifadenin büyümesini ve sistem durumlarının daha hızlı bölgeye gelmesi ve aynı zamanda kontrol işaretinin genliğinin de bir miktar artması anlamına gelmektedir. Bu etki bir sonraki başlangıç koşulu için verilen benzetimde daha iyi görülecektir. Başarım ölçütleri Tablo 2'de verilmiştir. Tablodan görüldüğü gibi SMC-Bulanık sayesinde elde edilen  $t_f$  değeri ile SMC-Sabit'ten daha iyi başarımlar sağlanmıştır.

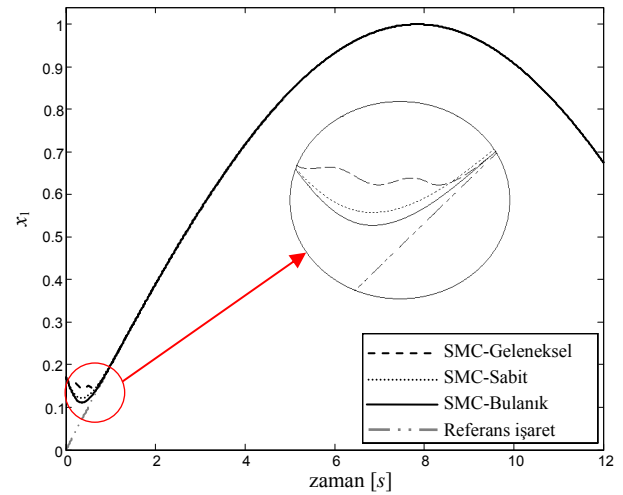
Ele alınan kayma kipli kontrol düzenlerine ait kayma yüzeyi parametreleri Şekil 7'de verilmiştir. Görüldüğü gibi zamanda doğrusal olarak değiştirilen kayma yüzeyi açısı ile kayma yüzeyi parametresi doğrusal olmayan bir biçimde değişim göstermektedir.

Kayma yüzeyi değişkeninin zamana göre davranışı Şekil 8'de verilmiştir. Başlangıç koşulları kararlı bölgede olduğu için  $t_k=0$  olmakta ve bu andan itibaren kayma fazı başlamaktadır. Eğer başlangıç koşulları kararsız bölgede seçilirse kayma fazı kararlı bölgeye girildiği ilk anda başlar.

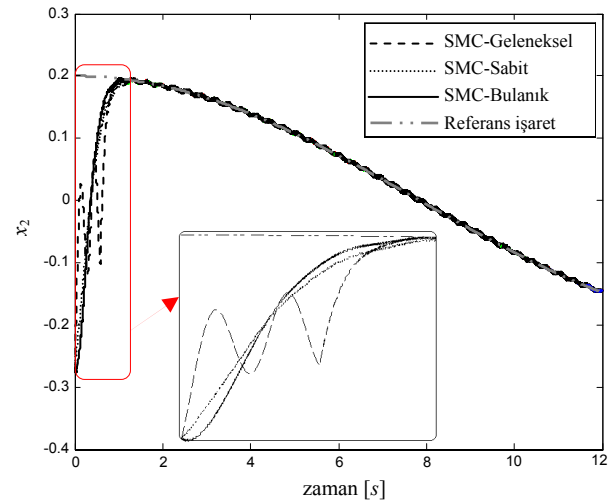
İkinci olarak  $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$  başlangıç noktası seçilerek ayarlama mekanizmasının faydası daha açık gösterilmeye çalışılacaktır. Benzetimler  $[0, 20]$  s aralığında koşturulmuştur. Bu başlangıç koşullarında  $(\phi(t_k), d(t_k))=(1.471, 2)$  değerindedir ve görüldüğü gibi ilk seçilen başlangıç noktasına göre daha büyük açı ve uzaklık değerlerine sahiptir. Bu değerleri giriş olarak kullanan SMC-Bulanık'a ait bulanık mantık kontrolör bloğundan  $t_f$  parametresi 18.40 olarak ilk başlangıç koşuluna göre daha büyük değerde hesaplanmıştır. Şekil 9'da verilen hata durum uzayından görüldüğü gibi  $t_f$  parametresinin ayarlanması bu

defa dönme hareketinin yavaşlamasına neden olmaktadır. Kayma yüzeyi parametresinin zamana göre değişimi ise Şekil 10'da verilmiştir. Burada SMC-Sabit için ilk seçilen başlangıçta noktası için aynı  $t_f$  değeri kullanıldığı için Şekil 7'deki ile aynı  $c_1(t)$  değişimi elde edilmiştir. SMC-Bulanık için ise parametrenin daha yavaş değiştiği Şekil 7 ile karşılaştırılarak kolayca görülebilir. Tablo 3'te de görüldüğü gibi bu değişim başarım ölçütlerinde SMC-Sabit'e göre bir miktar düşüşe neden olsa da SMC-Sabit için dönme hareketinin ilk başlangıç noktasına göre gereğinden hızlı yapılması sonucu oluşan kontrol kuralı genliğindeki aşırı artış önlenmiştir.

Kontrol kuralları Şekil 11'de verilmiştir. Burada SMC-Sabit ve SMC-Bulanık için başlangıçtan itibaren sistem durumlarının kayma yüzeyi üzerinde olması sonucu sürekli kontrol teriminin devreye girmesi ile kontrol işareti çatırtı yaparak ilerlemektedir. Şekil 11'de SMC-Sabit ile başlangıçta oluşan kontrol işaretindeki genlik artışı ve SMC-Bulanık ile böyle bir sorunun olmadığı görülebilmektedir.

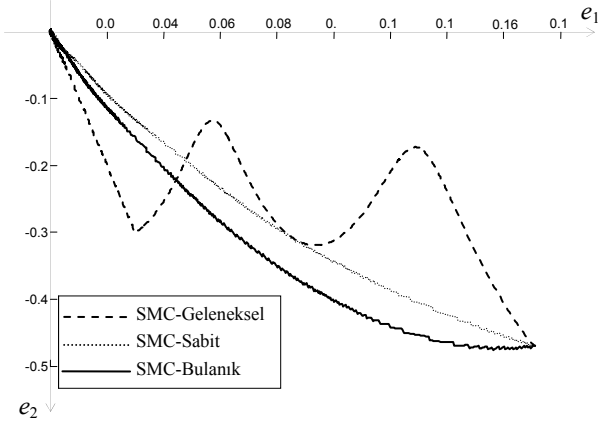


(a)

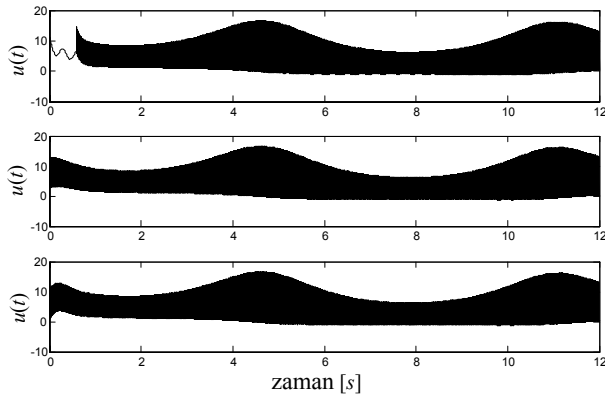


(b)

Şekil 4:  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için sistem durumlarının zamana göre değişimi: a)  $x_1(t)$ , b)  $x_2(t)$



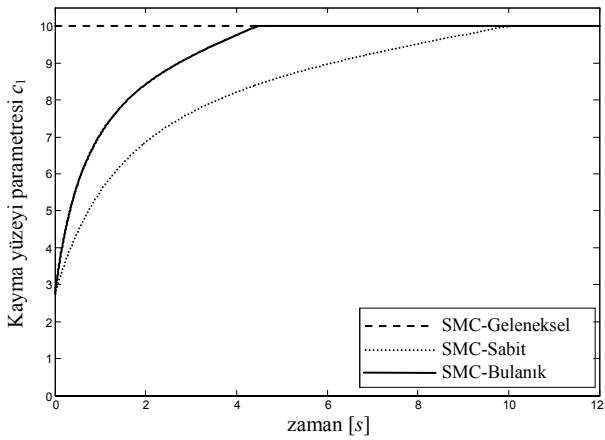
Şekil 5:  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için hata durum uzayı yörüngesi



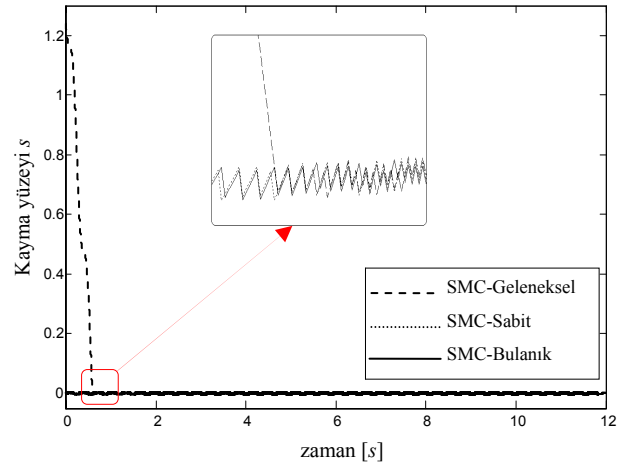
Şekil 6:  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için kontrol işaretleri  
a) SMC-Geleneksel, b) SMC-Sabit, c) SMC-Bulanık

Tablo 2:  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için elde edilen başarımlar ölçütleri

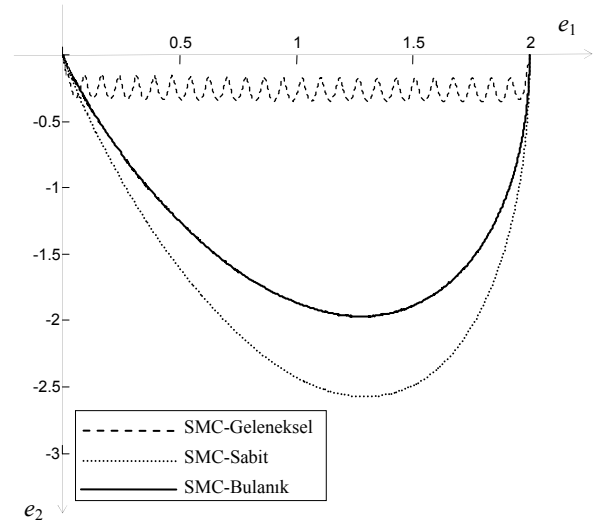
	IAE( $e_1$ )	ITAE( $e_1$ )	$t_s(e_1)$	$\max\{ u \}$	$t_{reach}$
SMC-Geleneksel	0.059	0.0184	0.501	16.652	0.581
SMC-Sabit	0.048	0.0157	0.358	16.643	0
SMC-Bulanık	0.042	0.0125	0.311	16.651	0



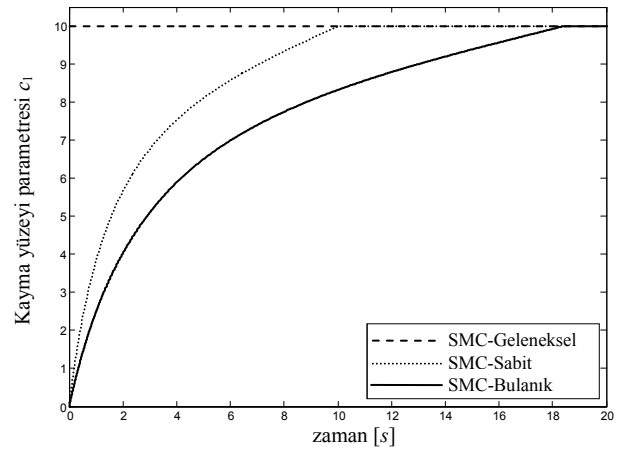
Şekil 7:  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için kayma yüzeyi parametresi  $c_1$ 'in zamana göre değişimi



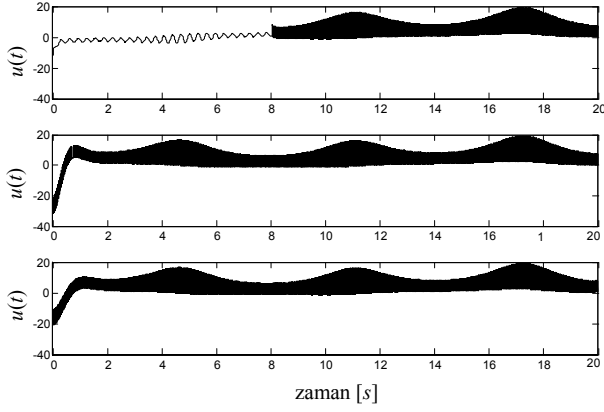
Şekil 8:  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için kayma yüzeyi değişkeninin zaman davranışı



Şekil 9:  $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$  için hata durum uzayı yörüngesi



Şekil 10:  $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$  için kayma yüzeyi parametresi  $c_1$ 'in zamana göre değişimi.



Şekil 11:  $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$  için kontrol işaretleri:  
a) SMC-Geleneksel, b) SMC-Sabit, c) SMC-Bulanık

Tablo 3:  $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$  için elde edilen başarımlar ölçütleri

	$\int  AE(e_1) $	$\int  TAE(e_1) $	$t_s(e_1)$	$\max\{ u \}$	$t_{reach}$
SMC-Geleneksel	8.056	21.417	7.850	19.309	8.016
SMC-Sabit	1.157	0.455	1.353	31.637	0
SMC-Bulanık	1.521	0.779	1.747	20.726	0

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada, bulanık mantık tekniğinden yararlanarak açısal dönme düzenine sahip kayma kipli kontrolörün başlangıç koşullarına göre parametre ayarı yapılması üzerinde durulmuştur. Yapılan çalışma sayesinde farklı başlangıç koşulları için koşturulan sistemin hata faz düzleminde kontrol genliği ve sistem başarımı arasındaki ödünleşimi göz önüne alarak uygun parametre seçimini sağladığı farklı başlangıç noktaları ile yapılan benzetimler sonucunda görülmüştür. Bu çalışmada ayarlanacak parametre olarak dönme hareketinin sona erdiği an ele alınmıştır. Bunun yanında açısal dönme düzenine sahip kayma kipli kontrolörün diğer parametreleri el ile ayarlanmış ve tüm başlangıç koşulları için sabit olarak seçilmiştir. Bu parametrelerin tümünü ele alacak bir ayarlama mekanizması daha iyi başarımlar elde edilebilir. Yine bulanık mantık kontrolöre ait üyelik fonksiyonları simetrik ve düzgün dağılmış yapıda seçilmiştir. Bu değerler üzerinde sistem dinamiklerine uygun seçim yapılarak başarımlar iyileştirilebilir.

## 6. Teşekkür

Bu çalışma 107E186 numaralı TÜBİTAK bilimsel araştırma projesine dayanmaktadır. TÜBİTAK'a katkılarından dolayı teşekkür ederiz

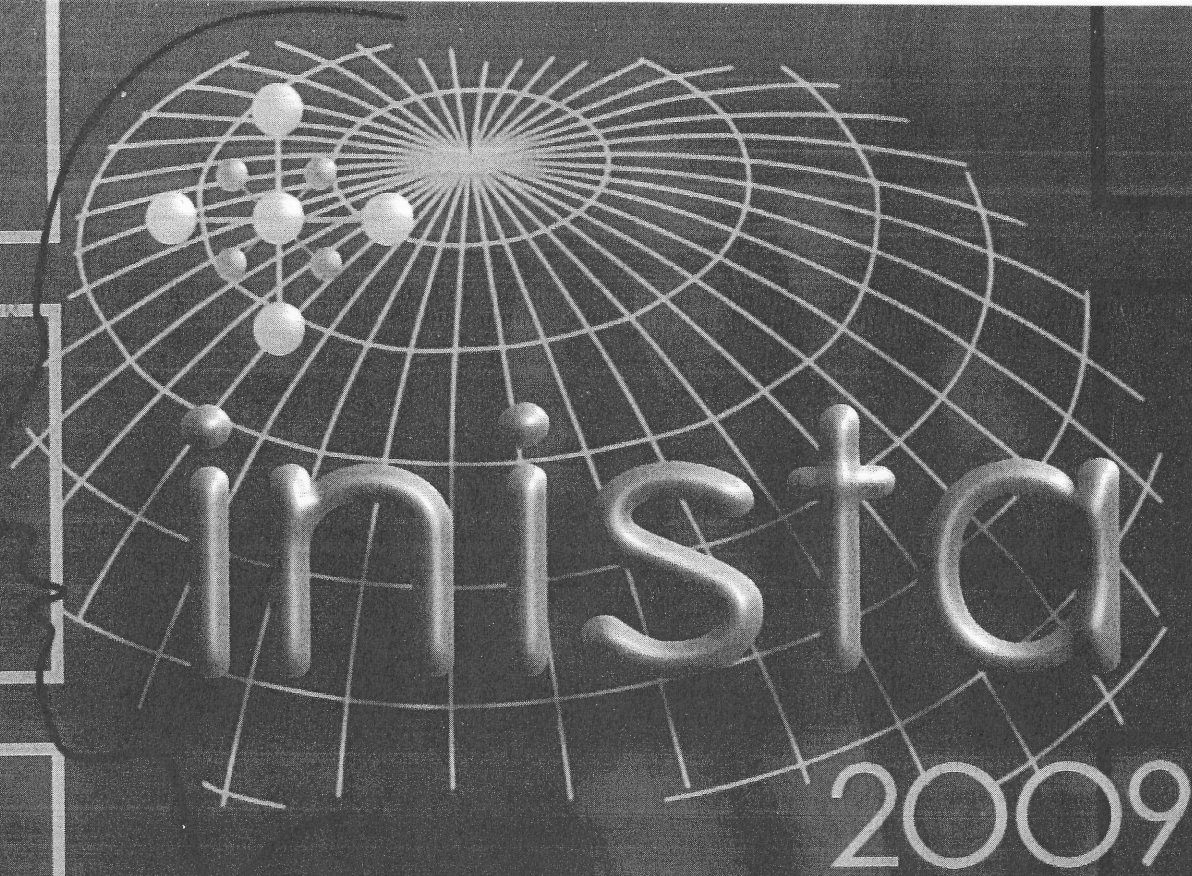
## 7. Kaynakça

[1] V.I. Utkin ve H.-C. Chang, "Sliding Mode Control on Electro-mechanical Systems," *Mathematical Problems in Engineering*, Cilt: 8, No: 4-5, s: 451-473, 2002.  
[2] A. Bartoszewicz, "A comment on 'A time-varying sliding surface for fast and robust tracking control of second

order uncertain systems," *Automatica*, Cilt: 31, No. 12, s: 1893-1895, 1995.  
[3] S. Tokat, İ. Eksin ve M. Güzelkaya, "A New Design Method for Sliding Mode Controllers using a Linear Time-varying Surface," *Journal of Systems and Control Engineering*, Cilt: 216, No:6, s: 455-466, 2002.  
[4] A. Ghaffari ve M. J. Yazdanpanah, "Computing Optimized Nonlinear Sliding Surfaces," *Proc. Of the 20th Chinese Control and Decision Conference (CCDC'08)*, Yantai, Çin Halk Cumhuriyeti, s: 5273-5278, 2-4 Temmuz 2008.  
[5] K. Michels, F. Klawonn, R. Kruse ve A. Nürnberger, *Fuzzy Control: Fundamentals, Stability and Design of Fuzzy Controllers (Studies in Fuzziness and Soft Computing)*, Springer-Verlag New York Inc., Secaucus, NJ, ABD, 2006.  
[6] S. Tokat, İ. Eksin ve M. Guzelkaya, "Fuzzy Sliding Mode Controllers and Sliding Mode Fuzzy Controllers: A Survey" *The Third Triennial ETAI International Conference on Applied Automatic Systems (AAS 2003)*, Ohrid, Makedonya, 2003.  
[7] X. Zhang ve Z. Man, "A new Fuzzy Sliding Mode Control Scheme," *Proc. of the 3rd World Congress on Intelligent Control and Automation*, Hefei, Çin Halk Cumhuriyeti, 28 Haziran-2 Temmuz 2000, s:1692-1696, 2000.  
[8] E. Iglesias, Y. Garcia, M. Sanjuan, O. Camacho ve C. Smith, "Fuzzy surface-based sliding mode control," *ISA Transactions*, Cilt: 46, No: 1, s: 73-83, Şubat 2007.  
[9] S. Tzafestas ve G. Rigatos, "A simple robust sliding mode fuzzy logic controller of the diagonal type," *Journal of Intelligence and Robotic Systems*, Cilt. 26, s:353-88, 1999.  
[10] H.-P. Pang, C.-J. Liu, W. Zhang ve H.-P. Pang, "Sliding Mode Fuzzy Control with Application to Electrical Servo Drive," *Proc. of the 6th International Conference on Intelligent Systems Design and Applications*, Jinan, Çin Halk Cumhuriyeti, s: 320-325, 16-18 Eylül 2006.  
[11] F. Song ve S. M. Smith, "A comparison of sliding mode fuzzy controller and fuzzy sliding mode controller," *Proceedings of the 19th International Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society*, Atlanta, Georgia, ABD, s: 480-484, 13-15 Temmuz 2000.  
[12] Q.P. Ha, "Integration of fuzzy logic and sliding mode in variable structure control," *Proceedings of the 5th World Multi-Conference on Systems, Cybernetics and Informatics*, Orlando, Florida, ABD, 22-25 Temmuz, Cilt: 2, s: 59-64, 2001.  
[13] L.R. Hunt, R. Su ve G. Meyer, "Global Transformations of Nonlinear Systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, Cilt: 8, No: 1, s. 24-31, 1983.  
[14] S. Tokat, İ. Eksin ve M. Güzelkaya, "New Approaches for On-line Tuning of Linear Sliding Slope in Sliding Mode Controllers," *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences, Elektrik*, Cilt:11, No:1, s:45-59, 2003.  
[15] S. Tokat, "Kayma Kipli Kontrolde İkinci Derece Sistemler için Açısal Yer Değiştirmeye Sahip Kayma Yüzeyi Tasarımı," *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı (TOK'07)*, 481-487, Sabancı Üniversitesi, İstanbul, 5-7 Eylül 2007.  
[16] M. Li, F. Wang ve F. Gao, "PID Based Sliding Mode Controller for Nonlinear Processes," *Industrial & Engineering Chemistry Research*, Cilt: 40, No: 12, s:2660-2667, 2001.

**EK-5**





**International Symposium on  
INnovations in Intelligent  
SysTems and Applications**



**June 29-July 1, 2009, TRABZON, TURKEY**

**INISTA 2009**  
**International Symposium on INnovations in Intelligent**  
**SysTems and Applications**

ISBN 978-975-6983-58-4

**Proceeding Book Name**

International Symposium on INnovations in Intelligent SysTems and Applications  
INISTA 2009

**Press**

Karadeniz Teknik Üniversitesi Basımevi

**Editors**

Tülay Yıldırım  
İsmail H. Altaş  
H. İbrahim Okumuş  
Emre Özkop

**Cover Design**

Emre Özkop

29 June-1 July, 2009, Trabzon, Turkey

All rights reserved: no parts of this publication may be reproduced, stored in retrieval system, or transmitted in any form by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise without either the prior written permission of the Publisher or a licence permitting restricted copying in the Turkey issued by the Republic of Turkey Ministry of Culture and Tourism.

**General Chairs**

Tülay Yıldırım (Turkey)  
Patrick Doherty (Sweden)  
Meng Hiot Lim (Singapore)

**Organizing Committee Chairs**

İsmail H. Altaş (Turkey)  
Adel M. Sharaf (Canada)

**Technical Program Chairs**

John-Jules Charles Meyer (Netherlands)  
Banu Diri (Turkey)

**Publicity Chairs**

Ralf Der (Germany)  
Adnan Cora (Turkey)

**Publication Chair**

İsmail Kaya (Turkey)  
Emre Özkop (Turkey)

**Finance Chair**

Ayten Atasoy (Turkey)  
H. İbrahim Okumuş (Turkey)

**Secretariat**

H. İbrahim Okumuş (Turkey)

**Local Organizing Committee**

A. Sefa Akpınar  
Ömür Akyazı  
Mehmet Ekici  
Levent Gümüsel  
Oğuz Güngör  
Nurhan Gürsel Özmen  
Salim Kahveci  
Haydar Kaya  
Selami Kesler  
Selda Güney  
Talat Özden  
Ali Özen  
Emre Özkop  
Yusuf Sevim  
Vedat Toğan  
Ayhan Yazgan

**Web Design**

Mehmet Öztürk  
Zafer Yavuz

**Special Session Chairs**

Bülent Bolat (Turkey)  
Sırma Yavuz (Turkey)

**Program Committee**

Kazem Atashkari (Iran)	Bill Howell (Canada)	Filip Orsag (Czech Republic)
Kamil R. Ayda-zade (Azerbaijan)	Jin Jiang (Canada)	Vincenzo Piuri (Italy)
Angel Barriga (Spain)	Manolya Kavaklı (Australia)	Robi Polikar (USA)
Yevgen Biletskiy (Canada)	Etienne Kerre (Belgium)	Rauf Sadikhov (Belarus)
Chetate Boukhemis (Algeria)	Laszlo Koczy (Hungary)	Mehmet Saltan (Turkey)
Cihan Dağlı (USA)	Petia Koprinkova (Bulgaria)	Abdel-Badeeh M. Salem (Egypt)
Ayşe Daloğlu (Turkey)	Paulo Lisboa (UK)	Miroslav Svitek (Czech Republic)
Pradipta Kishore Dash (India)	Horacio J. Marquez (Canada)	Serdal Terzi (Turkey)
Chris P. Diduch (Canada)	John S. Marsland (UK)	Mustafa Ulutaş (Turkey)
Marco Dorigo (Belgium)	Hussein Mashaly (Egypt)	Simon X. Yang (Canada)
Murat Ekinci (Turkey)	Mariofanna Milanova (USA)	Erdem Yazgan (Turkey)
İlyas Eminoğlu (Turkey)	Vasif V. Nabiyev (Turkey)	Rıfat Yazıcı (Turkey)
Okan Ersoy (USA)	Kazumi Nakamatsu (Japan)	M. Emin Yüksel (Turkey)
İbrahim I. Esat (UK)	Nader Narimanzadeh (Iran)	



# Genetic Algorithms Applied to Initial Condition Adaptation of a Sliding Mode Controller with a Time-varying Sliding Surface

Sezai Tokat<sup>1</sup> and Lutfi Ulusoy<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Pamukkale University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department

<sup>2</sup>Pamukkale University, Engineering Faculty, Electrical-Electronics Engineering Department  
stokat@pau.edu.tr, lulusoy04@pau.edu.tr

## Abstract

*An efficient method for improving the performance of a sliding mode controller is to apply time-varying sliding surfaces. However, in general, the parameters of the time-varying sliding surface depend on the initial conditions. In this study, a sliding mode controller which uses angular information for the time-varying sliding surface equation is considered. Then, genetic algorithms are used in order to obtain an optimum system performance. A fitness function to highlight both the transient response and the robustness issues is considered. The variables are re-defined in bounded intervals to represent the individuals of the genetic algorithm. Computer simulations are presented to show the superiority of the proposed method and to make a comparison of the proposed method with the conventional sliding mode controller having a constant sliding surface. For different initial conditions, it is shown that both the transient response of the system and reaching time is improved.*

## 1. Introduction

Sliding mode control theory is a popular nonlinear control technique that forces a prescribed structural response. This is obtained by using a nonlinear switching control input that drives the state trajectory to a predetermined sliding surface and then retains them on that surface [1]. The dynamic response of the system is then determined by the choice of the sliding surface. The derivation of a suitable control signal is straightforward, whereas the analysis and choice of the sliding surface is very challenging.

To better take advantage of the robustness of sliding mode controller (SMC) and to improve the transient system performance, time-varying sliding surfaces are used in the literature. In general, the design parameters of the time-varying sliding surface strategies are initial condition dependent and usually determined by trial-and-error methods based on the engineer's experience. On the other hand, genetic algorithms (GAs) are efficient to solve complex

nonlinear optimization problems [2]. Thus, GAs are appropriate for finding the optimal values of the SMC parameters and are used in various areas for different purposes [3, 4].

GAs have random information exchange among a population of solutions and apply the survival of the fittest strategy in their search for better solutions in a complex multi-dimensional search space [5]. The advantages of GAs include derivative-free stochastic optimization, parallel search capability and applicability to both continuous and discrete problems [2]. The use of a GA involves resolving essential elements such as chromosome representation, initial population, selection function, crossover and mutation operators, fitness function, and termination criteria [6]. The convergence to correct solutions in GAs depends largely on the fitness function. Therefore, a fitness function that captures primary goals and constraints must be carefully designed. For the SMC case the fitness function must evaluate both the transient response and robustness issues together.

In SMC applications of GAs, different fitness functions are used. For instance, a liquid level control system and a DC servomechanism system are presented in [7] and the control input parameters of the SMC are considered by using a fitness function that depends on sum of the weighted indexed absolute error (IAE) of the state variables. In [8], the parameters of the time-varying sliding surface in [9] are searched by using GAs with a fitness function that depends on weighted control input magnitude and weighted index of squared error (ISE). In [10], flexible-joint robot system is considered where sliding surface parameters and also the discontinuous control gain and saturation function boundary are searched via GAs and root mean square error (RMSE) of the first state is used as the fitness function. Ship maneuvering with autopilot control system is investigated in [11] where SMCs are used in three different ways. In [11], the same parameters as in [10] are considered and a fitness function based on ISE of the error states is used. In [12], absolute value of the scaled speed error plus the control input magnitude for synchronous reluctance motor is

minimized. In all of the above studies, GAs are applied in order to obtain the design parameters. Differently, GAs are also used to identify the system model of a two-link robot arm [13].

In this study, the sliding mode control via a time-varying sliding surface design is formulated as a multi-objective optimization problem through a fitness function. The fitness function is defined in such a way that the sliding surface parameters are searched using GAs, such that not only the performance but also the robustness is improved. The weighting factors of fitness function are also system and initial condition dependent. Therefore, in this study, they are obtained by evaluating the performance of the conventional SMC.

## 2. Sliding mode controller with a time-varying sliding surface

A single-input second order nonlinear system in canonical form representation with the assumption that the input channel is not affected from disturbances can be written as

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \sum_{i=1}^{n_s} (a_i + \Delta_i(t)) f_i(x, t) + b(x, t)u(t) + d(x, t) \end{aligned} \quad (1)$$

where  $n_s$  is the number of parameters,  $a_i$  ( $i=1, \dots, n_s$ ) is the  $i^{\text{th}}$  system parameter,  $\Delta_i$  is the parameter perturbation of  $a_i$  with bounded uncertainties,  $d(t)$  is the external disturbances and  $f_i(x, t)$  ( $i=1, \dots, n_s$ ) are the nonlinear dynamics of the system [14]. Assuming the tracking problem, the time-varying and linear sliding surfaces for system (1) can be written as

$$s(e, t) = c^T(t)e \quad (2)$$

where  $e = [e_1, e_2]^T$  is the error state vector,  $e_i = x_i - x_{di}$  is the  $i^{\text{th}}$  error state variable,  $x_{di}$  is the desired trajectory of the  $i^{\text{th}}$  state and  $c(t) = [c_1(t), 1]^T$  is the time-varying sliding surface parameter that determine the system behavior in the error phase plane. In the literature, various methods have been applied both in discrete-time [15] and continuous-time [9] cases for designing various time-varying sliding surfaces. In these time-varying sliding surface design studies, the sliding surface movement is provided by directly changing the sliding surface parameter with respect to time. However, the same amount of change in the magnitude of the parameter does not mean an equal change in the position of the sliding surface. Thus, the alternative state trajectories that could be obtained for a continuous scheme in which the sliding surface parameter depends linearly on time will be limited. Recently, a new sliding

surface is proposed in [16] where the time-varying sliding surface is obtained by directly changing the angle between the conventional constant sliding surface and the sliding surface passing through the representative point of the system states. With this idea in mind, the sliding surface parameter is defined in [16] as

$$c_1(t) = \begin{cases} l_1 \tan(\alpha(t)) + l_0, & t_k^p \leq t < t_f^p \\ c_f, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

where  $\tan(\cdot)$  is the tangent function,  $l_0$  and  $l_1$  are the linear shifting and linear scaling parameters,  $t_k^p$  is the time when the time-varying mechanism is started,  $c_f$  is the final value of  $c_1(t)$  at time  $t_f^p$  and  $t_f^p$  is the time at which the final sliding surface  $c_f$  is reached. In practice, the maximum value of  $c_1(t)$  defined as  $c_{1\max}$  depends on physical limitations. Therefore, in this study, the rotation regions are defined as in Fig.1. With respect to the initial conditions, clockwise (CW) or counter-clockwise (CCW) rotations can be obtained. If the initial conditions are in "no rotation" (NR) regions, then the time-varying sliding surface mechanism starts at time  $t_k^p$  when the system representative point first enters CW rotation region.

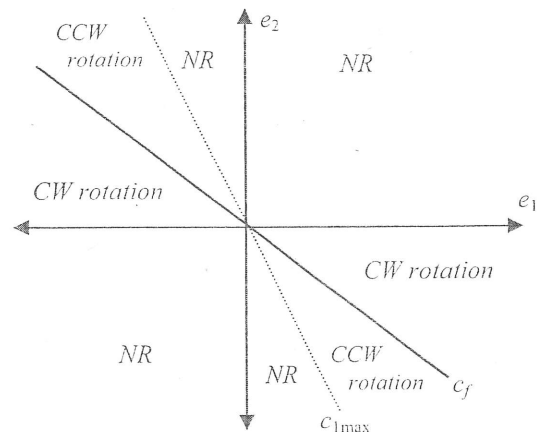


Figure 1. The rotation regions of the error phase plane

In (3), obtaining proper angular information  $\alpha(t)$  is a design problem. To obtain a time-varying sliding surface it is defined as [16]

$$\alpha(t) = \alpha_1 \frac{t - t_k^p}{t_f^p - t_k^p} + \alpha_0 \quad (4)$$

where  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$  are angular shifting and angular scaling parameters, respectively. The magnitude of  $\alpha_1$  gives the amount of change in the angle with

respect to time. For larger  $\alpha_1$  values, the sliding surface rotates faster. The sign of  $\alpha_1$  depends on the rotation direction and is calculated as

$$\text{sign}(\alpha_1) = \begin{cases} -1, & c_1(t_k^p) > c_f \\ +1, & c_1(t_k^p) \leq c_f \end{cases} \quad (5)$$

The value of  $\alpha_0$  is determined based on the sign of  $\alpha_1$  in order to obtain a proper rotation mechanism as follows [16]

$$\alpha_0 \in \begin{cases} \left[ \pi, \frac{6\pi}{4} \right], & \text{if } \text{sign}(\alpha_1) < 0 \\ \left[ \frac{2\pi}{4}, \pi \right], & \text{if } \text{sign}(\alpha_1) > 0 \end{cases} \quad (6)$$

In order to provide the system representative points to stay on the sliding surface at time  $t_k^p$  and  $t_f^p$ ,  $l_0$  and  $l_1$  in (3) are calculated as follows [16]

$$l_1 = \frac{c_1(t_k) - c_f}{\tan(\alpha(t_k)) - \tan(\alpha(t_f))} \quad (7)$$

$$l_0 = c_1(t_k) - l_1 \cdot \tan(\alpha(t_k))$$

To obtain the equivalent control input  $u_{eq}(t)$ , assuming the system representative point on the sliding surface  $s(e,t)$ , neglecting the parameter uncertainties and external disturbances, and taking the derivative of the sliding surface one obtains

$$\dot{s} = \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + \sum_{i=1}^{n_s} a_i f_i + bu - \dot{x}_{2d} = 0 \quad (8)$$

Under the assumption that  $b \neq 0$  and  $\dot{x}_{1d} = x_{2d}$ ,  $u_{eq}(t)$  can be written as

$$u_{eq}(t) = -\frac{1}{b} \left( \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + \sum_{i=1}^{n_s} a_i f_i - \dot{x}_{2d} \right) \quad (9)$$

The overall control law  $u(t)$  can be designed as

$$u(t) = u_{eq}(t) - k \text{sign}(s) \quad (10)$$

where  $k \text{sign}(s)$  is the discontinuous control input and  $k$  is the discontinuous control gain. Choosing the Lyapunov function candidate as  $V = 0.5s^2$ , derivative of the Lyapunov function along the trajectories of the system states must satisfy the reaching condition given as

$$\dot{V} = s \left( \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + \sum_{i=1}^{n_s} a_i + \Delta_i(t) \right) f_i + bu + d - \dot{x}_{2d} \leq -\mu |s| \quad (11)$$

To satisfy (11),  $k$  can be taken as

$$k = \frac{1}{b} \left( d_{\max} + \sum_{i=1}^{n_s} \max(|\Delta_i|, |\dot{\Delta}_i|) |f_i| + \mu \right) \quad (12)$$

where  $\Delta_i^- \leq \Delta_i(t) \leq \Delta_i^+$ ,  $|d(t)| \leq d_{\max}$  and  $\mu > 0$  is a strictly positive real constant.

The conventional SMC control law can be directly obtained from (9)-(10) by taking  $\dot{c}_1$  as zero. In (9), the derivative of the time-varying sliding surface parameter can be calculated as follows

$$\dot{c}_1(t) = \begin{cases} \frac{l_1 \alpha_1}{l_f - l_k} \sec^2(\alpha(t)), & t_k^p \leq t < t_f^p \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

where  $\sec(\cdot)$  is the secant function [16].

### 3. Parameter adaptation using GAs

#### 3.1. Representation of the chromosomes

A real-valued alphabet with floating point numbers is used and each individual of the population represent three parameters which are chosen as  $\bar{\alpha}_0$ ,  $\bar{\alpha}_1$  and  $t_{rot}$ . These values are bounded such that

$$\bar{\alpha}_0, \bar{\alpha}_1 \in [0; \frac{\pi}{2}) \quad (14a)$$

$$t_{rot}^p \in [t_{rot \min}; t_{rot \max}] \quad (14b)$$

where  $t_{rot \min}$  and  $t_{rot \max}$  are minimum and maximum admissible values of the rotation time. For the proposed method, the reaching time is equal to  $t_{reach}^p = t_k^p$  and the final sliding surface  $c_f$  is reached at time  $t_f^p$  which is obtained as

$$t_f^p = t_k^p + t_{rot}^p = t_{reach}^p + t_{rot}^p \quad (15)$$

To provide (6),  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$  are obtained by using the values obtained from the GA as follows

$$\alpha_0 = \pi - \text{sign}(\alpha_1) \bar{\alpha}_0 \quad (16a)$$

$$\alpha_1 = \text{sign}(\alpha_1) (\bar{\alpha}_0 + \bar{\alpha}_1) \quad (16b)$$

### 3.2. Fitness function

Convergence to correct solutions in GAs depends largely on fitness function. A fitness function that captures primary goals and constraints must be designed. In this study, a fitness function that reflects transient system behavior in terms of indexed time multiplied squared error (ITSE) is taken as

$$fitness = \frac{f_0}{f_1 ITSE(e_1) + f_2 ITSE(e_2)} \quad (17)$$

where  $f_i$  ( $i=0,1,2$ ) are the design parameters of the fitness function. Mainly,  $f_1$  and  $f_2$  design parameters must be properly chosen for obtaining a balance between the values of  $ITSE(e_1)$  and  $ITSE(e_2)$ . In order to have a similar balance with SMC-C, these parameters are chosen as

$$f_i = \frac{1}{ITSE(e_i^c)}, \quad i=1,2 \quad (18)$$

where  $e_i^c$  is the  $i^{\text{th}}$  error state for SMC-C. The reaching time is also a measure of the performance of a SMC and must be considered in (17). The proposed SMC with the time-varying sliding surface must have an equal or smaller reaching time with respect to conventional SMC. Also, the magnitude of the control input could not exceed certain boundaries as a result of physical limitations. In this study, these performance measures are represented in terms of  $f_0$  as follows:

$$f_0 = \begin{cases} 0, & t_{reach}^p > t_k^c \text{ or } \max\{|u^p|\} > 2\max\{|u^c|\} \\ 10^0, & 2\max\{|u^c|\} \geq \max\{|u^p|\} > 1.5\max\{|u^c|\} \\ 10^1, & 1.5\max\{|u^c|\} \geq \max\{|u^p|\} > 1.2\max\{|u^c|\} \\ 10^2, & \max\{|u^p|\} \leq 1.2\max\{|u^c|\} \end{cases} \quad (19)$$

where  $u^p$ ,  $u^c$  are the overall control laws of the proposed SMC with the time-varying sliding surface (SMC-P) and conventional SMC with the constant sliding surface (SMC-C), respectively. And  $t_k^c$  is the time at which SMC-C is in the approaching regions  $e_1 e_2 < 0, \forall t \geq t_k^c$ .

In (19), to evaluate  $f_0$ , the performance measures  $t_k^c$  and  $\max\{|u^c|\}$  of SMC-C is needed. The proposed SMC-P is designed in order to stay always on the sliding surface in the rotation regions given in Fig.1. Therefore, if the reaching time is longer than  $t_k^c$ , the related individual is dismissed by applying zero fitness value in (19). Also, if the control input magnitude of SMC-P is larger than two times the control input magnitude of SMC-C, it is also dismissed. In order to give larger fitness values to

smaller control magnitudes a graded  $f_0$  value is used as in (19).

### 3.3. Selection method and GA operators

To provide survival of the fittest strategy better individuals have an increased chance of being selected. In this study normalized geometric selection method [17] is chosen in which the probability of selecting  $i^{\text{th}}$  individual is defined as

$$p_i = \frac{q(1-q)^{R_i-1}}{1-(1-q)^{N_c}} \quad (20)$$

where  $q$  is the probability of selecting the best individual,  $N_c$  is the number of chromosomes in the population and  $R_i$  is the rank of the  $i^{\text{th}}$  individual. The crossover operator is chosen as heuristic crossover in which a linear extrapolation of two individuals is produced as [18]

$$\hat{C}_1 = C_1 + r(C_1 - C_2) \quad (21a)$$

$$\hat{C}_2 = C_1 \quad (21b)$$

where  $r$  is a uniform random number between [0;1] and the fitness of  $C_1$  is better than  $C_2$ . If any variable of  $\hat{C}_1$  is out of bounds, then (21a) is generated for a new  $r$  value. This test is carried for  $t_{max}$  times and if a feasible solution could not be found, then the children are taken equal to parents by taking  $r = -1$  in (21a). Mutation operator is chosen as multi-non-uniform mutation in which the non-uniform operator is taken as

$$\hat{v}_i = \begin{cases} v_i + (b_i - x_i)(r_2(1-G/G_{max}))^b, & r_1 < 0.5 \\ v_i + (x_i - a_i)(r_2(1-G/G_{max}))^b, & r_1 \geq 0.5 \end{cases} \quad (22)$$

and applied to all variables  $v_i$  of randomly selected individual where  $b_i$ ,  $a_i$  are the upper and lower bounds of  $v_i$ ,  $r_1$  and  $r_2$  are uniform random numbers between [0;1],  $G$  and  $G_{max}$  are the current generation and maximum generation numbers, and  $b$  is a shaping parameter [5].

The population size is assumed to be constant; not changing during the evolutionary process. The initial population is created randomly and the GA is terminated after a predefined maximum number of generations  $G_{max}$  is reached.

## 4. Simulation studies

A comparative analysis of the conventional SMC (SMC-C) and the proposed SMC designed with a time-varying sliding surface whose parameters are obtained with GAs (SMC-P) is presented for a second order nonlinear system model. The system parameters in (1) are taken as

$$f_1 = 0.5x_1^3, \quad f_2 = 0.3(1-x_2^2) \quad (23a)$$

$$b = 1, \quad a_1 = a_2 = 1 \quad (23b)$$

and considering the regulator problem, the desired state variables are taken as  $x_{d1} = x_{d2} = 0$ . During the simulations, in order to show the robustness against bounded external disturbances  $d(t)$  and bounded parameter uncertainties  $\Delta_i$ , they are modeled with sinusoidal signals taken as

$$d(t) = 0.12\sin(10t) \quad (24a)$$

$$\Delta_1 = \Delta_2 = 0.1\sin(7t) \quad (24b)$$

For all of the controllers, discontinuous control gain in (12) is taken as

$$k = 0.12 + 0.05|x_1^3| + 0.03|1-x_2^2| + 0.01 \quad (25)$$

The constant sliding surface parameter  $c_1$  of SMC-C is taken as  $c_1 = 1.225$  and for a fair comparison, the final sliding surface of SMC-P is also taken as  $c_f = c_i = 1.225$ . The maximum allowable value of  $c_1(t)$  is chosen as  $c_{1\max} = 1.5$ .

The GA parameters are chosen as  $q = 0.08$  for normalized geometric selection in (20),  $t_{\max} = 3$  for the heuristic crossover operator in (21),  $b = 3$  for mutation operator in (22). Number of chromosomes is chosen as  $N_c = 100$  and maximum number of generations for the termination process is taken as  $G_{\max} = 100$ . For SMC-P, the search boundaries for  $t_{rot}^p$  is chosen as

$$t_{rot}^p \in [t_{rot\min}, t_{rot\max}] = [0.1, 15] \quad (26)$$

The sampling time for all the computer simulations is taken as 0.001 s.

#### 4.1. Case I: Clockwise rotation

In order to obtain a CW rotation of the time-varying sliding surface, the initial conditions are taken as  $(x_1(0), x_2(0)) = (0.5, 0.75)$ . From GA search, the best individual is obtained as

$$[\bar{\alpha}_0, \bar{\alpha}_1, t_{rot}^p] = [0.283, 0.813, 1.452] \quad (27)$$

and the fitness of (27) is obtained from (17) as 2.340. Error phase plane trajectories are given in Fig.2 and the time responses of the system states are given in Fig.3. For SMC-C, the effect of sinusoidal disturbances and parameter variations are visible from Fig.2-3, whereas SMC-P enters the sliding mode at time  $t_k = 1.398$ s. After that time, SMC-P is always on the sliding surface as  $t_{reach}^p = t_k^p$ . The performance indices are given in Table I. It is seen that SMC-P improves the transient response in terms

of  $t_r(e_1)$ ,  $t_r(e_2)$ ,  $ITSE(e_1)$ -and robustness in terms of  $t_{reach}$ . Only  $ITSE(e_2)$  slightly degrades with the negative peak of  $e_2$  for SMC-P in Fig.3b. This can be avoided by constraining the rotation speed that can be obtained by altering the boundaries in (27).

The sliding surface  $s$  is plotted in Fig.4. It is seen that SMC-P is always on the sliding surface after time  $t_k = 1.398$ s. The chattering along the sliding surface is a result of the control inputs in Fig.5. The time-varying  $c_1(t)$  for the selected parameters (26) is plotted in Fig.6. The sliding surface changes for  $t_{rot}^p = 1.452$ s as expected.

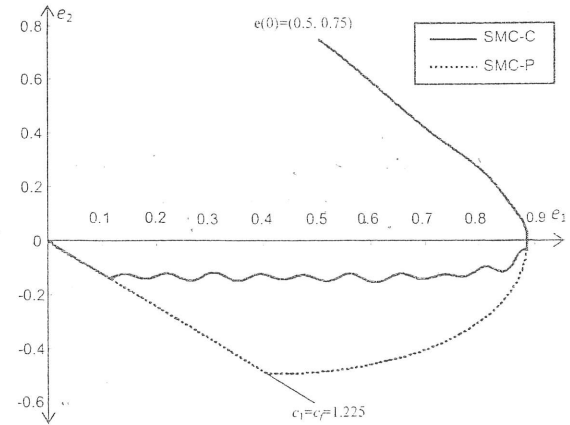


Figure 2. Error phase plane trajectories for case I

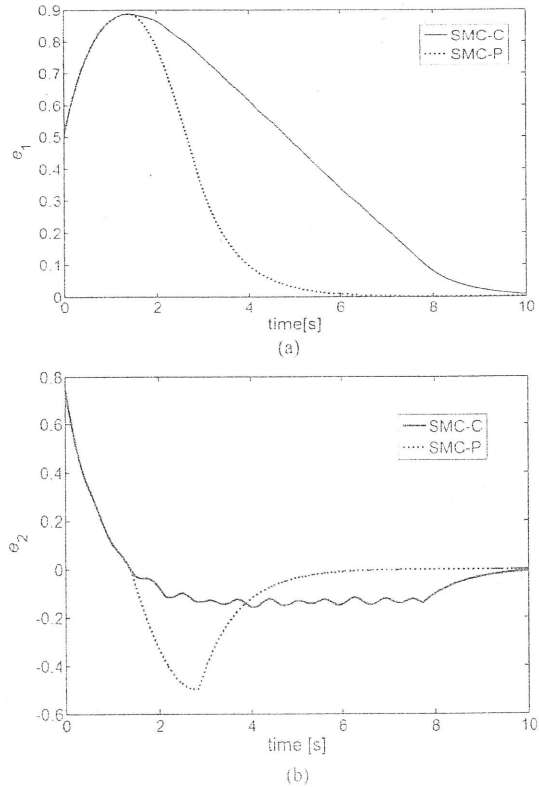
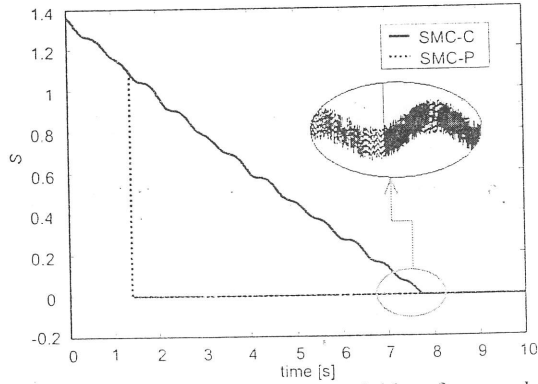


Figure 3. Error states for case I: a)  $e_1(t)$ , b)  $e_2(t)$

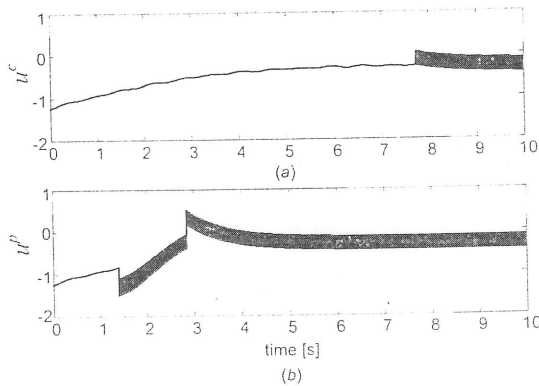


**Table 1.** Performance indices for Case I

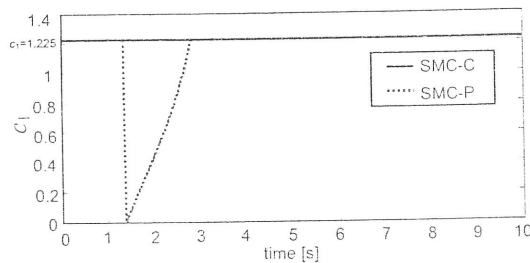
	SMC-C	SMC-P
ITSE( $e_1$ )	7.676	2.391
ITSE( $e_2$ )	0.604	0.834
$\max\{ u \}$	1.262	1.504
$t_{reach}$	7.731	1.398
$t_k$	1.398	1.398
$t_s(e_1)$	9.147	5.303
$t_s(e_2)$	9.311	5.462



**Figure 4.** Sliding surface variable  $s$  for case I



**Figure 5.** Control inputs for case I: a) SMC-C, b) SMC-P



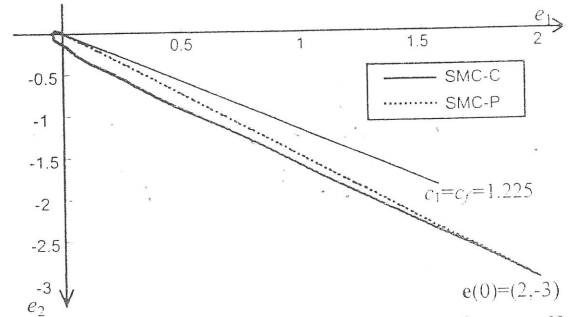
**Figure 6.** Sliding surface parameter  $c_1(t)$

#### 4.2. Case II: Counter-clockwise rotation

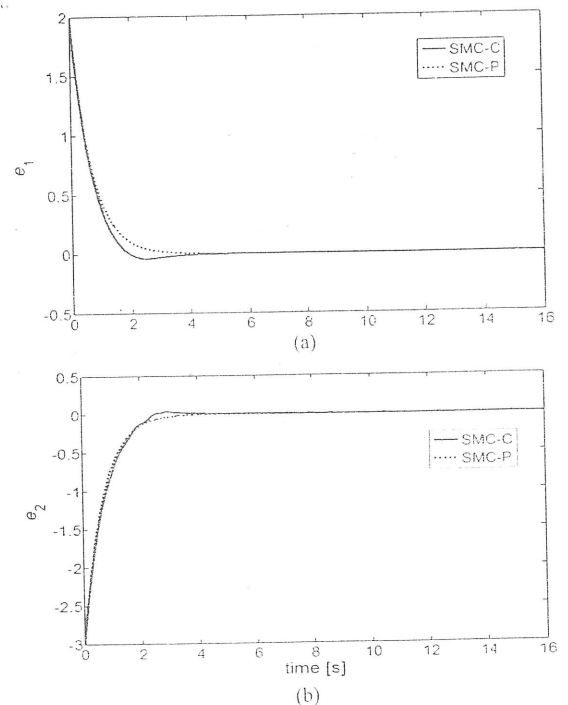
For a counter-clockwise rotation, the initial conditions are chosen as  $(x_1(0), x_2(0)) = (2, -3)$ . From GA search, the best individual is obtained as

$$[\bar{\alpha}_0 \quad \bar{\alpha}_1 \quad \bar{t}_{tot}^p] = [0.009 \quad 1.500 \quad 14.653] \quad (28)$$

and the fitness of (28) is obtained from (17) as 0.0625. Error phase plane trajectories are given in Fig.7. SMC-C enters  $e_1 e_2 > 0$  region as seen in Fig.7. Therefore, the transient response has an overshoot as seen in Fig.8, whereas SMC-P smoothly approach the reference value without any disturbance effect. The control inputs are plotted in Fig.9 where it is seen that SMC-P is always in sliding mode. The obtained time-varying  $c_1(t)$  value is given in Fig.10. The change of sliding surface is non-linear in time which provides different time-varying strategies to apply.



**Figure 7.** Error phase plane trajectories for case II



**Figure 8.** Error states for case II: a)  $e_1(t)$ , b)  $e_2(t)$

**Table 2.** Performance criteria for Case II

	SMC-C	SMC-P
ITSE( $e_1$ )	0.370	0.444
ITSE( $e_2$ )	1.130	0.998
$\max\{ u \}$	2.927	3.678
$t_{reach}$	2.914	0
$t_k$	2.490	0
$t_s(e_1)$	3.272	3.074
$t_s(e_2)$	3.441	3.346

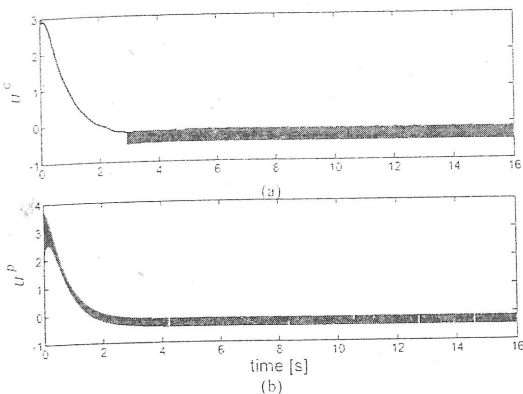


Figure 9. Control inputs for case II: a) SMC-C, b) SMC-P

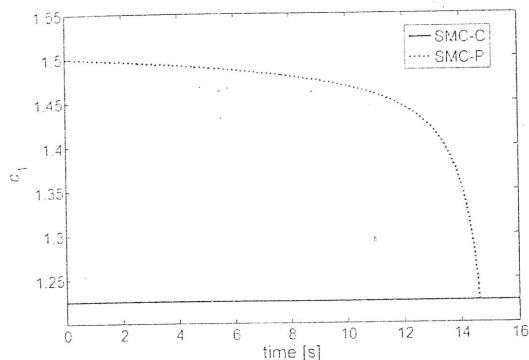


Figure 10. Sliding surface parameter  $c_1(t)$

## 5. Conclusion

In this study, sliding mode control of a second order nonlinear system model in canonical form subject to bounded parameter variations and external disturbances is considered. A genetic algorithm based parameter search method is applied with a fitness function to apply both the transient response behavior and robustness. It is shown for different initial conditions that the sliding mode controller with a time-varying sliding surface having its parameters obtained with the genetic search algorithm have better performance indices with respect to the conventional sliding mode controller.

## Acknowledgement

The authors wish to thank The Scientific and Technological Research Council of Turkey (TÜBİTAK) for financial support (Project No: 107E186).

## 6. References

- [1] R.A. DeCarlo, S.H. Zak and S.V. Drakunov, "Variable structure, sliding-mode controller design", *In The Control Handbook*, W. S. Levine (Eds.), CRC Press, Boca Raton, FL, 1996, pp. 941-951.
- [2] G.-R. Yu, "Robust Control of an Experimental Helicopter Using Genetic Algorithms", *IEEE Int. Symposium on Systems, Man and Cybernetics*, Montreal, Canada, 7-10 Oct. 2007, pp. 2738-2742.
- [3] K. Vrdoljak, N. Peric and M. Mehmedovic, "Optimal parameters for sliding mode based load frequency control in power systems", *Int. Workshop on Variable Structure Systems*, Antalya, Turkey, 8-10 June 2008, pp. 331-336.
- [4] M.A. Jaramillo-Moran, J.C. Peguero-Chamizo, E.M. de Salazar and M.G. del Valle, "Sliding mode control of a wastewater plant with neural networks and genetic algorithms", *Lecture Notes in Computer Science, Current Topics in Artificial Intelligence*, Springer Berlin, Heidelberg, vol. 4788, 2007, pp. 120-129.
- [5] C.R. Houck, J. Joines and M. Kay, "A Genetic Algorithm for Function Optimization: A Matlab Implementation", NCSU-IE TR, 95-09, 1995.
- [6] K. Kristinsson and G.A. Dumont, "System identification and control using genetic algorithms", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol.22(5), September/October 1992, pp.1033-1046.
- [7] Y.Li, K.C.Ng, D.J. Murray-Smith, G.J. Gray and K.C. Sharman, "Genetic algorithm automated approach to design of sliding mode control systems", *Int. Journal of Control*, 1996, vol.63(4), pp.721-739.
- [8] J. Yongqiang, L. Xiangdong, Q. Wei and H. Chaozhen, "Time-varying Sliding Mode Controls in Rigid Spacecraft Attitude Tracking", *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 21(4), August 2008, pp. 352-360.
- [9] A. Bartoszewicz, "Time-varying sliding modes for second-order systems", *IEE Proceedings: Control Theory Application*, vol.143(5), 1996, pp. 455-462.
- [10] C.-Y. Ji, Y.-L. Lee and T.-C. Chen, "Based on Genetic Algorithm and Input Estimation Approach to Design a Sliding Mode Controller for Flexible-Joint Robot Control System", *IEEE Int. Sym. on Intelligent Control*, Singapore, 1-3 October 2007, pp.481-486.
- [11] M.-C. Fang, J.-H. Luo, "On the track keeping and roll reduction of the ship in random waves using different sliding mode controllers", *Ocean Engineering*, vol. 34, 2007, pp. 479-488.
- [12] C.-H. Tseng, H.-K. Chiang and C.-A. Chen, "Sliding Mode Genetic Speed Control of Synchronous Reluctance Motor", *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, 8-11 October 2006, Taipei, Taiwan pp. 2944-2949.
- [13] J.L. Chen and W.-D. Chang, "Feedback linearization control of a two-link robot using a multi-crossover genetic algorithm", *Expert Systems with Applications*, vol. 36, 2009, pp. 4154-4159.
- [14] P. Shuwen, S. Hongye, H. Xiehe and C. Jian, "Variable structure control theory and application: a survey", Proc. of the 3rd World Congress on Intelligent Control and Automation, 28 June-2 July 2000, Hefei, China, vol. 4, pp. 2977 - 2981.
- [15] S.B. Choi, D.W. Park and S. Jayasuriya, "A time-varying sliding surface for fast and robust tracking control of second-order uncertain systems", *Automatica* vol. 30(5), 1994, pp. 899-904.
- [16] S. Tokat, "Sliding Mode Controlled Bioreactor using a Time-varying Sliding Surface", *Transactions of the Inst. of Measurement and Control*, (in Press), 2009.
- [17] Z. Michalewicz, *Genetic Algorithms+Data Structures=Evolution Programs*, 3<sup>rd</sup> ed., SpringerVerlag, Berlin, Heidelberg, 1999.
- [18] C.-H. Chu, C.-C. Tsai, "A Heuristic Genetic Algorithm for Grouping Manufacturing Cells", *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, vol. 1, 2001, pp. 310-317.

**EK-6**

CONFERENCE PROGRAM  
AND BOOK OF ABSTRACTS



# ICONS 2009

The 2nd IFAC International Conference on  
Intelligent Control Systems and Signal Processing

September 21-23, 2009  
Istanbul, Turkey

## Organization

### *Welcome to ICONS 2009: The 2nd IFAC International Conference on Intelligent Control Systems and Signal Processing*

ICONS 2009 will be a forum to bring together experts and practitioners from the major computational intelligence areas (neural networks, evolutionary algorithms, fuzzy systems, probabilistic reasoning), and from control systems, signal processing, optimization and statistics, to exchange knowledge and experience and to discuss the state of art and the future direction in both theory and applications.

It is desired to foster cross-fertilization between conventional computing and computational intelligence and to explore opportunities provided by individual computational intelligence methodologies and their hybrids.

While control systems methods and applications will be the dominant theme, the conference is not limited to these subjects. Rather, it aims to be a multidisciplinary forum to promote discussion and transfer of knowledge between people from different backgrounds, including industry, albeit related to the main theme.

#### Organizers:

Bogazici University, Istanbul, Turkey



Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi-TOK



#### Sponsors:

International Federation of Automatic  
Control  
(IFAC) Technical Committee:  
3-2 Computational Intelligence in Control



#### Technical Co-Sponsors:

IFAC Technical Committees:  
2-1 Control Design  
2-4 Optimal Control  
3-1 Computers for Control  
3-3 Computers, Communication and  
Telematics  
7-3 Aerospace



## Chairs

### General Chair

Prof. Okyay Kaynak  
Bogazici University, Istanbul

### Advisory Committee:

- Alessandro Astolfi (UK)
- Che-Wai Chan (HK)
- Talha Dinibutun (TR)
- Antonio Barros Ruano (PT)
- Klaus Schilling (DE)
- Alexander M. Tarasyev (RU)
- Houria Siguerdidjane (FR)

### International Program Committee Co-Chairs:

- Mehmet Onder Efe (TOBB Univ.) · Gary Yen (US)

### Int. Prog. Com. Industry Co-Chair:

- Jaochi Jin (HONDA R.I. Europe)

### Special Session Chair:

- Annamaria R. Varkonyi-Koczy (Budapest Univ. of Technology and Economics).

### National Organization Committee Industry Co-chairs::

- Ahmet Duyar (Artesis)
- Erol Sezer (Automotive Manuf. Assoc.)

### National Organization Committee:

- Cisel Aras (Bogazici Univ.)
- Yesim Oniz (Bogazici Univ.)

### Editor:

- Erdal Kayacan (Bogazici Univ.)

## International Program Committee

<b>Name</b>	<b>Surname</b>	<b>Country</b>
Metin	Akay	United States
Pedro	Albertos	Spain
Luis Borges	Almeida	Portugal
Ethem	Alpaydin	Turkey
Sema	Alptekin	United States
Agustin Jimenez	Avello	Spain
Robert	Babuska	Netherlands
Thomas	Baeck	Germany
Roberto	Baratti	Italy
Robert	Bitmead	United States
Sergio	Bittanti	Italy
Pierre	Borne	France
Miguel Ayala	Botto	Portugal
Luc	Boullart	Belgium
Mietek	Brdys	United Kingdom
Martin	Brown	United Kingdom
Edmund	Burke	United Kingdom
Che Wai	Chan	Hong Kong
Bor-Sen	Chen	Taiwan
Jin Young	Choi	Korea
Manolis	Christodoulou	Greece
Ruan	Da	Belgium
Georgi	Dimirovski	Turkey
Alexandre	Dolgui	France
António	Dourado	Portugal
Ian	Dumitrache	Russia
Abdel	Elkamel	France
Gary	Feng	Hong Kong
Peter J.	Fleming	United Kingdom
Carlos M.	Fonseca	Portugal
Laurent	Foulloy	France
Toshio	Fukuda	Japan
Fabian	Garcia-Nocetti	Mexico
Huijin	Gao	China
Shuzhi Sam	Ge	Singapore
Bernard	Grabot	France
Thierry Marie	Guerra	France
Abdelaziz	Hamzaoui	France
Chris	Harris	United Kingdom
Robert F.	Harrison	United Kingdom
Gábor	Horváth	Hungary
Petr	Husek	Czech Republic
Enso	Ikonen	Finland
George	Irwin	United Kingdom
Dorin	Isoc	Romania
Tor Arne	Johansen	Norway
Young Hoon	Joo	Korea
Visakan	Kadirkamanathan	United Kingdom
Dusko	Katic	Serbia

Rodríguez-Vázquez	Katya	Mexico
Jong Hwan	Kim	Korea
Jus	Kocijan	Slovenia
Laszlo	Koczy	Hungary
Hannu	Koivisto	Finland
Stefan	Kozak	Slovakia
Andrey	Krasovskii	Russia
S.	Labiod	Algeria
Tong Heng	Lee	Singapore
John Tark	Lee	Korea
Kauko	Leiviska	Finland
João	Lemos	Portugal
Reza	Lengari	United States
Frank	Lewis	United States
Han-Xiong	Li	Hong Kong
Yun	Li	United Kingdom
Gordon	Lightbody	United Kingdom
Luís	Seabra Lopes	Portugal
Kim	Man	Hong Kong
N.	Manamanni	France
D.	Maquin	France
Seán	McLoone	United Kingdom
Leo	Motus	Estonia
David	Naso	Italy
Alexander	Nebylov	Russia
Philip	Nenninger	Germany
Jan	Nouza	Czech
Aníbal	Ollero	Spain
Sigeru	Omatu	Japan
Romeo	Ortega	France
Seppo	Ovaska	Finland
Cesare	Pianese	Italy
Radu-Emil	Precup	Romania
Jose C.	Principe	United States
Tadeusz	Puchalka	Poland
Sheng	Qiang	China
J.	Ragot	France
Antonio	Ruano	Portugal
Antonio	Sala	Spain
Jurek	Sasiadek	Canada
Muhammed	Sarfraz	Kuwait
J. M.	Sousa	Portugal
Tomohiro	Takagi	Japan
Furuhashi	Takeshi	Japan
André	Titli	France
Osman	Tokhi	United Kingdom
Masayoshi	Tomizuka	United States
R.A.	Vingerhoeds	France
Takeshi	Yamakawa	Japan
Jun	Zhang	China
Andrey	Krasovskii	Russia



# Performance Based Sliding Mode Controller using Support Vector Machines

Sezai Tokat\*, Serdar Iplikci\*\*  
Lutfi Ulusoy\*\*

\*Computer Engineering Department, Pamukkale University, 20070,  
Denizli, Turkey, (Tel: 90-258-2963201; e-mail: stokat@pamukkale.edu.tr)

\*\*Electrical and Electronics Engineering Department, Pamukkale University, 20070,  
Denizli, Turkey, (e-mail: {iplikci, lulusoy}@pamukkale.edu.tr)

---

**Abstract:** Sliding mode controller with time-varying sliding surfaces is a method to improve robustness and transient response of a system. In this study, a special time-varying mechanism is considered in which the sliding surface depends on angular information and sliding surface parameters are obtained with respect to the given initial conditions. Support vector machine regression algorithms are used in order to obtain the parameters of the time-varying sliding surface for any initial condition chosen from the predefined phase space interval. The support vector machine is trained for a number of initial conditions and computer simulations are presented to show the average improvement on randomly chosen test data with respect to the conventional sliding mode controller and to the time-varying sliding mode controller for which the parameters are tuned with a genetic algorithm for each initial condition. It is seen that, by using support vector machine based parameter tuning for different initial conditions, both the transient response of the system and reaching time is improved with respect to the conventional sliding mode controller and similar performance indices can be obtained with the controller in which parameters are tuned with a genetic algorithm having a computational time burden.

**Keywords:** Sliding mode control; sliding surfaces; support vector machines; robust performance; genetic algorithms; nonlinear systems

---

## 1. INTRODUCTION

Sliding mode control is a class of nonlinear control whereby the control law is purposely changed during the control process according to some defined rules that depend on the state of the system. It has been investigated in detail over the last three decades both for the continuous and discrete time and applied to several industrial control problems (Guan and Pan, 2008; Castillo et.al. 2008). With the technological improvements in the computer industry, it became practical to use soft computing methodologies based on artificial neural networks, evolutionary computation and other techniques adapted from artificial intelligence for obtaining complex control algorithms in industrial applications.

As being a soft computing methodology standing on statistical learning theory, support vector machines (SVMs) are a set of related supervised learning methods used for classification and regression (Vapnik, 1995). SVMs have gained popularity in recent years because of two features. Firstly, SVM is often associated with the physical meaning of the data, so that it is easy to interpret. Secondly, it requires only a small amount of training samples (Ge et.al. 2004). SVM has been successfully used in many applications, such as pattern recognition (Frias-Martinez, 2006), pollution forecasting (Osowski and Garanty, 2007), and nonlinear modelling and prediction (Iplikci, 2006) etc. The results show

that the technique is not only quite satisfying from theoretical point of view, but also can lead to high performance in practical applications. The essential idea of SVM is to transform the signal to a higher dimensional feature space and find an optimal hyper-plane that maximizes the margin between the classes. Support vector machines (SVMs) methodologies (Suykens, 2001) and sliding mode controller (SMC) structures (Young et.al., 1999) are both active areas of control theory. But there has been little research on the use of SVMs in sliding mode control. Li et.al. (2008a) use least squares SVM (LS-SVM) regression technique in order to obtain a chattering-free SMC. Whereas, Li et.al. (2008b) propose a hybrid controller in which the equivalent control part is obtained using an LS-SVM algorithm.

For the SMC case, the dynamic response of the system is mainly determined by the choice of the sliding surface. The derivation of a suitable control signal is straightforward, whereas the analysis and choice of the sliding surface is very challenging. Therefore, to better take advantage of the robustness of sliding mode controller (SMC) and to improve the transient system performance, time-varying sliding surfaces are used in the literature. In general, design parameters of the time-varying sliding surface strategies are initial condition dependent. Thus, if the initial conditions for a proposed control scheme are not known a-priori, the parameters must be determined for each initial condition. This is usually obtained by trial-and-error methods based on

the engineer's experience which is a time-consuming process relative to the complexity of the system. Instead of searching the optimum parameter values for each initial condition, a learning algorithm can be used in order to obtain the parameter values. For SMCs with time-varying sliding surfaces, Tokat (2006) uses LS-SVMs for the parameter adaptation of a coordinate transformed sliding surface.

In this study, a sliding mode controller with a time-varying sliding surface is considered. Instead of directly using the surface parameter which defines the slope information, the angle between the sliding surface and the error coordinate axis is used. The amount of change in the angle is directly proportional to the amount of change in the position of the sliding surface. The major benefit of tuning the sliding surface with the angular information is that different state trajectories can be obtained by providing time-varying sliding surface parameters either linear or nonlinear in time. However, the design parameters are initial condition dependent. Therefore, aiming at directly obtaining the design parameters for a given initial condition, a SVM algorithm is used. In the given literature, Li et.al. (2008a,b) and Tokat (2006) use LS-SVM algorithms in different ways for improving SMC performance. The drawback of LS-SVM is that sparseness is lost due to the form of regression (Zeng and Chen, 2005). Additionally, pruning methods must be appended for obtaining the sparseness. Therefore, in this study,  $\varepsilon$ -SVM is used in which a sparse SVM model is obtained.

## 2. SLIDING MODE CONTROLLER WITH A TIME-VARYING SLIDING SURFACE

A single-input second order nonlinear system in canonical form representation with the assumption that the input channel is not affected from disturbances can be written as

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2(t) &= \sum_{i=1}^{n_s} (a_i + \Delta_i(t)) f_i(\mathbf{x}, t) + b(\mathbf{x}, t) u(t) + d(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (1)$$

where  $n_s$  is the number of parameters,  $a_i$  ( $i=1, \dots, n_s$ ) is the  $i^{\text{th}}$  system parameter,  $\Delta_i$  is the parameter perturbation of  $a_i$  with bounded uncertainties,  $d(t)$  is the external disturbances and  $f_i(\mathbf{x}, t)$  ( $i=1, \dots, n_s$ ) are the nonlinear dynamics of the system (Young et.al. 1999). Assuming the tracking problem, the time-varying and linear sliding surfaces for system (1) can be written as

$$s(\mathbf{e}, t) = \mathbf{c}^T(t) \mathbf{e} \quad (2)$$

where  $\mathbf{e} = [e_1, e_2]^T$  is the error state vector,  $e_i = x_i - x_{di}$  is the  $i^{\text{th}}$  error state variable,  $x_{di}$  is the desired trajectory of the  $i^{\text{th}}$  state and  $\mathbf{c}(t) = [c_1(t), 1]^T$  is the time-varying sliding surface parameter that determine the system behaviour in the error phase plane. In the literature, various methods have been applied both in discrete-time (Choi et.al. 1994) and continuous-time (Bartoszewicz, 1996) cases for designing

various time-varying sliding surfaces. In these time-varying sliding surface design studies, the sliding surface movement is provided by directly changing the sliding surface parameter with respect to time. However, the same amount of change in the magnitude of the parameter does not mean an equal change in the position of the sliding surface. Thus, the alternative state trajectories that could be obtained for a continuous scheme in which the sliding surface parameter depends linearly on time will be limited. Recently, a new sliding surface is proposed by Tokat (2009) where the time-varying sliding surface is obtained by directly changing the angle between the conventional constant sliding surface and the sliding surface passing through the representative point of the system states. With this idea in mind, the sliding surface parameter is defined as

$$c_1(t) = \begin{cases} l_1 \tan(\alpha(t)) + l_0, & t_k^p \leq t < t_f^p \\ c_f, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

where  $\tan(\cdot)$  is the tangent function,  $l_0$ , and  $l_1$  are the linear shifting and linear scaling parameters,  $t_k^p$  is the time when the time-varying mechanism is started,  $c_f$  is the final value of  $c_1(t)$  at time  $t_f$ , and  $t_f^p$  is the time at which the final sliding surface  $c_f$  is reached (Tokat, 2009). In practice, the maximum value of  $c_1(t)$  defined as  $c_{1\max}$  depends on physical limitations. Therefore, in this study, the rotation regions are defined as in Fig.1. With respect to the initial conditions, clockwise (CW) or counter-clockwise (CCW) rotations can be obtained. If the initial conditions are in "no rotation" (NR) regions, then the time-varying sliding surface mechanism starts at time  $t_k^p$  when the system representative point first enters CW rotation region.

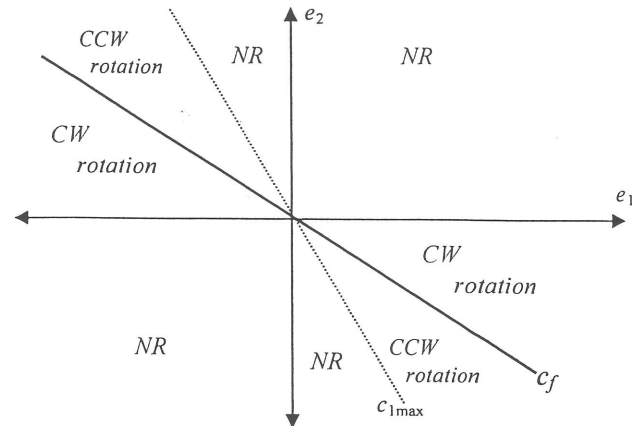


Fig. 1. The rotation regions of the error phase plane.

In (3), obtaining proper angular information  $\alpha(t)$  is a design problem. To obtain a time-varying sliding surface it is defined as [15]

$$\alpha(t) = \alpha_1 \frac{t - t_k^p}{t_f^p - t_k^p} + \alpha_0 \quad (4)$$

where  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$  are angular shifting and angular scaling parameters, respectively. The magnitude of  $\alpha_1$  gives the amount of change in the angle with respect to time. For larger  $\alpha_1$  values, the sliding surface rotates faster. The sign of  $\alpha_1$  depends on the rotation direction and is calculated as (Tokat, 2009)

$$\text{sign}(\alpha_1) = \begin{cases} -1, & c_1(t_k^p) > c_f \\ +1, & c_1(t_k^p) \leq c_f \end{cases} \quad (5)$$

The value of  $\alpha_0$  is determined based on the sign of  $\alpha_1$  in order to obtain a proper rotation mechanism as follows (Tokat, 2009)

$$\alpha_0 \in \begin{cases} \left[ \pi, \frac{6\pi}{4} \right), & \text{if } \text{sign}(\alpha_1) < 0 \\ \left( \frac{2\pi}{4}, \pi \right], & \text{if } \text{sign}(\alpha_1) > 0. \end{cases} \quad (6)$$

In order to provide the system representative points to stay on the sliding surface at time  $t_k^p$  and  $t_f^p$ ,  $l_0$  and  $l_1$  in (3) are calculated as follows (Tokat, 2009)

$$l_1 = \frac{c_1(t_k) - c_f}{\tan(\alpha(t_k)) - \tan(\alpha(t_f))} \quad (7)$$

$$l_0 = c_1(t_k) - l_1 \tan(\alpha(t_k)).$$

To obtain the equivalent control input  $u_{eq}(t)$ , assuming the system representative point on the sliding surface  $s(\mathbf{e}, t)$ , neglecting the parameter uncertainties and external disturbances, and taking the derivative of the sliding surface one obtains

$$\dot{s} = \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + \sum_{i=1}^{n_s} a_i f_i + bu - \dot{x}_{2d} = 0. \quad (8)$$

Under the assumption that  $b \neq 0$  and  $\dot{x}_{1d} = x_{2d}$ ,  $u_{eq}(t)$  can be written as

$$u_{eq}(t) = -\frac{1}{b} \left( \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + \sum_{i=1}^{n_s} a_i f_i - \dot{x}_{2d} \right). \quad (9)$$

The overall control law  $u(t)$  can be designed as

$$u(t) = u_{eq}(t) - k \text{sign}(s) \quad (10)$$

where  $k \text{sign}(s)$  is the discontinuous control input and  $k$  is the discontinuous control gain. Choosing the Lyapunov function candidate as  $V=0.5s^2$ , derivative of  $V$  along the trajectories of the system states must satisfy the reaching condition given as

$$\dot{V} = s \left( \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + \sum_{i=1}^{n_s} (a_i + \Delta_i(t)) f_i + bu + d - \dot{x}_{2d} \right) \leq -\mu |s|. \quad (11)$$

To satisfy (11),  $k$  can be taken as

$$k = \frac{1}{b} \left( d_{\max} + \sum_{i=1}^{n_s} \max(|\Delta_i^+|, |\Delta_i^-|) |f_i| + \mu \right) \quad (12)$$

where  $\Delta_i^- \leq \Delta_i(t) \leq \Delta_i^+$ ,  $|d(t)| \leq d_{\max}$  and  $\mu > 0$  is a strictly positive real constant. The control law of the conventional SMC with constant sliding surface (SMC-C) can be directly obtained from (9)-(10) by taking  $\dot{c}_1$  as zero. In (9), the derivative of the time-varying sliding surface parameter can be calculated as follows

$$\dot{c}_1(t) = \begin{cases} \frac{l_1 \alpha_1}{t_f - t_k} \sec^2(\alpha(t)), & t_k^p \leq t < t_f^p \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

where  $\sec(\cdot)$  is the secant function (Tokat, 2009).

### 3. PROPOSED PERFORMANCE BASED SMC USING SUPPORT VECTOR MACHINE REGRESSION

#### 3.1 Determining and Obtaining the Input-Output Samples

For the related SMC with the time-varying sliding surface,  $l_0$  and  $l_1$  are obtained from (7),  $t_k^p$  is directly taken as the time where the representative point enters the allowable rotation regions in Fig.1. The other design parameters  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  and  $t_f^p$ , are initial condition dependent and must be properly selected for each related initial condition. In this study, a SVM block is used to obtain these three parameters in which each SVM has inputs  $x_1(0)$ ,  $x_2(0)$  and generate  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ , and  $t_f^p$ , respectively. To obtain optimal design parameter values for a given initial condition a genetic algorithm search method is used in which the fitness function is chosen as

$$\text{fitness} = \frac{f_0}{f_1 \text{ITSE}(e_1) + f_2 \text{ITSE}(e_2)} \quad (14)$$

where  $f_i$  ( $i=0,1,2$ ) are the design parameters of the fitness function. Mainly, fitness function parameters  $f_1$  and  $f_2$  must be properly chosen for obtaining a balance between the values of  $\text{ITSE}(e_1)$  and  $\text{ITSE}(e_2)$ . In order to have a similar balance with SMC-C, these parameters are chosen as

$$f_i = \frac{1}{\text{ITSE}(e_i^c)}, \quad i=1,2 \quad (15)$$

where  $e_i^c$  is the  $i^{\text{th}}$  error state for SMC-C.

The reaching time ( $t_{reach}$ ) is also a measure of the performance of a SMC and must be considered in (14). The proposed SMC is always in the sliding mode after the rotation mechanism is started at time  $t_k^p$ . Therefore, the fitness function is resetted if  $t_{reach}$  of the proposed SMC ( $t_{reach}^p$ ) is larger than  $t_k^p$  as in the first row of (16). Also, the magnitude of the control input could not exceed certain boundaries as a result of physical limitations. In this study, these performance measures are represented in terms of  $f_0$  as follows:

$$f_0 = \begin{cases} 0 & t_{reach}^p > t_k^p \\ 10^{-2} & \max\{|\mu^p|\} > 2\max\{|\mu^c|\} \\ 10^0 & 2\max\{|\mu^c|\} \geq \max\{|\mu^p|\} > 1.5\max\{|\mu^c|\} \\ 10^2 & 1.5\max\{|\mu^c|\} \geq \max\{|\mu^p|\} > 1.2\max\{|\mu^c|\} \\ 10^4 & \max\{|\mu^p|\} \leq 1.2\max\{|\mu^c|\} \end{cases} \quad (16)$$

where  $\mu^p$ ,  $\mu^c$  are the overall control laws of the SMC with time-varying sliding surface and SMC-C, respectively.

