

**Yapısal Kırılmaların Kademeli Olarak Modellendiği Yeni Bir  
Panel Birim Kök Testi**

**Program Kodu: 1001**

**Proje No: 215K086**

Proje Yürütücüsü:  
**Doç. Dr. Şaban NAZLIOĞLU**

Bursiyer:  
ađın KARUL

EKİM 2017  
ANKARA

## ÖNSÖZ

Bu proje, yapısal kırılmaları kademeli biçimde dikkate alan bir panel birim kök testi önermektedir. Yapısal kırılmaların modellenmesinde Fourier yaklaşımı kullanılmış ve test istatistiği Lagrange Çarpanı (LM) prensibine göre geliştirilmiştir. Test istatistiğinin asimptotik dağılımı elde edilerek, standart normal dağılıma sahip olduğu gösterilmiştir. Testin küçük örneklem boyut (size) ve güç (power) özellikleri farklı kırılma tipleri için Monte Carlo simülasyonlarıyla incelenmiştir. Simülasyonlar, birbirinden farklı kırılma tiplerini içeren veri yaratma süreçlerinde testin boyut ve güç özelliklerinin iyi olduğunu göstermektedir. Son olarak, Türk döviz kurları şoklarının geçici olup/olmadığı, Satın Alma Gücü Paritesi(SAGP) hipotezi kapsamında analiz edilmiştir. Kırılmaların ani gerçekleştiği varsayımı altında SAGP hipotezinin geçerli olduğunun bulunmasına karşın, bu projede geliştirilen Fourier panel LM testi SAGP hipotezinin geçerli olmadığını göstermektedir. Buna göre, döviz kuru şoklarının kalıcı olduğu ve Türk döviz kurlarının ülkeler arası enflasyon oranı farklılıklarına uyarlanmadığı bulgusu elde edilmiştir.

Son olarak, Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Projelerini Destekleme-1001 Programı kapsamında bu projeyi destekleyen TÜBİTAK'a teşekkür ederiz.

*Annem'e*

## İÇİNDEKİLER

	<b>Sayfa</b>
KAPAK.....	i
ÖNSÖZ.....	ii
İÇİNDEKİLER.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	v
TABLolar DİZİNİ.....	vi
ÖZET.....	vii
ABSTRACT.....	viii
1. GİRİŞ.....	1
2. TEST İSTATİSTİĞİ VE DAĞILIMI.....	2
3. KÜÇÜK ÖRNEKLEM ÖZELLİKLERİ.....	12
3.1. Yatay Kesit Bağımlılığı Durumunda Boyut ve Güç Özellikleri.....	13
3.2. Yatay Kesit Bağımsızlığı Durumunda Boyut ve Güç Özellikleri.....	20
4. AMPİRİK UYGULAMA.....	22
5. SONUÇ.....	25
6. KAYNAKLAR.....	26

## ŞEKİLLER DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
Şekil 1. Ani Kırılmalar ve Fourier Yaklaşımları	14
Şekil 2. LSTAR Kırılmalar ve Fourier Yaklaşımları	15
Şekil 3. ESTAR Kırılmalar ve Fourier Yaklaşımları	17
Şekil 4. Reel Döviz Kurları ve Fourier Yaklaşımları	23

## TABLolar DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
Tablo 1. Asimptotik Momentler	7
Tablo 2. Ortak Faktör ile Asimptotik Momentler	9
Tablo 3. Ani Kırılmalar Durumunda Boyut ve Güç Özellikleri	14
Tablo 4. LSTAR Kırılmalar Durumunda Boyut ve Güç Özellikleri	16
Tablo 5. ESTAR Kırılmalar Durumunda Boyut ve Güç Özellikleri	17
Tablo 6. Ani ve Yumuşak Kırılmalar Durumunda Boyut ve Güç Özellikleri	18
Tablo 7. Tutarlılık Özellikleri	19
Tablo 8. Yatay Kesit Bağımsızlığı Durumunda Boyut ve Güç Özellikleri	21
Tablo 9. SAGP Hipotezi için Sonuçlar	24

## ÖZET

Bu projenin amacı, yapısal kırılmaları Fourier yaklaşımı yoluyla kademeli biçimde dikkate alan bir panel birim kök testi geliştirmektir. Panel istatistiği Lagrange Çarpanı (LM) ilkesine dayanılarak geliştirilmiş, test istatistiğinin dağılımı elde edilmiş ve standart normal dağılıma sahip olduğu gösterilmiştir. Testin küçük örneklem özellikleri farklı kırılma tipleri için Monte Carlo simülasyonlarıyla analiz edilmiştir. Simülasyon sonuçları, test istatistiğinin paneldeki kesitlerin ani veya yumuşak kırılmalar altında iyi boyut ve güç özelliklerine sahip olduğunu göstermektedir. Ayrıca, kesitlerin farklı kırılma tiplerini (ani ve yumuşak kırılmaları) birlikte içermesi durumunda dahi testin boyut ve güç özelliklerinin iyi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ampirik uygulama olarak, Satın Alma Gücü Paritesi(SAGP) hipotezinin Türkiye için geçerli olup olmadığı test edilmiştir. Kırılmaların ani gerçekleştiği varsayımı ile hareket eden birim kök testi, SAGP hipotezinin geçerli olduğunu gösterirken; bu projede geliştirilen Fourier panel LM testi, hipotezin geçerli olmadığını göstermektedir. Böylelikle, Türkiye’de döviz kuru dinamiklerinin doğasına ilişkin yeni bir bilgi elde edilmektedir. Buna göre, Türk döviz kurlarının ülkeler arası enflasyon oranı farklılıklarına uyarlanmadığı ve döviz kuru şoklarının kalıcı olduğu bulgusu elde edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Panel birim kök, Yapısal kırılma, Fourier yaklaşımı, SAGP Hipotezi, Türkiye.