### 3.2 Support Vector Machine Regression

Suppose that the training samples are  $T = \{\mathbf{x}_k, y_k\}_{k=1}^{k=N}$ , where  $\mathbf{x}_k \in X \subseteq \mathbb{R}^n$  is the  $k^{\text{th}}$  input data point in input space and  $y_k \in Y \subseteq \mathbb{R}$  is the corresponding output value. It is desired to model the relationship between the input  $\mathbf{x}_k = [x_1(0) \ x_2(0)]$  and output data points  $y_k = \{\alpha_0, \alpha_1, t_f^p\}$  by using support vector machines regression models (17) denoted as SVM-I, SVM-II and SVM-III, respectively. The regression model is linear in a higher dimensional feature space  $\mathbf{F}$

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{x}) \rangle + \tau \quad (17)$$

where  $\mathbf{w}$  is a vector in feature space  $\mathbf{F}$ ,  $\Phi(\mathbf{x})$  is a mapping from input space to the feature space,  $\tau$  is the bias term and  $\langle \cdot \rangle$  stands for the inner product operation in  $\mathbf{F}$  (Iplikci, 2006). The SVM algorithms consider the regression problem as an optimization problem in dual space where the model is given by

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \nu_i K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) + \tau \quad (18)$$

where  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  is a kernel function given by  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \Phi(\mathbf{x}_i)^T \Phi(\mathbf{x}_j) = K_{ij}$ . The kernel function handles the inner product in the feature space and hence the explicit form of  $\Phi(\mathbf{x})$  does not need to be known. In model (18), a training point  $\mathbf{x}_i$  corresponding to a non-zero  $\alpha_i$  value is referred to as the support vector (Iplikci, 2006). The  $\varepsilon$ -SVR algorithm employs Vapnik's  $\varepsilon$ -insensitive loss function and formulates the primal form of the optimization problem as

$$\min_{\mathbf{w}, b, \xi, \xi^*} P_\varepsilon = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^N (\xi + \xi_i^*) \quad (19)$$

subject to the constraints

$$\begin{aligned} y_i - \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{x}_i) \rangle - \tau &\leq \varepsilon + \xi_i \\ \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{x}_i) \rangle + \tau - y_i &\leq \varepsilon + \xi_i \\ \xi_i, \xi_i^* &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (20)$$

where  $\varepsilon$  is the upper value of tolerable error,  $\xi_i$  and  $\xi_i^*$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) are slack variables,  $\|\cdot\|$  is the Euclidean norm and  $C$  in (19) is a regularization parameter that gives a trade-off between the model complexity and the degree of tolerance to the errors larger than  $\varepsilon$  (Iplikci, 2006). Dual form of the regression problem becomes a quadratic programming (QP) problem given as

$$\begin{aligned} \min_{\beta, \beta^*} D_\varepsilon &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N K_{ij} (\beta_i - \beta_i^*) (\beta_j - \beta_j^*) \\ &+ \varepsilon \sum_{i=1}^N (\beta_i + \beta_i^*) - \sum_{i=1}^N y_i (\beta_i - \beta_i^*) \end{aligned} \quad (21)$$

subject to the constraints

$$0 \leq \beta_i, \beta_i^* \leq C, \quad \sum_{i=1}^N (\beta_i - \beta_i^*) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (22)$$

Solution of the QP problem (21) and (22) gives the optimum values of  $\beta_i$  and  $\beta_i^*$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ). The value of  $\tau$  in the model is determined in a manner such that the condition  $\hat{y}(\mathbf{x}_i) - y_i = -\varepsilon$  is satisfied for each support vector  $\mathbf{x}_i$  for which the condition  $0 < \beta_i - \beta_i^* < C$  is hold. If we define a new coefficient  $\nu_i$  corresponding to  $\mathbf{x}_j$  for  $j=1, 2, \dots, N$  as  $\nu_j = \beta_j - \beta_j^*$ , then we obtain (18) or, when only support vectors are considered, the model becomes

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{\#SV} \nu_j K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j) + \tau \quad (23)$$

where  $\#SV$  denotes the number of support vectors in the model. The obtained SVM model (23) is sparse in the sense that the whole training data are represented by only support vectors. The parameters of  $\varepsilon$ -SVR are the maximum tolerable error  $\varepsilon$  at the output, the regularization parameter  $C$ , the number of training patterns  $N$  and the parameters of the kernel function involved (Iplikci, 2006).

## 4. SIMULATION STUDIES

Comparative analysis of the conventional SMC (SMC-C), SMC with a time-varying sliding surface whose parameters are obtained with GAs (SMC-GA) and the proposed method whose parameters are generated from a SVM regressor

(SMC-SVM) are presented for a second order nonlinear system model. The system parameters in (1) are taken as

$$\begin{aligned} f_1 &= 0.5x_1^3, & f_2 &= 0.3(1-x_2^2) \\ b &= 1, & a_1 &= a_2 = 1 \end{aligned} \quad (24)$$

and considering the regulator problem, the desired state variables are taken as  $x_{d1} = x_{d2} = 0$ . During the simulations, in order to show the robustness against bounded external disturbances  $d(t)$  and bounded parameter uncertainties  $\Delta_i$ , they are modelled with sinusoidal signals taken as

$$\begin{aligned} d(t) &= 0.12\sin(10t) \\ \Delta_1 &= \Delta_2 = 0.1\sin(7t) \end{aligned} \quad (25)$$

For all of the controllers, discontinuous control gain in (12) is taken as

$$k = 0.12 + 0.05|x_1^3| + 0.03|1-x_2^2| + 0.01 \quad (26)$$

The constant sliding surface parameter  $c_1$  of SMC-C is taken as  $c_1 = 1.225$  and for a fair comparison, the final sliding surface for time-varying cases SMC-GA and SMC-SVM is also taken as  $c_f = c_1 = 1.225$ . The maximum allowable value of  $c_1(t)$  is chosen as  $c_{1\max} = 1.5$ .

For SMC-SVM, the design parameters are chosen as  $C = 1000$ , and  $\varepsilon = 0.01$  for all SVM- $i$  ( $i = I, II, III$ ). The radial basis function is chosen as kernel function which can be given as

$$K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp\left(-\frac{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^T (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}{2\sigma^2}\right) \quad (27)$$

where  $\sigma$  is the width of the radial basis function. The kernel parameter  $\sigma$  is chosen as 0.03 for all SVM- $i$  ( $i = I, II, III$ )

The sampling time for all the computer simulations is taken as 0.001 s. For training the SVM, 400 data samples are chosen from a grid in the intervals taken as  $x_1(0) \in [-2; 2]$  and  $x_2(0) \in [-2; 2]$  by taking 0.2 intervals and not using  $x_1(0) = 0$  or  $x_2(0) = 0$  values. The input patterns of the training samples from the error phase space are given in Fig.2. The training outputs are used for SMC-SVM block and the average performance indices are compared with SMC-C and SMC-GA in Table 1. It is seen that both SMC-GA and SMC-SVM has superior performance and robustness than SMC-C. It is seen that the training is acceptable as SMC-SVM has a similar performance with SMC-GA.

The test data is randomly chosen in the interval  $x_1(0) \in [-2; 2]$  and  $x_2(0) \in [-2; 2]$  by assuming that  $|x_1(0)| \geq 0.2$ . The randomly generated test data is plotted in Fig.3. The average performance indices for the related test data are then listed in Table 2. It is seen that SMC-SVM still has a similar performance with SMC-GA. It must be noted that, for each

random initial condition SMC-GA must perform a genetic search algorithm which has a computational time burden. However, SMC-SVM gives a similar performance by directly giving the design parameters for any randomly chosen initial condition in the predefined state space.

To show the effect of the time-varying sliding surface on the system states, the state trajectory of the system for a randomly selected test initial condition  $(x_1(0), x_2(0)) = (1.612, 0.318)$  is plotted in Fig.4. It is seen that SMC-GA and SMC-C are not effected from the external disturbances and parameter variations after the rotation is started at  $t_k = 0.397$  s. On the other hand, the effect of sinusoidal disturbances on SMC-C could be easily seen from Fig.4.

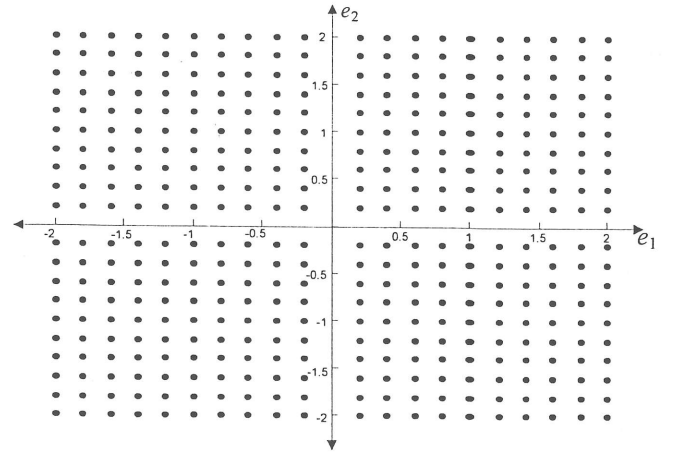


Fig.2. Input patterns of the training samples from the error phase space.

Table 1. Average of the performance indices of the SMC controllers for the training data.

	ITSE( $e_1$ )	ITSE( $e_2$ )	$\max\{ u \}$	$t_{\text{reach}}$	$t_k$	MSE( $e_1$ )	MSE( $e_2$ )
SMC-C	16.664	1.110	2.700	7.108	0.880	0.415	0.048
SMC-GA	4.709	1.766	3.204	0.880	0.880	0.235	0.078
SMC-SVM	4.840	1.757	3.245	0.880	0.880	0.239	0.076

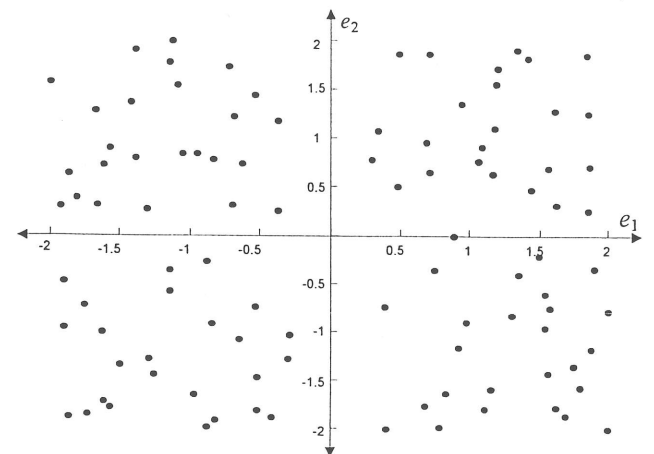


Fig.3. Input patterns of the test samples from the error phase space.

**Table 2. Average of the performance indices of the SMC controllers for the test data.**

	ITSE( $e_1$ )	ITSE( $e_2$ )	$\max\{ u \}$	$t_{reach}$	$t_k$	MSE( $e_1$ )	MSE( $e_2$ )
SMC-C	17.484	1.151	2.722	7.254	0.844	0.436	0.050
SMC-GA	5.001	1.830	3.353	0.844	0.844	0.250	0.079
SMC-SVM	5.112	1.810	3.561	0.844	0.854	0.252	0.078

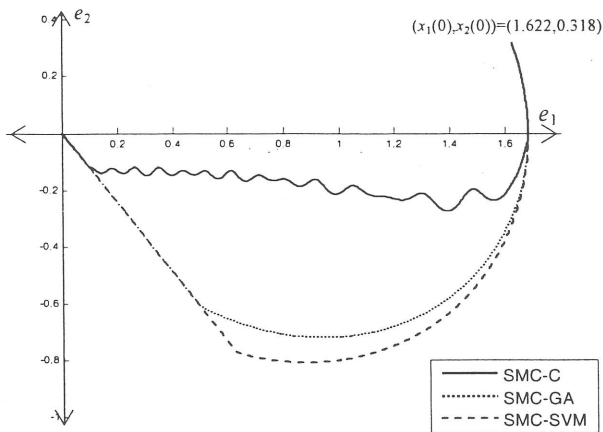


Fig.4. State trajectories for a randomly selected initial condition.

## 5. CONCLUSIONS

In this study, the design parameters of a time-varying sliding surface are obtained for randomly selected initial conditions by using a support vector machine regression method. In case of a trial-and-error method or using a search algorithm, a computational time that depends on the complexity of the system is needed. However, once a support vector machine is modelled for the input-output samples, the design parameters can be obtained directly from a support vector machine block. It is seen that, by using support vector machine based parameter tuning for different initial conditions, both the transient response of the system and reaching time is improved with respect to the conventional sliding mode controller and similar performance indices can be obtained with the controller in which parameters are tuned with a genetic algorithm having a computational time burden.

## ACKNOWLEDGEMENTS

The study was supported by a grant from The Scientific and Technical Research Council of Turkey-TUBITAK (Project number: 107E186). The authors acknowledge TUBITAK for their financial supports.

## REFERENCES

Bartoszewicz, A., (1996). Time-varying sliding modes for second-order systems, *IEE Proceedings: Control Theory Application*, volume 143(5), pp.455-462.

- Castillo-Toledo, B., DiGennaro, S., Loukianov, A.G., and Rivera, J., (2008). Discrete time sliding mode control with application to induction motors, *Automatica*, volume 44(12), pp.3036-3045.
- Choi, S. B., Park, D. W., and Jayasuriya, S., (1994). A time-varying sliding surface for fast and robust tracking control of second-order uncertain systems, *Automatica*, volume 30(5), pp.899-904.
- Frias-Martinez, E., Sanchez, A., and Velez, J., (2006). Support vector machines versus multi-layer perceptrons for efficient off-line signature recognition, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, volume 19(6), pp.693-704.
- Ge, M., Du, R., Zhang, G., and Xu, Y., (2004). Fault diagnosis using support vector machine with an application in sheet metal stamping operations, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18, 143-159.
- Guan, C., Pan, S.X., (2008). Adaptive sliding mode control of electro-hydraulic system with nonlinear unknown parameters, *Control Engineering Practice*, volume 16(11), pp.1275-1284.
- Iplikci, S., (2006). Support vector machines based generalized predictive control, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, volume 16(17), pp.843-862.
- Li H., Wu, J., and Zhang, Y., (2008b). Adaptive Hybrid SMC-SVM Control for a Class of Nonaffine Nonlinear Systems, *Lecture Notes In Computer Science*, Springer Berlin /Heidelberg, volume 5226, pp.800-807.
- Li, J., Zhang, Y., and Pan, H., (2008a). Chattering-free LS-SVM sliding mode controller, *Lecture Notes in Computer Science*, volume 5263, pp.701-708.
- Osowski, S., Garanty, K., (2007). Forecasting of the daily meteorological pollution using wavelets and support vector machine, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, volume 20(6), pp.745-755.
- Suykens J., (2001), Support Vector Machines: A Nonlinear Modelling and Control Perspective, *European Journal of Control*, volume 7/2-3, pp.311-327
- Tokat S., (2006). Time-varying sliding surface design with support vector machine based initial condition adaptation, *Journal of Vibration and Control*, volume 12(8), pp.901-926.
- Tokat S., (2009), Sliding Mode Controlled Bioreactor using a Time-varying Sliding Surface, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, (in Press).
- Vapnik, V., (1995). The nature of statistical learning theory, Springer, New York.
- Young, K.D., Utkin, V.I., and Ozguner, U., (1999). A Control Engineer's Guide to Sliding Mode Control, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, volume 7(3), pp.328-342.
- Zeng, X., and X.-W. Chen, (2005), SMO-Based Pruning Methods for Sparse Least Squares Support Vector Machines, *IEEE Transactions on Neural Networks*, volume 16(6), pp.1541-1546.

**EK-7**





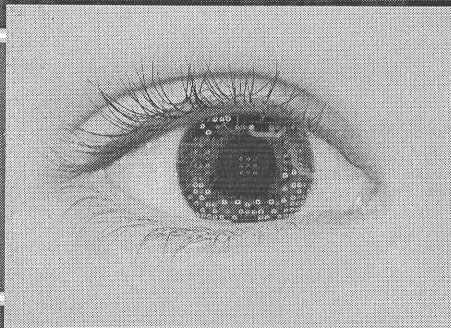
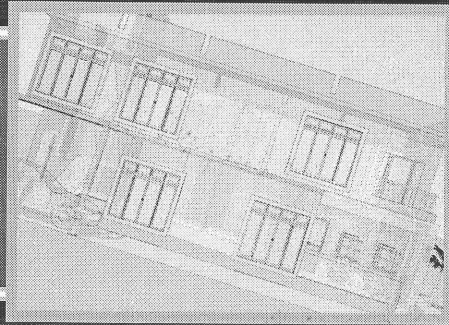
The International Association of Science  
and Technology for Development

675

## Conference Program

The 29th IASTED International Conference on

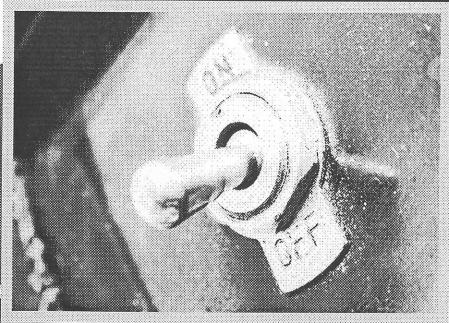
# Modelling,



# Identification,

and

# Control



February 15 – 17, 2010  
Innsbruck, Austria

### SPONSOR

The International Association of Science and Technology for Development (IASTED)

### LOCATION

Congress Innsbruck, Rennweg 3, 6020 Innsbruck, Austria  
Phone: +43 (0) 512 5936-122 Fax: +43 (0) 512 5936-7



SPONSOR

The International Association of Science and Technology for Development (IASTED)

EDITOR

**K. Hangos** – Hungarian Academy of Sciences, Hungary

PLENARY SPEAKER

**R. Rajamani** – University of Minnesota, USA

INTERNATIONAL PROGRAM COMMITTEE

**S. Alwash** – Jordan University of Science & Technology, Jordan

**J.C. Amaro Ferreira** – ISEL, Portugal

**A. Ashimov** – Institute of Problems of Informatics and Control, Kazakhstan

**F. Assous** – Ariel University Center, Israel

**H. Attia** – National Research Council Canada, Canada

**J. Boaventura** – University of Trás-os-Montes and Alto Douro, Portugal

**V. Bobal** – Tomas Bata University in Zlin, Czech Republic

**G. Bontempi** – Université Libre de Bruxelles, Belgium

**S.R. Das** – University of Ottawa, Canada

**B. Dobrucky** – University of Zilina, Slovakia

**E. Furutani** – Kyoto University, Japan

**T. Hagiwara** – Kyoto University, Japan

**R. Henriksen** – Norwegian University of Science and Technology, Norway

**H. Hu** – University of Essex, UK

**I. Jesus** – Institute of Engineering of Porto, Portugal

**B. Joseph** – University of South Florida, USA

**V. Jotsov** – Bulgarian Academy of Sciences, Bulgaria

**D. Jovicic** – University of Aberdeen, UK

**H. Kawabe** – Hiroshima Institute of Technology, Japan

**T. Kawabe** – University Tsukuba, Japan

**K. Khalili** – University of Birjand, Iran

**T. Kulworawanichpong** – Suranaree University of Technology, Thailand

**C. Kyrtsov** – University of Macedonia, Greece

**K. Li** – Queen's University Belfast, UK

**W.M. Lippe** – University of Münster, Germany

**K.L. Man** – University College Cork, Ireland

**M. Marcoková** – University of Zilina, Slovakia

**G. Merkuryeva** – Riga Technical University, Latvia

**E.D. Moreno** – Federal University of Sergipe, Brazil

**P. Nahodil** – Czech Technical University in Prague, Czech Republic

**G. Nikolakopoulos** – University of Patras, Greece

**C. Pinto** – Higher Institute of Engineering of Porto, Portugal

**M.M. Polycarpou** – University of Cyprus, Cyprus

**N. Prljača** – University of Tuzla, Bosnia and Herzegovina

**I.J. Ramirez-Rosado** – University of Zaragoza, Spain

**M. Rodrigues** – Sheffield Hallam University, UK

**N.J. Roussos** – Hellenic Navy Research Center, Greece

**B. Sohlberg** – Dalarna University, Sweden

**P. Sowa** – Silesian University of Technology, Poland

**A. Swierniak** – Silesian University of Technology, Poland

**J.A. Tenreiro Machado** – Instituto Superior de Engenharia do Porto, Portugal

**A. Tornambè** – University of Rome Tor Vergata, Italy

**H. Trinh** – Deakin University, Australia  
**K. Tsakalis** – Arizona State University, USA  
**R. Ulson** – State University of São Paulo - UNESP, Brazil  
**G. Varga** – University of Miskolc, Hungary  
**J. Vittek** – University of Zilina, Slovakia  
**Q.G. Wang** – National University of Singapore, Singapore  
**E.E. Yaz** – Marquette University, USA  
**W. Yu** – CINVESTAV-IPN, Mexico  
**V. Zanchi** – University of Split, Croatia  
**L. Zhang** – Harbin Institute of Technology, PRC

#### ADDITIONAL REVIEWERS

<b>M. Bakosova</b> – Slovakia	<b>H.R. Karimi</b> – Norway
<b>S. Ben Taieb</b> – Belgium	<b>E. Khmelnsky</b> – Israel
<b>C. Botan</b> – Romania	<b>M. Kubalcik</b> – Czech Republic
<b>I. Damousis</b> – Greece	<b>R. Lobato</b> – Brazil
<b>M. de la Sen</b> – Spain	<b>R. Matusu</b> – Czech Republic
<b>P. Dostal</b> – Czech Republic	<b>A. Pantelous</b> – UK
<b>H. Elsidani Elariss</b> – Lebanon	<b>D. Puangdownreong</b> – Thailand
<b>L.A. Fernandez-Jimenez</b> – Spain	<b>A. Shamekh</b> – UK
<b>N. Ferreira</b> – Portugal	<b>D. Strunin</b> – Australia
<b>G. Georgoulas</b> – Greece	<b>M. Sulitka</b> – Czech Republic
<b>F. Gurleyen</b> – Turkey	<b>S. Tokat</b> – Turkey
<b>M. Hansen</b> – Norway	<b>V. Troynikov</b> – Australia
<b>D. Honc</b> – Czech Republic	<b>J. Vojtesek</b> – Czech Republic
<b>G. Hovland</b> – Norway	<b>F. Yang</b> – USA
<b>G. Incerti</b> – Italy	

#### INFORMATION ON PUBLICATION

For each IASTED conference, the following review process is used to ensure the highest level of academic content. Each full manuscript submission is double blind reviewed by a minimum of two separate reviewers on the International Program Committee/Additional Reviewers list. The review results are then compiled. If there are conflicting reviews, the paper is sent to a third reviewer.

#### Photo Credits:

Background: *Techno/Lynne Lancaster.*

Top: Building 3D Wireframe/*Barun Patro*; Middle: Future/*Iva Villi*; Bottom: Switch/*Luciano Tirabassi.*

Copyright © 2010 ACTA Press

**ACTA Press**  
P.O. Box 5124  
Anaheim, CA 92814-5124  
USA

**ACTA Press**  
B6, Suite #101, 2509 Dieppe Ave SW  
Calgary, Alberta T3E 7J9  
Canada

**ACTA Press**  
P.O. Box 354  
CH-8053 Zurich  
Switzerland

Publication Code: 675 ACTA Press

ISBN:

CD: 978-0-88986-819-9

# OUTPUT FEEDBACK SLIDING MODE CONTROLLER WITH IMPROVED TRACKING PERFORMANCE

S. Tokat<sup>1</sup>, L. Ulusoy<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Pamukkale University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department, 20070, Kinikli, Denizli, Turkey.

<sup>2</sup> Pamukkale University, Engineering Faculty, Electrical and Electronics Engineering Department, 20070, Kinikli, Denizli, Turkey.

{stokat, lulusoy04}@pau.edu.tr

## ABSTRACT

This paper considers the trajectory tracking problem for nonlinear second order systems in case of unmeasured system states and bounded external disturbances. A combination of sliding mode controller and observer scheme is used. A time varying sliding surface based on system state estimates is defined and the angle information instead of the slope value is used in order to improve the trajectory tracking performance of the system. Computer simulations are presented to show the effect of the time varying sliding surface on the performance of the output feedback sliding mode controller. It is shown that the trajectory tracking performance is improved while the robustness of the system is conserved with respect to the output feedback sliding mode controller with a constant sliding surface parameter.

## KEY WORDS

Sliding mode control, sliding mode observer, sliding surface design, time-varying sliding surface, trajectory tracking

## 1. Introduction

External disturbances are generally inevitable in process control and could be very harmful for the yield of the desired output. To deal with bounded external disturbances, sliding mode control (SMC) is an effective and systematic control approach [1]. It consists of forcing the states of the system to a sliding surface by means of a discontinuous control law that depends on the feedback information from the system states [2].

Most concepts in control theory are based on having sensors to measure the quantity under control by using perfect feedback signals [3]. However, it is either impractical or inappropriate to use a sensor for all state variables considering different reasons as cost, reliability, harsh environment or even induced errors from the sensor itself [4]. Therefore, the necessity to completely measure the states of the system can be regarded as an important drawback of conventional SMC approach [5].

Observers can be used to replace sensors in a control system. Therefore, a considerable amount of work has

been done in the field of state estimation of dynamic systems by observers as it is an important requirement for safe and cost-effective operation of industrial units [3]. For linear systems, state estimation can be performed using techniques from well-established linear filtering theory [6]. However, all practical systems inherent some degree of nonlinearity and in some cases the linear approximations may not be accurate enough and state estimation based on nonlinear process models are needed [7].

The mentioned requirement for state estimation based on nonlinear models, and simple structure and robust stability of SMC approach prompted the study of sliding mode observers (SMOs) [8]. In SMOs, instead of using an output error feedback between the observer and system linearly, the output error feedback is used via a discontinuous switched signal [9]. SMOs have an inherent robustness in the face of external disturbances and model uncertainties [10]. Therefore, SMOs have found applications in many areas such as flight control [11], power systems [12], and robotic structures [13]. SMOs are first developed to obtain viable design methods for linear systems [1] and later extended to uncertain linear systems [14], nonlinear systems [15], and nonlinear time-delay systems [16]. The equivalent control concept is proposed in [17] for linear systems where the observer states converge to the sliding surface step by step in finite time. Then, the equivalent output injection term that is defined as a counterpart of equivalent control term of SMC is applied to linear systems with unknown inputs [18].

A SMC strategy that uses the state estimates obtained from an observer structure [19] or a SMC that only uses system outputs [20] constitute the concept of output feedback sliding mode control (OFSMC) methods. The OFSMC of MIMO linear systems with unmatched uncertainty is discussed in [21]. State estimation of nonlinear systems in the presence of external disturbances or model uncertainties is an active field of study [22]. The idea in [17, 18] is extended in [23] to OFSMC case in which a nonlinear system with unknown disturbances is considered.

The selection of the sliding surface design parameters in [23] determines the rate at which the tracking error converges to zero. The tracking performance could also be improved by choosing large magnitudes for discontinuous

control gain. However, even if a chattering attenuation or elimination method is used such as the boundary layer approach, the thickness of the boundary layer required to completely eliminate the chattering depends on the value of the discontinuous control gain. Therefore, using larger discontinuous control gain is not a proper solution.

In our study, a time-varying sliding surface is applied to OFSMC structure. For the conventional SMC, time-varying sliding surface design strategies presented in [24-26] are all designed in order to improve the robustness of the control system. On the other hand, in this study, distinct from [24, 25, 26] the sliding surface is applied to the estimated system states to improve the trajectory tracking performance. Also, the robustness of the system is not disturbed with respect to the conventional case.

In [23], OFSMCs in the presence of unknown disturbances is examined by proving the stability under a set of nonrestrictive assumptions and it is shown that the designed controller ensures asymptotic trajectory tracking behavior. To achieve this aim, the observer gains and the sliding surface parameters must be properly selected for an acceptable trajectory tracking performance. Therefore, in our study, the OFSMC presented in [23] is considered and the trajectory tracking performance is improved by a sliding surface based on estimated system states and a time-varying sliding surface parameter that uses angular information.

In the next section, sliding mode control law that depends on system state estimates and that uses a time-varying sliding surface is introduced. The behavior of the time-varying sliding surface is presented in Section 3. Simulation results with observer in the feedback loop are given in Section 4.

## 2. Output Feedback Sliding Mode Controller with a Time-varying Sliding Surface Parameter

A second order, single-input, nonlinear system in canonical form can be written as

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})(u(t) + d(t)) \\ y &= x_1\end{aligned}\quad (1)$$

where  $\mathbf{x}=[x_1, x_2]^T$  is the state vector,  $u(t)$  is the control input,  $d(t)$  is the external disturbances and  $f(\mathbf{x})$ ,  $b(\mathbf{x})$  are nonlinear functions that determine the system characteristics [23, 27]. Assuming the tracking problem, the time-varying and linear sliding surface for system (1) can be written as

$$s(\mathbf{e}, t) = \mathbf{c}^T(t)\mathbf{e} \quad (2)$$

where  $\mathbf{e}=[e_1, e_2]^T$  is the error state vector and  $e_i=x_i-x_{id}$  is the  $i^{\text{th}}$  error state variable,  $x_{id}$  is the desired trajectory of the  $i^{\text{th}}$  state and  $\mathbf{c}(t)=[c_1(t), 1]^T$  is the time-varying sliding

surface parameter that determine the system behavior in the error phase plane. Assuming the system representative point on  $s(\mathbf{e}, t)$ , neglecting external disturbances, and taking the derivative of the sliding surface one obtains:

$$\dot{s} = \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} = 0 \quad (3)$$

Under the assumption that  $b(\mathbf{x}) \neq 0$  and  $\dot{x}_{1d}=x_{2d}$ , the equivalent control input  $u_{eq}(t)$  can be obtained as

$$u_{eq}(t) = -b^{-1}(\mathbf{x})(f(\mathbf{x}) - \dot{x}_{2d} + \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1) \quad (4)$$

In (1), only the system output  $y$  is measured and the system states are obtained from  $y$  by using an observer of the form given as

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sgn}(y - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= f(\hat{\mathbf{x}}) + b(\hat{\mathbf{x}})u + E_1 \lambda_2 \text{sgn}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2)\end{aligned}\quad (5)$$

where  $\tilde{x}_2 = \hat{x}_2 + (\lambda_1 \text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1))_{eq}$ , the term  $E_1=0$  if  $x_1 - \hat{x}_1 \neq 0$  and  $E_1=1$  otherwise [23]. The equivalent term is obtained by using a low pass filter [4, 23, 27]. With proper  $\lambda_1, \lambda_2$  observer gains, the observer state  $\hat{x}_1$  firstly converges to system state  $x_1$  and then  $\hat{x}_2$  converges to  $x_2$ . For the given system (1), the finite time convergence of system state estimates to actual plant states is proved in the literature [23]. Therefore, instead of (2) one can use

$$\hat{s}(\hat{\mathbf{e}}, t) = \mathbf{c}^T(t)\hat{\mathbf{e}} \quad (6)$$

where  $\hat{\mathbf{e}} = [\hat{e}_1, \hat{e}_2]^T$  is estimated error state vector and  $\hat{e}_i = \hat{x}_i - x_{id}$  is  $i^{\text{th}}$  estimated error state variable.

If the control  $u(t)$  is not accessible, the conventional form of  $u_{eq}$  using state estimates can be written as

$$u_{eq}(t) = -b^{-1}(\hat{\mathbf{x}})(f(\hat{\mathbf{x}}) - \dot{x}_{2d} + \dot{c}_1 \hat{e}_1 + c_1 \dot{\hat{e}}_1) \quad (7)$$

The overall control law  $u(t)$  can be designed as

$$u(t) = u_{eq}(t) + k \text{sgn}(\hat{s}) \quad (8)$$

where  $k \text{sgn}(\hat{s})$  is the discontinuous control input and  $k$  is the discontinuous control gain. The conventional OFSMC law presented in [23] can be obtained directly from (8) by taking  $\dot{c}_1=0$ .

By choosing the Lyapunov function candidate as  $V=1/2 \hat{s}^2$ , the derivative of the Lyapunov function along the trajectories of the system states must satisfy the reaching condition given as

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \hat{s} \dot{\hat{s}} \\ &= \hat{s}(\dot{\hat{e}}_2 + c_1 \dot{\hat{e}}_1 + \dot{c}_1 \hat{e}_1) \\ &= \hat{s}(\dot{\hat{x}}_2 - \dot{x}_{2d} + c_1(\dot{\hat{x}}_1 - \dot{x}_{1d}) + \dot{c}_1 \hat{e}_1)\end{aligned}\quad (9)$$

By substituting (7) into (8), the resulting control law into (5), and obtained value of  $\hat{x}_2$  into (9) one can write

$$\dot{V} = \hat{s} \cdot [-c_1 \hat{e}_2 - b(\hat{x})k \operatorname{sgn}(\hat{s}) + E_1 \lambda_2 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) + c_1(\dot{\hat{x}}_1 - \dot{x}_{1d})] \quad (10)$$

Taking  $\dot{x}_{1d} = x_{2d}$  and substituting  $\dot{\hat{x}}_1$  from (3) into (10) one can write

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \hat{s} \cdot [-b(\hat{x})k \operatorname{sgn}(\hat{s}) + E_1 \lambda_2 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) + c_1 \lambda_1 \operatorname{sgn}(y - \hat{x}_1)] \\ &\leq [-b(\hat{x})k + (c_1 \lambda_1 + \lambda_2)] \hat{s} \end{aligned} \quad (11)$$

In order to show that the estimated system states converge to the sliding surface,  $\dot{V} \leq -\mu |\hat{s}|$  must be satisfied where  $\mu$  is a small positive constant. Thus, from (11), one can obtain,

$$k = -b^{-1}(\hat{x})(c_1 \lambda_1 + \lambda_2 + \mu) \quad (12)$$

Therefore, the stability analysis in [23] are not affected by the proposed control law (7) and the observer gains must be properly chosen in order to provide the stability conditions in [23].

### 3. Sliding Surface Design

Various methods have been presented in the literature both in the discrete-time [24] and continuous-time [25] cases for designing different time-varying sliding surfaces. In these discretely and continuously time-varying sliding surface design studies, the sliding surface movement is provided by directly changing the sliding surface parameter with respect to time. However, the same amount of change in the magnitude of the parameter does not mean an equal change in the position of the sliding surface. Thus, the alternative state trajectories that could be obtained for a continuous scheme in which the sliding surface parameter depends linearly on time will be limited. Recently, a new sliding surface is proposed in [26] where the time-varying sliding surface is obtained by directly changing the angle between the conventional constant sliding surface and the sliding surface passing through the representative point of the system states.

With this idea in mind, the sliding surface parameter is defined in [26] as

$$c_1(t) = \begin{cases} l_1 \tan(\alpha(t)) + l_0, & t_k \leq t < t_f \\ c_f, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

where  $\tan(\cdot)$  is the tangent function,  $l_0$  and  $l_1$  are the linear shifting and linear scaling parameters,  $t_k$  is the time at which the time-varying mechanism is started,  $t_f$  is the time at which the final sliding surface is reached and  $c_f$  is the value of  $c_1(t)$  at time  $t_f$ . The parameter  $\alpha(t)$  is an angle value that provides the angular variation of the sliding surface  $c_1(t)$ .

In (13), obtaining proper angular information  $\alpha(t)$  is a

design problem. To obtain a time-varying sliding surface it is defined as [26]

$$\alpha(t) = \alpha_1 \frac{t - t_k}{t_f - t_k} + \alpha_0 \quad (14)$$

where  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$  are angular shifting and angular scaling parameters, respectively. The magnitude of  $\alpha_1$  define the amount of change in the angle with respect to time [26]. For larger  $\alpha_1$  values, the sliding surface rotates faster. The sign of  $\alpha_1$  depends on the rotation direction and calculated as:

$$\operatorname{sgn}(\alpha_1) = \begin{cases} -1, & c_1(t_k) > c_f \\ +1, & c_1(t_k) \leq c_f \end{cases} \quad (15)$$

The angular shifting parameter  $\alpha_0$  is determined based on the sign of  $\alpha_1$  in order to obtain a proper rotation mechanism as follows:

$$\alpha_0 \in \begin{cases} \left[ \pi, \frac{6\pi}{4} \right], & \text{if } \operatorname{sgn}(\alpha_1) < 0 \\ \left[ \frac{2\pi}{4}, \pi \right], & \text{if } \operatorname{sgn}(\alpha_1) > 0 \end{cases} \quad (16)$$

In order to provide the system representative points to stay on the sliding surface at time  $t_k$  and  $t_f$  the linear shifting and scaling parameters  $l_0$  and  $l_1$  are defined as follows:

$$\begin{aligned} l_1 &= \frac{c_1(t_k) - c_f}{\tan(\alpha(t_k)) - \tan(\alpha(t_f))} \\ l_0 &= c_1(t_k) - l_1 \cdot \tan(\alpha(t_k)) \end{aligned} \quad (17)$$

For the sliding surface parameter that depends on angular information, the derivative value used in (7) can be calculated as

$$\dot{c}_1(t) = \begin{cases} \frac{l_1 \alpha_1}{t_f - t_k} \sec^2(\alpha(t)), & t_k \leq t < t_f \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (18)$$

where  $\sec(\cdot)$  is the secant function [26].

### 4. Simulation Studies

For the computer simulations, the system in [23] is used in which the parameters of the system (1) are taken as

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) &= x_1 + x_2^2 \\ b(\mathbf{x}) &= 1 \end{aligned} \quad (19)$$

In this study, the trajectory tracking problem is considered. As the control algorithm needs the first two derivatives of  $y_d$  which is also equal to  $x_{1d}$ , a second order filter is used as in Fig.1.

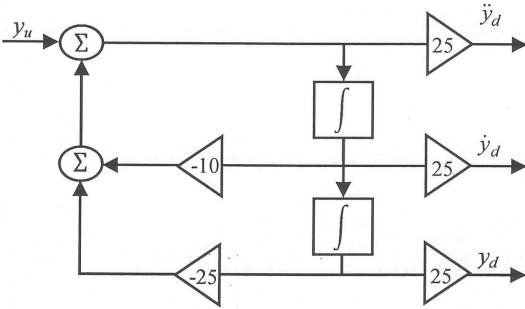
From this filter, the output reference trajectory  $y_d$  and



its first and second time derivatives are obtained. The input signal  $y_u$  is chosen as

$$y_u = \frac{\pi}{2} - 1.9 + \sin(t) + \sin(2t) \quad (20)$$

where  $y_u$  is the unfiltered reference trajectory [23].



**Figure 1.** Filtered output reference trajectory  $y_d$  and its first and second derivatives

During the simulations, in order to show the robustness against bounded external disturbances,  $d(t)$  is modeled with a sinusoidal signal taken as

$$d(t) = \sin(\pi t) \quad (21)$$

For all of the controllers, discontinuous control gain in (7) is taken as  $k=18$  in order to satisfy (12). The SMO for all OFSMCs is taken as (3) and to obtain  $\tilde{x}_2$ , first order low pass filter with bandwidth  $\omega_n=20$ rad/s is used. The simulations are implemented for the proposed output feedback sliding mode controller with a time-varying sliding surface (OFSMC-P) and for the conventional OFSMC presented in [23] (OFSMC-C).

The time-varying behavior of the sliding surface for OFSMC-P is obtained by design parameters  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$ . In order to show the effect of angular variation, OFSMC-P is simulated for two different  $\alpha_1$  values. For the first case (OFSMC-P<sub>1</sub>),  $\alpha_1$  is chosen as 0.7 in order to benefit from the angular variation. For the second case,  $\alpha_1$  is chosen as 0.01 that is small enough to mimic the time-varying sliding surface behavior presented in [28]. For both OFSMC-P<sub>*i*</sub> (*i*=1,2),  $\alpha_0=1.1$  is taken.

Simulations have been carried out in Matlab/Simulink environment and ordinary differential equation solver implementing Euler numerical integration method has been selected for simulating the discontinuous nature of sliding mode controller and observer.

For the simulation environment, a fixed sampling time of 0.00001s has been applied. All simulations are performed in the time interval between [0,10] s.

The sliding surface parameter  $c_1$  is taken as 2 for all of the controllers to have a fair comparison. Bearing in mind the stability conditions in [23], sliding mode observer gains are chosen as  $\lambda_1=5$ ,  $\lambda_2=8.5$ . For OFSMC-P<sub>1</sub> and OFSMC-P<sub>2</sub> the rotation duration is selected the same by choosing  $t_k=0$  s, and  $t_f=0.72$  s. OFSMC-C is obtained from

OFSMC-P by only taking  $\dot{c}_1=0$  in (8).

Prior to the beginning of the operation, the initial conditions of the integrators of the observer must be assigned. The system performance is influenced by the selection of the observer initial conditions. Therefore, assuming that the initial values of system states  $x_1(0)$  and  $x_2(0)$  are ranging between [0;20] and [-10;10], respectively, the observer initial conditions are taken at average values  $\hat{x}_1(0)=10$  and  $\hat{x}_2(0)=0$ .

The time responses of the estimated and actual system states are given in Fig.2-3. For all the controllers, there is some transient observation error at the beginning of the observation as the observer initial conditions are inconsistent with those of the plant. But after approximately 1s, the observer states approach to their actual values in step by step order. It is seen that both OFSMC-P<sub>1</sub> and OFSMC-P<sub>2</sub> approach their reference trajectory better than the conventional OFSMC-C structure given in the literature.

The sliding surface  $\hat{s}$  is plotted in Fig.4. OFSMC-P<sub>1</sub> and OFSMC-P<sub>2</sub> are always on the estimated sliding surface after time  $t_k=0$  whereas OFSMC-C has large initial values. The sliding motion in Fig.4 provides an estimate of the system states.

The corresponding error state space behavior of the observer and system states are given in Fig.5-6, respectively. It is seen that OFSMC-P<sub>1</sub> has the smoothest error phase plane behavior. The chattering in the sliding surface is a result of control inputs in Fig.7.

The time-varying behavior of  $c_1$  for proposed OFSMC-P controllers is given in Fig.8. With the given design parameters,  $c_f=2$  is reached at time  $t_f=0.72$ s for both OFSMC-P<sub>1</sub> and OFSMC-P<sub>2</sub> as expected. However, for OFSMC-P<sub>1</sub>,  $c_1$  changes in a nonlinear fashion as result of the chosen design parameters  $\alpha_0, \alpha_1$ . By adjusting these parameters, different time-varying strategies could be obtained. For instance, by taking  $\alpha_1=0.01$  for OFSMC-P<sub>2</sub> as a relatively small value, the time-varying sliding surface parameter is linearly changing in time as in Fig.8, and the time-varying behavior becomes similar to the sliding surface presented in [28].

The improvement in the tracking performance in terms of the integral of squared error multiplied by time (ITSE) criterion is given in Table 1. Both of the proposed structures OFSMC-P<sub>1</sub> and OFSMC-P<sub>2</sub> with different parameters have better ITSE performance values. The maximum value of the control input magnitude is also given. The phase plane trajectories of the proposed controllers OFSMC-P<sub>1</sub> and OFSMC-P<sub>2</sub> are always on the time-varying sliding surface from the beginning of the simulations. Thus, the chattering mainly causes an increase in  $\max\{|u|\}$  for the proposed structures with respect to the conventional OFSMC-C. This increase in the control magnitude can be attenuated by using a saturation function. It is also seen from Table 1 that the reaching time ( $t_{reach}$ ) value is completely removed with the proposed methods OFSMC-P<sub>1</sub> and OFSMC-P<sub>2</sub> using the time-varying sliding surface scheme.

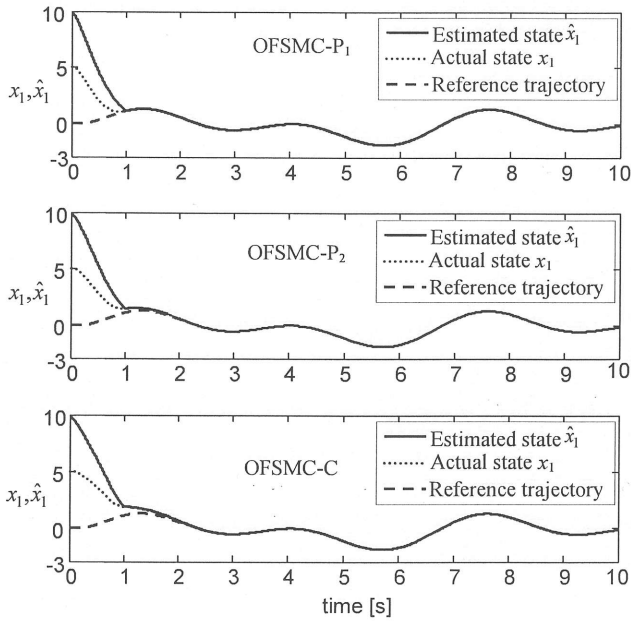


Figure 2. Actual and estimated values of  $x_1$ .

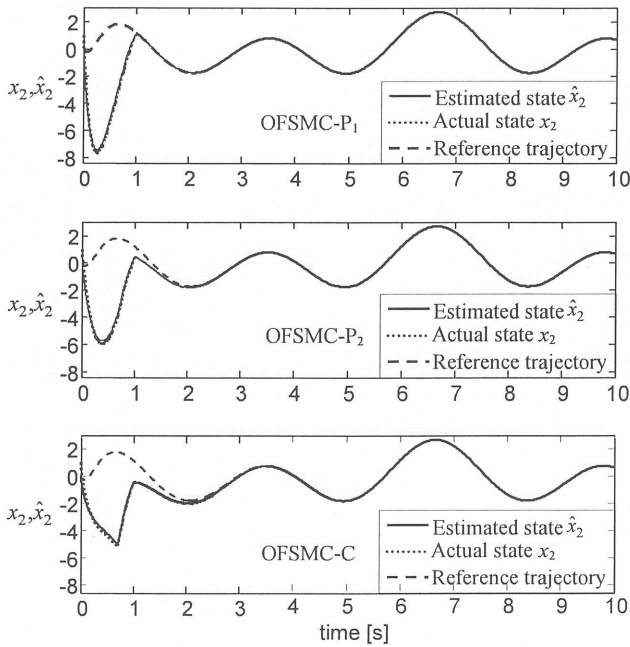


Figure 3. Actual and estimated values of  $x_2$ .

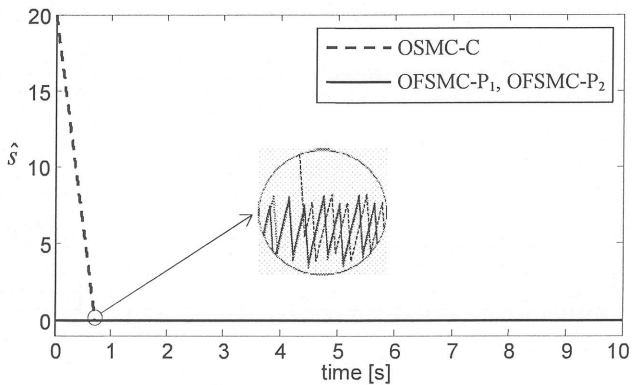


Figure 4. Sliding surface based on estimated states.

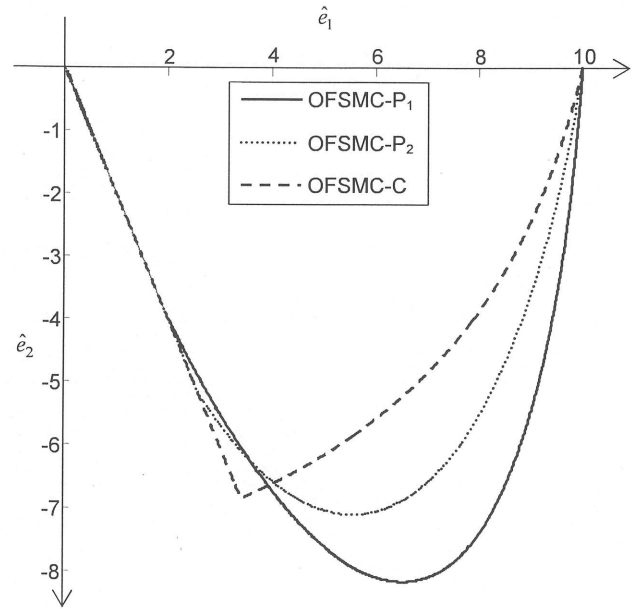


Figure 5. Error phase plane trajectory of the estimated error states.

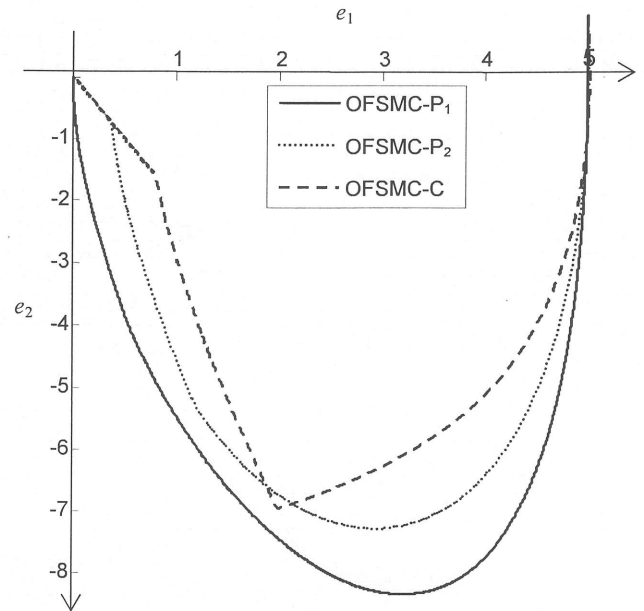


Figure 6. Error phase plane trajectory of the actual error states.

**Table 1**  
Performance indices of the controllers.

	OFSMC-P <sub>1</sub>	OFSMC-P <sub>2</sub>	OFSMC-C
ITSE( $e_1$ )	1.49	2.42	3.78
ITSE( $e_2$ )	12.69	12.97	13.38
$\max\{ u \}$	97.51	65.52	36.23
$t_{reach}(\hat{s})$	0	0	0.71

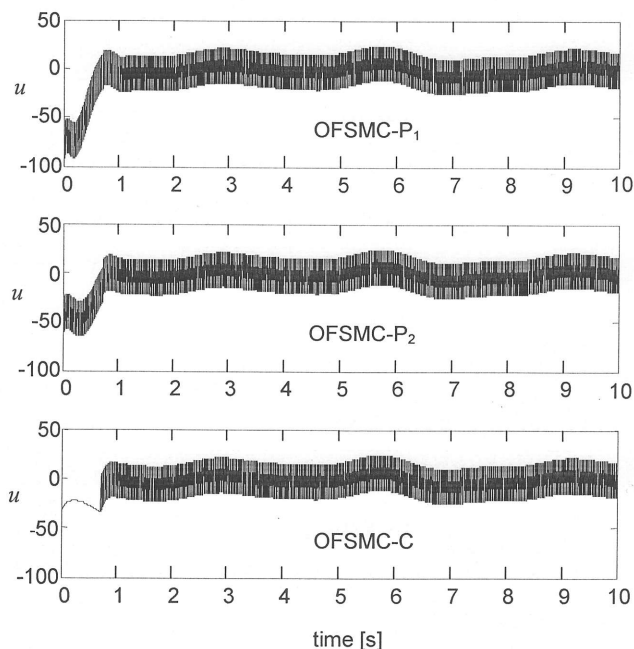


Figure 7. Control inputs.

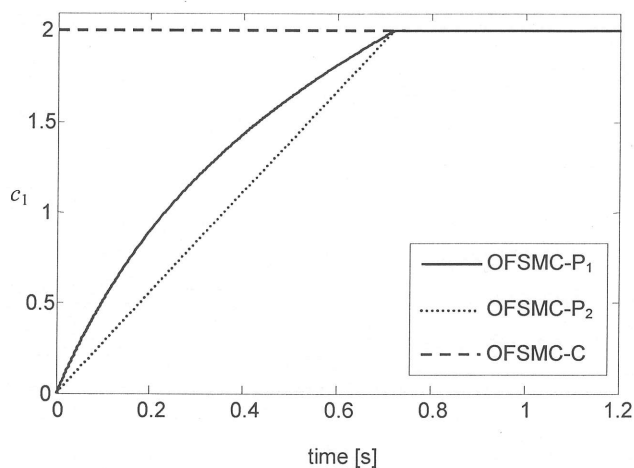


Figure 8. Sliding surface parameter  $c_1$

## 5. Conclusion

In this study, output feedback sliding mode control of a nonlinear second order system subject to bounded external disturbances is considered. From the output feedback, the system states are estimated using a sliding mode observer. Also, a sliding mode controller with a sliding surface having angular scaling and angular shifting parameters is used in order to provide a continuously time-varying sliding surface based on the estimated system states. From the simulation results, it was concluded that the proposed sliding mode controller with the presented time-varying sliding surface strategy improves the system trajectory tracking performance with respect to the conventional output feedback sliding mode controller having a constant sliding surface. It is also seen that the linearly time

varying sliding surface scheme taken from the literature or a constant sliding surface scheme of the conventional sliding mode controller can be easily obtained from the proposed structure by only choosing different design parameters.

In this study, the proposed method is applied to second order nonlinear systems. However, the idea can be extended to higher order systems as both the observer and the controller structures can be applied for higher order nonlinear systems of the given form.

## Acknowledgement

The authors wish to thank The Scientific and Technological Research Council of Turkey (TUBITAK) for financial support (Project No: 107E186).

## References

- [1] V.I. Utkin, J. Guldner, & J. Shi, *Sliding mode control in electro-mechanical systems* (Boca Raton, FL: CRC Press, 2<sup>nd</sup> edition, 2009).
- [2] C. Bonivento, L. Marconi, & R. Zanasi, Output regulation of nonlinear systems by sliding mode, *Automatica*, 37, 2001, 535-542.
- [3] G. Ellis, *Observers in control systems: a practical guide* (San Diego, CA: Academic Press, 2002).
- [4] I. Haskara, U. Ozguner, & V. Utkin, On sliding mode observers via equivalent control approach, *International Journal of Control*, 71(6), 1998, 1051-1067.
- [5] V.M. Hernandez, & H. Sira-Ramirez, Position control of an inertia-spring DC-motor system without mechanical sensors: experimental results, *Proceedings of the 40<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando FL, 2001, 1386-1391.
- [6] P. K. Nandam, & P.C. Sen, A comparative study of a Luenberger observer and adaptive observer-based variable structure speed control system using a self-controlled synchronous motor, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 31(2), 127-132, 1990.
- [7] R. Kandepu, B. Foss, & L. Imsland, Applying the unscented Kalman filter for nonlinear state estimation, *Journal of Process Control*, 18, 2008, 753-768.
- [8] S.A. Krasnova, V.A. Utkin, S.I. Kuznetsov, On observation problem of uncertain non-linear systems, *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> IASTED International Multi-Conference on Automation, Control, & Information Technology*, 2005, 442-447.
- [9] C. Edwards, S.K. Spurgeon, C.P. Tan, & N. Patel, Sliding mode observers, *Lecture Notes in Control & Information Systems*, 367, 2007, 221-242.
- [10] S.K. Spurgeon, Sliding mode observers: a Survey, *International Journal of Systems Science*, 39(8), 2008, 751-764.
- [11] H. Xu, M.D. Mirmirani, & P. Ioannou, Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight



- vehicle, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 27(5), 2004, 829-838.
- [12] V. Bandal, & B. Bandyopadhyay, Robust decentralised output feedback sliding mode control technique-based power system stabiliser (PSS) for multimachine power system, *IET Control Theory and Applications*, 1(5), 2007, 1512-1522.
- [13] M. Gokasan, O.S. Bogosyan, A. Sabanovic, & A. Arabyan, Sliding mode observer and controller for a single link flexible arm, *Proceedings of the 37<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, 4, 1998, 3625-3626.
- [14] C. Edwards, & S.K. Spurgeon, On the development of discontinuous observers, *International Journal of Control*, 59, 1994, 1211-1229.
- [15] J.-J.E. Slotine, J.K. Hedrick, & E.A. Misawa, On sliding observers for nonlinear systems, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 109(3), 1987, 245-252.
- [16] A.J. Koshkouei, & K.J. Burnham, Discontinuous observers for non-linear time-delay systems, *International Journal of Systems Science*, 40(4), 2009, 383-392.
- [17] S. Drakunov, & V. Utkin, Sliding mode observers: a tutorial, *Proceedings of the 34<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, New Orleans, LA, 1995, 3376-3378.
- [18] T. Floquet, & J.-P. Barbot, A canonical form for the design of unknown input sliding mode observers, In *Advances in Variable Structure and Sliding Mode Control* (C. Edwards, C.E. Fossas, L. Fridman, eds.), Lecture Notes in Control and Information Sciences, 334, Springer, Berlin, 2006, 271-296.
- [19] A.E. Rundell, S.V. Drakunov, & R.A. DeCarlo, A sliding mode observer and controller for stabilization of rotational motion of vertical shaft magnetic bearing, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 4(5), 1996, 598-608.
- [20] M.C. Pai, Discrete-time output feedback sliding mode control for uncertain systems, *Journal of Marine Science & Technology*, 16(4), 2008, 295-300.
- [21] A.J. Koshkouei, & A.S.I. Zinober, Sliding mode controller-observer design for multivariable linear systems with unmatched uncertainty, *Kybernetika*, 36(1), 2000, 95-115.
- [22] J.H. Choi, E.A. Misawa, & G.E. Young, A study on sliding mode state estimation, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 121(2), 1999, 255-260.
- [23] J.M. Daly, & D.W.L. Wang, Output feedback sliding mode control in the presence of unknown disturbances, *Systems and Control Letters*, 58, 2009, 188-193.
- [24] Q.H. Hu, C. Du, L. Xie, & Y. Wang, Discrete time sliding mode control with time varying surface for hard disk drives, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 17(1), 2009, 175-183.
- [25] A. Bartoszewicz, & A. Nowacka-Leverton, Time-varying sliding modes for second and third order systems, *Lecture Notes in Control and Information Sciences* (Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag), 2009.
- [26] S. Tokat, Sliding mode controlled bioreactor using a time-varying sliding surface, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 31(5), August 2009, 435-456.
- [27] J.-P. Barbot, M. Djemai, & T. Boukhobza, Sliding mode observers, In *Sliding Mode Control in Engineering* (W. Perruquetti and J. Barbot, eds.), Control Engineering, New York, Marcel Dekker, 2002, 103-126.
- [28] A. Bartoszewicz, A comment on 'A time-varying sliding surface for fast and robust tracking control of second order uncertain systems', *Automatica*, 31, 1995, 1893-95.

**EK-8**

**Editors:**

Prof. Cornelia A. Bulucea, University of Craiova, Romania  
Prof. Valeri Mladenov, Technical University of Sofia, Bulgaria  
Prof. Emil Pop, University of Petrosani, Romania  
Prof. Monica Leba, University of Petrosani, Romania  
Prof. Nikos Mastorakis, Technical University of Sofia, Bulgaria

# RECENT ADVANCES IN CIRCUITS, SYSTEMS, ELECTRONICS, CONTROL AND SIGNAL PROCESSING

Proceedings of the 8<sup>th</sup> WSEAS International Conference  
CIRCUITS, SYSTEMS, ELECTRONICS, CONTROL &  
SIGNAL PROCESSING (CSECS '09)

Puerto De La Cruz, Tenerife, Canary Islands, Spain,  
December 14-16, 2009

Electrical and Computer Engineering Series  
A Series of Reference Books and Textbooks

ISBN: 978-960-474-139-7

ISSN: 1790-5117

Published by WSEAS Press

www.wseas.org



# **RECENT ADVANCES in CIRCUITS, SYSTEMS, ELECTRONICS, CONTROL and SIGNAL PROCESSING**

**Proceedings of the 8th WSEAS International Conference on  
CIRCUITS, SYSTEMS, ELECTRONICS, CONTROL & SIGNAL  
PROCESSING (CSECS '09)**

**Puerto De La Cruz, Tenerife, Canary Islands, Spain  
December 14-16, 2009**

Electrical and Computer Engineering Series  
A Series of Reference Books and Textbooks

Published by WSEAS Press  
[www.wseas.org](http://www.wseas.org)

ISSN: 1790-5117  
ISBN: 978-960-474-139-7



**Editors:**

Prof. Cornelia A. Bulucea, University of Craiova, Romania  
Prof. Valeri Mladenov, Technical University of Sofia, Bulgaria  
Prof. Emil Pop, University of Petrosani, Romania  
Prof. Monica Leba, University of Petrosani, Romania  
Prof. Nikos Mastorakis, Technical University of Sofia, Bulgaria

**International Program Committee Members:**

Dimitris Bertsekas (USA)  
David Staelin (USA)  
A. Bers (USA)  
Leon Trilling (USA)  
Lotfi Zadeh (USA)  
Leon Chua (USA)  
Brian A. Barsky (USA)  
Leonid Kazovsky (USA)  
Rao Kamisetty (USA)  
Stamatios Kartalopoulos (USA)  
Athanasios Manikas (UK)  
Valeri Mladenov (Bulgaria)  
Nikos Mastorakis (Bulgaria)  
Panos Pardalos (USA)  
George Tsamasphyros (Greece)  
Tadeusz Kaczorek (Poland)  
Constantin Udriste (Romania)  
Andris Buikis (Latvia)  
Metin Demiralp (Turkey)  
D. Perkins (USA)  
Dionysios D. Dionysiou (USA)  
Leonid Perlovsky (USA)  
Kent Davey (USA)  
David Landgrebe (USA)  
D. L. Russell (USA)  
Steven H. Collicott (USA)  
Marco Ceccarelli (Italy)  
Misha Kilmer (USA)  
Suzanne Lenhart (USA)  
Tim Mattson (USA)  
Jon Chapman (UK)  
Juan Meza (USA)  
Alex Pothen (USA)  
Uli Ruede (Germany)  
Giorgio Guariso (Italy)  
Kimio Morimune (Japan)  
George Hornberger (USA)  
Andrzej BanaszUK (USA)  
Bard Ermentrout (USA)  
Cheng Hsiao (USA)  
Michael Field (USA)  
Hinke Osinga (UK)  
Ira Schwartz (USA)

# Output Feedback Sliding Mode Control with Support Vector Machine Based Observer Gain Adaptation

S. TOKAT<sup>1</sup>, S. IPLIKCI<sup>2</sup>, L. ULUSOY<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Computer Engineering Department  
Pamukkale University  
20070, Kinikli, Denizli  
TURKEY

<sup>2</sup>Electrical and Electronics Engineering Department  
Pamukkale University  
20070, Kinikli, Denizli  
TURKEY

{stokat, iplikci, lulusoy04}@pamukkale.edu.tr <http://stokat.pamukkale.edu.tr>

**Abstract:** - In this study, nonlinear second order systems with unmeasured system states and bounded external disturbances are considered. The observer gain of the sliding mode observer is adjusted by using a support vector machine based plant model. Computer simulations are presented to show the effect of the proposed adjustment mechanism on the performance of the output feedback sliding mode controller. It is shown that the trajectory tracking performance is improved with respect to a conventional output feedback sliding mode control scheme having constant sliding mode observer gains.

**Key-Words:** - Sliding mode control, Sliding mode observer, Output feedback sliding mode control, Support vector machine regression, Observer gain

## 1 Introduction

The interaction of the system dynamics with the environment comprises various unknown factors which are taken as external disturbances. These events such as measurement faults, environmental temperature changes, load disturbances etc. have a negative effect on the controller performance and are approved as instability sources. When unknown but bounded external disturbances are considered, sliding mode control is a promising area of study for both theoretical and application oriented robust control problems [1].

For the implementation of conventional sliding mode controllers (SMCs), exact knowledge of system state measurements is needed. However, for most applications, it is either impractical or inappropriate to use sensors for on-line measurement of all state variables considering different reasons as cost, reliability, harsh environment or even induced errors from the sensors [2]. Therefore, the necessity to completely measure the states of the system can be regarded as an important drawback of conventional SMCs [3].

Observers can be used to replace sensors in a control system. Therefore, a considerable amount of work has been done in the field of state estimation of dynamic systems by observers as it is an important requirement for safe and cost-effective operation of industrial units [4]. The observers are first proposed and developed for linear systems [5]. However, all practical systems inherent some degree of nonlinearity and in some cases

the linear approximations based on exact linearization [6] or pseudo-linearization [7] may not be accurate enough. Therefore, observer theory has been extended to include nonlinear process models [8].

The mentioned requirement for state estimation based on nonlinear observation error dynamics, and simple structure and robust stability of SMC prompted the study of sliding mode observers (SMOs) [9]. In SMOs, instead of using an output error feedback between the observer and system linearly, a nonlinear discontinuous term is injected into the observer depending on the output estimation error [10]. SMOs have an inherent robustness in the face of external disturbances and model uncertainties [11]. The equivalent control concept is proposed in [12] for linear systems where the observer states converge to the sliding surface step by step in finite time. Then, the equivalent output injection term that is defined as a counterpart of equivalent control term of SMC is applied to linear systems with unknown inputs [13].

A SMC that uses the state estimates obtained from an observer structure [14] or a SMC that only uses system outputs [15] constitute the concept of output feedback sliding mode controller (OFSMC). State estimation of nonlinear systems in the presence of external disturbances or model uncertainties is an active field of study [16]. The idea in [12, 13] is extended in [17] to OFSMC design in which a nonlinear system with unknown disturbances is considered.

The parallel processing capabilities of artificial neural network (ANN) architectures provides a viable means for constructing the states of complex dynamic systems from input output measurements [18]. Therefore, using soft computing methodologies in order to improve the performance of SMOs or SMCs is an active area of research. For the SMO case, the modeling error of the ANN observer is compensated by the SMO [19]. Also, a radial basis function ANN and SMO are used in parallel in order to consider different system states or environmental variables [20]. In [21], on the other hand, the ANN observer and SMO are connected in serial and the ANN is used to obtain a nonlinear model of the system. For the SMC case, an ANN based observer is used in order to improve the SMC performance [22]. Also, a linear observer is used in [23] and the design parameters of the SMC are adjusted by using an ANN structure.

For the worst case errors, ANNs provide better performance than linear regression techniques [24]. However, ANNs have a local minima problem which is an important drawback for most control problems. Therefore, in this study, a support vector machines (SVMs) based structure is chosen. SVMs were originally created to solve classification problems. In SMC problems, SVMs are used for different purposes. For instance, the design parameters of a time-varying sliding surface for a given initial condition are obtained by using SVMs [25]. Then, the function approximation property of SVMs is used to design a new sliding surface with additional dynamic states [26]. Also, the discontinuous control law of SMC is constructed using the output of SVMs based model in order to eliminate chattering [27].

OFSMCs in the presence of unknown disturbances is examined in [17] by proving the stability under a set of nonrestrictive assumptions and it is shown that the designed controller ensures asymptotic trajectory tracking behavior. To achieve this aim, the gains of the state observer must be properly selected for an acceptable trajectory tracking performance for the observation error to converge towards zero. Therefore, selection of the observer gains is important for the stability and performance of the controller. In this study, the OFSMC presented in [17] is considered and SVM based plant model and controller tuning scheme given in [28] that is developed for tuning PID parameters is extended in order to improve the performance of the SMO and also to compensate the SMC output.

The structure of the paper is as follows: In the next section, OFSMC presented in [17] is briefly described and SMC law with system state estimates is presented. The SVMs based SMO gain adaptation is given in Section 3. Simulations to demonstrate the validity and advantage of the gain adaptation scheme are given in Section 4.

## 2 Output Feedback Sliding Mode Controller

A second order, single-input, nonlinear system in canonical form representation with state vector  $\mathbf{x}=[x_1, x_2]^T$  can be written as

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})(u(t) + d(t)) \\ y &= x_1\end{aligned}\quad (1)$$

where  $u(t)$  is the control input,  $d(t)$  is the external disturbances and  $f(\mathbf{x})$ ,  $b(\mathbf{x})$  are nonlinear functions that determine the system characteristics [17]. For system (1), assuming the trajectory tracking problem, the linear sliding surface with constant design parameters can be written as

$$s(\mathbf{e}, t) = \mathbf{c}^T \mathbf{e} \quad (2)$$

where  $\mathbf{e}=[e_1, e_2]^T$  is the error state vector and  $e_i = x_i - x_{id}$  is the  $i^{\text{th}}$  error state variable,  $x_{id}$  is the desired trajectory of the  $i^{\text{th}}$  state and  $\mathbf{c}=[c_1, 1]^T$  is the constant sliding surface parameter that determine the system behavior in the error phase plane. Assuming the system representative point on  $s(\mathbf{e}, t)$ , neglecting external disturbances, and taking the derivative of the sliding surface one obtains:

$$\dot{s} = c_1 \dot{e}_1 + \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} = 0 \quad (3)$$

Under the assumption that  $b(\mathbf{x}) \neq 0$  and  $\dot{x}_{1d} = x_{2d}$ , the equivalent control input  $u_{eq}$  can be obtained as

$$u_{eq}(t) = -b^{-1}(\mathbf{x})(f(\mathbf{x}) - \dot{x}_{2d} + c_1 \dot{e}_1) \quad (4)$$

In (1), only the system output  $y$  is measured and the system states are obtained from  $y$  by using an observer of the form given as

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sgn}(y - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= f(\hat{\mathbf{x}}) + b(\hat{\mathbf{x}})u + E_1 \lambda_2 \text{sgn}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2)\end{aligned}\quad (5)$$

where  $\tilde{x}_2 = \hat{x}_2 + (\lambda_1 \text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1))_{eq}$  and the equivalent output injection term  $(\lambda_1 \text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1))_{eq}$  is obtained by using a low pass filter [2, 17]. The term  $E_1=0$  if  $x_1 - \hat{x}_1 \neq 0$  and  $E_1=1$  otherwise [17]. With proper  $\lambda_1, \lambda_2$  observer gains, the observer state  $\hat{x}_1$  firstly converges to system state  $x_1$  and then  $\hat{x}_2$  converges to  $x_2$ . For the given system (1), the finite time convergence of system state estimates to actual plant states is proved in the literature [17]. Therefore, instead of (2) one can use

$$\hat{s}(\hat{\mathbf{e}}, t) = \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{e}} \quad (6)$$

where  $\hat{\mathbf{e}} = [\hat{e}_1, \hat{e}_2]^T$  is estimated error state vector and  $\hat{e}_i = \hat{x}_i - x_{id}$  is  $i^{\text{th}}$  estimated error state variable. If the system states are not measurable, the conventional form of  $u_{eq}$  using state estimates can be written as

$$\hat{u}_{eq}(t) = -b^{-1}(\hat{\mathbf{x}})(f(\hat{\mathbf{x}}) - \dot{x}_{2d} + c_1 \hat{e}_1 + c_2 \hat{e}_2) \quad (7)$$

Then, the overall control law based on estimated system states can be designed as

$$\hat{u}(t) = \hat{u}_{eq}(t) + k_g \text{sgn}(\hat{s}) \quad (8)$$

where  $k_g \text{sgn}(\hat{s})$  is the discontinuous control input and  $k_g$  is the discontinuous control gain.

### 3 Support Vector Machine Based Observer Gain Adaptation

The observer gain adaptation scheme is given in Fig.1 which is first proposed in [28] for tuning the PID controller parameters. The idea is mainly based on obtaining the  $k$ -step ahead predictions of the plant output by using a SVM model and a Jacobian block for tuning the observer gains. The SVM model is obtained by applying randomly chosen bounded control signals to the plant. After the training process,  $k$ -step ahead predictions  $\hat{\mathbf{y}} = [\hat{y}_{n+1}, \hat{y}_{n+2}, \dots, \hat{y}_{n+k}]$  are obtained from the output of the SVM model with  $t_d$  time durations as shown in Fig.1. Then, in order to minimize the SVM prediction error and to penalize the unwanted rapid changes in the control input, an objective function is chosen as [28]

$$\phi(u_{n+1}) = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^k \varepsilon_{n+i}^2 + \rho(u_{n+1} - u_n)^2 \right) \quad (9)$$

where  $\varepsilon_{n+i} = y_{n+i}^d - \hat{y}_{n+i}$  is the prediction error of SVM at the  $i^{\text{th}}$  step,  $y_{n+i}^d$  is the known desired output at the  $i^{\text{th}}$  step, and  $\rho$  determines the amount of penalty on the control deviations. In this study, the proposed idea in [28] is applied to the OFSMC case by choosing the observer gain  $\lambda_1$  as the updated parameter. In order to have a numerical solution to the problem of minimizing (9), the Levenberg-Marquardt learning rule, which interpolate between Gauss-Newton and gradient-descent algorithms, can be written as

$$\lambda_1^{new} = \lambda_1^{old} - (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}^T \boldsymbol{\varepsilon} \quad (10)$$

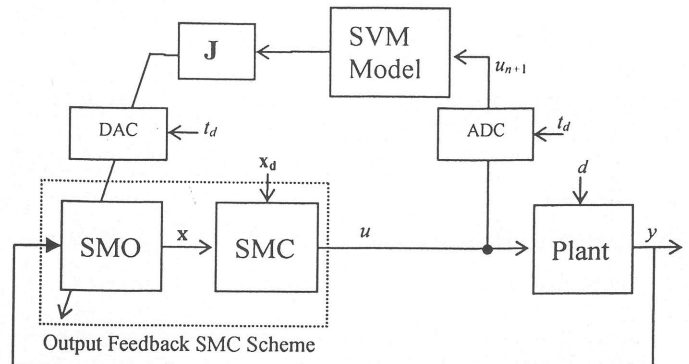
where  $\alpha$  is a blending factor which will determine the mixing ratio between gradient-descent and the Gauss-Newton algorithms, and  $\boldsymbol{\varepsilon}$  is the prediction error vector which is defined as

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_{n+1} \ \varepsilon_{n+2} \ \dots \ \varepsilon_{n+k} \ \sqrt{\rho}(u_{n+1} - u_n)]^T \quad (11)$$

The plant's desired output trajectory does not depend on observer gains. Therefore, the Jacobian matrix  $\mathbf{J}$  in (10) can be obtained from (9) as

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{n+1}}{\partial \lambda_1} & \frac{\partial \hat{y}_{n+2}}{\partial \lambda_1} & \dots & \frac{\partial \hat{y}_{n+k}}{\partial \lambda_1} & \sqrt{\rho} \frac{\partial u_{n+1}}{\partial \lambda_1} \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

Using the presented scheme, the observer gain  $\lambda_1$  is updated discretely at every sampling period  $t_d$  and used to update the SMO that is in continuous time.



**Figure 1.** SVM based observer gain adaptation and control law compensation.

The control law compensation mechanism can also be obtained by splitting the Jacobian matrix (12) into two different parts by using second order Taylor approximation of (9) [28]. Thus, applying the given idea to the observer gain adaptation scheme, the Jacobian matrix can be written as follows

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{n+1}}{\partial u_{n+1}} & \frac{\partial \hat{y}_{n+2}}{\partial u_{n+1}} & \frac{\partial \hat{y}_{n+k}}{\partial u_{n+1}} & \sqrt{\rho} \end{bmatrix}^T \frac{\partial u_{n+1}}{\partial \lambda_1} \quad (13)$$

The partial derivative of  $u_{n+1}$  with respect  $\lambda_1$  could be directly obtained by solving the equations from the SMO and SMC blocks which have both nonlinear structures. This nonlinear structure raises difficulties in obtaining the mathematical solution. Therefore, in this study, the numerical solutions are obtained by using the approximation given as

$$\frac{\partial u_{n+1}}{\partial \lambda_1} \approx \frac{\Delta u_{n+1}}{\Delta \lambda_1} \quad (14)$$

Choosing the Lyapunov function candidate as  $V = (1/2) \hat{s}^2$ , and taking the derivative of the Lyapunov function along the trajectories of the system state estimates, the discontinuous control gain  $k_g$  must be chosen as [17]

$$k_g = -b^{-1}(\hat{\mathbf{x}})(c_1 \lambda_1 + \lambda_2 + \mu) \quad (15)$$

in order to satisfy the reaching condition. In (15),  $\mu$  is a small positive real constant. From the stability analysis



given in [17], in order to provide the finite time convergence of the estimated states to the actual states the observer gains must satisfy the conditions given as

$$\begin{aligned} \lambda_1 &> |x_2 - \hat{x}_2| + \mu_1 \\ \lambda_2 &> |f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})(u+d) - (f(\hat{\mathbf{x}}) + b(\hat{\mathbf{x}})u)| + \mu_2 \end{aligned} \quad (16)$$

where  $\mu_1, \mu_2$  are small positive real constants [17]. Therefore, these bounds must be provided when tuning the  $\lambda_1$  observer gain. Initially,  $\lambda_1$  is set to acceptable values that provide (16). To have a better observer performance and thus to provide a better output tracking performance, this preset value should be tuned properly.

#### 4 Simulation Studies

To show the performance of the new tuning scheme, computer simulations are performed on a nonlinear mass-spring-damper system on a horizontal surface under the effect of a horizontal force. The dynamic equations of the system is describes as

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + v(\dot{x}, t) + k(x, t) &= u(t) + d(t) \\ v(\dot{x}, t) &= v_0\dot{x} + v_1\dot{x}|\dot{x}| \\ k(x, t) &= k_0x + k_1x^3 \end{aligned} \quad (17)$$

where  $m$  is the mass,  $x(t)$  is the displacement,  $\dot{x}(t)$  is the velocity,  $v(\dot{x}, t)$  and  $k(x, t)$  are nonlinear terms with respect to the damper and spring, respectively. By taking  $x_1 = x$ ,  $x_2 = \dot{x}$  and by rewriting the system equations (17) in the form of (1), one can obtain

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) &= \frac{1}{m}(-v(\dot{x}, t) - k(x, t) + u(t) + d(t)) \\ b(\mathbf{x}) &= 1/m \end{aligned} \quad (18)$$

The system parameters in (17) are chosen as,  $m=1$ ,  $v_0=v_1=0.35$  and  $k_0=k_1=0.55$ . The initial state values are chosen as  $x_1(0)=x_2(0)=0$ . The trajectory tracking problem is considered and the desired state trajectories are chosen as

$$\begin{aligned} x_{d1}(t) &= -0.5\cos(\pi t/5) \\ x_{d2}(t) &= 0.1\pi\sin(\pi t/5) \end{aligned} \quad (19)$$

During the simulations, in order to show the robustness against bounded external disturbances,  $d(t)$  is modeled with a sinusoidal signal taken as

$$d(t) = 0.05 + 0.25\cos(3\pi t) \quad (20)$$

The SMO for all OFSMCs is taken as (3) and to obtain  $\tilde{x}_2$ , first order low pass filter with bandwidth  $w_n=20\text{rad/s}$  is used. The simulations are implemented for the proposed OFSMC with SVM based gain adaptation scheme (OFSMC-SVM) and for the conventional

OFSMC presented in [17] (OFSMC-C). For all of the controllers, the sliding surface parameter is taken as  $c_1=7$ . Bearing in mind the stability conditions in [17], three different cases for OFSMC-C is considered:

OFSMC-C<sub>1</sub>:  $\lambda_1 = 0.4$ ,  $\lambda_2 = 0.8$  and  $k_g=3.61$

OFSMC-C<sub>2</sub>:  $\lambda_1 = 0.4$ ,  $\lambda_2 = 0.8$  and  $k_g=9.863$

OFSMC-C<sub>3</sub>:  $\lambda_1 = 1.293$ ,  $\lambda_2 = 0.8$  and  $k_g=9.863$

The three cases for OFSMC-C are designed in order to show the effect of adjusted values obtained by the SVM scheme. For OFSMC-C<sub>1</sub>, OFSMC-C<sub>3</sub> and OFSMC-SVM,  $k_g$  in (8) is calculated from (15) with  $\mu = 0.01$ . OFSMC-C<sub>2</sub>, on the other hand,  $k_g$  is chosen as the maximum value obtained with OFSMC-SVM. OFSMC-C<sub>3</sub> has constant  $\lambda_1$  value that is obtained at last with OFSMC-SVM and  $k_g=9.863$  is calculated from (15) for constant  $\lambda_1 = 1.293$ . The initial value of  $\lambda_1(0) = 0.4$  is chosen for OFSMC-SVM.

For the  $k$ -step ahead prediction output of the SVM model,  $k=30$  is chosen. The boundaries for  $\lambda_1$  is taken as  $\lambda_{1\min} = 0.1$  and  $\lambda_{1\max} = 5$ . The blending factor is  $\alpha=0.1$  and the penalty on the control deviations is  $\rho=0.001$ .

Simulations have been carried out in Matlab environment and ordinary differential equation solver implementing Runge-Kutta numerical integration method has been selected for simulating the discontinuous nature of sliding mode controller and observer. For the simulation environment, a fixed sampling time of 0.00001s has been applied for simulating the continuous time observer, controller and plant. On the other hand, the SVM block works in a discrete nature by taking observations and calculating the update value at every  $t_d=0.01$  s time durations. All simulations are performed in the time interval between [0,5] s. The system performance is influenced by the selection of the observer initial conditions. Therefore, assuming that the initial values of system states  $x_1(0)$  and  $x_2(0)$  are at the origin in average  $\hat{x}_1(0)=0$  and  $\hat{x}_2(0)=0$ .

The time responses of the estimated and actual system outputs  $y=x_1$  are given in Fig.2. For all the controllers, there is some transient observation error at the beginning of the observation as the observer initial conditions are inconsistent with those of the plant. But observer states and thus the system output estimate approach to its actual value after a finite time.

The sliding surface  $s$  and estimated sliding surface  $\hat{s}$  are plotted in Fig.3. The sliding motion in Fig.3 provides an estimate of the system states. For OFSMC-C<sub>2</sub>, increasing  $k_g$  improves  $t_{reach}(\hat{s})$ . However, this does not improve the observer behavior as can be easily seen from the value of  $t_{reach}(s)$ . The control inputs are also plotted in Fig.4. The chattering is a result of the signum function and can be avoided by using saturation function.

The time-varying behavior of updated  $\lambda_1(t)$  and calculated  $k_g(t)$  for the proposed OFSMC-SVM controller is given in Fig.5. The  $k_g$  is calculated from (15) by using the time-varying  $\lambda_1$  value. Finally, performance indices of the controllers are given in Table 1. In this table,  $t_a(x_i)$  is the time that estimated state  $\hat{x}_i$  approach its actual value  $x_i$ ,  $t_s(x_i)$  is the settling time for state  $x_i$ , and  $t_{reach}$  is the reaching time of estimated and actual sliding surface variables. It is seen that only increasing  $k_g$  does not have a positive effect on  $t_a$ . The OFSMC-C<sub>3</sub> represents the obtained values generated by using OFSMC-SVM adaptation scheme. Thus, it has the best observation behavior and settling time performance which shows the constructive tuning of the SVM model.

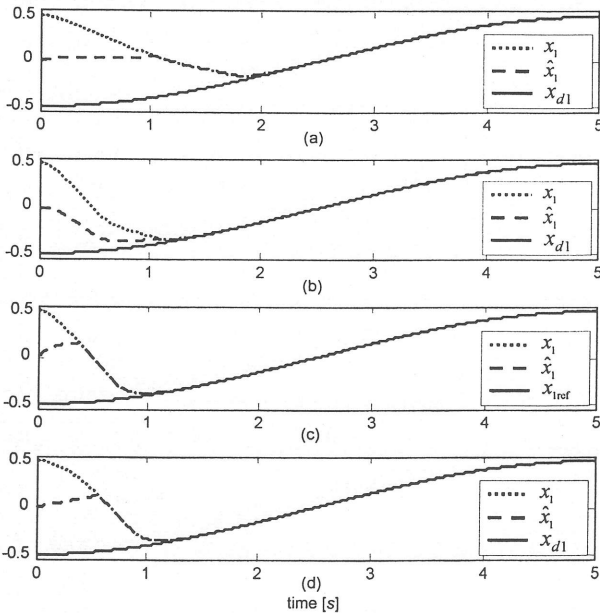


Figure 2. Actual, estimated and reference system output  $y=x_1$ : a) OFSMC-C<sub>1</sub>, b) OFSMC-C<sub>2</sub>, c) OFSMC-C<sub>3</sub>, d) OFSMC-SVM.

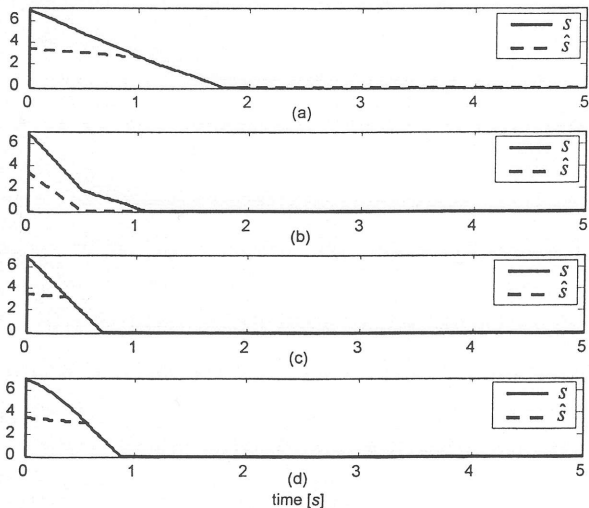


Figure 3. Actual and estimated sliding surface variables: a) OFSMC-C<sub>1</sub>, b) OFSMC-C<sub>2</sub>, c) OFSMC-C<sub>3</sub>, d) OFSMC-SVM.

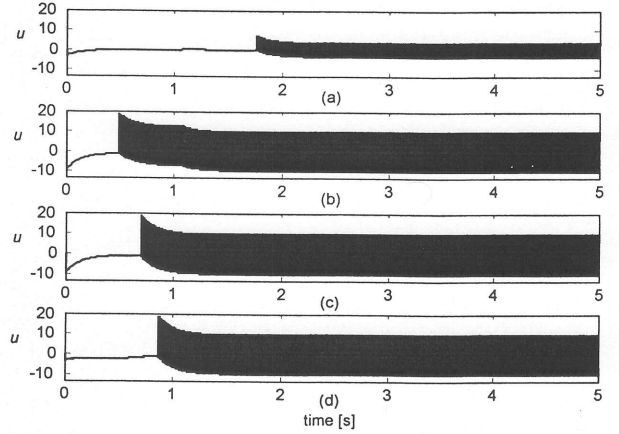


Figure 4. Control inputs: a) OFSMC-C<sub>1</sub>, b) OFSMC-C<sub>2</sub>, c) OFSMC-C<sub>3</sub>, d) OFSMC-SVM.

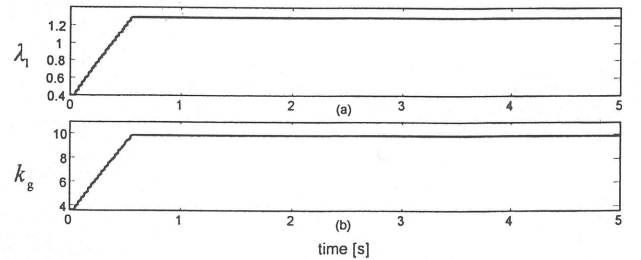


Figure 5. a)  $\lambda_1$ , and b)  $k_g$  for OFSMC-SVM

Table 1. Performance indices of the controllers.

	OFSMC-C <sub>1</sub>	OFSMC-C <sub>2</sub>	OFSMC-C <sub>3</sub>	OFSMC-SVM
$t_a(x_1)$	1,067	1,092	0,381	0,571
$t_a(x_2)$	1,190	1,201	0,560	0,649
$t_s(x_1)$	1,9608	1,230	1,0286	1,202
$t_s(x_2)$	2,2436	1,514	1,3159	1,504
$t_{reach}(s)$	1,8110	1,067	0,8609	0,953
$t_{reach}(\hat{s})$	1,7700	0,495	0,7012	0,875

### 5 Conclusion

In this study, output feedback sliding mode control of a nonlinear second order system subject to bounded external disturbances is considered. Based on the simulation results, it was concluded that the proposed method improves the system trajectory tracking performance. In this study, only one of the observer gains is considered. However, the tuning mechanism is applicable to both observer gains. Also, in case of higher order systems in the form of given structure, the proposed method can be extended by considering the stability conditions.

### Acknowledgement

The authors wish to thank The Scientific and Technological Research Council of Turkey for financial support (Project No: 107E186).

## References:

- [1] O. Camacho, Sliding Mode Control in Process Industry, in *Instrument Engineers' Handbook, 4<sup>th</sup> Edition, Vol.2: Process Control and Optimization* (B.G. Liptak eds.), CRC Press, 2005, pp.351-359.
- [2] I. Haskara, U. Ozguner, and V. Utkin, On sliding mode observers via equivalent control approach, *International Journal of Control*, Vol.71, No.6, 1998, pp.1051-1067.
- [3] V.M. Hernandez, and H. Sira-Ramirez, Position control of an inertia-spring DC-motor system without mechanical sensors: experimental results, *Proc. 40<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando FL, 2001, pp.1386-1391.
- [4] G. Ellis, *Observers in control systems: a practical guide*, Academic Press, San Diego, CA, 2002.
- [5] D.G. Luenberger, An introduction to observers, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.AC-16, 1971, pp.596-603.
- [6] W.T. Baumann, and W.J. Rugh, Feedback control of nonlinear systems by extended linearization, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.AC-31, 1986, pp.40-46.
- [7] J. Tsinias, Observer design for nonlinear systems, *Systems & Control Letters*, Vol.13, 1989, pp.135-142.
- [8] F.E. Thau, Observing the state of nonlinear dynamical systems, *International Journal of Control*, Vol. 17, 1973, pp.471-479.
- [9] A. McCann, M.S. Islam, and I. Hussain, Application of a sliding-mode observer for position and speed estimation in switched reluctance motor drives, *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol.37, No.1, 2001, pp.51-58.
- [10] C. Edwards, S.K. Spurgeon, C.P. Tan, and N. Patel, Sliding mode observers, *Lecture Notes in Control & Information Systems*, Vol.367, 2007, pp.221-242.
- [11] S.K. Spurgeon, Sliding mode observers: a survey, *International Journal of Systems Science*, Vol.39, No.8, 2008, pp.751-764.
- [12] S. Drakunov, and V. Utkin, Sliding mode observers: a tutorial, *Proc.34<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, 1995, pp.3376-3378.
- [13] T. Floquet, and J.-P. Barbot, A canonical form for the design of unknown input sliding mode observers, In *Advances in Variable Structure and Sliding Mode Control* (C. Edwards, C.E. Fossas, L. Fridman, eds.), Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol.334, Springer, Berlin, 2006, pp.271-296.
- [14] C. Unsal, P. Kachroo, Sliding mode measurement feedback control for antilock braking system, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol.7, No.2, 1999, pp.271-281.
- [15] M.C. Pai, Discrete-time output feedback sliding mode control for uncertain systems, *Journal of Marine Science and Technology*, Vol.16, No.4, 2008, pp.295-300.
- [16] J.H. Choi, E.A. Misawa, and G.E. Young, A study on sliding mode state estimation, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol.121, No.2, 1999, pp.255-260.
- [17] J.M. Daly, and D.W.L. Wang, Output feedback sliding mode control in the presence of unknown disturbances, *Systems and Control Letters*, Vol.58, 2009, pp.188-193.
- [18] A. Baz, A neural observer for dynamic systems, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.152, No.2, 1992, pp.227-243.
- [19] I. Chairez, A. Pozynak, and T. Pozynak, New sliding-mode learning law for dynamic neural network observer, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II, Express Briefs*, Vol.53, No.12, 2006, pp.1338-1342.
- [20] W. Yu, Stability analysis of visual servoing with sliding mode estimation and neural computation, *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol.4, No.5, 2006, pp.545-558.
- [21] J. Resendiz, W. Yu, L. Fridman, Two-stage neural observer for mechanical systems, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II, Express Briefs*, Vol.55, No.10, 2008, pp.1076-1080.
- [22] M. Lee, A sliding mode controller with neural network and fuzzy logic, *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, Vol.1-4, 1997, pp.2414-2417.
- [23] C.F. Zhang, Y.N. Wang, and J. He, Variable structure control of a discrete time systems implementation and its application, *Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Conference for Young Computer Scientists*, 2001, pp.622-625.
- [24] V. Kurkova, and M. Sanguineti, Comparison of worst case errors in linear and neural network approximation, *IEEE Transactions on Inf. Theory*, Vol.48, No.1, 2002, pp.264-275.
- [25] S. Tokat, Time-varying sliding surface design with support vector machine based initial condition adaptation, *Journal of Vibration and Control*, Vol.12, No.8, 2006, pp.901-926.
- [26] F.G. Wang, S.K. Park, M.C. Kim, S.J. Choi, and T.S. Yoon, A novel sliding surface design by using support vector machines, *Proceedings of the International Conference on Complex Systems and Applications*, 2007, pp.1405-1409.
- [27] J.N. Li, Y.B. Zhang, and H.P. Pan, Chattering free LS-SVM Sliding Mode Control, *Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Symposium on Neural Networks*, 2008, pp.701-708.
- [28] S. Iplikci, A comparative study on a novel model-based PID tuning and control mechanism for nonlinear systems, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, doi.10.1002/rnc.1524, 2009.

**EK-9**

# WSEAS TRANSACTIONS on SYSTEMS and CONTROL

ISSN: 1991-8763

Publisher: World Scientific and Engineering Academy and Society (WSEAS)

---

## Editor-in-Chief

### Chih-Min Lin

Chair and Professor  
Department of Electrical Engineering,  
Yuan-Ze University  
Chung-Li, Tao-Yuan, 320, Taiwan  
Tel: 886-3-4638800 ext 2418  
Fax: 886-3-4639355

## Editorial Board

Lotfi Zadeh (USA)  
Leon Chua (USA)  
Panos Pardalos (USA)  
Irwin Sandberg (USA)  
Valeri Mladenov (Bulgaria)  
Chun-Fei Hsu (Taiwan, R. O. China)  
Zoran Bojkovic (Serbia)  
Ana Madureira (Portugal)  
Filippo Neri (Italy)  
Ya-Fu Peng (Taiwan, R. O. China)  
Shyi-Ming Chen (R. O. China)  
Peter Milligan (UK)  
Changjiu Zhou (Singapore)  
Vincenzo Niola (Italy)

**Index** : Compendex

**H-index** : 2

**Acceptance Rate** : [# of Accepted Papers / # of Submitted Papers] \*100 =7.43%

# Observer Gain Adaptation of Output Feedback Sliding Mode Controller with Support Vector Machine Regression

SEZAI TOKAT<sup>1</sup>, SERDAR IPLIKCI<sup>2</sup>, LUTFI ULUSOY<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Computer Engineering Department

Pamukkale University

20070, Kinikli, Denizli

TURKEY

<sup>2</sup>Electrical and Electronics Engineering Department

Pamukkale University

20070, Kinikli, Denizli

TURKEY

{stokat, iplikci}@pau.edu.tr, lutfiulusoy@hotmail.com <http://stokat.pamukkale.edu.tr>

*Abstract:* - The conventional sliding mode controller needs the exact knowledge of system state measurements. In this study, nonlinear second order systems with unmeasured system states and bounded external disturbances are considered. The sliding mode observer based on nonlinear observation error dynamics is considered and the observer gain is adjusted by using a support vector machine based plant model. From the output of the support vector machine model,  $k$ -step ahead predictions are obtained. Therefore, the value of  $k$  is first analyzed to search for a proper value. It is also shown with the simulations that the stability conditions are satisfied for the chosen observer gains. Computer simulations are presented to show the effect of the proposed gain adjustment mechanism on the performance of output feedback sliding mode controller. It is seen that the trajectory tracking performance is improved with respect to a conventional output feedback sliding mode control scheme having constant sliding mode observer gains.

*Key-Words:* - Sliding mode control, Sliding mode observer, Output feedback sliding mode control, Support vector machine regression, Observer gain, Bounded external disturbances.

## 1 Introduction

Engineers always search for better control methods to attain higher productivity than classical methods and to produce quality products at competitive prices. When unknown but bounded external disturbances are considered, sliding mode control is a promising area of study for both theoretical and application oriented robust control problems [1].

Sliding mode control is based on variable structure systems theory [1]. It is a nonlinear control method with a high-frequency chattering phenomenon that alters dynamics of a nonlinear system. The state-feedback control law switches from one continuous structure to another based on the current position of system trajectory in the state space. The control law must provide the system to move always towards a switching condition. The motion of the system as it slides along these boundaries is called a sliding mode and geometrical locus consisting of the boundaries is called sliding surface [1]. Sliding mode control structures have been applied to various engineering problems in a wide variety of application areas such as electrical motors [2], mobile robots [3], micro-electro-

mechanical systems [4], chemical processes, and space systems.

For the implementation of the well-known conventional sliding mode controller (SMC) structure, exact knowledge of system state measurements is needed. However, for most applications, it is either impractical or inappropriate to use sensors for on-line measurement of all state variables considering different reasons as cost, reliability, harsh environment or even induced errors from the sensors [5]. This necessity of completely measuring the states of a system can be regarded as an important drawback of conventional SMCs.

Observers can be used to replace sensors in a control system. Therefore, a considerable amount of work has been done in the field of state estimation of dynamic systems by observers as it is an important requirement for safe and cost-effective operation of industrial units [6]. The observers are first proposed and developed for linear systems [7]. However, all practical systems inherent some degree of nonlinearity and in some cases the linear approximations based on exact linearization or pseudo-linearization may not be accurate enough.

Therefore, observer theory has been extended to include nonlinear process models [8].

The mentioned requirement for state estimation based on nonlinear observation error dynamics, and simple structure and robust stability of SMC prompted the study of sliding mode observers (SMOs) [9]. In SMOs, instead of using an output error feedback between the observer and system linearly, a nonlinear discontinuous term is injected into the observer depending on the output estimation error [10]. SMOs have an inherent robustness in the face of external disturbances and model uncertainties [11]. The equivalent control concept is proposed in [12] for linear systems where the observer states converge to the sliding surface step by step in finite time. Then, the equivalent output injection term that is defined as a counterpart of equivalent control term of SMC is applied to linear systems with unknown inputs [13].

A SMC that uses the state estimates obtained from an observer structure [14] or a SMC that only uses system outputs [15] constitute the concept of output feedback sliding mode controller (OFSMC). State estimation of nonlinear systems in the presence of external disturbances or model uncertainties is an active field of study [16-18]. The idea in [12, 13] is extended in [19] to OFSMC design in which a nonlinear system with unknown disturbances is considered.

The parallel processing capabilities of artificial neural network (ANN) architectures provides a viable means for constructing the states of complex dynamic systems from input output measurements [20]. Therefore, using soft computing methodologies in order to improve the performance of SMOs or SMCs is an active area of research.

For instance, the speed control of an induction motor using a SMC is considered in [2] and a feed-forward ANN architecture is used to estimate the rotor speed. For the SMO case, the modeling error of the ANN observer is compensated by the SMO [21]. Also, a radial basis function ANN and SMO are used in parallel in order to consider different system states or environmental variables [22]. In [23], on the other hand, the ANN observer and SMO are connected in serial and the ANN is used to obtain a nonlinear model of the system. For the SMC case, an ANN based observer is used in order to improve the SMC performance [24].

For the worst case errors, ANNs provide better performance than linear regression techniques [25]. However, ANNs have a local minima problem which is an important drawback for most control problems. Therefore, in this study, a support vector machines (SVMs) based structure is chosen. SVMs

were originally created to solve classification problems. In SMC problems, SVMs are used for different purposes. For instance, the design parameters of a time-varying sliding surface for a given initial condition are obtained by using SVMs [26]. Then, the function approximation property of SVMs is used to design a new sliding surface with additional dynamic states [27]. Also, the discontinuous control law of SMC is constructed using the output of SVMs based model in order to eliminate chattering [28].

OFSMCs in the presence of unknown disturbances is examined in [19] by proving the stability under a set of nonrestrictive assumptions and it is shown that the designed controller ensures asymptotic trajectory tracking behavior. To achieve this aim, the gains of the state observer must be properly selected for an acceptable trajectory tracking performance for the observation error to converge towards zero. Therefore, selection of the observer gains is important for the stability and performance of the controller.

An observer that estimates all of the state variables is called a full-order observer. Whereas, an observer that estimates a part of the state variables is referred to be a reduced-order observer [29]. In this study, the OFSMC with a full-order observer presented in [19] is considered and SVM based plant model and controller tuning scheme given in [30] that is developed for tuning PID parameters is extended in order to improve the performance of the SMO and also to compensate the SMC output.

The conventional SMC strategy is originally designed for continuous-time operation and it is more difficult to choose a synthesis for discrete-time case [3]. The discrete-time SMC is quite different from the conventional counterpart and is also called as quasi sliding mode. Discrete-time SMC design is usually based on an approximate sliding mode system evolution due to the non-unique attractivity condition and approximate evolution on sliding surface [3]. In our study, the parameter adaptation with SVM is in discrete-time. However the state-feedback control scheme based on the SMO, SMC and the plant are all in continuous-time.

The structure of the paper is as follows: In the next section, two main components of the OFSMC scheme, the SMC and SMO, are briefly described and SMC law with system state estimates is presented. The SVM based modeling, prediction and Jacobian calculations presented in [30] are given in Section 3 and then SMO based gain adaptation scheme is presented in Section 4. Then, simulations to demonstrate the validity and advantage of the gain adaptation scheme are given in Section 5.



## 2 Output Feedback Sliding Mode Controller

The OFSMC consists of a SMC to generate the control law and a SMO to obtain the system state estimates from measured system output and control input. These cornerstones of the presented structure are emphasized in this section.

### 2.1 Continuous-time Sliding Mode Controller

The state space representation of a second order, single-input, nonlinear system in canonical form with state vector  $\mathbf{x}=[x_1, x_2]^T$  can be given as

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})(u(t) + d(t)) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (1)$$

where  $u(t)$  is the control input,  $d(t)$  is the external disturbances and  $f(\mathbf{x})$ ,  $b(\mathbf{x})$  are nonlinear functions that determine the system characteristics [1, 19].

The SMC scheme involves selection of a sliding surface such that the system trajectory exhibits desirable behavior when confined to this manifold and finding feedback gains so that the system trajectory intersects and stays on the given manifold. Therefore, for system (1), assuming the trajectory tracking problem, the error dynamics for the second order system given in (1) can be written as

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= x_2 - \dot{x}_{1d} \\ \dot{e}_2 &= f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})(u(t) + d(t)) - \dot{x}_{2d} \end{aligned} \quad (2)$$

and from this dynamics, the conventional linear sliding surface with constant design parameters can be written as

$$s(\mathbf{e}, t) = \mathbf{c}^T \mathbf{e} = c_1 e_1 + e_2 \quad (3)$$

where  $\mathbf{e}=[e_1, e_2]^T$  is the error state vector and  $e_i = x_i - x_{id}$  is the  $i^{\text{th}}$  error state variable,  $x_{id}$  is the desired trajectory of the  $i^{\text{th}}$  state and  $\mathbf{c}=[c_1, 1]^T$  is the constant sliding surface parameter that determine the system behavior in the error phase plane. It is necessary and sufficient to differentiate (3) once for  $u(t)$  to appear. Thus, this is a first order stabilisation problem based on  $s(\mathbf{e}, t)$ . Lyapunov's direct method could be used to obtain  $u(t)$  that would keep  $s(\mathbf{e}, t)$  at zero. Consider a Lyapunov function candidate as

$$V(s) = \frac{1}{2} s^2(\mathbf{x}, t) \quad (4)$$

with  $V(0)=0$ ,  $V(s)>0$  for  $\forall s(\mathbf{x}, t)>0$  [1]. An efficient condition for system stability can be given as

$$\dot{V}(s) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2(\mathbf{x}, t) \leq -\eta |s(\mathbf{x}, t)| \quad (5)$$

where  $\eta$  is a strictly positive real constant that determines the convergence velocity of the trajectory to the sliding surface. Obtaining the inequality in (5) means that, the distance to the surface decreases along all trajectories and this means that the system is stable. Therefore, (5) is called as the reachability condition for the sliding surface. By substituting (3) into (5) and omitting the arguments of the independent variables one obtains

$$s \cdot (f + b \cdot u + b \cdot d - \dot{x}_{2d} + c_1 \dot{e}_1) \leq -\eta |s| \quad (6)$$

Therefore, a control input satisfying the reaching condition can be chosen as

$$u = -b^{-1}(\mathbf{x})(f - \dot{x}_{2d} + c_1 \dot{e}_1) - k_g \text{sign}(s) \hat{e}_1 + u_{eq} + u_{dis} \quad (7)$$

where  $k_g$  is a strictly positive real constant with a lower bound depending on the bounded external disturbances. The function  $\text{sign}(\cdot)$  denotes the signum function defined as follows

$$\text{sign}(s) = \begin{cases} -1 & \text{if } s < 0 \\ 0 & \text{if } s = 0 \\ 1 & \text{if } s > 0 \end{cases} \quad (8)$$

The control input in (7) consists of two parts. The first part,  $u_{eq}$  is the continuous term that is known as equivalent control based on estimated system parameters and it compensates the estimated undesirable dynamics of the system. The second part with the signum function is the discontinuous control law,  $u_{dis}$  that requires infinite switching on the part of the control signal and actuator at the intersection of error state trajectory and sliding surface. In this way, the trajectory is forced to move always towards the sliding surface [1].

### 2.2 Sliding Mode Observer

The state estimation problem for a system subject to unknown external disturbances under output feedback sliding mode control with an equivalent output injection sliding mode observer is considered in [19]. In this study, the sliding mode observer structure presented in [19] is used.

For the system given in (1), only the system output  $y$  is measured. Therefore, the error dynamics (2) could not be obtained. The system states and also the error dynamics can be obtained from  $y$  by using an observer of the form given as

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sgn}(y - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= f(\hat{\mathbf{x}}) + b(\hat{\mathbf{x}})u + E_1 \lambda_2 \text{sgn}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) \end{aligned} \quad (9)$$



where  $\tilde{x}_2 = \hat{x}_2 + (\lambda_1 \text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1))_{eq}$  and the equivalent output injection term  $(\lambda_1 \text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1))_{eq}$  is obtained by using a low pass filter [5, 19]. The term  $E_1=0$  if  $x_1 - \hat{x}_1 \neq 0$  and  $E_1=1$  otherwise [19]. With proper  $\lambda_1, \lambda_2$  observer gains, the observer state  $\hat{x}_1$  firstly converges to  $x_1$  and then  $\hat{x}_2$  converges to  $x_2$ .

For the given system (1), finite time convergence of system state estimates to actual plant states is proved in the literature [19]. Therefore, instead of (3) obtained from (2) one can use

$$\hat{s}(\hat{e}, t) = c^T \hat{e} = c_1 e_1 + e_2 \quad (10)$$

where  $\hat{e} = [\hat{e}_1, \hat{e}_2]^T$  is estimated error state vector and  $\hat{e}_i = \hat{x}_i - x_{id}$  is  $i^{\text{th}}$  estimated error state variable. If the system states are not measurable, the conventional form of  $u_{eq}$  using state estimates can be rewritten as

$$\hat{u}_{eq}(t) = -b^{-1}(\hat{\mathbf{x}}) (f(\hat{\mathbf{x}}) - \dot{x}_{2d} + c_1 \hat{e}_1) \quad (11)$$

Then, the overall control law based on estimated system states can be designed as

$$\hat{u}(t) = \hat{u}_{eq}(t) + k_g \text{sgn}(\hat{s}) \quad (12)$$

Choosing the Lyapunov function candidate as  $V = (1/2) \hat{s}^2$  using estimated state variables and taking the derivative of the Lyapunov function along the trajectories of the estimated system states, the discontinuous control gain  $k_g$  must be chosen as [19]

$$k_g = -b^{-1}(\hat{\mathbf{x}}) (c_1 \lambda_1 + \lambda_2 + \eta) \quad (13)$$

in order to satisfy the reaching condition.

### 3 Support Vector Machine based Modeling, Prediction and Jacobian Calculations

Consider a nonlinear system, dynamics of which can be represented by NARX model

$$y_n = f(u_n, \dots, u_{n-n_u}, y_{n-1}, \dots, y_{n-n_y}) \quad (14)$$

where  $u_n$  is the control signal applied to the plant at time index  $n$ ,  $y_n$  is the corresponding output of the plant, and  $n_u$  and  $n_y$  denote the number of past control signals and number of the past outputs involved in the model, respectively. It is assumed that non-linear function  $f$  is unknown and that a training data set is obtained in the form given as

$$\begin{aligned} T_{set} &= \{u_k, \dots, u_{k-n_u}, y_{k-1}, \dots, y_{k-n_y}\}_{k=n}^{k=n+N} \\ &= \{\mathbf{x}_k, y_k\}_{k=n}^{k=n+N} \end{aligned} \quad (15)$$

where  $\mathbf{x}_k \in X \subseteq \mathbb{R}^{n_u+n_y+1}$  is the  $k^{\text{th}}$  input data point in input space and  $y_k \in Y \subseteq \mathbb{R}$  is the corresponding output value. It is desired to obtain a model that represents the relationship between input and output data points. The training data set  $T_{set}$  is to be used to obtain an approximate model of the plant dynamics.

The primal form of an SVM regression model is given by (16), which is linear in a higher-dimensional feature space  $\mathbf{F}$

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{x}) \rangle + bias \quad (16)$$

where  $\mathbf{w}$  is a vector in the feature space  $\mathbf{F}$ ,  $\Phi(\mathbf{x})$  is a mapping from the input space to the feature space,  $bias$  is the bias term and  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  stands for inner product operation in  $\mathbf{F}$  [30].

The SVR algorithms regard the regression problem as an optimization problem in dual space in which the model is given by

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \alpha_i K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) + bias \quad (17)$$

where  $\alpha_i$ 's are the coefficients of each training data and  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  is the kernel function given by  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \Phi(\mathbf{x}_i)^T \Phi(\mathbf{x}_j) = K_{ij}$  [30]

The kernel function  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  handles inner product in feature space and hence the explicit form of  $\Phi(\mathbf{x})$  does not need to be known. In the model (17), a training point  $\mathbf{x}_i$  corresponding to a non-zero  $\alpha_i$  value is referred to as the support vector. In [30],  $\varepsilon$ -SVR algorithm employing Vapnik's  $\varepsilon$ -insensitive loss function  $L(\varepsilon, y, \hat{y})$  given as

$$L(\varepsilon, y, \hat{y}) = \begin{cases} 0, & y_i - \hat{y}_i \leq \varepsilon \\ |y_i - \hat{y}_i|, & y_i - \hat{y}_i > \varepsilon \end{cases} \quad (18)$$

is used which formulates the primal form of the regression problem as follows:

$$\min_{\mathbf{w}, bias, \zeta, \zeta^*} P_\varepsilon = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^N (\zeta_i + \zeta_i^*) \quad (19)$$

subject to the constraints,

$$y_i - \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{x}_i) \rangle - \tau \leq \varepsilon + \zeta_i \quad (20)$$

$$\langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{x}_i) \rangle + \tau - y_i \leq \varepsilon + \zeta_i^* \quad (21)$$

$$\zeta_i, \zeta_i^* \geq 0, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (22)$$

where  $\varepsilon$  is the upper value of tolerable error,  $\zeta_i, \zeta_i^*$  are slack variables,  $\|\cdot\|$  is the Euclidean norm and  $C$  is a regularization parameter that provides a compromise between model complexity and degree

of tolerance to the errors larger than  $\varepsilon$  [30].

Dual form of the optimization problem becomes a QP problem as

$$\min_{\beta, \beta^*} D_\varepsilon = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N K_{ij} (\beta_i - \beta_i^*) (\beta_j - \beta_j^*) + \varepsilon \sum_{i=1}^N (\beta_i + \beta_i^*) - \sum_{i=1}^N y_i (\beta_i - \beta_i^*) \quad (23)$$

subject to the constraints,

$$0 \leq \beta_i, \beta_i^* \leq C, \quad \sum_{i=1}^N (\beta_i - \beta_i^*) = 0, \quad i=1,2,\dots,N \quad (24)$$

solution of the QP problem (23) and (24) gives the optimum values of  $\beta_i$  and  $\beta_i^*$ 's. The value of bias in the model is determined as follows: the condition  $\hat{y}(\mathbf{x}_i) - y_i = -\varepsilon$  is satisfied for each support vector  $\mathbf{x}_i$  for which the condition  $0 \leq \beta_i - \beta_i^* \leq C$  holds. If  $\alpha_j$  is defined to be the new coefficient of  $\mathbf{x}_j$  for  $j=1, 2, \dots, N$  as  $\alpha_j = \beta_j - \beta_j^*$ , then an SVM model as given by (17) is obtained. Moreover, when only support vectors are considered, the model becomes,

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \in \text{SV}}}^{\#SV} \alpha_j K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j) + \text{bias} \quad (25)$$

where #SV is the number of support vectors. If we follow the procedure given in [30], then we construct the current state vector as,

$$\mathbf{v}_n = [u_n, \dots, u_{n-n_u}, y_{n-1}, \dots, y_{n-n_y}]^T \quad (26)$$

then the corresponding output of the SVM model becomes,

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \in \text{SV}}}^{\#SV} \alpha_j K(\mathbf{v}_n, \mathbf{x}_j) + \text{bias} \quad (27)$$

In SVM-based observer gain adaptation, a radial basis adopted kernel function is used that is given as

$$K_{ij} = K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp\left(-\frac{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^T (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}{2\sigma^2}\right) \quad (28)$$

where  $\sigma$  is the width parameter [30]. If  $D(j, n)$  is defined as Euclidean distance between  $j^{\text{th}}$  support vector  $\mathbf{x}_j$  and current state vector  $\mathbf{v}_n$  as

$$D(j, n) = (\mathbf{v}_n - \mathbf{x}_j)^T (\mathbf{v}_n - \mathbf{x}_j) = \sum_{i=1}^{n_u} (x_{j,i+1} - u_{n-i})^2 + \sum_{i=1}^{n_y} (x_{j,n_u+i+1} - y_{n-i})^2 \quad (29)$$

then the kernel function can be rewritten as,

$$K(\mathbf{v}_n, \mathbf{x}_j) = \exp\left(-\frac{D(j, n)}{2\sigma^2}\right) \quad (30)$$

and the SVM regression model becomes,

$$\hat{y}_n = \sum_{j=1}^{\#SV} \alpha_j \exp\left(-\frac{D(j, n)}{2\sigma^2}\right) + \text{bias} \quad (31)$$

Now, (31) can be used to predict  $k$ -step ahead future trajectory of the plant as by

$$\hat{y}_{n+k} = \sum_{j=1}^{\#SV} \alpha_j \exp\left(-\frac{D(j, n+k)}{2\sigma^2}\right) + \text{bias}, \quad k=1,2,\dots,K \quad (32)$$

where

$$D(j, n+k) = \sum_{i=1}^{\min(k, n_y)} (x_{j, n_u+i+1} - \hat{y}_{n+k-i})^2 + \sum_{i=k+1}^{n_y} (x_{j, n_u+i+1} - y_{n+k-i})^2 + \sum_{i=k+1}^{n_u} \begin{cases} (x_{j,i+1} - u_{n+k-i})^2, & k-i < 1 \\ (x_{j,i+1} - u_{n+1})^2, & k-i \geq 1 \end{cases} \quad (33)$$

then first order partial derivatives can be written as

$$\frac{\partial \hat{y}_{n+k}}{\partial u_{n+1}} = \sum_{j=1}^{\#SV} \alpha_j \frac{\partial \exp\left(-\frac{D(j, n+k)}{2\sigma^2}\right)}{\partial u_{n+1}} \quad (34)$$

where

$$\frac{\partial \exp\left(-\frac{D(j, n+k)}{2\sigma^2}\right)}{\partial u_{n+1}} = \frac{\partial \exp\left(-\frac{D(j, n+k)}{2\sigma^2}\right)}{\partial d_{j(n+k)}} \frac{\partial D(j, n+k)}{\partial u_{(n+1)}} = -\frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{D(j, n+k)}{2\sigma^2}\right) \frac{\partial D(j, n+k)}{\partial u_{n+1}} \quad (35)$$

and

$$\frac{\partial D(j, n+k)}{\partial u_{n+1}} = \sum_{i=1}^{\min(k, n_y)} [(-2)(x_{j, n_u+i+1} - \hat{y}_{n+k-i}) x_{j, n+k-i} \frac{\partial \hat{y}_{n+k-i}}{\partial u_{n+1}} \delta_1(k-i-1)] + \sum_{i=0}^{n_u} [(-2)(x_{j,i+1} - u_{n+1}) \delta_1(k-i-1)] \quad (36)$$

where  $\delta_1 = (\cdot)$  stands for unit step function [30]. Now, the first-order terms can be used to calculate the Jacobian matrix (41).

### 4. Support Vector Machine Based Observer Gain Adaptation

The proposed SVM based sliding mode observer gain adaptation scheme is given in Fig.1. It is adopted from the study proposed in [30] which is first used for tuning PID controller parameters. The idea is mainly based on obtaining the  $k$ -step ahead predictions of the plant output by using a SVM model and a Jacobian block for tuning SMO gains.

The SVM model is obtained by applying randomly chosen bounded control signals to the plant. After the training process,  $k$ -step ahead predictions  $\hat{\mathbf{y}} = [\hat{y}_{n+1}, \hat{y}_{n+2}, \dots, \hat{y}_{n+k}]$  are obtained from the output of the SVM model with  $t_d$  time durations as shown in Fig.1. Then, in order to minimize the SVM prediction error and to penalize the unwanted rapid changes in the control input, an objective function is chosen as [30]

$$\phi(u_{n+1}) = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^k \varepsilon_{n+i}^2 + \rho(u_{n+1} - u_n)^2 \right) \quad (37)$$

where  $\varepsilon_{n+i} = y_{n+i}^d - \hat{y}_{n+i}$  is the prediction error of SVM at  $i^{\text{th}}$  step,  $y_{n+i}^d$  is the known desired output at  $i^{\text{th}}$  step, and  $\rho$  determines the amount of penalty on the control deviations. In this study, the proposed idea in [30] is applied to the OFSMC case by choosing the observer gain  $\lambda_1$  as the updated parameter. In order to have a numerical solution to the problem of minimizing (37), Levenberg-Marquardt learning rule, which interpolate between Gauss-Newton and steepest descent algorithms, can be written as

$$\lambda_1^{new} = \lambda_1^{old} - (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \kappa \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}^T \boldsymbol{\varepsilon} \quad (38)$$

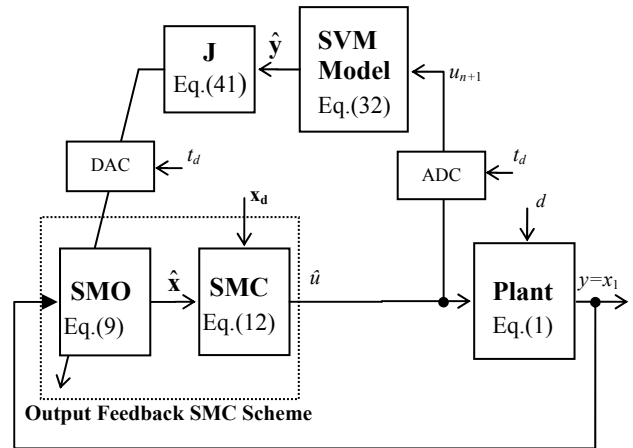
where  $\kappa$  is a blending factor which determines a mixing ratio between gradient-descent and Gauss-Newton algorithms, and  $\boldsymbol{\varepsilon}$  is the prediction error vector which is defined as

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_{n+1} \quad \varepsilon_{n+2} \quad \dots \quad \varepsilon_{n+k} \quad \sqrt{\rho}(u_{n+1} - u_n)]^T \quad (39)$$

The plant's desired output trajectory does not depend on observer gains. Therefore, Jacobian matrix  $\mathbf{J}$  in (38) can be obtained from (37) as

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{n+1}}{\partial \lambda_1} & \frac{\partial \hat{y}_{n+2}}{\partial \lambda_1} & \dots & \frac{\partial \hat{y}_{n+k}}{\partial \lambda_1} & \frac{\sqrt{\rho} \partial u_{n+1}}{\partial \lambda_1} \end{bmatrix}^T \quad (40)$$

Using the presented scheme, the observer gain  $\lambda_1$  is updated discretely at every sampling period  $t_d$  and used to update the SMO that is in continuous time.



**Figure 1.** Schematic diagram of the SVM based observer gain adaptation and control law compensation scheme.

The control law compensation mechanism can also be obtained by splitting the Jacobian matrix (40) into two different parts by using second order Taylor approximation of (37) [30]. Thus, applying the given idea to the observer gain adaptation scheme, the Jacobian matrix can be written as follows

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{n+1}}{\partial u_{n+1}} & \frac{\partial \hat{y}_{n+2}}{\partial u_{n+1}} & \frac{\partial \hat{y}_{n+k}}{\partial u_{n+1}} & \sqrt{\rho} \end{bmatrix}^T \frac{\partial u_{n+1}}{\partial \lambda_1} \quad (41)$$

The partial derivative of  $u_{n+1}$  with respect  $\lambda_1$  could be directly obtained by solving the equations from the SMO and SMC blocks which have both nonlinear structures. This nonlinear structure raises difficulties in obtaining the mathematical solution. Therefore, in this study, the numerical solutions are obtained by using the approximation given as

$$\frac{\partial u_{n+1}}{\partial \lambda_1} \cong \frac{\Delta u_{n+1}}{\Delta \lambda_1} \quad (42)$$

From the stability analysis given in [19], in order to provide the finite time convergence of the estimated states to the actual states the observer gains must satisfy the conditions given as

$$\begin{aligned} \lambda_1 &> |x_2 - \hat{x}_2| + \mu_1 \\ \lambda_2 &> |f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})(u+d) - (f(\hat{\mathbf{x}}) + b(\hat{\mathbf{x}})u)| + \mu_2 \end{aligned} \quad (43)$$

where  $\mu_1, \mu_2$  are small positive real constants [19]. Therefore, these bounds must be provided when tuning the  $\lambda_1$  observer gain. Initially,  $\lambda_1$  is set to acceptable values that provide (43). Proper choice of the gains  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$  will guarantee that the reduced order dynamics are stable on the sliding surface and

this will ensure asymptotic stability of the reference trajectory. To have a better observer performance and thus to provide a better output tracking performance, this preset value should be tuned properly.

### 5 Simulation Studies

To show the performance of the new tuning scheme, computer simulations are performed on a nonlinear mass-spring-damper system on a horizontal surface under the effect of a horizontal force. The dynamic equations of the system is described as

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x}+v(\dot{x},t)+k(x,t)&=u(t)+d(t) \\
 v(\dot{x},t)&=v_0\dot{x}+v_1\dot{x}|\dot{x}| \\
 k(x,t)&=k_0x+k_1x^3
 \end{aligned}
 \tag{44}$$

where  $m$  is the mass,  $x(t)$  is the displacement,  $\dot{x}(t)$  is the velocity,  $v(\dot{x},t)$  and  $k(x,t)$  are nonlinear terms with respect to the damper and spring, respectively. By taking  $x_1=x$ ,  $x_2=\dot{x}$  and by rewriting the system equations (44) in the form of (1), one can obtain

$$\begin{aligned}
 f(\mathbf{x})&=\frac{1}{m}(-v(\dot{x},t)-k(x,t)+u(t)+d(t)) \\
 b(\mathbf{x})&=1/m
 \end{aligned}
 \tag{45}$$

The system parameters in (44) are chosen as,  $m=1$ ,  $v_0=v_1=0.35$  and  $k_0=k_1=0.55$ . The initial state values are chosen as  $x_1(0)=0.5$ ,  $x_2(0)=0$ . The trajectory tracking problem is considered and the desired state trajectories are chosen as

$$\begin{aligned}
 x_{d1}(t)&=-0.5\cos(\pi t/5) \\
 x_{d2}(t)&=0.1\pi\sin(\pi t/5)
 \end{aligned}
 \tag{46}$$

During the simulations, in order to show the robustness against bounded external disturbances,  $d(t)$  is modeled with a sinusoidal signal taken as

$$d(t)=0.05+0.25\cos(3\pi t)
 \tag{47}$$

The SMO for all OFSMCs is taken as (9) and to obtain  $\tilde{x}_2$ , first order low pass filter with bandwidth  $w_n=20$  rad/s is used. For all of the controllers, the sliding surface parameter is taken as  $c_1=7$ .

Simulations have been carried out in Matlab environment and ordinary differential equation solver implementing Runge-Kutta numerical integration method has been selected for simulating the discontinuous nature of sliding mode controller and observer. For the simulation environment, a fixed sampling time of  $2e-4$ s has been applied for simulating the continuous time observer, controller

and plant. On the other hand, the SVM block works in a discrete nature by taking observations and calculating the update value at every  $t_d=1e-2$  s time durations. All simulations are performed in the time interval between  $[0, 5]$  s. The system performance is influenced by the selection of the observer initial conditions. Therefore, assuming that the initial values of system states  $x_1(0)$  and  $x_2(0)$  are at the origin in average  $\hat{x}_1(0)=0$  and  $\hat{x}_2(0)=0$ .

The SVM predicts  $k$ -step ahead system behavior and  $k$  is a design parameter. To analyze the effect of  $k$  on the performance indices and control input magnitude, the system is simulated for different values of  $k$  between  $[2:10]$  and the results are given in Fig.2-3. As can be seen from Fig.2, the performance has its best values for  $k=2$  and the performance is then similar for  $k \geq 4$ . However, from Fig.3, it is seen that for  $k=2$ , this performance improvement has a trade-off as an increased control input magnitude. Therefore,  $k=2$  and 4 are chosen for comparison. The trajectory tracking and state estimation performances are given in Fig.4 and the control inputs are given in Fig.5 for  $k=2$  and 4, respectively.

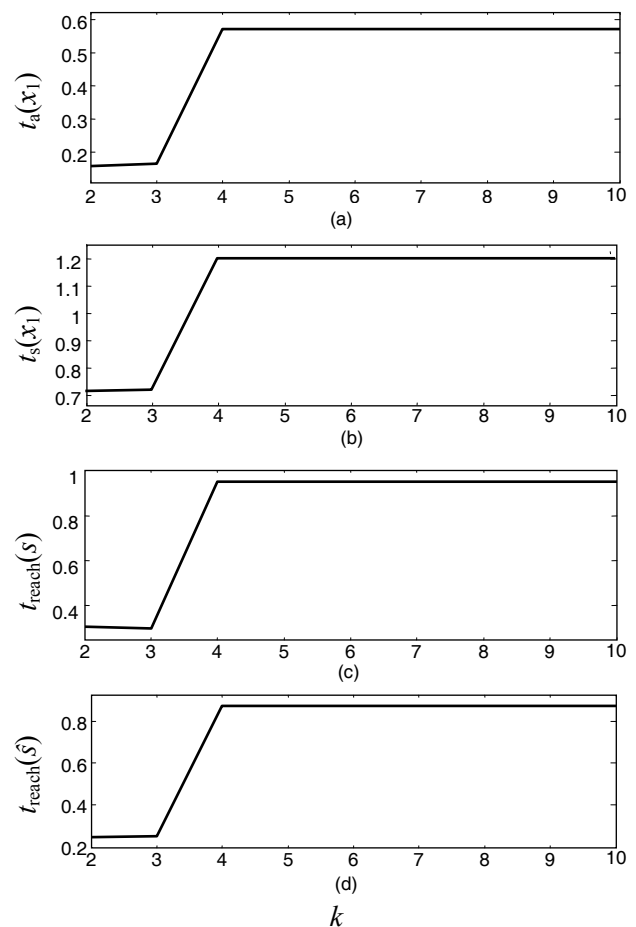


Figure 2. Performance indices for different  $k$  values.

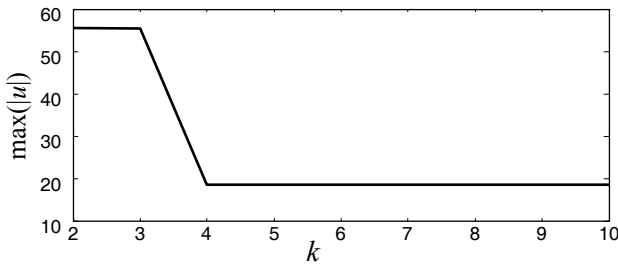


Figure 3. Control input magnitude  $\max(|u|)$ .

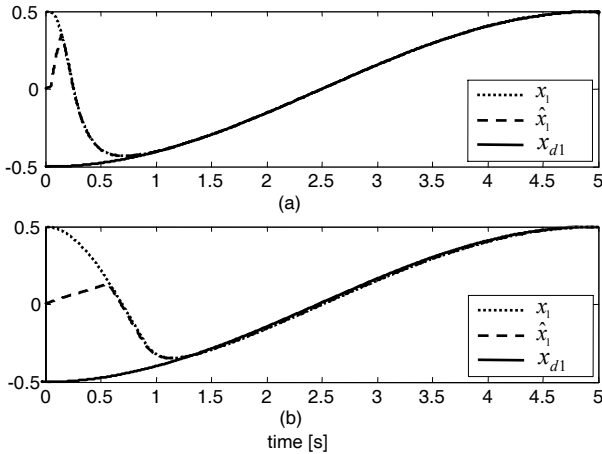


Figure 4. Actual, estimated and reference system output  $y=x_1$  for a)  $k=2$  b)  $k=4$ .

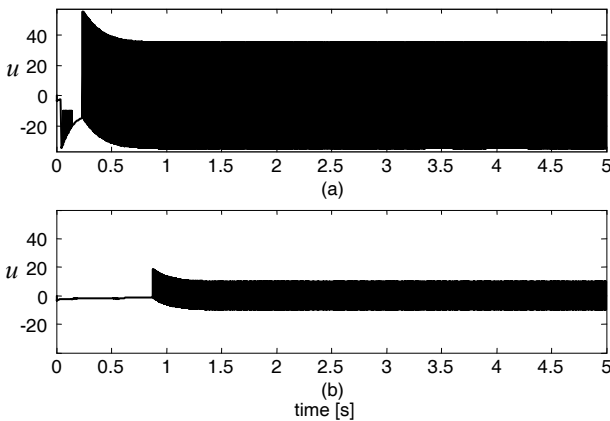


Figure 5. Control inputs for a)  $k=2$ , b)  $k=4$ .

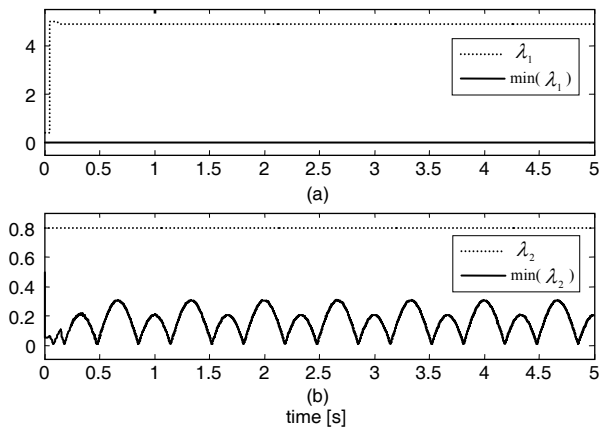


Figure 6. Observer gains and their stability bounds in (43) for  $k=2$ : a)  $\lambda_1, \min(\lambda_1)$ , b)  $\lambda_2, \min(\lambda_2)$ .

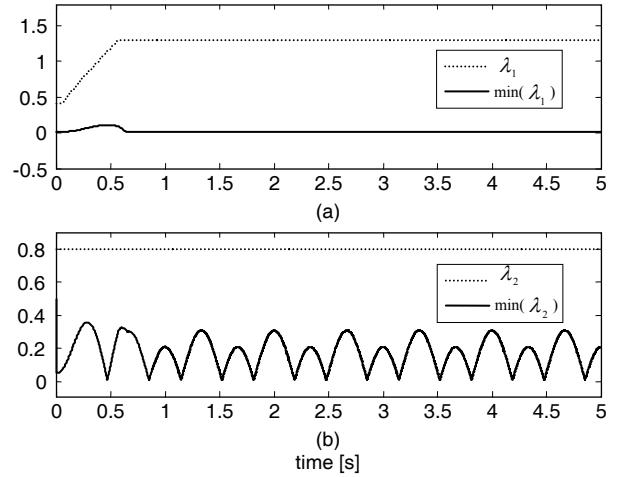


Figure 7. Observer gains and their stability bounds in (43) for  $k=4$ : a)  $\lambda_1, \min(\lambda_1)$ , b)  $\lambda_2, \min(\lambda_2)$ .

The performance for  $k=2$  in Fig.4 is better than the case for  $k=4$ . However, the control input magnitude in Fig.5 reaches near 60 for  $k=2$  which is far more than the conventional case. For the stability of the system, the conditions given in (43) must be provided. The  $\lambda_1, \lambda_2$  values and their minimum values that are obtained from (43) are plotted in Fig.6 and 7, for  $k=2$  and  $k=4$ , respectively. It is seen that the observer gains do not coincide with the given stability conditions.

Considering above analysis on system stability and performance, for detailed comparisons, control input magnitude is also considered and for the  $k$ -step ahead prediction output of the SVM model,  $k=4$  is chosen. The simulations are implemented for the proposed OFSMC with SVM based gain adaptation scheme (OFSMC-SVM) and for the conventional OFSMC presented in [19] (OFSMC-C). Bearing in mind the stability conditions in [19], three different cases for OFSMC-C is considered:

OFSMC-C<sub>1</sub>:  $\lambda_1 = 0.4, \lambda_2 = 0.8$  and  $k_g=3.61$

OFSMC-C<sub>2</sub>:  $\lambda_1 = 0.4, \lambda_2 = 0.8$  and  $k_g=9.863$

OFSMC-C<sub>3</sub>:  $\lambda_1 = 1.293, \lambda_2 = 0.8$  and  $k_g=9.863$

The three cases for OFSMC-C are designed in order to show the effect of adjusted values obtained by the SVM scheme. For OFSMC-C<sub>1</sub>, OFSMC-C<sub>3</sub> and OFSMC-SVM,  $k_g$  in (12) is calculated from (13) with  $\mu = 0.01$ . For OFSMC-C<sub>2</sub>, on the other hand,  $k_g$  is chosen as the maximum value obtained with OFSMC-SVM. OFSMC-C<sub>3</sub> has constant  $\lambda_1$  value that is obtained at last with OFSMC-SVM and  $k_g=9.863$  is calculated from (13) for constant  $\lambda_1 = 1.293$ . The initial value of  $\lambda_1(0) = 0.4$  is chosen for OFSMC-SVM.

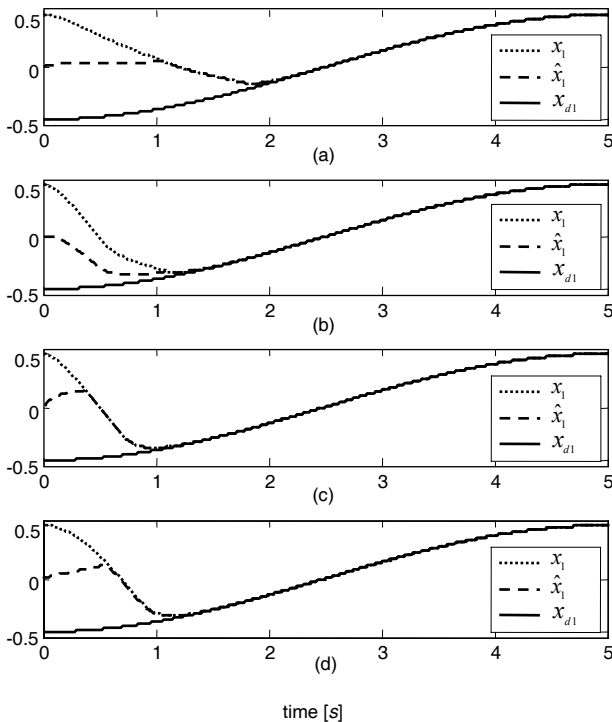
The boundaries for  $\lambda_1$  is taken as  $\lambda_{1\min} = 0.1$

and  $\lambda_{1max} = 5$ . The blending factor in (38) is taken as  $\kappa = 0.1$  and the penalty on the control deviations is  $\rho = 0.001$ .

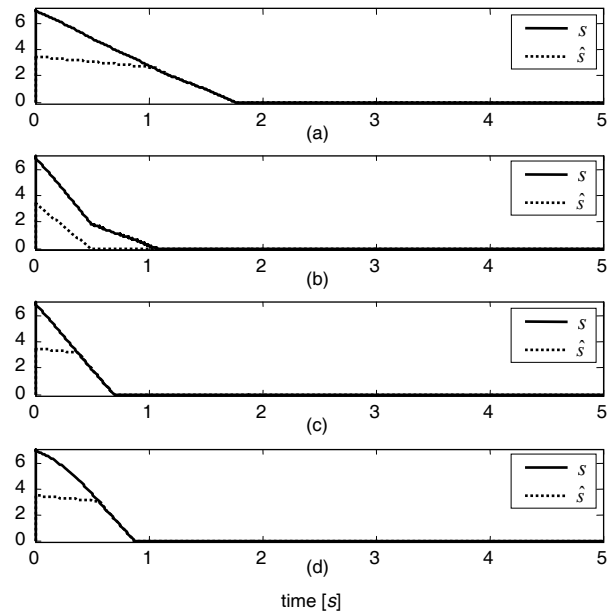
The time responses of estimated system output and actual system output  $y=x_1$  are given in Fig.8. For all the controllers, there is some transient observation error at the beginning of observation as observer initial conditions are inconsistent with those of the plant. But observer states and thus system output estimate approach to its actual value after a finite time.

The sliding surface  $s$  and estimated sliding surface  $\hat{s}$  are plotted in Fig.9. The sliding motion in Fig.9 provides an estimate of the system states. For OFSMC-C<sub>2</sub>, increasing  $k_g$  improves  $t_{reach}(\hat{s})$ . However, this does not improve the observer behavior as can be easily seen from the value of  $t_{reach}(s)$ . The control inputs are also plotted in Fig.10 and chattering is a result of signum function and can be avoided by using a saturation function.

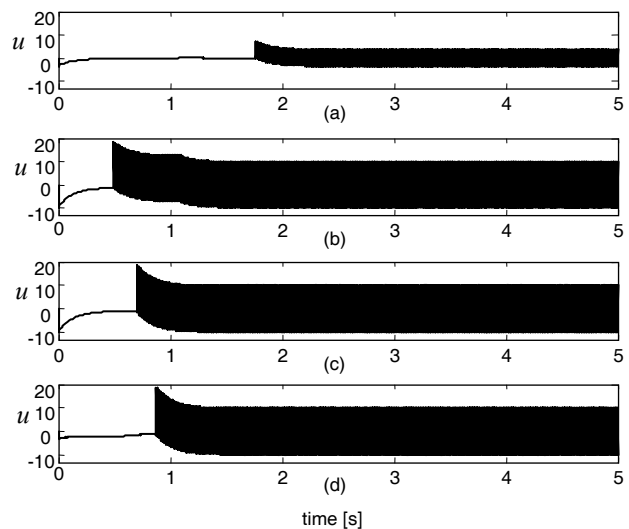
The time-varying behavior of the updated  $\lambda_1(t)$  and calculated  $k_g(t)$  for the proposed OFSMC-SVM controller is plotted in Fig.11. The  $k_g$  is calculated from (13) by using the time-varying  $\lambda_1$  value which is calculated with the proposed method at each  $t_d$  time intervals. At time  $t=0.57$  s the parameters reach their optimum values and stay constant as  $\lambda_1=1.293$  and  $k_g=9.863$  after that time instant.



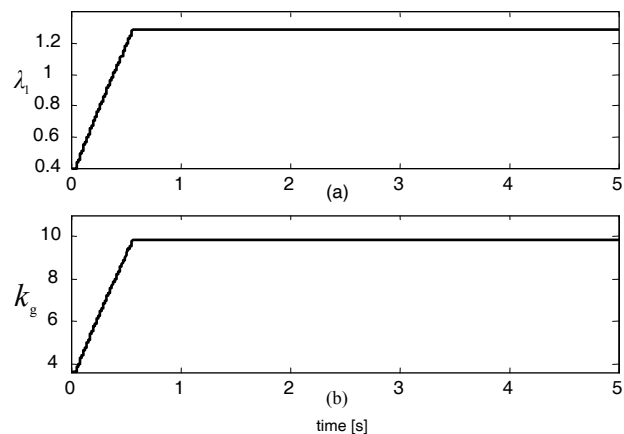
**Figure 8.** Actual, estimated and reference system output  $y=x_1$ : a)OFSMC-C<sub>1</sub>, b)OFSMC-C<sub>2</sub>, c)OFSMC-C<sub>3</sub>, d)OFSMC-SVM.



**Figure 9.** Actual and estimated sliding surface variables: a)OFSMC-C<sub>1</sub>, b)OFSMC-C<sub>2</sub>, c)OFSMC-C<sub>3</sub>, d)OFSMC-SVM.



**Figure 10.** Control inputs: a) OFSMC-C<sub>1</sub>, b) OFSMC-C<sub>2</sub>, c) OFSMC-C<sub>3</sub>, d) OFSMC-SVM.



**Figure 11.** a)  $\lambda_1$ , and b)  $k_g$  for OFSMC-SVM

**Table 1.** Performance indices of the controllers.

	OFSMC- C <sub>1</sub>	OFSMC- C <sub>2</sub>	OFSMC- C <sub>3</sub> k=4	OFSMC- SVM k=4
$t_a(x_1)$	0,964	0,997	0,344	0,534
$t_a(x_2)$	1,132	1,135	0,395	0,605
$t_s(x_1)$	1,836	1,125	0,904	1,075
$t_s(x_2)$	2,125	1,402	1,190	1,352
$t_{reach}(s)$	1,825	1,085	0,895	1,006
$t_{reach}(\hat{s})$	1,775	0,496	0,700	0,876
$\max\{ u \}$	7,234	18,433	18,700	18,632

Finally, the performance indices of the related controllers are given in Table 1. The error bound for the settling time is taken as 5% of the steady state value. In Table 1,  $t_a(x_i)$  is the time that estimated state  $\hat{x}_i$  approach its actual value  $x_i$ ,  $t_s(x_i)$  is the settling time for state  $x_i$ , and  $t_{reach}$  is the reaching time of estimated and actual sliding surface variables. It is seen that only increasing  $k_g$  does not have a positive effect on  $t_a$ . The OFSMC-C<sub>3</sub> represents the obtained values generated by using OFSMC-SVM adaptation scheme. Thus, it has the best observation behavior and settling time performance which shows the constructive tuning strategy of the presented SVM model.

## 6 Conclusion

In this study, output feedback sliding mode control of a nonlinear second order system subject to bounded external disturbances is considered. The novelty of this study is that the support vector machine regression algorithm is firstly used with the output feedback sliding mode controller structure. In this study, the support vector machine regression algorithm is used to adjust the sliding mode observer gains.

By using computer simulations, it is seen that the number of future data points predicted by the support vector machine based model influence both the performance of the system and the magnitude of the control input. Therefore, a proper value for the number of future data points is selected. From the simulation results, it was concluded that the proposed method improves the system trajectory tracking performance and the observer gains. Also, it is shown with the simulations that the stability conditions for the observer gains are satisfied.

Only one of the observer gains is considered in this study. However, the observer gain adjustment mechanism presented in this study can be applied to both observer gains. Also, in the case of higher order systems in the form of the given structure, proposed method can be extended by considering the stability conditions.

## Acknowledgement

This publication is a result of a project carried out over the period 2008-2010. The authors wish to thank The Scientific and Technological Research Council of Turkey (TUBITAK) for financial support (Project No: 107E186).

## References:

- [1] A.S.I. Zinober, An introduction to sliding mode variable structure control, In *Variable Structure and Lyapunov Control* (Zinober, A.S.I., ed.), Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol.193/1994, Springer Verlag, London, 1994, pp.87-107.
- [2] O. Barambones, F.J. Maseda, A.J Garrido, and P. Gomez, A Sliding Mode Control Scheme for Induction Motors Using Neural Networks for Rotor Speed Estimation, *Proceedings of the 5<sup>th</sup> WSEAS International Conference on Instrumentation, Measurement, Control, Circuits and Systems*, Cancun, Mexico, May 11-14, 2005, pp.83-91.
- [3] A. Filipescu, A.L. Stancu, S. Filipescu, and G. Stamatescu, On-line Parameter Estimation in Sliding-mode Control of Pioneer 3-DX Wheeled Mobile Robot, *Proceedings of the 7<sup>th</sup> WSEAS International Conference on Systems Theory and Scientific Computation*, Athens, Greece, August 24-26, 2007, pp.72-77.
- [4] A. Kuzu, S. Bogosyan, and M. Gokasan, Control Strategies for Increased Reliability in MEM Comb Drives, *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> WSEAS International Conference on Applied and Theoretical Mechanics*, Venice, Italy, November 20-22, 2006, pp.213-216.
- [5] I. Haskara, U. Ozguner, and V. Utkin, On sliding mode observers via equivalent control approach, *International Journal of Control*, Vol.71, No.6, 1998, pp.1051-1067.
- [6] G. Ellis, *Observers in control systems: a practical guide*, Academic Press, San Diego, CA, 2002.
- [7] D.G. Luenberger, An introduction to observers, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.AC-16, 1971, pp.596-603.

- [8] F.E. Thau, Observing the state of nonlinear dynamical systems, *International Journal of Control*, Vol. 17, 1973, pp.471-479.
- [9] A. McCann, M.S. Islam, and I. Hussain, Application of a sliding-mode observer for position and speed estimation in switched reluctance motor drives, *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol.37, No.1, 2001, pp.51-58.
- [10] C. Edwards, S.K. Spurgeon, C.P. Tan, and N. Patel, Sliding mode observers, *Lecture Notes in Control & Information Systems*, Vol.367, 2007, pp.221-242.
- [11] S.K. Spurgeon, Sliding mode observers: a survey, *International Journal of Systems Science*, Vol.39, No.8, 2008, pp.751-764.
- [12] S. Drakunov, and V. Utkin, Sliding mode observers: a tutorial, *Proceedings of the 34th IEEE International Conference on Decision and Control*, 1995, pp.3376-3378.
- [13] T. Floquet, and J.-P. Barbot, A canonical form for the design of unknown input sliding mode observers, In *Advances in Variable Structure and Sliding Mode Control* (C. Edwards, C.E. Fossas, L. Fridman, eds.), Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol.334, Springer, Berlin, 2006, pp.271-296.
- [14] C. Unsal, and P. Kachroo, Sliding mode measurement feedback control for antilock braking system, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol.7, No.2, 1999, pp.271-281.
- [15] M.C. Pai, Discrete-time output feedback sliding mode control for uncertain systems, *Journal of Marine Science and Technology*, Vol.16, No.4, 2008, pp.295-300.
- [16] E.H.E. Bayoumi, Speed sensor-less sliding mode control of induction motor drive, *WSEAS Transactions on Circuits and Systems*, Vol.3, No. 8, 2004, pp.1700-1705.
- [17] W. Sangtungong, and S. Sujitjorn, Adaptive Sliding-Mode Speed-Torque Observer. *WSEAS Transactions on Systems*, Vol.5, No.3, 2006, pp.458-466.
- [18] W. Sangtungong, and S. Sujitjorn, Stability Analysis of a Sliding-Mode Speed Observer during Transient State, *Proceedings of the 5<sup>th</sup> WSEAS International Conference on Instrumentation, Measurement, Circuits and Systems*, Hangzhou, China, April 16-18, 2006, pp.135-140.
- [19] J.M. Daly, and D.W.L. Wang, Output feedback sliding mode control in the presence of unknown disturbances, *Systems and Control Letters*, Vol.58, 2009, pp.188-193.
- [20] A. Baz, A neural observer for dynamic systems, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.152, No.2, 1992, pp.227-243.
- [21] I. Chairez, A. Pozynak, and T. Pozynak, New sliding-mode learning law for dynamic neural network observer, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II, Express Briefs*, Vol.53, No.12, 2006, pp.1338-1342.
- [22] W. Yu, Stability analysis of visual servoing with sliding mode estimation and neural computation, *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol.4, No.5, 2006, pp.545-558.
- [23] J. Resendiz, W. Yu, and L. Fridman, Two-stage neural observer for mechanical systems, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II, Express Briefs*, Vol.55, No.10, 2008, pp.1076-1080.
- [24] M. Lee, A sliding mode controller with neural network and fuzzy logic, *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, Vol.1-4, 1997, pp.2414-2417.
- [25] V. Kurkova, and M. Sanguineti, Comparison of worst case errors in linear and neural network approximation, *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol.48, No.1, 2002, pp.264-275.
- [26] S. Tokat, Time-varying sliding surface design with support vector machine based initial condition adaptation, *Journal of Vibration and Control*, Vol.12, No.8, 2006, pp.901-926.
- [27] F.G. Wang, S.K. Park, M.C. Kim, S.J. Choi, and T.S. Yoon, A novel sliding surface design by using support vector machines, *Proceedings of the International Conference on Complex Systems and Applications*, Jinan, China, 2007, pp.1405-1409.
- [28] J.N. Li, Y.B. Zhang, and H.P. Pan, Chattering free LS-SVM Sliding Mode Control, *Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Symposium on Neural Networks*, Beijing, China, 2008, pp.701-708.
- [29] E.M. Jafarov, A New Reduced-order sliding mode observer design method: A triple transformations approach, *Proceedings of the 9<sup>th</sup> WSEAS International Conference on Systems*, Athens, Greece, July 11-13, 2005, pp.1-8.
- [30] S. Iplikci, A comparative study on a novel model-based PID tuning and control mechanism for nonlinear systems, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, doi.10.1002/rnc.1524, 2009.



**EK-10**

### TOK'10 – ÜNİVERSİTE-SANAYİ İŞBİRLİĞİ Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü 21-23 Eylül 2010

#### Onursal Başkanlar

Nimet Özdaş  
A. Talha Dinibütün  
İ. Alınur Büyükkaksoy

#### Sempozyum Başkanı

Vasfi Eldem

#### Yürütme Kurulu

Muammer Kalyon  
Selim Sivrioğlu  
Hakan Hocaoglu  
Erkan Zergeroğlu  
Abdulkadir Balıkcı  
Şeref Naci Engin

#### Sempozyum Sekreteri

Uğur Hasırcı

#### Düzenleme Kurulu

Abdulkadir Balıkcı (GYTE)  
Mehmet Bayrak (SAKARYA Ü.)  
Galip Cansever (YTÜ)  
Recep Demirci (GAZİ Ü.)  
M. Önder Efe (TOBB ETÜ)  
Murat Efe (ANKARA Ü.)  
İbrahim Eksin (İTÜ)  
Ş. Naci Engin (TÜBİTAK MAM)  
Uğur Hasırcı (GYTE)  
Hakan Hocaoglu (GYTE)  
Muammer Kalyon (GYTE)  
V. Emre Ömürlü (YTÜ)  
Ufuk Özbay (GYTE)  
Ceyhan Sezenoğlu (GYTE)  
Selim Sivrioğlu (GYTE)  
M. Turan Söylemez (İTÜ)  
Enver Tathcıoğlu (İYTE)  
Mustafa Ünel (SABANCI Ü.)  
Erkan Zergeroğlu (GYTE)

#### Davetli Konuşmacılar

Tamer Başar  
Miroslav Krstic  
Joao Hespanha

#### Sempozyum Yeri

TÜBİTAK TÜSSİDE Tesisleri, Gebze

#### İletişim

Uğur Hasırcı  
Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü  
Mühendislik Fakültesi  
Elektronik Mühendisliği Bölümü  
41400 Gebze Kocaeli  
Tel : 0 262 605 2423  
Fax : 0 262 653 84 97  
<http://web.gyte.edu.tr/tok10>  
[tok10@gyte.edu.tr](mailto:tok10@gyte.edu.tr)

#### Amaç

Ülkemizin değişik üniversitelerinde ve endüstride görev yapan saygın bilim insanlarını ve kontrol mühendislerini bir araya getiren, katılımcıların karşılıklı olarak fikir alışverişinde bulunmasına ve ortak çalışmaların üretilmesine olanak sağlayan Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, 2010 yılında “Üniversite-Sanayi İşbirliği” temasıyla Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü’nde (GYTE) yapılacaktır.

GYTE, Türkiye’nin sanayi başkenti olan Kocaeli’de ve Kocaeli’nin en çok sanayi tesisi bulunan ilçesi olan Gebze’de konumlanmıştır. Bu nedenle TOK’10 toplantısının stratejik hedefi, “Üniversite - Sanayi İşbirliği” olarak belirlenmiştir. Bu amaca yönelik olarak toplantının davetli konuşmacıları, ülkemizin saygın bilim insanlarına ek olarak, Ar-Ge faaliyetleri yürütülen sanayi kuruluşlarındaki yönetici mühendisler arasından seçilecektir. Anılan bu davetli konuşmacıların, yürüttükleri Ar-Ge faaliyetlerinin konusu hakkında bilgi verdikten sonra, işbirliğine ihtiyaç duydukları konularda da katılımcıları bilgilendirmesi amaçlanmaktadır. Bu yolla üniversitelerde görev yapan araştırmacılarımızla sanayi kurumları arasında fikirlerin paylaşıldığı, teknoloji çözümlerinin üretildiği ve ortak projelerin geliştirildiği bir Üniversite-Sanayi İşbirliği ortamı yaratılması ve bilim insanlarımızın motivasyonlarının yükseltilmesi amaçlanmaktadır.

Özgün araştırma bildirilerinin sunulacağı TOK’10 toplantısının dili Türkçe olacaktır. Kabul edilen bildiriler, bildiri özetleri kitabında ve toplantı CD’sinde yayınlanacaktır. Ayrıca, tüm bildiriler, uluslararası atf indekslerinde taranan belirli bazı dergilerde yayınlanmak üzere, toplantı sonrasında Ulusal Program Kurulu tarafından tekrar incelenecektir.

#### Önemli Tarihler

Özel oturum önerileri için son tarih	1 Mart 2010
Tam metin bildirilerin gönderiminin başlangıcı	1 Mart 2010
Tam metin bildirilerinin gönderilmesi için son tarih	22 Nisan 2010
Değerlendirme sonuçlarının yazarlara bildirilmesi	14 Mayıs 2010
Basıma hazır bildirilerin gönderilmesi için son tarih	1 Haziran 2010
TOK’10 toplantı tarihi	21-23 Eylül 2010

#### Bildiri Konuları

Algılayıcı Ağlarında Kontrol	Otomasyonun Sosyal Etkileri	Doğrusal Kontrol Sistemleri
Kimyasal Süreçlerde Kontrol	Bulanık Sistemler ve Kontrol	Endüstriyel Otomasyon
Raslantısal Sistemler	Akıllı Otonom Araçlar	Akışkan Gücü Kontrolü
Otonom Robot Koordinasyonu	Doğrusal Olmayan Kont. Sist.	Kontrol Eğitimi
İmalatta Kontrol	Hareket Kontrol Sistemleri	Robotik
Ayrık Olay ve Melez Sistemler	Uçuş Kontrol Sistemleri	Biyolojik Sistemlerde Kontrol
İşaret İşleme	Sistem Dinamiği	Dayanıklı (Gürbüz) Kontrol
Ekonomik Sistemlerde Kontrol	Modelleme ve Sistem Tanıma	Mikro/Nano Sistemler
Geniş Ölçekli Sistemler	Mekatronik Sistemler	Biyomedikal Sist. Kontrol
Görme Tabanlı Kontrol	Motor Kontrol Sistemleri	Optimal Kontrol
Çevresel Sistemlerin Kontrolü	Kontrolör Tasarımı	İnsan-Makine Etkileşimi
Akıllı Kontrol Sistemleri	Ölçme ve Enstrümantasyon	Maden ve Metal İşl. Süreçleri
Otomotiv Kontrol Sistemleri	Güç Sistemlerinde Kontrol	Uyarlanabilir ve Öğrenen Sist.

#### Ulusal Program Kurulu

Eşref Adalı (İTÜ)	Aydan Erkmen (ODTÜ)	Janset Kuvulmaz (YTÜ)
Davut Akdaş (Balıkesir Ü.)	Abdulkadir Erden (Atılım Ü.)	İ. Beklan Küçükdemiral (YTÜ)
İsmail Altaş (KTÜ)	O. Kaan Erol (İTÜ)	Kemal Leblebicioğlu (ODTÜ)
Yaman Arkun (Koç Ü.)	Şeniz Ertuğrul (İTÜ)	Ömer Morgül (Bilkent Ü.)
Aytekin Bağış (Erciyes Ü.)	Veysel Gazi (TOBB ETÜ)	Ata Muğan (İTÜ)
Abdullah Bal (YTÜ)	Cem Gökner (Doğuş Ü.)	Hitay Özbay (Bilkent Ü.)
Atalay Barkana (Osmangazi Ü.)	Leyla Gören (İTÜ)	Kadri Özçalıdıran (Boğaziçi Ü.)
Duygun Erol Barkana (Yeditepe Ü.)	Haluk Görgün (YTÜ)	Canan Özgen (ODTÜ)
Yaman Barlas (Boğaziçi Ü.)	Fuat Gürleyen (İTÜ)	Kemal Özgören (ODTÜ)
Murat Barut (Niğde Ü.)	Rahmi Güçlü (YTÜ)	Bülent Özgüler (Bilkent Ü.)
Yaşar Becerikli (Kocaeli Ü.)	Kayhan Gülez (YTÜ)	Osman Parlaktuna (Osmangazi Ü.)
Zafer Bingül (Kocaeli Ü.)	Levent Güvenç (İTÜ)	Bülent Platin (ODTÜ)
Atilla Bir (İTÜ)	Cüneyt Güzel (Dokuz Eylül Ü.)	Demir Sındel (İTÜ)
İşıl Bozma (Boğaziçi Ü.)	Serdar Ethem Hamamcı (İnönü Ü.)	Erol Sezer (Bahçeşehir Ü.)
Hüseyin Canbolat (Mersin Ü.)	Yaşar Hondur (Gazi Ü.)	Selim Sivrioğlu (GYTE)
Galip Cansever (YTÜ)	Kemal Ider (ODTÜ)	Mehmet Turan Söylemez (İTÜ)
Mehmet Çamurdan (Boğaziçi Ü.)	Altuğ İftar (Anadolu Ü.)	Nusret Tan (İnönü Ü.)
Kemal Cılız (Boğaziçi Ü.)	Serdar İplikçi (Pamukkale Ü.)	Sezai Tokat (Pamukkale Ü.)
Fikret Çalışkan (İTÜ)	Kemal İnan (Sabancı Ü.)	Semir Tulunay (ODTÜ)
Recep Demirci (Gazi Ü.)	Yorgo İstefanapulos (Işık Ü.)	İ. Burhan Türkşen (TOBB ETÜ)
Hüseyin Demircioğlu (Hacettepe Ü.)	Muammer Kalyon (GYTE)	Ahmet Uçar (Fırat Ü.)
Mübeccel Demirekler (ODTÜ)	A. Kerim Kar (Marmara Ü.)	Erol Uyar (Dokuz Eylül Ü.)
Yağmur Denizhan (Boğaziçi Ü.)	İbrahim Kaya (Dicle Ü.)	Mustafa Ünel (Sabancı Ü.)
Ahmet Denker (Girne Amerikan Ü.)	Okyay Kaynak (Boğaziçi Ü.)	İsmail Yüksek (YTÜ)
Murat Doğruel (Marmara Ü.)	Ünver Kaynak (TOBB ETÜ)	İbrahim Yüksel (Uludağ Ü.)
Mehmet Önder Efe (TOBB ETÜ)	Feza Kerestecioglu (Kadir Has Ü.)	Önder Yüksel (ODTÜ)
İbrahim Eksin (İTÜ)	Salman Kurtulan (İTÜ)	M. Emin Yüksel (Erciyes Ü.)
Yücel Ercan (TOBB ETÜ)	Ahmet Kuzucu (İTÜ)	Erkan Zergeroğlu (GYTE)
Cevat Erdal (İTÜ)		

# Ayrık-zamanlı Kayma Kipli Kontrolörde Bozucu Gözleyici Kazancının Destek Vektör Makineleri ile Ayarlanması

S. Tokat<sup>1</sup>, S. İplikçi<sup>2</sup>, L. Ulusoy<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Bilgisayar Mühendisliği Bölümü  
Pamukkale Üniversitesi, Denizli  
stokat@pamukkale.edu.tr

<sup>2</sup>Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Pamukkale Üniversitesi, Denizli  
{iplikci, lulusoy04}@pamukkale.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada, doğrusal olmayan bir sistem için çıkış izleme hatasının iyileştirilmesi amacı ile bozucu gözleyici kazançlarının bir karar destek makinesine dayalı yapı sayesinde ayarlanması ele alınmaktadır. Bilgisayar tabanlı kontrole uygun olması nedeni ile ayrık-zamanlı kayma kipli kontrol yapısı kullanılmış ve bozucu gözleyici kazançlarının iyileştirilmesi ile çıkış izleme başarımının iyileştirildiği ve gürbüzlüğün korunduğu benzetimlerle gösterilmiştir.

## 1. Giriş

Herhangi bir sistemin çevresi ile olan etkileşimi bilinmeyen birçok faktöre bağlıdır. Dış bozucular olarak ele alınan tüm bu faktörler değişken yapıli sistemler kuramına dayalı kayma kipli kontrol yönteminin ilgi alanına girmektedir ve literatürde geniş bir şekilde ele alınmıştır [1, 2]. Eğer dış bozucu veya model belirsizlikleri ile ilgili önsel istatistiksel bilgiler varsa stokastik kontrol yöntemleri kullanılarak çözüm bulmak daha doğrudur. Fakat, bu işaretlerin önsel olarak sadece sınır değerleri biliniyorsa bu durumda stokastik yöntemler işe yaramaz. Kayma kipli kontrol (sliding mode control – SMC) genel yapısı ile sınırlı genlikli bozucular ve parametre belirsizliklerinin bulunduğu durumlarda doğrusal olmayan sistemlerin dayanıklı kontrolü için kullanılan etkin ve kullanışlı bir yöntemdir [3].

Günümüzde kontrolör gerçeklemlerinde sayısal bilgisayarların kullanılması giderek daha fazla yaygınlık kazanmaktadır. Bu yaygınlık bilgisayar kontrollü kayma kipli kontrol uygulamaları konusunda yapılan çalışmalarda da görülmektedir [4]. Sayısal bir bilgisayar yapısında sürekli zamanlı SMC yaklaşımı kullanıldığında örnekleme aralığının sistemin en yüksek frekanslı bileşenine göre çok küçük olduğu varsayılmaktadır. Kontrol edilecek sistem örneğin bilgisayar ağlarında sıkışma kontrolü [5] gibi bazı problemlerde ayrık olabilir. Bu durumda hesaplanan ayrık kontrol işareti doğrudan kullanılabilir. Fakat sürekli zamanlı bir sistem sayısal bilgisayarda sürekli zamanlı bir kontrol algoritması koşullararak kontrol edildiğinde analog sayısal dönüştürme içeren örnekleme tutma devresi ile örnekleme aralığı göz önüne alınmamaktadır. Bu durumda sürekli zamanlı SMC

başarımı ancak sürekli sistemin dinamik bileşenlerine göre çok küçük örnekleme aralıkları seçildiği durumda başarılı sonuçlar üretecektir [6]. Fakat hem elimizdeki donanıma hem de kullandığımız sayısal algoritmanın karmaşıklığına bağlı olarak kullanabileceğimiz örnekleme aralığının fiziksel alt sınırları bulunmaktadır. Özellikle sistem durumlarının gözleyici tabanlı olarak hesaplandığı veya kayma yüzeyinin doğrusal olmayan veya zamanla değişen biçimlerde tasarlandığı durumlarda algoritma hesaplama karmaşıklığı artmakta ve sürekli zamanlı kayma kipli kontrolörün bilgisayar tabanlı kullanılmasında gerçekleştirme sorunları ortaya çıkabilmektedir.

Sayısal bilgisayarlar ile kayma kipli kontrol yapılarını gerçeklemek için önerilen bir yöntem ayrık-zamanlı kayma kipli kontrol (discrete-time sliding mode control- DSMC) yapılarıdır. Literatürde birçok farklı DSMC yapısı tanımlanmıştır. Bu çalışmalardan öncü nitelikte olanlar [7, 8] tarafından yapılanlardır. Bu çalışmalarda DSMC için farklı ulaşma koşulları tanımlanarak elde edilen sözde (quasi) kayma kipi ile kontrol kuralı elde edilmeye çalışılmıştır. Burada sözde tanımının yapılmasının nedeni kayma yüzeyi üzerindeki kayma fazı dinamiklerinin sürekli zamanlı SMC yapısında olduğundan farklı tanımlanmasıdır.

DSMC çalışmalarında model belirsizliklerinin veya dış bozucuların ele alındığı çalışmalar bulunmaktadır. [7,8]'de olduğu gibi ilk tasarım örnekleri doğrusal sistemler için geliştirilmiş olsa da bu yol gösterici çalışmalardan sonra doğrusal olmayan sistemler için de DSMC tasarımları elde edilmiştir. Örneğin [9]'da model belirsizlikleri üzerinde durulmuş ve ölçülen durum bilgileri ve bunların sayısal diferansiyel değerleri kullanılarak belirsizlik kestirilmeye çalışılmış ve endüstriyel bir robot koluna uygulaması yapılmıştır. Diğer bir çalışmada ise kontrol işaretinin doyuma ulaştığı durum ele alınarak kullanılan bozucu gözleyici ve geribesleme kazanç parametreleri için ayrık zamanlı bir ayarlama mekanizması geliştirilmiştir [10].

SMC veya DSMC başarımını iyileştirmek amacıyla yapay zeka ve esnek modelleme tekniklerinden yararlanılması güncel bir konudur [11]. Güncel bir esnek modelleme konusu ise ilk olarak sınıflandırma problemlerini çözmek amacıyla ortaya atılan destek vektör makineleridir (support vector machine – SVM). Sürekli zamanlı SMC yapıları için kayma yüzeyi elde edilmesi [12], çartırının engellenmesi [13], çıkış geribeslemeli

SMC için durum gözleyici kazançlarının ayarlanması [14] gibi farklı amaçlarla SVM yapılarından yararlanılmıştır.

Bu çalışmada DSMC yapısı üzerinde durulmuş ve dış bozucu içeren doğrusal olmayan sistemlerin kontrolü için [10]'da verilen DSMC yapısı ele alınmıştır. SVM tekniğinden yararlanılarak bozucu kazançlarının ayarlanması sonucunda çıkış izleme hatasının azaltılmasını sağlayacak parametre değerlerinin hem çevrimiçi hem de çevrimdışı olarak elde edilmesi amaçlanmıştır. Sürekli bir SMC ile tek bir durum gözleyici parametresinin ayarlandığı [14]'ten farklı olarak bu çalışmada, SMC ve SVM yapısı ayrı zamanlarda tasarlanmış ve birden çok bozucu gözleyici parametresi ayarlanmaya çalışılmıştır. Çalışmanın genel akışı ise şu şekildedir: İkinci bölümünde [10] çalışmasında ele alınan DSMC yapısı kısaca tanıtılmıştır. Daha sonra, önerilen SVM tabanlı kazanç ayarlama mekanizması Bölüm 3'te tanıtılmıştır. İzleme başarımında elde edilen iyileştirme koşuturulan benzetim çalışmaları aracılığı ile Bölüm 4'te incelenmiştir.

## 2. Problemin Tanıtılması

Bu çalışmada kanonik biçimde ifade edilebilen tek giriş tek çıkışlı ikinci dereceden doğrusal olmayan sistemler ele alınmıştır. Bu durumda sistem denklemleri

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= f(\mathbf{x}, u) + d(t) \\ y(t) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $x_i$  ( $i=1,2$ ) sistem durumları,  $\mathbf{x}^T = [x_1 \ x_2]$  sistem durum vektörü,  $\mathbf{c}^T = [c_1 \ c_2]$  sabit çıkış vektörü,  $u$  ve  $y$  sistem giriş ve çıkışı,  $f(\mathbf{x}, u)$  sistem karakteristiğini belirleyen doğrusal olmayan fonksiyon ve  $d(t)$  dış bozuculardır. Bozucu  $d(t)$  işareti  $|d(t)| \leq d_{\max}$  şeklinde sınır değerlere sahiptir ve  $d_{\max}$  sınırının tasarımcı tarafından önceden bilindiği varsayılmaktadır. Ele alınan kontrol probleminde amaç,  $y$  çıkışının istenen bir  $y_d$  referans işaretini izlemesinin sağlanmasıdır.

Sistem (1)'e ait sürekli zaman hata durum dinamikleri

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= e_2 \\ \dot{e}_2 &= f(\mathbf{x}, u) - \dot{x}_{2d} + d(t)\end{aligned}\quad (2)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $e_i = x_i - x_{id}$  ( $i=1,2$ ) hata durumları olarak tanımlanmıştır [10]. Ayrık uzaya geçmek için kesin ayrık modeli elde etmek genel olarak hesaplama karmaşıklığından dolayı tercih edilmemektedir. Bunun yerine diferansiyel denklemlerin ileri yönde, geri yönde çeşitli derecelerden yaklaşıklıkları veya Tustin yamuk kuralı gibi yaklaşıklıklar kullanılır [15]. Denklem (2)'deki hata durum denklemini ayrık-zamanda ifade etmek için, türev ifadeleri yerine birinci dereceden ileri yönde fark alma yöntemi kullanılırsa ayrık-zamanlı durum denklemleri

$$\begin{aligned}e_1(n+1) &= e_1(n) + T e_2(n) \\ e_2(n+1) &= e_2(n) + T f(\mathbf{x}(n), u(n)) - x_{2d}(n+1) + x_{2d}(n) + T d(n)\end{aligned}\quad (3)$$

şeklinde elde edilebilir [10]. Buradan  $f(\mathbf{x}(n), u(n))$  çekilirse

$$f(\mathbf{x}(n), u(n)) = \left( \frac{x_{2d}(n+1) - x_{2d}(n)}{T} \right) + \left( \frac{e_2(n+1) - e_2(n)}{T} \right) - d(n) \quad (4)$$

şeklinde yazılabilir. Kontrol edilen sistemin istenen çıkış yürümesi sistemden ve gözleyici kazançlarından tamamen

bağımsız olarak bir dış kaynak tarafından üretilmektedir. Yani  $n$ . adımda  $n+1$  anındaki istenen  $x_{2d}(n+1)$  değeri önceden bilinmemektedir. Fakat, yine herhangi bir  $n$  anında (4) denklemindeki  $e_2(n+1)$  ve  $d(n)$  değerleri bilinmemektedir. Bu amaçla [10] çalışmasında, bilinmeyen terimleri elde etmek için

$$\left( \frac{e_2(n+1) - e_2(n)}{T} \right) - d(n) = -\lambda_1 e_1(n) - g_k(n) s(n) - \hat{d}(n) \quad (5)$$

şeklinde bir terim getirilmiştir. Bu sayede  $f(\mathbf{x}(n), u(n))$ 'nin  $n$  anındaki ölçümler ve kestirimler cinsinden elde edilmesi sağlanmıştır. Burada hepsi  $nT$  anındaki değerler olmak üzere  $e_1(n)$  sistem hata durumu,  $\hat{d}(n)$  bozucu kestirimi,  $s(n)$  kayma yüzeyi değişkeni ve  $g_k(n)$  zamanla değişen geribesleme kazancıdır. Ayrık zamanlı kayma yüzeyi değişkeni en genel yapıda hata durumlarının doğrusal bir fonksiyonu olarak

$$s(n) = e_2(n) + \lambda_1 e_1(n) \quad (6)$$

şeklinde tanımlanmıştır. İkinci derece doğrusal olmayan (1) sisteminde kararlılık için  $\lambda_1$  kesin pozitif tanımlı olmalıdır.