## ABSTRACT

The purpose of this project is to develop a panel unit root test which accommodates structural breaks as a gradual process by means of a Fourier approximation. The panel statistic is constructed based on Lagrange multiplier (LM) principle and it has a standard normal distribution. The small sample properties of the test are analyzed for various kinds of structural shifts with Monte Carlo simulations. The simulation results show that the test statistic has good size and power properties for the panel data sets in which cross-sections have sharp or smooth breaks. We also obtain that the test well behaves even in the panel data sets that cross-sections have different break (sharp and smooth breaks) types. As an empirical illustration, we re-examine whether the purchasing power parity hypothesis (PPP) holds for Turkey. We find out that while the panel unit root test which assumes sharp breaks indicates the validity of PPP hypothesis, Fourier Panel LM test developed in this project does not support the hypothesis. Thus, new testing procedure provides a fresh information regarding the nature of dynamics of Turkish exchange rates. Accordingly, we reach a conclusion that Turkish exchange rates do not adjust to the cross-country inflation differences and shocks to the exchange rates are permanent.

**Keywords:** Panel unit root, Structural break, Fourier approximation, PPP Hypothesis, Turkey



## 1. GİRİŞ

Panel veri setleri, zaman boyutunun yanı sıra kesit boyutundan da bilgiler içerdiği için testlerin gücünün artmasını sağlamaktadır. Panel verinin bu özelliği, panel birim kök yazınının yirmi yıl içerisinde hızlı bir gelişme göstermesinde önemli bir role sahiptir. Panel birim kök yazınındaki ilk çalışmalar, panel veri setlerinde yatay kesit bağımsızlığını varsayarken (bkz., Levin vd., 2002; Im vd., 2003; Maddala ve Wu, 1999; Choi, 2001), bunları takip eden çalışmalar kesitler arası bağımlılığın dikkate alınmasına odaklanmışlardır (bunlardan bazıları, Breuer vd., 2002; Bai ve Ng, 2004; Pesaran, 2007).

Yatay kesit bağımlılığının modellenmesinin yanı sıra panel birim kök yazınındaki bir diğer gelişme, yapısal kırılmaların modele dahil edilmesi olmuştur. Kırılmaların modellenmesindeki geleneksel yaklaşım, kırılmaların ani gerçekleştiği varsayımına dayanan kukla değişken yaklaşımıdır. Yapısal kırılmalı panel birim kök yazınında Carrion-i-Silvestre vd. (2005)'i takiben Im vd. (2005 ve 2012) ve Westerlund (2012)'de yapısal kırılmaları kukla değişkenler yoluyla dikkate alan testler geliştirilmiştir. Bir diğer yaklaşım ise kırılmaların kademeli olarak gerçekleştiği varsayımına dayalı yumuşak geçiş yaklaşımıdır. Her iki yaklaşım da kırılmaların biçimi, sayısı ve tarihi konusunda önsel bilgiye ihtiyaç duymaktadır. Zaman serisi yazınında bu önsel bilgi ihtiyacını ortadan kaldırmayı mümkün hale getiren Fourier yaklaşımına dayalı birim kök testleri geliştirilmiştir (bkz, Becker vd., 2006; Enders ve Lee, 2012a ve 2012b; Rodrigues ve Taylor, 2012). Gallant (1981) tarafından önerilen esnek Fourier formun bir uzantısı olan bu yaklaşım, az sayıda düşük frekans sayısı ile serilerin farklı kırılma dinamiklerini iyi yakalayabilme özelliği göstermektedir. Zaman serisi analizindeki gelişmeler panel veri boyutuna kolayca genişletilebildiği için, panel birim kök yazınında da Fourier yaklaşımını kullanan test süreçlerinin geliştirildiği görülmektedir. Lee vd. (2015), deterministik terimdeki yumuşak yapısal değişimlere izin vermek için Enders ve Lee (2012b) tarafından önerilen Fourier DF tipi testinin panel versiyonunu geliştirmiştir. Nazlioglu ve Karul (2017), kırılmaların kademeli olarak modellendiği ve Becker vd. (2006) tarafından geliştirilen Fourier durağanlık testine dayanan panel durağanlık testini önermişlerdir.

Bu projede, kırılmaları kademeli olarak modelleyen panel LM testi önerilerek panel birim kök yazınına genişletmek amaçlanmıştır. Önerilen test, Fourier yaklaşımı yardımıyla yapısal kırılmaların dikkate alındığı ve Enders ve Lee (2012a) tarafından geliştirilen LM testinin panel uzantısı niteliğini taşımaktadır. Test süreci, yapısal kırılmaları dikkate almasının yanı sıra panele özgü olan kesitler arası heterojenliği ve bağımlılığı da dikkate almaktadır. Fourier yaklaşımına dayalı Panel LM istatistiğinin standart normal dağılıma sahip olduğu gösterilmiştir.

Testin küçük örneklem özellikleri farklı kırılma tiplerini (ani kırılmalar, lojistik ve üstel yumuşak kırılmalar, ani ve yumuşak kırılmalar) içeren veri yaratma süreçleri için Monte Carlo simülasyonları yardımıyla incelenmiştir. Simülasyon sonuçları testin boyutunun zaman (T) ve yatay kesit (N) büyüklüklerine bakılmaksızın nominal boyuta çok yakın olduğunu, testin gücünün T veya N veya her ikisi de artarken arttığını ve testin tutarlı olduğunu göstermiştir. Projede son olarak, geliştirilen testin ampirik uygulamasının bir gösterimi için, Türk döviz kurları dinamiklerinin SAGP hipotezi çerçevesinde açıklanıp açıklanamayacağı test edilmiştir. İlk olarak Im vd. (2005) tarafından ani yapısal kırılmalı panel birim kök testi uygulanmış ve SAGP hipotezinin geçerli olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Daha sonra, bu projede geliştirilen Fourier panel LM testi uygulanmış ve SAGP hipotezinin geçerli olmadığı bulgusu elde edilmiştir. Bu bulgu, Türk döviz kuru şoklarının kalıcı olduğu ve nominal kurların ülkeler arası fiyat farklılıklarına uyarlanma sürecine sahip olmadığını göstermektedir.