Dış bozucu kestirimi ise bir bozucu gözleyicisi ile

$$\hat{d}(n) = \hat{d}(n-1) + g_k(n-1)[g_1(n-1)s(n) + g_2(n-1)s(n-1)] \quad (7)$$

olarak elde edilmektedir [10]. Burada  $g_1(n)$  ve  $g_2(n)$  bozucu gözleyiciye ait zamanla değişen kazanç değerleridir. Kontrol işaretinin (4) denkleminde çekilmesi için özel olarak

$$f(\mathbf{x}(n), u(n)) = b(\mathbf{x}, n)u(n) + \gamma(\mathbf{x}, n) \quad (8)$$

biçiminde olduğu ve (8)'de  $b(\mathbf{x}, n) \neq 0$  olmak üzere işaret değiştirmeyen yapıda olduğu varsayımı ile (4), (5) ve (8)'den

$$u(n) = b^{-1}(\mathbf{x}, n) \left[ \frac{x_{2d}(n+1) - x_{2d}(n)}{T} - \lambda_1 e_1(n) - g_k(n) s(n) - \hat{d}(n) \right] - \gamma(\mathbf{x}, n) \quad (9)$$

olarak elde edilebilir. Burada elde edilen kontrolörün kararlılığı için geribesleme kazancı  $g_k(n)$  ve bozucu kazançları  $g_1(n)$  ile  $g_2(n)$  uygun şekilde seçilmelidir. Denklem (6)'daki  $s(n)$ 'nin ve sınır değerli kalması için parametrelerin şu koşulları sağlaması gerektiği [10]'da gösterilmiştir:

$$\begin{aligned}|1 - g_k(n)T| &\leq a_m < 1 \\ |1 - g_k(n)g_1(n)T| &\leq b_m \leq a_m < 1\end{aligned}\quad (10)$$

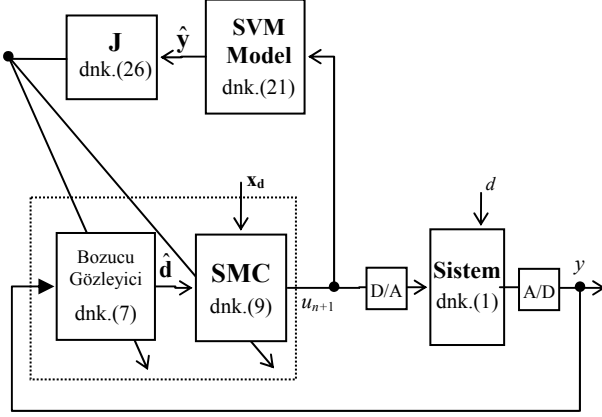
ve  $g_2(n)$  kazanç değeri de  $g_1(n)$  cinsinden

$$g_2(n) = -g_1(n)(1 - g_k(n)T) \quad (11)$$

olarak verilmiştir [10]. Bir sonraki bölümde (10) koşullarının dışına çıkmadan izleme başarımının iyileştirilmesi üzerinde durulmuştur. Geribeslemeli kontrol sistemlerindeki en önemli sorunlardan birisi (9) kontrol kuralı ile elde edilen  $u(n)$  kontrol işaretinin fiziksel sınırlamalardan dolayı uygulanamaması durumudur. Kontrol işaretinin doyuma ulaşması bu sınırlamalara bir örnektir [16]. Özellikle burada ele aldığımız problemde olduğu gibi parametrelerin ayarlandığı bir durumda bu sorun ortaya çıkabilecektir. Denklem (9)'da verilen kontrol işareti sınır değerlerin dışına çıktığında geribesleme kazancı uygun şekilde değiştirilerek  $u(n)$  sınır değere kolayca çekilebilir [10]. Bu çalışmada da kontrol işareti sınır değerli alınmış, gözleyici ve geribesleme kazancı ayarlanarak izleme başarımı iyileştirilmeye çalışılmıştır.

### 3. Destek Vektör Makineleri ile Kazançların Ayarlanması

Önerilen SVM ile DSMC yapısındaki gözleyici ve geribesleme kazançlarının ayarlanması için kullanılan düzene ait şematik gösterim Şekil 1'de verilmiştir. Bu yapı [14]'te sürekli zamanlı SMC yapısı için kullanılan düzenin DSMC için uyarlanmış biçimidir ve [17]'de PID parametrelerinin ayarlanması için elde edilen yapıya dayanmaktadır. Bu yapıda parametreleri ayarlamak amacı ile kullanılan Jakobiyen hesaplaması için sistemin SVM modelinden yararlanılacaktır.



Şekil 1. Önerilen SVM tabanlı parametre ayarlama yöntemine ait şematik gösterim

#### 3.1. Sistem Modelinin Elde Edilmesi

Kazanç değerlerinin ayarlanması için dinamik davranışın

$$y(n_i) = f(u(n_i), \dots, u(n_i - n_u), y(n_i - 1), \dots, y(n_i - n_y)) \quad (12)$$

şeklinde bir NARX (Nonlinear Autoregressive) modeliyle ifade edildiği yapı ele alınmıştır. Burada  $u(n)$ ,  $n$ . adımda sisteme uygulanan kontrol işareti,  $y(n)$  ise sistemin buna karşı düşen çıkışıdır.  $n_u$  ve  $n_y$  ise sırasıyla modelde yer alan geçmiş denetim işareti ve çıkış işareti sayılarıdır. Burada doğrusal olmayan  $f(\cdot)$ 'in bilinmediği ve eğitim veri kümesinin

$$\{u(n), \dots, u(n - n_u), y(n - 1), \dots, y(n - n_y)\}_{n=n_1}^{n=n_1+N} = \{\mathbf{v}_n, y_n\}_{n=n_1}^{n=n_1+N} \quad (13)$$

şeklinde alındığı varsayılmaktadır. Burada  $\mathbf{v}_n \in \mathcal{R}^{n_u+n_y+1}$  vektörü  $k$ . giriş veri noktasını,  $y(n) \in \mathcal{R}$  ise buna karşı düşen çıkış değerini göstermektedir. Verilen bu veri kümesinin giriş ile çıkış arasındaki ilişki

$$\hat{y}(\mathbf{v}) = \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{v}) \rangle + bias \quad (14)$$

şeklinde öznitelik uzayı  $\mathbf{F}$ 'deki bir  $\mathbf{w}$  vektörü,  $\Phi(\mathbf{v})$  giriş uzayından öz nitelik uzayına bir dönüşüm,  $bias$  önerilim terimi ve  $\langle \cdot \rangle$   $\mathbf{F}$  uzayında bir iç çarpım olmak üzere doğrusal olan bir yapıda modellenmesi istenmektedir. SVM algoritmaları verilen bu bağlanım problemi ikincil uzayda

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \alpha_i K(\mathbf{v}, \mathbf{v}_i) + bias \quad (15)$$

şeklinde bir optimizasyon problemi olarak ele alınmaktadır.

Burada  $K(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j)$  fonksiyonu,  $K(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j) = \Phi(\mathbf{v}_i)^T \Phi(\mathbf{v}_j) = K_{ij}$  şeklinde verilen bir çekirdek (kernel) fonksiyonudur. Çekirdek fonksiyonu öznitelik uzayında iç çarpım işlemini gerçekleştirdiğinden  $\Phi(\mathbf{v})$ 'nin analitik formunun bilinmesi gerekmez. Bu çalışmada çekirdek fonksiyon

$$K_{ij} = K(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j) = \exp\left(-\frac{(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)^T (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)}{2\sigma^2}\right) \quad (16)$$

şeklinde alınmıştır ve burada  $\sigma$  genişlik değeridir. SVM modelinde (15), sıfırdan farklı bir  $\alpha_i$  değerine karşı gelen  $\mathbf{v}_i$  vektörü noktasına destek vektörü denir.  $\varepsilon$ -SVR algoritması Vapnik  $\varepsilon$ -toleranslı kayıp fonksiyonunu  $L(\varepsilon, y, \hat{y})$  kullanarak optimizasyon problemini birincil uzayda şu şekilde tanımlar:

$$\min_{\mathbf{w}, bias, \zeta, \zeta^*} P_\varepsilon = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^N (\zeta_i + \zeta_i^*) \quad (17)$$

Kısıtlamalar

$$y(i) - \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{v}_i) \rangle - bias \leq \varepsilon + \zeta_i \quad (18a)$$

$$\langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{v}_i) \rangle + bias - y(i) \leq \varepsilon + \zeta_i \quad (18b)$$

$$\zeta_i, \zeta_i^* \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (18c)$$

burada  $\varepsilon$  her bir veri noktası için göz yumulabilen en büyük hata miktarıdır,  $\zeta_i$ ' ler ve  $\zeta_i^*$  lar ise gevşek değişkenlerdir,  $\|\cdot\|$  sembolü Öklit normunu göstermektedir.  $C$  ise modelin karmaşıklığı ile  $\varepsilon$ 'dan büyük hatalar arasında bir ayarlama yapmayı sağlayan ayar parametresidir. Bağlanım probleminin ikincil biçimi aşağıdaki gibi bir Karesel Programlama (Quadratic Programming-QP) problemine dönüştürülebilir:

$$\min_{\beta, \beta^*} D_\varepsilon = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N K_{ij} (\beta_i - \beta_i^*) (\beta_j - \beta_j^*) + \varepsilon \sum_{i=1}^N (\beta_i + \beta_i^*) - \sum_{i=1}^N y(i) (\beta_i - \beta_i^*) \quad (19)$$

kısıtlamalar,

$$0 \leq \beta_i, \beta_i^* \leq C, \quad \sum_{i=1}^N (\beta_i - \beta_i^*) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (20)$$

(19)-(20)'de verilen QP probleminin çözümü  $\beta_i$ ' lar ve  $\beta_i^*$  ların en iyi değerlerini verir [18]. Modeldeki  $bias$  değeri,  $\hat{y}(\mathbf{v}_i) - y_i = -\varepsilon$  koşulu  $0 \leq \beta_i - \beta_i^* \leq C$  koşulunu sağlayan her bir destek vektörü  $\mathbf{v}_i$  için sağlanacak şekilde bulunur. Diğer taraftan,  $j = 1, 2, \dots, N$  olmak üzere  $\alpha_i = \beta_i - \beta_i^*$  gibi yeni bir katsayı tanımlanırsa, (15)'teki SVM modeli elde edilir veya sadece destek vektörleri dikkate alınırsa model,

$$\hat{y}(\mathbf{v}) = \sum_{j=1}^{\#SV} \alpha_j K(\mathbf{v}, \mathbf{v}_j) + bias \quad (21)$$

haline gelir. Burada  $\#SV$ , modeldeki destek vektörü sayısını göstermektedir. Elde edilen SVM modeli (21), tüm eğitim verisinin sadece destek vektörleriyle temsil edildiği seyrek bir modeldir [17, 18]. Kullanılan  $\varepsilon$ -SVR için tasarım parametreleri  $\varepsilon, C, N$  ve çekirdek fonksiyonu parametreleridir.

### 3.2. Kazançların Ayarlanması

Şekil 1’de görülen SVM modeli kontrol edilecek sistemin giriş-çıkışları ile elde edilmiştir. Bu amaçla, kontrol edilecek sisteme, belirli genlik sınırları altında rastgele seçilmiş işaretler uygulanır. Daha sonra bu SVM modelinden elde edilen  $k$ -adım ileri öngörülü  $\hat{y}=[\hat{y}(n+1),\hat{y}(n+2),\dots,\hat{y}(n+k)]$  sistem çıkışları ve Jakobiyen bloğu yardımı ile kazançlar ayarlanmaktadır. Öngörü hatasını azaltmak ve istenmeyen ani kontrol işareti değişikliklerini engellemek için amaç fonksiyonu

$$\phi(u(n+1)) = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^k \hat{e}(n+i)^2 + \rho(u(n+1) - u(n))^2 \right) \quad (22)$$

olarak seçilmiştir [17]. Burada  $\hat{e}(n+i) = y_d(n+i) - \hat{y}(n+i)$  SVM bloğunun  $i^{\text{th}}$  adımdaki öngörü hatası,  $y_d(n+i)$  istenen çıkış hatasının  $i^{\text{th}}$  adımdaki değeri, ve  $\rho$  ise kontrol işaretinin değişimi için kullanılan ceza parametresidir.

Bu çalışmada, Bölüm 2’de tanımlanan  $g_k(n)$  ve  $g_1(n)$  parametrelerinin ayarlanması amacı ile [17]’de üzerinde durulan SVM yapısından yararlanılmıştır. Denklem (22) ile verilen amaç fonksiyonunun minimizasyonu problemine sayısal bir çözüm üretmek için Levenberg-Marquardt öğrenme kuralı şu şekilde ele alınmıştır:

$$\begin{bmatrix} g_k(n+1) \\ g_1(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_k(n) \\ g_1(n) \end{bmatrix} - \left( \mathbf{J}(n+1)^T \mathbf{J}(n+1) + \mu \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{J}(n+1)^T \hat{\mathbf{e}} \quad (23)$$

Denklem (23)’te  $\mu$  parametresi eğim-düşüm ve Gauss-Newton yöntemleri arasındaki harmanlama faktörüdür.  $\hat{\mathbf{e}}$  ise

$$\hat{\mathbf{e}} = [e(n+1) \ e(n+2) \ \dots \ e(n+k) \ \sqrt{\rho}(u(n+1) - u(n))]^T \quad (24)$$

olarak tanımlanmış öngörü hata vektörüdür. Bölüm 2’de belirtildiği gibi sistemin istenen çıkış yörüngesi önceden bilinmektedir ve sistemden, gözleyici kazançlarından tamamen bağımsızdır. Bu durumda (23)’te geçen Jakobiyen matrisi

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{e}(n+1)}{\partial g_k} & \frac{\partial \hat{e}(n+2)}{\partial g_k} & \dots & \frac{\partial \hat{e}(n+k)}{\partial g_k} & \frac{\partial \sqrt{\rho} \partial u(n+1)}{\partial g_k} \\ \frac{\partial \hat{e}(n+1)}{\partial g_1} & \frac{\partial \hat{e}(n+2)}{\partial g_1} & \dots & \frac{\partial \hat{e}(n+k)}{\partial g_1} & \frac{\partial \sqrt{\rho} \partial u(n+1)}{\partial g_1} \end{bmatrix} \quad (25)$$

şeklinde ifade edilebilir [17]. Böylece  $g_k(n)$  ve  $g_1(n)$  parametrelerinin her  $k$  adımında güncellenmesi sağlanmış olur. Kontrol kuralını parametreleri güncelleyerek dengeleme işlemi ikinci dereceden Taylor yaklaşımı kullanılarak Jakobiyen matrisinin

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}(n+1)}{\partial a(n+1)} & \frac{\partial \hat{y}(n+2)}{\partial a(n+1)} & \dots & \frac{\partial \hat{y}(n+k)}{\partial a(n+1)} & \sqrt{\rho} \left[ \frac{\partial a(n+1)}{\partial g_k} & \frac{\partial a(n+1)}{\partial g_1} \right] \end{bmatrix} \quad (26)$$

şeklinde iki ayrı parçaya ayrılması ile elde edilebilir [17]. Burada  $u(n+1)$  kontrol kuralının ayarlanan  $g_k(n)$  ve  $g_1(n)$  parametrelerine göre kısmi diferansiyellerin bozucu gözleyici ve SMC bloklarından ilgili denklemleri kullanarak matematiksel olarak elde edilmesi oldukça karmaşıklık içermektedir. Bunun yerine zaten ayrı zamanda çalışan sistem için herhangi bir  $n+1$  anında bu diferansiyel denklemlerin sayısal çözümü

$$\frac{\partial u(n+1)}{\partial g_k} \cong \frac{\Delta u(n+1)}{\Delta g_k}, \quad \frac{\partial u(n+1)}{\partial g_1} \cong \frac{\Delta u(n+1)}{\Delta g_1} \quad (27)$$

olarak doğrudan elde edilebilir. Başlangıçta kabul edilebilir parametre değerleri kullanılarak (10)’da verilen kararlılık sınırları korunacak şekilde ayarlama işlemi yapılır.

### 4. Benzetim Sonuçları

Elde edilen parametre güncelleme yönteminin başarımını göstermek için (1)’de verilen yapıda bir doğrusal olmayan sistemde  $b=1, f(\mathbf{x},u)=\sin(x_1(t))+u(t)$  olmak üzere

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \sin(x_1) + u(t) + d(t) \\ y(t) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (28)$$

şeklinde alınmıştır [10]. Bu sistem, ters sarkaç sistemi için basitleştirilmiş bir modeldir. Bu çalışmada sistem çıkışı  $\mathbf{c}^T = [0 \ 1]$  seçilerek  $y=x_2$  şeklinde tanımlanmıştır. İstenen sistem çıkış yörüngesi  $y_d = x_{2d} = \cos(t)$  ve sisteme etkiyen sınır değerli dış bozucular sinüzoidal bir işaret olarak  $d=0.7\cos(5t)$  olarak modellenmiştir. Kayma yüzeyi (6)’daki gibi geleneksel biçimde seçilmiş ve sabit kayma yüzeyi parametresi  $\lambda_1=3$  alınmıştır. Euler yaklaşımı kullanılarak (28) sistemine ait ayrıklaştırılmış sistem modeli

$$\begin{aligned} x_1(n+1) &= x_1(n) + T x_2(n) \\ x_2(n+1) &= x_2(n) + T \sin(x_1(n)) + T u(n) + T d(n) \\ y(n) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(n) \end{aligned} \quad (29)$$

olarak elde edilebilir. Elde edilen ayrık sistem modeli (9)’da kullanılarak kontrol kuralı

$$u(n) = \left[ \frac{x_{2d}(n+1) - x_{2d}(n)}{T} - \lambda_1 e_1(n) - g_k(n) s(n) - \hat{d}(n) \right] - \sin(x_1(n)) \quad (30)$$

ve bozucu kestirimi

$$\hat{d}(n) = \hat{d}(n-1) + g_k(n-1) [g_1(n-1) s(n) + g_2(n-1) s(n-1)] \quad (31)$$

olarak elde edilmektedir. Denklem (30)’da geçen istenen ayrık durum değerleri ise  $x_{1d}(n) = \sin(nT)$  ve  $x_{2d}(n) = \cos(nT)$  olarak alınmıştır. Kontrol işareti sınır değerli kabul edilmiş ve  $u = [-5, +5]$  aralığında alınmıştır. Sürekli zamanlı doğrusal olmayan ikinci derece sistem modeli bilgisayar benzetimlerinde dördüncü dereceden Runge-Kutta sayısal yöntemi ile çözülmüştür. Bölüm 3.1’de verilen ve doğrusal olmayan sistemi modellemek için kullanılan NARX modeli (12) için  $n_u = n_y = 4$ ,  $\varepsilon$ -SVR algoritmasında  $\varepsilon=0.001$ ,  $C=1000$ , eğitim verisi için  $N=2000$  ve (16) çekirdek fonksiyonunda  $\sigma=20$ , (22) amaç fonksiyonunda  $\rho=0.01$  alınmıştır.  $k$ -adım ileri öngörülü sistem çıkışı için  $k=5$  ve harmanlama faktörü  $\mu=1000$  olarak seçilmiştir. Destek vektörü sayısı  $\#SV=39$  olarak elde edilmiştir. Benzetimler 300 s için koşturulmuş fakat görsel olarak ifade etmek için çizimler  $[0:50]$  s aralığında verilmiştir. Başarım ölçütleri ise 300 s için hesaplanmıştır. Parametreler üç farklı şekilde seçilerek karşılaştırmalar yapılmıştır. Öncelikle çok küçük gözleyici ve geribesleme kazancı seçilerek bozucu gözleyici ve sistem başarımı incelenmiştir. Bu amaçla başlangıç değerleri  $g_k(0)=g_1(0)=0.1$  alınmış ve sabit tutulmuştur

(DSMCO-I). İkinci olarak SVM yapısı tarafından üretilen parametre değerleri çevrimiçi olarak doğrudan kullanılarak çıkış elde edilmiştir (DSMCO-II). Bunun yanında SVM-yapısını çevrim dışı olarak kullanmanın olası olduğu varsayımı altında SVM ayarlama mekanizması ile elde edilen parametre değerleri ulaştığı son değerlerde sabit alınarak sonuçlar incelenmiştir (DSMCO-III). SVM ile parametre ayarlama sonucunda elde edilen sistem çıkışı  $y$  ve izlenmesi istenen  $y_d$  işareti Şekil 1’de gösterilmiştir. Başlangıçta hata durumları büyük olduğu için küçük kazanç değerleri kullanmak DSMCO-I ve DSMCO-II için fayda sağlamaktadır. Fakat DSMCO-III çevrimdışı elde edilen parametre değerleri ile referansı daha iyi izlemektedir. Bu durum Şekil 2’den de görülmektedir.

Elde edilen kontrol işaretleri Şekil 3’te verilmiştir. Kontrol işaretleri sadece ilk anda sınır değerleri zorlamakta daha sonra önceden tanımlı sınırlar içerisinde kalmaktadır. Bozucu işaretin kestirimleri ve gerçek bozucu işarete göre değişimi Şekil 4’de verilmiştir. Çevrimiçi durumda zamanla uygun parametre değerlerine doğru ulaşmakta ve bozucu gözleyici başarımı iyileşmektedir. DSMCO-I ile verilen ve SVM mekanizmasında başlangıç koşulları olarak alınan parametrelerin bozucu gözleyici başarımının kötü olduğu görülmektedir. Ayarlama mekanizması bu noktadan başlayarak iyileştirme sağlamaktadır. DSMCO-II’de çevrimiçi olarak ayarlanan ve doğrudan kullanılan parametre değerleri Şekil 5’te verilmiştir. Burada parametrelerin belirli bir değer civarında kaldığı görülmektedir. DSMCO-III için bu bantın ortalaması olan  $g_k=2.83$   $g_l=2.83$  sabit değerleri ile benzetimler oluşturulmuştur. Şekil 6’da ise ayrık kayma yüzeyi parametresinin zamana göre değişimi verilmiştir. Genel olarak DSMCO-II ve DSMCO-III için kayma yüzeyi değişiminin sıfır etrafında daha dar bir bant içerisinde kaldığı ve çevrimdışı olarak elde edilen kazanç değerleri ile daha kısa sürede sözde kayma kipine girildiği görülmektedir.

Başarım ölçütü olarak izleme hatası, bozucu gözleyici hatası ve kayma yüzeyinin kareleri toplamı 300s’lik süre boyunca hesaplanmıştır. DSMCO-III başlangıçta kullanılan sabit ve büyük kazanç değerleri nedeni ile hataya aşırı duyarlı olmakta ve ilk başta izleme hatasının aniden büyük değerler almasına neden olmaktadır. Bu yüzden  $sse(y-y_d)$  değeri bu başlangıçtaki aşım nedeni ile toplamda büyük çıkmaktadır. Fakat Şekil 2’den de hatırlanacağı gibi belirli bir andan sonra karşılaştırılan üç seçim içerisinde izleme hatasını en iyi duruma getiren parametreler olduğu görülmektedir.

## 5. Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada ayrık zamanlı kayma kipli kontrolör yapıları ele alınmıştır. Gözleyici kazancı ve geribesleme kazancı destek vektör makinelerine dayalı bir ayarlama mekanizması ile güncellenerek uygun parametrelerin elde edilmesi amaçlanmıştır. Elde edilen yöntemin hem çevrimiçi hem de çevrim dışı olarak kullanılabilmesi örnek bir doğrusal olmayan sistem üzerinde gerçekleştirilen benzetim sonuçları ile gösterilmiştir. Bu çalışmada başarım üzerinde destek vektör makineleri parametrelerinin büyük önemi bulunmaktadır. Örneğin harmanlama faktörü veya ceza parametresi gibi bu çalışmada sabit alınan parametreler uyarlanarak başarım iyileştirilebilir. Çevrimiçi ayarlama parametrelerinin yumuşak değişim göstermesi için bir süzgeçten yararlanılması düşünülebilir. Benzetim çalışmaları yapılan tasarımın gerçek sistemlere uygulanması da açık bir çalışma konusudur.

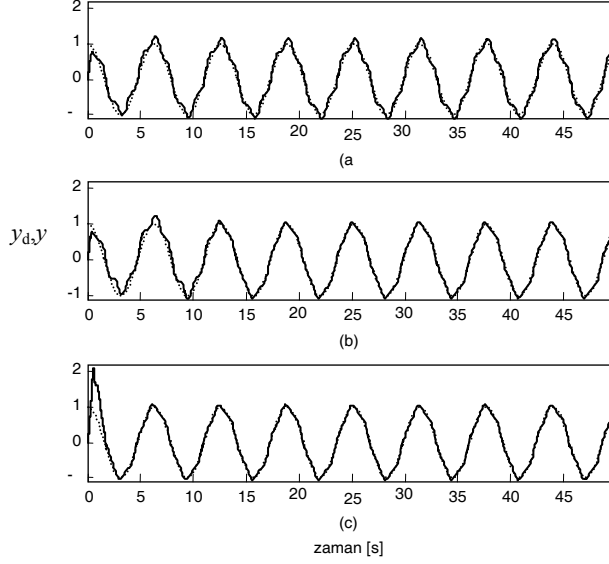
## 6. Teşekkür

Bu çalışma; TÜBİTAK’ın 107E186 no.lu projesi çerçevesinde gerçekleştirilmiştir. Yazarlar kuruma teşekkür ederler.

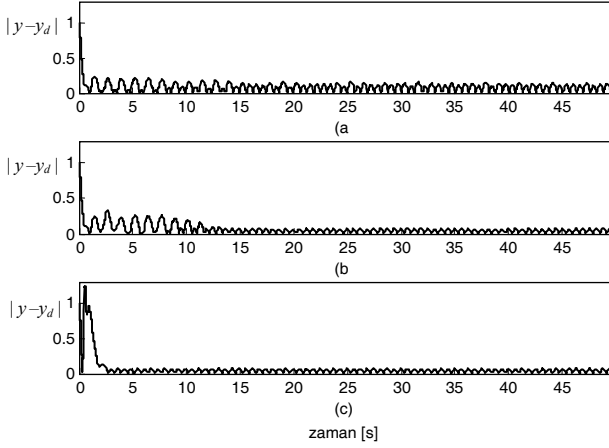
## 7. Kaynakça

- [1] C. Edwards, E. F. Colet ve L. Fridman, *Advances in variable structure and sliding mode control*, Lecture Notes in Control & Information Sciences, Springer, 2006.
- [2] Bartoszewicz, A., Kaynak, O., and Utkin. V. I., “Sliding mode control in industrial applications,” *IEEE Tran. Ind. Electr.*, Cilt:55, No:11, s:3805–4103, 2008.
- [3] F.H. Clarke, R.B. Vinter, “Stability Analysis Of Sliding Mode Controllers,” in *Geometric Control and Nonsmooth Analysis*, (F. Ancona, A. Bressan, P. Cannarsa eds.), Cilt: 76, s:164–176, 2008.
- [4] J.P.F. Garcia, J.M.S. Ribeiro, J.J.F. Silva ve E.S. Martins, “Continuous-time and discrete-time sliding mode control accomplished using a computer,” *IEE Proc.: Control Theory&Applications*, 2005, Cilt:152, s: 220–228, 2005.
- [5] A. Bartoszewicz ve J. Zuk, “Discrete Time Sliding Mode Flow Controller for Multi-source Single-bottleneck Connection-oriented Communication Networks,” *Journal of Vibration & Control*, Cilt:15, No:11, s:1745–1760, 2009.
- [6] G. Golo ve C. Milosavljevic, “Robust discrete-time chattering free sliding mode control,” *Systems and Control Letters*, Cilt:41, s:19–28, 2000.
- [7] C. Milosavljevic, “General conditions of the existence of a quasi-sliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems,” *Automatic and Remote Control*, No:46, s:307–314, 1985.
- [8] S.Z. Sarpturk, Y. Istefanopulos ve O. Kaynak, "On the stability of Discrete-Time Sliding Mode Control Systems" *IEEE Transactions on Automatic Control*, Cilt:AC-32, No: 10, s: 930–932, 1987.
- [9] O. Kaynak ve A. Denker, “Discrete time sliding mode control in the presence of system uncertainty,” *International Journal of Control*, Cilt:57, s:1147–1189, 1993.
- [10] M. Won ve J.K. Hedrick, “Disturbance Adaptive Discrete-time Sliding Control with Application to Engine Speed Control,” *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, Cilt:123, No:1, s:1–9, 2001.
- [11] X. Yu ve O. Kaynak, “Sliding-Mode Control with Soft Computing: A Survey,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Cilt: 56, No: 9, s.3275–3286, Eylül 2009.
- [12] F.G. Wang, S.K. Park, M.C. Kim, S.J. Choi ve T.S. Yoon, “A novel sliding surface design by using support vector machines,” *Proc Int. Conf. on Complex Systems and Applications*, Jinan, China, s: 1405–1409, 2007.
- [13] J.N. Li, Y.B. Zhang ve H.P. Pan, “Chattering free LS-SVM Sliding Mode Control,” *Proc. 5th Int. Symposium on Neural Networks*, Beijing, China, s: 701–708, 2008.
- [14] S. Tokat, S. Iplikci ve L. Ulusoy "Observer Gain Adaptation of Output Feedback Sliding Mode Controller with Support Vector Machine Regression," *WSEAS Transactions on Systems & Control*, Cilt:5, No:2, s:111–122, 2010.
- [15] W. Chung, L.-C. Fu ve S.-H. Hsu, “Motion Control,” in *Handbook of Robotics*, (B. Siciliano ve O. Khatib eds.), Springer, s:133–159, 2008.

- [16] M. Polycarpou, J. Farrell ve M. Sharma, "On-line Approximation Control of Uncertain Nonlinear Systems: Issues with Control Input Saturation," *Proc. of the 2003 American Control Conference*, s:543–548, Haziran 2003.
- [17] S. Iplikci, "A comparative study on a novel model-based PID tuning and control mechanism for nonlinear systems," *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, doi.10.1002/rnc.1524, 2009.
- [18] N.Cristini ve J.S. Taylor, *An Introduction to Support Machines and Other Kernel-Based Learning, Methods*, Cambridge University Press, New York, 2000.



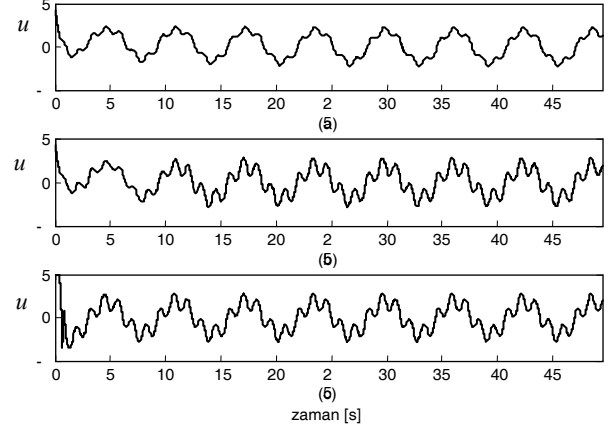
Şekil 1. Sistem çıkışları a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III



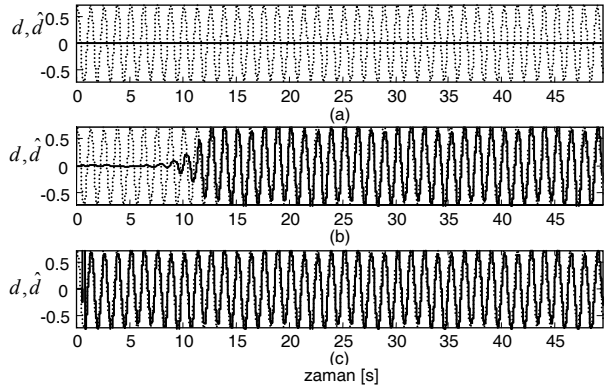
Şekil 2. Sistem çıkışlarındaki mutlak hata a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III

Tablo 1: Başarım ölçütleri tablosu

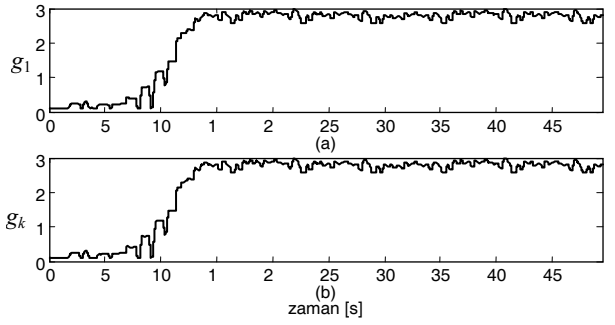
	$sse(y-y_d)$	$sse(d-\hat{d})$	$sse(s)$
DSMCO-I	54.61	1467	1467e+3
DSMCO-II	20.49	376.18	1306e+3
DSMCO-III	32.28	250.62	138.56



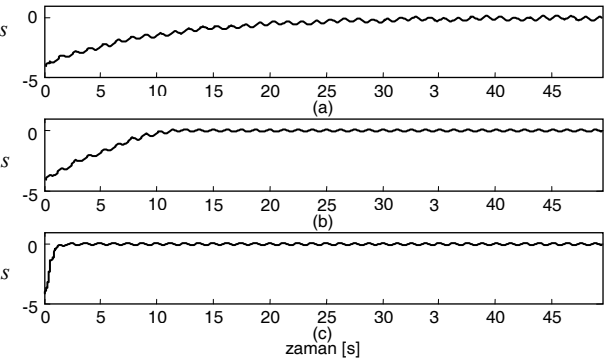
Şekil 3. Kontrol işaretleri a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III



Şekil 4. Bozucu gözleyici sonuçları a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III



Şekil 5: Parametrelerin zamanla ayarlanması a)  $g_1$ , b)  $g_k$



Şekil 6: Kayma yüzeyi fonksiyonunun zamanla değişimi a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III



**Editors:**

Prof. Cornelia A. Bulucea, University of Craiova, Romania  
Prof. Valeri Mladenov, Technical University of Sofia, Bulgaria  
Prof. Emil Pop, University of Petrosani, Romania  
Prof. Monica Leba, University of Petrosani, Romania  
Prof. Nikos Mastorakis, Technical University of Sofia, Bulgaria

# RECENT ADVANCES IN CIRCUITS, SYSTEMS, ELECTRONICS, CONTROL AND SIGNAL PROCESSING

Proceedings of the 8<sup>th</sup> WSEAS International Conference  
CIRCUITS, SYSTEMS, ELECTRONICS, CONTROL &  
SIGNAL PROCESSING (CSECS '09)

Puerto De La Cruz, Tenerife, Canary Islands, Spain,  
December 14-16, 2009

Electrical and Computer Engineering Series  
A Series of Reference Books and Textbooks

ISBN: 978-960-474-139-7

ISSN: 1790-5117

Published by WSEAS Press

www.wseas.org



# **RECENT ADVANCES in CIRCUITS, SYSTEMS, ELECTRONICS, CONTROL and SIGNAL PROCESSING**

**Proceedings of the 8th WSEAS International Conference on  
CIRCUITS, SYSTEMS, ELECTRONICS, CONTROL & SIGNAL  
PROCESSING (CSECS '09)**

**Puerto De La Cruz, Tenerife, Canary Islands, Spain  
December 14-16, 2009**

Electrical and Computer Engineering Series  
A Series of Reference Books and Textbooks

Published by WSEAS Press  
[www.wseas.org](http://www.wseas.org)

ISSN: 1790-5117  
ISBN: 978-960-474-139-7

**Editors:**

Prof. Cornelia A. Bulucea, University of Craiova, Romania  
Prof. Valeri Mladenov, Technical University of Sofia, Bulgaria  
Prof. Emil Pop, University of Petrosani, Romania  
Prof. Monica Leba, University of Petrosani, Romania  
Prof. Nikos Mastorakis, Technical University of Sofia, Bulgaria

**International Program Committee Members:**

Dimitris Bertsekas (USA)  
David Staelin (USA)  
A. Bers (USA)  
Leon Trilling (USA)  
Lotfi Zadeh (USA)  
Leon Chua (USA)  
Brian A. Barsky (USA)  
Leonid Kazovsky (USA)  
Rao Kamisetty (USA)  
Stamatios Kartalopoulos (USA)  
Athanasios Manikas (UK)  
Valeri Mladenov (Bulgaria)  
Nikos Mastorakis (Bulgaria)  
Panos Pardalos (USA)  
George Tsamasphyros (Greece)  
Tadeusz Kaczorek (Poland)  
Constantin Udriste (Romania)  
Andris Buikis (Latvia)  
Metin Demiralp (Turkey)  
D. Perkins (USA)  
Dionysios D. Dionysiou (USA)  
Leonid Perlovsky (USA)  
Kent Davey (USA)  
David Landgrebe (USA)  
D. L. Russell (USA)  
Steven H. Collicott (USA)  
Marco Ceccarelli (Italy)  
Misha Kilmer (USA)  
Suzanne Lenhart (USA)  
Tim Mattson (USA)  
Jon Chapman (UK)  
Juan Meza (USA)  
Alex Pothen (USA)  
Uli Ruede (Germany)  
Giorgio Guariso (Italy)  
Kimio Morimune (Japan)  
George Hornberger (USA)  
Andrzej BanaszUK (USA)  
Bard Ermentrout (USA)  
Cheng Hsiao (USA)  
Michael Field (USA)  
Hinke Osinga (UK)  
Ira Schwartz (USA)



# Output Feedback Sliding Mode Control with Support Vector Machine Based Observer Gain Adaptation

S. TOKAT<sup>1</sup>, S. IPLIKCI<sup>2</sup>, L. ULUSOY<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Computer Engineering Department

Pamukkale University

20070, Kinikli, Denizli

TURKEY

<sup>2</sup>Electrical and Electronics Engineering Department

Pamukkale University

20070, Kinikli, Denizli

TURKEY

{stokat, iplikci, lulusoy04}@pamukkale.edu.tr <http://stokat.pamukkale.edu.tr>

**Abstract:** - In this study, nonlinear second order systems with unmeasured system states and bounded external disturbances are considered. The observer gain of the sliding mode observer is adjusted by using a support vector machine based plant model. Computer simulations are presented to show the effect of the proposed adjustment mechanism on the performance of the output feedback sliding mode controller. It is shown that the trajectory tracking performance is improved with respect to a conventional output feedback sliding mode control scheme having constant sliding mode observer gains.

**Key-Words:** - Sliding mode control, Sliding mode observer, Output feedback sliding mode control, Support vector machine regression, Observer gain

## 1 Introduction

The interaction of the system dynamics with the environment comprises various unknown factors which are taken as external disturbances. These events such as measurement faults, environmental temperature changes, load disturbances etc. have a negative effect on the controller performance and are approved as instability sources. When unknown but bounded external disturbances are considered, sliding mode control is a promising area of study for both theoretical and application oriented robust control problems [1].

For the implementation of conventional sliding mode controllers (SMCs), exact knowledge of system state measurements is needed. However, for most applications, it is either impractical or inappropriate to use sensors for on-line measurement of all state variables considering different reasons as cost, reliability, harsh environment or even induced errors from the sensors [2]. Therefore, the necessity to completely measure the states of the system can be regarded as an important drawback of conventional SMCs [3].

Observers can be used to replace sensors in a control system. Therefore, a considerable amount of work has been done in the field of state estimation of dynamic systems by observers as it is an important requirement for safe and cost-effective operation of industrial units [4]. The observers are first proposed and developed for linear systems [5]. However, all practical systems inherent some degree of nonlinearity and in some cases

the linear approximations based on exact linearization [6] or pseudo-linearization [7] may not be accurate enough. Therefore, observer theory has been extended to include nonlinear process models [8].

The mentioned requirement for state estimation based on nonlinear observation error dynamics, and simple structure and robust stability of SMC prompted the study of sliding mode observers (SMOs) [9]. In SMOs, instead of using an output error feedback between the observer and system linearly, a nonlinear discontinuous term is injected into the observer depending on the output estimation error [10]. SMOs have an inherent robustness in the face of external disturbances and model uncertainties [11]. The equivalent control concept is proposed in [12] for linear systems where the observer states converge to the sliding surface step by step in finite time. Then, the equivalent output injection term that is defined as a counterpart of equivalent control term of SMC is applied to linear systems with unknown inputs [13].

A SMC that uses the state estimates obtained from an observer structure [14] or a SMC that only uses system outputs [15] constitute the concept of output feedback sliding mode controller (OFSMC). State estimation of nonlinear systems in the presence of external disturbances or model uncertainties is an active field of study [16]. The idea in [12, 13] is extended in [17] to OFSMC design in which a nonlinear system with unknown disturbances is considered.

The parallel processing capabilities of artificial neural network (ANN) architectures provides a viable means for constructing the states of complex dynamic systems from input output measurements [18]. Therefore, using soft computing methodologies in order to improve the performance of SMOs or SMCs is an active area of research. For the SMO case, the modeling error of the ANN observer is compensated by the SMO [19]. Also, a radial basis function ANN and SMO are used in parallel in order to consider different system states or environmental variables [20]. In [21], on the other hand, the ANN observer and SMO are connected in serial and the ANN is used to obtain a nonlinear model of the system. For the SMC case, an ANN based observer is used in order to improve the SMC performance [22]. Also, a linear observer is used in [23] and the design parameters of the SMC are adjusted by using an ANN structure.

For the worst case errors, ANNs provide better performance than linear regression techniques [24]. However, ANNs have a local minima problem which is an important drawback for most control problems. Therefore, in this study, a support vector machines (SVMs) based structure is chosen. SVMs were originally created to solve classification problems. In SMC problems, SVMs are used for different purposes. For instance, the design parameters of a time-varying sliding surface for a given initial condition are obtained by using SVMs [25]. Then, the function approximation property of SVMs is used to design a new sliding surface with additional dynamic states [26]. Also, the discontinuous control law of SMC is constructed using the output of SVMs based model in order to eliminate chattering [27].

OFSMCs in the presence of unknown disturbances is examined in [17] by proving the stability under a set of nonrestrictive assumptions and it is shown that the designed controller ensures asymptotic trajectory tracking behavior. To achieve this aim, the gains of the state observer must be properly selected for an acceptable trajectory tracking performance for the observation error to converge towards zero. Therefore, selection of the observer gains is important for the stability and performance of the controller. In this study, the OFSMC presented in [17] is considered and SVM based plant model and controller tuning scheme given in [28] that is developed for tuning PID parameters is extended in order to improve the performance of the SMO and also to compensate the SMC output.

The structure of the paper is as follows: In the next section, OFSMC presented in [17] is briefly described and SMC law with system state estimates is presented. The SVMs based SMO gain adaptation is given in Section 3. Simulations to demonstrate the validity and advantage of the gain adaptation scheme are given in Section 4.

## 2 Output Feedback Sliding Mode Controller

A second order, single-input, nonlinear system in canonical form representation with state vector  $\mathbf{x}=[x_1, x_2]^T$  can be written as

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})(u(t) + d(t)) \\ y &= x_1\end{aligned}\quad (1)$$

where  $u(t)$  is the control input,  $d(t)$  is the external disturbances and  $f(\mathbf{x})$ ,  $b(\mathbf{x})$  are nonlinear functions that determine the system characteristics [17]. For system (1), assuming the trajectory tracking problem, the linear sliding surface with constant design parameters can be written as

$$s(\mathbf{e}, t) = \mathbf{c}^T \mathbf{e} \quad (2)$$

where  $\mathbf{e}=[e_1, e_2]^T$  is the error state vector and  $e_i = x_i - x_{id}$  is the  $i^{\text{th}}$  error state variable,  $x_{id}$  is the desired trajectory of the  $i^{\text{th}}$  state and  $\mathbf{c}=[c_1, 1]^T$  is the constant sliding surface parameter that determine the system behavior in the error phase plane. Assuming the system representative point on  $s(\mathbf{e}, t)$ , neglecting external disturbances, and taking the derivative of the sliding surface one obtains:

$$\dot{s} = c_1 \dot{e}_1 + \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} = 0 \quad (3)$$

Under the assumption that  $b(\mathbf{x}) \neq 0$  and  $\dot{x}_{1d} = x_{2d}$ , the equivalent control input  $u_{eq}$  can be obtained as

$$u_{eq}(t) = -b^{-1}(\mathbf{x})(f(\mathbf{x}) - \dot{x}_{2d} + c_1 \dot{e}_1) \quad (4)$$

In (1), only the system output  $y$  is measured and the system states are obtained from  $y$  by using an observer of the form given as

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sgn}(y - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= f(\hat{\mathbf{x}}) + b(\hat{\mathbf{x}})u + E_1 \lambda_2 \text{sgn}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2)\end{aligned}\quad (5)$$

where  $\tilde{x}_2 = \hat{x}_2 + (\lambda_1 \text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1))_{eq}$  and the equivalent output injection term  $(\lambda_1 \text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1))_{eq}$  is obtained by using a low pass filter [2, 17]. The term  $E_1=0$  if  $x_1 - \hat{x}_1 \neq 0$  and  $E_1=1$  otherwise [17]. With proper  $\lambda_1, \lambda_2$  observer gains, the observer state  $\hat{x}_1$  firstly converges to system state  $x_1$  and then  $\hat{x}_2$  converges to  $x_2$ . For the given system (1), the finite time convergence of system state estimates to actual plant states is proved in the literature [17]. Therefore, instead of (2) one can use

$$\hat{s}(\hat{\mathbf{e}}, t) = \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{e}} \quad (6)$$

where  $\hat{\mathbf{e}} = [\hat{e}_1, \hat{e}_2]^T$  is estimated error state vector and  $\hat{e}_i = \hat{x}_i - x_{id}$  is  $i^{\text{th}}$  estimated error state variable. If the system states are not measurable, the conventional form of  $u_{eq}$  using state estimates can be written as

$$\hat{u}_{eq}(t) = -b^{-1}(\hat{\mathbf{x}})(f(\hat{\mathbf{x}}) - \dot{x}_{2d} + c_1 \hat{e}_1 + c_2 \hat{e}_2) \quad (7)$$

Then, the overall control law based on estimated system states can be designed as

$$\hat{u}(t) = \hat{u}_{eq}(t) + k_g \text{sgn}(\hat{s}) \quad (8)$$

where  $k_g \text{sgn}(\hat{s})$  is the discontinuous control input and  $k_g$  is the discontinuous control gain.

### 3 Support Vector Machine Based Observer Gain Adaptation

The observer gain adaptation scheme is given in Fig.1 which is first proposed in [28] for tuning the PID controller parameters. The idea is mainly based on obtaining the  $k$ -step ahead predictions of the plant output by using a SVM model and a Jacobian block for tuning the observer gains. The SVM model is obtained by applying randomly chosen bounded control signals to the plant. After the training process,  $k$ -step ahead predictions  $\hat{\mathbf{y}} = [\hat{y}_{n+1}, \hat{y}_{n+2}, \dots, \hat{y}_{n+k}]$  are obtained from the output of the SVM model with  $t_d$  time durations as shown in Fig.1. Then, in order to minimize the SVM prediction error and to penalize the unwanted rapid changes in the control input, an objective function is chosen as [28]

$$\phi(u_{n+1}) = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^k \varepsilon_{n+i}^2 + \rho(u_{n+1} - u_n)^2 \right) \quad (9)$$

where  $\varepsilon_{n+i} = y_{n+i}^d - \hat{y}_{n+i}$  is the prediction error of SVM at the  $i^{\text{th}}$  step,  $y_{n+i}^d$  is the known desired output at the  $i^{\text{th}}$  step, and  $\rho$  determines the amount of penalty on the control deviations. In this study, the proposed idea in [28] is applied to the OFSMC case by choosing the observer gain  $\lambda_1$  as the updated parameter. In order to have a numerical solution to the problem of minimizing (9), the Levenberg-Marquardt learning rule, which interpolate between Gauss-Newton and gradient-descent algorithms, can be written as

$$\lambda_1^{new} = \lambda_1^{old} - (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}^T \boldsymbol{\varepsilon} \quad (10)$$

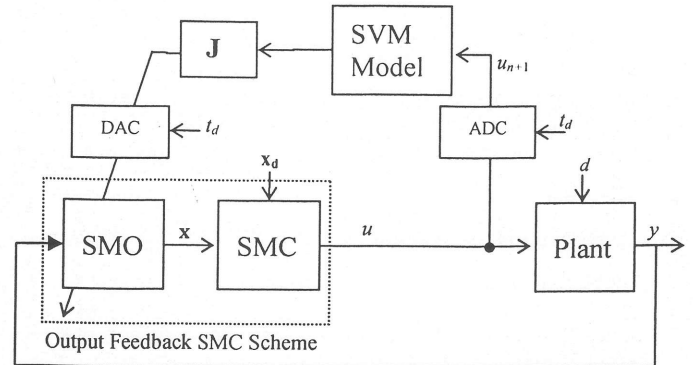
where  $\alpha$  is a blending factor which will determine the mixing ratio between gradient-descent and the Gauss-Newton algorithms, and  $\boldsymbol{\varepsilon}$  is the prediction error vector which is defined as

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_{n+1} \ \varepsilon_{n+2} \ \dots \ \varepsilon_{n+k} \ \sqrt{\rho}(u_{n+1} - u_n)]^T \quad (11)$$

The plant's desired output trajectory does not depend on observer gains. Therefore, the Jacobian matrix  $\mathbf{J}$  in (10) can be obtained from (9) as

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{n+1}}{\partial \lambda_1} & \frac{\partial \hat{y}_{n+2}}{\partial \lambda_1} & \dots & \frac{\partial \hat{y}_{n+k}}{\partial \lambda_1} & \sqrt{\rho} \frac{\partial u_{n+1}}{\partial \lambda_1} \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

Using the presented scheme, the observer gain  $\lambda_1$  is updated discretely at every sampling period  $t_d$  and used to update the SMO that is in continuous time.



**Figure 1.** SVM based observer gain adaptation and control law compensation.

The control law compensation mechanism can also be obtained by splitting the Jacobian matrix (12) into two different parts by using second order Taylor approximation of (9) [28]. Thus, applying the given idea to the observer gain adaptation scheme, the Jacobian matrix can be written as follows

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{n+1}}{\partial u_{n+1}} & \frac{\partial \hat{y}_{n+2}}{\partial u_{n+1}} & \frac{\partial \hat{y}_{n+k}}{\partial u_{n+1}} & \sqrt{\rho} \end{bmatrix}^T \frac{\partial u_{n+1}}{\partial \lambda_1} \quad (13)$$

The partial derivative of  $u_{n+1}$  with respect  $\lambda_1$  could be directly obtained by solving the equations from the SMO and SMC blocks which have both nonlinear structures. This nonlinear structure raises difficulties in obtaining the mathematical solution. Therefore, in this study, the numerical solutions are obtained by using the approximation given as

$$\frac{\partial u_{n+1}}{\partial \lambda_1} \approx \frac{\Delta u_{n+1}}{\Delta \lambda_1} \quad (14)$$

Choosing the Lyapunov function candidate as  $V = (1/2) \hat{s}^2$ , and taking the derivative of the Lyapunov function along the trajectories of the system state estimates, the discontinuous control gain  $k_g$  must be chosen as [17]

$$k_g = -b^{-1}(\hat{\mathbf{x}})(c_1 \lambda_1 + \lambda_2 + \mu) \quad (15)$$

in order to satisfy the reaching condition. In (15),  $\mu$  is a small positive real constant. From the stability analysis

given in [17], in order to provide the finite time convergence of the estimated states to the actual states the observer gains must satisfy the conditions given as

$$\begin{aligned} \lambda_1 &> |x_2 - \hat{x}_2| + \mu_1 \\ \lambda_2 &> |f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})(u+d) - (f(\hat{\mathbf{x}}) + b(\hat{\mathbf{x}})u)| + \mu_2 \end{aligned} \quad (16)$$

where  $\mu_1, \mu_2$  are small positive real constants [17]. Therefore, these bounds must be provided when tuning the  $\lambda_1$  observer gain. Initially,  $\lambda_1$  is set to acceptable values that provide (16). To have a better observer performance and thus to provide a better output tracking performance, this preset value should be tuned properly.

#### 4 Simulation Studies

To show the performance of the new tuning scheme, computer simulations are performed on a nonlinear mass-spring-damper system on a horizontal surface under the effect of a horizontal force. The dynamic equations of the system is describes as

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + v(\dot{x}, t) + k(x, t) &= u(t) + d(t) \\ v(\dot{x}, t) &= v_0\dot{x} + v_1\dot{x}|\dot{x}| \\ k(x, t) &= k_0x + k_1x^3 \end{aligned} \quad (17)$$

where  $m$  is the mass,  $x(t)$  is the displacement,  $\dot{x}(t)$  is the velocity,  $v(\dot{x}, t)$  and  $k(x, t)$  are nonlinear terms with respect to the damper and spring, respectively. By taking  $x_1 = x$ ,  $x_2 = \dot{x}$  and by rewriting the system equations (17) in the form of (1), one can obtain

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) &= \frac{1}{m}(-v(\dot{x}, t) - k(x, t) + u(t) + d(t)) \\ b(\mathbf{x}) &= 1/m \end{aligned} \quad (18)$$

The system parameters in (17) are chosen as,  $m=1$ ,  $v_0=v_1=0.35$  and  $k_0=k_1=0.55$ . The initial state values are chosen as  $x_1(0)=x_2(0)=0$ . The trajectory tracking problem is considered and the desired state trajectories are chosen as

$$\begin{aligned} x_{d1}(t) &= -0.5\cos(\pi t/5) \\ x_{d2}(t) &= 0.1\pi\sin(\pi t/5) \end{aligned} \quad (19)$$

During the simulations, in order to show the robustness against bounded external disturbances,  $d(t)$  is modeled with a sinusoidal signal taken as

$$d(t) = 0.05 + 0.25\cos(3\pi t) \quad (20)$$

The SMO for all OFSMCs is taken as (3) and to obtain  $\tilde{x}_2$ , first order low pass filter with bandwidth  $w_n=20\text{rad/s}$  is used. The simulations are implemented for the proposed OFSMC with SVM based gain adaptation scheme (OFSMC-SVM) and for the conventional

OFSMC presented in [17] (OFSMC-C). For all of the controllers, the sliding surface parameter is taken as  $c_1=7$ . Bearing in mind the stability conditions in [17], three different cases for OFSMC-C is considered:

OFSMC-C<sub>1</sub>:  $\lambda_1 = 0.4$ ,  $\lambda_2 = 0.8$  and  $k_g=3.61$

OFSMC-C<sub>2</sub>:  $\lambda_1 = 0.4$ ,  $\lambda_2 = 0.8$  and  $k_g=9.863$

OFSMC-C<sub>3</sub>:  $\lambda_1 = 1.293$ ,  $\lambda_2 = 0.8$  and  $k_g=9.863$

The three cases for OFSMC-C are designed in order to show the effect of adjusted values obtained by the SVM scheme. For OFSMC-C<sub>1</sub>, OFSMC-C<sub>3</sub> and OFSMC-SVM,  $k_g$  in (8) is calculated from (15) with  $\mu = 0.01$ . OFSMC-C<sub>2</sub>, on the other hand,  $k_g$  is chosen as the maximum value obtained with OFSMC-SVM. OFSMC-C<sub>3</sub> has constant  $\lambda_1$  value that is obtained at last with OFSMC-SVM and  $k_g=9.863$  is calculated from (15) for constant  $\lambda_1 = 1.293$ . The initial value of  $\lambda_1(0) = 0.4$  is chosen for OFSMC-SVM.

For the  $k$ -step ahead prediction output of the SVM model,  $k=30$  is chosen. The boundaries for  $\lambda_1$  is taken as  $\lambda_{1\min} = 0.1$  and  $\lambda_{1\max} = 5$ . The blending factor is  $\alpha=0.1$  and the penalty on the control deviations is  $\rho=0.001$ .

Simulations have been carried out in Matlab environment and ordinary differential equation solver implementing Runge-Kutta numerical integration method has been selected for simulating the discontinuous nature of sliding mode controller and observer. For the simulation environment, a fixed sampling time of 0.00001s has been applied for simulating the continuous time observer, controller and plant. On the other hand, the SVM block works in a discrete nature by taking observations and calculating the update value at every  $t_d=0.01$  s time durations. All simulations are performed in the time interval between [0,5] s. The system performance is influenced by the selection of the observer initial conditions. Therefore, assuming that the initial values of system states  $x_1(0)$  and  $x_2(0)$  are at the origin in average  $\hat{x}_1(0)=0$  and  $\hat{x}_2(0)=0$ .

The time responses of the estimated and actual system outputs  $y=x_1$  are given in Fig.2. For all the controllers, there is some transient observation error at the beginning of the observation as the observer initial conditions are inconsistent with those of the plant. But observer states and thus the system output estimate approach to its actual value after a finite time.

The sliding surface  $s$  and estimated sliding surface  $\hat{s}$  are plotted in Fig.3. The sliding motion in Fig.3 provides an estimate of the system states. For OFSMC-C<sub>2</sub>, increasing  $k_g$  improves  $t_{reach}(\hat{s})$ . However, this does not improve the observer behavior as can be easily seen from the value of  $t_{reach}(s)$ . The control inputs are also plotted in Fig.4. The chattering is a result of the signum function and can be avoided by using saturation function.



The time-varying behavior of updated  $\lambda_1(t)$  and calculated  $k_g(t)$  for the proposed OFSMC-SVM controller is given in Fig.5. The  $k_g$  is calculated from (15) by using the time-varying  $\lambda_1$  value. Finally, performance indices of the controllers are given in Table 1. In this table,  $t_a(x_i)$  is the time that estimated state  $\hat{x}_i$  approach its actual value  $x_i$ ,  $t_s(x_i)$  is the settling time for state  $x_i$ , and  $t_{reach}$  is the reaching time of estimated and actual sliding surface variables. It is seen that only increasing  $k_g$  does not have a positive effect on  $t_a$ . The OFSMC-C<sub>3</sub> represents the obtained values generated by using OFSMC-SVM adaptation scheme. Thus, it has the best observation behavior and settling time performance which shows the constructive tuning of the SVM model.

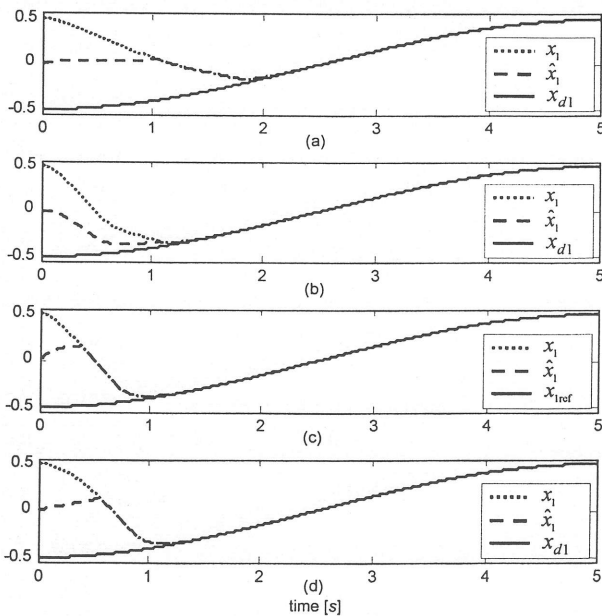


Figure 2. Actual, estimated and reference system output  $y=x_1$ : a)OFSMC-C<sub>1</sub>, b)OFSMC-C<sub>2</sub>, c)OFSMC-C<sub>3</sub>, d)OFSMC-SVM.

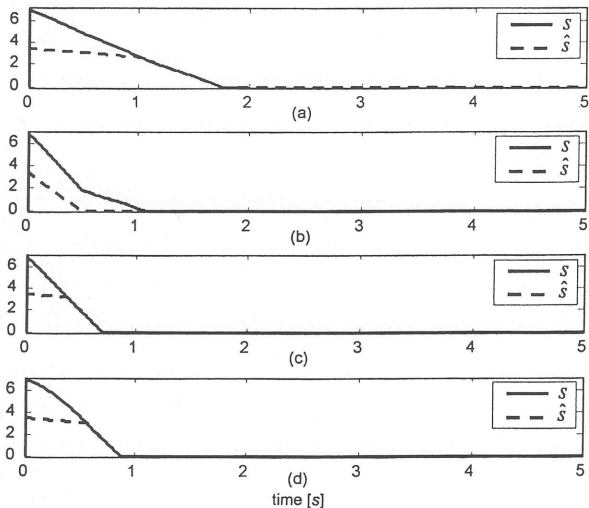


Figure 3. Actual and estimated sliding surface variables: a)OFSMC-C<sub>1</sub>, b)OFSMC-C<sub>2</sub>, c)OFSMC-C<sub>3</sub>, d)OFSMC-SVM.

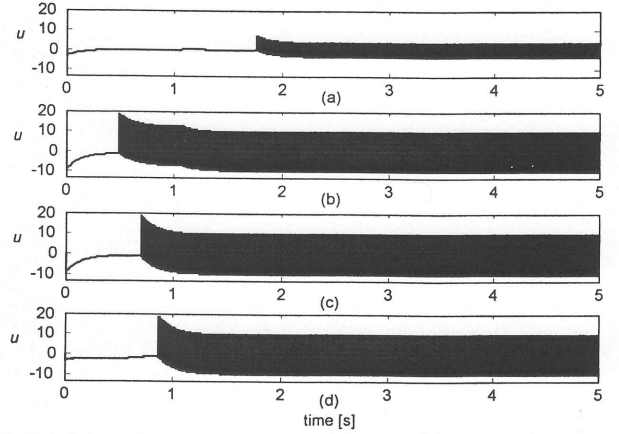


Figure 4. Control inputs: a) OFSMC-C<sub>1</sub>, b) OFSMC-C<sub>2</sub>, c) OFSMC-C<sub>3</sub>, d) OFSMC-SVM.

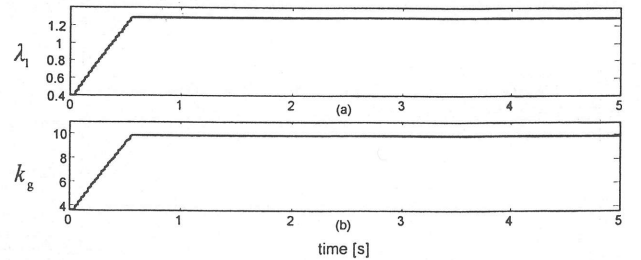


Figure 5. a)  $\lambda_1$ , and b)  $k_g$  for OFSMC-SVM

Table 1. Performance indices of the controllers.

	OFSMC-C <sub>1</sub>	OFSMC-C <sub>2</sub>	OFSMC-C <sub>3</sub>	OFSMC-SVM
$t_a(x_1)$	1,067	1,092	0,381	0,571
$t_a(x_2)$	1,190	1,201	0,560	0,649
$t_s(x_1)$	1,9608	1,230	1,0286	1,202
$t_s(x_2)$	2,2436	1,514	1,3159	1,504
$t_{reach}(s)$	1,8110	1,067	0,8609	0,953
$t_{reach}(\hat{s})$	1,7700	0,495	0,7012	0,875

## 5 Conclusion

In this study, output feedback sliding mode control of a nonlinear second order system subject to bounded external disturbances is considered. Based on the simulation results, it was concluded that the proposed method improves the system trajectory tracking performance. In this study, only one of the observer gains is considered. However, the tuning mechanism is applicable to both observer gains. Also, in case of higher order systems in the form of given structure, the proposed method can be extended by considering the stability conditions.

## Acknowledgement

The authors wish to thank The Scientific and Technological Research Council of Turkey for financial support (Project No: 107E186).



## References:

- [1] O. Camacho, Sliding Mode Control in Process Industry, in *Instrument Engineers' Handbook, 4<sup>th</sup> Edition, Vol.2: Process Control and Optimization* (B.G. Liptak eds.), CRC Press, 2005, pp.351-359.
- [2] I. Haskara, U. Ozguner, and V. Utkin, On sliding mode observers via equivalent control approach, *International Journal of Control*, Vol.71, No.6, 1998, pp.1051-1067.
- [3] V.M. Hernandez, and H. Sira-Ramirez, Position control of an inertia-spring DC-motor system without mechanical sensors: experimental results, *Proc. 40<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando FL, 2001, pp.1386-1391.
- [4] G. Ellis, *Observers in control systems: a practical guide*, Academic Press, San Diego, CA, 2002.
- [5] D.G. Luenberger, An introduction to observers, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.AC-16, 1971, pp.596-603.
- [6] W.T. Baumann, and W.J. Rugh, Feedback control of nonlinear systems by extended linearization, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.AC-31, 1986, pp.40-46.
- [7] J. Tsiniias, Observer design for nonlinear systems, *Systems & Control Letters*, Vol.13, 1989, pp.135-142.
- [8] F.E. Thau, Observing the state of nonlinear dynamical systems, *International Journal of Control*, Vol. 17, 1973, pp.471-479.
- [9] A. McCann, M.S. Islam, and I. Hussain, Application of a sliding-mode observer for position and speed estimation in switched reluctance motor drives, *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol.37, No.1, 2001, pp.51-58.
- [10] C. Edwards, S.K. Spurgeon, C.P. Tan, and N. Patel, Sliding mode observers, *Lecture Notes in Control & Information Systems*, Vol.367, 2007, pp.221-242.
- [11] S.K. Spurgeon, Sliding mode observers: a survey, *International Journal of Systems Science*, Vol.39, No.8, 2008, pp.751-764.
- [12] S. Drakunov, and V. Utkin, Sliding mode observers: a tutorial, *Proc.34<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, 1995, pp.3376-3378.
- [13] T. Floquet, and J.-P. Barbot, A canonical form for the design of unknown input sliding mode observers, In *Advances in Variable Structure and Sliding Mode Control* (C. Edwards, C.E. Fossas, L. Fridman, eds.), Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol.334, Springer, Berlin, 2006, pp.271-296.
- [14] C. Unsal, P. Kachroo, Sliding mode measurement feedback control for antilock braking system, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol.7, No.2, 1999, pp.271-281.
- [15] M.C. Pai, Discrete-time output feedback sliding mode control for uncertain systems, *Journal of Marine Science and Technology*, Vol.16, No.4, 2008, pp.295-300.
- [16] J.H. Choi, E.A. Misawa, and G.E. Young, A study on sliding mode state estimation, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol.121, No.2, 1999, pp.255-260.
- [17] J.M. Daly, and D.W.L. Wang, Output feedback sliding mode control in the presence of unknown disturbances, *Systems and Control Letters*, Vol.58, 2009, pp.188-193.
- [18] A. Baz, A neural observer for dynamic systems, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.152, No.2, 1992, pp.227-243.
- [19] I. Chairez, A. Pozynak, and T. Pozynak, New sliding-mode learning law for dynamic neural network observer, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II, Express Briefs*, Vol.53, No.12, 2006, pp.1338-1342.
- [20] W. Yu, Stability analysis of visual servoing with sliding mode estimation and neural computation, *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol.4, No.5, 2006, pp.545-558.
- [21] J. Resendiz, W. Yu, L. Fridman, Two-stage neural observer for mechanical systems, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II, Express Briefs*, Vol.55, No.10, 2008, pp.1076-1080.
- [22] M. Lee, A sliding mode controller with neural network and fuzzy logic, *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, Vol.1-4, 1997, pp.2414-2417.
- [23] C.F. Zhang, Y.N. Wang, and J. He, Variable structure control of a discrete time systems implementation and its application, *Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Conference for Young Computer Scientists*, 2001, pp.622-625.
- [24] V. Kurkova, and M. Sanguineti, Comparison of worst case errors in linear and neural network approximation, *IEEE Transactions on Inf. Theory*, Vol.48, No.1, 2002, pp.264-275.
- [25] S. Tokat, Time-varying sliding surface design with support vector machine based initial condition adaptation, *Journal of Vibration and Control*, Vol.12, No.8, 2006, pp.901-926.
- [26] F.G. Wang, S.K. Park, M.C. Kim, S.J. Choi, and T.S. Yoon, A novel sliding surface design by using support vector machines, *Proceedings of the International Conference on Complex Systems and Applications*, 2007, pp.1405-1409.
- [27] J.N. Li, Y.B. Zhang, and H.P. Pan, Chattering free LS-SVM Sliding Mode Control, *Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Symposium on Neural Networks*, 2008, pp.701-708.
- [28] S. Iplikci, A comparative study on a novel model-based PID tuning and control mechanism for nonlinear systems, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, doi.10.1002/rnc.1524, 2009.



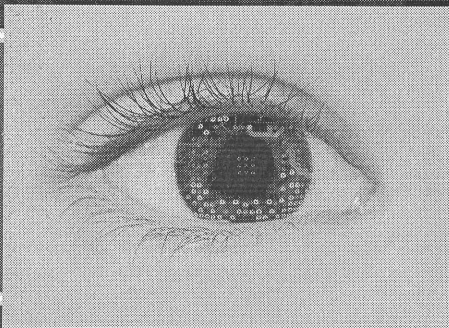
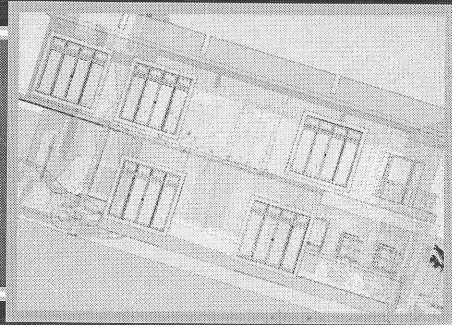
The International Association of Science  
and Technology for Development

675

## Conference Program

The 29th IASTED International Conference on

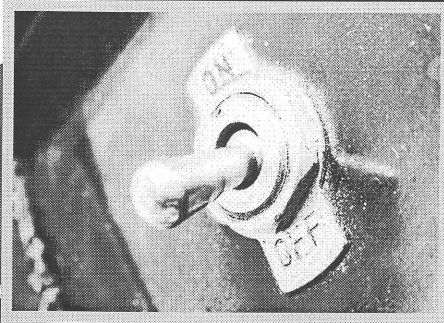
**Modelling,**



**Identification,**

**and**

**Control**



February 15 – 17, 2010  
Innsbruck, Austria

**SPONSOR**

The International Association of Science and Technology for Development (IASTED)

**LOCATION**

Congress Innsbruck, Rennweg 3, 6020 Innsbruck, Austria  
Phone: +43 (0) 512 5936-122 Fax: +43 (0) 512 5936-7

SPONSOR

The International Association of Science and Technology for Development (IASTED)

EDITOR

**K. Hangos** – Hungarian Academy of Sciences, Hungary

PLENARY SPEAKER

**R. Rajamani** – University of Minnesota, USA

INTERNATIONAL PROGRAM COMMITTEE

**S. Alwash** – Jordan University of Science & Technology, Jordan

**J.C. Amaro Ferreira** – ISEL, Portugal

**A. Ashimov** – Institute of Problems of Informatics and Control, Kazakhstan

**F. Assous** – Ariel University Center, Israel

**H. Attia** – National Research Council Canada, Canada

**J. Boaventura** – University of Trás-os-Montes and Alto Douro, Portugal

**V. Bobal** – Tomas Bata University in Zlin, Czech Republic

**G. Bontempi** – Université Libre de Bruxelles, Belgium

**S.R. Das** – University of Ottawa, Canada

**B. Dobrucky** – University of Zilina, Slovakia

**E. Furutani** – Kyoto University, Japan

**T. Hagiwara** – Kyoto University, Japan

**R. Henriksen** – Norwegian University of Science and Technology, Norway

**H. Hu** – University of Essex, UK

**I. Jesus** – Institute of Engineering of Porto, Portugal

**B. Joseph** – University of South Florida, USA

**V. Jotsov** – Bulgarian Academy of Sciences, Bulgaria

**D. Jovicic** – University of Aberdeen, UK

**H. Kawabe** – Hiroshima Institute of Technology, Japan

**T. Kawabe** – University Tsukuba, Japan

**K. Khalili** – University of Birjand, Iran

**T. Kulworawanichpong** – Suranaree University of Technology, Thailand

**C. Kyrtsov** – University of Macedonia, Greece

**K. Li** – Queen's University Belfast, UK

**W.M. Lippe** – University of Münster, Germany

**K.L. Man** – University College Cork, Ireland

**M. Marcoková** – University of Zilina, Slovakia

**G. Merkuryeva** – Riga Technical University, Latvia

**E.D. Moreno** – Federal University of Sergipe, Brazil

**P. Nahodil** – Czech Technical University in Prague, Czech Republic

**G. Nikolakopoulos** – University of Patras, Greece

**C. Pinto** – Higher Institute of Engineering of Porto, Portugal

**M.M. Polycarpou** – University of Cyprus, Cyprus

**N. Prljača** – University of Tuzla, Bosnia and Herzegovina

**I.J. Ramirez-Rosado** – University of Zaragoza, Spain

**M. Rodrigues** – Sheffield Hallam University, UK

**N.J. Roussos** – Hellenic Navy Research Center, Greece

**B. Sohlberg** – Dalarna University, Sweden

**P. Sowa** – Silesian University of Technology, Poland

**A. Swierniak** – Silesian University of Technology, Poland

**J.A. Tenreiro Machado** – Instituto Superior de Engenharia do Porto, Portugal

**A. Tornambè** – University of Rome Tor Vergata, Italy

**H. Trinh** – Deakin University, Australia  
**K. Tsakalis** – Arizona State University, USA  
**R. Ulson** – State University of São Paulo - UNESP, Brazil  
**G. Varga** – University of Miskolc, Hungary  
**J. Vittek** – University of Zilina, Slovakia  
**Q.G. Wang** – National University of Singapore, Singapore  
**E.E. Yaz** – Marquette University, USA  
**W. Yu** – CINVESTAV-IPN, Mexico  
**V. Zanchi** – University of Split, Croatia  
**L. Zhang** – Harbin Institute of Technology, PRC

#### ADDITIONAL REVIEWERS

<b>M. Bakosova</b> – Slovakia	<b>H.R. Karimi</b> – Norway
<b>S. Ben Taieb</b> – Belgium	<b>E. Khmelnsky</b> – Israel
<b>C. Botan</b> – Romania	<b>M. Kubalcik</b> – Czech Republic
<b>I. Damousis</b> – Greece	<b>R. Lobato</b> – Brazil
<b>M. de la Sen</b> – Spain	<b>R. Matusu</b> – Czech Republic
<b>P. Dostal</b> – Czech Republic	<b>A. Pantelous</b> – UK
<b>H. Elsidani Elariss</b> – Lebanon	<b>D. Puangdownreong</b> – Thailand
<b>L.A. Fernandez-Jimenez</b> – Spain	<b>A. Shamekh</b> – UK
<b>N. Ferreira</b> – Portugal	<b>D. Strunin</b> – Australia
<b>G. Georgoulas</b> – Greece	<b>M. Sulitka</b> – Czech Republic
<b>F. Gurleyen</b> – Turkey	<b>S. Tokat</b> – Turkey
<b>M. Hansen</b> – Norway	<b>V. Troynikov</b> – Australia
<b>D. Honc</b> – Czech Republic	<b>J. Vojtesek</b> – Czech Republic
<b>G. Hovland</b> – Norway	<b>F. Yang</b> – USA
<b>G. Incerti</b> – Italy	

#### INFORMATION ON PUBLICATION

For each IASTED conference, the following review process is used to ensure the highest level of academic content. Each full manuscript submission is double blind reviewed by a minimum of two separate reviewers on the International Program Committee/Additional Reviewers list. The review results are then compiled. If there are conflicting reviews, the paper is sent to a third reviewer.

#### Photo Credits:

Background: *Techno/Lynne Lancaster.*

Top: Building 3D Wireframe/*Barun Patro*; Middle: Future/*Iva Villi*; Bottom: Switch/*Luciano Tirabassi.*

Copyright © 2010 ACTA Press

**ACTA Press**  
P.O. Box 5124  
Anaheim, CA 92814-5124  
USA

**ACTA Press**  
B6, Suite #101, 2509 Dieppe Ave SW  
Calgary, Alberta T3E 7J9  
Canada

**ACTA Press**  
P.O. Box 354  
CH-8053 Zurich  
Switzerland

Publication Code: 675 ACTA Press

ISBN:

CD: 978-0-88986-819-9



# OUTPUT FEEDBACK SLIDING MODE CONTROLLER WITH IMPROVED TRACKING PERFORMANCE

S. Tokat<sup>1</sup>, L. Ulusoy<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Pamukkale University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department, 20070, Kinikli, Denizli, Turkey.

<sup>2</sup> Pamukkale University, Engineering Faculty, Electrical and Electronics Engineering Department, 20070, Kinikli, Denizli, Turkey.

{stokat, lulusoy04}@pau.edu.tr

## ABSTRACT

This paper considers the trajectory tracking problem for nonlinear second order systems in case of unmeasured system states and bounded external disturbances. A combination of sliding mode controller and observer scheme is used. A time varying sliding surface based on system state estimates is defined and the angle information instead of the slope value is used in order to improve the trajectory tracking performance of the system. Computer simulations are presented to show the effect of the time varying sliding surface on the performance of the output feedback sliding mode controller. It is shown that the trajectory tracking performance is improved while the robustness of the system is conserved with respect to the output feedback sliding mode controller with a constant sliding surface parameter.

## KEY WORDS

Sliding mode control, sliding mode observer, sliding surface design, time-varying sliding surface, trajectory tracking

## 1. Introduction

External disturbances are generally inevitable in process control and could be very harmful for the yield of the desired output. To deal with bounded external disturbances, sliding mode control (SMC) is an effective and systematic control approach [1]. It consists of forcing the states of the system to a sliding surface by means of a discontinuous control law that depends on the feedback information from the system states [2].

Most concepts in control theory are based on having sensors to measure the quantity under control by using perfect feedback signals [3]. However, it is either impractical or inappropriate to use a sensor for all state variables considering different reasons as cost, reliability, harsh environment or even induced errors from the sensor itself [4]. Therefore, the necessity to completely measure the states of the system can be regarded as an important drawback of conventional SMC approach [5].

Observers can be used to replace sensors in a control system. Therefore, a considerable amount of work has

been done in the field of state estimation of dynamic systems by observers as it is an important requirement for safe and cost-effective operation of industrial units [3]. For linear systems, state estimation can be performed using techniques from well-established linear filtering theory [6]. However, all practical systems inherent some degree of nonlinearity and in some cases the linear approximations may not be accurate enough and state estimation based on nonlinear process models are needed [7].

The mentioned requirement for state estimation based on nonlinear models, and simple structure and robust stability of SMC approach prompted the study of sliding mode observers (SMOs) [8]. In SMOs, instead of using an output error feedback between the observer and system linearly, the output error feedback is used via a discontinuous switched signal [9]. SMOs have an inherent robustness in the face of external disturbances and model uncertainties [10]. Therefore, SMOs have found applications in many areas such as flight control [11], power systems [12], and robotic structures [13]. SMOs are first developed to obtain viable design methods for linear systems [1] and later extended to uncertain linear systems [14], nonlinear systems [15], and nonlinear time-delay systems [16]. The equivalent control concept is proposed in [17] for linear systems where the observer states converge to the sliding surface step by step in finite time. Then, the equivalent output injection term that is defined as a counterpart of equivalent control term of SMC is applied to linear systems with unknown inputs [18].

A SMC strategy that uses the state estimates obtained from an observer structure [19] or a SMC that only uses system outputs [20] constitute the concept of output feedback sliding mode control (OFSMC) methods. The OFSMC of MIMO linear systems with unmatched uncertainty is discussed in [21]. State estimation of nonlinear systems in the presence of external disturbances or model uncertainties is an active field of study [22]. The idea in [17, 18] is extended in [23] to OFSMC case in which a nonlinear system with unknown disturbances is considered.

The selection of the sliding surface design parameters in [23] determines the rate at which the tracking error converges to zero. The tracking performance could also be improved by choosing large magnitudes for discontinuous

control gain. However, even if a chattering attenuation or elimination method is used such as the boundary layer approach, the thickness of the boundary layer required to completely eliminate the chattering depends on the value of the discontinuous control gain. Therefore, using larger discontinuous control gain is not a proper solution.

In our study, a time-varying sliding surface is applied to OFSMC structure. For the conventional SMC, time-varying sliding surface design strategies presented in [24-26] are all designed in order to improve the robustness of the control system. On the other hand, in this study, distinct from [24, 25, 26] the sliding surface is applied to the estimated system states to improve the trajectory tracking performance. Also, the robustness of the system is not disturbed with respect to the conventional case.

In [23], OFSMCs in the presence of unknown disturbances is examined by proving the stability under a set of nonrestrictive assumptions and it is shown that the designed controller ensures asymptotic trajectory tracking behavior. To achieve this aim, the observer gains and the sliding surface parameters must be properly selected for an acceptable trajectory tracking performance. Therefore, in our study, the OFSMC presented in [23] is considered and the trajectory tracking performance is improved by a sliding surface based on estimated system states and a time-varying sliding surface parameter that uses angular information.

In the next section, sliding mode control law that depends on system state estimates and that uses a time-varying sliding surface is introduced. The behavior of the time-varying sliding surface is presented in Section 3. Simulation results with observer in the feedback loop are given in Section 4.

## 2. Output Feedback Sliding Mode Controller with a Time-varying Sliding Surface Parameter

A second order, single-input, nonlinear system in canonical form can be written as

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})(u(t) + d(t)) \\ y &= x_1\end{aligned}\quad (1)$$

where  $\mathbf{x}=[x_1, x_2]^T$  is the state vector,  $u(t)$  is the control input,  $d(t)$  is the external disturbances and  $f(\mathbf{x})$ ,  $b(\mathbf{x})$  are nonlinear functions that determine the system characteristics [23, 27]. Assuming the tracking problem, the time-varying and linear sliding surface for system (1) can be written as

$$s(\mathbf{e}, t) = \mathbf{c}^T(t)\mathbf{e} \quad (2)$$

where  $\mathbf{e}=[e_1, e_2]^T$  is the error state vector and  $e_i=x_i-x_{id}$  is the  $i^{\text{th}}$  error state variable,  $x_{id}$  is the desired trajectory of the  $i^{\text{th}}$  state and  $\mathbf{c}(t)=[c_1(t), 1]^T$  is the time-varying sliding

surface parameter that determine the system behavior in the error phase plane. Assuming the system representative point on  $s(\mathbf{e}, t)$ , neglecting external disturbances, and taking the derivative of the sliding surface one obtains:

$$\dot{s} = \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} = 0 \quad (3)$$

Under the assumption that  $b(\mathbf{x}) \neq 0$  and  $\dot{x}_{1d}=x_{2d}$ , the equivalent control input  $u_{eq}(t)$  can be obtained as

$$u_{eq}(t) = -b^{-1}(\mathbf{x})(f(\mathbf{x}) - \dot{x}_{2d} + \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1) \quad (4)$$

In (1), only the system output  $y$  is measured and the system states are obtained from  $y$  by using an observer of the form given as

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sgn}(y - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= f(\hat{\mathbf{x}}) + b(\hat{\mathbf{x}})u + E_1 \lambda_2 \text{sgn}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2)\end{aligned}\quad (5)$$

where  $\tilde{x}_2 = \hat{x}_2 + (\lambda_1 \text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1))_{eq}$ , the term  $E_1=0$  if  $x_1 - \hat{x}_1 \neq 0$  and  $E_1=1$  otherwise [23]. The equivalent term is obtained by using a low pass filter [4, 23, 27]. With proper  $\lambda_1, \lambda_2$  observer gains, the observer state  $\hat{x}_1$  firstly converges to system state  $x_1$  and then  $\hat{x}_2$  converges to  $x_2$ . For the given system (1), the finite time convergence of system state estimates to actual plant states is proved in the literature [23]. Therefore, instead of (2) one can use

$$\hat{s}(\hat{\mathbf{e}}, t) = \mathbf{c}^T(t)\hat{\mathbf{e}} \quad (6)$$

where  $\hat{\mathbf{e}} = [\hat{e}_1, \hat{e}_2]^T$  is estimated error state vector and  $\hat{e}_i = \hat{x}_i - x_{id}$  is  $i^{\text{th}}$  estimated error state variable.

If the control  $u(t)$  is not accessible, the conventional form of  $u_{eq}$  using state estimates can be written as

$$u_{eq}(t) = -b^{-1}(\hat{\mathbf{x}})(f(\hat{\mathbf{x}}) - \dot{x}_{2d} + \dot{c}_1 \hat{e}_1 + c_1 \dot{\hat{e}}_1) \quad (7)$$

The overall control law  $u(t)$  can be designed as

$$u(t) = u_{eq}(t) + k \text{sgn}(\hat{s}) \quad (8)$$

where  $k \text{sgn}(\hat{s})$  is the discontinuous control input and  $k$  is the discontinuous control gain. The conventional OFSMC law presented in [23] can be obtained directly from (8) by taking  $\dot{c}_1=0$ .

By choosing the Lyapunov function candidate as  $V=1/2 \hat{s}^2$ , the derivative of the Lyapunov function along the trajectories of the system states must satisfy the reaching condition given as

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \hat{s} \dot{\hat{s}} \\ &= \hat{s}(\dot{\hat{e}}_2 + c_1 \dot{\hat{e}}_1 + \dot{c}_1 \hat{e}_1) \\ &= \hat{s}(\dot{\hat{x}}_2 - \dot{x}_{2d} + c_1(\dot{\hat{x}}_1 - \dot{x}_{1d}) + \dot{c}_1 \hat{e}_1)\end{aligned}\quad (9)$$

By substituting (7) into (8), the resulting control law into (5), and obtained value of  $\hat{x}_2$  into (9) one can write

$$\dot{V} = \hat{s} \cdot [-c_1 \hat{e}_2 - b(\hat{x}) k \operatorname{sgn}(\hat{s}) + E_1 \lambda_2 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) + c_1 (\dot{\hat{x}}_1 - \dot{x}_{1d})] \quad (10)$$

Taking  $\dot{x}_{1d} = x_{2d}$  and substituting  $\dot{\hat{x}}_1$  from (3) into (10) one can write

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \hat{s} \cdot [-b(\hat{x}) k \operatorname{sgn}(\hat{s}) + E_1 \lambda_2 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) + c_1 \lambda_1 \operatorname{sgn}(y - \hat{x}_1)] \\ &\leq [-b(\hat{x}) k + (c_1 \lambda_1 + \lambda_2)] \hat{s} \end{aligned} \quad (11)$$

In order to show that the estimated system states converge to the sliding surface,  $\dot{V} \leq -\mu |\hat{s}|$  must be satisfied where  $\mu$  is a small positive constant. Thus, from (11), one can obtain,

$$k = -b^{-1}(\hat{x})(c_1 \lambda_1 + \lambda_2 + \mu) \quad (12)$$

Therefore, the stability analysis in [23] are not affected by the proposed control law (7) and the observer gains must be properly chosen in order to provide the stability conditions in [23].

### 3. Sliding Surface Design

Various methods have been presented in the literature both in the discrete-time [24] and continuous-time [25] cases for designing different time-varying sliding surfaces. In these discretely and continuously time-varying sliding surface design studies, the sliding surface movement is provided by directly changing the sliding surface parameter with respect to time. However, the same amount of change in the magnitude of the parameter does not mean an equal change in the position of the sliding surface. Thus, the alternative state trajectories that could be obtained for a continuous scheme in which the sliding surface parameter depends linearly on time will be limited. Recently, a new sliding surface is proposed in [26] where the time-varying sliding surface is obtained by directly changing the angle between the conventional constant sliding surface and the sliding surface passing through the representative point of the system states.

With this idea in mind, the sliding surface parameter is defined in [26] as

$$c_1(t) = \begin{cases} l_1 \tan(\alpha(t)) + l_0, & t_k \leq t < t_f \\ c_f, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

where  $\tan(\cdot)$  is the tangent function,  $l_0$  and  $l_1$  are the linear shifting and linear scaling parameters,  $t_k$  is the time at which the time-varying mechanism is started,  $t_f$  is the time at which the final sliding surface is reached and  $c_f$  is the value of  $c_1(t)$  at time  $t_f$ . The parameter  $\alpha(t)$  is an angle value that provides the angular variation of the sliding surface  $c_1(t)$ .

In (13), obtaining proper angular information  $\alpha(t)$  is a

design problem. To obtain a time-varying sliding surface it is defined as [26]

$$\alpha(t) = \alpha_1 \frac{t - t_k}{t_f - t_k} + \alpha_0 \quad (14)$$

where  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$  are angular shifting and angular scaling parameters, respectively. The magnitude of  $\alpha_1$  define the amount of change in the angle with respect to time [26]. For larger  $\alpha_1$  values, the sliding surface rotates faster. The sign of  $\alpha_1$  depends on the rotation direction and calculated as:

$$\operatorname{sgn}(\alpha_1) = \begin{cases} -1, & c_1(t_k) > c_f \\ +1, & c_1(t_k) \leq c_f \end{cases} \quad (15)$$

The angular shifting parameter  $\alpha_0$  is determined based on the sign of  $\alpha_1$  in order to obtain a proper rotation mechanism as follows:

$$\alpha_0 \in \begin{cases} \left[ \pi, \frac{6\pi}{4} \right), & \text{if } \operatorname{sgn}(\alpha_1) < 0 \\ \left( \frac{2\pi}{4}, \pi \right], & \text{if } \operatorname{sgn}(\alpha_1) > 0 \end{cases} \quad (16)$$

In order to provide the system representative points to stay on the sliding surface at time  $t_k$  and  $t_f$  the linear shifting and scaling parameters  $l_0$  and  $l_1$  are defined as follows:

$$\begin{aligned} l_1 &= \frac{c_1(t_k) - c_f}{\tan(\alpha(t_k)) - \tan(\alpha(t_f))} \\ l_0 &= c_1(t_k) - l_1 \cdot \tan(\alpha(t_k)) \end{aligned} \quad (17)$$

For the sliding surface parameter that depends on angular information, the derivative value used in (7) can be calculated as

$$\dot{c}_1(t) = \begin{cases} \frac{l_1 \alpha_1}{t_f - t_k} \sec^2(\alpha(t)), & t_k \leq t < t_f \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (18)$$

where  $\sec(\cdot)$  is the secant function [26].

### 4. Simulation Studies

For the computer simulations, the system in [23] is used in which the parameters of the system (1) are taken as

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) &= x_1 + x_2^2 \\ b(\mathbf{x}) &= 1 \end{aligned} \quad (19)$$

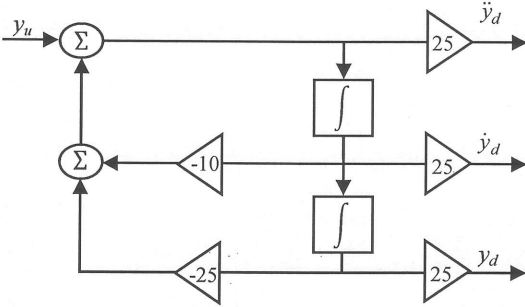
In this study, the trajectory tracking problem is considered. As the control algorithm needs the first two derivatives of  $y_d$  which is also equal to  $x_{1d}$ , a second order filter is used as in Fig.1.

From this filter, the output reference trajectory  $y_d$  and

its first and second time derivatives are obtained. The input signal  $y_u$  is chosen as

$$y_u = \frac{\pi}{2} - 1.9 + \sin(t) + \sin(2t) \quad (20)$$

where  $y_u$  is the unfiltered reference trajectory [23].



**Figure 1.** Filtered output reference trajectory  $y_d$  and its first and second derivatives

During the simulations, in order to show the robustness against bounded external disturbances,  $d(t)$  is modeled with a sinusoidal signal taken as

$$d(t) = \sin(\pi t) \quad (21)$$

For all of the controllers, discontinuous control gain in (7) is taken as  $k=18$  in order to satisfy (12). The SMO for all OFSMCs is taken as (3) and to obtain  $\tilde{x}_2$ , first order low pass filter with bandwidth  $\omega_n=20$ rad/s is used. The simulations are implemented for the proposed output feedback sliding mode controller with a time-varying sliding surface (OFSMC-P) and for the conventional OFSMC presented in [23] (OFSMC-C).

The time-varying behavior of the sliding surface for OFSMC-P is obtained by design parameters  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$ . In order to show the effect of angular variation, OFSMC-P is simulated for two different  $\alpha_1$  values. For the first case (OFSMC-P<sub>1</sub>),  $\alpha_1$  is chosen as 0.7 in order to benefit from the angular variation. For the second case,  $\alpha_1$  is chosen as 0.01 that is small enough to mimic the time-varying sliding surface behavior presented in [28]. For both OFSMC-P<sub>*i*</sub> (*i*=1,2),  $\alpha_0=1.1$  is taken.

Simulations have been carried out in Matlab/Simulink environment and ordinary differential equation solver implementing Euler numerical integration method has been selected for simulating the discontinuous nature of sliding mode controller and observer.

For the simulation environment, a fixed sampling time of 0.00001s has been applied. All simulations are performed in the time interval between [0,10] s.

The sliding surface parameter  $c_1$  is taken as 2 for all of the controllers to have a fair comparison. Bearing in mind the stability conditions in [23], sliding mode observer gains are chosen as  $\lambda_1=5$ ,  $\lambda_2=8.5$ . For OFSMC-P<sub>1</sub> and OFSMC-P<sub>2</sub> the rotation duration is selected the same by choosing  $t_k=0$  s, and  $t_f=0.72$  s. OFSMC-C is obtained from

OFSMC-P by only taking  $\dot{c}_1=0$  in (8).

Prior to the beginning of the operation, the initial conditions of the integrators of the observer must be assigned. The system performance is influenced by the selection of the observer initial conditions. Therefore, assuming that the initial values of system states  $x_1(0)$  and  $x_2(0)$  are ranging between [0;20] and [-10;10], respectively, the observer initial conditions are taken at average values  $\hat{x}_1(0)=10$  and  $\hat{x}_2(0)=0$ .

The time responses of the estimated and actual system states are given in Fig.2-3. For all the controllers, there is some transient observation error at the beginning of the observation as the observer initial conditions are inconsistent with those of the plant. But after approximately 1s, the observer states approach to their actual values in step by step order. It is seen that both OFSMC-P<sub>1</sub> and OFSMC-P<sub>2</sub> approach their reference trajectory better than the conventional OFSMC-C structure given in the literature.

The sliding surface  $\hat{s}$  is plotted in Fig.4. OFSMC-P<sub>1</sub> and OFSMC-P<sub>2</sub> are always on the estimated sliding surface after time  $t_k=0$  whereas OFSMC-C has large initial values. The sliding motion in Fig.4 provides an estimate of the system states.

The corresponding error state space behavior of the observer and system states are given in Fig.5-6, respectively. It is seen that OFSMC-P<sub>1</sub> has the smoothest error phase plane behavior. The chattering in the sliding surface is a result of control inputs in Fig.7.

The time-varying behavior of  $c_1$  for proposed OFSMC-P controllers is given in Fig.8. With the given design parameters,  $c_f=2$  is reached at time  $t_f=0.72$ s for both OFSMC-P<sub>1</sub> and OFSMC-P<sub>2</sub> as expected. However, for OFSMC-P<sub>1</sub>,  $c_1$  changes in a nonlinear fashion as result of the chosen design parameters  $\alpha_0, \alpha_1$ . By adjusting these parameters, different time-varying strategies could be obtained. For instance, by taking  $\alpha_1=0.01$  for OFSMC-P<sub>2</sub> as a relatively small value, the time-varying sliding surface parameter is linearly changing in time as in Fig.8, and the time-varying behavior becomes similar to the sliding surface presented in [28].

The improvement in the tracking performance in terms of the integral of squared error multiplied by time (ITSE) criterion is given in Table 1. Both of the proposed structures OFSMC-P<sub>1</sub> and OFSMC-P<sub>2</sub> with different parameters have better ITSE performance values. The maximum value of the control input magnitude is also given. The phase plane trajectories of the proposed controllers OFSMC-P<sub>1</sub> and OFSMC-P<sub>2</sub> are always on the time-varying sliding surface from the beginning of the simulations. Thus, the chattering mainly causes an increase in  $\max\{|u|\}$  for the proposed structures with respect to the conventional OFSMC-C. This increase in the control magnitude can be attenuated by using a saturation function. It is also seen from Table 1 that the reaching time ( $t_{reach}$ ) value is completely removed with the proposed methods OFSMC-P<sub>1</sub> and OFSMC-P<sub>2</sub> using the time-varying sliding surface scheme.



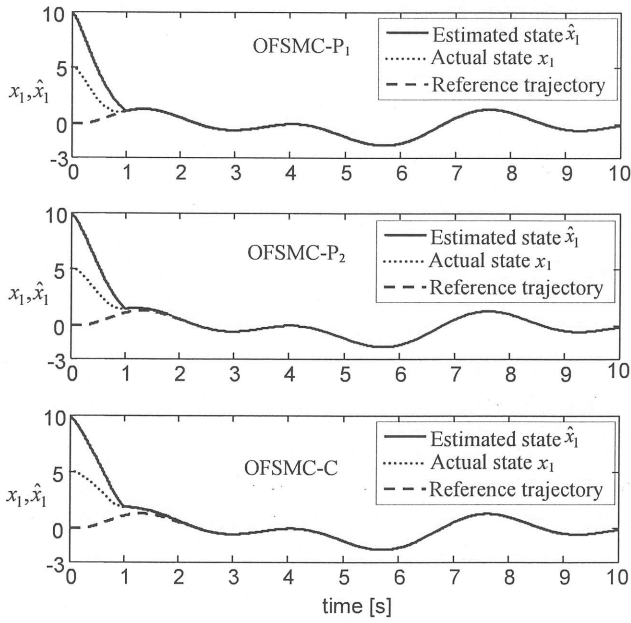


Figure 2. Actual and estimated values of  $x_1$ .

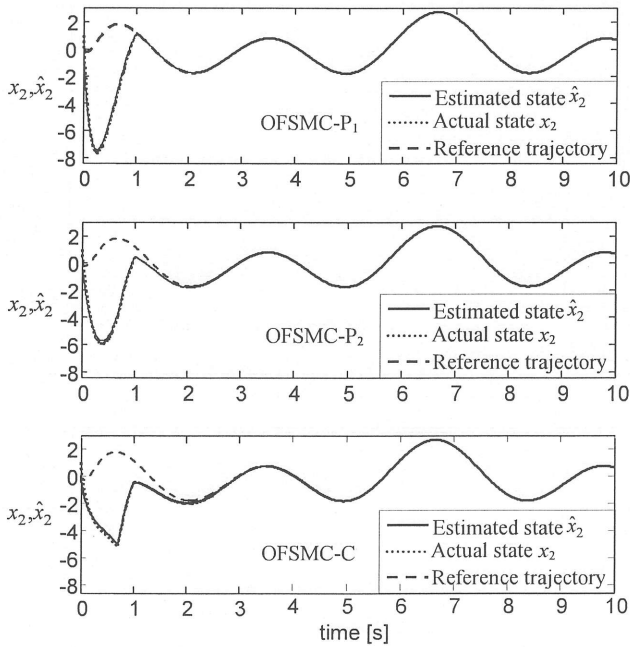


Figure 3. Actual and estimated values of  $x_2$ .

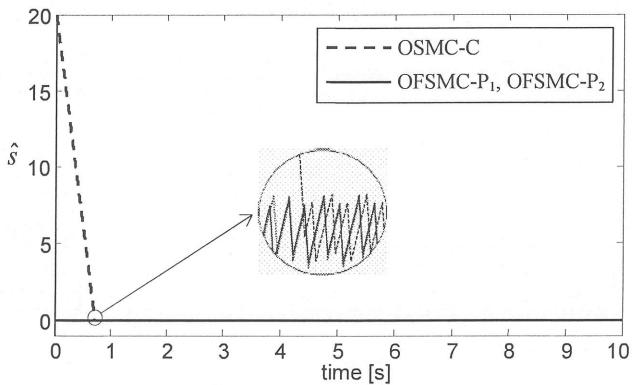


Figure 4. Sliding surface based on estimated states.

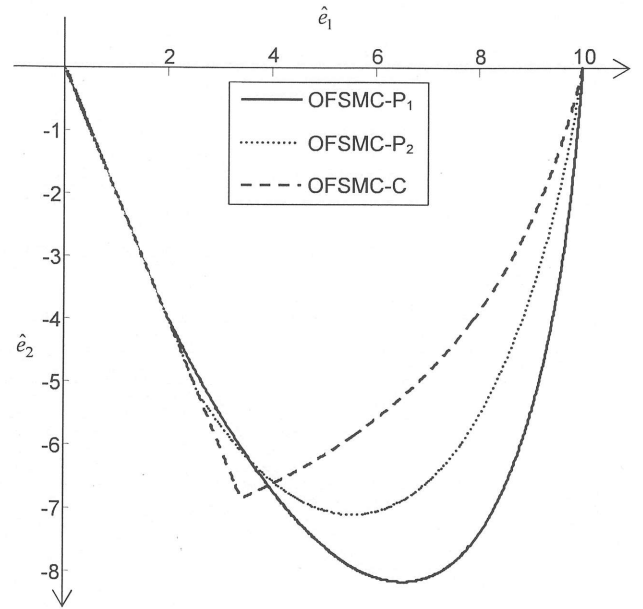


Figure 5. Error phase plane trajectory of the estimated error states.

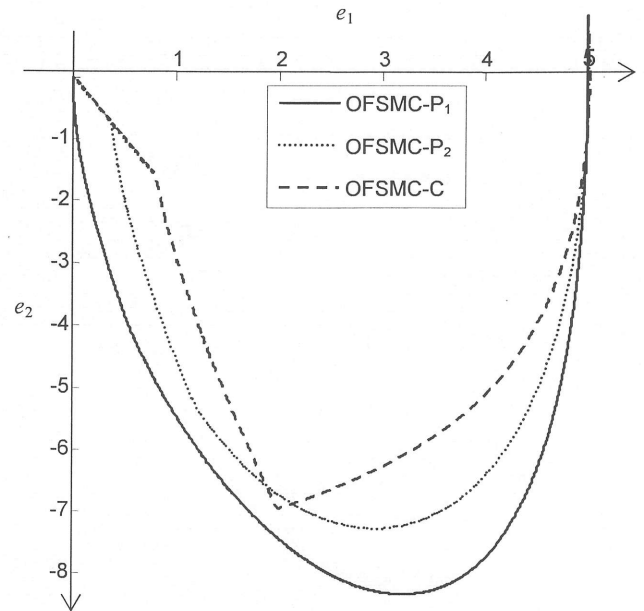


Figure 6. Error phase plane trajectory of the actual error states.

**Table 1**  
Performance indices of the controllers.

	OFSMC-P <sub>1</sub>	OFSMC-P <sub>2</sub>	OFSMC-C
ITSE( $e_1$ )	1.49	2.42	3.78
ITSE( $e_2$ )	12.69	12.97	13.38
$\max\{ u \}$	97.51	65.52	36.23
$t_{reach}(\hat{s})$	0	0	0.71

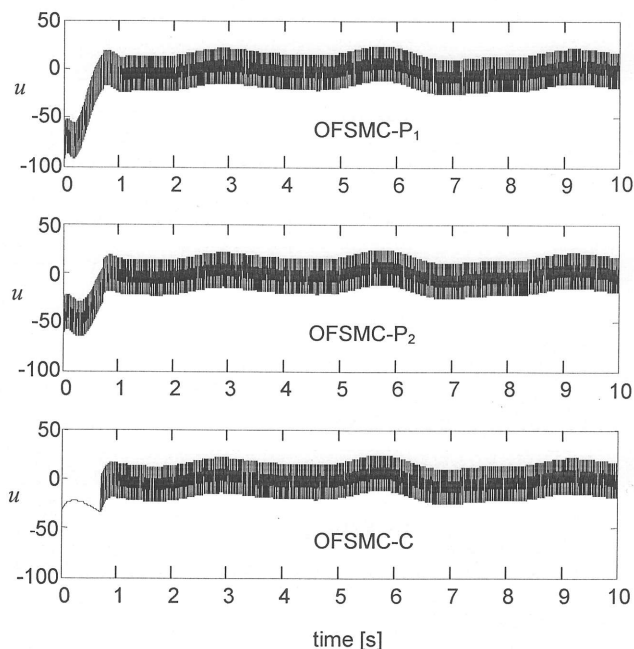


Figure 7. Control inputs.

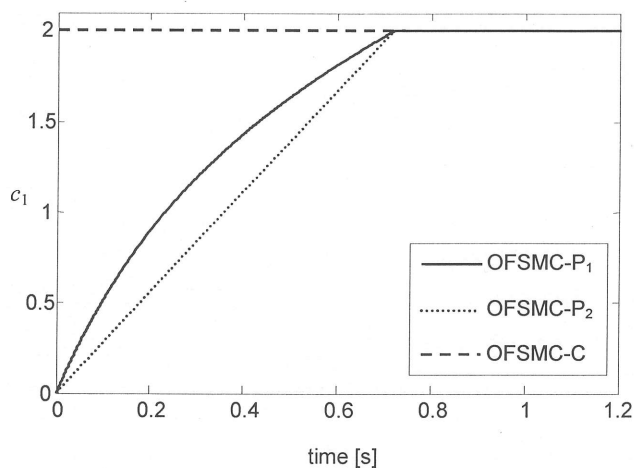


Figure 8. Sliding surface parameter  $c_1$

## 5. Conclusion

In this study, output feedback sliding mode control of a nonlinear second order system subject to bounded external disturbances is considered. From the output feedback, the system states are estimated using a sliding mode observer. Also, a sliding mode controller with a sliding surface having angular scaling and angular shifting parameters is used in order to provide a continuously time-varying sliding surface based on the estimated system states. From the simulation results, it was concluded that the proposed sliding mode controller with the presented time-varying sliding surface strategy improves the system trajectory tracking performance with respect to the conventional output feedback sliding mode controller having a constant sliding surface. It is also seen that the linearly time

varying sliding surface scheme taken from the literature or a constant sliding surface scheme of the conventional sliding mode controller can be easily obtained from the proposed structure by only choosing different design parameters.

In this study, the proposed method is applied to second order nonlinear systems. However, the idea can be extended to higher order systems as both the observer and the controller structures can be applied for higher order nonlinear systems of the given form.

## Acknowledgement

The authors wish to thank The Scientific and Technological Research Council of Turkey (TUBITAK) for financial support (Project No: 107E186).

## References

- [1] V.I. Utkin, J. Guldner, & J. Shi, *Sliding mode control in electro-mechanical systems* (Boca Raton, FL: CRC Press, 2<sup>nd</sup> edition, 2009).
- [2] C. Bonivento, L. Marconi, & R. Zanasi, Output regulation of nonlinear systems by sliding mode, *Automatica*, 37, 2001, 535-542.
- [3] G. Ellis, *Observers in control systems: a practical guide* (San Diego, CA: Academic Press, 2002).
- [4] I. Haskara, U. Ozguner, & V. Utkin, On sliding mode observers via equivalent control approach, *International Journal of Control*, 71(6), 1998, 1051-1067.
- [5] V.M. Hernandez, & H. Sira-Ramirez, Position control of an inertia-spring DC-motor system without mechanical sensors: experimental results, *Proceedings of the 40<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando FL, 2001, 1386-1391.
- [6] P. K. Nandam, & P.C. Sen, A comparative study of a Luenberger observer and adaptive observer-based variable structure speed control system using a self-controlled synchronous motor, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 31(2), 127-132, 1990.
- [7] R. Kandepu, B. Foss, & L. Imsland, Applying the unscented Kalman filter for nonlinear state estimation, *Journal of Process Control*, 18, 2008, 753-768.
- [8] S.A. Krasnova, V.A. Utkin, S.I. Kuznetsov, On observation problem of uncertain non-linear systems, *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> IASTED International Multi-Conference on Automation, Control, & Information Technology*, 2005, 442-447.
- [9] C. Edwards, S.K. Spurgeon, C.P. Tan, & N. Patel, Sliding mode observers, *Lecture Notes in Control & Information Systems*, 367, 2007, 221-242.
- [10] S.K. Spurgeon, Sliding mode observers: a Survey, *International Journal of Systems Science*, 39(8), 2008, 751-764.
- [11] H. Xu, M.D. Mirmirani, & P. Ioannou, Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight

- vehicle, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 27(5), 2004, 829-838.
- [12] V. Bandal, & B. Bandyopadhyay, Robust decentralised output feedback sliding mode control technique-based power system stabiliser (PSS) for multimachine power system, *IET Control Theory and Applications*, 1(5), 2007, 1512-1522.
- [13] M. Gokasan, O.S. Bogosyan, A. Sabanovic, & A. Arabyan, Sliding mode observer and controller for a single link flexible arm, *Proceedings of the 37<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, 4, 1998, 3625-3626.
- [14] C. Edwards, & S.K. Spurgeon, On the development of discontinuous observers, *International Journal of Control*, 59, 1994, 1211-1229.
- [15] J.-J.E. Slotine, J.K. Hedrick, & E.A. Misawa, On sliding observers for nonlinear systems, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 109(3), 1987, 245-252.
- [16] A.J. Koshkouei, & K.J. Burnham, Discontinuous observers for non-linear time-delay systems, *International Journal of Systems Science*, 40(4), 2009, 383-392.
- [17] S. Drakunov, & V. Utkin, Sliding mode observers: a tutorial, *Proceedings of the 34<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, New Orleans, LA, 1995, 3376-3378.
- [18] T. Floquet, & J.-P. Barbot, A canonical form for the design of unknown input sliding mode observers, In *Advances in Variable Structure and Sliding Mode Control* (C. Edwards, C.E. Fossas, L. Fridman, eds.), Lecture Notes in Control and Information Sciences, 334, Springer, Berlin, 2006, 271-296.
- [19] A.E. Rundell, S.V. Drakunov, & R.A. DeCarlo, A sliding mode observer and controller for stabilization of rotational motion of vertical shaft magnetic bearing, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 4(5), 1996, 598-608.
- [20] M.C. Pai, Discrete-time output feedback sliding mode control for uncertain systems, *Journal of Marine Science & Technology*, 16(4), 2008, 295-300.
- [21] A.J. Koshkouei, & A.S.I. Zinober, Sliding mode controller-observer design for multivariable linear systems with unmatched uncertainty, *Kybernetika*, 36(1), 2000, 95-115.
- [22] J.H. Choi, E.A. Misawa, & G.E. Young, A study on sliding mode state estimation, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 121(2), 1999, 255-260.
- [23] J.M. Daly, & D.W.L. Wang, Output feedback sliding mode control in the presence of unknown disturbances, *Systems and Control Letters*, 58, 2009, 188-193.
- [24] Q.H. Hu, C. Du, L. Xie, & Y. Wang, Discrete time sliding mode control with time varying surface for hard disk drives, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 17(1), 2009, 175-183.
- [25] A. Bartoszewicz, & A. Nowacka-Leverton, Time-varying sliding modes for second and third order systems, *Lecture Notes in Control and Information Sciences* (Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag), 2009.
- [26] S. Tokat, Sliding mode controlled bioreactor using a time-varying sliding surface, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 31(5), August 2009, 435-456.
- [27] J.-P. Barbot, M. Djemai, & T. Boukhobza, Sliding mode observers, In *Sliding Mode Control in Engineering* (W. Perruquetti and J. Barbot, eds.), Control Engineering, New York, Marcel Dekker, 2002, 103-126.
- [28] A. Bartoszewicz, A comment on 'A time-varying sliding surface for fast and robust tracking control of second order uncertain systems', *Automatica*, 31, 1995, 1893-95.



CONFERENCE PROGRAM  
AND BOOK OF ABSTRACTS



# ICONS 2009

The 2nd IFAC International Conference on  
Intelligent Control Systems and Signal Processing

September 21-23, 2009  
Istanbul, Turkey

## Organization

### *Welcome to ICONS 2009: The 2nd IFAC International Conference on Intelligent Control Systems and Signal Processing*

ICONS 2009 will be a forum to bring together experts and practitioners from the major computational intelligence areas (neural networks, evolutionary algorithms, fuzzy systems, probabilistic reasoning), and from control systems, signal processing, optimization and statistics, to exchange knowledge and experience and to discuss the state of art and the future direction in both theory and applications.

It is desired to foster cross-fertilization between conventional computing and computational intelligence and to explore opportunities provided by individual computational intelligence methodologies and their hybrids.

While control systems methods and applications will be the dominant theme, the conference is not limited to these subjects. Rather, it aims to be a multidisciplinary forum to promote discussion and transfer of knowledge between people from different backgrounds, including industry, albeit related to the main theme.

#### Organizers:

Bogazici University, Istanbul, Turkey



Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi-TOK



#### Sponsors:

International Federation of Automatic  
Control  
(IFAC) Technical Committee:  
3-2 Computational Intelligence in Control



#### Technical Co-Sponsors:

IFAC Technical Committees:  
2-1 Control Design  
2-4 Optimal Control  
3-1 Computers for Control  
3-3 Computers, Communication and  
Telematics  
7-3 Aerospace

## Chairs

### General Chair

Prof. Okyay Kaynak  
Bogazici University, Istanbul

### Advisory Committee:

- Alessandro Astolfi (UK)
- Che-Wai Chan (HK)
- Talha Dinibutun (TR)
- Antonio Barros Ruano (PT)
- Klaus Schilling (DE)
- Alexander M. Tarasyev (RU)
- Houria Siguerdidjane (FR)

### International Program Committee Co-Chairs:

- Mehmet Onder Efe (TOBB Univ.) · Gary Yen (US)

### Int. Prog. Com. Industry Co-Chair:

- Jaochi Jin (HONDA R.I. Europe)

### Special Session Chair:

- Annamaria R. Varkonyi-Koczy (Budapest Univ. of Technology and Economics).

### National Organization Committee Industry Co-chairs::

- Ahmet Duyar (Artesis)
- Erol Sezer (Automotive Manuf. Assoc.)

### National Organization Committee:

- Cisel Aras (Bogazici Univ.)
- Yesim Oniz (Bogazici Univ.)

### Editor:

- Erdal Kayacan (Bogazici Univ.)

## International Program Committee

<b>Name</b>	<b>Surname</b>	<b>Country</b>
Metin	Akay	United States
Pedro	Albertos	Spain
Luis Borges	Almeida	Portugal
Ethem	Alpaydin	Turkey
Sema	Alptekin	United States
Agustin Jimenez	Avello	Spain
Robert	Babuska	Netherlands
Thomas	Baeck	Germany
Roberto	Baratti	Italy
Robert	Bitmead	United States
Sergio	Bittanti	Italy
Pierre	Borne	France
Miguel Ayala	Botto	Portugal
Luc	Boullart	Belgium
Mietek	Brdys	United Kingdom
Martin	Brown	United Kingdom
Edmund	Burke	United Kingdom
Che Wai	Chan	Hong Kong
Bor-Sen	Chen	Taiwan
Jin Young	Choi	Korea
Manolis	Christodoulou	Greece
Ruan	Da	Belgium
Georgi	Dimirovski	Turkey
Alexandre	Dolgui	France
António	Dourado	Portugal
Ian	Dumitrache	Russia
Abdel	Elkamel	France
Gary	Feng	Hong Kong
Peter J.	Fleming	United Kingdom
Carlos M.	Fonseca	Portugal
Laurent	Foulloy	France
Toshio	Fukuda	Japan
Fabian	Garcia-Nocetti	Mexico
Huijin	Gao	China
Shuzhi Sam	Ge	Singapore
Bernard	Grabot	France
Thierry Marie	Guerra	France
Abdelaziz	Hamzaoui	France
Chris	Harris	United Kingdom
Robert F.	Harrison	United Kingdom
Gábor	Horváth	Hungary
Petr	Husek	Czech Republic
Enso	Ikonen	Finland
George	Irwin	United Kingdom
Dorin	Isoc	Romania
Tor Arne	Johansen	Norway
Young Hoon	Joo	Korea
Visakan	Kadirkamanathan	United Kingdom
Dusko	Katic	Serbia

Rodríguez-Vázquez	Katya	Mexico
Jong Hwan	Kim	Korea
Jus	Kocijan	Slovenia
Laszlo	Koczy	Hungary
Hannu	Koivisto	Finland
Stefan	Kozak	Slovakia
Andrey	Krasovskii	Russia
S.	Labiod	Algeria
Tong Heng	Lee	Singapore
John Tark	Lee	Korea
Kauko	Leiviska	Finland
João	Lemos	Portugal
Reza	Lengari	United States
Frank	Lewis	United States
Han-Xiong	Li	Hong Kong
Yun	Li	United Kingdom
Gordon	Lightbody	United Kingdom
Luís	Seabra Lopes	Portugal
Kim	Man	Hong Kong
N.	Manamanni	France
D.	Maquin	France
Seán	McLoone	United Kingdom
Leo	Motus	Estonia
David	Naso	Italy
Alexander	Nebylov	Russia
Philip	Nenninger	Germany
Jan	Nouza	Czech
Aníbal	Ollero	Spain
Sigeru	Omatu	Japan
Romeo	Ortega	France
Seppo	Ovaska	Finland
Cesare	Pianese	Italy
Radu-Emil	Precup	Romania
Jose C.	Principe	United States
Tadeusz	Puchalka	Poland
Sheng	Qiang	China
J.	Ragot	France
Antonio	Ruano	Portugal
Antonio	Sala	Spain
Jurek	Sasiadek	Canada
Muhammed	Sarfraz	Kuwait
J. M.	Sousa	Portugal
Tomohiro	Takagi	Japan
Furuhashi	Takeshi	Japan
André	Titli	France
Osman	Tokhi	United Kingdom
Masayoshi	Tomizuka	United States
R.A.	Vingerhoeds	France
Takeshi	Yamakawa	Japan
Jun	Zhang	China
Andrey	Krasovskii	Russia



# Performance Based Sliding Mode Controller using Support Vector Machines

Sezai Tokat\*, Serdar Iplikci\*\*  
Lutfi Ulusoy\*\*

\*Computer Engineering Department, Pamukkale University, 20070,  
Denizli, Turkey, (Tel: 90-258-2963201; e-mail: stokat@pamukkale.edu.tr)

\*\*Electrical and Electronics Engineering Department, Pamukkale University, 20070,  
Denizli, Turkey, (e-mail: {iplikci, lulusoy}@pamukkale.edu.tr)

---

**Abstract:** Sliding mode controller with time-varying sliding surfaces is a method to improve robustness and transient response of a system. In this study, a special time-varying mechanism is considered in which the sliding surface depends on angular information and sliding surface parameters are obtained with respect to the given initial conditions. Support vector machine regression algorithms are used in order to obtain the parameters of the time-varying sliding surface for any initial condition chosen from the predefined phase space interval. The support vector machine is trained for a number of initial conditions and computer simulations are presented to show the average improvement on randomly chosen test data with respect to the conventional sliding mode controller and to the time-varying sliding mode controller for which the parameters are tuned with a genetic algorithm for each initial condition. It is seen that, by using support vector machine based parameter tuning for different initial conditions, both the transient response of the system and reaching time is improved with respect to the conventional sliding mode controller and similar performance indices can be obtained with the controller in which parameters are tuned with a genetic algorithm having a computational time burden.

**Keywords:** Sliding mode control; sliding surfaces; support vector machines; robust performance; genetic algorithms; nonlinear systems

---

## 1. INTRODUCTION

Sliding mode control is a class of nonlinear control whereby the control law is purposely changed during the control process according to some defined rules that depend on the state of the system. It has been investigated in detail over the last three decades both for the continuous and discrete time and applied to several industrial control problems (Guan and Pan, 2008; Castillo et.al. 2008). With the technological improvements in the computer industry, it became practical to use soft computing methodologies based on artificial neural networks, evolutionary computation and other techniques adapted from artificial intelligence for obtaining complex control algorithms in industrial applications.

As being a soft computing methodology standing on statistical learning theory, support vector machines (SVMs) are a set of related supervised learning methods used for classification and regression (Vapnik, 1995). SVMs have gained popularity in recent years because of two features. Firstly, SVM is often associated with the physical meaning of the data, so that it is easy to interpret. Secondly, it requires only a small amount of training samples (Ge et.al. 2004). SVM has been successfully used in many applications, such as pattern recognition (Frias-Martinez, 2006), pollution forecasting (Osowski and Garanty, 2007), and nonlinear modelling and prediction (Iplikci, 2006) etc. The results show

that the technique is not only quite satisfying from theoretical point of view, but also can lead to high performance in practical applications. The essential idea of SVM is to transform the signal to a higher dimensional feature space and find an optimal hyper-plane that maximizes the margin between the classes. Support vector machines (SVMs) methodologies (Suykens, 2001) and sliding mode controller (SMC) structures (Young et.al., 1999) are both active areas of control theory. But there has been little research on the use of SVMs in sliding mode control. Li et.al. (2008a) use least squares SVM (LS-SVM) regression technique in order to obtain a chattering-free SMC. Whereas, Li et.al. (2008b) propose a hybrid controller in which the equivalent control part is obtained using an LS-SVM algorithm.

For the SMC case, the dynamic response of the system is mainly determined by the choice of the sliding surface. The derivation of a suitable control signal is straightforward, whereas the analysis and choice of the sliding surface is very challenging. Therefore, to better take advantage of the robustness of sliding mode controller (SMC) and to improve the transient system performance, time-varying sliding surfaces are used in the literature. In general, design parameters of the time-varying sliding surface strategies are initial condition dependent. Thus, if the initial conditions for a proposed control scheme are not known a-priori, the parameters must be determined for each initial condition. This is usually obtained by trial-and-error methods based on

the engineer's experience which is a time-consuming process relative to the complexity of the system. Instead of searching the optimum parameter values for each initial condition, a learning algorithm can be used in order to obtain the parameter values. For SMCs with time-varying sliding surfaces, Tokat (2006) uses LS-SVMs for the parameter adaptation of a coordinate transformed sliding surface.

In this study, a sliding mode controller with a time-varying sliding surface is considered. Instead of directly using the surface parameter which defines the slope information, the angle between the sliding surface and the error coordinate axis is used. The amount of change in the angle is directly proportional to the amount of change in the position of the sliding surface. The major benefit of tuning the sliding surface with the angular information is that different state trajectories can be obtained by providing time-varying sliding surface parameters either linear or nonlinear in time. However, the design parameters are initial condition dependent. Therefore, aiming at directly obtaining the design parameters for a given initial condition, a SVM algorithm is used. In the given literature, Li et.al. (2008a,b) and Tokat (2006) use LS-SVM algorithms in different ways for improving SMC performance. The drawback of LS-SVM is that sparseness is lost due to the form of regression (Zeng and Chen, 2005). Additionally, pruning methods must be appended for obtaining the sparseness. Therefore, in this study,  $\varepsilon$ -SVM is used in which a sparse SVM model is obtained.

## 2. SLIDING MODE CONTROLLER WITH A TIME-VARYING SLIDING SURFACE

A single-input second order nonlinear system in canonical form representation with the assumption that the input channel is not affected from disturbances can be written as

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2(t) &= \sum_{i=1}^{n_s} (a_i + \Delta_i(t)) f_i(\mathbf{x}, t) + b(\mathbf{x}, t) u(t) + d(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (1)$$

where  $n_s$  is the number of parameters,  $a_i$  ( $i=1, \dots, n_s$ ) is the  $i^{\text{th}}$  system parameter,  $\Delta_i$  is the parameter perturbation of  $a_i$  with bounded uncertainties,  $d(t)$  is the external disturbances and  $f_i(\mathbf{x}, t)$  ( $i=1, \dots, n_s$ ) are the nonlinear dynamics of the system (Young et.al. 1999). Assuming the tracking problem, the time-varying and linear sliding surfaces for system (1) can be written as

$$s(\mathbf{e}, t) = \mathbf{c}^T(t) \mathbf{e} \quad (2)$$

where  $\mathbf{e} = [e_1, e_2]^T$  is the error state vector,  $e_i = x_i - x_{di}$  is the  $i^{\text{th}}$  error state variable,  $x_{di}$  is the desired trajectory of the  $i^{\text{th}}$  state and  $\mathbf{c}(t) = [c_1(t), 1]^T$  is the time-varying sliding surface parameter that determine the system behaviour in the error phase plane. In the literature, various methods have been applied both in discrete-time (Choi et.al. 1994) and continuous-time (Bartoszewicz, 1996) cases for designing

various time-varying sliding surfaces. In these time-varying sliding surface design studies, the sliding surface movement is provided by directly changing the sliding surface parameter with respect to time. However, the same amount of change in the magnitude of the parameter does not mean an equal change in the position of the sliding surface. Thus, the alternative state trajectories that could be obtained for a continuous scheme in which the sliding surface parameter depends linearly on time will be limited. Recently, a new sliding surface is proposed by Tokat (2009) where the time-varying sliding surface is obtained by directly changing the angle between the conventional constant sliding surface and the sliding surface passing through the representative point of the system states. With this idea in mind, the sliding surface parameter is defined as

$$c_1(t) = \begin{cases} l_1 \tan(\alpha(t)) + l_0, & t_k^p \leq t < t_f^p \\ c_f, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

where  $\tan(\cdot)$  is the tangent function,  $l_0$ , and  $l_1$  are the linear shifting and linear scaling parameters,  $t_k^p$  is the time when the time-varying mechanism is started,  $c_f$  is the final value of  $c_1(t)$  at time  $t_f$ , and  $t_f^p$  is the time at which the final sliding surface  $c_f$  is reached (Tokat, 2009). In practice, the maximum value of  $c_1(t)$  defined as  $c_{1\max}$  depends on physical limitations. Therefore, in this study, the rotation regions are defined as in Fig.1. With respect to the initial conditions, clockwise (CW) or counter-clockwise (CCW) rotations can be obtained. If the initial conditions are in "no rotation" (NR) regions, then the time-varying sliding surface mechanism starts at time  $t_k^p$  when the system representative point first enters CW rotation region.

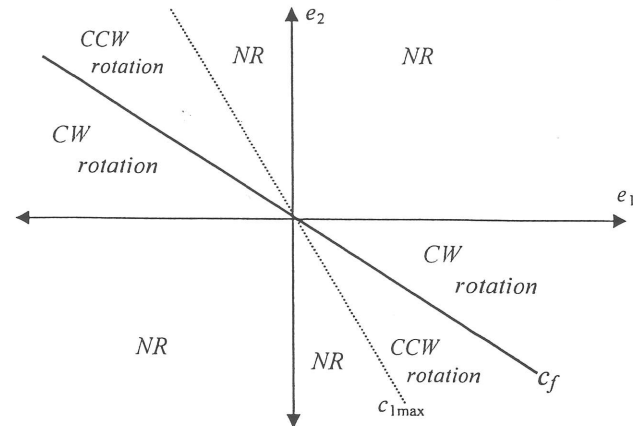


Fig. 1. The rotation regions of the error phase plane.

In (3), obtaining proper angular information  $\alpha(t)$  is a design problem. To obtain a time-varying sliding surface it is defined as [15]

$$\alpha(t) = \alpha_1 \frac{t - t_k^p}{t_f^p - t_k^p} + \alpha_0 \quad (4)$$

where  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$  are angular shifting and angular scaling parameters, respectively. The magnitude of  $\alpha_1$  gives the amount of change in the angle with respect to time. For larger  $\alpha_1$  values, the sliding surface rotates faster. The sign of  $\alpha_1$  depends on the rotation direction and is calculated as (Tokat, 2009)

$$\text{sign}(\alpha_1) = \begin{cases} -1, & c_1(t_k^p) > c_f \\ +1, & c_1(t_k^p) \leq c_f \end{cases} \quad (5)$$

The value of  $\alpha_0$  is determined based on the sign of  $\alpha_1$  in order to obtain a proper rotation mechanism as follows (Tokat, 2009)

$$\alpha_0 \in \begin{cases} \left[ \pi, \frac{6\pi}{4} \right], & \text{if } \text{sign}(\alpha_1) < 0 \\ \left[ \frac{2\pi}{4}, \pi \right], & \text{if } \text{sign}(\alpha_1) > 0. \end{cases} \quad (6)$$

In order to provide the system representative points to stay on the sliding surface at time  $t_k^p$  and  $t_f^p$ ,  $l_0$  and  $l_1$  in (3) are calculated as follows (Tokat, 2009)

$$l_1 = \frac{c_1(t_k) - c_f}{\tan(\alpha(t_k)) - \tan(\alpha(t_f))} \quad (7)$$

$$l_0 = c_1(t_k) - l_1 \tan(\alpha(t_k)).$$

To obtain the equivalent control input  $u_{eq}(t)$ , assuming the system representative point on the sliding surface  $s(\mathbf{e}, t)$ , neglecting the parameter uncertainties and external disturbances, and taking the derivative of the sliding surface one obtains

$$\dot{s} = \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + \sum_{i=1}^{n_s} a_i f_i + bu - \dot{x}_{2d} = 0. \quad (8)$$

Under the assumption that  $b \neq 0$  and  $\dot{x}_{1d} = x_{2d}$ ,  $u_{eq}(t)$  can be written as

$$u_{eq}(t) = -\frac{1}{b} \left( \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + \sum_{i=1}^{n_s} a_i f_i - \dot{x}_{2d} \right). \quad (9)$$

The overall control law  $u(t)$  can be designed as

$$u(t) = u_{eq}(t) - k \text{sign}(s) \quad (10)$$

where  $k \text{sign}(s)$  is the discontinuous control input and  $k$  is the discontinuous control gain. Choosing the Lyapunov function candidate as  $V=0.5s^2$ , derivative of  $V$  along the trajectories of the system states must satisfy the reaching condition given as

$$\dot{V} = s \left( \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + \sum_{i=1}^{n_s} (a_i + \Delta_i(t)) f_i + bu + d - \dot{x}_{2d} \right) \leq -\mu |s|. \quad (11)$$

To satisfy (11),  $k$  can be taken as

$$k = \frac{1}{b} \left( d_{\max} + \sum_{i=1}^{n_s} \max(|\Delta_i^+|, |\Delta_i^-|) |f_i| + \mu \right) \quad (12)$$

where  $\Delta_i^- \leq \Delta_i(t) \leq \Delta_i^+$ ,  $|d(t)| \leq d_{\max}$  and  $\mu > 0$  is a strictly positive real constant. The control law of the conventional SMC with constant sliding surface (SMC-C) can be directly obtained from (9)-(10) by taking  $\dot{c}_1$  as zero. In (9), the derivative of the time-varying sliding surface parameter can be calculated as follows

$$\dot{c}_1(t) = \begin{cases} \frac{l_1 \alpha_1}{t_f - t_k} \sec^2(\alpha(t)), & t_k^p \leq t < t_f^p \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

where  $\sec(\cdot)$  is the secant function (Tokat, 2009).

### 3. PROPOSED PERFORMANCE BASED SMC USING SUPPORT VECTOR MACHINE REGRESSION

#### 3.1 Determining and Obtaining the Input-Output Samples

For the related SMC with the time-varying sliding surface,  $l_0$  and  $l_1$  are obtained from (7),  $t_k^p$  is directly taken as the time where the representative point enters the allowable rotation regions in Fig.1. The other design parameters  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  and  $t_f^p$ , are initial condition dependent and must be properly selected for each related initial condition. In this study, a SVM block is used to obtain these three parameters in which each SVM has inputs  $x_1(0)$ ,  $x_2(0)$  and generate  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ , and  $t_f^p$ , respectively. To obtain optimal design parameter values for a given initial condition a genetic algorithm search method is used in which the fitness function is chosen as

$$\text{fitness} = \frac{f_0}{f_1 \text{ITSE}(e_1) + f_2 \text{ITSE}(e_2)} \quad (14)$$

where  $f_i$  ( $i=0,1,2$ ) are the design parameters of the fitness function. Mainly, fitness function parameters  $f_1$  and  $f_2$  must be properly chosen for obtaining a balance between the values of  $\text{ITSE}(e_1)$  and  $\text{ITSE}(e_2)$ . In order to have a similar balance with SMC-C, these parameters are chosen as

$$f_i = \frac{1}{\text{ITSE}(e_i^c)}, \quad i=1,2 \quad (15)$$

where  $e_i^c$  is the  $i^{\text{th}}$  error state for SMC-C.

The reaching time ( $t_{reach}$ ) is also a measure of the performance of a SMC and must be considered in (14). The proposed SMC is always in the sliding mode after the rotation mechanism is started at time  $t_k^p$ . Therefore, the fitness function is resetted if  $t_{reach}$  of the proposed SMC ( $t_{reach}^p$ ) is larger than  $t_k^p$  as in the first row of (16). Also, the magnitude of the control input could not exceed certain boundaries as a result of physical limitations. In this study, these performance measures are represented in terms of  $f_0$  as follows:

$$f_0 = \begin{cases} 0 & t_{reach}^p > t_k^p \\ 10^{-2} & \max\{|\mu^p|\} > 2\max\{|\mu^c|\} \\ 10^0 & 2\max\{|\mu^c|\} \geq \max\{|\mu^p|\} > 1.5\max\{|\mu^c|\} \\ 10^2 & 1.5\max\{|\mu^c|\} \geq \max\{|\mu^p|\} > 1.2\max\{|\mu^c|\} \\ 10^4 & \max\{|\mu^p|\} \leq 1.2\max\{|\mu^c|\} \end{cases} \quad (16)$$

where  $\mu^p$ ,  $\mu^c$  are the overall control laws of the SMC with time-varying sliding surface and SMC-C, respectively.

### 3.2 Support Vector Machine Regression

Suppose that the training samples are  $T = \{\mathbf{x}_k, y_k\}_{k=1}^{k=N}$ , where  $\mathbf{x}_k \in X \subseteq \mathbb{R}^n$  is the  $k^{\text{th}}$  input data point in input space and  $y_k \in Y \subseteq \mathbb{R}$  is the corresponding output value. It is desired to model the relationship between the input  $\mathbf{x}_k = [x_1(0) \ x_2(0)]$  and output data points  $y_k = \{\alpha_0, \alpha_1, t_f^p\}$  by using support vector machines regression models (17) denoted as SVM-I, SVM-II and SVM-III, respectively. The regression model is linear in a higher dimensional feature space  $\mathbf{F}$

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{x}) \rangle + \tau \quad (17)$$

where  $\mathbf{w}$  is a vector in feature space  $\mathbf{F}$ ,  $\Phi(\mathbf{x})$  is a mapping from input space to the feature space,  $\tau$  is the bias term and  $\langle \cdot \rangle$  stands for the inner product operation in  $\mathbf{F}$  (Iplikci, 2006). The SVM algorithms consider the regression problem as an optimization problem in dual space where the model is given by

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \nu_i K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) + \tau \quad (18)$$

where  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  is a kernel function given by  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \Phi(\mathbf{x}_i)^T \Phi(\mathbf{x}_j) = K_{ij}$ . The kernel function handles the inner product in the feature space and hence the explicit form of  $\Phi(\mathbf{x})$  does not need to be known. In model (18), a training point  $\mathbf{x}_i$  corresponding to a non-zero  $\alpha_i$  value is referred to as the support vector (Iplikci, 2006). The  $\varepsilon$ -SVR algorithm employs Vapnik's  $\varepsilon$ -insensitive loss function and formulates the primal form of the optimization problem as

$$\min_{\mathbf{w}, b, \xi, \xi^*} P_\varepsilon = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^N (\xi + \xi_i^*) \quad (19)$$

subject to the constraints

$$\begin{aligned} y_i - \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{x}_i) \rangle - \tau &\leq \varepsilon + \xi_i \\ \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{x}_i) \rangle + \tau - y_i &\leq \varepsilon + \xi_i \\ \xi_i, \xi_i^* &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (20)$$

where  $\varepsilon$  is the upper value of tolerable error,  $\xi_i$  and  $\xi_i^*$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) are slack variables,  $\|\cdot\|$  is the Euclidean norm and  $C$  in (19) is a regularization parameter that gives a trade-off between the model complexity and the degree of tolerance to the errors larger than  $\varepsilon$  (Iplikci, 2006). Dual form of the regression problem becomes a quadratic programming (QP) problem given as

$$\begin{aligned} \min_{\beta, \beta^*} D_\varepsilon &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N K_{ij} (\beta_i - \beta_i^*) (\beta_j - \beta_j^*) \\ &+ \varepsilon \sum_{i=1}^N (\beta_i + \beta_i^*) - \sum_{i=1}^N y_i (\beta_i - \beta_i^*) \end{aligned} \quad (21)$$

subject to the constraints

$$0 \leq \beta_i, \beta_i^* \leq C, \quad \sum_{i=1}^N (\beta_i - \beta_i^*) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (22)$$

Solution of the QP problem (21) and (22) gives the optimum values of  $\beta_i$  and  $\beta_i^*$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ). The value of  $\tau$  in the model is determined in a manner such that the condition  $\hat{y}(\mathbf{x}_i) - y_i = -\varepsilon$  is satisfied for each support vector  $\mathbf{x}_i$  for which the condition  $0 < \beta_i - \beta_i^* < C$  is hold. If we define a new coefficient  $\nu_i$  corresponding to  $\mathbf{x}_j$  for  $j=1, 2, \dots, N$  as  $\nu_j = \beta_j - \beta_j^*$ , then we obtain (18) or, when only support vectors are considered, the model becomes

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{\#SV} \nu_j K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j) + \tau \quad (23)$$

where  $\#SV$  denotes the number of support vectors in the model. The obtained SVM model (23) is sparse in the sense that the whole training data are represented by only support vectors. The parameters of  $\varepsilon$ -SVR are the maximum tolerable error  $\varepsilon$  at the output, the regularization parameter  $C$ , the number of training patterns  $N$  and the parameters of the kernel function involved (Iplikci, 2006).

## 4. SIMULATION STUDIES

Comparative analysis of the conventional SMC (SMC-C), SMC with a time-varying sliding surface whose parameters are obtained with GAs (SMC-GA) and the proposed method whose parameters are generated from a SVM regressor

(SMC-SVM) are presented for a second order nonlinear system model. The system parameters in (1) are taken as

$$\begin{aligned} f_1 &= 0.5x_1^3, & f_2 &= 0.3(1-x_2^2) \\ b &= 1, & a_1 &= a_2 = 1 \end{aligned} \quad (24)$$

and considering the regulator problem, the desired state variables are taken as  $x_{d1} = x_{d2} = 0$ . During the simulations, in order to show the robustness against bounded external disturbances  $d(t)$  and bounded parameter uncertainties  $\Delta_i$ , they are modelled with sinusoidal signals taken as

$$\begin{aligned} d(t) &= 0.12\sin(10t) \\ \Delta_1 &= \Delta_2 = 0.1\sin(7t) \end{aligned} \quad (25)$$

For all of the controllers, discontinuous control gain in (12) is taken as

$$k = 0.12 + 0.05|x_1^3| + 0.03|1-x_2^2| + 0.01 \quad (26)$$

The constant sliding surface parameter  $c_1$  of SMC-C is taken as  $c_1 = 1.225$  and for a fair comparison, the final sliding surface for time-varying cases SMC-GA and SMC-SVM is also taken as  $c_f = c_1 = 1.225$ . The maximum allowable value of  $c_1(t)$  is chosen as  $c_{1\max} = 1.5$ .

For SMC-SVM, the design parameters are chosen as  $C = 1000$ , and  $\varepsilon = 0.01$  for all SVM- $i$  ( $i = I, II, III$ ). The radial basis function is chosen as kernel function which can be given as

$$K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp\left(-\frac{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^T (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}{2\sigma^2}\right) \quad (27)$$

where  $\sigma$  is the width of the radial basis function. The kernel parameter  $\sigma$  is chosen as 0.03 for all SVM- $i$  ( $i = I, II, III$ )

The sampling time for all the computer simulations is taken as 0.001 s. For training the SVM, 400 data samples are chosen from a grid in the intervals taken as  $x_1(0) \in [-2; 2]$  and  $x_2(0) \in [-2; 2]$  by taking 0.2 intervals and not using  $x_1(0) = 0$  or  $x_2(0) = 0$  values. The input patterns of the training samples from the error phase space are given in Fig.2. The training outputs are used for SMC-SVM block and the average performance indices are compared with SMC-C and SMC-GA in Table 1. It is seen that both SMC-GA and SMC-SVM has superior performance and robustness than SMC-C. It is seen that the training is acceptable as SMC-SVM has a similar performance with SMC-GA.

The test data is randomly chosen in the interval  $x_1(0) \in [-2; 2]$  and  $x_2(0) \in [-2; 2]$  by assuming that  $|x_1(0)| \geq 0.2$ . The randomly generated test data is plotted in Fig.3. The average performance indices for the related test data are then listed in Table 2. It is seen that SMC-SVM still has a similar performance with SMC-GA. It must be noted that, for each

random initial condition SMC-GA must perform a genetic search algorithm which has a computational time burden. However, SMC-SVM gives a similar performance by directly giving the design parameters for any randomly chosen initial condition in the predefined state space.

To show the effect of the time-varying sliding surface on the system states, the state trajectory of the system for a randomly selected test initial condition  $(x_1(0), x_2(0)) = (1.612, 0.318)$  is plotted in Fig.4. It is seen that SMC-GA and SMC-C are not effected from the external disturbances and parameter variations after the rotation is started at  $t_k = 0.397$  s. On the other hand, the effect of sinusoidal disturbances on SMC-C could be easily seen from Fig.4.

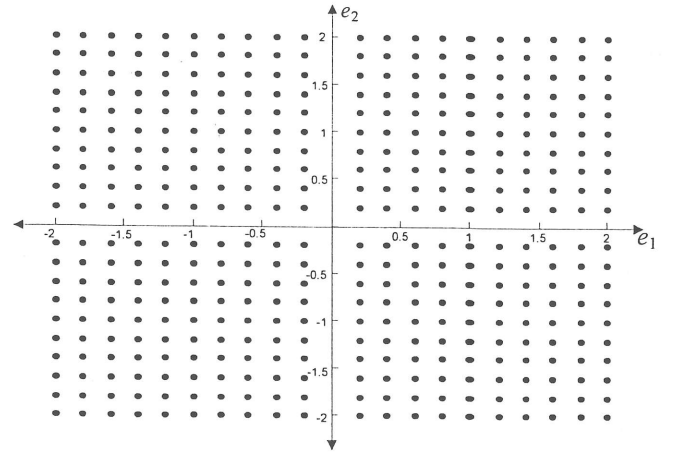


Fig.2. Input patterns of the training samples from the error phase space.

Table 1. Average of the performance indices of the SMC controllers for the training data.

	ITSE( $e_1$ )	ITSE( $e_2$ )	$\max\{ u \}$	$t_{\text{reach}}$	$t_k$	MSE( $e_1$ )	MSE( $e_2$ )
SMC-C	16.664	1.110	2.700	7.108	0.880	0.415	0.048
SMC-GA	4.709	1.766	3.204	0.880	0.880	0.235	0.078
SMC-SVM	4.840	1.757	3.245	0.880	0.880	0.239	0.076

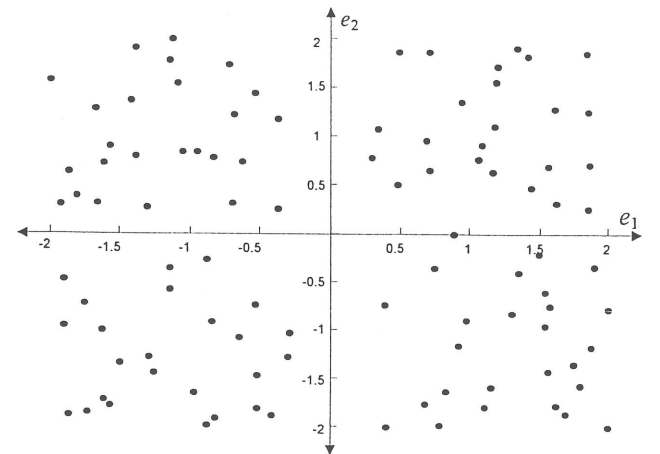


Fig.3. Input patterns of the test samples from the error phase space.

**Table 2. Average of the performance indices of the SMC controllers for the test data.**

	ITSE( $e_1$ )	ITSE( $e_2$ )	$\max\{ u \}$	$t_{reach}$	$t_k$	MSE( $e_1$ )	MSE( $e_2$ )
SMC-C	17.484	1.151	2.722	7.254	0.844	0.436	0.050
SMC-GA	5.001	1.830	3.353	0.844	0.844	0.250	0.079
SMC-SVM	5.112	1.810	3.561	0.844	0.854	0.252	0.078

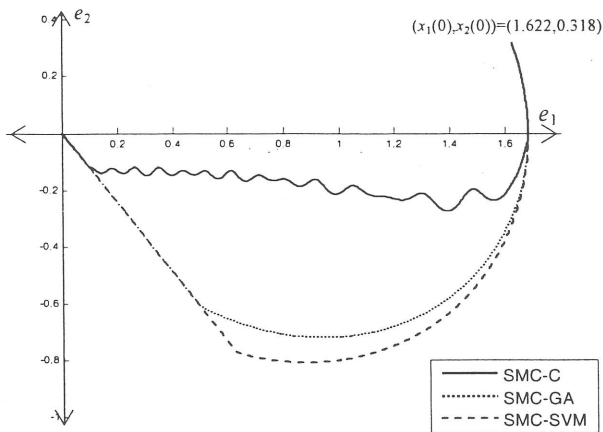


Fig.4. State trajectories for a randomly selected initial condition.

## 5. CONCLUSIONS

In this study, the design parameters of a time-varying sliding surface are obtained for randomly selected initial conditions by using a support vector machine regression method. In case of a trial-and-error method or using a search algorithm, a computational time that depends on the complexity of the system is needed. However, once a support vector machine is modelled for the input-output samples, the design parameters can be obtained directly from a support vector machine block. It is seen that, by using support vector machine based parameter tuning for different initial conditions, both the transient response of the system and reaching time is improved with respect to the conventional sliding mode controller and similar performance indices can be obtained with the controller in which parameters are tuned with a genetic algorithm having a computational time burden.

## ACKNOWLEDGEMENTS

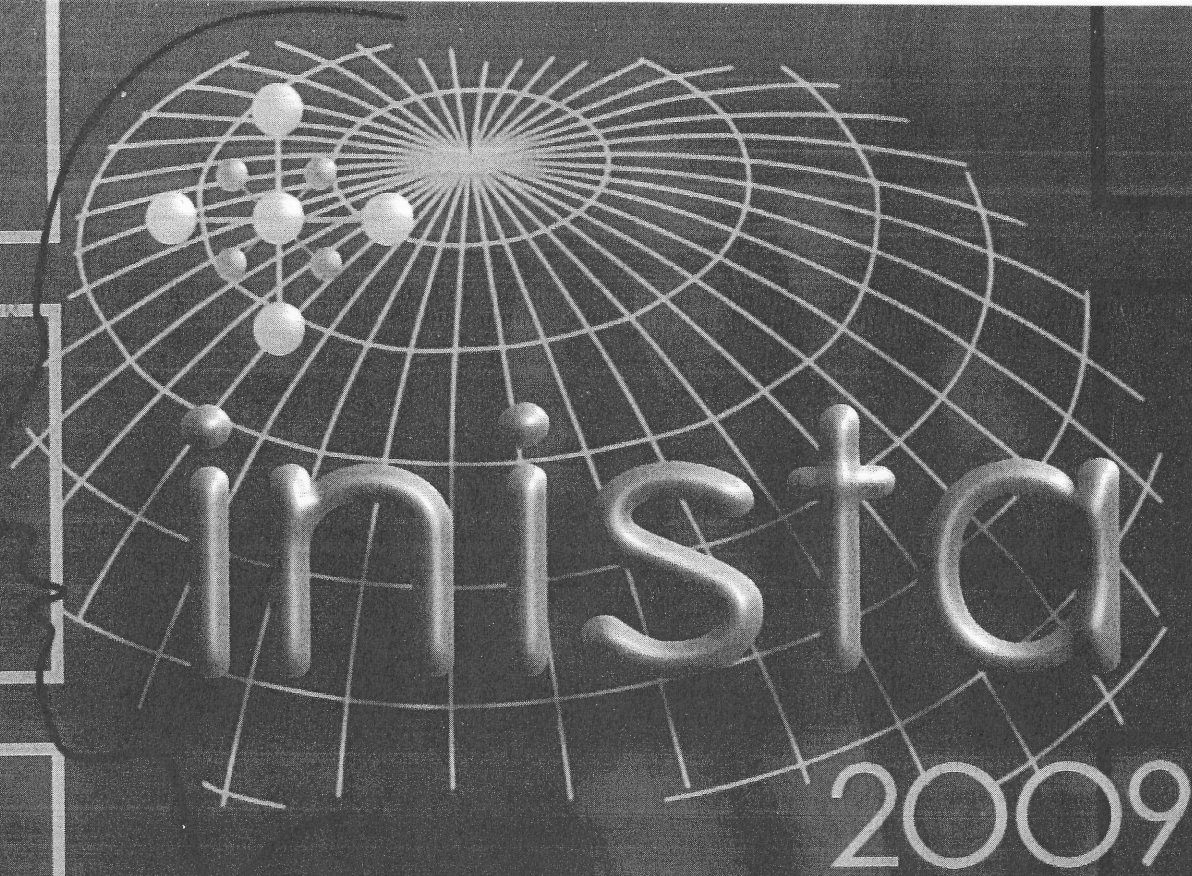
The study was supported by a grant from The Scientific and Technical Research Council of Turkey-TUBITAK (Project number: 107E186). The authors acknowledge TUBITAK for their financial supports.

## REFERENCES

Bartoszewicz, A., (1996). Time-varying sliding modes for second-order systems, *IEE Proceedings: Control Theory Application*, volume 143(5), pp.455-462.

- Castillo-Toledo, B., DiGennaro, S., Loukianov, A.G., and Rivera, J., (2008). Discrete time sliding mode control with application to induction motors, *Automatica*, volume 44(12), pp.3036-3045.
- Choi, S. B., Park, D. W., and Jayasuriya, S., (1994). A time-varying sliding surface for fast and robust tracking control of second-order uncertain systems, *Automatica*, volume 30(5), pp.899-904.
- Frias-Martinez, E., Sanchez, A., and Velez, J., (2006). Support vector machines versus multi-layer perceptrons for efficient off-line signature recognition, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, volume 19(6), pp.693-704.
- Ge, M., Du, R., Zhang, G., and Xu, Y., (2004). Fault diagnosis using support vector machine with an application in sheet metal stamping operations, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18, 143-159.
- Guan, C., Pan, S.X., (2008). Adaptive sliding mode control of electro-hydraulic system with nonlinear unknown parameters, *Control Engineering Practice*, volume 16(11), pp.1275-1284.
- Iplikci, S., (2006). Support vector machines based generalized predictive control, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, volume 16(17), pp.843-862.
- Li H., Wu, J., and Zhang, Y., (2008b). Adaptive Hybrid SMC-SVM Control for a Class of Nonaffine Nonlinear Systems, *Lecture Notes In Computer Science*, Springer Berlin /Heidelberg, volume 5226, pp.800-807.
- Li, J., Zhang, Y., and Pan, H., (2008a). Chattering-free LS-SVM sliding mode controller, *Lecture Notes in Computer Science*, volume 5263, pp.701-708.
- Osowski, S., Garanty, K., (2007). Forecasting of the daily meteorological pollution using wavelets and support vector machine, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, volume 20(6), pp.745-755.
- Suykens J., (2001), Support Vector Machines: A Nonlinear Modelling and Control Perspective, *European Journal of Control*, volume 7/2-3, pp.311-327
- Tokat S., (2006). Time-varying sliding surface design with support vector machine based initial condition adaptation, *Journal of Vibration and Control*, volume 12(8), pp.901-926.
- Tokat S., (2009), Sliding Mode Controlled Bioreactor using a Time-varying Sliding Surface, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, (in Press).
- Vapnik, V., (1995). The nature of statistical learning theory, Springer, New York.
- Young, K.D., Utkin, V.I., and Ozguner, U., (1999). A Control Engineer's Guide to Sliding Mode Control, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, volume 7(3), pp.328-342.
- Zeng, X., and X.-W. Chen, (2005), SMO-Based Pruning Methods for Sparse Least Squares Support Vector Machines, *IEEE Transactions on Neural Networks*, volume 16(6), pp.1541-1546.





**International Symposium on  
INnovations in Intelligent  
SysTems and Applications**



**June 29-July 1, 2009, TRABZON, TURKEY**

**INISTA 2009**  
**International Symposium on INnovations in Intelligent**  
**SysTems and Applications**

ISBN 978-975-6983-58-4

**Proceeding Book Name**

International Symposium on INnovations in Intelligent SysTems and Applications  
INISTA 2009

**Press**

Karadeniz Teknik Üniversitesi Basımevi

**Editors**

Tülay Yıldırım  
İsmail H. Altaş  
H. İbrahim Okumuş  
Emre Özkop

**Cover Design**

Emre Özkop

29 June-1 July, 2009, Trabzon, Turkey

All rights reserved: no parts of this publication may be reproduced, stored in retrieval system, or transmitted in any form by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise without either the prior written permission of the Publisher or a licence permitting restricted copying in the Turkey issued by the Republic of Turkey Ministry of Culture and Tourism.



**General Chairs**

Tülay Yıldırım (Turkey)  
Patrick Doherty (Sweden)  
Meng Hiot Lim (Singapore)

**Organizing Committee Chairs**

İsmail H. Altaş (Turkey)  
Adel M. Sharaf (Canada)

**Technical Program Chairs**

John-Jules Charles Meyer (Netherlands)  
Banu Diri (Turkey)

**Publicity Chairs**

Ralf Der (Germany)  
Adnan Cora (Turkey)

**Publication Chair**

İsmail Kaya (Turkey)  
Emre Özkop (Turkey)

**Finance Chair**

Ayten Atasoy (Turkey)  
H. İbrahim Okumuş (Turkey)

**Secretariat**

H. İbrahim Okumuş (Turkey)

**Local Organizing Committee**

A. Sefa Akpınar  
Ömür Akyazı  
Mehmet Ekici  
Levent Gümüşel  
Oğuz Güngör  
Nurhan Gürsel Özmen  
Salim Kahveci  
Haydar Kaya  
Selami Kesler  
Selda Güney  
Talat Özden  
Ali Özen  
Emre Özkop  
Yusuf Sevim  
Vedat Toğan  
Ayhan Yazgan

**Web Design**

Mehmet Öztürk  
Zafer Yavuz

**Special Session Chairs**

Bülent Bolat (Turkey)  
Sırma Yavuz (Turkey)

**Program Committee**

Kazem Atashkari (Iran)	Bill Howell (Canada)	Filip Orsag (Czech Republic)
Kamil R. Ayda-zade (Azerbaijan)	Jin Jiang (Canada)	Vincenzo Piuri (Italy)
Angel Barriga (Spain)	Manolya Kavaklı (Australia)	Robi Polikar (USA)
Yevgen Biletskiy (Canada)	Etienne Kerre (Belgium)	Rauf Sadikhov (Belarus)
Chetate Boukhemis (Algeria)	Laszlo Koczy (Hungary)	Mehmet Saltan (Turkey)
Cihan Dağlı (USA)	Petia Koprinkova (Bulgaria)	Abdel-Badeeh M. Salem (Egypt)
Ayşe Daloğlu (Turkey)	Paulo Lisboa (UK)	Miroslav Svitek (Czech Republic)
Pradipta Kishore Dash (India)	Horacio J. Marquez (Canada)	Serdal Terzi (Turkey)
Chris P. Diduch (Canada)	John S. Marsland (UK)	Mustafa Ulutaş (Turkey)
Marco Dorigo (Belgium)	Hussein Mashaly (Egypt)	Simon X. Yang (Canada)
Murat Ekinci (Turkey)	Mariofanna Milanova (USA)	Erdem Yazgan (Turkey)
İlyas Eminoğlu (Turkey)	Vasif V. Nabiyev (Turkey)	Rıfat Yazıcı (Turkey)
Okan Ersoy (USA)	Kazumi Nakamatsu (Japan)	M. Emin Yüksel (Turkey)
İbrahim I. Esat (UK)	Nader Narimanzadeh (Iran)	

# Genetic Algorithms Applied to Initial Condition Adaptation of a Sliding Mode Controller with a Time-varying Sliding Surface

Sezai Tokat<sup>1</sup> and Lutfi Ulusoy<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Pamukkale University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department

<sup>2</sup>Pamukkale University, Engineering Faculty, Electrical-Electronics Engineering Department  
stokat@pau.edu.tr, lulusoy04@pau.edu.tr

## Abstract

*An efficient method for improving the performance of a sliding mode controller is to apply time-varying sliding surfaces. However, in general, the parameters of the time-varying sliding surface depend on the initial conditions. In this study, a sliding mode controller which uses angular information for the time-varying sliding surface equation is considered. Then, genetic algorithms are used in order to obtain an optimum system performance. A fitness function to highlight both the transient response and the robustness issues is considered. The variables are re-defined in bounded intervals to represent the individuals of the genetic algorithm. Computer simulations are presented to show the superiority of the proposed method and to make a comparison of the proposed method with the conventional sliding mode controller having a constant sliding surface. For different initial conditions, it is shown that both the transient response of the system and reaching time is improved.*

## 1. Introduction

Sliding mode control theory is a popular nonlinear control technique that forces a prescribed structural response. This is obtained by using a nonlinear switching control input that drives the state trajectory to a predetermined sliding surface and then retains them on that surface [1]. The dynamic response of the system is then determined by the choice of the sliding surface. The derivation of a suitable control signal is straightforward, whereas the analysis and choice of the sliding surface is very challenging.

To better take advantage of the robustness of sliding mode controller (SMC) and to improve the transient system performance, time-varying sliding surfaces are used in the literature. In general, the design parameters of the time-varying sliding surface strategies are initial condition dependent and usually determined by trial-and-error methods based on the engineer's experience. On the other hand, genetic algorithms (GAs) are efficient to solve complex

nonlinear optimization problems [2]. Thus, GAs are appropriate for finding the optimal values of the SMC parameters and are used in various areas for different purposes [3, 4].

GAs have random information exchange among a population of solutions and apply the survival of the fittest strategy in their search for better solutions in a complex multi-dimensional search space [5]. The advantages of GAs include derivative-free stochastic optimization, parallel search capability and applicability to both continuous and discrete problems [2]. The use of a GA involves resolving essential elements such as chromosome representation, initial population, selection function, crossover and mutation operators, fitness function, and termination criteria [6]. The convergence to correct solutions in GAs depends largely on the fitness function. Therefore, a fitness function that captures primary goals and constraints must be carefully designed. For the SMC case the fitness function must evaluate both the transient response and robustness issues together.

In SMC applications of GAs, different fitness functions are used. For instance, a liquid level control system and a DC servomechanism system are presented in [7] and the control input parameters of the SMC are considered by using a fitness function that depends on sum of the weighted indexed absolute error (IAE) of the state variables. In [8], the parameters of the time-varying sliding surface in [9] are searched by using GAs with a fitness function that depends on weighted control input magnitude and weighted index of squared error (ISE). In [10], flexible-joint robot system is considered where sliding surface parameters and also the discontinuous control gain and saturation function boundary are searched via GAs and root mean square error (RMSE) of the first state is used as the fitness function. Ship maneuvering with autopilot control system is investigated in [11] where SMCs are used in three different ways. In [11], the same parameters as in [10] are considered and a fitness function based on ISE of the error states is used. In [12], absolute value of the scaled speed error plus the control input magnitude for synchronous reluctance motor is

minimized. In all of the above studies, GAs are applied in order to obtain the design parameters. Differently, GAs are also used to identify the system model of a two-link robot arm [13].

In this study, the sliding mode control via a time-varying sliding surface design is formulated as a multi-objective optimization problem through a fitness function. The fitness function is defined in such a way that the sliding surface parameters are searched using GAs, such that not only the performance but also the robustness is improved. The weighting factors of fitness function are also system and initial condition dependent. Therefore, in this study, they are obtained by evaluating the performance of the conventional SMC.

## 2. Sliding mode controller with a time-varying sliding surface

A single-input second order nonlinear system in canonical form representation with the assumption that the input channel is not affected from disturbances can be written as

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \sum_{i=1}^{n_s} (a_i + \Delta_i(t)) f_i(x, t) + b(x, t)u(t) + d(x, t) \end{aligned} \quad (1)$$

where  $n_s$  is the number of parameters,  $a_i$  ( $i=1, \dots, n_s$ ) is the  $i^{\text{th}}$  system parameter,  $\Delta_i$  is the parameter perturbation of  $a_i$  with bounded uncertainties,  $d(t)$  is the external disturbances and  $f_i(x, t)$  ( $i=1, \dots, n_s$ ) are the nonlinear dynamics of the system [14]. Assuming the tracking problem, the time-varying and linear sliding surfaces for system (1) can be written as

$$s(e, t) = c^T(t)e \quad (2)$$

where  $e = [e_1, e_2]^T$  is the error state vector,  $e_i = x_i - x_{di}$  is the  $i^{\text{th}}$  error state variable,  $x_{di}$  is the desired trajectory of the  $i^{\text{th}}$  state and  $c(t) = [c_1(t), 1]^T$  is the time-varying sliding surface parameter that determine the system behavior in the error phase plane. In the literature, various methods have been applied both in discrete-time [15] and continuous-time [9] cases for designing various time-varying sliding surfaces. In these time-varying sliding surface design studies, the sliding surface movement is provided by directly changing the sliding surface parameter with respect to time. However, the same amount of change in the magnitude of the parameter does not mean an equal change in the position of the sliding surface. Thus, the alternative state trajectories that could be obtained for a continuous scheme in which the sliding surface parameter depends linearly on time will be limited. Recently, a new sliding

surface is proposed in [16] where the time-varying sliding surface is obtained by directly changing the angle between the conventional constant sliding surface and the sliding surface passing through the representative point of the system states. With this idea in mind, the sliding surface parameter is defined in [16] as

$$c_1(t) = \begin{cases} l_1 \tan(\alpha(t)) + l_0, & t_k^p \leq t < t_f^p \\ c_f, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

where  $\tan(\cdot)$  is the tangent function,  $l_0$  and  $l_1$  are the linear shifting and linear scaling parameters,  $t_k^p$  is the time when the time-varying mechanism is started,  $c_f$  is the final value of  $c_1(t)$  at time  $t_f^p$  and  $t_f^p$  is the time at which the final sliding surface  $c_f$  is reached. In practice, the maximum value of  $c_1(t)$  defined as  $c_{1\max}$  depends on physical limitations. Therefore, in this study, the rotation regions are defined as in Fig.1. With respect to the initial conditions, clockwise (CW) or counter-clockwise (CCW) rotations can be obtained. If the initial conditions are in "no rotation" (NR) regions, then the time-varying sliding surface mechanism starts at time  $t_k^p$  when the system representative point first enters CW rotation region.

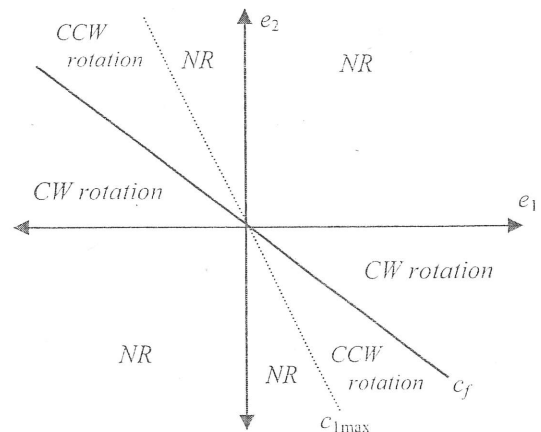


Figure 1. The rotation regions of the error phase plane

In (3), obtaining proper angular information  $\alpha(t)$  is a design problem. To obtain a time-varying sliding surface it is defined as [16]

$$\alpha(t) = \alpha_1 \frac{t - t_k^p}{t_f^p - t_k^p} + \alpha_0 \quad (4)$$

where  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$  are angular shifting and angular scaling parameters, respectively. The magnitude of  $\alpha_1$  gives the amount of change in the angle with

respect to time. For larger  $\alpha_1$  values, the sliding surface rotates faster. The sign of  $\alpha_1$  depends on the rotation direction and is calculated as

$$\text{sign}(\alpha_1) = \begin{cases} -1, & c_1(t_k^p) > c_f \\ +1, & c_1(t_k^p) \leq c_f \end{cases} \quad (5)$$

The value of  $\alpha_0$  is determined based on the sign of  $\alpha_1$  in order to obtain a proper rotation mechanism as follows [16]

$$\alpha_0 \in \begin{cases} \left[ \pi, \frac{6\pi}{4} \right], & \text{if } \text{sign}(\alpha_1) < 0 \\ \left[ \frac{2\pi}{4}, \pi \right], & \text{if } \text{sign}(\alpha_1) > 0 \end{cases} \quad (6)$$

In order to provide the system representative points to stay on the sliding surface at time  $t_k^p$  and  $t_f^p$ ,  $l_0$  and  $l_1$  in (3) are calculated as follows [16]

$$l_1 = \frac{c_1(t_k) - c_f}{\tan(\alpha(t_k)) - \tan(\alpha(t_f))} \quad (7)$$

$$l_0 = c_1(t_k) - l_1 \cdot \tan(\alpha(t_k))$$

To obtain the equivalent control input  $u_{eq}(t)$ , assuming the system representative point on the sliding surface  $s(e,t)$ , neglecting the parameter uncertainties and external disturbances, and taking the derivative of the sliding surface one obtains

$$\dot{s} = \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + \sum_{i=1}^{n_s} a_i f_i + bu - \dot{x}_{2d} = 0 \quad (8)$$

Under the assumption that  $b \neq 0$  and  $\dot{x}_{1d} = x_{2d}$ ,  $u_{eq}(t)$  can be written as

$$u_{eq}(t) = -\frac{1}{b} \left( \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + \sum_{i=1}^{n_s} a_i f_i - \dot{x}_{2d} \right) \quad (9)$$

The overall control law  $u(t)$  can be designed as

$$u(t) = u_{eq}(t) - k \text{sign}(s) \quad (10)$$

where  $k \text{sign}(s)$  is the discontinuous control input and  $k$  is the discontinuous control gain. Choosing the Lyapunov function candidate as  $V = 0.5s^2$ , derivative of the Lyapunov function along the trajectories of the system states must satisfy the reaching condition given as

$$\dot{V} = s \left( \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + \sum_{i=1}^{n_s} a_i + \Delta_i(t) \right) f_i + bu + d - \dot{x}_{2d} \leq -\mu |s| \quad (11)$$

To satisfy (11),  $k$  can be taken as

$$k = \frac{1}{b} \left( d_{\max} + \sum_{i=1}^{n_s} \max(|\Delta_i|, |\dot{\Delta}_i|) |f_i| + \mu \right) \quad (12)$$

where  $\Delta_i^- \leq \Delta_i(t) \leq \Delta_i^+$ ,  $|d(t)| \leq d_{\max}$  and  $\mu > 0$  is a strictly positive real constant.

The conventional SMC control law can be directly obtained from (9)-(10) by taking  $\dot{c}_1$  as zero. In (9), the derivative of the time-varying sliding surface parameter can be calculated as follows

$$\dot{c}_1(t) = \begin{cases} \frac{l_1 \alpha_1}{l_f - l_k} \sec^2(\alpha(t)), & t_k^p \leq t < t_f^p \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

where  $\sec(\cdot)$  is the secant function [16].

### 3. Parameter adaptation using GAs

#### 3.1. Representation of the chromosomes

A real-valued alphabet with floating point numbers is used and each individual of the population represent three parameters which are chosen as  $\bar{\alpha}_0$ ,  $\bar{\alpha}_1$  and  $t_{rot}$ . These values are bounded such that

$$\bar{\alpha}_0, \bar{\alpha}_1 \in [0; \frac{\pi}{2}) \quad (14a)$$

$$t_{rot}^p \in [t_{rot \min}; t_{rot \max}] \quad (14b)$$

where  $t_{rot \min}$  and  $t_{rot \max}$  are minimum and maximum admissible values of the rotation time. For the proposed method, the reaching time is equal to  $t_{reach}^p = t_k^p$  and the final sliding surface  $c_f$  is reached at time  $t_f^p$  which is obtained as

$$t_f^p = t_k^p + t_{rot}^p = t_{reach}^p + t_{rot}^p \quad (15)$$

To provide (6),  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$  are obtained by using the values obtained from the GA as follows

$$\alpha_0 = \pi - \text{sign}(\alpha_1) \bar{\alpha}_0 \quad (16a)$$

$$\alpha_1 = \text{sign}(\alpha_1) (\bar{\alpha}_0 + \bar{\alpha}_1) \quad (16b)$$

### 3.2. Fitness function

Convergence to correct solutions in GAs depends largely on fitness function. A fitness function that captures primary goals and constraints must be designed. In this study, a fitness function that reflects transient system behavior in terms of indexed time multiplied squared error (ITSE) is taken as

$$fitness = \frac{f_0}{f_1 ITSE(e_1) + f_2 ITSE(e_2)} \quad (17)$$

where  $f_i$  ( $i=0,1,2$ ) are the design parameters of the fitness function. Mainly,  $f_1$  and  $f_2$  design parameters must be properly chosen for obtaining a balance between the values of  $ITSE(e_1)$  and  $ITSE(e_2)$ . In order to have a similar balance with SMC-C, these parameters are chosen as

$$f_i = \frac{1}{ITSE(e_i^c)}, \quad i=1,2 \quad (18)$$

where  $e_i^c$  is the  $i^{\text{th}}$  error state for SMC-C. The reaching time is also a measure of the performance of a SMC and must be considered in (17). The proposed SMC with the time-varying sliding surface must have an equal or smaller reaching time with respect to conventional SMC. Also, the magnitude of the control input could not exceed certain boundaries as a result of physical limitations. In this study, these performance measures are represented in terms of  $f_0$  as follows:

$$f_0 = \begin{cases} 0, & t_{reach}^p > t_k^c \text{ or } \max\{|u^p|\} > 2\max\{|u^c|\} \\ 10^i, & 2\max\{|u^c|\} \geq \max\{|u^p|\} > 1.5\max\{|u^c|\} \\ 10^j, & 1.5\max\{|u^c|\} \geq \max\{|u^p|\} > 1.2\max\{|u^c|\} \\ 10^k, & \max\{|u^p|\} \leq 1.2\max\{|u^c|\} \end{cases} \quad (19)$$

where  $u^p$ ,  $u^c$  are the overall control laws of the proposed SMC with the time-varying sliding surface (SMC-P) and conventional SMC with the constant sliding surface (SMC-C), respectively. And  $t_k^c$  is the time at which SMC-C is in the approaching regions  $e_1 e_2 < 0, \forall t \geq t_k^c$ .