Bir sonraki bölümde Fourier panel LM testi geliştirilmiş ve asimptotik dağılımı gösterilmiştir. Bölüm 3, Monte Carlo simülasyonlarını içermektedir. Bölüm 4'te ani kırılmalı panel LM ve Fourier panel LM testleri ile Türkiye için SAGP hipotezinin geçerliliği incelenmiştir. Son bölümde çalışmanın sonuçları yer almaktadır.

## 2. TEST İSTATİSTİĞİ VE DAĞILIMI

Veri yaratma süreci aşağıdaki gibidir:

$$y_{it} = d_i(t) + e_{it} \quad t = 1, \dots, T \quad (1)$$

$$e_{it} = \rho_i e_{it-1} + \varepsilon_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad (2)$$

Burada  $t$  zaman indeksini,  $i$  yatay kesit indeksini göstermektedir ve  $d_i(t)$  zamanın deterministik bir fonksiyonudur.  $E(\varepsilon_{it}) = 0$ ,  $E(\varepsilon_{it}^2) = \sigma_{\varepsilon_i}^2 > 0$  ile dördüncü momenti sonlu olmak üzere  $\varepsilon_{it}$  bağımsız özdeş dağılıma sahiptir. Panel istatistiğinin asimptotik dağılımının elde edilmesinde, başlangıç olarak basitlik amacıyla yatay kesit bağımsızlığı  $-E(\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt}) = 0$ ;  $for\ i \neq j$ -varsayılmaktadır. Bu varsayım daha sonra gevşetilerek yatay kesit bağımlılığı altında da test istatistiğinin asimptotik dağılımı gösterilecektir.

Veri yaratma sürecinde yer alan  $d_i(t)$  deterministik fonksiyonunun bilinip bilinmediği önemli bir sorudur. Bu fonksiyonun biçiminin genelde bilinmemesi nedeniyle eşitlik (1) doğrudan tahmin edilemez (Enders ve Lee, 2012b). Farklı kırılma tiplerini için kırılma tarihi,

sayısı ve biçimini bilmeye gerek duymaksızın modellemeyi sağlayan Fourier yaklaşımı, deterministlik terimdeki herhangi bir kırılmayı veya doğrusal olmama durumunu yakalayabilmektedir (Becker vd., 2006). Biçimi bilinmeyen  $d_i(t)$  deterministlik fonksiyonunu modellemek için Fourier yaklaşımının genel formu aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$d_i(t) = \mu_i + b_i t + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \sin(2\pi kt/T) + \sum_{k=1}^n \beta_{ki} \cos(2\pi kt/T); \quad n \leq T/2 \quad (3)$$

burada  $n$  kümülatif frekans sayısını,  $\alpha_{ki}$  ve  $\beta_{ki}$  sırasıyla serideki dalgalanmanın genişlik ve yer değiştirme büyüklüğünü göstermektedir. Burada önemli bir nokta, kümülatif frekans bileşeni kullanmanın aşırı belirlenme sorununa yol açmasıdır<sup>1</sup>. Dolayısıyla tek Fourier frekans bileşeni, biçimi bilinmeyen fonksiyonun davranışını yakalamada daha uygundur (Gallant, 1981; Davies, 1987; Gallant ve Souza, 1991; Bierens, 1997). Tek frekanslı Fourier yaklaşımı şu şekilde yazılabilir:

$$d_i(t) \cong \alpha_{i0} + \alpha_{ik} \sin(2\pi kt/T) + \beta_{ik} \cos(2\pi kt/T) \quad (4)$$

Eşitlik (4), eşitlik (1)'de yerine yazılırsa,

$$y_{it} = \mu_i + b_i t + \gamma_{1i} \sin(2\pi kt/T) + \gamma_{2i} \cos(2\pi kt/T) + e_{it} \quad (5)$$

elde edilir.

Boş hipotezde birim kökü  $-H_0: \rho_i = 1$ , bütün  $i$  değerleri için- alternatif hipotez altında durağanlığı  $-H_1: \rho_i < 1$ , bazı  $i$  değerleri için- test etmek için Becker vd. (2006) takip edilerek Schmidt ve Phillips (1992) ve Amsler ve Lee (1995) tarafından geliştirilen Lagrange çarpanı ilkesinden yararlanılmıştır. Boş hipotez altında eşitlik (1) ve (2)'yi şu şekilde düzenleyebiliriz:

$$e_{it} = y_{it} - \mu_i - b_i t - \gamma_{1i} \sin(2\pi kt/T) - \gamma_{2i} \cos(2\pi kt/T)$$

$$e_{it-1} = y_{it-1} - \mu_i - b_i(t-1) - \gamma_{1i} \sin(2\pi k(t-1)/T) - \gamma_{2i} \cos(2\pi k(t-1)/T)$$

Boş hipotez altında eşitlik (2), eşitlik (1)' de yerine yazılarak

$$y_{it} = \mu_i + b_i t + \gamma_{1i} \sin(2\pi kt/T) + \gamma_{2i} \cos(2\pi kt/T) + e_{it-1} + \varepsilon_{it}$$

---

<sup>1</sup> Kümülatif frekans yerine tek frekans kullanılması hakkındaki detaylı tartışma için Enders ve Lee (2012a) çalışmasına bakılabilir.

$$y_{it} - y_{it-1} = \mu_i - \mu_i + b_i(t - (t - 1)) + \gamma_{1i} (\sin(2\pi kt/T) - \sin(2\pi k(t - 1)/T)) \\ + \gamma_{2i} (\cos(2\pi kt/T) - \cos(2\pi k(t - 1)/T)) + \varepsilon_{it}$$

$$\Delta y_{it} = \delta_{0i} + \delta_{1i} \Delta \sin(2\pi kt/T) + \delta_{2i} \Delta \cos(2\pi kt/T) + \varepsilon_{it}. \quad (6)$$

elde edilir.

Lagrange çarpanı prensibini uygulayarak aşağıdaki regresyon modelini elde ederiz.

$$\Delta y_{it} = \phi_i \tilde{S}_{it-1} + d_{0i} + d_{1i} \Delta \sin(2\pi kt/T) + d_{2i} \Delta \cos(2\pi kt/T) + v_{it} \quad (7)$$

burada  $\tilde{S}_{it} = y_{it} - \tilde{\psi}_i - \tilde{\delta}_{0i}t - \tilde{\delta}_{1i} \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) - \tilde{\delta}_{2i} \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right)$ ,  $t = 2, \dots, T$ ,  $\tilde{\delta} = (\tilde{\delta}_{0i}, \tilde{\delta}_{1i}, \tilde{\delta}_{2i})$  (6) eşitliğinden elde edilen katsayılardır ve  $y_{i1}$ , bütün  $i$  değerleri için  $y_{it}$  serisinin ilk gözlemi olmak üzere  $\tilde{\psi}_i = y_{i1} - \tilde{\delta}_{0i} - \tilde{\delta}_{1i} \sin(2\pi k/T) - \tilde{\delta}_{2i} \cos(2\pi k/T)$  şeklindedir. Açık ki,  $t = 1$  iken  $\tilde{S}_{i1} = 0$  dir. Eşitlik (7)de boş hipotez  $\phi_i = 0$  bütün  $i$  değerleri için birim kök süreci, alternatif hipotez  $\phi_i < 0$  ise bazı  $i$  değerleri için durağanlığı ifade etmektedir. Enders ve Lee (2012a) tarafından önerilen bireysel LM istatistiği aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\tilde{\tau}_i(k) = \hat{\phi}_i / se(\hat{\phi}_i) \quad (8)$$

Bireysel test istatistiğinin dağılımını elde etmek için aşağıdaki özelliklerden yararlanabiliriz.

- $\sum_{t=2}^T \Delta \sin(2\pi kt/T) \Delta \cos(2\pi kt/T) = 0$
- $\sum_{t=2}^T \Delta \sin(2\pi kt/T) = \sum_{t=2}^T \Delta \cos(2\pi kt/T) = 0$
- $T \sum_{t=2}^T \Delta \sin^2(2\pi kt/T) \rightarrow (2\pi k)^2 \int_0^1 \cos^2(2\pi kr) dr \equiv s_1$
- $T \sum_{t=2}^T \Delta \cos^2(2\pi kt/T) \rightarrow (2\pi k)^2 \int_0^1 \sin^2(2\pi kr) dr \equiv c_1$
- $\sqrt{T} \sum_{t=2}^T u_t \Delta \sin(2\pi kt/T) \rightarrow \sigma(2\pi k) \left[ W(1) + (2\pi k) \int_0^1 \sin(2\pi kr) W(r) dr \right] \equiv \sigma s_3$
- $\sqrt{T} \sum_{t=2}^T u_t \Delta \cos(2\pi kt/T) \rightarrow \sigma(2\pi k)^2 \left[ \int_0^1 \cos(2\pi kr) W(r) dr \right] \equiv \sigma c_3$
- $\frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{t=2}^T u_t \rightarrow \sigma W(1) \equiv \sigma u_0$

Enders ve Lee (2012a) çalışmasında olduğu gibi bireysel test istatistiğinin asimptotik dağılımı aşağıdaki teorem yardımıyla gösterilebilir.

*Teorem 1:* Boş hipotez altında  $-\phi_i = 0$  bütün  $i$  değerleri için-  $\tilde{\tau}_i(k)$  istatistiğini asimptotik dağılımı  $T \rightarrow \infty$  iken aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\tilde{\tau}_i(k) \rightarrow -\frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma} \right) \left[ \int_0^1 V_i(r)^2 dr \right]^{-1/2}$$

Buna göre, bireysel istatistikler  $\tilde{\tau}_i$  yalnızca Fourier frekansı ( $k$ )'dan etkilenmekte ve bunun dışında hiçbir bozucu parametreden etkilememektedir<sup>2</sup>.

*İspat:*

$\delta = (\delta_0, \delta_1, \delta_2)$ ,  $\Delta Z_t = [1, \Delta \sin(2\pi kt/T), \Delta \cos(2\pi kt/T)]'$ , ve  $D_T = [\sqrt{T}, 1/\sqrt{T}, 1/\sqrt{T}]$  olsun.

$$D_T(\tilde{\delta} - \delta) = D_T(\Delta Z' \Delta Z)^{-1} \Delta Z' u = [D_T^{-1}(\Delta Z' \Delta Z)D_T^{-1}]^{-1} D_T^{-1} \Delta Z' u$$

Burada  $\Delta Z = (\Delta Z_2, \Delta Z_3, \dots, \Delta Z_T)'$  ve  $u = (u_2, u_3, \dots, u_T)'$ dir.

$$\begin{aligned} (\Delta Z' \Delta Z) &= \begin{bmatrix} 1 & \Delta \sin(2\pi kt/T) & \Delta \cos(2\pi kt/T) \\ \Delta \sin(2\pi kt/T) & \Delta \sin^2(2\pi kt/T) & \Delta \sin(2\pi kt/T)\Delta \cos(2\pi kt/T) \\ \Delta \cos(2\pi kt/T) & \Delta \sin(2\pi kt/T)\Delta \cos(2\pi kt/T) & \Delta \cos^2(2\pi kt/T) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \Delta \sin^2(2\pi kt/T) & 0 & 0 \\ \Delta \cos^2(2\pi kt/T) & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir.