In (19), to evaluate  $f_0$ , the performance measures  $t_k^c$  and  $\max\{|u^c|\}$  of SMC-C is needed. The proposed SMC-P is designed in order to stay always on the sliding surface in the rotation regions given in Fig.1. Therefore, if the reaching time is longer than  $t_k^c$ , the related individual is dismissed by applying zero fitness value in (19). Also, if the control input magnitude of SMC-P is larger than two times the control input magnitude of SMC-C, it is also dismissed. In order to give larger fitness values to

smaller control magnitudes a graded  $f_0$  value is used as in (19).

### 3.3. Selection method and GA operators

To provide survival of the fittest strategy better individuals have an increased chance of being selected. In this study normalized geometric selection method [17] is chosen in which the probability of selecting  $i^{\text{th}}$  individual is defined as

$$p_i = \frac{q(1-q)^{R_i-1}}{1-(1-q)^{N_c}} \quad (20)$$

where  $q$  is the probability of selecting the best individual,  $N_c$  is the number of chromosomes in the population and  $R_i$  is the rank of the  $i^{\text{th}}$  individual. The crossover operator is chosen as heuristic crossover in which a linear extrapolation of two individuals is produced as [18]

$$\hat{C}_1 = C_1 + r(C_1 - C_2) \quad (21a)$$

$$\hat{C}_2 = C_1 \quad (21b)$$

where  $r$  is a uniform random number between [0;1] and the fitness of  $C_1$  is better than  $C_2$ . If any variable of  $\hat{C}_1$  is out of bounds, then (21a) is generated for a new  $r$  value. This test is carried for  $t_{max}$  times and if a feasible solution could not be found, then the children are taken equal to parents by taking  $r = -1$  in (21a). Mutation operator is chosen as multi-non-uniform mutation in which the non-uniform operator is taken as

$$\hat{v}_i = \begin{cases} v_i + (b_i - x_i)(r_2(1-G/G_{max}))^b, & r_1 < 0.5 \\ v_i + (x_i - a_i)(r_2(1-G/G_{max}))^b, & r_1 \geq 0.5 \end{cases} \quad (22)$$

and applied to all variables  $v_i$  of randomly selected individual where  $b_i$ ,  $a_i$  are the upper and lower bounds of  $v_i$ ,  $r_1$  and  $r_2$  are uniform random numbers between [0;1],  $G$  and  $G_{max}$  are the current generation and maximum generation numbers, and  $b$  is a shaping parameter [5].

The population size is assumed to be constant; not changing during the evolutionary process. The initial population is created randomly and the GA is terminated after a predefined maximum number of generations  $G_{max}$  is reached.

## 4. Simulation studies

A comparative analysis of the conventional SMC (SMC-C) and the proposed SMC designed with a time-varying sliding surface whose parameters are obtained with GAs (SMC-P) is presented for a second order nonlinear system model. The system parameters in (1) are taken as

$$f_1 = 0.5x_1^3, \quad f_2 = 0.3(1-x_2^2) \quad (23a)$$

$$b = 1, \quad a_1 = a_2 = 1 \quad (23b)$$

and considering the regulator problem, the desired state variables are taken as  $x_{d1} = x_{d2} = 0$ . During the simulations, in order to show the robustness against bounded external disturbances  $d(t)$  and bounded parameter uncertainties  $\Delta_i$ , they are modeled with sinusoidal signals taken as

$$d(t) = 0.12\sin(10t) \quad (24a)$$

$$\Delta_1 = \Delta_2 = 0.1\sin(7t) \quad (24b)$$

For all of the controllers, discontinuous control gain in (12) is taken as

$$k = 0.12 + 0.05|x_1^3| + 0.03|1-x_2^2| + 0.01 \quad (25)$$

The constant sliding surface parameter  $c_1$  of SMC-C is taken as  $c_1 = 1.225$  and for a fair comparison, the final sliding surface of SMC-P is also taken as  $c_f = c_i = 1.225$ . The maximum allowable value of  $c_1(t)$  is chosen as  $c_{1\max} = 1.5$ .

The GA parameters are chosen as  $q = 0.08$  for normalized geometric selection in (20),  $t_{\max} = 3$  for the heuristic crossover operator in (21),  $b = 3$  for mutation operator in (22). Number of chromosomes is chosen as  $N_c = 100$  and maximum number of generations for the termination process is taken as  $G_{\max} = 100$ . For SMC-P, the search boundaries for  $t_{rot}^p$  is chosen as

$$t_{rot}^p \in [t_{rot\min}, t_{rot\max}] = [0.1, 15] \quad (26)$$

The sampling time for all the computer simulations is taken as 0.001 s.

#### 4.1. Case I: Clockwise rotation

In order to obtain a CW rotation of the time-varying sliding surface, the initial conditions are taken as  $(x_1(0), x_2(0)) = (0.5, 0.75)$ . From GA search, the best individual is obtained as

$$[\bar{\alpha}_0, \bar{\alpha}_1, t_{rot}^p] = [0.283, 0.813, 1.452] \quad (27)$$

and the fitness of (27) is obtained from (17) as 2.340. Error phase plane trajectories are given in Fig.2 and the time responses of the system states are given in Fig.3. For SMC-C, the effect of sinusoidal disturbances and parameter variations are visible from Fig.2-3, whereas SMC-P enters the sliding mode at time  $t_k = 1.398$ s. After that time, SMC-P is always on the sliding surface as  $t_{reach}^p = t_k^p$ . The performance indices are given in Table I. It is seen that SMC-P improves the transient response in terms

of  $t_r(e_1)$ ,  $t_r(e_2)$ ,  $ITSE(e_1)$ -and robustness in terms of  $t_{reach}$ . Only  $ITSE(e_2)$  slightly degrades with the negative peak of  $e_2$  for SMC-P in Fig.3b. This can be avoided by constraining the rotation speed that can be obtained by altering the boundaries in (27).

The sliding surface  $s$  is plotted in Fig.4. It is seen that SMC-P is always on the sliding surface after time  $t_k = 1.398$ s. The chattering along the sliding surface is a result of the control inputs in Fig.5. The time-varying  $c_1(t)$  for the selected parameters (26) is plotted in Fig.6. The sliding surface changes for  $t_{rot}^p = 1.452$ s as expected.

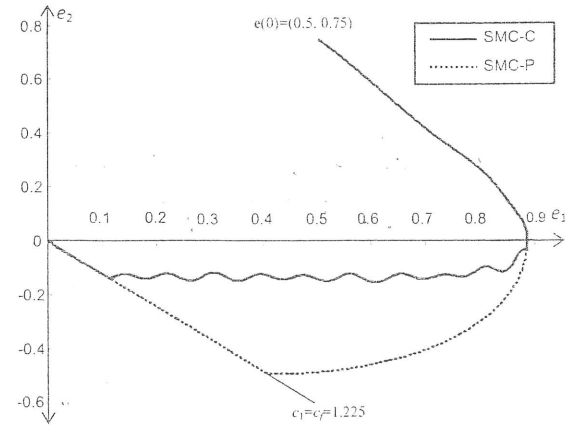


Figure 2. Error phase plane trajectories for case I

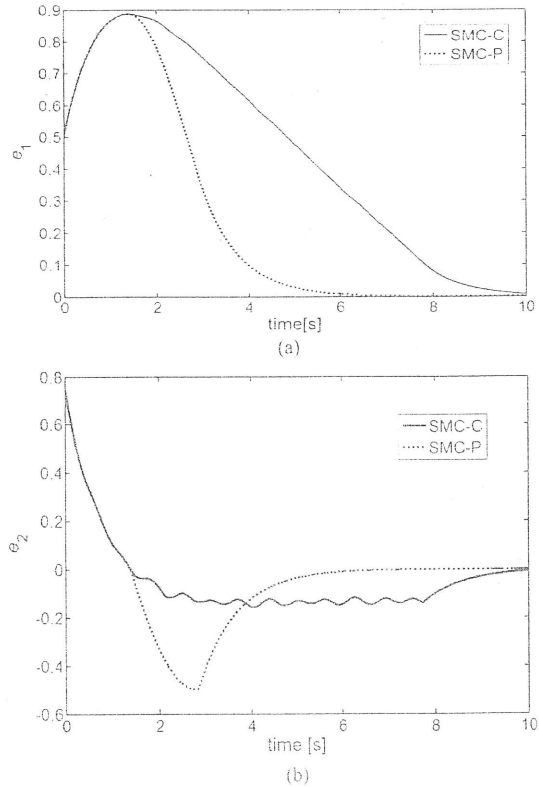
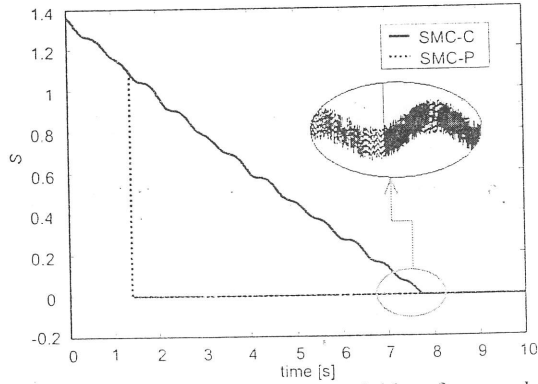


Figure 3. Error states for case I: a)  $e_1(t)$ , b)  $e_2(t)$

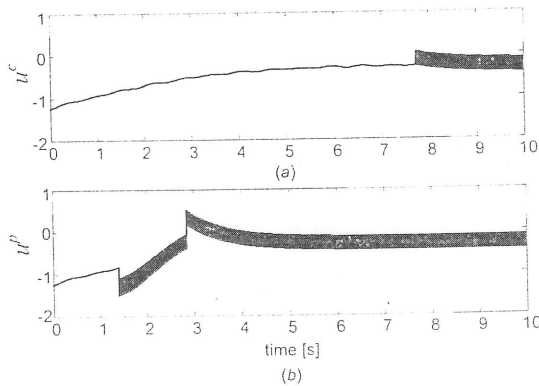


**Table 1.** Performance indices for Case I

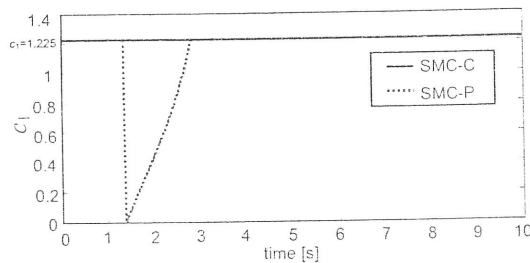
	SMC-C	SMC-P
ITSE( $e_1$ )	7.676	2.391
ITSE( $e_2$ )	0.604	0.834
$\max\{ u \}$	1.262	1.504
$t_{reach}$	7.731	1.398
$t_k$	1.398	1.398
$t_s(e_1)$	9.147	5.303
$t_s(e_2)$	9.311	5.462



**Figure 4.** Sliding surface variable  $s$  for case I



**Figure 5.** Control inputs for case I: a) SMC-C, b) SMC-P



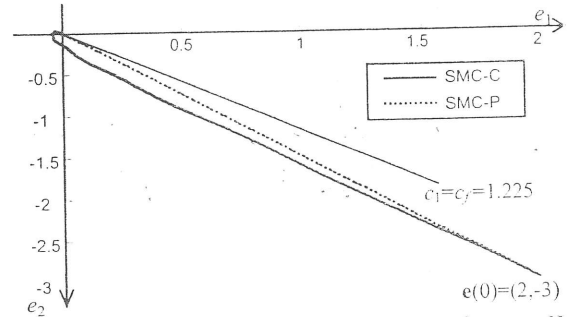
**Figure 6.** Sliding surface parameter  $c_1(t)$

#### 4.2. Case II: Counter-clockwise rotation

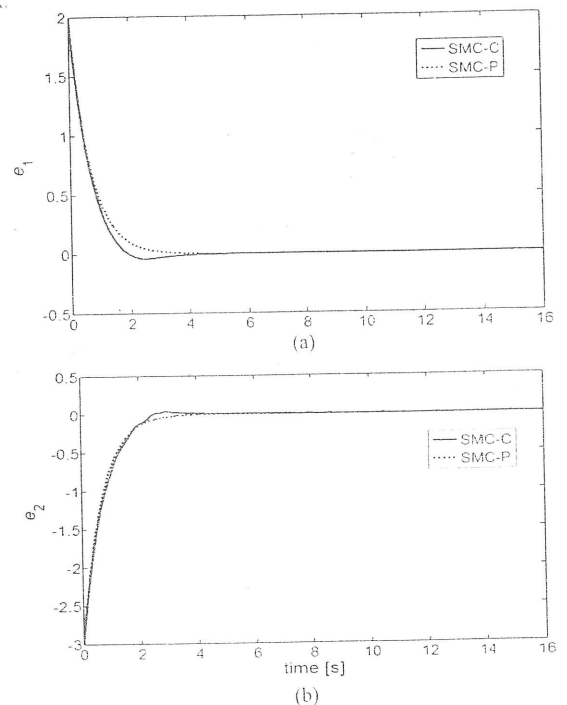
For a counter-clockwise rotation, the initial conditions are chosen as  $(x_1(0), x_2(0)) = (2, -3)$ . From GA search, the best individual is obtained as

$$[\bar{\alpha}_0 \quad \bar{\alpha}_1 \quad \bar{t}_{tot}^p] = [0.009 \quad 1.500 \quad 14.653] \quad (28)$$

and the fitness of (28) is obtained from (17) as 0.0625. Error phase plane trajectories are given in Fig.7. SMC-C enters  $e_1 e_2 > 0$  region as seen in Fig.7. Therefore, the transient response has an overshoot as seen in Fig.8, whereas SMC-P smoothly approach the reference value without any disturbance effect. The control inputs are plotted in Fig.9 where it is seen that SMC-P is always in sliding mode. The obtained time-varying  $c_1(t)$  value is given in Fig.10. The change of sliding surface is non-linear in time which provides different time-varying strategies to apply.



**Figure 7.** Error phase plane trajectories for case II



**Figure 8.** Error states for case II: a)  $e_1(t)$ , b)  $e_2(t)$

**Table 2.** Performance criteria for Case II

	SMC-C	SMC-P
ITSE( $e_1$ )	0.370	0.444
ITSE( $e_2$ )	1.130	0.998
$\max\{ u \}$	2.927	3.678
$t_{reach}$	2.914	0
$t_k$	2.490	0
$t_s(e_1)$	3.272	3.074
$t_s(e_2)$	3.441	3.346

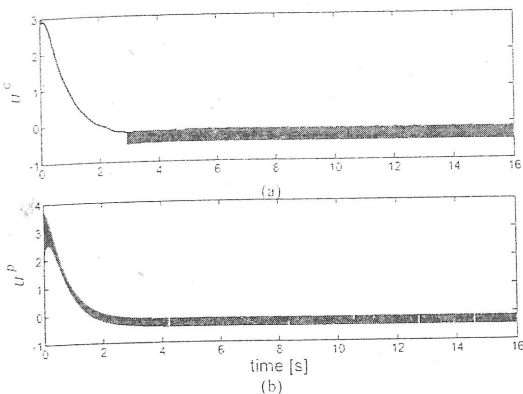


Figure 9. Control inputs for case II: a) SMC-C, b) SMC-P

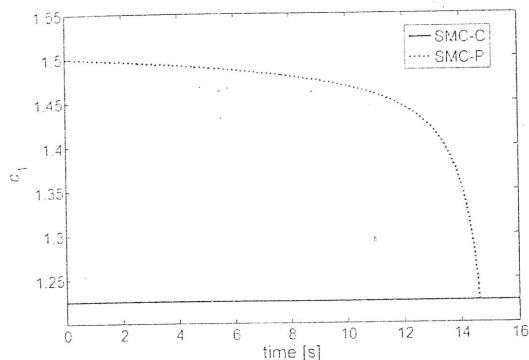


Figure 10. Sliding surface parameter  $c_1(t)$

## 5. Conclusion

In this study, sliding mode control of a second order nonlinear system model in canonical form subject to bounded parameter variations and external disturbances is considered. A genetic algorithm based parameter search method is applied with a fitness function to apply both the transient response behavior and robustness. It is shown for different initial conditions that the sliding mode controller with a time-varying sliding surface having its parameters obtained with the genetic search algorithm have better performance indices with respect to the conventional sliding mode controller.

## Acknowledgement

The authors wish to thank The Scientific and Technological Research Council of Turkey (TÜBİTAK) for financial support (Project No: 107E186).

## 6. References

- [1] R.A. DeCarlo, S.H. Zak and S.V. Drakunov, "Variable structure, sliding-mode controller design", *In The Control Handbook*, W. S. Levine (Eds.), CRC Press, Boca Raton, FL, 1996, pp. 941-951.
- [2] G.-R. Yu, "Robust Control of an Experimental Helicopter Using Genetic Algorithms", *IEEE Int. Symposium on Systems, Man and Cybernetics*, Montreal, Canada, 7-10 Oct. 2007, pp. 2738-2742.
- [3] K. Vrdoljak, N. Peric and M. Mehmedovic, "Optimal parameters for sliding mode based load frequency control in power systems", *Int. Workshop on Variable Structure Systems*, Antalya, Turkey, 8-10 June 2008, pp. 331-336.
- [4] M.A. Jaramillo-Moran, J.C. Peguero-Chamizo, E.M. de Salazar and M.G. del Valle, "Sliding mode control of a wastewater plant with neural networks and genetic algorithms", *Lecture Notes in Computer Science, Current Topics in Artificial Intelligence*, Springer Berlin, Heidelberg, vol. 4788, 2007, pp. 120-129.
- [5] C.R. Houck, J. Joines and M. Kay, "A Genetic Algorithm for Function Optimization: A Matlab Implementation", NCSU-IE TR, 95-09, 1995.
- [6] K. Kristinsson and G.A. Dumont, "System identification and control using genetic algorithms", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol.22(5), September/October 1992, pp.1033-1046.
- [7] Y.Li, K.C.Ng, D.J. Murray-Smith, G.J. Gray and K.C. Sharman, "Genetic algorithm automated approach to design of sliding mode control systems", *Int. Journal of Control*, 1996, vol.63(4), pp.721-739.
- [8] J. Yongqiang, L. Xiangdong, Q. Wei and H. Chaozhen, "Time-varying Sliding Mode Controls in Rigid Spacecraft Attitude Tracking", *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 21(4), August 2008, pp. 352-360.
- [9] A. Bartoszewicz, "Time-varying sliding modes for second-order systems", *IEE Proceedings: Control Theory Application*, vol.143(5), 1996, pp. 455-462.
- [10] C.-Y. Ji, Y.-L. Lee and T.-C. Chen, "Based on Genetic Algorithm and Input Estimation Approach to Design a Sliding Mode Controller for Flexible-Joint Robot Control System", *IEEE Int. Sym. on Intelligent Control*, Singapore, 1-3 October 2007, pp.481-486.
- [11] M.-C. Fang, J.-H. Luo, "On the track keeping and roll reduction of the ship in random waves using different sliding mode controllers", *Ocean Engineering*, vol. 34, 2007, pp. 479-488.
- [12] C.-H. Tseng, H.-K. Chiang and C.-A. Chen, "Sliding Mode Genetic Speed Control of Synchronous Reluctance Motor", *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, 8-11 October 2006, Taipei, Taiwan pp. 2944-2949.
- [13] J.L. Chen and W.-D. Chang, "Feedback linearization control of a two-link robot using a multi-crossover genetic algorithm", *Expert Systems with Applications*, vol. 36, 2009, pp. 4154-4159.
- [14] P. Shuwen, S. Hongye, H. Xiehe and C. Jian, "Variable structure control theory and application: a survey", Proc. of the 3rd World Congress on Intelligent Control and Automation, 28 June-2 July 2000, Hefei, China, vol. 4, pp. 2977 - 2981.
- [15] S.B. Choi, D.W. Park and S. Jayasuriya, "A time-varying sliding surface for fast and robust tracking control of second-order uncertain systems", *Automatica* vol. 30(5), 1994, pp. 899-904.
- [16] S. Tokat, "Sliding Mode Controlled Bioreactor using a Time-varying Sliding Surface", *Transactions of the Inst. of Measurement and Control*, (in Press), 2009.
- [17] Z. Michalewicz, *Genetic Algorithms+Data Structures=Evolution Programs*, 3<sup>rd</sup> ed., SpringerVerlag, Berlin, Heidelberg, 1999.
- [18] C.-H. Chu, C.-C. Tsai, "A Heuristic Genetic Algorithm for Grouping Manufacturing Cells", *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, vol. 1, 2001, pp. 310-317.



# Observer Gain Adaptation of Output Feedback Sliding Mode Controller with Support Vector Machine Regression

SEZAI TOKAT<sup>1</sup>, SERDAR IPLIKCI<sup>2</sup>, LUTFI ULUSOY<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Computer Engineering Department

Pamukkale University

20070, Kinikli, Denizli

TURKEY

<sup>2</sup>Electrical and Electronics Engineering Department

Pamukkale University

20070, Kinikli, Denizli

TURKEY

{stokat, iplikci}@pau.edu.tr, lutfiulusoy@hotmail.com <http://stokat.pamukkale.edu.tr>

*Abstract:* - The conventional sliding mode controller needs the exact knowledge of system state measurements. In this study, nonlinear second order systems with unmeasured system states and bounded external disturbances are considered. The sliding mode observer based on nonlinear observation error dynamics is considered and the observer gain is adjusted by using a support vector machine based plant model. From the output of the support vector machine model,  $k$ -step ahead predictions are obtained. Therefore, the value of  $k$  is first analyzed to search for a proper value. It is also shown with the simulations that the stability conditions are satisfied for the chosen observer gains. Computer simulations are presented to show the effect of the proposed gain adjustment mechanism on the performance of output feedback sliding mode controller. It is seen that the trajectory tracking performance is improved with respect to a conventional output feedback sliding mode control scheme having constant sliding mode observer gains.

*Key-Words:* - Sliding mode control, Sliding mode observer, Output feedback sliding mode control, Support vector machine regression, Observer gain, Bounded external disturbances.

## 1 Introduction

Engineers always search for better control methods to attain higher productivity than classical methods and to produce quality products at competitive prices. When unknown but bounded external disturbances are considered, sliding mode control is a promising area of study for both theoretical and application oriented robust control problems [1].

Sliding mode control is based on variable structure systems theory [1]. It is a nonlinear control method with a high-frequency chattering phenomenon that alters dynamics of a nonlinear system. The state-feedback control law switches from one continuous structure to another based on the current position of system trajectory in the state space. The control law must provide the system to move always towards a switching condition. The motion of the system as it slides along these boundaries is called a sliding mode and geometrical locus consisting of the boundaries is called sliding surface [1]. Sliding mode control structures have been applied to various engineering problems in a wide variety of application areas such as electrical motors [2], mobile robots [3], micro-electro-

mechanical systems [4], chemical processes, and space systems.

For the implementation of the well-known conventional sliding mode controller (SMC) structure, exact knowledge of system state measurements is needed. However, for most applications, it is either impractical or inappropriate to use sensors for on-line measurement of all state variables considering different reasons as cost, reliability, harsh environment or even induced errors from the sensors [5]. This necessity of completely measuring the states of a system can be regarded as an important drawback of conventional SMCs.

Observers can be used to replace sensors in a control system. Therefore, a considerable amount of work has been done in the field of state estimation of dynamic systems by observers as it is an important requirement for safe and cost-effective operation of industrial units [6]. The observers are first proposed and developed for linear systems [7]. However, all practical systems inherent some degree of nonlinearity and in some cases the linear approximations based on exact linearization or pseudo-linearization may not be accurate enough.

Therefore, observer theory has been extended to include nonlinear process models [8].

The mentioned requirement for state estimation based on nonlinear observation error dynamics, and simple structure and robust stability of SMC prompted the study of sliding mode observers (SMOs) [9]. In SMOs, instead of using an output error feedback between the observer and system linearly, a nonlinear discontinuous term is injected into the observer depending on the output estimation error [10]. SMOs have an inherent robustness in the face of external disturbances and model uncertainties [11]. The equivalent control concept is proposed in [12] for linear systems where the observer states converge to the sliding surface step by step in finite time. Then, the equivalent output injection term that is defined as a counterpart of equivalent control term of SMC is applied to linear systems with unknown inputs [13].

A SMC that uses the state estimates obtained from an observer structure [14] or a SMC that only uses system outputs [15] constitute the concept of output feedback sliding mode controller (OFSMC). State estimation of nonlinear systems in the presence of external disturbances or model uncertainties is an active field of study [16-18]. The idea in [12, 13] is extended in [19] to OFSMC design in which a nonlinear system with unknown disturbances is considered.

The parallel processing capabilities of artificial neural network (ANN) architectures provides a viable means for constructing the states of complex dynamic systems from input output measurements [20]. Therefore, using soft computing methodologies in order to improve the performance of SMOs or SMCs is an active area of research.

For instance, the speed control of an induction motor using a SMC is considered in [2] and a feed-forward ANN architecture is used to estimate the rotor speed. For the SMO case, the modeling error of the ANN observer is compensated by the SMO [21]. Also, a radial basis function ANN and SMO are used in parallel in order to consider different system states or environmental variables [22]. In [23], on the other hand, the ANN observer and SMO are connected in serial and the ANN is used to obtain a nonlinear model of the system. For the SMC case, an ANN based observer is used in order to improve the SMC performance [24].

For the worst case errors, ANNs provide better performance than linear regression techniques [25]. However, ANNs have a local minima problem which is an important drawback for most control problems. Therefore, in this study, a support vector machines (SVMs) based structure is chosen. SVMs

were originally created to solve classification problems. In SMC problems, SVMs are used for different purposes. For instance, the design parameters of a time-varying sliding surface for a given initial condition are obtained by using SVMs [26]. Then, the function approximation property of SVMs is used to design a new sliding surface with additional dynamic states [27]. Also, the discontinuous control law of SMC is constructed using the output of SVMs based model in order to eliminate chattering [28].

OFSMCs in the presence of unknown disturbances is examined in [19] by proving the stability under a set of nonrestrictive assumptions and it is shown that the designed controller ensures asymptotic trajectory tracking behavior. To achieve this aim, the gains of the state observer must be properly selected for an acceptable trajectory tracking performance for the observation error to converge towards zero. Therefore, selection of the observer gains is important for the stability and performance of the controller.

An observer that estimates all of the state variables is called a full-order observer. Whereas, an observer that estimates a part of the state variables is referred to be a reduced-order observer [29]. In this study, the OFSMC with a full-order observer presented in [19] is considered and SVM based plant model and controller tuning scheme given in [30] that is developed for tuning PID parameters is extended in order to improve the performance of the SMO and also to compensate the SMC output.

The conventional SMC strategy is originally designed for continuous-time operation and it is more difficult to choose a synthesis for discrete-time case [3]. The discrete-time SMC is quite different from the conventional counterpart and is also called as quasi sliding mode. Discrete-time SMC design is usually based on an approximate sliding mode system evolution due to the non-unique attractivity condition and approximate evolution on sliding surface [3]. In our study, the parameter adaptation with SVM is in discrete-time. However the state-feedback control scheme based on the SMO, SMC and the plant are all in continuous-time.

The structure of the paper is as follows: In the next section, two main components of the OFSMC scheme, the SMC and SMO, are briefly described and SMC law with system state estimates is presented. The SVM based modeling, prediction and Jacobian calculations presented in [30] are given in Section 3 and then SMO based gain adaptation scheme is presented in Section 4. Then, simulations to demonstrate the validity and advantage of the gain adaptation scheme are given in Section 5.

## 2 Output Feedback Sliding Mode Controller

The OFSMC consists of a SMC to generate the control law and a SMO to obtain the system state estimates from measured system output and control input. These cornerstones of the presented structure are emphasized in this section.

### 2.1 Continuous-time Sliding Mode Controller

The state space representation of a second order, single-input, nonlinear system in canonical form with state vector  $\mathbf{x}=[x_1, x_2]^T$  can be given as

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})(u(t) + d(t)) \\ y &= x_1\end{aligned}\quad (1)$$

where  $u(t)$  is the control input,  $d(t)$  is the external disturbances and  $f(\mathbf{x})$ ,  $b(\mathbf{x})$  are nonlinear functions that determine the system characteristics [1, 19].

The SMC scheme involves selection of a sliding surface such that the system trajectory exhibits desirable behavior when confined to this manifold and finding feedback gains so that the system trajectory intersects and stays on the given manifold. Therefore, for system (1), assuming the trajectory tracking problem, the error dynamics for the second order system given in (1) can be written as

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= x_2 - \dot{x}_{1d} \\ \dot{e}_2 &= f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})(u(t) + d(t)) - \dot{x}_{2d}\end{aligned}\quad (2)$$

and from this dynamics, the conventional linear sliding surface with constant design parameters can be written as

$$s(\mathbf{e}, t) = \mathbf{c}^T \mathbf{e} = c_1 e_1 + e_2 \quad (3)$$

where  $\mathbf{e}=[e_1, e_2]^T$  is the error state vector and  $e_i = x_i - x_{id}$  is the  $i^{\text{th}}$  error state variable,  $x_{id}$  is the desired trajectory of the  $i^{\text{th}}$  state and  $\mathbf{c}=[c_1, 1]^T$  is the constant sliding surface parameter that determine the system behavior in the error phase plane. It is necessary and sufficient to differentiate (3) once for  $u(t)$  to appear. Thus, this is a first order stabilisation problem based on  $s(\mathbf{e}, t)$ . Lyapunov's direct method could be used to obtain  $u(t)$  that would keep  $s(\mathbf{e}, t)$  at zero. Consider a Lyapunov function candidate as

$$V(s) = \frac{1}{2} s^2(\mathbf{x}, t) \quad (4)$$

with  $V(0)=0$ ,  $V(s)>0$  for  $\forall s(\mathbf{x}, t)>0$  [1]. An efficient condition for system stability can be given as

$$\dot{V}(s) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2(\mathbf{x}, t) \leq -\eta |s(\mathbf{x}, t)| \quad (5)$$

where  $\eta$  is a strictly positive real constant that determines the convergence velocity of the trajectory to the sliding surface. Obtaining the inequality in (5) means that, the distance to the surface decreases along all trajectories and this means that the system is stable. Therefore, (5) is called as the reachability condition for the sliding surface. By substituting (3) into (5) and omitting the arguments of the independent variables one obtains

$$s \cdot (f + b \cdot u + b \cdot d - \dot{x}_{2d} + c_1 \dot{e}_1) \leq -\eta |s| \quad (6)$$

Therefore, a control input satisfying the reaching condition can be chosen as

$$u = -b^{-1}(\mathbf{x})(f - \dot{x}_{2d} + c_1 \dot{e}_1) - k_g \text{sign}(s) \hat{e}_1 + u_{eq} + u_{dis} \quad (7)$$

where  $k_g$  is a strictly positive real constant with a lower bound depending on the bounded external disturbances. The function  $\text{sign}(\cdot)$  denotes the signum function defined as follows

$$\text{sign}(s) = \begin{cases} -1 & \text{if } s < 0 \\ 0 & \text{if } s = 0 \\ 1 & \text{if } s > 0 \end{cases} \quad (8)$$

The control input in (7) consists of two parts. The first part,  $u_{eq}$  is the continuous term that is known as equivalent control based on estimated system parameters and it compensates the estimated undesirable dynamics of the system. The second part with the signum function is the discontinuous control law,  $u_{dis}$  that requires infinite switching on the part of the control signal and actuator at the intersection of error state trajectory and sliding surface. In this way, the trajectory is forced to move always towards the sliding surface [1].

### 2.2 Sliding Mode Observer

The state estimation problem for a system subject to unknown external disturbances under output feedback sliding mode control with an equivalent output injection sliding mode observer is considered in [19]. In this study, the sliding mode observer structure presented in [19] is used.

For the system given in (1), only the system output  $y$  is measured. Therefore, the error dynamics (2) could not be obtained. The system states and also the error dynamics can be obtained from  $y$  by using an observer of the form given as

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sgn}(y - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= f(\hat{\mathbf{x}}) + b(\hat{\mathbf{x}})u + E_1 \lambda_2 \text{sgn}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2)\end{aligned}\quad (9)$$

where  $\tilde{x}_2 = \hat{x}_2 + (\lambda_1 \text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1))_{eq}$  and the equivalent output injection term  $(\lambda_1 \text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1))_{eq}$  is obtained by using a low pass filter [5, 19]. The term  $E_1=0$  if  $x_1 - \hat{x}_1 \neq 0$  and  $E_1=1$  otherwise [19]. With proper  $\lambda_1, \lambda_2$  observer gains, the observer state  $\hat{x}_1$  firstly converges to  $x_1$  and then  $\hat{x}_2$  converges to  $x_2$ .

For the given system (1), finite time convergence of system state estimates to actual plant states is proved in the literature [19]. Therefore, instead of (3) obtained from (2) one can use

$$\hat{s}(\hat{e}, t) = \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{e}} = c_1 e_1 + e_2 \quad (10)$$

where  $\hat{\mathbf{e}} = [\hat{e}_1, \hat{e}_2]^T$  is estimated error state vector and  $\hat{e}_i = \hat{x}_i - x_{id}$  is  $i^{\text{th}}$  estimated error state variable. If the system states are not measurable, the conventional form of  $u_{eq}$  using state estimates can be rewritten as

$$\hat{u}_{eq}(t) = -b^{-1}(\hat{\mathbf{x}}) (f(\hat{\mathbf{x}}) - \dot{x}_{2d} + c_1 \hat{e}_1) \quad (11)$$

Then, the overall control law based on estimated system states can be designed as

$$\hat{u}(t) = \hat{u}_{eq}(t) + k_g \text{sgn}(\hat{s}) \quad (12)$$

Choosing the Lyapunov function candidate as  $V = (1/2) \hat{s}^2$  using estimated state variables and taking the derivative of the Lyapunov function along the trajectories of the estimated system states, the discontinuous control gain  $k_g$  must be chosen as [19]

$$k_g = -b^{-1}(\hat{\mathbf{x}}) (c_1 \lambda_1 + \lambda_2 + \eta) \quad (13)$$

in order to satisfy the reaching condition.

### 3 Support Vector Machine based Modeling, Prediction and Jacobian Calculations

Consider a nonlinear system, dynamics of which can be represented by NARX model

$$y_n = f(u_n, \dots, u_{n-n_u}, y_{n-1}, \dots, y_{n-n_y}) \quad (14)$$

where  $u_n$  is the control signal applied to the plant at time index  $n$ ,  $y_n$  is the corresponding output of the plant, and  $n_u$  and  $n_y$  denote the number of past control signals and number of the past outputs involved in the model, respectively. It is assumed that non-linear function  $f$  is unknown and that a training data set is obtained in the form given as

$$\begin{aligned} T_{set} &= \{u_k, \dots, u_{k-n_u}, y_{k-1}, \dots, y_{k-n_y}\}_{k=n}^{k=n+N} \\ &= \{\mathbf{x}_k, y_k\}_{k=n}^{k=n+N} \end{aligned} \quad (15)$$

where  $\mathbf{x}_k \in X \subseteq \mathbb{R}^{n_u+n_y+1}$  is the  $k^{\text{th}}$  input data point in input space and  $y_k \in Y \subseteq \mathbb{R}$  is the corresponding output value. It is desired to obtain a model that represents the relationship between input and output data points. The training data set  $T_{set}$  is to be used to obtain an approximate model of the plant dynamics.

The primal form of an SVM regression model is given by (16), which is linear in a higher-dimensional feature space  $\mathbf{F}$

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{x}) \rangle + bias \quad (16)$$

where  $\mathbf{w}$  is a vector in the feature space  $\mathbf{F}$ ,  $\Phi(\mathbf{x})$  is a mapping from the input space to the feature space,  $bias$  is the bias term and  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  stands for inner product operation in  $\mathbf{F}$  [30].

The SVR algorithms regard the regression problem as an optimization problem in dual space in which the model is given by

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \alpha_i K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) + bias \quad (17)$$

where  $\alpha_i$ 's are the coefficients of each training data and  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  is the kernel function given by  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \Phi(\mathbf{x}_i)^T \Phi(\mathbf{x}_j) = K_{ij}$  [30]

The kernel function  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  handles inner product in feature space and hence the explicit form of  $\Phi(\mathbf{x})$  does not need to be known. In the model (17), a training point  $\mathbf{x}_i$  corresponding to a non-zero  $\alpha_i$  value is referred to as the support vector. In [30],  $\varepsilon$ -SVR algorithm employing Vapnik's  $\varepsilon$ -insensitive loss function  $L(\varepsilon, y, \hat{y})$  given as

$$L(\varepsilon, y, \hat{y}) = \begin{cases} 0, & y_i - \hat{y}_i \leq \varepsilon \\ |y_i - \hat{y}_i|, & y_i - \hat{y}_i > \varepsilon \end{cases} \quad (18)$$

is used which formulates the primal form of the regression problem as follows:

$$\min_{\mathbf{w}, bias, \zeta, \zeta^*} P_\varepsilon = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^N (\zeta_i + \zeta_i^*) \quad (19)$$

subject to the constraints,

$$y_i - \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{x}_i) \rangle - \tau \leq \varepsilon + \zeta_i \quad (20)$$

$$\langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{x}_i) \rangle + \tau - y_i \leq \varepsilon + \zeta_i^* \quad (21)$$

$$\zeta_i, \zeta_i^* \geq 0, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (22)$$

where  $\varepsilon$  is the upper value of tolerable error,  $\zeta_i, \zeta_i^*$  are slack variables,  $\|\cdot\|$  is the Euclidean norm and  $C$  is a regularization parameter that provides a compromise between model complexity and degree

of tolerance to the errors larger than  $\varepsilon$  [30].

Dual form of the optimization problem becomes a QP problem as

$$\min_{\beta, \beta^*} D_\varepsilon = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N K_{ij} (\beta_i - \beta_i^*) (\beta_j - \beta_j^*) + \varepsilon \sum_{i=1}^N (\beta_i + \beta_i^*) - \sum_{i=1}^N y_i (\beta_i - \beta_i^*) \quad (23)$$

subject to the constraints,

$$0 \leq \beta_i, \beta_i^* \leq C, \quad \sum_{i=1}^N (\beta_i - \beta_i^*) = 0, \quad i=1,2,\dots,N \quad (24)$$

solution of the QP problem (23) and (24) gives the optimum values of  $\beta_i$  and  $\beta_i^*$ 's. The value of bias in the model is determined as follows: the condition  $\hat{y}(\mathbf{x}_i) - y_i = -\varepsilon$  is satisfied for each support vector  $\mathbf{x}_i$  for which the condition  $0 \leq \beta_i - \beta_i^* \leq C$  holds. If  $\alpha_j$  is defined to be the new coefficient of  $\mathbf{x}_j$  for  $j=1, 2, \dots, N$  as  $\alpha_j = \beta_j - \beta_j^*$ , then an SVM model as given by (17) is obtained. Moreover, when only support vectors are considered, the model becomes,

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \in \text{SV}}}^{\#SV} \alpha_j K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j) + \text{bias} \quad (25)$$

where #SV is the number of support vectors. If we follow the procedure given in [30], then we construct the current state vector as,

$$\mathbf{v}_n = [u_n, \dots, u_{n-n_u}, y_{n-1}, \dots, y_{n-n_y}]^T \quad (26)$$

then the corresponding output of the SVM model becomes,

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \in \text{SV}}}^{\#SV} \alpha_j K(\mathbf{v}_n, \mathbf{x}_j) + \text{bias} \quad (27)$$

In SVM-based observer gain adaptation, a radial basis adopted kernel function is used that is given as

$$K_{ij} = K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp\left(-\frac{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^T (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}{2\sigma^2}\right) \quad (28)$$

where  $\sigma$  is the width parameter [30]. If  $D(j, n)$  is defined as Euclidean distance between  $j^{\text{th}}$  support vector  $\mathbf{x}_j$  and current state vector  $\mathbf{v}_n$  as

$$D(j, n) = (\mathbf{v}_n - \mathbf{x}_j)^T (\mathbf{v}_n - \mathbf{x}_j) = \sum_{i=1}^{n_u} (x_{j,i+1} - u_{n-i})^2 + \sum_{i=1}^{n_y} (x_{j,n_u+i+1} - y_{n-i})^2 \quad (29)$$

then the kernel function can be rewritten as,

$$K(\mathbf{v}_n, \mathbf{x}_j) = \exp\left(-\frac{D(j, n)}{2\sigma^2}\right) \quad (30)$$

and the SVM regression model becomes,

$$\hat{y}_n = \sum_{j=1}^{\#SV} \alpha_j \exp\left(-\frac{D(j, n)}{2\sigma^2}\right) + \text{bias} \quad (31)$$

Now, (31) can be used to predict  $k$ -step ahead future trajectory of the plant as by

$$\hat{y}_{n+k} = \sum_{j=1}^{\#SV} \alpha_j \exp\left(-\frac{D(j, n+k)}{2\sigma^2}\right) + \text{bias}, \quad k=1,2,\dots,K \quad (32)$$

where

$$D(j, n+k) = \sum_{i=1}^{\min(k, n_y)} (x_{j, n_u+i+1} - \hat{y}_{n+k-i})^2 + \sum_{i=k+1}^{n_y} (x_{j, n_u+i+1} - y_{n+k-i})^2 + \sum_{i=k+1}^{n_u} \begin{cases} (x_{j,i+1} - u_{n+k-i})^2, & k-i < 1 \\ (x_{j,i+1} - u_{n+1})^2, & k-i \geq 1 \end{cases} \quad (33)$$

then first order partial derivatives can be written as

$$\frac{\partial \hat{y}_{n+k}}{\partial u_{n+1}} = \sum_{j=1}^{\#SV} \alpha_j \frac{\partial \exp\left(-\frac{D(j, n+k)}{2\sigma^2}\right)}{\partial u_{n+1}} \quad (34)$$

where

$$\begin{aligned} \frac{\partial \exp\left(-\frac{D(j, n+k)}{2\sigma^2}\right)}{\partial u_{n+1}} &= \frac{\partial \exp\left(-\frac{D(j, n+k)}{2\sigma^2}\right)}{\partial d_{j(n+k)}} \frac{\partial D(j, n+k)}{\partial u_{(n+1)}} \\ &= \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{D(j, n+k)}{2\sigma^2}\right) \frac{\partial D(j, n+k)}{\partial u_{n+1}} \end{aligned} \quad (35)$$

and

$$\begin{aligned} \frac{\partial D(j, n+k)}{\partial u_{n+1}} &= \sum_{i=1}^{\min(k, n_y)} [(-2)(x_{j, n_u+i+1} - \hat{y}_{n+k-i}) \\ &\quad \times \frac{\partial \hat{y}_{n+k-i}}{\partial u_{n+1}} \delta_1(k-i-1)] \\ &\quad + \sum_{i=0}^{n_u} [(-2)(x_{j,i+1} - u_{n+1}) \delta_1(k-i-1)] \end{aligned} \quad (36)$$

where  $\delta_1 = (\cdot)$  stands for unit step function [30]. Now, the first-order terms can be used to calculate the Jacobian matrix (41).

### 4. Support Vector Machine Based Observer Gain Adaptation

The proposed SVM based sliding mode observer gain adaptation scheme is given in Fig.1. It is adopted from the study proposed in [30] which is first used for tuning PID controller parameters. The idea is mainly based on obtaining the  $k$ -step ahead predictions of the plant output by using a SVM model and a Jacobian block for tuning SMO gains.

The SVM model is obtained by applying randomly chosen bounded control signals to the plant. After the training process,  $k$ -step ahead predictions  $\hat{\mathbf{y}} = [\hat{y}_{n+1}, \hat{y}_{n+2}, \dots, \hat{y}_{n+k}]$  are obtained from the output of the SVM model with  $t_d$  time durations as shown in Fig.1. Then, in order to minimize the SVM prediction error and to penalize the unwanted rapid changes in the control input, an objective function is chosen as [30]

$$\phi(u_{n+1}) = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^k \varepsilon_{n+i}^2 + \rho(u_{n+1} - u_n)^2 \right) \quad (37)$$

where  $\varepsilon_{n+i} = y_{n+i}^d - \hat{y}_{n+i}$  is the prediction error of SVM at  $i^{\text{th}}$  step,  $y_{n+i}^d$  is the known desired output at  $i^{\text{th}}$  step, and  $\rho$  determines the amount of penalty on the control deviations. In this study, the proposed idea in [30] is applied to the OFSMC case by choosing the observer gain  $\lambda_1$  as the updated parameter. In order to have a numerical solution to the problem of minimizing (37), Levenberg-Marquardt learning rule, which interpolate between Gauss-Newton and steepest descent algorithms, can be written as

$$\lambda_1^{new} = \lambda_1^{old} - (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \kappa \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}^T \boldsymbol{\varepsilon} \quad (38)$$

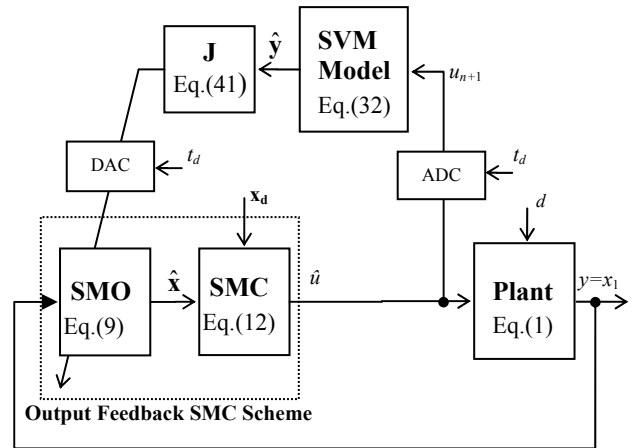
where  $\kappa$  is a blending factor which determines a mixing ratio between gradient-descent and Gauss-Newton algorithms, and  $\boldsymbol{\varepsilon}$  is the prediction error vector which is defined as

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_{n+1} \quad \varepsilon_{n+2} \quad \dots \quad \varepsilon_{n+k} \quad \sqrt{\rho}(u_{n+1} - u_n)]^T \quad (39)$$

The plant's desired output trajectory does not depend on observer gains. Therefore, Jacobian matrix  $\mathbf{J}$  in (38) can be obtained from (37) as

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{n+1}}{\partial \lambda_1} & \frac{\partial \hat{y}_{n+2}}{\partial \lambda_1} & \dots & \frac{\partial \hat{y}_{n+k}}{\partial \lambda_1} & \frac{\sqrt{\rho} \partial u_{n+1}}{\partial \lambda_1} \end{bmatrix}^T \quad (40)$$

Using the presented scheme, the observer gain  $\lambda_1$  is updated discretely at every sampling period  $t_d$  and used to update the SMO that is in continuous time.



**Figure 1.** Schematic diagram of the SVM based observer gain adaptation and control law compensation scheme.

The control law compensation mechanism can also be obtained by splitting the Jacobian matrix (40) into two different parts by using second order Taylor approximation of (37) [30]. Thus, applying the given idea to the observer gain adaptation scheme, the Jacobian matrix can be written as follows

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_{n+1}}{\partial u_{n+1}} & \frac{\partial \hat{y}_{n+2}}{\partial u_{n+1}} & \frac{\partial \hat{y}_{n+k}}{\partial u_{n+1}} & \sqrt{\rho} \end{bmatrix}^T \frac{\partial u_{n+1}}{\partial \lambda_1} \quad (41)$$

The partial derivative of  $u_{n+1}$  with respect  $\lambda_1$  could be directly obtained by solving the equations from the SMO and SMC blocks which have both nonlinear structures. This nonlinear structure raises difficulties in obtaining the mathematical solution. Therefore, in this study, the numerical solutions are obtained by using the approximation given as

$$\frac{\partial u_{n+1}}{\partial \lambda_1} \cong \frac{\Delta u_{n+1}}{\Delta \lambda_1} \quad (42)$$

From the stability analysis given in [19], in order to provide the finite time convergence of the estimated states to the actual states the observer gains must satisfy the conditions given as

$$\begin{aligned} \lambda_1 &> |x_2 - \hat{x}_2| + \mu_1 \\ \lambda_2 &> |f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})(u+d) - (f(\hat{\mathbf{x}}) + b(\hat{\mathbf{x}})u)| + \mu_2 \end{aligned} \quad (43)$$

where  $\mu_1, \mu_2$  are small positive real constants [19]. Therefore, these bounds must be provided when tuning the  $\lambda_1$  observer gain. Initially,  $\lambda_1$  is set to acceptable values that provide (43). Proper choice of the gains  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$  will guarantee that the reduced order dynamics are stable on the sliding surface and

this will ensure asymptotic stability of the reference trajectory. To have a better observer performance and thus to provide a better output tracking performance, this preset value should be tuned properly.

### 5 Simulation Studies

To show the performance of the new tuning scheme, computer simulations are performed on a nonlinear mass-spring-damper system on a horizontal surface under the effect of a horizontal force. The dynamic equations of the system is described as

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x}+v(\dot{x},t)+k(x,t)&=u(t)+d(t) \\
 v(\dot{x},t)&=v_0\dot{x}+v_1\dot{x}|\dot{x}| \\
 k(x,t)&=k_0x+k_1x^3
 \end{aligned}
 \tag{44}$$

where  $m$  is the mass,  $x(t)$  is the displacement,  $\dot{x}(t)$  is the velocity,  $v(\dot{x},t)$  and  $k(x,t)$  are nonlinear terms with respect to the damper and spring, respectively. By taking  $x_1=x$ ,  $x_2=\dot{x}$  and by rewriting the system equations (44) in the form of (1), one can obtain

$$\begin{aligned}
 f(\mathbf{x})&=\frac{1}{m}(-v(\dot{x},t)-k(x,t)+u(t)+d(t)) \\
 b(\mathbf{x})&=1/m
 \end{aligned}
 \tag{45}$$

The system parameters in (44) are chosen as,  $m=1$ ,  $v_0=v_1=0.35$  and  $k_0=k_1=0.55$ . The initial state values are chosen as  $x_1(0)=0.5$ ,  $x_2(0)=0$ . The trajectory tracking problem is considered and the desired state trajectories are chosen as

$$\begin{aligned}
 x_{d1}(t)&=-0.5\cos(\pi t/5) \\
 x_{d2}(t)&=0.1\pi\sin(\pi t/5)
 \end{aligned}
 \tag{46}$$

During the simulations, in order to show the robustness against bounded external disturbances,  $d(t)$  is modeled with a sinusoidal signal taken as

$$d(t)=0.05+0.25\cos(3\pi t)
 \tag{47}$$

The SMO for all OFSMCs is taken as (9) and to obtain  $\tilde{x}_2$ , first order low pass filter with bandwidth  $w_n=20$  rad/s is used. For all of the controllers, the sliding surface parameter is taken as  $c_1=7$ .

Simulations have been carried out in Matlab environment and ordinary differential equation solver implementing Runge-Kutta numerical integration method has been selected for simulating the discontinuous nature of sliding mode controller and observer. For the simulation environment, a fixed sampling time of  $2e-4$ s has been applied for simulating the continuous time observer, controller

and plant. On the other hand, the SVM block works in a discrete nature by taking observations and calculating the update value at every  $t_d=1e-2$  s time durations. All simulations are performed in the time interval between  $[0, 5]$  s. The system performance is influenced by the selection of the observer initial conditions. Therefore, assuming that the initial values of system states  $x_1(0)$  and  $x_2(0)$  are at the origin in average  $\hat{x}_1(0)=0$  and  $\hat{x}_2(0)=0$ .

The SVM predicts  $k$ -step ahead system behavior and  $k$  is a design parameter. To analyze the effect of  $k$  on the performance indices and control input magnitude, the system is simulated for different values of  $k$  between  $[2:10]$  and the results are given in Fig.2-3. As can be seen from Fig.2, the performance has its best values for  $k=2$  and the performance is then similar for  $k \geq 4$ . However, from Fig.3, it is seen that for  $k=2$ , this performance improvement has a trade-off as an increased control input magnitude. Therefore,  $k=2$  and 4 are chosen for comparison. The trajectory tracking and state estimation performances are given in Fig.4 and the control inputs are given in Fig.5 for  $k=2$  and 4, respectively.

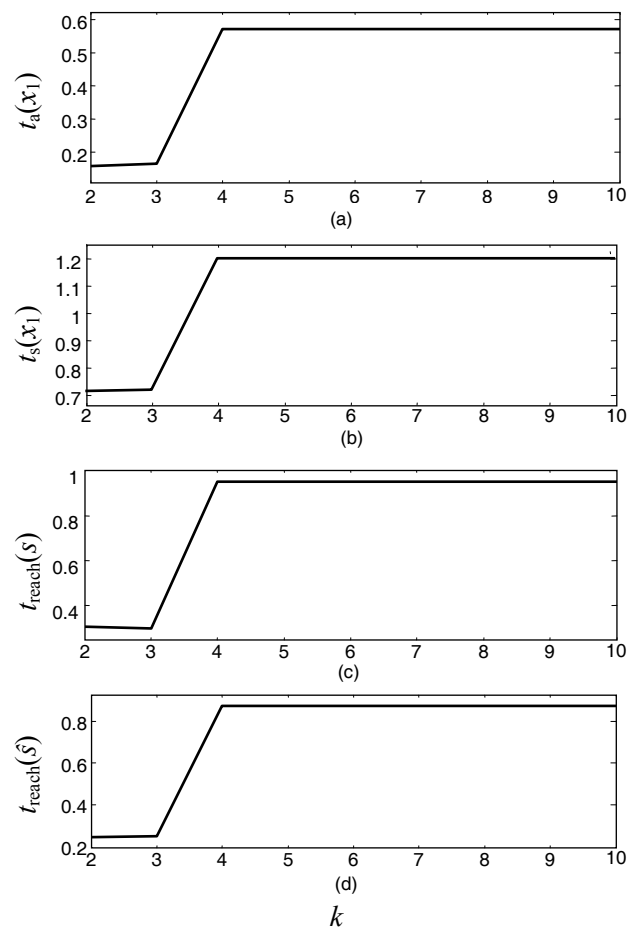


Figure 2. Performance indices for different  $k$  values.

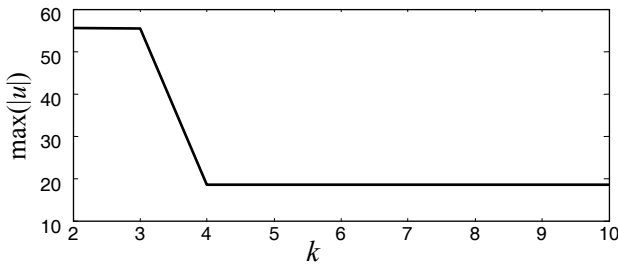


Figure 3. Control input magnitude  $\max(|u|)$ .

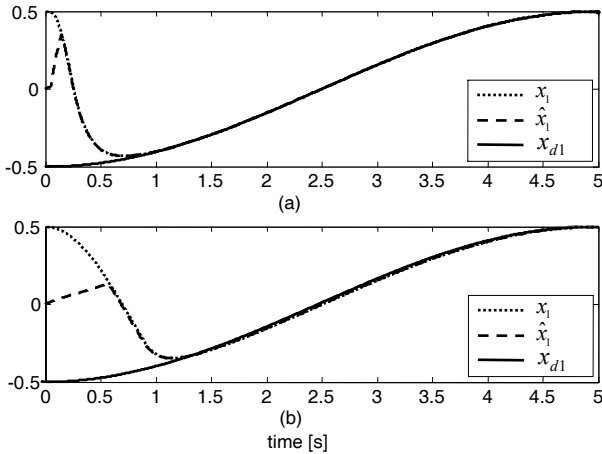


Figure 4. Actual, estimated and reference system output  $y=x_1$  for a)  $k=2$  b)  $k=4$ .

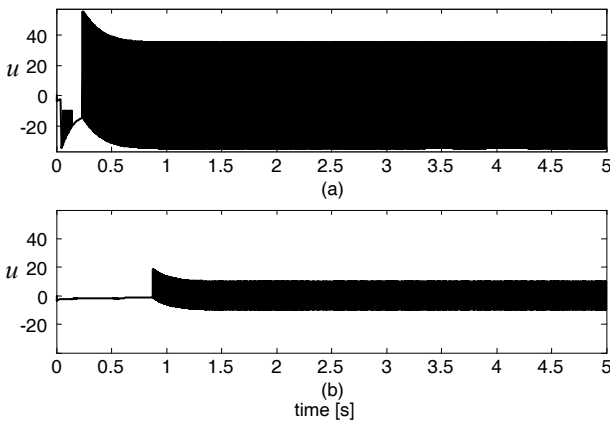


Figure 5. Control inputs for a)  $k=2$ , b)  $k=4$ .

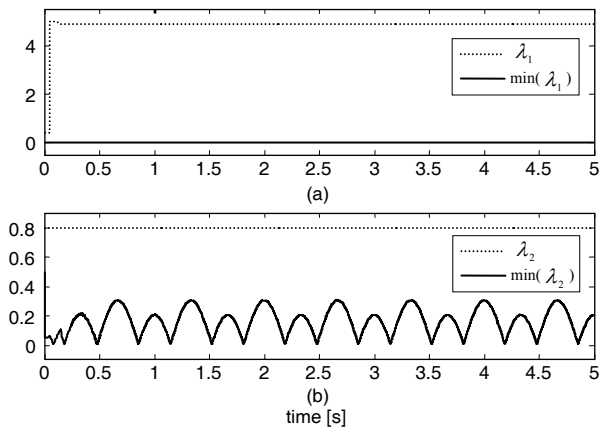


Figure 6. Observer gains and their stability bounds in (43) for  $k=2$ : a)  $\lambda_1, \min(\lambda_1)$ , b)  $\lambda_2, \min(\lambda_2)$ .

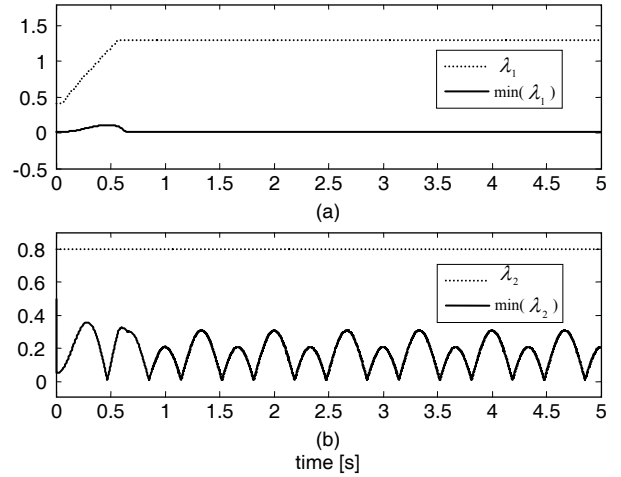


Figure 7. Observer gains and their stability bounds in (43) for  $k=4$ : a)  $\lambda_1, \min(\lambda_1)$ , b)  $\lambda_2, \min(\lambda_2)$ .

The performance for  $k=2$  in Fig.4 is better than the case for  $k=4$ . However, the control input magnitude in Fig.5 reaches near 60 for  $k=2$  which is far more than the conventional case. For the stability of the system, the conditions given in (43) must be provided. The  $\lambda_1, \lambda_2$  values and their minimum values that are obtained from (43) are plotted in Fig.6 and 7, for  $k=2$  and  $k=4$ , respectively. It is seen that the observer gains do not coincide with the given stability conditions.

Considering above analysis on system stability and performance, for detailed comparisons, control input magnitude is also considered and for the  $k$ -step ahead prediction output of the SVM model,  $k=4$  is chosen. The simulations are implemented for the proposed OFSMC with SVM based gain adaptation scheme (OFSMC-SVM) and for the conventional OFSMC presented in [19] (OFSMC-C). Bearing in mind the stability conditions in [19], three different cases for OFSMC-C is considered:

OFSMC-C<sub>1</sub>:  $\lambda_1 = 0.4, \lambda_2 = 0.8$  and  $k_g=3.61$

OFSMC-C<sub>2</sub>:  $\lambda_1 = 0.4, \lambda_2 = 0.8$  and  $k_g=9.863$

OFSMC-C<sub>3</sub>:  $\lambda_1 = 1.293, \lambda_2 = 0.8$  and  $k_g=9.863$

The three cases for OFSMC-C are designed in order to show the effect of adjusted values obtained by the SVM scheme. For OFSMC-C<sub>1</sub>, OFSMC-C<sub>3</sub> and OFSMC-SVM,  $k_g$  in (12) is calculated from (13) with  $\mu = 0.01$ . For OFSMC-C<sub>2</sub>, on the other hand,  $k_g$  is chosen as the maximum value obtained with OFSMC-SVM. OFSMC-C<sub>3</sub> has constant  $\lambda_1$  value that is obtained at last with OFSMC-SVM and  $k_g=9.863$  is calculated from (13) for constant  $\lambda_1 = 1.293$ . The initial value of  $\lambda_1(0) = 0.4$  is chosen for OFSMC-SVM.

The boundaries for  $\lambda_1$  is taken as  $\lambda_{1\min} = 0.1$

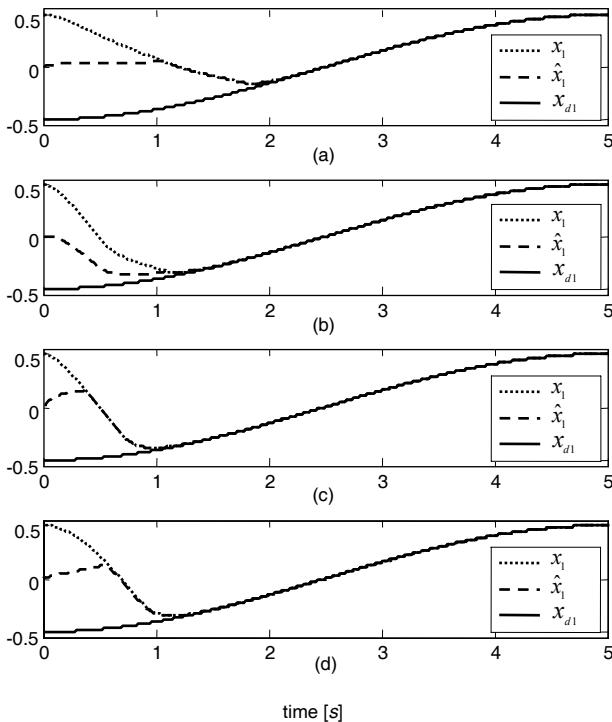


and  $\lambda_{1max} = 5$ . The blending factor in (38) is taken as  $\kappa = 0.1$  and the penalty on the control deviations is  $\rho = 0.001$ .

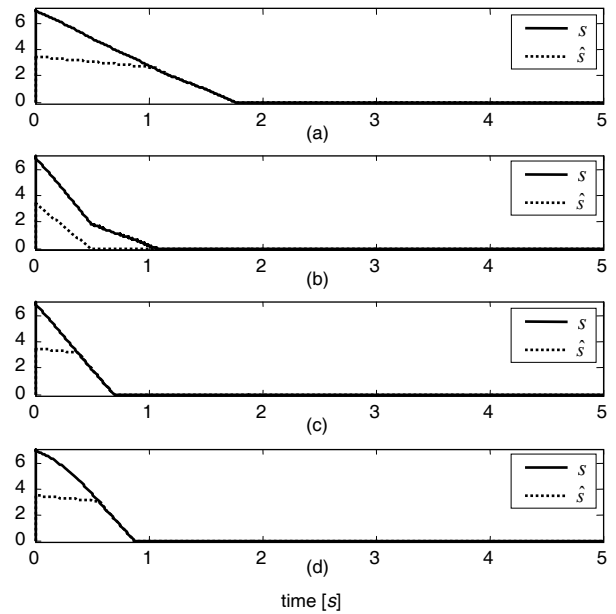
The time responses of estimated system output and actual system output  $y=x_1$  are given in Fig.8. For all the controllers, there is some transient observation error at the beginning of observation as observer initial conditions are inconsistent with those of the plant. But observer states and thus system output estimate approach to its actual value after a finite time.

The sliding surface  $s$  and estimated sliding surface  $\hat{s}$  are plotted in Fig.9. The sliding motion in Fig.9 provides an estimate of the system states. For OFSMC-C<sub>2</sub>, increasing  $k_g$  improves  $t_{reach}(\hat{s})$ . However, this does not improve the observer behavior as can be easily seen from the value of  $t_{reach}(s)$ . The control inputs are also plotted in Fig.10 and chattering is a result of signum function and can be avoided by using a saturation function.

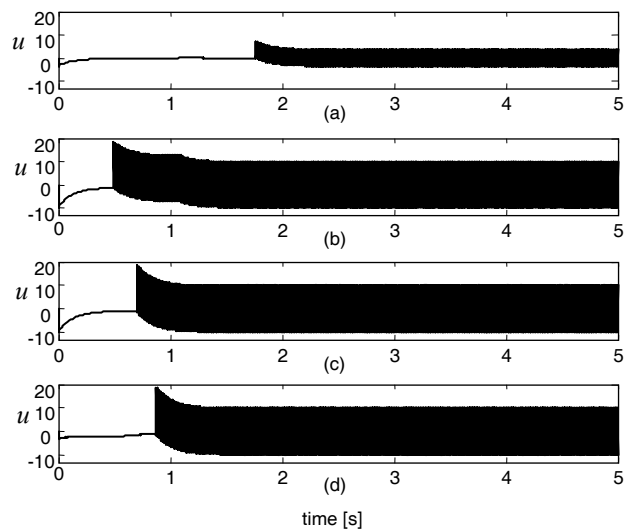
The time-varying behavior of the updated  $\lambda_1(t)$  and calculated  $k_g(t)$  for the proposed OFSMC-SVM controller is plotted in Fig.11. The  $k_g$  is calculated from (13) by using the time-varying  $\lambda_1$  value which is calculated with the proposed method at each  $t_d$  time intervals. At time  $t=0.57$  s the parameters reach their optimum values and stay constant as  $\lambda_1=1.293$  and  $k_g=9.863$  after that time instant.



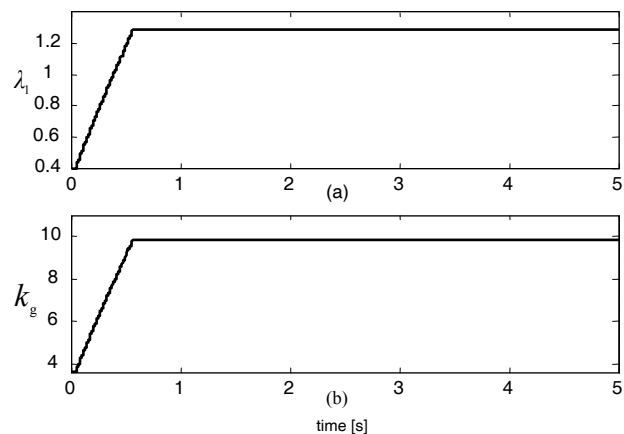
**Figure 8.** Actual, estimated and reference system output  $y=x_1$ : a)OFSMC-C<sub>1</sub>, b)OFSMC-C<sub>2</sub>, c)OFSMC-C<sub>3</sub>, d)OFSMC-SVM.



**Figure 9.** Actual and estimated sliding surface variables: a)OFSMC-C<sub>1</sub>, b)OFSMC-C<sub>2</sub>, c)OFSMC-C<sub>3</sub>, d)OFSMC-SVM.



**Figure 10.** Control inputs: a) OFSMC-C<sub>1</sub>, b) OFSMC-C<sub>2</sub>, c) OFSMC-C<sub>3</sub>, d) OFSMC-SVM.



**Figure 11.** a)  $\lambda_1$ , and b)  $k_g$  for OFSMC-SVM

**Table 1.** Performance indices of the controllers.

	OFSMC- C <sub>1</sub>	OFSMC- C <sub>2</sub>	OFSMC- C <sub>3</sub> k=4	OFSMC- SVM k=4
$t_a(x_1)$	0,964	0,997	0,344	0,534
$t_a(x_2)$	1,132	1,135	0,395	0,605
$t_s(x_1)$	1,836	1,125	0,904	1,075
$t_s(x_2)$	2,125	1,402	1,190	1,352
$t_{reach}(s)$	1,825	1,085	0,895	1,006
$t_{reach}(\hat{s})$	1,775	0,496	0,700	0,876
$\max\{ u \}$	7,234	18,433	18,700	18,632

Finally, the performance indices of the related controllers are given in Table 1. The error bound for the settling time is taken as 5% of the steady state value. In Table 1,  $t_a(x_i)$  is the time that estimated state  $\hat{x}_i$  approach its actual value  $x_i$ ,  $t_s(x_i)$  is the settling time for state  $x_i$ , and  $t_{reach}$  is the reaching time of estimated and actual sliding surface variables. It is seen that only increasing  $k_g$  does not have a positive effect on  $t_a$ . The OFSMC-C<sub>3</sub> represents the obtained values generated by using OFSMC-SVM adaptation scheme. Thus, it has the best observation behavior and settling time performance which shows the constructive tuning strategy of the presented SVM model.

## 6 Conclusion

In this study, output feedback sliding mode control of a nonlinear second order system subject to bounded external disturbances is considered. The novelty of this study is that the support vector machine regression algorithm is firstly used with the output feedback sliding mode controller structure. In this study, the support vector machine regression algorithm is used to adjust the sliding mode observer gains.

By using computer simulations, it is seen that the number of future data points predicted by the support vector machine based model influence both the performance of the system and the magnitude of the control input. Therefore, a proper value for the number of future data points is selected. From the simulation results, it was concluded that the proposed method improves the system trajectory tracking performance and the observer gains. Also, it is shown with the simulations that the stability conditions for the observer gains are satisfied.

Only one of the observer gains is considered in this study. However, the observer gain adjustment mechanism presented in this study can be applied to both observer gains. Also, in the case of higher order systems in the form of the given structure, proposed method can be extended by considering the stability conditions.

## Acknowledgement

This publication is a result of a project carried out over the period 2008-2010. The authors wish to thank The Scientific and Technological Research Council of Turkey (TUBITAK) for financial support (Project No: 107E186).

## References:

- [1] A.S.I. Zinober, An introduction to sliding mode variable structure control, In *Variable Structure and Lyapunov Control* (Zinober, A.S.I., ed.), Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol.193/1994, Springer Verlag, London, 1994, pp.87-107.
- [2] O. Barambones, F.J. Maseda, A.J Garrido, and P. Gomez, A Sliding Mode Control Scheme for Induction Motors Using Neural Networks for Rotor Speed Estimation, *Proceedings of the 5<sup>th</sup> WSEAS International Conference on Instrumentation, Measurement, Control, Circuits and Systems*, Cancun, Mexico, May 11-14, 2005, pp.83-91.
- [3] A. Filipescu, A.L. Stancu, S. Filipescu, and G. Stamatescu, On-line Parameter Estimation in Sliding-mode Control of Pioneer 3-DX Wheeled Mobile Robot, *Proceedings of the 7<sup>th</sup> WSEAS International Conference on Systems Theory and Scientific Computation*, Athens, Greece, August 24-26, 2007, pp.72-77.
- [4] A. Kuzu, S. Bogosyan, and M. Gokasan, Control Strategies for Increased Reliability in MEM Comb Drives, *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> WSEAS International Conference on Applied and Theoretical Mechanics*, Venice, Italy, November 20-22, 2006, pp.213-216.
- [5] I. Haskara, U. Ozguner, and V. Utkin, On sliding mode observers via equivalent control approach, *International Journal of Control*, Vol.71, No.6, 1998, pp.1051-1067.
- [6] G. Ellis, *Observers in control systems: a practical guide*, Academic Press, San Diego, CA, 2002.
- [7] D.G. Luenberger, An introduction to observers, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.AC-16, 1971, pp.596-603.

- [8] F.E. Thau, Observing the state of nonlinear dynamical systems, *International Journal of Control*, Vol. 17, 1973, pp.471-479.
- [9] A. McCann, M.S. Islam, and I. Hussain, Application of a sliding-mode observer for position and speed estimation in switched reluctance motor drives, *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol.37, No.1, 2001, pp.51-58.
- [10] C. Edwards, S.K. Spurgeon, C.P. Tan, and N. Patel, Sliding mode observers, *Lecture Notes in Control & Information Systems*, Vol.367, 2007, pp.221-242.
- [11] S.K. Spurgeon, Sliding mode observers: a survey, *International Journal of Systems Science*, Vol.39, No.8, 2008, pp.751-764.
- [12] S. Drakunov, and V. Utkin, Sliding mode observers: a tutorial, *Proceedings of the 34th IEEE International Conference on Decision and Control*, 1995, pp.3376-3378.
- [13] T. Floquet, and J.-P. Barbot, A canonical form for the design of unknown input sliding mode observers, In *Advances in Variable Structure and Sliding Mode Control* (C. Edwards, C.E. Fossas, L. Fridman, eds.), Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol.334, Springer, Berlin, 2006, pp.271-296.
- [14] C. Unsal, and P. Kachroo, Sliding mode measurement feedback control for antilock braking system, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol.7, No.2, 1999, pp.271-281.
- [15] M.C. Pai, Discrete-time output feedback sliding mode control for uncertain systems, *Journal of Marine Science and Technology*, Vol.16, No.4, 2008, pp.295-300.
- [16] E.H.E. Bayoumi, Speed sensor-less sliding mode control of induction motor drive, *WSEAS Transactions on Circuits and Systems*, Vol.3, No. 8, 2004, pp.1700-1705.
- [17] W. Sangtungong, and S. Sujitjorn, Adaptive Sliding-Mode Speed-Torque Observer. *WSEAS Transactions on Systems*, Vol.5, No.3, 2006, pp.458-466.
- [18] W. Sangtungong, and S. Sujitjorn, Stability Analysis of a Sliding-Mode Speed Observer during Transient State, *Proceedings of the 5<sup>th</sup> WSEAS International Conference on Instrumentation, Measurement, Circuits and Systems*, Hangzhou, China, April 16-18, 2006, pp.135-140.
- [19] J.M. Daly, and D.W.L. Wang, Output feedback sliding mode control in the presence of unknown disturbances, *Systems and Control Letters*, Vol.58, 2009, pp.188-193.
- [20] A. Baz, A neural observer for dynamic systems, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.152, No.2, 1992, pp.227-243.
- [21] I. Chairez, A. Pozynak, and T. Pozynak, New sliding-mode learning law for dynamic neural network observer, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II, Express Briefs*, Vol.53, No.12, 2006, pp.1338-1342.
- [22] W. Yu, Stability analysis of visual servoing with sliding mode estimation and neural computation, *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol.4, No.5, 2006, pp.545-558.
- [23] J. Resendiz, W. Yu, and L. Fridman, Two-stage neural observer for mechanical systems, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II, Express Briefs*, Vol.55, No.10, 2008, pp.1076-1080.
- [24] M. Lee, A sliding mode controller with neural network and fuzzy logic, *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, Vol.1-4, 1997, pp.2414-2417.
- [25] V. Kurkova, and M. Sanguineti, Comparison of worst case errors in linear and neural network approximation, *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol.48, No.1, 2002, pp.264-275.
- [26] S. Tokat, Time-varying sliding surface design with support vector machine based initial condition adaptation, *Journal of Vibration and Control*, Vol.12, No.8, 2006, pp.901-926.
- [27] F.G. Wang, S.K. Park, M.C. Kim, S.J. Choi, and T.S. Yoon, A novel sliding surface design by using support vector machines, *Proceedings of the International Conference on Complex Systems and Applications*, Jinan, China, 2007, pp.1405-1409.
- [28] J.N. Li, Y.B. Zhang, and H.P. Pan, Chattering free LS-SVM Sliding Mode Control, *Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Symposium on Neural Networks*, Beijing, China, 2008, pp.701-708.
- [29] E.M. Jafarov, A New Reduced-order sliding mode observer design method: A triple transformations approach, *Proceedings of the 9<sup>th</sup> WSEAS International Conference on Systems*, Athens, Greece, July 11-13, 2005, pp.1-8.
- [30] S. Iplikci, A comparative study on a novel model-based PID tuning and control mechanism for nonlinear systems, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, doi.10.1002/rnc.1524, 2009.

TOK

Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi

---

50. yıl  
TOK

**OTOMATİK KONTROL ULUSAL TOPLANTISI  
BİLDİRİLER KİTABI  
CİLT 1**

**DERLEYENLER**

Prof. Dr. İbrahim Eksin

Prof. Dr. Ahmet Kuzucu

Doç. Dr. M. Turan Söylemez

Araş. Gör. İlker Üstoğlu

**13-15 KASIM 2008  
İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
MASLAK , İSTANBUL**

# TOK'08

## OTOMATİK KONTROL ULUSAL TOPLANTISI 13-15 KASIM 2008

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
MASLAK, İSTANBUL

### ONURSAL BAŞKAN

Prof. Dr. Mehmet Nimet Özdaş

### TOK BAŞKANI

Prof. Dr. Talha Dinibütün

### TOPLANTI BAŞKANLARI

Prof. Dr. İbrahim Eksin

Prof. Dr. Ahmet Kuzucu

Doç. Dr. M.Turan Söylemez

### DÜZENLEME KURULU

Prof. Dr. Ata Mugan

Yrd. Doç. Dr. Zeki Yağız Bayraktaroğlu

Yrd. Doç. Dr. Serhat İkizoğlu

Öğr. Gör. Dr. Hikmet İskender

Öğr. Gör. Dr. Murat Yeşiloğlu

Öğr. Gör. Yücel Aydın

Y. Müh. Cengiz Celep

Araş. Gör. Veysel Gürkan Anık

Araş. Gör. Dr. Mustafa Resa Becan

Araş. Gör. Dr. Bülent Bölüt

Araş. Gör. M. Seçkin Durmuş

Araş. Gör. Dr. Ali Fuat Ergenç

Araş. Gör. Hakan Ertuğrul

Araş. Gör. Tufan Kumbasar

Araş. Gör. Dr. Ertan Öznergiz

Araş. Gör. İlker Üstoğlu

Araş. Gör. Kürşat Yalçın

Araş. Gör. Yaprak Yalçın

Araş. Gör. Dr. Engin Yeşil

## PROGRAM KURULU

Yrd.Doç. Dr. Davut Akdaş (Balıkesir Ü.)	Doç. Dr. Rahmi Güçlü (YTÜ)
Prof. Dr. Yaman Arkun (Koç Ü.)	Prof. Dr. Levent Güvenç (İTÜ)
Yrd.Doç. Dr. Abdullah Bal (YTÜ)	Prof. Dr. Müjde Güzelkaya (İTÜ)
Prof. Dr. Atalay Barkana (Osmangazi Ü.)	Prof. Dr. Altuğ İftar (Anadolu Ü.)
Yrd. Doç Dr. Murat Barut (Niğde Ü.)	Doç. Dr. Serdar İplikçi (Pamukkale Ü.)
Prof. Dr. Yaşar Becerikli (Kocaeli Ü.)	Prof. Dr. Yorgo İstefanapulos (Işık Ü.)
Doç. Dr. Zafer Bingöl (Kocaeli Ü.)	Yrd. Doç. Dr. Coşku Kasnakoğlu (TOBB ETÜ)
Prof. Dr. Atilla Bir (İTÜ)	Prof. Dr. Ünver Kaynak (TOBB ETÜ)
Prof. Dr. Elbrus M. Caferov (İTÜ)	Prof. Dr. Feza Kerestecioğlu (Kadir Has Ü.)
Prof. Dr. Galip Cansever (YTÜ)	Doç. Dr. Salman Kurtulan (İTÜ)
Yrd. Doç. Dr. Fikret Çalışkan (İTÜ)	Prof. Dr. Kemal Leblebicioğlu (ODTÜ)
Prof. Dr. Hüseyin Demircioğlu (Hacettepe Ü.)	Prof. Dr. Ömer Morgül (Bilkent Ü.)
Prof. Dr. Mübeccel Demirekler (ODTÜ)	Prof. Dr. Canan Özgen (ODTÜ)
Prof. Dr. Yağmur Denizhan (Boğaziçi Ü.)	Doç. Dr. Osman Parlaktuna (Osmangazi Ü.)
Prof. Dr. Murat Doğruel (Marmara Ü.)	Prof. Dr. Bülent Platin (ODTÜ)
Doç. Dr. Mehmet Önder Efe (TOBB ETÜ)	Yrd. Doç. Dr. Erol Şahin (ODTÜ)
Prof. Dr. Yücel Ercan (TOBB ETÜ)	Prof. Dr. Serhat Şeker (İTÜ)
Doç. Dr. Cevat Erdal (İTÜ)	Doç. Dr. Nusret Tan (İnönü Ü.)
Prof. Dr. Abdülkadir Erden (Atılım Ü.)	Prof. Dr. Hakan Temeltaş (İTÜ)
Yrd.Doç.Dr.O.Kaan Erol (İTÜ)	Yrd. Doç. Dr. Sezai Tokat (Pamukkale Ü.)
Doç. Dr. Şeniz Ertuğrul (İTÜ)	Doç. Dr. Ahmet Uçar (Fırat Ü.)
Doç. Dr. Veysel Gazi (TOBB ETÜ)	Prof. Dr. Erol Uyar (Dokuz Eylül Ü.)
Prof. Dr. Metin Gökaşan (İTÜ)	Doç. Dr. Mustafa Ünel (Sabancı Ü.)
Prof. Dr. Leyla Gören (İTÜ)	Prof. Dr. İbrahim Yüksel (Uludağ Ü.)
Yrd. Doç. Dr. Haluk Görgün (YTÜ)	Prof. Dr. Önder Yüksel (ODTÜ)
Doç. Dr. Fuat Gürleyen (İTÜ)	Yrd. Doç. Dr. Erkan Zergeroğlu (GYTE)



TOK

Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi

**Rexroth**  
Bosch Group



**Endüstri&Otomasyon**  
AYLIK ELEKTRİK, ELEKTRONİK, MAKİNA, BİLGİSAYAR VE KONTROL SİSTEMLERİ DERGİSİ



OTOMATİK  
KONTROL VAKFI



**İTÜ** – İstanbul Teknik Üniversitesi

**TOK** – Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi

**BOSCH REXROTH** - Bosch Rexroth Otomasyon San. ve Tic.A.Ş.

**ENTEK SMC**

**ENDÜSTRİ&OTOMASYON** – Aylık Elektrik Elektronik Bilgisayar ve Kontrol Sistemleri Dergisi

**TUBİTAK** – Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu

**OKV** – Otomatik Kontrol Vakfı

**OTOKON** – İTÜ Kontrol ve Otomasyon Kulübü

## Başlangıç Koşullarına Göre Parametreleri Ayarlanan Açısal Bilgiye Dayalı Kayma Kipli Bulanık Kontrolör Tasarımı

Sezai Tokat<sup>1</sup>, Seçil Aydın<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Bilgisayar Mühendisliği Bölümü  
Pamukkale Üniversitesi, Denizli  
{stokat, saydin}@pamukkale.edu.tr

### Özetçe

Bulanık mantıktan kayma kipli kontrol başarımını iyileştirmek için farklı şekillerde yararlanılmaktadır. Bu çalışmada, ikinci derece sistemler için kayma yüzeyi dönme hareketini açılı bilgisi ile yerine getiren kayma kipli kontrolöre ait bir tasarım parametresinin elde edilmesinde bulanık mantık kontrol tekniğinden yararlanılması üzerinde durulmuştur. Elde edilen parametre ayarlama yöntemi sayesinde kontrol işaretinin genliğini geleneksel yapıya göre çok değiştirmeden sistem başarımının iyileştirilmesi ve ulaşma zamanının kısaltılması amaçlanmaktadır. Sonuçlar doğrusal olmayan bir sistem modeli üzerinde farklı iki başlangıç noktası alınarak oluşturulan benzetimler ile gösterilmiştir. Her başlangıç koşulu için aynı sabit tasarım parametresinin kullanılması sonucunda açısal bilgiye dayalı kayma kipli kontrolör için yavaş veya hızlı döndürme düzenlerinin elde edildiği ve bunun da düşük veya yüksek kontrol genliği işareti sorununu oluşturduğu görülmüştür. Elde edilen ayarlama mekanizması ile bu sorunun çözüldüğü ve hem başarım ölçütlerinin hem de ulaşma zamanının yine geleneksel kayma kipli kontrolöre göre daha iyi değerlerde elde edildiği gözlenmiştir.

### 1. Giriş

Geleneksel kayma kipli kontrol, sınırlı parametre belirsizlikleri ve yine sınırlı dış bozucular altında çalışan karmaşık, yüksek derece, doğrusal olmayan dinamik sistemler için gürbüz kontrolör tasarımında kullanılabilecek belirgin, doğrusal olmayan, dayanıklı ve kolay uygulanabilir bir yöntemdir [1]. Yüksek hızlı, doğrusal olmayan bir geribesleme ile önceden belirlenen bir kayma yüzeyi üzerinde zamanda süresiz bir şekilde anahtarlama yapılarak elde edilen kayma kipi, sistemin önceden belirlenen anahtarlama yüzeylerine ulaşmasını ve orada kalmasını sağlayacak kontrol kurallarının oluşturulması ile sağlanır.

Kayma kipli kontrolör başarımında en önemli etken uygun bir kayma yüzeyinin elde edilmesidir. Bu amaçla literatürde kayma yüzeyi tasarımı ile ilgili yapılmış birçok çalışma bulunmaktadır. İkinci derece sistemler için doğrusal zamanla değişen [2, 3], doğrusal olmayan [4] farklı kayma yüzeyi tasarımları yapılmıştır. Tüm bu çalışmalarda kayma yüzeyi parametrelerinin seçimi doğrudan başlangıç koşullarına bağlıdır ve bu yüzden iyi bir başarım elde edebilmek için farklı bir başlangıç noktası söz konusu olduğunda kayma yüzeyi parametrelerinin de bu başlangıç noktasına göre yeniden ayarlanması gerekmektedir.

Günümüzde bulanık mantık kontrol yöntemleri, mühendislik bilimlerinde PID kontrol gibi geleneksel matematiksel yöntemlerle etkin olarak çözülemeyecek daha geniş sınıftaki problemlerin çözümüne bilgisayara dayalı kontrol yaklaşımları uygulanmasını sağlayan standard bir araç konumundadır [5]. Kararlılık ve uygun başarım ölçütlerini sağlamak amacı ile bulanık mantık ve kayma kipli kontrol konularının bütünleştirilmesi kontrol araştırmalarının aktif bir alanını oluşturmaktadır [6]. Bu çalışmalardan bir bölümü geleneksel kayma kipli kontrol stratejilerini kullanır ve bir şekilde kontrol düzeneğini basitleştirme veya geliştirme amacı ile bulanık mantık kuramından yararlanır [7]. Örneğin kayma yüzeyinin [8, 9] ve süresiz kontrol kuralının [10] bulanık mantık kuralları yardımı ile yeniden tanımlandığı çalışmalar bulunmaktadır. Bu tip kontrol yapıları kayma kipli bulanık kontrolör [11] ya da dolaylı yaklaşım [12] olarak adlandırılır.

Bu çalışmada, kayma kipli bulanık kontrolör tasarımı ile başlangıç koşullarına göre kontrolör parametrelerinin başarımı geleneksel kayma kipli kontrolöre göre daha iyi yapacak şekilde ayarlanması amaçlanmaktadır. Çalışmanın ikinci bölümünde açısal dönme düzenine sahip kayma kipli kontrol yöntemi ele alınmıştır. Üçüncü bölümde ise başlangıç koşullarına göre sistem parametrelerinin ayarlanmasını sağlayan kayma kipli bulanık kontrol yapısı önerilmiştir. Elde edilen başarım iyileştirmeleri dördüncü bölümde doğrusal olmayan ikinci derece bir sistem modeli üzerinde oluşturulan benzetim çalışmaları ile verilmiştir.

### 2. Açısal Dönme Düzenine Sahip Kayma Kipli Kontrol

Doğrusal olmayan ikinci derece tek girişli bir sisteme ait kanonik biçimli gösterim, giriş kanalının bozuculardan etkilenmediği durumda parametre belirsizlikleri  $\Delta f(\mathbf{x})$  ve dış bozucular  $d(t)$  olarak tanımlanarak

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= (f(\mathbf{x}) + \Delta f(\mathbf{x})) + g(\mathbf{x})u(t) + d(t)\end{aligned}\quad (1)$$

şeklinde verilebilir [13]. İzleme problemi ele alındığında kayma kipli kontrolör için literatürde tasarlanmış sistem hata durumlarına göre doğrusal ve zamanla değişen kayma yüzeyleri (1) sistemi için

$$s(\mathbf{e}, t) = \mathbf{c}^T(t)\mathbf{e}\quad (2)$$

şeklinde alınabilir [2]. Burada  $\mathbf{e}=[e_1, e_2]^T$  hata durum vektörü,  $e_i = x_i - x_{di}$   $i$ . hata durum değişkeni,  $x_{di}$  izlenmesi istenen  $i$ .



durum yörüngesi ve  $\mathbf{c}(t)=[c_1(t),1]^T$  ise sistem davranışını belirleyen zamanla değişen kayma yüzeyine ait tasarım parametresidir. Denklem (2)'deki bu tasarım parametresi farklı şekillerde zamanla değişken yapılarak geleneksel kayma kipli kontrol yapısına göre başarımlı iyileştirmeleri elde edilebilmektedir [2, 14]. Bu yöntemlerden birisi de hata durum uzayındaki son ulaşılabilecek kayma yüzeyi ile sistem hata durumlarının belirli bir andaki konumu arasındaki açı miktarını kayma yüzeyi parametresini uygun şekilde tanımlayarak zamanla değiştirme ve böylece bir dönme hareketi elde etme düşüncesidir [15]. Bu düşünce ile kayma yüzeyi parametresi

$$c_1(t)=\begin{cases} l_1 \tan(\alpha(t))+l_0, & t_k \leq t < t_f \\ c_f, & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (3)$$

şeklinde alınmıştır [15]. Burada  $\tan(\cdot)$  tanjant fonksiyonu,  $l_0$  ve  $l_1$  doğrusal öteleme ve doğrusal ölçekleme parametreleri,  $t_k$  ve  $t_f$  sırası ile hata durum uzayında sistem durumlarının kararlı bölgeye girdikleri ve en son kullanılacak kayma yüzeyi değerine ulaştıkları anlar ve  $c_f$  ise  $c_1(t)$  parametresinin  $t_f$  anında ulaştığı değerdir. Denklem (3)'te açısız bilginin kullanılmasını sağlayan  $\alpha(t)$  ise zamanın bir fonksiyonu olarak

$$\alpha(t)=\alpha_1 \frac{t}{t_f-t_k} + \alpha_0 \quad (4)$$

şeklinde tanımlanmıştır [15]. Burada  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  sırasıyla açısız öteleme ve açısız ölçekleme parametreleridir. Eğer  $\alpha_1$  genlik değeri büyük seçilirse kayma yüzeyi parametresinin zamana göre açısız değişimi hızlanır. Bu ise zamana göre doğrusal olmayan bir değişim elde edilmesini sağlar. Küçük  $\alpha_1$  genlikleri ile küçük açısız değişimler elde edilir ve kayma yüzeyi  $l_0$  ve  $l_1$  etkisi altında doğrusal olarak değişimini sürdürür. Açısız öteleme parametresi  $\alpha_0$  ise  $\alpha_1$ 'in işaretine bağlı olarak uygun bir dönme hareketi sağlayacak şekilde seçilmelidir. Sistem durumlarını  $t_k$  ve  $t_f$  anlarında kayma yüzeyi üzerinde tutmak için doğrusal öteleme ve doğrusal ölçekleme parametreleri

$$l_1 = \frac{c_1(t_k) - c_f}{\tan(\alpha(t_k)) - \tan(\alpha(t_f))} \quad (5)$$

$$l_0 = c_1(t_k) - l_1 \cdot \tan(\alpha(t_k))$$

şeklinde seçilmelidir [15]. Kayma yüzeyi üzerinde bulunduğumuz varsayımı altında (2)'de verilen  $s(\mathbf{e},t)$  kayma yüzeyi değişkeninin türevi alınırsa ve parametre belirsizlikleri ve dış bozucular ihmal edilirse

$$\dot{s} = \dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} = 0 \quad (6)$$

denklemi yazılabilir. Burada  $g \neq 0$  ve  $\dot{x}_{1d} = x_{2d}$  varsayımı altında eşdeğer kontrol kuralı

$$u_{eq}(t) = -\frac{1}{g}(\dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + f - \dot{x}_{2d}) \quad (7)$$

olarak elde edilir [15]. Eşdeğer kontrol kuralı ile sistem durumlarının kayma yüzeyine doğru hareketi sağlanmış olur.

Kayma yüzeyi üzerindeki çattırlı hareketi sağlamak için toplam kontrol kuralı  $u(t)$

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_n(t) \quad (8)$$

şeklinde tasarlanabilir. Burada  $u_n(t)$  süresiz kontrol kuralıdır. Aday bir Lyapunov fonksiyonu olarak  $V=1/2\sigma^2$  seçilirse, bu fonksiyonun türevinin sistem durumlarına ait tüm yörüngeler boyunca

$$\dot{V} = s(\dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + (f(\mathbf{x}) + \Delta f(\mathbf{x})) + g(\mathbf{x})u(t) + d(t) - \dot{x}_{2d}) \leq -\eta|s| \quad (9)$$

şeklinde verilen ulaşma koşulunu sağlaması gerekir. Buradan gerekli hesaplamalar yapılırsa toplam kontrol kuralı

$$u(t) = -\frac{1}{b}(\dot{c}_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + f - \dot{x}_{2d} + k \cdot \text{sgn}(\sigma)) \quad (10)$$

olarak elde edilebilir [15]. Burada  $k$  süresiz kontrol kazancıdır ve (9) ulaşma koşulunu sağlayacak şekilde parametre belirsizlikleri ve dış bozucuların sınır genliklerine bağlı olarak bulunur. Geleneksel kayma kipli kontrolöre ait kontrol kuralı (10)'da  $\dot{c}_1$  değeri sıfır alınarak elde edilebilir. (3)'te verilen açısız bilgiye dayalı kayma yüzeyi parametresi için  $\dot{c}_1$  değeri

$$\dot{c}_1(t) = \begin{cases} \frac{l_1 \alpha_1}{t_f - t_k} \sec^2(\alpha(t)), & t_k \leq t < t_f \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (11)$$

olarak hesaplanır [15]. Burada  $\sec(\cdot)$  sekant fonksiyonudur.

### 3. Önerilen Kayma Kipli Bulanık Kontrolör

Açısız bilgi ile dönme hareketinin elde edildiği yapıda açısız öteleme  $\alpha_0$ , açısız ölçekleme  $\alpha_1$  ve son ulaşılabilecek  $c_f$  kayma yüzeyi değerine ulaşma anı  $t_f$  tasarım parametreleridir. Bu tasarım parametrelerinin seçimine göre sistem başarımlı değişecektir. Ayrıca (4) denkleminden dolayı  $\alpha_1$  ve  $t_f$  zaman ile çarpıldığı için açının değişim miktarını yani kayma yüzeyi dönme hızını belirlemektedir. Bu durumda (10) ve (11)'den görüldüğü gibi  $\alpha_1$  ve  $t_f$  parametrelerine bağlı olarak kontrol işaretinin eşdeğer kontrol terimine geleneksel kayma kipli kontrolörde olmayan ek bir terim etki etmektedir. Bu ise kontrol işareti genliğinin kayma yüzeyi parametresinin değişim hızına bağlı olarak farklılaşmasına neden olur.

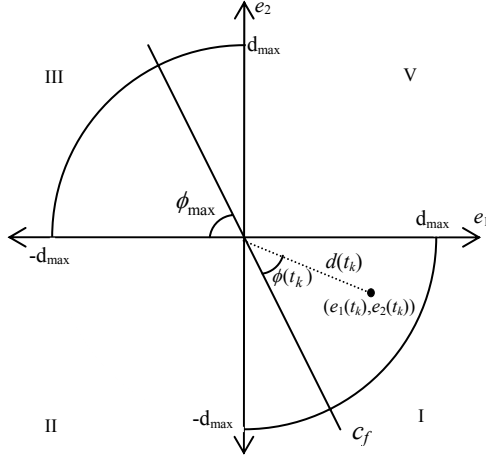
Bu çalışmada  $t_f$  tasarım parametresinin sistem başarımlı etkisi üzerinde durulmuştur. Başlangıç koşullarının Şekil 1'de verilen hata faz düzleminin kararlı bölgeleri olan birinci ve üçüncü çeyreklerinde olduğu varsayılmış ( $t_k=0$ ) ve çalışma uzayı Şekil 1'deki gibi hata durum uzayının orijin noktasından  $d_{\max}$  uzaklıktaki dairesel bir bölgede varsayılmıştır. Ayrıca başlangıçta yapılacak en büyük açının  $e_2=0$  eksenini üzerinden olacağı düşünüldüğünde dönme işlemi için kullanılacak maksimum açı miktarı Şekil 1'deki gibi  $\phi_{\max}$  olarak tanımlanmıştır. Şekil 1'den görülebileceği gibi  $\phi_{\max}$  son ulaşılabilecek kayma yüzeyi olan  $c_f$ 'e bağlı olarak

$$\phi_{\max} = a \tan(c_f) \quad (12)$$

olarak hesaplanabilir. Başlangıç koşullarının orijine olan uzaklığı ise

$$d(t_k) = \sqrt{e_1^2(t_k) + e_2^2(t_k)} \quad (13)$$

olarak hesaplanabilir. Başlangıç koşullarının orijinden olan  $d$  uzaklığı sistem çalışma bölgesini içine alacak şekilde istenildiği gibi seçilebilir.

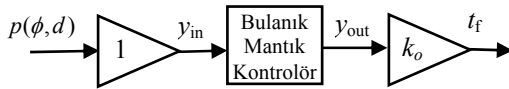


Şekil 1: Kayma kipli bulanık kontrolöre ait başlangıç koşullarının değişim aralığının gösterilmesi

Bu çalışmada sistem başlangıç koşullarından hesaplanan  $\phi(t_k)$  ve  $d(t_k)$  değerleri kullanılarak açılal dönme parametresi olan  $t_f$ 'in elde edilmesi amaçlanmaktadır. Bunun için

$$p(\phi, d) = 0.5 \frac{\phi(t_k)}{\phi_{\max}} + 0.5 \frac{d(t_k)}{d_{\max}} \quad (14)$$

şeklinde yeni bir değişken tanımlanmıştır. Burada  $p(\phi, d) \in (0, 1]$  olacağı kolayca görülebilir. Bu yeni değişken Şekil 2'de görselleştirildiği gibi herhangi bir giriş ölçekleme faktörü kullanmaksızın tek giriş-tek çıkışlı bir bulanık mantık kontrolörün girişi olarak kullanılırsa bu değere bakarak  $k_o$  çıkış ölçekleme faktörü yardımı ile  $t_f$  değerleri bulanık kurallarla belirlenebilir.



Şekil 2: Sistem parametresi  $t_f$ 'in elde edilmesi için kullanılan tek giriş-tek çıkışlı bulanık mantık kontrolör

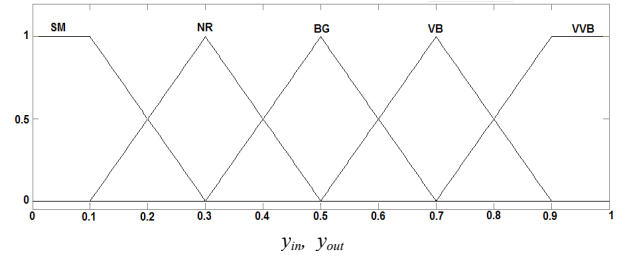
(14)'te tanımlanan  $p(\phi, d)$  değeri büyük değerler aldıkça açılal olarak hareket edilecek uzaklığında arttığı ortadadır. Öyleyse bu değer arttıkça sistemin kontrol işaretinin aşırı artmasını önlemek için  $t_f$ 'i de arttırmak gerekecektir. Bu durumda bulanık mantık kontrol kuralları Tablo 1'de olduğu gibi seçilebilir.

Kural tablosundaki giriş ve çıkış işaretlerine ait üyelik fonksiyonları Şekil 3'te verildiği gibi  $[0, 1]$  söylem uzayı içerisinde tanımlanmıştır. Simetrik ve düzgün dağılmış üçgen ve yamuk üyelik fonksiyonları kullanılmıştır. Dilsel etiketler {SM, NR, BG, VB, VVB} sırası ile {Küçük, Normal, Büyük,

Çok Büyük ve Çok Fazla Büyük} ifadelerine karşı düşmektedir. Giriş işaretimiz doğrudan  $[0, 1]$  aralığında olmasına karşın  $t_f$  değerini elde etmek amacı ile kullanılan sistem dinamiklerine bağlı olarak  $k_o$  gibi bir çıkış ölçekleme faktörü belirlenmesi gerekmektedir.

Tablo 1: Bulanık mantık kural tablosu

$p(\phi, d)$	SM	NR	BG	VB	VVB
$y_{out}$	SM	NR	BG	VB	VVB



Şekil 3: Giriş ve çıkış işaretleri için kullanılan üyelik fonksiyonları

#### 4. Benzetim Sonuçları

Önerilen yöntemin başarımını incelemek amacı ile ters sarkaç sisteminden elde edilen ve sonsuz uzunlukta hareket alanı varsayımı altında sadece açılal bilgisinin kontrolünün ele alındığı doğrusal olmayan

$$\ddot{\theta} + 0.5\dot{\theta} + 3.5 \cos(\theta) = u(t) + d(t) \quad (15)$$

sistem modeli ele alınmıştır [16]. Bu denklemde  $\theta = x_1$ ,  $\dot{\theta} = x_2$  olarak tanımlanırsa

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -0.5x_2 - 3.5 \cos(x_1) + u(t) + d(t) \end{aligned} \quad (16)$$

sistem modeli elde edilir. Sistem üzerinde parametre belirsizliklerinin etkisini görmek amacı ile  $f(\mathbf{x}) = -0.5x_2 - 3.5 \cos(x_1)$  üzerine etkiyen sınırlı parametre belirsizlikleri, zamana ve sistem durumlarına bağlı olarak

$$\Delta f(\mathbf{x}) = -0.2x_2 \sin(t) - 0.3 \cos(x_1) \quad (17)$$

şeklinde modellenmiştir. İzleme problemi ele alınmış ve istenen durum yörüngeleri

$$\begin{aligned} x_{d1} &= \sin(0.2t) \\ x_{d2} &= 0.2 \cos(0.2t) \end{aligned} \quad (18)$$

olarak alınmıştır. Sistem üzerine etkiyen dış bozucular ise sistem karakteristiğine göre daha yüksek frekanslı bir periyodik işaret seçilmiş ve

$$d(t) = 2 \sin(20t) \quad (19)$$

olarak alınmıştır. Benzetimler için sabit adım boyu kullanılmış, diferansiyel denklem çözümleri için ikinci-üçüncü derece Runge-Kutta çiftini kullanan yöntem tercih edilmiş ve örnekleme aralığı olarak 0.001s alınmıştır. Bulanık mantık ile elde edilen başlangıç koşullarına göre  $t_f$

parametresinin ayarlanması yönteminin sağladığı faydayı göstermek için, iki farklı başlangıç noktası seçilerek benzetimler koşturulmuştur.

Benzetimler, geleneksel sabit kayma yüzeyine sahip kayma kipli kontrolör (SMC-Geleneksel), önerilen açısız kayma yüzeyine sahip ve  $t_f$  parametresinin bulanık mantık ile ayarlandığı yöntem (SMC-Bulanık) ve açısız kayma yüzeyine sahip fakat her başlangıç noktası için aynı  $t_f$  değeri kullanan kayma kipli kontrolör (SMC-Sabit) için koşturulmuştur. Tüm benzetimlerde SMC-Bulanık için çıkış ölçekleme faktörü  $k_o=20$  olarak alınmış, SMC-Sabit için  $t_f$  değeri 10 olarak SMC-Bulanık kontrolöre ait olabilecek  $t_f$  değerlerinin orta noktası olarak sabit seçilmiştir. Yine tüm benzetimlerde bütün kontrolörler için  $c_1=10$  olarak seçilmiştir.

Benzetimler ilk olarak  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için  $[0, 12]$  s aralığında koşturulmuştur. Bu başlangıç koşullarında  $(\phi(t_k), d(t_k))=(0.2494, 0.5)$  değerindedir. Bu değerleri giriş olarak kullanan SMC-Bulanık'a ait bulanık mantık kontrolör bloğundan  $t_f=4.47$  olarak hesaplanmıştır. Elde edilen sistem durumlarının zamana göre değişimi Şekil 4'te verilmiştir. SMC-Geleneksel için  $x_1$  ve  $x_2$  değerindeki bozucu işaret ve parametre belirsizliklerine olan duyarlılık rahatça görülmektedir.

Hata durum uzayı gösterilimi Şekil 5'te verilmiştir. Geleneksel kayma yüzeyine ulaşana kadar sağlanan açısız dönme hareketi sayesinde sistem durumlarının SMC-Bulanık ve SMC-Sabit ile yumuşak bir harekete sahip olduğu, SMC-Bulanık için ayarlanan  $t_f$  parametresinin sistemi daha hızlı bölgeye doğru çektiği gözlenmektedir. Şekil 6'daki kontrol işaretlerinde de görüldüğü gibi SMC-Sabit kontrol işareti genliğinin SMC-Geleneksel'den daha küçük genlikte olduğu görülmektedir. SMC-Bulanık ise daha küçük  $t_f$  değeri kullandığı için dönme hareketini de daha hızlı elde etmektedir. Bu ise kayma yüzeyi türevine ait ifadenin büyümesini ve sistem durumlarının daha hızlı bölgeye gelmesi ve aynı zamanda kontrol işaretinin genliğinin de bir miktar artması anlamına gelmektedir. Bu etki bir sonraki başlangıç koşulu için verilen benzetimde daha iyi görülecektir. Başarım ölçütleri Tablo 2'de verilmiştir. Tablodan görüldüğü gibi SMC-Bulanık sayesinde elde edilen  $t_f$  değeri ile SMC-Sabit'ten daha iyi başarımlar sağlanmıştır.

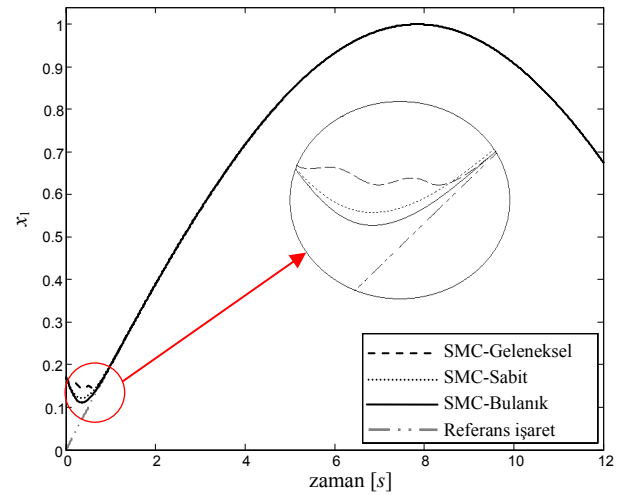
Ele alınan kayma kipli kontrol düzenlerine ait kayma yüzeyi parametreleri Şekil 7'de verilmiştir. Görüldüğü gibi zamanda doğrusal olarak değiştirilen kayma yüzeyi açısı ile kayma yüzeyi parametresi doğrusal olmayan bir biçimde değişim göstermektedir.

Kayma yüzeyi değişkeninin zamana göre davranışı Şekil 8'de verilmiştir. Başlangıç koşulları kararlı bölgede olduğu için  $t_k=0$  olmakta ve bu andan itibaren kayma fazı başlamaktadır. Eğer başlangıç koşulları kararsız bölgede seçilirse kayma fazı kararlı bölgeye girildiği ilk anda başlar.

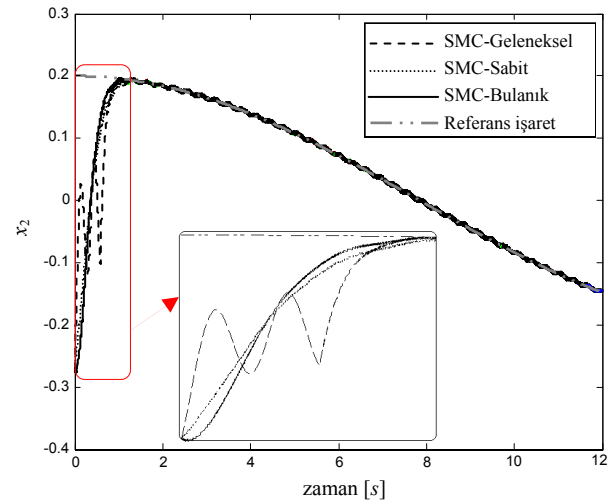
İkinci olarak  $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$  başlangıç noktası seçilerek ayarlama mekanizmasının faydası daha açık gösterilmeye çalışılacaktır. Benzetimler  $[0, 20]$  s aralığında koşturulmuştur. Bu başlangıç koşullarında  $(\phi(t_k), d(t_k))=(1.471, 2)$  değerindedir ve görüldüğü gibi ilk seçilen başlangıç noktasına göre daha büyük açı ve uzaklık değerlerine sahiptir. Bu değerleri giriş olarak kullanan SMC-Bulanık'a ait bulanık mantık kontrolör bloğundan  $t_f$  parametresi 18.40 olarak ilk başlangıç koşuluna göre daha büyük değerde hesaplanmıştır. Şekil 9'da verilen hata durum uzayından görüldüğü gibi  $t_f$  parametresinin ayarlanması bu

defa dönme hareketinin yavaşlamasına neden olmaktadır. Kayma yüzeyi parametresinin zamana göre değişimi ise Şekil 10'da verilmiştir. Burada SMC-Sabit için ilk seçilen başlangıçta noktası için aynı  $t_f$  değeri kullanıldığı için Şekil 7'deki ile aynı  $c_1(t)$  değişimi elde edilmiştir. SMC-Bulanık için ise parametrenin daha yavaş değiştiği Şekil 7 ile karşılaştırılarak kolayca görülebilir. Tablo 3'te de görüldüğü gibi bu değişim başarımlar ölçütlerinde SMC-Sabit'e göre bir miktar düşüğe neden olsa da SMC-Sabit için dönme hareketinin ilk başlangıç noktasına göre gereğinden hızlı yapılması sonucu oluşan kontrol kuralı genliğindeki aşırı artış önlenmiştir.

Kontrol kuralları Şekil 11'de verilmiştir. Burada SMC-Sabit ve SMC-Bulanık için başlangıçtan itibaren sistem durumlarının kayma yüzeyi üzerinde olması sonucu sürekli kontrol teriminin devreye girmesi ile kontrol işareti çatırtı yaparak ilerlemektedir. Şekil 11'de SMC-Sabit ile başlangıçta oluşan kontrol işaretindeki genlik artışı ve SMC-Bulanık ile böyle bir sorunun olmadığı görülebilmektedir.

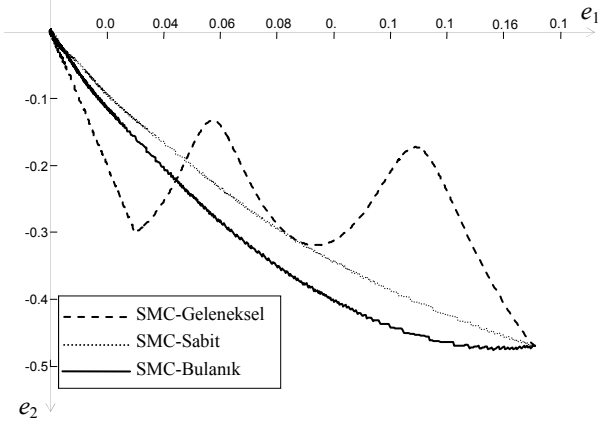


(a)

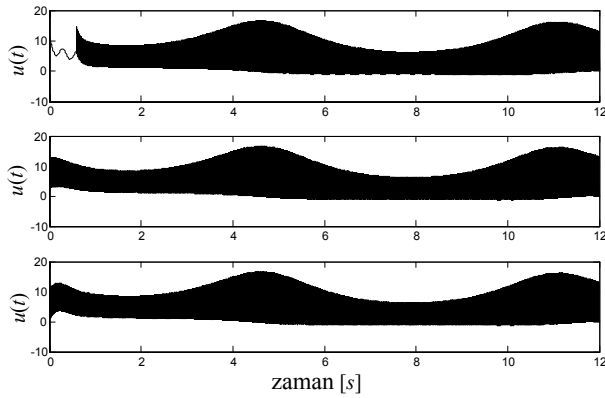


(b)

Şekil 4:  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için sistem durumlarının zamana göre değişimi: a)  $x_1(t)$ , b)  $x_2(t)$



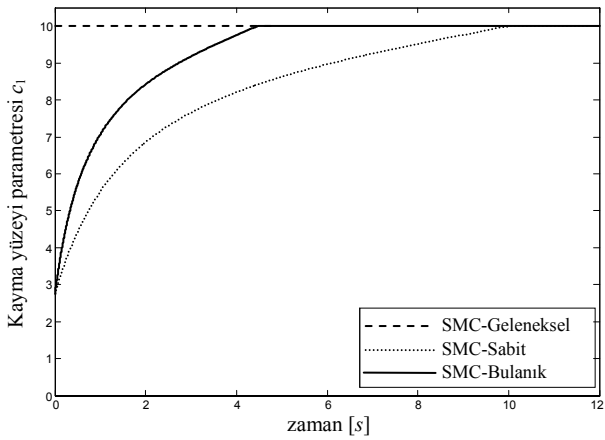
Şekil 5:  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için hata durum uzayı yörüngesi



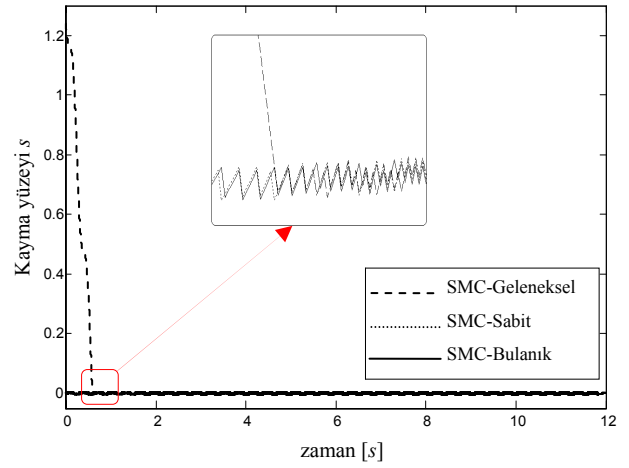
Şekil 6:  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için kontrol işaretleri  
a) SMC-Geleneksel, b) SMC-Sabit, c) SMC-Bulanık

Tablo 2:  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için elde edilen başarımlar ölçütleri

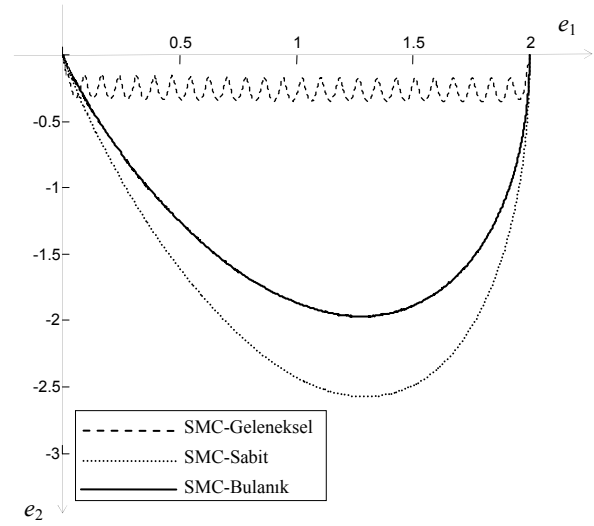
	IAE( $e_1$ )	ITAE( $e_1$ )	$t_s(e_1)$	$\max\{ u \}$	$t_{reach}$
SMC-Geleneksel	0.059	0.0184	0.501	16.652	0.581
SMC-Sabit	0.048	0.0157	0.358	16.643	0
SMC-Bulanık	0.042	0.0125	0.311	16.651	0



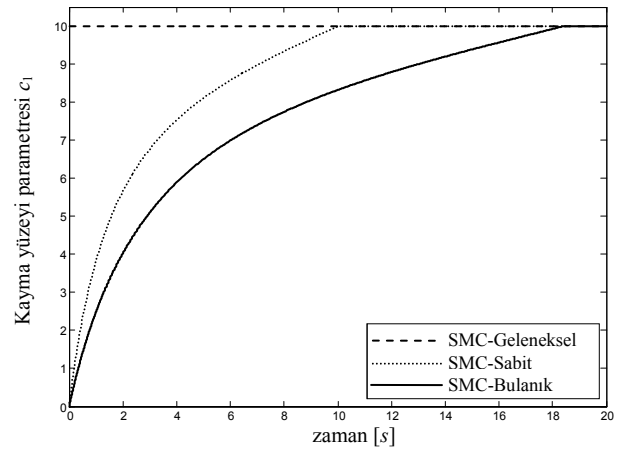
Şekil 7:  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için kayma yüzeyi parametresi  $c_1$ 'in zamana göre değişimi



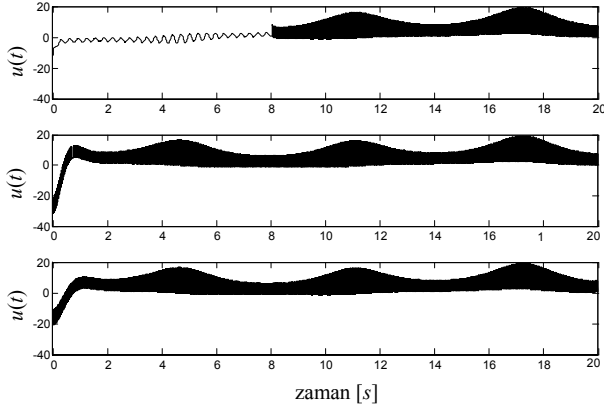
Şekil 8:  $(x_1(0), x_2(0))=(0.171, -0.270)$  için kayma yüzeyi değişkeninin zaman davranışı



Şekil 9:  $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$  için hata durum uzayı yörüngesi



Şekil 10:  $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$  için kayma yüzeyi parametresi  $c_1$ 'in zamana göre değişimi.



Şekil 11:  $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$  için kontrol işaretleri:  
a) SMC-Geleneksel, b) SMC-Sabit, c) SMC-Bulanık

Tablo 3:  $(x_1(0), x_2(0))=(2.0, 0.2)$  için elde edilen başarımlar ölçütleri

	$\int  AE(e_1) $	$\int  TAE(e_1) $	$t_s(e_1)$	$\max\{ u \}$	$t_{reach}$
SMC-Geleneksel	8.056	21.417	7.850	19.309	8.016
SMC-Sabit	1.157	0.455	1.353	31.637	0
SMC-Bulanık	1.521	0.779	1.747	20.726	0

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada, bulanık mantık tekniğinden yararlanarak açısal dönme düzenine sahip kayma kipli kontrolörün başlangıç koşullarına göre parametre ayarı yapılması üzerinde durulmuştur. Yapılan çalışma sayesinde farklı başlangıç koşulları için koşturulan sistemin hata faz düzleminde kontrol genliği ve sistem başarımı arasındaki ödünleşimi göz önüne alarak uygun parametre seçimini sağladığı farklı başlangıç noktaları ile yapılan benzetimler sonucunda görülmüştür. Bu çalışmada ayarlanacak parametre olarak dönme hareketinin sona erdiği an ele alınmıştır. Bunun yanında açısal dönme düzenine sahip kayma kipli kontrolörün diğer parametreleri el ile ayarlanmış ve tüm başlangıç koşulları için sabit olarak seçilmiştir. Bu parametrelerin tümünü ele alacak bir ayarlama mekanizması daha iyi başarımlar elde edilebilir. Yine bulanık mantık kontrolöre ait üyelik fonksiyonları simetrik ve düzgün dağılmış yapıda seçilmiştir. Bu değerler üzerinde sistem dinamiklerine uygun seçim yapılarak başarımlar iyileştirilebilir.

## 6. Teşekkür

Bu çalışma 107E186 numaralı TÜBİTAK bilimsel araştırma projesine dayanmaktadır. TÜBİTAK'a katkılarından dolayı teşekkür ederiz

## 7. Kaynakça

[1] V.I. Utkin ve H.-C. Chang, "Sliding Mode Control on Electro-mechanical Systems," *Mathematical Problems in Engineering*, Cilt: 8, No: 4-5, s: 451-473, 2002.  
[2] A. Bartoszewicz, "A comment on 'A time-varying sliding surface for fast and robust tracking control of second

order uncertain systems," *Automatica*, Cilt: 31, No. 12, s: 1893-1895, 1995.  
[3] S. Tokat, İ. Eksin ve M. Güzelkaya, "A New Design Method for Sliding Mode Controllers using a Linear Time-varying Surface," *Journal of Systems and Control Engineering*, Cilt: 216, No:6, s: 455-466, 2002.  
[4] A. Ghaffari ve M. J. Yazdanpanah, "Computing Optimized Nonlinear Sliding Surfaces," *Proc. Of the 20th Chinese Control and Decision Conference (CCDC'08)*, Yantai, Çin Halk Cumhuriyeti, s: 5273-5278, 2-4 Temmuz 2008.  
[5] K. Michels, F. Klawonn, R. Kruse ve A. Nürnberger, *Fuzzy Control: Fundamentals, Stability and Design of Fuzzy Controllers (Studies in Fuzziness and Soft Computing)*, Springer-Verlag New York Inc., Secaucus, NJ, ABD, 2006.  
[6] S. Tokat, İ. Eksin ve M. Guzelkaya, "Fuzzy Sliding Mode Controllers and Sliding Mode Fuzzy Controllers: A Survey" *The Third Triennial ETAI International Conference on Applied Automatic Systems (AAS 2003)*, Ohrid, Makedonya, 2003.  
[7] X. Zhang ve Z. Man, "A new Fuzzy Sliding Mode Control Scheme," *Proc. of the 3rd World Congress on Intelligent Control and Automation*, Hefei, Çin Halk Cumhuriyeti, 28 Haziran-2 Temmuz 2000, s:1692-1696, 2000.  
[8] E. Iglesias, Y. Garcia, M. Sanjuan, O. Camacho ve C. Smith, "Fuzzy surface-based sliding mode control," *ISA Transactions*, Cilt: 46, No: 1, s: 73-83, Şubat 2007.  
[9] S. Tzafestas ve G. Rigatos, "A simple robust sliding mode fuzzy logic controller of the diagonal type," *Journal of Intelligence and Robotic Systems*, Cilt. 26, s:353-88, 1999.  
[10] H.-P. Pang, C.-J. Liu, W. Zhang ve H.-P. Pang, "Sliding Mode Fuzzy Control with Application to Electrical Servo Drive," *Proc. of the 6th International Conference on Intelligent Systems Design and Applications*, Jinan, Çin Halk Cumhuriyeti, s: 320-325, 16-18 Eylül 2006.  
[11] F. Song ve S. M. Smith, "A comparison of sliding mode fuzzy controller and fuzzy sliding mode controller," *Proceedings of the 19th International Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society*, Atlanta, Georgia, ABD, s: 480-484, 13-15 Temmuz 2000.  
[12] Q.P. Ha, "Integration of fuzzy logic and sliding mode in variable structure control," *Proceedings of the 5th World Multi-Conference on Systems, Cybernetics and Informatics*, Orlando, Florida, ABD, 22-25 Temmuz, Cilt: 2,s: 59-64, 2001.  
[13] L.R. Hunt, R. Su ve G. Meyer, "Global Transformations of Nonlinear Systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, Cilt: 8, No: 1, s. 24-31, 1983.  
[14] S. Tokat, İ. Eksin ve M. Güzelkaya, "New Approaches for On-line Tuning of Linear Sliding Slope in Sliding Mode Controllers," *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences, Elektrik*, Cilt:11, No:1, s:45-59, 2003.  
[15] S. Tokat, "Kayma Kipli Kontrolde İkinci Derece Sistemler için Açısal Yer Değiştirmeye Sahip Kayma Yüzeyi Tasarımı," *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı (TOK'07)*, 481-487, Sabancı Üniversitesi, İstanbul, 5-7 Eylül 2007.  
[16] M. Li, F. Wang ve F. Gao, "PID Based Sliding Mode Controller for Nonlinear Processes," *Industrial & Engineering Chemistry Research*, Cilt: 40, No: 12, s:2660-2667, 2001.

### TOK'10 – ÜNİVERSİTE-SANAYİ İŞBİRLİĞİ Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü 21-23 Eylül 2010

#### Onursal Başkanlar

Nimet Özdaş  
A. Talha Dinibütün  
İ. Alınur Büyükkaksoy

#### Sempozyum Başkanı

Vasfi Eldem

#### Yürütme Kurulu

Muammer Kalyon  
Selim Sivrioğlu  
Hakan Hocaoglu  
Erkan Zergeroğlu  
Abdulkadir Balıkcı  
Şeref Naci Engin

#### Sempozyum Sekreteri

Uğur Hasırcı

#### Düzenleme Kurulu

Abdulkadir Balıkcı (GYTE)  
Mehmet Bayrak (SAKARYA Ü.)  
Galip Cansever (YTÜ)  
Recep Demirci (GAZİ Ü.)  
M. Önder Efe (TOBB ETÜ)  
Murat Efe (ANKARA Ü.)  
İbrahim Eksin (İTÜ)  
Ş. Naci Engin (TÜBİTAK MAM)  
Uğur Hasırcı (GYTE)  
Hakan Hocaoglu (GYTE)  
Muammer Kalyon (GYTE)  
V. Emre Ömürlü (YTÜ)  
Ufuk Özbay (GYTE)  
Ceyhan Sezenoğlu (GYTE)  
Selim Sivrioğlu (GYTE)  
M. Turan Söylemez (İTÜ)  
Enver Tatlıoğlu (İYTE)  
Mustafa Ünel (SABANCI Ü.)  
Erkan Zergeroğlu (GYTE)

#### Davetli Konuşmacılar

Tamer Başar  
Miroslav Krstic  
Joao Hespanha

#### Sempozyum Yeri

TÜBİTAK TÜSSİDE Tesisleri, Gebze

#### İletişim

Uğur Hasırcı  
Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü  
Mühendislik Fakültesi  
Elektronik Mühendisliği Bölümü  
41400 Gebze Kocaeli  
Tel : 0 262 605 2423  
Fax : 0 262 653 84 97  
<http://web.gyte.edu.tr/tok10>  
[tok10@gyte.edu.tr](mailto:tok10@gyte.edu.tr)

#### Amaç

Ülkemizin değişik üniversitelerinde ve endüstride görev yapan saygın bilim insanlarını ve kontrol mühendislerini bir araya getiren, katılımcıların karşılıklı olarak fikir alışverişinde bulunmasına ve ortak çalışmaların üretilmesine olanak sağlayan Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, 2010 yılında “Üniversite-Sanayi İşbirliği” temasıyla Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü’nde (GYTE) yapılacaktır.

GYTE, Türkiye’nin sanayi başkenti olan Kocaeli’de ve Kocaeli’nin en çok sanayi tesisi bulunan ilçesi olan Gebze’de konumlanmıştır. Bu nedenle TOK’10 toplantısının stratejik hedefi, “Üniversite - Sanayi İşbirliği” olarak belirlenmiştir. Bu amaca yönelik olarak toplantının davetli konuşmacıları, ülkemizin saygın bilim insanlarına ek olarak, Ar-Ge faaliyetleri yürütülen sanayi kuruluşlarındaki yönetici mühendisler arasından seçilecektir. Anılan bu davetli konuşmacıların, yürüttükleri Ar-Ge faaliyetlerinin konusu hakkında bilgi verdikten sonra, işbirliğine ihtiyaç duydukları konularda da katılımcıları bilgilendirmesi amaçlanmaktadır. Bu yolla üniversitelerde görev yapan araştırmacılarımızla sanayi kurumları arasında fikirlerin paylaşıldığı, teknoloji çözümlerinin üretildiği ve ortak projelerin geliştirildiği bir Üniversite-Sanayi İşbirliği ortamı yaratılması ve bilim insanlarımızın motivasyonlarının yükseltilmesi amaçlanmaktadır.

Özgün araştırma bildirilerinin sunulacağı TOK’10 toplantısının dili Türkçe olacaktır. Kabul edilen bildiriler, bildiri özetleri kitabında ve toplantı CD’sinde yayınlanacaktır. Ayrıca, tüm bildiriler, uluslararası atf indekslerinde taranan belirli bazı dergilerde yayınlanmak üzere, toplantı sonrasında Ulusal Program Kurulu tarafından tekrar incelenecektir.

#### Önemli Tarihler

Özel oturum önerileri için son tarih	1 Mart 2010
Tam metin bildirilerin gönderiminin başlangıcı	1 Mart 2010
Tam metin bildirilerinin gönderilmesi için son tarih	22 Nisan 2010
Değerlendirme sonuçlarının yazarlara bildirilmesi	14 Mayıs 2010
Basıma hazır bildirilerin gönderilmesi için son tarih	1 Haziran 2010
TOK’10 toplantı tarihi	21-23 Eylül 2010

#### Bildiri Konuları

Algılayıcı Ağlarında Kontrol	Otomasyonun Sosyal Etkileri	Doğrusal Kontrol Sistemleri
Kimyasal Süreçlerde Kontrol	Bulanık Sistemler ve Kontrol	Endüstriyel Otomasyon
Raslantısız Sistemler	Akıllı Otonom Araçlar	Akışkan Gücü Kontrolü
Otonom Robot Koordinasyonu	Doğrusal Olmayan Kont. Sist.	Kontrol Eğitimi
İmalatta Kontrol	Hareket Kontrol Sistemleri	Robotik
Ayrık Olay ve Melez Sistemler	Uçuş Kontrol Sistemleri	Biyolojik Sistemlerde Kontrol
İşaret İşleme	Sistem Dinamiği	Dayanıklı (Gürbüz) Kontrol
Ekonomik Sistemlerde Kontrol	Modelleme ve Sistem Tanıma	Mikro/Nano Sistemler
Geniş Ölçekli Sistemler	Mekatronik Sistemler	Biyomedikal Sist. Kontrol
Görme Tabanlı Kontrol	Motor Kontrol Sistemleri	Optimal Kontrol
Çevresel Sistemlerin Kontrolü	Kontrolör Tasarımı	İnsan-Makine Etkileşimi
Akıllı Kontrol Sistemleri	Ölçme ve Enstrümantasyon	Maden ve Metal İşl. Süreçleri
Otomotiv Kontrol Sistemleri	Güç Sistemlerinde Kontrol	Uyarlanabilir ve Öğrenen Sist.

#### Ulusal Program Kurulu

Eşref Adalı (İTÜ)	Aydan Erkmen (ODTÜ)	Janset Kuvulmaz (YTÜ)
Davut Akdaş (Balıkesir Ü.)	Abdulkadir Erden (Atılım Ü.)	İ. Beklan Küçükdemiral (YTÜ)
İsmail Altaş (KTÜ)	O. Kaan Erol (İTÜ)	Kemal Leblebicioğlu (ODTÜ)
Yaman Arkun (Koç Ü.)	Şeniz Ertuğrul (İTÜ)	Ömer Morgül (Bilkent Ü.)
Aytekin Bağış (Erciyes Ü.)	Veysel Gazi (TOBB ETÜ)	Ata Muğan (İTÜ)
Abdullah Bal (YTÜ)	Cem Gökner (Doğuş Ü.)	Hitay Özbay (Bilkent Ü.)
Atalay Barkana (Osmangazi Ü.)	Leyla Gören (İTÜ)	Kadri Özçalıdırın (Boğaziçi Ü.)
Duygun Erol Barkana (Yeditepe Ü.)	Haluk Görgün (YTÜ)	Canan Özgen (ODTÜ)
Yaman Barlas (Boğaziçi Ü.)	Fuat Gürleyen (İTÜ)	Kemal Özgören (ODTÜ)
Murat Barut (Niğde Ü.)	Rahmi Güçlü (YTÜ)	Bülent Özgüler (Bilkent Ü.)
Yaşar Becerikli (Kocaeli Ü.)	Kayhan Gülez (YTÜ)	Osman Parlaktuna (Osmangazi Ü.)
Zafer Bingül (Kocaeli Ü.)	Levent Güvenç (İTÜ)	Bülent Platin (ODTÜ)
Atilla Bir (İTÜ)	Cüneyt Güzel (Dokuz Eylül Ü.)	Demir Sındel (İTÜ)
İşıl Bozma (Boğaziçi Ü.)	Serdar Ethem Hamamcı (İnönü Ü.)	Erol Sezer (Bahçeşehir Ü.)
Hüseyin Canbolat (Mersin Ü.)	Yaşar Hondur (Gazi Ü.)	Selim Sivrioğlu (GYTE)
Galip Cansever (YTÜ)	Kemal Ider (ODTÜ)	Mehmet Turan Söylemez (İTÜ)
Mehmet Çamurdan (Boğaziçi Ü.)	Altuğ İftar (Anadolu Ü.)	Nusret Tan (İnönü Ü.)
Kemal Cılız (Boğaziçi Ü.)	Serdar İplikçi (Pamukkale Ü.)	Sezai Tokat (Pamukkale Ü.)
Fikret Çalışkan (İTÜ)	Kemal İnan (Sabancı Ü.)	Semir Tulunay (ODTÜ)
Recep Demirci (Gazi Ü.)	Yorgo İstefanapulos (Işık Ü.)	İ. Burhan Türkşen (TOBB ETÜ)
Hüseyin Demircioğlu (Hacettepe Ü.)	Muammer Kalyon (GYTE)	Ahmet Uçar (Fırat Ü.)
Mübeccel Demirekler (ODTÜ)	A. Kerim Kar (Marmara Ü.)	Erol Uyar (Dokuz Eylül Ü.)
Yağmur Denizhan (Boğaziçi Ü.)	İbrahim Kaya (Dicle Ü.)	Mustafa Ünel (Sabancı Ü.)
Ahmet Denker (Girne Amerikan Ü.)	Okyay Kaynak (Boğaziçi Ü.)	İsmail Yüksek (YTÜ)
Murat Doğruel (Marmara Ü.)	Ünver Kaynak (TOBB ETÜ)	İbrahim Yüksel (Uludağ Ü.)
Mehmet Önder Efe (TOBB ETÜ)	Feza Kerestecioglu (Kadir Has Ü.)	Önder Yüksel (ODTÜ)
İbrahim Eksin (İTÜ)	Salman Kurtulan (İTÜ)	M. Emin Yüksel (Erciyes Ü.)
Yücel Ercan (TOBB ETÜ)	Ahmet Kuzucu (İTÜ)	Erkan Zergeroğlu (GYTE)
Cevat Erdal (İTÜ)		

# Ayrık-zamanlı Kayma Kipli Kontrolörde Bozucu Gözleyici Kazancının Destek Vektör Makineleri ile Ayarlanması

S. Tokat<sup>1</sup>, S. İplikçi<sup>2</sup>, L. Ulusoy<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Bilgisayar Mühendisliği Bölümü  
Pamukkale Üniversitesi, Denizli  
stokat@pamukkale.edu.tr

<sup>2</sup>Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Pamukkale Üniversitesi, Denizli  
{iplikci, lulusoy04}@pamukkale.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada, doğrusal olmayan bir sistem için çıkış izleme hatasının iyileştirilmesi amacı ile bozucu gözleyici kazançlarının bir karar destek makinesine dayalı yapı sayesinde ayarlanması ele alınmaktadır. Bilgisayar tabanlı kontrole uygun olması nedeni ile ayrık-zamanlı kayma kipli kontrol yapısı kullanılmış ve bozucu gözleyici kazançlarının iyileştirilmesi ile çıkış izleme başarımının iyileştirildiği ve gürbüzlüğün korunduğu benzetimlerle gösterilmiştir.

## 1. Giriş

Herhangi bir sistemin çevresi ile olan etkileşimi bilinmeyen birçok faktöre bağlıdır. Dış bozucular olarak ele alınan tüm bu faktörler değişken yapıları sistemler kuramına dayalı kayma kipli kontrol yönteminin ilgi alanına girmektedir ve literatürde geniş bir şekilde ele alınmıştır [1, 2]. Eğer dış bozucu veya model belirsizlikleri ile ilgili önsel istatistiksel bilgiler varsa stokastik kontrol yöntemleri kullanılarak çözüm bulmak daha doğrudur. Fakat, bu işaretlerin önsel olarak sadece sınır değerleri biliniyorsa bu durumda stokastik yöntemler işe yaramaz. Kayma kipli kontrol (sliding mode control – SMC) genel yapısı ile sınırlı genlikli bozucular ve parametre belirsizliklerinin bulunduğu durumlarda doğrusal olmayan sistemlerin dayanıklı kontrolü için kullanılan etkin ve kullanışlı bir yöntemdir [3].

Günümüzde kontrolör gerçeklemlerinde sayısal bilgisayarların kullanılması giderek daha fazla yaygınlık kazanmaktadır. Bu yaygınlık bilgisayar kontrollü kayma kipli kontrol uygulamaları konusunda yapılan çalışmalarda da görülmektedir [4]. Sayısal bir bilgisayar yapısında sürekli zamanlı SMC yaklaşımı kullanıldığında örnekleme aralığının sistemin en yüksek frekanslı bileşenine göre çok küçük olduğu varsayılmaktadır. Kontrol edilecek sistem örneğin bilgisayar ağlarında sıkışma kontrolü [5] gibi bazı problemlerde ayrık olabilir. Bu durumda hesaplanan ayrık kontrol işareti doğrudan kullanılabilir. Fakat sürekli zamanlı bir sistem sayısal bilgisayarda sürekli zamanlı bir kontrol algoritması koşullararak kontrol edildiğinde analog sayısal dönüştürme içeren örnekleme tutma devresi ile örnekleme aralığı göz önüne alınmamaktadır. Bu durumda sürekli zamanlı SMC

başarımı ancak sürekli sistemin dinamik bileşenlerine göre çok küçük örnekleme aralıkları seçildiği durumda başarılı sonuçlar üretecektir [6]. Fakat hem elimizdeki donanıma hem de kullandığımız sayısal algoritmanın karmaşıklığına bağlı olarak kullanabileceğimiz örnekleme aralığının fiziksel alt sınırları bulunmaktadır. Özellikle sistem durumlarının gözleyici tabanlı olarak hesaplandığı veya kayma yüzeyinin doğrusal olmayan veya zamanla değişen biçimlerde tasarlandığı durumlarda algoritma hesaplama karmaşıklığı artmakta ve sürekli zamanlı kayma kipli kontrolörün bilgisayar tabanlı kullanılmasında gerçekleştirme sorunları ortaya çıkabilmektedir.

Sayısal bilgisayarlar ile kayma kipli kontrol yapılarını gerçeklemek için önerilen bir yöntem ayrık-zamanlı kayma kipli kontrol (discrete-time sliding mode control- DSMC) yapılarıdır. Literatürde birçok farklı DSMC yapısı tanımlanmıştır. Bu çalışmalardan öncü nitelikte olanlar [7, 8] tarafından yapılanlardır. Bu çalışmalarda DSMC için farklı ulaşma koşulları tanımlanarak elde edilen sözde (quasi) kayma kipi ile kontrol kuralı elde edilmeye çalışılmıştır. Burada sözde tanımının yapılmasının nedeni kayma yüzeyi üzerindeki kayma fazı dinamiklerinin sürekli zamanlı SMC yapısında olduğundan farklı tanımlanmasıdır.

DSMC çalışmalarında model belirsizliklerinin veya dış bozucuların ele alındığı çalışmalar bulunmaktadır. [7,8]'de olduğu gibi ilk tasarım örnekleri doğrusal sistemler için geliştirilmiş olsa da bu yol gösterici çalışmalardan sonra doğrusal olmayan sistemler için de DSMC tasarımları elde edilmiştir. Örneğin [9]'da model belirsizlikleri üzerinde durulmuş ve ölçülen durum bilgileri ve bunların sayısal diferansiyel değerleri kullanılarak belirsizlik kestirilmeye çalışılmış ve endüstriyel bir robot koluna uygulaması yapılmıştır. Diğer bir çalışmada ise kontrol işaretinin doyuma ulaştığı durum ele alınarak kullanılan bozucu gözleyici ve geribesleme kazanç parametreleri için ayrık zamanlı bir ayarlama mekanizması geliştirilmiştir [10].

SMC veya DSMC başarımını iyileştirmek amacıyla yapay zeka ve esnek modelleme tekniklerinden yararlanılması güncel bir konudur [11]. Güncel bir esnek modelleme konusu ise ilk olarak sınıflandırma problemlerini çözmek amacıyla ortaya atılan destek vektör makineleridir (support vector machine – SVM). Sürekli zamanlı SMC yapıları için kayma yüzeyi elde edilmesi [12], çartırının engellenmesi [13], çıkış geribeslemeli



SMC için durum gözleyici kazançlarının ayarlanması [14] gibi farklı amaçlarla SVM yapılarından yararlanılmıştır.

Bu çalışmada DSMC yapısı üzerinde durulmuş ve dış bozucu içeren doğrusal olmayan sistemlerin kontrolü için [10]'da verilen DSMC yapısı ele alınmıştır. SVM tekniğinden yararlanılarak bozucu kazançlarının ayarlanması sonucunda çıkış izleme hatasının azaltılmasını sağlayacak parametre değerlerinin hem çevrimiçi hem de çevrimdışı olarak elde edilmesi amaçlanmıştır. Sürekli bir SMC ile tek bir durum gözleyici parametresinin ayarlandığı [14]'ten farklı olarak bu çalışmada, SMC ve SVM yapısı ayrı zamanlarda tasarlanmış ve birden çok bozucu gözleyici parametresi ayarlanmaya çalışılmıştır. Çalışmanın genel akışı ise şu şekildedir: İkinci bölümünde [10] çalışmasında ele alınan DSMC yapısı kısaca tanıtılmıştır. Daha sonra, önerilen SVM tabanlı kazanç ayarlama mekanizması Bölüm 3'te tanıtılmıştır. İzleme başarımında elde edilen iyileştirme koşuturulan benzetim çalışmaları aracılığı ile Bölüm 4'te incelenmiştir.

## 2. Problemin Tanıtılması

Bu çalışmada kanonik biçimde ifade edilebilen tek giriş tek çıkışlı ikinci dereceden doğrusal olmayan sistemler ele alınmıştır. Bu durumda sistem denklemleri

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= f(\mathbf{x}, u) + d(t) \\ y(t) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $x_i$  ( $i=1,2$ ) sistem durumları,  $\mathbf{x}^T = [x_1 \ x_2]$  sistem durum vektörü,  $\mathbf{c}^T = [c_1 \ c_2]$  sabit çıkış vektörü,  $u$  ve  $y$  sistem giriş ve çıkışı,  $f(\mathbf{x}, u)$  sistem karakteristiğini belirleyen doğrusal olmayan fonksiyon ve  $d(t)$  dış bozuculardır. Bozucu  $d(t)$  işareti  $|d(t)| \leq d_{\max}$  şeklinde sınır değerlere sahiptir ve  $d_{\max}$  sınırının tasarımcı tarafından önceden bilindiği varsayılmaktadır. Ele alınan kontrol probleminde amaç,  $y$  çıkışının istenen bir  $y_d$  referans işaretini izlemesinin sağlanmasıdır.

Sistem (1)'e ait sürekli zaman hata durum dinamikleri

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= e_2 \\ \dot{e}_2 &= f(\mathbf{x}, u) - \dot{x}_{2d} + d(t)\end{aligned}\quad (2)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $e_i = x_i - x_{id}$  ( $i=1,2$ ) hata durumları olarak tanımlanmıştır [10]. Ayrık uzaya geçmek için kesin ayrık modeli elde etmek genel olarak hesaplama karmaşıklığından dolayı tercih edilmemektedir. Bunun yerine diferansiyel denklemlerin ileri yönde, geri yönde çeşitli derecelerden yaklaşıklıkları veya Tustin yamuk kuralı gibi yaklaşıklıklar kullanılır [15]. Denklem (2)'deki hata durum denklemini ayrık-zamanda ifade etmek için, türev ifadeleri yerine birinci dereceden ileri yönde fark alma yöntemi kullanılırsa ayrık-zamanlı durum denklemleri

$$\begin{aligned}e_1(n+1) &= e_1(n) + T e_2(n) \\ e_2(n+1) &= e_2(n) + T f(\mathbf{x}(n), u(n)) - x_{2d}(n+1) + x_{2d}(n) + T d(n)\end{aligned}\quad (3)$$

şeklinde elde edilebilir [10]. Buradan  $f(\mathbf{x}(n), u(n))$  çekilirse

$$f(\mathbf{x}(n), u(n)) = \left( \frac{x_{2d}(n+1) - x_{2d}(n)}{T} \right) + \left( \frac{e_2(n+1) - e_2(n)}{T} \right) - d(n) \quad (4)$$

şeklinde yazılabilir. Kontrol edilen sistemin istenen çıkış yürümesi sistemden ve gözleyici kazançlarından tamamen

bağımsız olarak bir dış kaynak tarafından üretilmektedir. Yani  $n$ . adımda  $n+1$  anındaki istenen  $x_{2d}(n+1)$  değeri önceden bilinmemektedir. Fakat, yine herhangi bir  $n$  anında (4) denklemindeki  $e_2(n+1)$  ve  $d(n)$  değerleri bilinmemektedir. Bu amaçla [10] çalışmasında, bilinmeyen terimleri elde etmek için

$$\left( \frac{e_2(n+1) - e_2(n)}{T} \right) - d(n) = -\lambda_1 e_1(n) - g_k(n) s(n) - \hat{d}(n) \quad (5)$$

şeklinde bir terim getirilmiştir. Bu sayede  $f(\mathbf{x}(n), u(n))$ 'nin  $n$  anındaki ölçümler ve kestirimler cinsinden elde edilmesi sağlanmıştır. Burada hepsi  $nT$  anındaki değerler olmak üzere  $e_1(n)$  sistem hata durumu,  $\hat{d}(n)$  bozucu kestirimi,  $s(n)$  kayma yüzeyi değişkeni ve  $g_k(n)$  zamanla değişen geribesleme kazancıdır. Ayrık zamanlı kayma yüzeyi değişkeni en genel yapıda hata durumlarının doğrusal bir fonksiyonu olarak

$$s(n) = e_2(n) + \lambda_1 e_1(n) \quad (6)$$

şeklinde tanımlanmıştır. İkinci derece doğrusal olmayan (1) sisteminde kararlılık için  $\lambda_1$  kesin pozitif tanımlı olmalıdır.

Dış bozucu kestirimi ise bir bozucu gözleyicisi ile

$$\hat{d}(n) = \hat{d}(n-1) + g_k(n-1)[g_1(n-1)s(n) + g_2(n-1)s(n-1)] \quad (7)$$

olarak elde edilmektedir [10]. Burada  $g_1(n)$  ve  $g_2(n)$  bozucu gözleyiciye ait zamanla değişen kazanç değerleridir. Kontrol işaretinin (4) denkleminde çekilmesi için özel olarak

$$f(\mathbf{x}(n), u(n)) = b(\mathbf{x}, n)u(n) + \gamma(\mathbf{x}, n) \quad (8)$$

biçiminde olduğu ve (8)'de  $b(\mathbf{x}, n) \neq 0$  olmak üzere işaret değiştirmeyen yapıda olduğu varsayımı ile (4), (5) ve (8)'den

$$u(n) = b^{-1}(\mathbf{x}, n) \left[ \frac{x_{2d}(n+1) - x_{2d}(n)}{T} - \lambda_1 e_1(n) - g_k(n) s(n) - \hat{d}(n) \right] - \gamma(\mathbf{x}, n) \quad (9)$$

olarak elde edilebilir. Burada elde edilen kontrolörün kararlılığı için geribesleme kazancı  $g_k(n)$  ve bozucu kazançları  $g_1(n)$  ile  $g_2(n)$  uygun şekilde seçilmelidir. Denklem (6)'daki  $s(n)$ 'nin ve sınır değerli kalması için parametrelerin şu koşulları sağlaması gerektiği [10]'da gösterilmiştir:

$$\begin{aligned}|1 - g_k(n)T| &\leq a_m < 1 \\ |1 - g_k(n)g_1(n)T| &\leq b_m \leq a_m < 1\end{aligned}\quad (10)$$

ve  $g_2(n)$  kazanç değeri de  $g_1(n)$  cinsinden

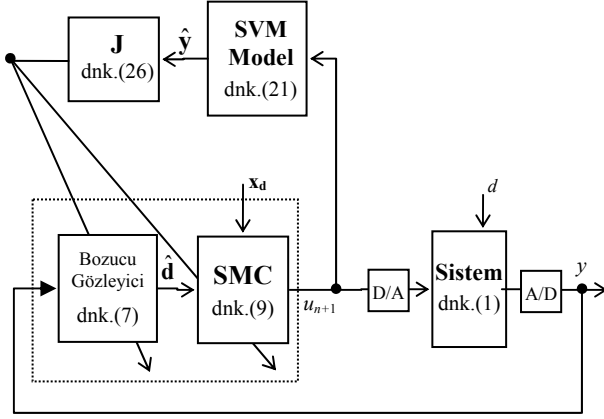
$$g_2(n) = -g_1(n)(1 - g_k(n)T) \quad (11)$$

olarak verilmiştir [10]. Bir sonraki bölümde (10) koşullarının dışına çıkmadan izleme başarımının iyileştirilmesi üzerinde durulmuştur. Geribeslemeli kontrol sistemlerindeki en önemli sorunlardan birisi (9) kontrol kuralı ile elde edilen  $u(n)$  kontrol işaretinin fiziksel sınırlamalardan dolayı uygulanamaması durumudur. Kontrol işaretinin doyuma ulaşması bu sınırlamalara bir örnektir [16]. Özellikle burada ele aldığımız problemde olduğu gibi parametrelerin ayarlandığı bir durumda bu sorun ortaya çıkabilecektir. Denklem (9)'da verilen kontrol işareti sınır değerlerin dışına çıktığında geribesleme kazancı uygun şekilde değiştirilerek  $u(n)$  sınır değere kolayca çekilebilir [10]. Bu çalışmada da kontrol işareti sınır değerli alınmış, gözleyici ve geribesleme kazancı ayarlanarak izleme başarımı iyileştirilmeye çalışılmıştır.



### 3. Destek Vektör Makineleri ile Kazançların Ayarlanması

Önerilen SVM ile DSMC yapısındaki gözleyici ve geribesleme kazançlarının ayarlanması için kullanılan düzene ait şematik gösterim Şekil 1'de verilmiştir. Bu yapı [14]'te sürekli zamanlı SMC yapısı için kullanılan düzenin DSMC için uyarlanmış biçimidir ve [17]'de PID parametrelerinin ayarlanması için elde edilen yapıya dayanmaktadır. Bu yapıda parametreleri ayarlamak amacı ile kullanılan Jakobiyen hesaplaması için sistemin SVM modelinden yararlanılacaktır.



Şekil 1. Önerilen SVM tabanlı parametre ayarlama yöntemine ait şematik gösterim

#### 3.1. Sistem Modelinin Elde Edilmesi

Kazanç değerlerinin ayarlanması için dinamik davranışın

$$y(n_i) = f(u(n_i), \dots, u(n_i - n_u), y(n_i - 1), \dots, y(n_i - n_y)) \quad (12)$$

şeklinde bir NARX (Nonlinear Autoregressive) modeliyle ifade edildiği yapı ele alınmıştır. Burada  $u(n)$ ,  $n$ . adımda sisteme uygulanan kontrol işareti,  $y(n)$  ise sistemin buna karşı düşen çıkışıdır.  $n_u$  ve  $n_y$  ise sırasıyla modelde yer alan geçmiş denetim işareti ve çıkış işareti sayılarıdır. Burada doğrusal olmayan  $f(\cdot)$ 'in bilinmediği ve eğitim veri kümesinin

$$\{u(n), \dots, u(n - n_u), y(n - 1), \dots, y(n - n_y)\}_{n=n_1}^{n=n_1+N} = \{\mathbf{v}_n, y_n\}_{n=n_1}^{n=n_1+N} \quad (13)$$

şeklinde alındığı varsayılmaktadır. Burada  $\mathbf{v}_n \in \mathcal{R}^{n_u+n_y+1}$  vektörü  $k$ . giriş veri noktasını,  $y(n) \in \mathcal{R}$  ise buna karşı düşen çıkış değerini göstermektedir. Verilen bu veri kümesinin giriş ile çıkış arasındaki ilişki

$$\hat{y}(\mathbf{v}) = \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{v}) \rangle + bias \quad (14)$$

şeklinde öz nitelik uzayı  $\mathbf{F}$ 'deki bir  $\mathbf{w}$  vektörü,  $\Phi(\mathbf{v})$  giriş uzayından öz nitelik uzayına bir dönüşüm,  $bias$  önerilim terimi ve  $\langle \cdot \rangle$   $\mathbf{F}$  uzayında bir iç çarpım olmak üzere doğrusal olan bir yapıda modellenmesi istenmektedir. SVM algoritmaları verilen bu bağlanım problemi ikincil uzayda

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \alpha_i K(\mathbf{v}, \mathbf{v}_i) + bias \quad (15)$$

şeklinde bir optimizasyon problemi olarak ele alınmaktadır.

Burada  $K(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j)$  fonksiyonu,  $K(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j) = \Phi(\mathbf{v}_i)^T \Phi(\mathbf{v}_j) = K_{ij}$  şeklinde verilen bir çekirdek (kernel) fonksiyonudur. Çekirdek fonksiyonu öz nitelik uzayında iç çarpım işlemini gerçekleştirdiğinden  $\Phi(\mathbf{v})$ 'nin analitik formunun bilinmesi gerekmez. Bu çalışmada çekirdek fonksiyon

$$K_{ij} = K(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j) = \exp\left(-\frac{(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)^T (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)}{2\sigma^2}\right) \quad (16)$$

şeklinde alınmıştır ve burada  $\sigma$  genişlik değeridir. SVM modelinde (15), sıfırdan farklı bir  $\alpha_i$  değerine karşı gelen  $\mathbf{v}_i$  vektörü noktasına destek vektörü denir.  $\varepsilon$ -SVR algoritması Vapnik  $\varepsilon$ -toleranslı kayıp fonksiyonunu  $L(\varepsilon, y, \hat{y})$  kullanarak optimizasyon problemini birincil uzayda şu şekilde tanımlar:

$$\min_{\mathbf{w}, bias, \zeta, \zeta^*} P_\varepsilon = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^N (\zeta_i + \zeta_i^*) \quad (17)$$

Kısıtlamalar

$$y(i) - \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{v}_i) \rangle - bias \leq \varepsilon + \zeta_i \quad (18a)$$

$$\langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{v}_i) \rangle + bias - y(i) \leq \varepsilon + \zeta_i \quad (18b)$$

$$\zeta_i, \zeta_i^* \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (18c)$$

burada  $\varepsilon$  her bir veri noktası için göz yumulabilen en büyük hata miktarıdır,  $\zeta_i$ ' ler ve  $\zeta_i^*$  lar ise gevşek değişkenlerdir,  $\|\cdot\|$  sembolü Öklit normunu göstermektedir.  $C$  ise modelin karmaşıklığı ile  $\varepsilon$ 'dan büyük hatalar arasında bir ayarlama yapmayı sağlayan ayar parametresidir. Bağlanım probleminin ikincil biçimi aşağıdaki gibi bir Karesel Programlama (Quadratic Programming-QP) problemine dönüştürülebilir:

$$\min_{\beta, \beta^*} D_\varepsilon = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N K_{ij} (\beta_i - \beta_i^*) (\beta_j - \beta_j^*) + \varepsilon \sum_{i=1}^N (\beta_i + \beta_i^*) - \sum_{i=1}^N y(i) (\beta_i - \beta_i^*) \quad (19)$$

kısıtlamalar,

$$0 \leq \beta_i, \beta_i^* \leq C, \quad \sum_{i=1}^N (\beta_i - \beta_i^*) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (20)$$

(19)-(20)'de verilen QP probleminin çözümü  $\beta_i$ ' lar ve  $\beta_i^*$  ların en iyi değerlerini verir [18]. Modeldeki  $bias$  değeri,  $\hat{y}(\mathbf{v}_i) - y_i = -\varepsilon$  koşulu  $0 \leq \beta_i - \beta_i^* \leq C$  koşulunu sağlayan her bir destek vektörü  $\mathbf{v}_i$  için sağlanacak şekilde bulunur. Diğer taraftan,  $j = 1, 2, \dots, N$  olmak üzere  $\alpha_i = \beta_i - \beta_i^*$  gibi yeni bir katsayı tanımlanırsa, (15)'teki SVM modeli elde edilir veya sadece destek vektörleri dikkate alınırsa model,

$$\hat{y}(\mathbf{v}) = \sum_{j=1}^{\#SV} \alpha_j K(\mathbf{v}, \mathbf{v}_j) + bias \quad (21)$$

haline gelir. Burada  $\#SV$ , modeldeki destek vektörü sayısını göstermektedir. Elde edilen SVM modeli (21), tüm eğitim verisinin sadece destek vektörleriyle temsil edildiği seyrek bir modeldir [17, 18]. Kullanılan  $\varepsilon$ -SVR için tasarım parametreleri  $\varepsilon$ ,  $C$ ,  $N$  ve çekirdek fonksiyonu parametreleridir.

### 3.2. Kazançların Ayarlanması

Şekil 1’de görülen SVM modeli kontrol edilecek sistemin giriş-çıkışları ile elde edilmiştir. Bu amaçla, kontrol edilecek sisteme, belirli genlik sınırları altında rastgele seçilmiş işaretler uygulanır. Daha sonra bu SVM modelinden elde edilen  $k$ -adım ileri öngörülü  $\hat{y}=[\hat{y}(n+1),\hat{y}(n+2),\dots,\hat{y}(n+k)]$  sistem çıkışları ve Jakobiyen bloğu yardımı ile kazançlar ayarlanmaktadır. Öngörü hatasını azaltmak ve istenmeyen ani kontrol işareti değişikliklerini engellemek için amaç fonksiyonu

$$\phi(u(n+1)) = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^k \hat{e}(n+i)^2 + \rho(u(n+1) - u(n))^2 \right) \quad (22)$$

olarak seçilmiştir [17]. Burada  $\hat{e}(n+i) = y_d(n+i) - \hat{y}(n+i)$  SVM bloğunun  $i^{\text{th}}$  adımdaki öngörü hatası,  $y_d(n+i)$  istenen çıkış hatasının  $i^{\text{th}}$  adımdaki değeri, ve  $\rho$  ise kontrol işaretinin değişimi için kullanılan ceza parametresidir.

Bu çalışmada, Bölüm 2’de tanımlanan  $g_k(n)$  ve  $g_1(n)$  parametrelerinin ayarlanması amacı ile [17]’de üzerinde durulan SVM yapısından yararlanılmıştır. Denklem (22) ile verilen amaç fonksiyonunun minimizasyonu problemine sayısal bir çözüm üretmek için Levenberg-Marquardt öğrenme kuralı şu şekilde ele alınmıştır:

$$\begin{bmatrix} g_k(n+1) \\ g_1(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_k(n) \\ g_1(n) \end{bmatrix} - \left( \mathbf{J}(n+1)^T \mathbf{J}(n+1) + \mu \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{J}(n+1)^T \hat{\mathbf{e}} \quad (23)$$

Denklem (23)’te  $\mu$  parametresi eğim-düşüm ve Gauss-Newton yöntemleri arasındaki harmanlama faktörüdür.  $\hat{\mathbf{e}}$  ise

$$\hat{\mathbf{e}} = [e(n+1) \ e(n+2) \ \dots \ e(n+k) \ \sqrt{\rho}(u(n+1) - u(n))]^T \quad (24)$$

olarak tanımlanmış öngörü hata vektörüdür. Bölüm 2’de belirtildiği gibi sistemin istenen çıkış yörüngesi önceden bilinmektedir ve sistemden, gözleyici kazançlarından tamamen bağımsızdır. Bu durumda (23)’te geçen Jakobiyen matrisi

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{e}(n+1)}{\partial g_k} & \frac{\partial \hat{e}(n+2)}{\partial g_k} & \dots & \frac{\partial \hat{e}(n+k)}{\partial g_k} & \frac{\partial \sqrt{\rho} \partial u(n+1)}{\partial g_k} \\ \frac{\partial \hat{e}(n+1)}{\partial g_1} & \frac{\partial \hat{e}(n+2)}{\partial g_1} & \dots & \frac{\partial \hat{e}(n+k)}{\partial g_1} & \frac{\partial \sqrt{\rho} \partial u(n+1)}{\partial g_1} \end{bmatrix} \quad (25)$$

şeklinde ifade edilebilir [17]. Böylece  $g_k(n)$  ve  $g_1(n)$  parametrelerinin her  $k$  adımında güncellenmesi sağlanmış olur. Kontrol kuralını parametreleri güncelleyerek dengeleme işlemi ikinci dereceden Taylor yaklaşımı kullanılarak Jakobiyen matrisinin

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{x}(n+1)}{\partial \alpha(n+1)} & \frac{\partial \hat{x}(n+2)}{\partial \alpha(n+1)} & \dots & \frac{\partial \hat{x}(n+k)}{\partial \alpha(n+1)} & \sqrt{\rho} \left[ \frac{\partial \alpha(n+1)}{\partial g_k} & \frac{\partial \alpha(n+1)}{\partial g_1} \right] \end{bmatrix} \quad (26)$$

şeklinde iki ayrı parçaya ayrılması ile elde edilebilir [17]. Burada  $u(n+1)$  kontrol kuralının ayarlanan  $g_k(n)$  ve  $g_1(n)$  parametrelerine göre kısmi diferansiyellerin bozucu gözleyici ve SMC bloklarından ilgili denklemleri kullanarak matematiksel olarak elde edilmesi oldukça karmaşıklık içermektedir. Bunun yerine zaten ayrı zamanda çalışan sistem için herhangi bir  $n+1$  anında bu diferansiyel denklemlerin sayısal çözümü

$$\frac{\partial u(n+1)}{\partial g_k} \cong \frac{\Delta u(n+1)}{\Delta g_k}, \quad \frac{\partial u(n+1)}{\partial g_1} \cong \frac{\Delta u(n+1)}{\Delta g_1} \quad (27)$$

olarak doğrudan elde edilebilir. Başlangıçta kabul edilebilir parametre değerleri kullanılarak (10)’da verilen kararlılık sınırları korunacak şekilde ayarlama işlemi yapılır.

### 4. Benzetim Sonuçları

Elde edilen parametre güncelleme yönteminin başarımını göstermek için (1)’de verilen yapıda bir doğrusal olmayan sistemde  $b=1, f(\mathbf{x},u)=\sin(x_1(t))+u(t)$  olmak üzere

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \sin(x_1) + u(t) + d(t) \\ y(t) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (28)$$

şeklinde alınmıştır [10]. Bu sistem, ters sarkaç sistemi için basitleştirilmiş bir modeldir. Bu çalışmada sistem çıkışı  $\mathbf{c}^T = [0 \ 1]$  seçilerek  $y=x_2$  şeklinde tanımlanmıştır. İstenen sistem çıkış yörüngesi  $y_d = x_{2d} = \cos(t)$  ve sisteme etkiyen sınır değerli dış bozucular sinüzoidal bir işaret olarak  $d=0.7\cos(5t)$  olarak modellenmiştir. Kayma yüzeyi (6)’daki gibi geleneksel biçimde seçilmiş ve sabit kayma yüzeyi parametresi  $\lambda_1=3$  alınmıştır. Euler yaklaşımı kullanılarak (28) sistemine ait ayrıklaştırılmış sistem modeli

$$\begin{aligned} x_1(n+1) &= x_1(n) + T x_2(n) \\ x_2(n+1) &= x_2(n) + T \sin(x_1(n)) + T u(n) + T d(n) \\ y(n) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(n) \end{aligned} \quad (29)$$

olarak elde edilebilir. Elde edilen ayrık sistem modeli (9)’da kullanılarak kontrol kuralı

$$u(n) = \left[ \frac{x_{2d}(n+1) - x_{2d}(n)}{T} - \lambda_1 e_1(n) - g_k(n) s(n) - \hat{d}(n) \right] - \sin(x_1(n)) \quad (30)$$

ve bozucu kestirimi

$$\hat{d}(n) = \hat{d}(n-1) + g_k(n-1) [g_1(n-1) s(n) + g_2(n-1) s(n-1)] \quad (31)$$

olarak elde edilmektedir. Denklem (30)’da geçen istenen ayrık durum değerleri ise  $x_{1d}(n) = \sin(nT)$  ve  $x_{2d}(n) = \cos(nT)$  olarak alınmıştır. Kontrol işareti sınır değerli kabul edilmiş ve  $u = [-5, 5]$  aralığında alınmıştır. Sürekli zamanlı doğrusal olmayan ikinci derece sistem modeli bilgisayar benzetimlerinde dördüncü dereceden Runge-Kutta sayısal yöntemi ile çözülmüştür. Bölüm 3.1’de verilen ve doğrusal olmayan sistemi modellemek için kullanılan NARX modeli (12) için  $n_u = n_y = 4$ ,  $\varepsilon$ -SVR algoritmasında  $\varepsilon=0.001$ ,  $C=1000$ , eğitim verisi için  $N=2000$  ve (16) çekirdek fonksiyonunda  $\sigma=20$ , (22) amaç fonksiyonunda  $\rho=0.01$  alınmıştır.  $k$ -adım ileri öngörülü sistem çıkışı için  $k=5$  ve harmanlama faktörü  $\mu=1000$  olarak seçilmiştir. Destek vektörü sayısı  $\#SV=39$  olarak elde edilmiştir. Benzetimler 300 s için koşturulmuş fakat görsel olarak ifade etmek için çizimler  $[0:50]$  s aralığında verilmiştir. Başarım ölçütleri ise 300 s için hesaplanmıştır. Parametreler üç farklı şekilde seçilerek karşılaştırmalar yapılmıştır. Öncelikle çok küçük gözleyici ve geribesleme kazancı seçilerek bozucu gözleyici ve sistem başarımı incelenmiştir. Bu amaçla başlangıç değerleri  $g_k(0)=g_1(0)=0.1$  alınmış ve sabit tutulmuştur

(DSMCO-I). İkinci olarak SVM yapısı tarafından üretilen parametre değerleri çevrimiçi olarak doğrudan kullanılarak çıkış elde edilmiştir (DSMCO-II). Bunun yanında SVM-yapısını çevrim dışı olarak kullanmanın olası olduğu varsayımı altında SVM ayarlama mekanizması ile elde edilen parametre değerleri ulaştığı son değerlerde sabit alınarak sonuçlar incelenmiştir (DSMCO-III). SVM ile parametre ayarlama sonucunda elde edilen sistem çıkışı  $y$  ve izlenmesi istenen  $y_d$  işareti Şekil 1’de gösterilmiştir. Başlangıçta hata durumları büyük olduğu için küçük kazanç değerleri kullanmak DSMCO-I ve DSMCO-II için fayda sağlamaktadır. Fakat DSMCO-III çevrimdışı elde edilen parametre değerleri ile referansı daha iyi izlemektedir. Bu durum Şekil 2’den de görülmektedir.

Elde edilen kontrol işaretleri Şekil 3’te verilmiştir. Kontrol işaretleri sadece ilk anda sınır değerleri zorlamakta daha sonra önceden tanımlı sınırlar içerisinde kalmaktadır. Bozucu işaretin kestirimleri ve gerçek bozucu işarete göre değişimi Şekil 4’de verilmiştir. Çevrimiçi durumda zamanla uygun parametre değerlerine doğru ulaşmakta ve bozucu gözleyici başarımı iyileşmektedir. DSMCO-I ile verilen ve SVM mekanizmasında başlangıç koşulları olarak alınan parametrelerin bozucu gözleyici başarımının kötü olduğu görülmektedir. Ayarlama mekanizması bu noktadan başlayarak iyileştirme sağlamaktadır. DSMCO-II’de çevrimiçi olarak ayarlanan ve doğrudan kullanılan parametre değerleri Şekil 5’te verilmiştir. Burada parametrelerin belirli bir değer civarında kaldığı görülmektedir. DSMCO-III için bu bantın ortalaması olan  $g_k=2.83$   $g_l=2.83$  sabit değerleri ile benzetimler oluşturulmuştur. Şekil 6’da ise ayrık kayma yüzeyi parametresinin zamana göre değişimi verilmiştir. Genel olarak DSMCO-II ve DSMCO-III için kayma yüzeyi değişiminin sıfır etrafında daha dar bir bant içerisinde kaldığı ve çevrimdışı olarak elde edilen kazanç değerleri ile daha kısa sürede sözde kayma kipine girildiği görülmektedir.