$\Delta \sin(2\pi kt/T) = (2\pi kt/T)\cos(2\pi kt/T) + o_p(1)$ ,  $\Delta \cos(2\pi kt/T) = -(2\pi kt/T)\sin(2\pi kt/T) + o_p(1)$  olduğu için ortogonalite özelliğinden,

$$\sum_{t=2}^T \Delta \sin(2\pi kt/T)\Delta \cos(2\pi kt/T) = 0, \text{ and } \sum_{t=2}^T \Delta \sin(2\pi kt/T) = \sum_{t=2}^T \Delta \cos(2\pi kt/T) = 0.$$

özelliği elde edilir. Bu özellik kullanılarak

$$(D_T^{-1}(\Delta Z' \Delta Z)D_T^{-1})^{-1} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & s_1 & 0 \\ 0 & 0 & c_1 \end{bmatrix}^{-1}$$

<sup>2</sup> Dolayısıyla paneldeki her bir kesit için elde edilen  $\tilde{\tau}_i(k)$  için Enders ve Lee (2012a) çalışmasında simülasyon ile elde edilen kritik değerler geçerlidir.

$$\rightarrow \frac{1}{c_1 s_1} \begin{bmatrix} c_1 s_1 & 0 & 0 \\ c_1 & 0 & 0 \\ s_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/s_1 & 0 & 0 \\ 1/c_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Bierens(1997, Lemma 9.6.23):  $\sum_{t=2}^T F(t/T) u_t = F(1)S_T(1) - \int_0^1 f(r)S_T(r)dr$ , burada  $f(r)$ ,  $F'(r)$  'dir. Bu sonuç uygulanarak, (e)-(f) özelliklerini elde ederiz.

$$D_T^{-1} \Delta Z' u \rightarrow \sigma[u_0, s_3, c_3]'$$

$r \in [0,1]$  olmak üzere  $[rT]$ ,  $rT$  tam sayı kısmını ifade etsin ve  $S_t = \sum_{j=2}^t \varepsilon_j$  olsun.  $\tilde{S}_t$  ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{1}{\sqrt{T}} \tilde{S}_{[rT]} \rightarrow \sigma[r u_0 - \sin(2\pi kr) [s_3/s_1] - \cos(2\pi kr) [c_3/c_1]] \rightarrow \sigma V(r)$$

Böylece

$$\tilde{\phi} = (\tilde{S}'_1 M_{\Delta Z} \tilde{S}_1)^{-1} (\tilde{S}'_1 M_{\Delta Z} \Delta y)$$

ifadesini elde ederiz. Burada  $\tilde{S}_1 = (\tilde{S}_1, \dots, \tilde{S}_{T-1})'$ ,  $\Delta Z = (\Delta Z_2, \dots, \Delta Z_T)'$ ,  $\Delta y = (\Delta y_2, \dots, \Delta y_T)'$  ve  $M_{\Delta Z} = I - \Delta Z(\Delta Z' \Delta Z)^{-1} \Delta Z'$ .

$$T^{-2} \tilde{S}'_1 M_{\Delta Z} \tilde{S}_1 \rightarrow \sigma^2 \int_0^1 \underline{V}(r)^2 dr$$

Burada  $\underline{V}_i(r)$ ,  $r \in [0,1]$  olmak üzere  $dz = (1, d\sin(2\pi kr), d\cos(2\pi kr))'$  uzayı geren ortogonal bileşeni üzerindeki  $V_i(r)$  sürecinin projeksiyonudur.

$$\underline{V}(r) = V(r) - \tilde{\delta}' dz$$

$$\tilde{\delta} = \operatorname{argmin} \int_0^1 (V(r) - \tilde{\delta}' dz)^2 dr$$

Benzer olarak,

$$\frac{1}{T} \tilde{S}'_1 M_{\Delta Z} \Delta y = \frac{1}{T} \tilde{S}'_1 M_{\Delta Z} \varepsilon = \frac{1}{T} \tilde{S}'_1 \underline{\varepsilon} \rightarrow -\frac{1}{2} \sigma_\varepsilon^2$$

burada  $\underline{\varepsilon} = M_{\Delta Z} \varepsilon$ .

Sonuç olarak,

$$\tilde{\tau}_i(k) \rightarrow -\frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma} \right) \left[ \int_0^1 V_i(r)^2 dr \right]^{-1/2}$$

elde edilir.

Panel birim kök yazınında gösterildiği gibi (bkz, Maddala ve Wu, 1999; Im vd., 2003; Im vd. 2005; Westerlund, 2012), panel istatistiği bireysel istatistiklerin ortalaması alınarak hesaplanabilir:

$$P_{LM}(k) = N^{-1} \sum_{i=1}^N \tilde{\tau}_i(k) \quad (9)$$

$P_{LM}(k)$  panel istatistiğinin asimptotik dağılımı bireysel istatistiklerin limit dağılımının ortalaması alınarak türetilebilir (Carrion-i-Silvestre vd., 2005; Westerlund, 2012). Lindberg-Levy merkezi limit teoremi kullanılarak, boş hipotez altında önce  $T \rightarrow \infty$  ve sonra  $N \rightarrow \infty$  iken,  $P_{LM}(k)$  standart normal dağılıma yakınsar.

$$Z_{LM}(k) = \frac{\sqrt{N}(P_{LM}(k) - \xi(k))}{\zeta(k)} \sim N(0,1) \quad (10)$$

burada  $\xi(k)$  ve  $\zeta^2(k)$  sırasıyla  $P_{LM}(k)$  birinci ve ikinci momentlerini (ortalama ve varyans) göstermektedir ve Monte Carlo simülasyonları ile elde edilebilir. Asimptotik momentler, test istatistiği sadece frekansa bağlı olduğu için farklı  $k$  frekanslarında  $T=1.000$  alınarak 50.000 tekrarlı Monte Carlo simülasyonu<sup>3</sup> yoluyla bulunmuştur. Sonuçlar Tablo 1'de rapor edilmiştir.