Başarım ölçütü olarak izleme hatası, bozucu gözleyici hatası ve kayma yüzeyinin kareleri toplamı 300s’lik süre boyunca hesaplanmıştır. DSMCO-III başlangıçta kullanılan sabit ve büyük kazanç değerleri nedeni ile hataya aşırı duyarlı olmakta ve ilk başta izleme hatasının aniden büyük değerler almasına neden olmaktadır. Bu yüzden  $sse(y-y_d)$  değeri bu başlangıçtaki aşım nedeni ile toplamda büyük çıkmaktadır. Fakat Şekil 2’den de hatırlanacağı gibi belirli bir andan sonra karşılaştırılan üç seçim içerisinde izleme hatasını en iyi duruma getiren parametreler olduğu görülmektedir.

## 5. Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada ayrık zamanlı kayma kipli kontrolör yapıları ele alınmıştır. Gözleyici kazancı ve geribesleme kazancı destek vektör makinelerine dayalı bir ayarlama mekanizması ile güncellenerek uygun parametrelerin elde edilmesi amaçlanmıştır. Elde edilen yöntemin hem çevrimiçi hem de çevrim dışı olarak kullanılabilmesi örnek bir doğrusal olmayan sistem üzerinde gerçekleştirilen benzetim sonuçları ile gösterilmiştir. Bu çalışmada başarım üzerinde destek vektör makineleri parametrelerinin büyük önemi bulunmaktadır. Örneğin harmanlama faktörü veya ceza parametresi gibi bu çalışmada sabit alınan parametreler uyarlanarak başarım iyileştirilebilir. Çevrimiçi ayarlama parametrelerin yumuşak değişim göstermesi için bir süzgeçten yararlanılması düşünülebilir. Benzetim çalışmaları yapılan tasarımın gerçek sistemlere uygulanması da açık bir çalışma konusudur.

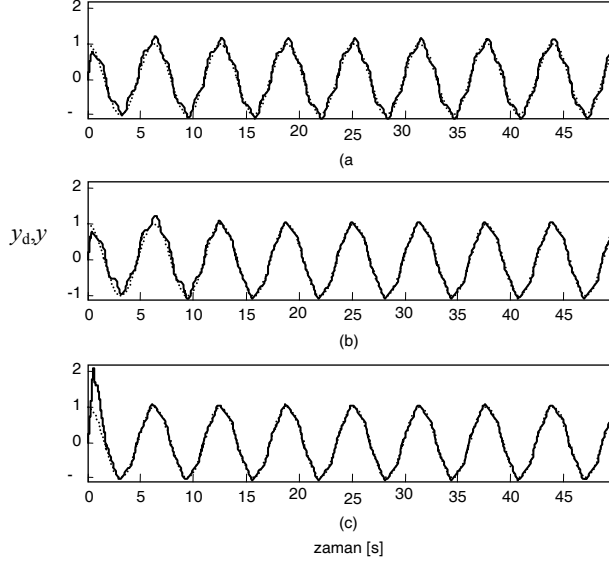
## 6. Teşekkür

Bu çalışma; TÜBİTAK’ın 107E186 no.lu projesi çerçevesinde gerçekleştirilmiştir. Yazarlar kuruma teşekkür ederler.

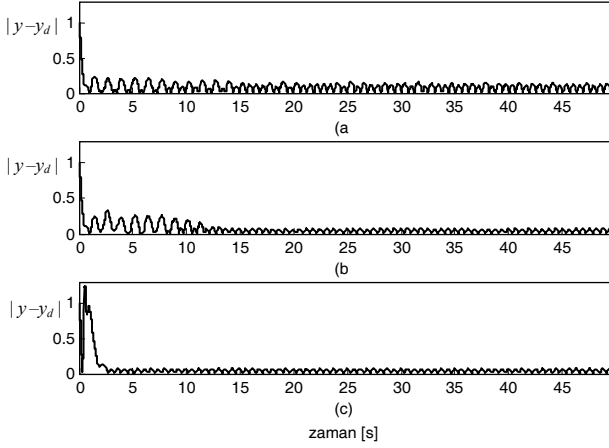
## 7. Kaynakça

- [1] C. Edwards, E. F. Colet ve L. Fridman, *Advances in variable structure and sliding mode control*, Lecture Notes in Control & Information Sciences, Springer, 2006.
- [2] Bartoszewicz, A., Kaynak, O., and Utkin. V. I., “Sliding mode control in industrial applications,” *IEEE Tran. Ind. Electr.*, Cilt:55, No:11, s:3805–4103, 2008.
- [3] F.H. Clarke, R.B. Vinter, “Stability Analysis Of Sliding Mode Controllers,” in *Geometric Control and Nonsmooth Analysis*, (F. Ancona, A. Bressan, P. Cannarsa eds.), Cilt: 76, s:164–176, 2008.
- [4] J.P.F. Garcia, J.M.S. Ribeiro, J.J.F. Silva ve E.S. Martins, “Continuous-time and discrete-time sliding mode control accomplished using a computer,” *IEE Proc.: Control Theory&Applications*, 2005, Cilt:152, s: 220–228, 2005.
- [5] A. Bartoszewicz ve J. Zuk, “Discrete Time Sliding Mode Flow Controller for Multi-source Single-bottleneck Connection-oriented Communication Networks,” *Journal of Vibration & Control*, Cilt:15, No:11, s:1745–1760, 2009.
- [6] G. Golo ve C. Milosavljevic, “Robust discrete-time chattering free sliding mode control,” *Systems and Control Letters*, Cilt:41, s:19–28, 2000.
- [7] C. Milosavljevic, “General conditions of the existence of a quasi-sliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems,” *Automatic and Remote Control*, No:46, s:307–314, 1985.
- [8] S.Z. Sarpturk, Y. Istefanopulos ve O. Kaynak, "On the stability of Discrete-Time Sliding Mode Control Systems" *IEEE Transactions on Automatic Control*, Cilt:AC-32, No: 10, s: 930–932, 1987.
- [9] O. Kaynak ve A. Denker, “Discrete time sliding mode control in the presence of system uncertainty,” *International Journal of Control*, Cilt:57, s:1147–1189, 1993.
- [10] M. Won ve J.K. Hedrick, “Disturbance Adaptive Discrete-time Sliding Control with Application to Engine Speed Control,” *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, Cilt:123, No:1, s:1–9, 2001.
- [11] X. Yu ve O. Kaynak, “Sliding-Mode Control with Soft Computing: A Survey,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Cilt: 56, No: 9, s.3275–3286, Eylül 2009.
- [12] F.G. Wang, S.K. Park, M.C. Kim, S.J. Choi ve T.S. Yoon, “A novel sliding surface design by using support vector machines,” *Proc Int. Conf. on Complex Systems and Applications*, Jinan, China, s: 1405–1409, 2007.
- [13] J.N. Li, Y.B. Zhang ve H.P. Pan, “Chattering free LS-SVM Sliding Mode Control,” *Proc. 5th Int. Symposium on Neural Networks*, Beijing, China, s: 701–708, 2008.
- [14] S. Tokat, S. Iplikci ve L. Ulusoy "Observer Gain Adaptation of Output Feedback Sliding Mode Controller with Support Vector Machine Regression," *WSEAS Transactions on Systems & Control*, Cilt:5, No:2, s:111–122, 2010.
- [15] W. Chung, L.-C. Fu ve S.-H. Hsu, “Motion Control,” in *Handbook of Robotics*, (B. Siciliano ve O. Khatib eds.), Springer, s:133–159, 2008.

- [16] M. Polycarpou, J. Farrell ve M. Sharma, "On-line Approximation Control of Uncertain Nonlinear Systems: Issues with Control Input Saturation," *Proc. of the 2003 American Control Conference*, s:543–548, Haziran 2003.
- [17] S. Iplikci, "A comparative study on a novel model-based PID tuning and control mechanism for nonlinear systems," *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, doi.10.1002/rnc.1524, 2009.
- [18] N.Cristini ve J.S. Taylor, *An Introduction to Support Machines and Other Kernel-Based Learning, Methods*, Cambridge University Press, New York, 2000.



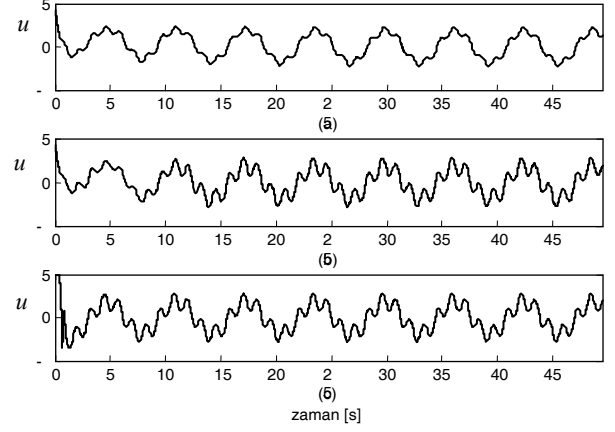
Şekil 1. Sistem çıkışları a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III



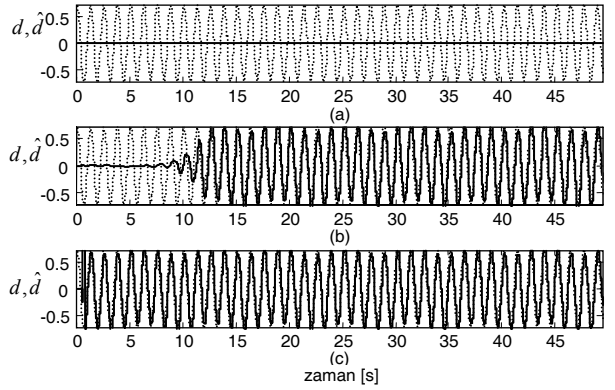
Şekil 2. Sistem çıkışlarındaki mutlak hata a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III

Tablo 1: Başarım ölçütleri tablosu

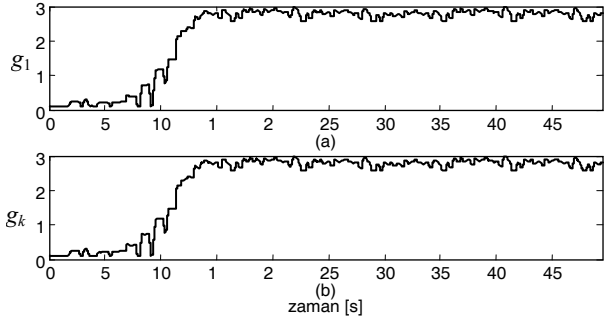
	$sse(y-y_d)$	$sse(d-\hat{d})$	$sse(s)$
DSMCO-I	54.61	1467	1467e+3
DSMCO-II	20.49	376.18	1306e+3
DSMCO-III	32.28	250.62	138.56



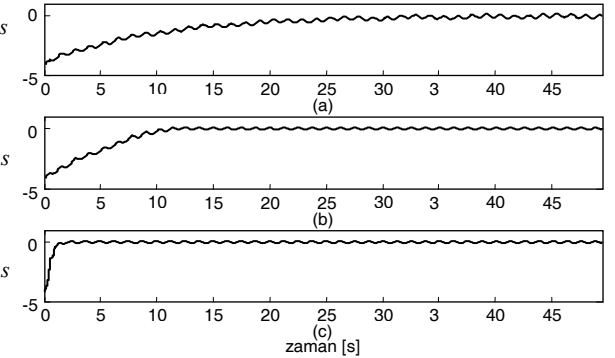
Şekil 3. Kontrol işaretleri a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III



Şekil 4. Bozucu gözleyici sonuçları a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III



Şekil 5: Parametrelerin zamanla ayarlanması a)  $g_1$ , b)  $g_k$



Şekil 6: Kayma yüzeyi fonksiyonunun zamanla değişimi a) DSMCO-I, b) DSMCO-II, c) DSMCO-III

# Transactions of the Institute of Measurement and Control

<http://tim.sagepub.com>

---

## Sliding mode controlled bioreactor using a time-varying sliding surface

S. Tokat

*Transactions of the Institute of Measurement and Control* 2009; 31; 435 originally published online Aug 6, 2009;

DOI: 10.1177/0142331208100893

The online version of this article can be found at:  
<http://tim.sagepub.com/cgi/content/abstract/31/5/435>

---

Published by:



<http://www.sagepublications.com>

On behalf of:



[The Institute of Measurement and Control](#)

Additional services and information for *Transactions of the Institute of Measurement and Control* can be found at:

**Email Alerts:** <http://tim.sagepub.com/cgi/alerts>

**Subscriptions:** <http://tim.sagepub.com/subscriptions>

**Reprints:** <http://www.sagepub.com/journalsReprints.nav>

**Permissions:** <http://www.sagepub.co.uk/journalsPermissions.nav>

**Citations** <http://tim.sagepub.com/cgi/content/refs/31/5/435>

# Sliding mode controlled bioreactor using a time-varying sliding surface

S. Tokat

Pamukkale University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department,  
20070 Kinikli, Denizli, Turkey

Bioreactor processes based on substrate concentration have both highly non-linear behaviour and parameter uncertainties mostly bounded with physical and biological constraints, which make them a subject area of sliding mode control. This work deals with sliding mode control of a fermentation process in a continuous stirred bioreactor. A new sliding surface is defined using angular information as a function of time that provides adjustable continuous movement of the sliding surface. Computer simulations are presented to show the effectiveness and efficiency of the proposed method and to make a quantitative comparison with the conventional sliding mode controller having a constant sliding surface. The excess amount of substrate concentration in the mixture causes undesired by-product information. Therefore, the substrate concentration should not stay above its desired value for a long time. It is shown in the simulations that the performance of the proposed method, especially in regard to the settling time of the substrate concentration and reaching time, is improved. It is also shown that different system state trajectories could be obtained with the proposed method by adjusting the defined parameters of the angular information.

**Key words:** bioreactor control; fermentation process; substrate concentration; sliding mode control; sliding surface design.

## Nomenclature

$\alpha$	Angle value of the proposed controller
$\alpha_0$	Angular shifting parameter
$\alpha_1$	Angular scaling parameter
$\gamma_s$	Substrate concentration
$\gamma_{\sin}$	Substrate feed concentration
$\gamma_x$	Biological cell concentration
$\delta$	A small positive real constant

---

**Address for correspondence:** Sezai Tokat, Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Bilgisayar Muh. Bölümü, 20070, Kinikli Kampusu, Denizli, Turkey. E-mail: stokat@pamukkale.edu.tr

$\eta$	Strictly positive real constant
$\mu$	Specific growth rate
$\sigma$	Sliding surface
$\tau$	Feeding rate, control input
$\tau_{eq}$	Equivalent control input
$\tau_n$	Discontinuous control input
$\mathbf{c}$	Sliding surface parameter vector
$c_f$	Final sliding surface
$c_{max}$	A strictly positive real constant
$d$	Bounded external disturbances
$\mathbf{e}$	Error vector
$\mathbf{f}, \mathbf{g}$	System parameter vectors
$\Delta\mathbf{f}, \Delta\mathbf{g}$	Parameter uncertainties of $\mathbf{f}, \mathbf{g}$
$k$	Discontinuous control gain
$k_1$	Saturation parameter
$k_2$	Inhibition parameter
$l_0$	Linear shifting parameter
$l_1$	Linear scaling parameter
$q$	Dilution rate
$t_f$	Time instant at which final sliding surface is reached
$t_k$	Time instant at which time-varying sliding surface is first used
$V$	Lyapunov function
$v$	Volume of the mixture in the tank
$v_s$	Specific substrate consumption rate
$\mathbf{x}$	State vector
$x_i$	$i$ th state variable
$y_c$	Yield coefficient

## 1. Introduction

Biochemical engineering is a diverse and multidisciplinary field of biotechnology industry that involves the application of chemical engineering principles to the production, processing and separation of biological materials in various industries such as processing of agricultural, fine chemical and food products, environmental management and the pharmaceutical industry (Dochain, 2008). The impact of biotechnology industry on the global economy is highly evolving (Henson, 2006).

Bioreactor design and control, which is of great importance in the industrial practice, is a subfield of biochemical engineering and the presence of living organisms makes bioreactor control problem more complex than conventional chemical reactors (Tham *et al.*, 2003). As a control problem, different substrates can be used and these are converted by the activity of living cells under anaerobic or aerobic conditions to produce an antibiotic, a tissue or a host of other products of considerable impact on human life (Simeonov, 1999). As a design problem, there exist different types of reactors such as stirred tank, tower and tube, cascaded with different modes of

operation such as batch, fed-batch and continuous. All these control and design perspectives create a highly non-linear environment, which involves uncertainties. Therefore, advanced control strategies are needed. In the literature, various alternative control strategies are applied. For instance, model predictive control (Ramaswamy *et al.*, 2005), H-inf control (Georgieva and Ignatova, 2000), intelligent control techniques as fuzzy logic control (Ul-Haq and Mukhtar, 2006) and artificial neural networks-based control (Nagy, 2007) of bioreactor systems are all investigated in the literature.

Naturally, the uncertainties and external disturbances of biochemical processes have bounds depending on physical and biological constraints. This makes the problem a challenging area for sliding mode control, which is a state-feedback non-linear automatic control system where the control input switches at infinitely high frequencies based upon the system state error (Utkin, 2004). Sliding mode controllers (SMCs) have been intensively developed for both theoretical and application oriented problems. The control strategy drives the error phase trajectory to a predetermined sliding surface and thereafter provides the trajectory discontinuously switches on the sliding surface. It is simple to use and has been quite effective against external disturbances and parameter variations (Hung *et al.*, 1993). Major contributions for the industrial applications of SMC are given in the literature (Yu *et al.*, 2001). Merging SMC strategies with intelligent control algorithms is also an actual area of research and provides performance improvements and adaptive structures (Kaynak *et al.*, 2001). For instance, McGookin *et al.* (2000) use a genetic algorithm-based method to optimize the parameters of an SMC. Also, Efe (2002) presents an SMC-based parameter tuning strategy for a single layer artificial neural network.

The classical industrial applications of SMC strategies are also extended to bioreactor control problems. Derdiyok and Levent (2000) consider the control of a bioreactor system by using both PID and SMC techniques and show the advantages of SMCs under large time delays. A mathematical model of a fed-batch fermentation process is obtained by Georgieva *et al.* (2003), where an SMC with a boundary layer is used. As in the case of other industrial applications of SMCs, to cope with bioreactor process uncertainties, some authors have suggested the use of neural network adjustment strategies and found it superior under some conditions to a conventional SMC (Chen and Peng, 2004). For the bioreactor control problem, the chattering is an important disadvantage of SMCs. Various methods such as introducing a boundary layer, filtering the control signal or inserting an auxiliary control input are proposed in the literature to decrease or eliminate chattering. Zlateva (1997) and Tham *et al.* (2003) handle the chattering for the fed-batch fermentation process by redefining the bioreactor model with the derivative of the control input and realize SMCs with respect to the control input derivative to eliminate chattering. Selisteanu *et al.* (2007) redesign discontinuous feedback law and use an estimate of the sliding surface, which provides the smoothness of the control input. Also, SMC design for bioreactor processes under a multi-input–multi-output case is discussed (Efe, 2007).



A proper adjustment mechanism to overcome the trade-off between the reaching time and the system response speed could be obtained by designing a sliding surface different from the linear and time-invariant sliding surface of the conventional SMC. For instance, a constant and non-linear sliding surface is proposed (Tokat *et al.*, 2003). However, constant and non-linear relations increase the complexity of the control law. Thus, linear but time-varying sliding surfaces are generally used for sliding surface design. In this context, continuously time-varying sliding surface that depends linearly on time is introduced (Bartoszewicz, 1995). Intelligent control methodologies are also used to improve and to design time-varying sliding surfaces. Zhang *et al.* (2006) propose a time-varying sliding surface in which the discontinuous control term is obtained by fuzzy rules. Iglesias *et al.* (2007) also use a time-varying sliding surface adjusted with a term determined by fuzzy rules and apply the idea to non-linear chemical process models. Later, Bartoszewicz and Nowacka (2006) generalize the continuously time-varying sliding surface idea for third-order systems.

In all of the above continuously time-varying sliding surface design studies, the sliding surface movement is provided by directly changing the sliding surface parameter with respect to time. However, the same amount of change in the magnitude of the parameter does not mean an equal change in the position of the sliding surface. Thus, the alternative state trajectories that could be obtained for a continuous scheme in which the sliding surface parameter depends linearly on time will be limited.

In this study, a sliding surface tuning strategy is proposed. Instead of directly using the sliding surface parameter, which defines the slope information of the sliding surface, the angle information between the sliding surface and the error co-ordinate axis is used. The amount of change in the angle is directly proportional to the amount of change in the position of the sliding surface. The major benefit of tuning the sliding surface with the proposed method is that different state trajectories can be obtained by providing time-varying sliding surface parameters either linear or non-linear in time. Also, by using a constant angle instead of a time-varying one, the proposed method can be used as a conventional SMC.

The SMC with the proposed time-varying sliding surface is simulated on a bioreactor control problem. All through the operation of the bioreactor process, the substrate concentration in the mixture causes undesired by-product information. In order to avoid this, the substrate concentration should not stay above its desired value. Therefore, especially the settling time and maximum overshoot performances of the substrate concentration and reaching time issues are considered and a new sliding surface translation is defined using angular information as a function of time in order to provide an adjustable control on the movement of the sliding surface. The proposed rotation provides a considerable improvement in the substrate concentration and reaching time behaviours when compared with the conventional SMC. It is also shown that different error state trajectories can be obtained from the proposed angular rotation by using different design parameters for the angular information.

The rest of the paper is organized as follows: in Section 2, the problem formulation is discussed by describing the bioreactor plant model. The proposed sliding surface based on angular information and the related sliding mode control law is demonstrated in Section 3. In Section 4, computer simulations are performed to highlight the performance improvement obtained with the proposed method. Conclusions are stated in Section 5.

## 2. Problem formulation

In this study, the fermentation process of a fed-batch bioreactor model assumed to be operating in continuous mode is considered and the bioreactor type is a perfectly stirred tank reactor. It is also assumed that an unstructured biomass growth rate model with substrate inhibition kinetics is chosen. The fermentation process is assumed to be isothermal with constant physical and chemical properties. The tank bioreactor contains a liquid medium with water, nutrients and biological cells. In this study, in order to be able to focus on the key issues in controller design, the fed-batch bioreactor is converted to a continuous stirred tank bioreactor by adding an exit stream. Assuming that the inlet and exit streams have the same mass flow rate, the volume of the mixture in the tank,  $v$  (litres), is kept constant. Even with all these simplifications, the non-linear model exhibits some of the key properties that make bioreactors difficult to operate. The continuous time representation of the process dynamics obtained from mass balances and conservation laws has the following non-linear state-space representation (Bastin and Van Impe, 1995)

$$\begin{aligned}\frac{d\gamma_x}{dt} &= -q(t) \cdot \gamma_x + \mu(\cdot)\gamma_x \\ \frac{d\gamma_s}{dt} &= q(t) \cdot (\gamma_{\text{sin}} - \gamma_s) - v_s(\cdot)\gamma_x\end{aligned}\quad (1)$$

where  $\gamma_x$  (g/l) is the biological cell concentration,  $\gamma_s$  (g/l) is the substrate concentration,  $\gamma_{\text{sin}}$  (g/l) is the substrate feed concentration,  $q(t)$  ( $h^{-1}$ ) is the dilution rate. As  $v$  is assumed to be kept constant, one can write  $q(t) = \tau(t)/v$  where  $\tau(t)$  (l/h) is the feeding rate. The feeding rate  $\tau(t)$  is the only control input of the system. In (1),  $\mu(\cdot)$  is the specific growth rate and  $v_s(\cdot)$  is the specific substrate consumption rate. They are non-negative kinetic functions that can depend on  $\gamma_x$  and  $\gamma_s$ . In the literature, different functions such as Monod, Contois and Haldane kinetics are used for modelling purposes (Simeonov, 1999). The mathematical model of the process studied in this paper is based on the Haldane kinetics, which considers strong non-linear interdependencies between the variables:

$$\mu(\cdot) = \mu(\gamma_s) = \frac{\mu_{\text{max}}\gamma_s}{k_2\gamma_s^2 + \gamma_s + k_1}\quad (2)$$

where  $k_1$  (g/l) is the saturation parameter,  $k_2$  (l/g) is the inhibition parameter, and  $\mu_{\max}$  ( $\text{h}^{-1}$ ) is the maximal growth rate. Assuming that the ratio of amount produced per amount consumed, which is known as the yield coefficient ( $y_c$ ), is constant,  $v_s(\gamma_s)$  can be defined as a function of  $\mu_s(\gamma_s)$  as

$$v_s(\gamma_s) = \frac{\mu(\gamma_s)}{y_c} \quad (3)$$

Assuming that the disturbance is imposed only on the control input channel, the matching condition holds. Then, by defining  $\mathbf{x} \hat{=} [x_1 \ x_2] = [\gamma_x \ \gamma_s]$  as an isothermal non-linear continuous fermenter system state vector, the non-linear state space model with single input can be written as

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})) + (\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \Delta\mathbf{g}(\mathbf{x})) \cdot (\tau(t) + d(t)) \quad (4)$$

where  $d(t)$  is the bounded external disturbance acting on the control input, and  $\mathbf{f}$ ,  $\mathbf{g}$  are two dimensional continuous functions in  $\mathbf{x}$  and  $t$  that can be given as

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\mu_{\max}x_1x_2}{k_2x_2^2 + x_2 + k_1} \\ -\mu_{\max}x_1x_2 \\ y_c(k_2x_2^2 + x_2 + k_1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{-x_1}{v} \\ (\gamma_{\sin} - x_2) \\ v \end{bmatrix} \quad (5)$$

The process parameters  $\mu_{\max}$ ,  $k_1$  and  $k_2$  are time-varying variables and are uncertain. However, their ranges are known. Therefore,  $\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})$  and  $\Delta\mathbf{g}(\mathbf{x})$  can be written as

$$\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\Delta\mu_{\max}x_1x_2}{\Delta k_2x_2^2 + x_2 + \Delta k_1} \\ -\Delta\mu_{\max}x_1x_2 \\ y_c(\Delta k_2x_2^2 + x_2 + \Delta k_1) \end{bmatrix}, \quad \Delta\mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \quad (6)$$

where  $\Delta\mu_{\max}$ ,  $\Delta k_1$  and  $\Delta k_2$ , are parameter uncertainties. Assuming that the substrate cost is negligible and selecting the maximal biomass productivity as the desired optimal operating point, the equilibrium point of the non-linear model can be calculated as (Szederkényi *et al.*, 2002)

$$\gamma_s^* = \frac{-k_1 + \sqrt{k_1^2 + \gamma_{\sin}^2 k_1 k_2 + \gamma_{\sin} k_1}}{\gamma_{\sin} k_2 + 1} \quad (7)$$

$$\gamma_s^* = (\gamma_{\sin} + \gamma_s^*) y_c$$

The objective is to achieve and maintain the desired operating point by altering the feeding rate  $\tau(t)$ . For this purpose, an SMC with a time-varying sliding surface is designed in the next section.

### 3. SMC design

#### 3.1 Obtaining the sliding mode control law

Considering the tracking problem, a general linear and time-varying sliding surface for system (4) can be written as

$$\sigma(\mathbf{e}, t) = \mathbf{c}^T(t)\mathbf{e} \quad (8)$$

where  $\mathbf{e} = [e_1, e_2]^T$  is the error state vector,  $e_i = x_i - x_{di}$  is the error for the  $i$ th state variable,  $x_{di}$  is the desired trajectory of the  $i$ th state and  $\mathbf{c}(t) = [c_1(t), 1]^T$  is the time-varying sliding surface parameter vector, which determines the system behaviour. The time-varying element is taken constant as  $c_1$  for the conventional sliding surface  $\sigma(\mathbf{e})$ . Differentiating  $\sigma(\mathbf{e}, t)$  in (8) on the sliding surface and neglecting the parameter variations and disturbance terms one obtains

$$\dot{\sigma} = \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \tau_{eq}(t) - \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \dot{\mathbf{x}}_d = 0 \quad (9)$$

where  $\mathbf{x}_d = [x_{d1}, x_{d2}]^T$  is the desired state trajectory vector. The equivalent control law can be written as

$$\tau_{eq}(t) = - \left( \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \right)^{-1} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \dot{\mathbf{x}}_d \right) \quad (10)$$

where  $\tau_{eq}(t)$  is known as the equivalent control law. On the assumption that  $(\partial \sigma / \partial \mathbf{e}) \mathbf{g}(\mathbf{x}) \neq 0$  one can write,

$$c_1(t)x_1 + x_2 = \sigma(\mathbf{x}, t) \neq \gamma_{\sin} \quad (11)$$

As  $\gamma_{\sin}$  is assumed to be a known system parameter,  $c_1(t)$  must be selected in order to provide (11) throughout the whole trajectory. It is a known fact that equivalent control (10) forces the system trajectory to move always towards the sliding surface. The control law is designed as

$$\tau(t) = \tau_{eq}(t) + \tau_n(t) \quad (12)$$

where  $\tau_n(t)$  is the discontinuous control law that provides the system trajectory on the sliding phase. By taking a Lyapunov function as  $V=1/2\sigma^2$ , the derivative of the Lyapunov function along the trajectories of the system states must satisfy the reaching condition given as

$$\dot{V} = \sigma \cdot \dot{\sigma} = \mathbf{c}^T \mathbf{e} \cdot \left( \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} (\mathbf{f} + \Delta f) + \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \mathbf{g} \cdot (\tau + d) - \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \dot{\mathbf{x}}_d \right) \leq -\eta \cdot |\sigma| \quad (13)$$

and the overall control law can be constructed as

$$\tau(t) = - \left( \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \right)^{-1} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{e}} \dot{\mathbf{x}}_d + k \cdot \text{sgn}(\sigma) \right) \quad (14)$$

where  $\text{sgn}(\sigma)$  is the signum function and  $k$  is the discontinuous control gain depending on the lower limits of the magnitudes of the parameter variations and the external disturbances and must be chosen in order to satisfy the reaching condition. The control input in (14) forces the trajectory to move always towards the sliding surface if the reaching condition is satisfied. For the conventional SMC, it is obvious that  $\partial \sigma / \partial t$  is zero in (14). It is shown in the simulation studies that the designed control law with the selected initial conditions and designed parameters provide the reaching condition in (13).

The discontinuous control action results a chattering motion in the neighbourhood of the sliding surface. The fermentation processes require a smooth control input. The typical chattering motion in sliding mode is undesirable for the proper control of fermentation processes. Various techniques are proposed to decrease the chattering. In this study, chattering alleviation is accomplished by using a saturating, continuous function of the following form that approximate the discontinuous signum function in (14) as

$$\text{sgn}(\sigma) \cong \frac{\sigma}{|\sigma| + \delta} \quad (15)$$

where small positive constant  $\delta$  illustrates the degree of the continuous approximation (Hung *et al.*, 1993).

### 3.2 The proposed continuously time-varying linear sliding surface with angular displacement

In our study, a linear and time-varying sliding surface in the general form of (8) is proposed using a new sliding surface parameter, taken as

$$c_1(t) = \begin{cases} l_1 \tan(\alpha(t)) + l_0, & t_k \leq t \leq t_f \\ c_f, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

where  $\tan(\cdot)$  is the tangent function,  $l_0$  and  $l_1$  are linear shifting and linear scaling parameters,  $t_k$  and  $t_f$  are the time instants among which time-varying sliding surface is actively used and  $c_f$  is the value that  $c_1(t)$  reaches at time  $t_f$ .

Linear and time-varying sliding surfaces with sliding surface parameters in the form of  $c_1(t) = at + b$  are investigated in the literature (eg, Bartoszewicz, 1995). In our study, the tangent as a function of time is appended into this structure by using (16). The philosophy of choosing (16) is to append the angle information directly into the sliding surface tuning mechanism instead of using the slope value. Changing the slope value  $c_1$  to a new value  $c_1 + \Delta c_1$  has different amount of rotation for different  $c_1$  values even under the same  $\Delta c_1$  variations. For instance, for  $c_1 = 7$ ,  $\Delta c_1 = 1$  results in  $1.005^\circ$  angular variation of the sliding surface on the error phase space. However, for  $c_1 = 0.1$ , the same  $\Delta c_1 = 1$  value results  $42.016^\circ$  angular variation. Therefore, for different slope values, the same amount of slope variation may display a significant difference. Thus, the particular form chosen in this study will help make tuning the sliding surface more meaningful.

The benefit of this new idea is that the time-varying behaviour of the sliding surface parameter  $c_1(t)$  can be now tuned in an angular basis by using  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$  parameters of the tangent function. By properly designing these parameters depending on the initial conditions and performance specifications, the time-varying behaviour of the sliding surface parameter can be adjusted in different ways providing some of the time-varying sliding surface designs from the literature, which are also highlighted with simulation studies.

In this study, the  $\alpha(t)$  angle in (16) is defined as a function of time, given as

$$\alpha(t) = \alpha_1 (t - t_k) + \alpha_0 \quad (17)$$

where  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$  are defined as angular shifting and angular scaling parameters. If  $\alpha_1 = 0$  is chosen, a conventional SMC with a constant sliding surface is obtained by taking  $c_f = l_1 \tan(\alpha_0) + l_0$ . The range and direction of the sliding surface rotation is determined by  $\alpha_1$  as

$$\alpha_1 = \frac{\text{sign}(c_f - c_1(t_k)) |\arctan(c_{\max})|}{t_f - t_k} \quad (18)$$

where  $\arctan(\cdot)$  is the inverse tangent function and  $c_1(t_k) = -e_2(t_k)/e_1(t_k)$  is the sliding surface value that passes from the system representative points at time  $t_k$ . It is obvious that  $t_k$  must be chosen such that  $e_1(t_k) \neq 0$ . In (18),  $c_{\max}$  is a strictly positive real constant that is used to determine  $\alpha_1$ . If  $c_{\max}$  is chosen large, a larger  $\alpha_1$  magnitude is obtained and the non-linearity of the change in the sliding surface parameter will increase. Contrarily, small  $\alpha_1$  magnitudes result a small amount of angular change, which

results in the sliding surface changing linearly in time. The angular shifting parameter is obtained with respect to sign of  $\alpha_1$  as follows:

$$\alpha_0 \in \begin{cases} \left[ \pi, \frac{6\pi}{4} \right), & \text{if } \text{sign}(\alpha_1) < 0 \\ \left( \frac{2\pi}{4}, \pi \right], & \text{if } \text{sign}(\alpha_1) > 0 \end{cases} \quad (19)$$

If  $\alpha_1$  has negative values,  $\alpha_0$  is chosen in an interval to add a positive shifting to the tangent value, and, for positive  $\alpha_1$  values,  $\alpha_0$  is chosen to add a negative shift. For  $\alpha_0 = \pi$ , no angular shifting case is obtained.

In order to provide the sliding surface on the system representative points at time  $t_k$  and  $t_f$ , the linear shifting and linear scaling parameters  $l_0$  and  $l_1$  in (16) are defined as

$$l_1 = \frac{c_1(t_k) - c_f}{\tan(\alpha(t_k)) - \tan(\alpha(t_f))} \quad (20)$$

$$l_0 = c_1(t_k) - l_1 \cdot \tan(\alpha(t_k))$$

For the new sliding surface, the angular shift  $\alpha_0$ , angular scaling  $\alpha_1$ , time values  $t_k$ ,  $t_f$  and final sliding surface parameter value  $c_f$  are the design parameters that determine the structure of the new sliding surface. The control input for the proposed method satisfying the reaching condition (13) is obtained as in (14) where the partial derivative of the sliding surface with respect to time is not zero and is given by

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \dot{\mathbf{c}}^T \mathbf{e} = [\dot{c}_1 \quad 0] \mathbf{e} \quad (21)$$

and  $\dot{c}_1$  of the proposed algorithm is obtained as

$$\dot{c}_1(t) = \begin{cases} \frac{l_1 \alpha_1}{t_f - t_k} \sec^2(\alpha(t)), & t_k \leq t < t_f \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (22)$$

where  $\sec(\cdot)$  is the secant function. The main difference from the conventional SMC is the time-dependent  $\mathbf{c}$  parameter vector and the main contribution of this study is that the sliding surface parameter is obtained in an angular basis as a non-linear function of time.

#### 4. Simulation results

The applicability and performance of the proposed controller designed with a time-varying sliding surface is investigated on the basis of simulations for a

bioreactor model given in (4–6) with Haldane kinetics. The system parameters in (5) are taken as

$$\begin{aligned}
 v &= 41 \\
 \gamma_{\text{sin}} &= 20 \text{ g/l} \\
 y_c &= 0.5 \\
 \mu_{\text{max}} &= 0.31/\text{h} \\
 k_1 &= 0.1 \text{ g/l} \\
 k_2 &= 1/401/\text{g}
 \end{aligned} \tag{23}$$

and the desired state variables are calculated by using (7) as

$$\begin{aligned}
 x_{d1} &= \gamma_x^* = 9.455 \text{ g/l} \\
 x_{d2} &= \gamma_s^* = 1.090 \text{ g/l}
 \end{aligned} \tag{24}$$

The reaction rate of the unsaturated bioreactor increases with increasing substrate concentration. Therefore, during the fermentation process, the excess amount of substrate in the bioreactor tank causes undesired by-product formation. In order to avoid this, the substrate concentration should not stay above its desired value for a long time. It is assumed that substrate concentration of the environment is initially zero and needed to be kept low. Thus, the initial conditions are taken as  $(\gamma_x(0), \gamma_s(0)) = (0.5, 0)$ . During the simulations, in order to show the robustness against bounded external disturbances,  $d(t)$  is modelled with a sinusoidal signal taken as

$$d(t) = 0.02 \cos(2\pi t) \tag{25}$$

The bounded parameter uncertainties of  $\mu_{\text{max}}$ ,  $k_1$  and  $k_2$  are defined as  $\Delta\mu_{\text{max}}$ ,  $\Delta k_1$  and  $\Delta k_2$ , respectively. They are chosen as

$$\begin{aligned}
 \Delta\eta_{\text{max}} &= 0.03 \cos(2\pi t/10) \\
 \Delta k_1 &= -0.01 \cos(2\pi t/15) \\
 \Delta k_2 &= -0.0025 \cos(2\pi t/25)
 \end{aligned} \tag{26}$$

For all of the controllers, discontinuous control gain in (14) is taken as  $k=0.7$ . All simulations are performed in the time interval between (0; 40 h) and the sampling time for the computer simulations is taken as 0.06 min. The performance of the proposed controller (SMC-P) is compared with the conventional SMC having a constant sliding surface (SMC-C).

The controller parameters are initial condition dependent and therefore must be properly selected for a given initial condition. For the given system model, the

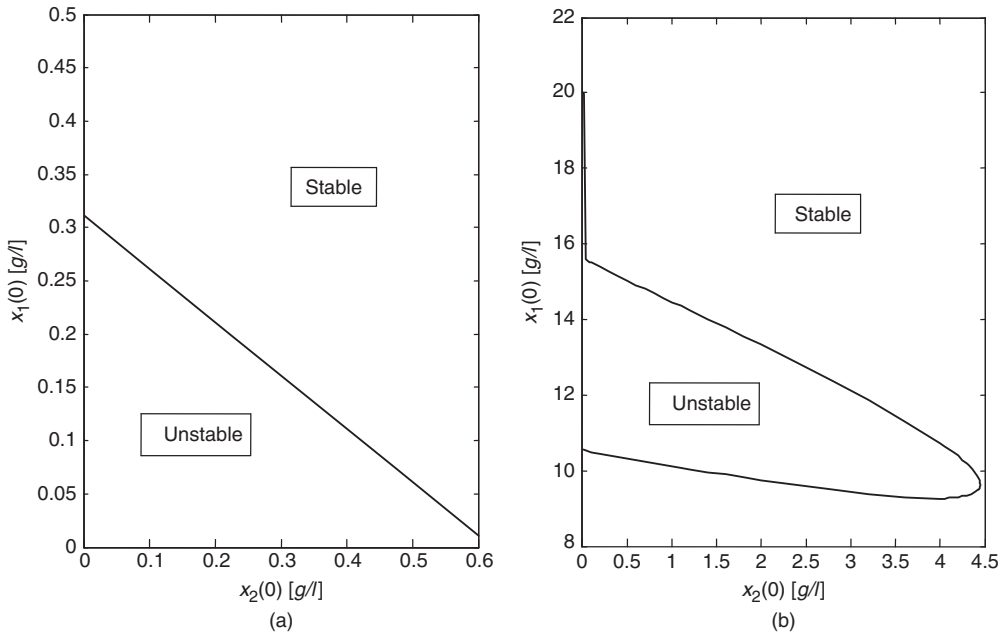


stability of the sliding modes is analysed with simulations based on two different values of  $c_1$  parameter. The regions in which  $\sigma=0$  is a stable attractor are given in Figure 1 for both a positive and a negative value of the sliding surface parameter. It is seen that stable regions could be obtained for different initial conditions. In this study, sliding surface parameters are selected in a trial and error manner in order provide a proper system performance and stability.

The sliding surface parameter  $c_1$  also has an important effect on the performance of the system. It is chosen for SMC-C in order to have a best integral of absolute error (IAE) performance for  $\gamma_x$ . To achieve this, SMC-C is simulated for different  $c_1$  values and the IAE( $\gamma_x$ ) and  $t_{\text{reach}}$  performance criteria are given in Figure 2, where it is seen that the minimum value of IAE( $\gamma_x$ ) is obtained for  $c_1 = 0.032$ . Therefore,  $c_1 = 0.032$  is chosen as it gives the minimum IAE( $\gamma_x$ ) and an acceptable  $t_{\text{reach}}$  value. Then, in order to have a fair comparison, the  $c_f$  value of SMC-P is also taken the same as  $c_1$  value of SMC-C.

Two different SMC-P behaviours are considered to show the effect of the  $t_f$  parameter as follows:

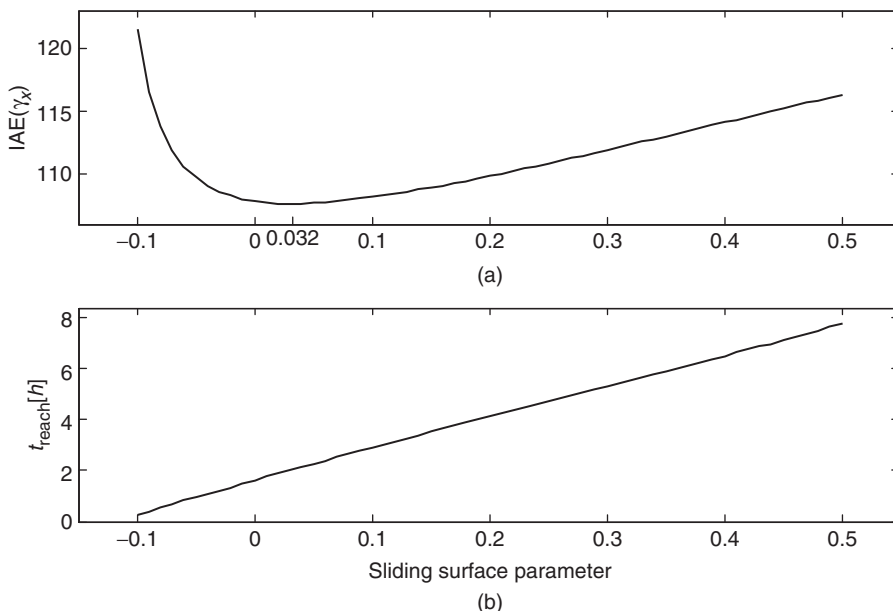
$$\begin{aligned} \text{SMP} - P_1 : t_k = 0 \text{ h}, \quad t_f = 2 \text{ h}, \quad c_f = 0.032, \\ \alpha_0 = 2.3\pi/4, \quad c_{\max} = 5(\alpha_1 = 0.0302) \\ \text{SMC} - P_2 : t_k = 0 \text{ h}, \quad t_f = 2.2 \text{ h}, \quad c_f = 0.032, \\ \alpha_0 = 2.3\pi/4, \quad c_{\max} = 5(\alpha_1 = 0.0022) \end{aligned} \quad (27)$$



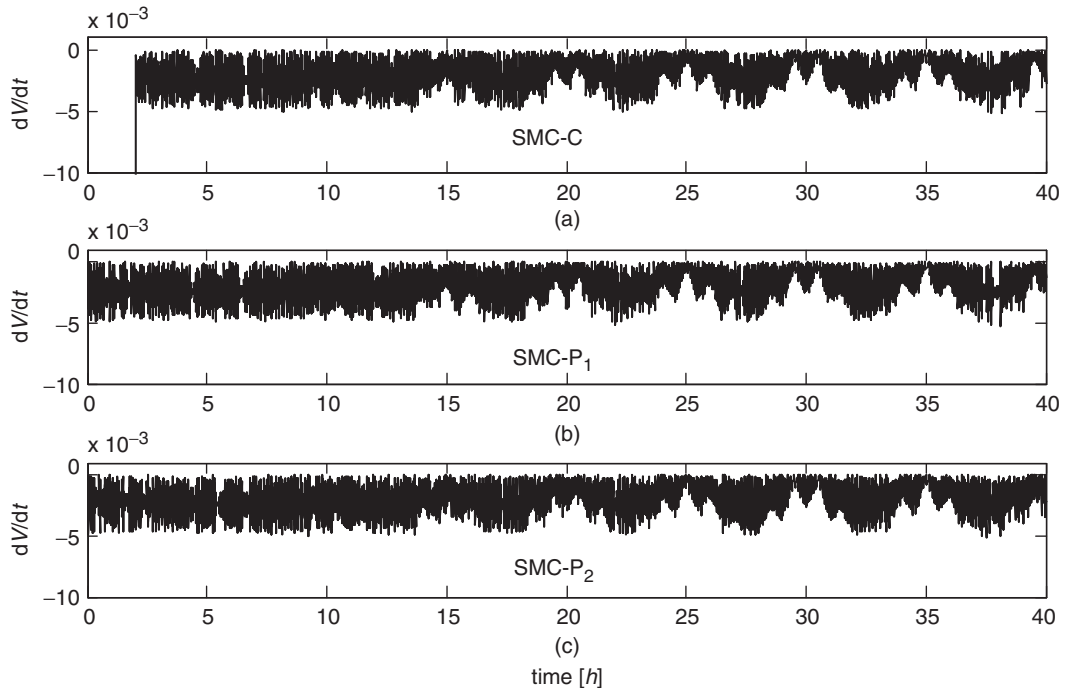
**Figure 1** Simulation analysis of the effect of initial conditions on the system stability for: (a)  $c_1 = -0.12$ , (b)  $c_1 = 1$

As  $\alpha_1$  is positive,  $\alpha_0$  is chosen from the interval  $(2\pi/4, \pi]$ . To show the sliding mode behaviour in an ideal case, the control law with signum function is first investigated. The derivative of the Lyapunov function is given in Figure 3. It is seen that all the controllers satisfy the reachability condition for the given initial conditions and design parameters. The IAE and settling time ( $t_s$ ) for  $\gamma_x$  and  $\gamma_s$ , percentage maximum overshoot ( $M_p$ ) for  $\gamma_s$ , and  $t_{\text{reach}}$  are taken as performance indices and obtained results are given in Table 1. The SMC-P<sub>1</sub> with  $t_f=2$  h has slightly better performance indices from SMC-C and the robustness is obtained from the beginning as  $t_{\text{reach}}=0$  h. For SMC-P<sub>2</sub>, on the other hand, the performance indices for  $\gamma_x$  slightly degrades but  $M_p(\gamma_s)$  and  $t_s(\gamma_s)$  is fairly improved and  $t_{\text{reach}}=0$  h is also obtained. The time responses of the system states are given in Figure 4 where the chattering in  $\gamma_s(t)$  is visible.

The error phase space and the sliding surfaces at different time instants are plotted in Figure 5. When SMC-P<sub>1</sub> and SMC-P<sub>2</sub> parameters in (27) are compared, it is seen that the only difference is the  $t_f$  value. SMC-P<sub>1</sub> reaches the final sliding surface  $c_f$  at time  $t_f=2$  h, whereas SMC-P<sub>2</sub> reaches at time  $t_f=22$  h. As the angular parameters are same, both SMC-P<sub>1</sub> and SMC-P<sub>2</sub> have a similar angular behaviour with different time scaling as seen in Figure 5. Furthermore, the effect of  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$  on the time-varying behaviour of  $c_1(t)$  is investigated with simulations performed using different angular parameter values.



**Figure 2** Simulation analysis of the effect of sliding surface parameter on the system performance of SMC-C: (a)  $\text{IAE}(\gamma_x)$ , (b)  $t_{\text{reach}}$



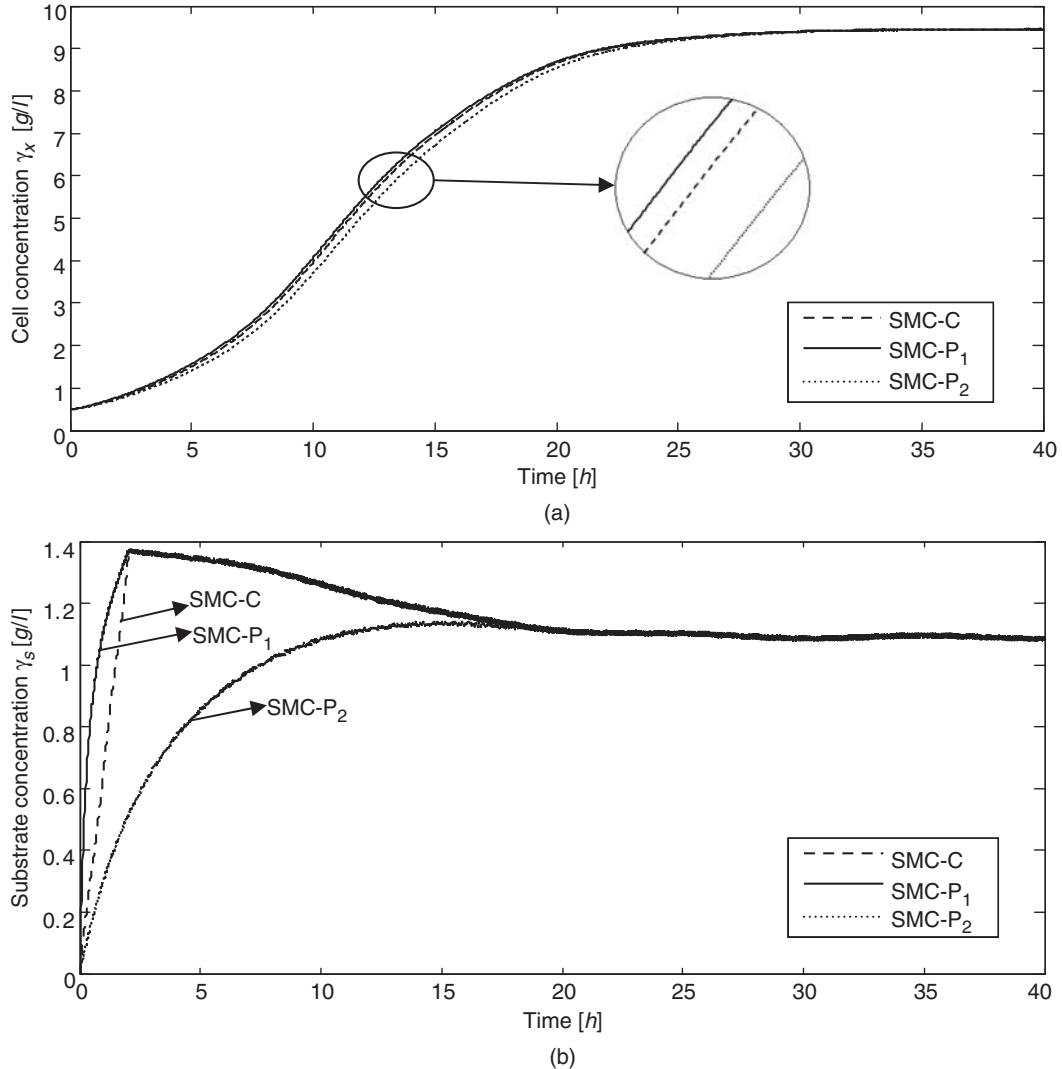
**Figure 3** The derivative of the Lyapunov function: (a) SMC-C, (b) SMC-P<sub>1</sub>, (c) SMC-P<sub>2</sub>

**Table 1** Performance indices of the related controllers for the ideal sliding mode case ( $\delta=0$ )

Controller	IAE( $\gamma_x$ ) [g/(lh <sup>-1</sup> )]	IAE( $\gamma_s$ ) [g/(lh <sup>-1</sup> )]	$T_s(\gamma_x)$ (h)	$T_s(\gamma_s)$ (h)	$T_p(\gamma_s)$ (%)	$t_{\text{reach}}$ (h)
SMC-C	107.63	3.86	30.60	17.91	26.04	2.03
SMC-P <sub>1</sub>	106.04	3.36	30.46	17.61	25.96	0
SMC-P <sub>2</sub>	111.30	3.73	31.08	8.61	4.83	0

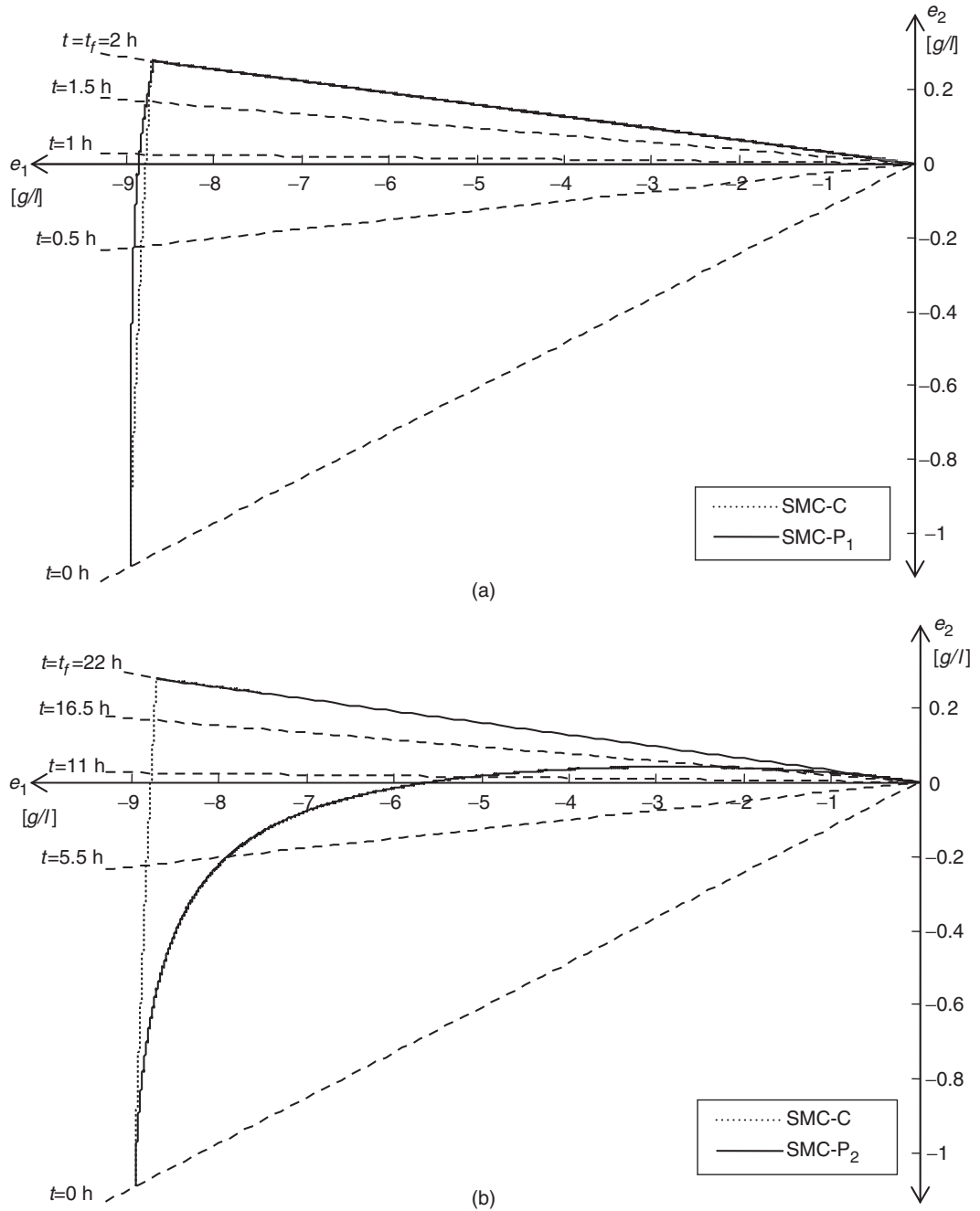
The change in the sliding surface  $\sigma$  over time is plotted in Figure 6. It is seen that SMC-P<sub>1</sub> and SMC-P<sub>2</sub> are always on the sliding surface after time  $t_k=0$  h whereas SMC-C has a large initial value. The chattering in the sliding surface is a result of the control inputs in Figure 7. The control inputs are not allowed to take negative values as only inflow rate is available.

The chattering in the control inputs can be avoided by using the continuation method. The continuous approximation (15) of the signum function is used with

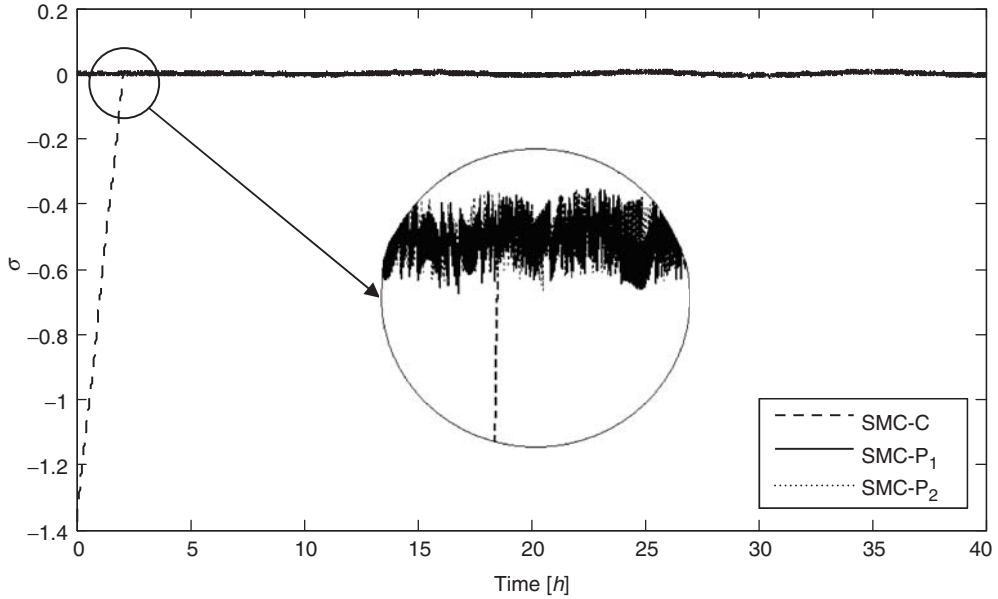


**Figure 4** System states for ideal SMC case: (a) cell concentration  $\gamma_x$ , (b) substrate concentration  $\gamma_s$

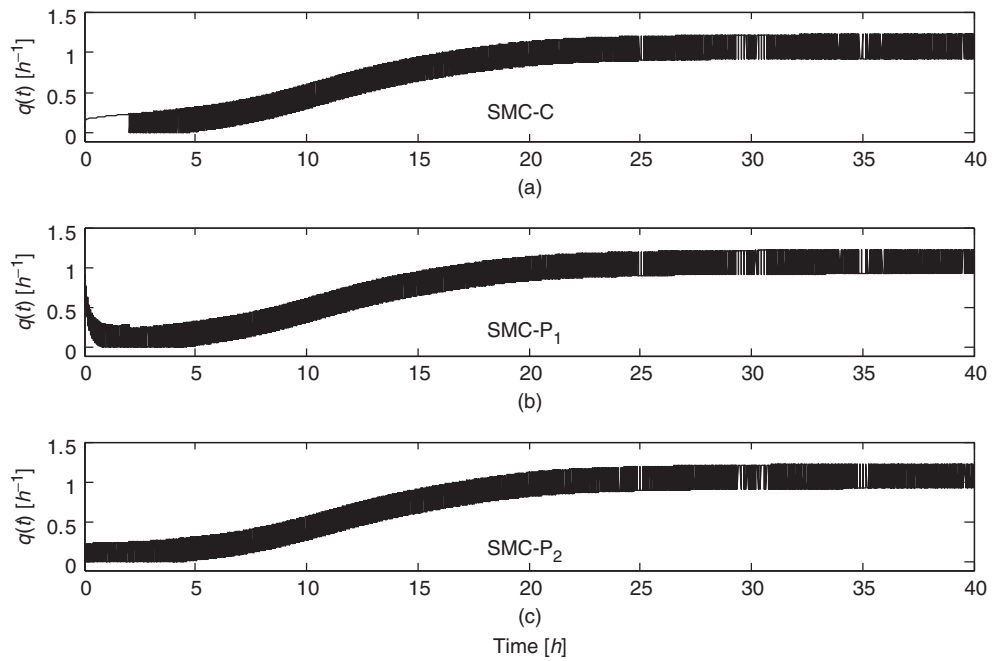
$\delta = 0.0035$  to obtain a continuous control signal with a pseudo-sliding mode behaviour. The performance indices for the pseudo-sliding mode case are given in Table 2. It is seen that performance indices are similar to the ideal sliding mode performances given in Table 1. The change in the substrate concentration and control input are given in Figure 8. The chattering in  $\gamma_s$  is avoided as a result of the continuous control signal in Figure 8(b).



**Figure 5** Time-varying sliding surface at various time instants and error phase space behaviour of the state variables: (a) SMC- $P_1$ , (b) SMC- $P_2$



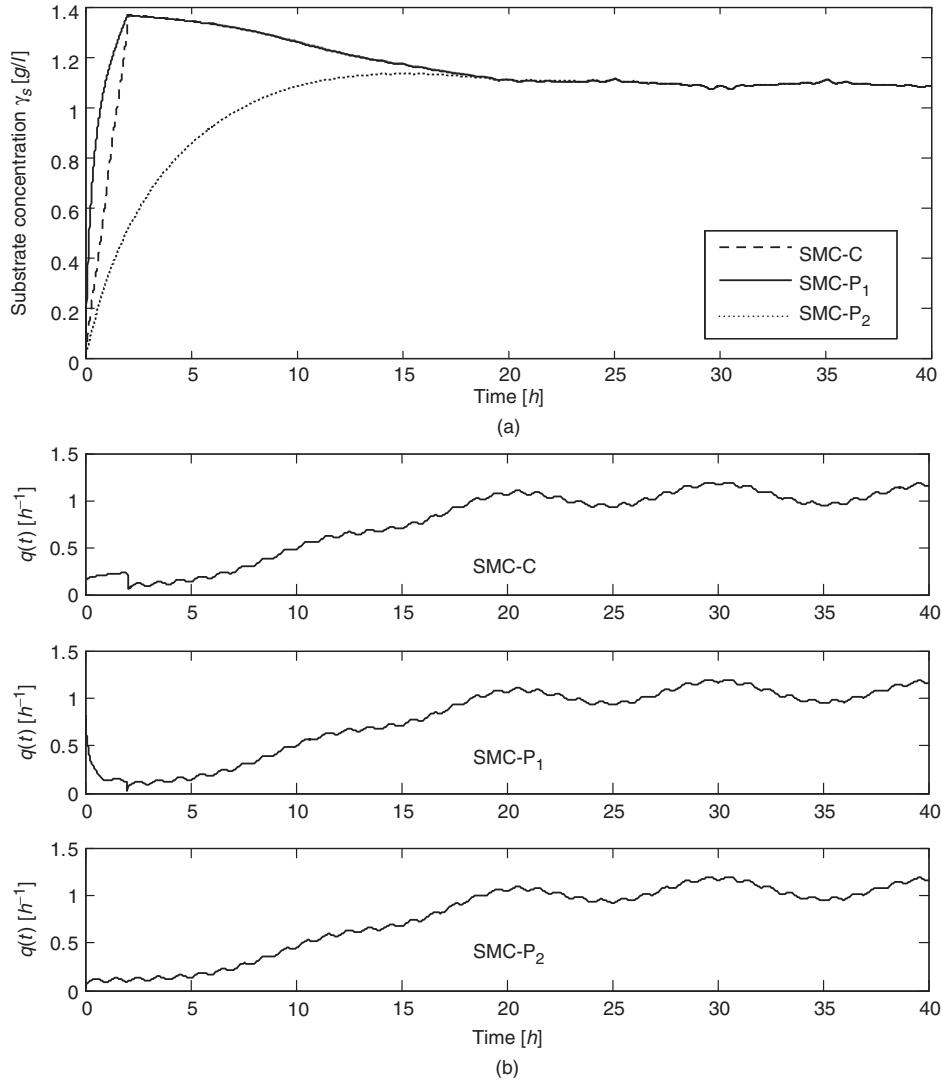
**Figure 6** Change in the sliding surface variable  $\sigma$  over time for ideal SMC case

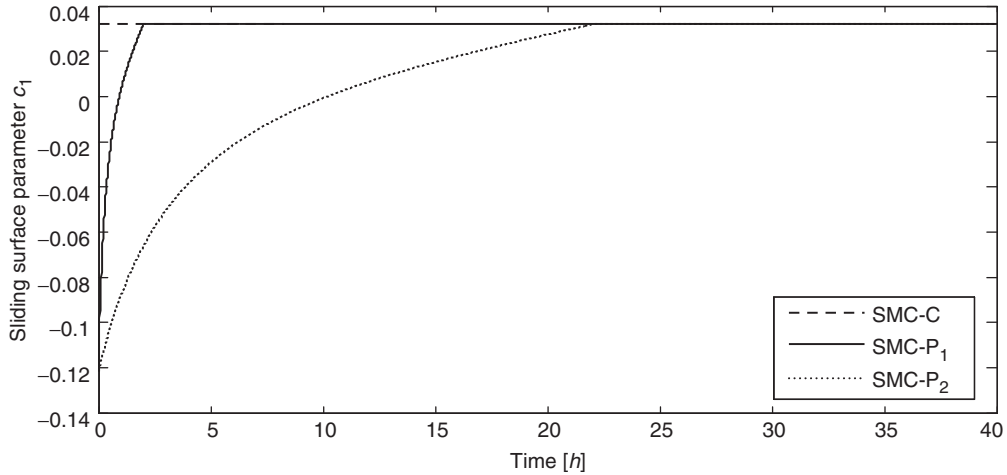


**Figure 7** The dilution rate  $q(t)$  for ideal SMC case: (a) SMC-C, (b) SMC-P<sub>1</sub>, (c) SMC-P<sub>2</sub>

**Table 2** Performance indices of the related controllers for the pseudo-sliding mode case ( $\delta = 0$ )

Controller	IAE( $\gamma_x$ ) [g/(lh <sup>-1</sup> )]	IAE( $\gamma_s$ ) [g/(lh <sup>-1</sup> )]	$T_s(\gamma_x)$ (h)	$T_s(\gamma_s)$ (h)	$M_p(\gamma_s)$ (%)	$t_{\text{reach}}$ (h)
SMC-C	107.64	3.87	30.28	17.36	25.60	2.07
SMC-P <sub>1</sub>	106.04	3.37	30.19	17.23	25.67	0
SMC-P <sub>2</sub>	111.32	3.74	30.92	8.52	4.34	0

**Figure 8** Pseudo-SMC case: (a) substrate concentration, (b) dilution rate  $q(t)$



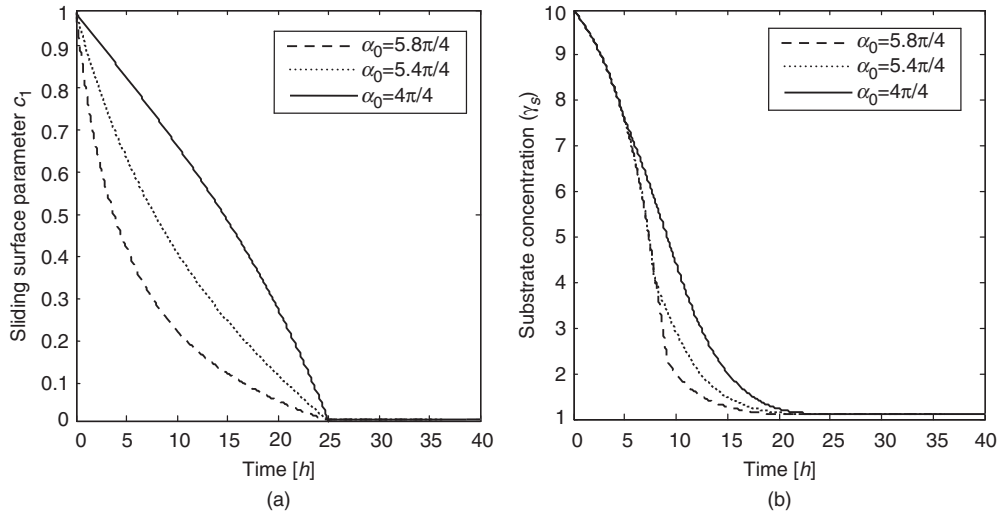
**Figure 9** Sliding surface parameter  $c_1$

The time-varying behaviour of  $c_1$  for proposed SMC-P controllers used for both ideal and pseudo-sliding mode cases is given in Figure 9. For SMC-P<sub>1</sub> and SMC-P<sub>2</sub>,  $c_f=0.032$  is reached at time  $t_f=2$  h and 22 h, respectively. The parameter  $c_1$  changes in a non-linear fashion as result of the chosen design parameters  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$ .

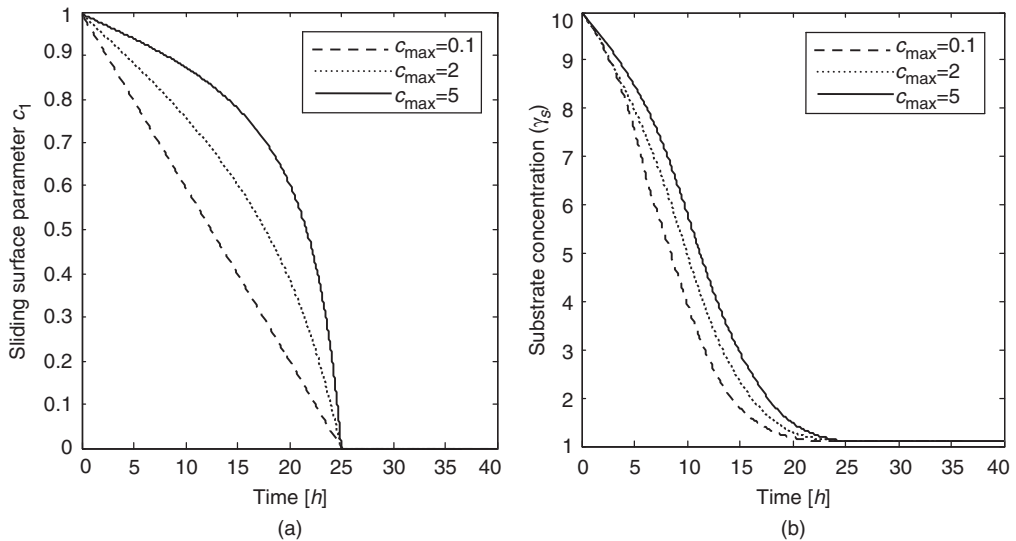
The improvements for the proposed method given in Figures 4–8 are obtained by proper selection of the design parameters. It is obvious that by defining different design parameter values, various rotation schemes can be obtained. To show the applicability of the idea for different initial conditions, the simulations are performed on the same system by taking initial condition as  $(\gamma_x(0), \gamma_s(0)) = (0.5, 10)$ . The effect of the design parameters  $\alpha_0$  and  $\alpha_1$  on the system performance is investigated. Firstly,  $c_{\max}$  in (18) is chosen as 1, which gives  $\alpha_1 = -0.0314$  and the time-varying sliding surfaces for different values of  $\alpha_0$  are plotted. As  $\alpha_1$  is negative,  $\alpha_0$  has taken values in the interval  $[\pi, 6\pi/4]$ . Other design parameters are taken as  $t_k = 0$  h,  $t_f = 25$  h,  $c_f = 0$ . The results are plotted in Figure 10. The variation of the time-varying scheme with  $\alpha_0$  is given in Figure 10(a). It is seen that increasing  $\alpha_0$  increases the initial value of  $\alpha(t)$ , which causes an increase in the non-linearity of the change in the  $c_1$ . This increment results a decrease in the settling time of substrate concentration as shown in Figure 10(b).

Secondly,  $\alpha_0 = \pi$  is taken with the same  $t_k$ ,  $t_f$  and  $c_f$  values and the simulations are performed for different values of  $c_{\max} = 0.1, 2$  and 5 that gives  $\alpha_1 = -0.004, -0.044$  and  $-0.055$  from (18). It is seen from Figure 11(a) that it causes an opposite effect on the sliding surface with respect to  $\alpha_0$ . As  $c_{\max}$  increases, the magnitude of  $\alpha_1$  also increases, which causes a deceleration in substrate concentration as seen in Figure 11(b). Thus, by adjusting the parameters  $\alpha_0$  and  $c_{\max}$ , different time-varying strategies could be obtained. For instance, by taking  $c_{\max} = 0.1$  as a relatively small value as in Figure 11(a), the time-varying sliding surface parameter is linearly changing in time and is similar to the sliding surface presented by Bartoszewicz (1995).





**Figure 10** The effect of design parameter  $\alpha_0$ : (a) on the sliding surface parameter  $c_1$ , (b) on the system state  $\gamma_s$



**Figure 11** The effect of design parameter  $c_{\max}$ : (a) on the sliding surface parameter  $c_1$ , (b) on the system state  $\gamma_s$

## 5. Conclusion

In this study, sliding mode control of a non-linear bioreactor model subject to bounded parameter variations and external disturbances is investigated. A new sliding surface with angular scaling and angular shifting parameters is presented in order to provide

a continuously time-varying linear sliding surface. The design parameters of the proposed method are initial condition dependent and they are obtained in a trial and error manner for each initial condition to provide stability and performance specifications. Furthermore, to avoid the extra effort of searching the proper parameters for each initial condition, the non-linear model linear in input can be transformed into a canonical form to obtain the mathematical analysis of the stability of the sliding modes occurring in the given system based on design parameters, initial conditions and system variables. Also, in this study, all the state variables are assumed to be measurable. On the other hand, bioreactor control applications require estimation of the states and parameters that can be used in designing a stable control algorithm. Therefore, designing a stable adaptive observer that simultaneously estimates the immeasurable states and the unknown parameters can be considered before considering the real time application of the proposed method.

The excess amount of substrate concentration in the mixture causes undesired by-product information. Therefore, the substrate concentration should not stay above its desired value for a long time. Based on the simulation results, it was concluded that the proposed method is very effective in improving the system performance in terms of settling time and percentage maximum overshoot of substrate concentration. Also, the robustness in terms of reaching time is improved with respect to the conventional SMC. It is also shown by the simulations performed on different initial conditions that various state trajectories could be obtained by using different values of the design parameters.

## Acknowledgement

The author wishes to thank the Scientific and Technological Research Council of Turkey (TÜBİTAK) for financial support (Project No: 107E186) and anonymous reviewers for improving the manuscript with their constructive comments.

## References

- Bartoszewicz, A.** 1995: A comment on 'A time varying sliding surface for fast and robust tracking control of second-order uncertain systems'. *Automatica* 31, 1893–95.
- Bartoszewicz, A. and Nowacka, A.** 2006: Optimal design of the shifted switching planes for VSC of a third-order system. *Transactions of the Institute of Measurement and Control* 28, 335–52.
- Bastin, G. and Van Impe, J.F.** 1995: Nonlinear and adaptive control in biotechnology: a tutorial. *European Journal of Control* 1, 37–53.
- Chen, C.T. and Peng, S.T.** 2004: A nonlinear control scheme for imprecisely known processes using the sliding mode and neural fuzzy techniques. *Journal of Process Control* 14, 501–15.
- Derdiyok, A. and Levent, M.** 2000: Sliding mode control of a bioreactor. *Korean Journal of Chemical Engineering* 17, 619–24.
- Dochain, D.** 2008: *Automatic control of bioprocesses*. ISTE/Hermes Science Publishing.
- Efe, M.O.** 2002: A novel error critic for variable structure control with an ADALINE.

- Transactions of the Institute of Measurement and Control* 24, 403–15.
- Efe, M.O.** 2007: MIMO variable structure controller design for a bioreactor benchmark process. *ISA Transactions* 46, 459–69.
- Georgieva, O., Hristozov, I., Pencheva, T., Tzonkov, S. and Hitzmann, B.** 2003: Mathematical modelling and variable structure control systems for fed-batch fermentation of *Escherichia coli*. *Chemical and Biochemical Engineering Quarterly* 17, 293–99.
- Georgieva, P.G. and Ignatova, M.N.** 2000: Implementation of robust control theory to a continuous stirred tank bioreactor. *Bioprocess and Biosystems Engineering* 22, 563–68.
- Henson, M.A.** 2006: Biochemical reactor modeling and control. *IEEE Control Systems Magazine* 26, 54–62.
- Hung, J.Y., Gao, W. and Hung, J.C.** 1993: Variable structure control. A survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 40, 2–22.
- Iglesias, E., García, Y., Sanjuan, M., Camacho, O. and Smith, C.** 2007: Fuzzy surface-based sliding mode control. *ISA Transactions* 46, 73–83.
- Kaynak, O., Erbatur, K. and Ertugrul, M.** 2001: The fusion of computationally intelligent methodologies and sliding-mode control – a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 48, 4–17.
- McGookin, E.W., Murray-Smith, D.J., Li, Y. and Fossen, T.I.** 2000: The optimization of a tanker autopilot control system using genetic algorithms. *Transactions of the Institute of Measurement and Control* 22, 141–78.
- Nagy, Z.K.** 2007: Model based control of a yeast fermentation bioreactor using optimally designed artificial neural networks. *Chemical Engineering Journal* 127, 95–109.
- Ramaswamy, S., Cutright, T.J. and Qammar, H.K.** 2005: Control of a continuous bioreactor using model predictive control. *Process Biochemistry* 40, 2763–70.
- Selisteanu, D., Petre, E. and Rasvan, V.B.** 2007: Sliding mode and adaptive sliding-mode control of a class of nonlinear bioprocesses. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 21, 795–822.
- Simeonov, I.S.** 1999: Mathematical modeling and parameters estimation of anaerobic fermentation processes. *Bioprocess Engineering* 21, 377–81.
- Szederkényi, G., Kristensen, N.R., Hangos, K.M. and Jørgensen, S.B.** 2002: Nonlinear analysis and control of a continuous fermentation process. *Computers and Chemical Engineering* 26, 656–70.
- Tham, H.J., Ramachandran, K.B. and Hussain, M.A.** 2003: Sliding mode control for a continuous bioreactor. *Chemical and Biochemical Engineering Quarterly* 17, 267–75.
- Tokat, S., Eksin, I., Guzelkaya, M. and Soylemez, M.T.** 2003: Design of a sliding mode controller with a nonlinear time-varying sliding surface. *Transactions of the Institute of Measurement and Control* 25, 145–62.
- Ul-Haq, I. and Mukhtar, H.** 2006: Fuzzy logic control of bioreactor for enhanced biosynthesis of alkaline protease by an alkalophilic strain of bacillus. *Current Microbiology* 52, 149–52.
- Utkin, V.I.** 2004: Sliding mode control. In Sabanovic, A., Fridman, L. & Spurgeon, S., editors. *Variable structure systems: from principles to implementation*. IEE Press, 3–17, IEE Control Series 66.
- Yu, X., Dunnigan, M.W. and Williams, B.W.** 2001: Comparative study of sliding mode speed and position control of a vector-controlled induction machine. *Transactions of the Institute of Measurement and Control* 23, 83–101.
- Zhang, J.G., Jiang, K., Chen, Z.M. and Zhao, Z.** 2006: Global robust fuzzy sliding mode control for a class of non-linear system. *Transactions of the Institute of Measurement and Control* 28, 219–27.
- Zlateva, P.** 1997: Sliding mode control of fermentation processes. *Bioprocess Engineering* 16, 383–87.

**TÜBİTAK**  
**PROJE ÖZET BİLGİ FORMU**

<b>Proje No: 107E186</b>
<b>Proje Başlığı: Destek Vektör Makinelerine Dayalı Kayma Kipli Kontrolör Tasarımı</b>
<b>Proje Yürütücüsü ve Araştırmacılar:</b> Yrd.Doç.Dr. Sezai TOKAT (proje yürütücüsü) Doç.Dr. Serdar İPLİKÇİ (proje araştırmacısı) Seçil AYDIN (yarı zamanlı proje bursiyer öğrencisi) Lütfi ULUSOY (tam zamanlı proje bursiyer öğrencisi)
<b>Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi:</b> Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Bilgisayar Mühendisliği Bölümü, 20070, Denizli
<b>Destekleyen Kuruluş(ların) Adı ve Adresi:</b> TÜBİTAK Tunus Caddesi No:80 06100 Kavaklıdere / Ankara
<b>Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri: Şubat 2008-Haziran 2010</b>
<b>Öz (70 kelime)</b> Kayma kipli kontrolörde (SMC'de) zamanla değişen kayma yüzeyi tasarımındaki sorunlardan biri başlangıç koşullarına bağımlı tasarım parametreleridir. Projede kayma yüzeyi parametrelerini başlangıç koşullarına göre elde etmek için destek vektör makineleri (SVM) kullanılmıştır. Ölçülemeyen durumlar söz konusu olduğunda ise tüm durumların geribeslemesini kullanan SMC gerçekleştirilemez. İkinci olarak kayma kipli gözleyici tasarımı üzerinde durulmuş, SVM algoritmaları kullanılarak gözleyici ve kontrolör başarımı iyileştirilmiştir. Proje de elde edilen yapıların ayırık-zamanlı SMC için uygulanmasına da çalışılmıştır.
<b>Anahtar Kelimeler:</b> Sürekli-zamanlı kayma kipli kontrol, ayırık-zamanlı kayma kipli kontrol, kayma kipli gözleyici, durum gözleyicisi, bozucu gözleyicisi, doğrusal olmayan kontrol, destek vektör makineleri, dayanıklı kontrol
<b>Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu mu?</b> Evet <input type="checkbox"/> Gerekli Değil <input checked="" type="checkbox"/> Fikri Ürün Bildirim Formu'nun tesliminden sonra 3 ay içerisinde patent başvurusu yapılmalıdır.

**Projeden Yapılan Yayınlar:**

- Tokat, S.** "Sliding mode controlled bioreactor using a time-varying sliding surface," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Volume: 31, No: 5, pp: 435-456, OCTOBER 2009.
- Tokat S., ve Aydın S.,** "Başlangıç Koşullarına Göre Parametreleri Ayarlanan Açısız Bilgiye Dayalı Kayma Kipli Bulanık Kontrolör Tasarımı," *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı*, Cilt 1, 309-314, 13-15 Kasım, İstanbul Teknik Üniversitesi, (2008).
- Tokat S., and Ulusoy L.,** "Genetic Algorithms Applied to Initial Condition Adaptation of a Sliding Mode Controller with a Time-varying Sliding Surface," *Proceedings of the International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications (INISTA'09)*, 5-11, June 29-July 1, Trabzon, Turkey, (2009).
- Tokat S., Iplikci S., Ulusoy L.,** "Performance Based Sliding Mode Controller using Support Vector Machines," *The 2nd IFAC International Conference on Intelligent Control Systems and Signal Processing (ICONS'09)*, September 21-23, Istanbul, Turkey, (2009).
- Tokat S., Ulusoy L.,** "Output Feedback Sliding Mode Controller with Improved Tracking Performance," *Proceedings of the 29th IASTED International Conference on Modelling, Identification and Control*, February 15-17, Innsbruck, Austria, (2010).
- Tokat S., Iplikci S, Ulusoy L.,** "Output Feedback Sliding Mode Control with Support Vector Machine Based Observer Gain Adaptation," *Proceedings of the 8th WSEAS International Conference on Circuits, Systems, Electronics, Control and Signal Processing (CSECS'09)*, December 14-16, Puerto de la Cruz, Tenerife, Spain, (2009).
- Tokat S., Iplikci S. and Ulusoy L.,** "Observer Gain Adaptation of Output Feedback Sliding Mode Controller with Support Vector Machine Regression," *WSEAS Transactions on Systems and Control*, Volume:5, Issue:2, Pages: 111-122, February 2010 , 2010
- Tokat S., Iplikci S. and Ulusoy L.,** "Ayrık-zamanlı Kayma Kipli Kontrolörde Bozucu Gözleyici Kazancının Destek Vektör Makineleri ile Ayarlanması," *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı (TOK'2010)*, Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, (hakemde).