Tablo 1: Asimptotik Momentler

$k$	$\xi$	$\zeta^2$
1	-2.952	0.378
2	-2.216	0.526
3	-2.072	0.430
4	-2.027	0.390
5	-2.005	0.371

Veri Yaratma Süreci:  $U[\cdot]$  tekdüze dağılımı göstermek üzere  $\varepsilon_t \sim N(0,1)$  ve  $\mu, b, \gamma_1, \gamma_2 \sim U[0,1]$  için  $y_t = \mu + bt + \gamma_1 \sin(2\pi kt/T) + \gamma_2 \cos(2\pi kt/T) + e_t$  ve  $e_t = e_{t-1} + \varepsilon_t$  şeklinde oluşturulmuştur.

<sup>3</sup> Bütün simülasyonlar GAUSS 15 programı kullanılarak ile yapılmıştır.

*Açıklama 1:* Panel veri setlerinde, yatay kesit bağımsızlığı varsayımı pratikte gerçekçi değildir. Test sürecine yatay kesit bağımlılığını dahil etmek için veri yaratma süreci şu şekilde yazılabilir:

$$y_{it} = d_i(t) + e_{it} \quad (11)$$

$$e_{it} = \rho_i e_{it-1} + \lambda_i F_t + \varepsilon_{it}$$

burada  $F_t$ , yatay kesit bağımlılığına neden olan gözlenemeyen ortak faktörü ve  $\lambda_i$  yüklenme ağırlıklarını göstermektedir.  $E(F_t) = 0$  ve  $E(F_t^2) = \sigma_F^2 > 0$  olmak üzere  $F_t$  durağandır ve otokorelasyon sorunu yoktur.  $\varepsilon_{it}$ ,  $F_t$ , ve  $\lambda_i$  bütün  $i$  değerleri için bağımsız dağılıma sahiptir. Son olarak,  $F_t$  ortak faktörünün bilindiği varsayılmıştır. Bu varsayım daha sonra gevşetilecektir. Eşitlik (11)'e LM prensibi uygularsak aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$\Delta y_{it} = \phi_i \tilde{S}_{it-1} + d_{0i} + d_{1i} \Delta \sin(2\pi kt/T) + d_{2i} \Delta \cos(2\pi kt/T) + d_{3i} F_t + v_{it} \quad (12)$$

$$\text{burada } \tilde{S}_{it} = y_{it} - \tilde{\psi}_i - \tilde{\delta}_{0i} t - \tilde{\delta}_{1i} \sin(2\pi kt/T) - \tilde{\delta}_{2i} \cos(2\pi kt/T) - \tilde{\delta}_{3i} F_t, \quad t = 2, \dots, T,$$

$\tilde{\psi}_i = y_{i1} - \tilde{\delta}_{0i} - \tilde{\delta}_{1i} \sin(2\pi k/T) - \tilde{\delta}_{2i} \cos(2\pi k/T) - \tilde{\delta}_{3i} F_1$ .  $\tilde{\delta} = (\tilde{\delta}_{0i}, \tilde{\delta}_{1i}, \tilde{\delta}_{2i}, \tilde{\delta}_{3i})$ ,  $y_{it} = \delta_{0i} + \delta_{1i} \Delta \sin(2\pi kt/T) + \delta_{2i} \Delta \cos(2\pi kt/T) + \delta_{3i} F_t + \varepsilon_{it}$  regresyonundan tahmin edilen katsayıları ifade etmektedir. Birim kök boş hipotezini test etmek için bireysel ve panel istatistikleri eşitlik (8) ve (9)'daki gibi elde edilebilir. Buradaki önemli soru, ortak faktör  $F_t$ 'nin asimptotik dağılımı etkileyip etkilemediğidir.

*Teorem 2:* Boş hipotez altında  $-\phi_i = 0$  bütün  $i$  değerleri için-  $\tilde{\tau}_i(k)$  istatistiğini asimptotik dağılımı  $T \rightarrow \infty$  iken aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\tilde{\tau}_i(k) \rightarrow -\frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma} \right) \left[ \int_0^1 V_i(r)^2 dr \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (13)$$

Teorem 1'de olduğu gibi bireysel istatistikler  $\tilde{\tau}_i$  yalnızca Fourier frekansı ( $k$ )'dan etkilenmekte ve bunun dışında hiçbir bozucu parametre ve ayrıca  $F_t$ 'den etkilememektedir. Böylece  $P_{LM}(k)$ , yatay kesit bağımlılığı altında standart normal dağılıma sahiptir ve Tablo 1'de verilen momentler yatay kesit bağımlılığı durumunda da geçerlidir. Bunu göstermek için veri yaratma sürecine  $F_t$  dahil edilmiş ve ortak faktör altında asimptotik momentler aynı yolla (farklı



$k$  frekanslarında  $T=1.000$  alınarak 50.000 tekrarlı Monte Carlo simülasyonu yapılarak türetilmiştir. Tablo 2'de görüldüğü üzere, veri yaratma sürecinde ortak faktör varken elde edilen ortalama ve varyans değerleri Tablo 1'dekilerle aynıdır.

Tablo 2: Ortak Faktör ile Asimptotik Momentler

$k$	$\xi$	$\zeta^2$
1	-2.953	0.377
2	-2.213	0.526
3	-2.069	0.430
4	-2.023	0.391
5	-2.006	0.374

Veri Yaratma Süreci:  $U[\cdot]$  tekdüze dağılımı göstermek üzere  $\varepsilon_t, F_t \sim N(0,1)$  ve  $\mu, b, \gamma_1, \gamma_2, \lambda \sim U[0,1]$  için  $y_t = \mu + bt + \gamma_1 \sin(2\pi kt/T) + \gamma_2 \cos(2\pi kt/T) + \lambda F_t + e_t$  ve  $e_t = e_{t-1} + \varepsilon_t$  şeklinde oluşturulmuştur.

*İspat:* Teorem 2'yi ispatlamak için Teorem 1 için yapılan özelliklere ek olarak aşağıdaki özellikler de kullanılmıştır.

- h)  $\frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{t=2}^T f_t \rightarrow \int_0^1 W_f(r) dr \equiv f_0$
- i)  $\sqrt{T} \sum_{t=2}^T f_t^2 \rightarrow \int_0^1 W_f^2(r) dr \equiv f_1$
- j)  $\sqrt{T} \sum_{t=2}^T f_t \Delta \sin(2\pi kt/T) \rightarrow (2\pi k) \left[ W_f(1) + (2\pi k) \int_0^1 \sin(2\pi kr) W_f(r) dr \right] \equiv s_2$
- k)  $\sqrt{T} \sum_{t=2}^T \Delta f_t \Delta \cos(2\pi kt/T) \rightarrow (2\pi k)^2 \left[ \int_0^1 \cos(2\pi kr) W_f(r) dr \right] \equiv c_2$
- l)  $\sqrt{T} \sum_{t=2}^T u_t f_t \rightarrow \sigma \int_0^1 W_f(r) dW(r) \equiv \sigma f_2$

$\delta = (\delta_0, \delta_1, \delta_2, \delta_3)$ ,  $\Delta Z_t = [1, \Delta \sin(2\pi kt/T), \Delta \cos(2\pi kt/T), f]'$ , ve  $D_T = [\sqrt{T}, 1/\sqrt{T}, 1/\sqrt{T}, 1/\sqrt{T}]$  olsun.

$$D_T(\tilde{\delta} - \delta) = D_T(\Delta Z' \Delta Z)^{-1} \Delta Z' u = [D_T^{-1}(\Delta Z' \Delta Z) D_T^{-1}]^{-1} D_T^{-1} \Delta Z' u$$

Burada  $f = (f_2, f_3, \dots, f_T)'$ ,  $\Delta Z = (\Delta Z_2, \Delta Z_3, \dots, \Delta Z_T)'$  ve  $u = (u_2, u_3, \dots, u_T)$ .

$$(\Delta Z' \Delta Z) = \begin{bmatrix} 1 & \Delta \sin(2\pi kt/T) & \Delta \cos(2\pi kt/T) & f \\ \Delta \sin^2(2\pi kt/T) & \Delta \sin(2\pi kt/T) \Delta \cos(2\pi kt/T) & f \Delta \sin(2\pi kt/T) \\ \Delta \cos^2(2\pi kt/T) & f \Delta \cos(2\pi kt/T) \\ f^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & f \\ \Delta \sin^2(2\pi kt/T) & 0 & f\Delta \sin(2\pi kt/T) & \\ & \Delta \cos^2(2\pi kt/T) & f\Delta \cos(2\pi kt/T) & \\ & & & f^2 \end{bmatrix}$$

şeklinde yazılabilir.

$\Delta \sin(2\pi kt/T) = (2\pi kt/T)\cos(2\pi kt/T) + o_p(1)$ ,  $\Delta \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) = -(2\pi kt/T)\sin(2\pi kt/T) + o_p(1)$  olduğu için ortogonallik özelliğinden,

$$\sum_{t=2}^T \Delta \sin(2\pi kt/T)\Delta \cos(2\pi kt/T) = 0, \text{ and } \sum_{t=2}^T \Delta \sin(2\pi kt/T) = \sum_{t=2}^T \Delta \cos(2\pi kt/T) = 0.$$

özelliği elde edilir. Bu özellik kullanılarak

$$(D_T^{-1}(\Delta Z' \Delta Z)D_T^{-1})^{-1} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & f_0 \\ & s_1 & 0 & s_2 \\ & & c_1 & c_2 \\ & & & f_1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\rightarrow \frac{1}{c_1 f_1 s_1 - c_2^2 s_1 - c_1 s_1 f_0^2 - c_1 s_2^2} \begin{bmatrix} -c_2^2 s_1 + c_1 f_1 s_1 & c_1 f_0 s_2 & c_2 f_0 s_1 & -c_1 f_0 s_1 \\ & -c_2^2 - c_1 f_0^2 + c_1 f_1 & c_2 s_2 & -c_1 s_2 \\ & & -f_0^2 s_1 + f_1 s_1 - s_2^2 & -c_2 s_1 \\ & & & c_1 s_1 \end{bmatrix}$$

Bierens(1997, Lemma 9.6.23):  $\sum_{t=2}^T F(t/T) u_t = F(1)S_T(1) - \int_0^1 f(r)S_T(r)dr$ , burada  $f(r)$ ,  $F'(r)$  'dir. Bu sonuç uygulanarak, (j)-(k) özelliklerini elde ederiz.

$$D_T^{-1} \Delta Z' u \rightarrow \sigma[u_0, s_3, c_3, f_2]'$$

$r \in [0,1]$  olmak üzere  $[rT]$ ,  $rT$  tam sayı kısmını ifade etsin ve  $S_t = \sum_{j=2}^t \varepsilon_j$  olsun.  $\tilde{S}_t$  ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{1}{\sqrt{T}} \tilde{S}_{[rT]} \rightarrow \sigma[r[u_0(-c_2^2 s_1 + c_1 f_1 s_1 - c_1 s_2^2) + c_1 f_0 s_2 s_3 + c_2 f_0 s_1 c_3 - c_1 f_0 f_2 s_1]$$

$$- \sin(2\pi kr) [c_1 f_0 s_2 u_0 + s_3(-c_2^2 - c_1 f_0 + c_1 f_1) + c_2 c_3 s_2 - c_1 s_2 f_2]$$

$$- \cos(2\pi kr) [c_2 f_0 s_1 u_0 + c_2 s_2 s_3 + c_3(-f_0^2 s_1 + f_1 s_1 - s_2^2) - c_2 s_1 f_2]$$

$$- f_{rT}[-c_1 f_0 s_1 u_0 - c_1 s_2 s_3 - c_2 s_1 c_3 - c_1 s_1 f_2]] / (c_1 f_1 s_1 - c_2^2 s_1 - c_1 s_1 f_0^2 - c_1 s_2^2)$$

$$\rightarrow \sigma V(r)$$

Buradan hareketle,

$$\tilde{\phi} = (\tilde{S}'_1 M_{\Delta Z} \tilde{S}_1)^{-1} (\tilde{S}'_1 M_{\Delta Z} \Delta y)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $\tilde{S}_1 = (\tilde{S}_1, \dots, \tilde{S}_{T-1})'$ ,  $\Delta Z = (\Delta Z_2, \dots, \Delta Z_T)'$ ,  $\Delta y = (\Delta y_2, \dots, \Delta y_T)'$  ve  $M_{\Delta Z} = I - \Delta Z(\Delta Z' \Delta Z)^{-1} \Delta Z'$

$$T^{-2} \tilde{S}'_1 M_{\Delta Z} \tilde{S}_1 \rightarrow \sigma^2 \int_0^1 \underline{V}(r)^2 dr$$

Burada  $\underline{V}_i(r)$ ,  $r \in [0,1]$  olmak üzere  $dz = (1, d\sin(2\pi kr), d\cos(2\pi kr), f)'$  uzayı geren ortogonal bileşeni üzerindeki  $V_i(r)$  sürecinin projeksiyonudur.

$$\underline{V}(r) = V(r) - \tilde{\delta}' dz$$

$$\tilde{\delta} = \operatorname{argmin} \int_0^1 (V(r) - \tilde{\delta}' dz)^2 dr$$

Benzer olarak,

$$\frac{1}{T} \tilde{S}'_1 M_{\Delta Z} \Delta y = \frac{1}{T} \tilde{S}'_1 M_{\Delta Z} \varepsilon = \frac{1}{T} \tilde{S}'_1 \varepsilon \rightarrow -\frac{1}{2} \sigma_\varepsilon^2$$

burada  $\underline{\varepsilon} = M_{\Delta Z} \varepsilon$ .

Sonuç olarak,

$$\tilde{\tau}_i(k) \rightarrow -\frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma} \right) \left[ \int_0^1 \underline{V}_i(r)^2 dr \right]^{-1/2}.$$

elde edilir.

*Açıklama 2:* Ortak faktör  $F_t$ , uygulamada genellikle bilinmez, dolayısıyla tahmin edilerek modele eklenir<sup>4</sup>. Pesaran (2007) çalışması, ortak faktörün tahmini için yatay kesitlerin ortalaması alınarak modele eklenebileceğine dair basit bir yaklaşım önermektedir. Yazım kolaylığı için  $\Delta D_t = [1, \Delta \sin(2\pi kt/T), \Delta \cos(2\pi kt/T)]$  ve yatay kesit ortalamalarını  $\Delta y_{it}$  ile gösterelim.

$$\Delta \bar{y}_t = \bar{\phi} \bar{S}_{t-1} + \Delta D_t' \bar{d} + \bar{d}_3 F_t + \bar{\varepsilon}_t \quad (14)$$

burada  $\Delta \bar{y}_t = N^{-1} \sum_{i=1}^N \Delta y_{it}$ ,  $\bar{\phi} = N^{-1} \sum_{i=1}^N \phi_i$ ,  $\bar{S}_{t-1} = N^{-1} \sum_{i=1}^N \tilde{S}_{it-1}$ ,  $\bar{d} = N^{-1} \sum_{i=1}^N d_i$ ,  $\bar{d}_3 = N^{-1} \sum_{i=1}^N d_{3i}$  ve  $\bar{\varepsilon}_t = N^{-1} \sum_{i=1}^N \varepsilon_{it}$ .  $N \rightarrow \infty$  iken  $\bar{d}_3 \neq 0$  ve sabit olduğunu varsayalım,  $\Delta f_t$  için (14) eşitliğini çözersek  $F_t = (\Delta \bar{y}_t - \bar{\phi} \bar{S}_{t-1} - \Delta D_t' \bar{d} - \bar{\varepsilon}_t) / \bar{d}_3$  elde ederiz. Bu çözümü kullanırsak,  $\Delta y_{it} = \phi_i \tilde{S}_{t-1} + \check{d}_i \Delta D_t + \check{d}_{3i} \Delta \bar{y}_t + \check{\phi}_i \tilde{S}_{t-1} + \xi_{it}$  bulunu, burada  $\check{d}_i = d_i - \bar{d} \check{d}_{3i}$ ,  $\check{d}_{3i} = d_{3i} / \bar{d}_3$ ,  $\check{\phi}_i = \bar{\phi} \check{d}_{3i}$  ve  $\xi_{it} = \varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_t \check{d}_{3i}$  şeklindedir. Bu sonuç, ortak faktör  $F_t$  yerine  $F_t = \check{d}_{3i} \Delta \bar{y}_t + \check{\phi}_i \tilde{S}_{t-1}$  ifadesinin kullanılabileceğini göstermektedir.

*Açıklama 3:*  $P_{LM}(k)$  istatistiğinin standart normal dağılıma yakınsaması için  $k$  Fourier frekansının homojen olduğu varsayılmıştır. Asimptotik (standart normal) dağılımın asimptotik olmayan dağılımlara göre uygulanabilirlik açısından daha kolay olması (Hadri ve Rao, 2008) nedeniyle bu basitleştirici varsayım yapılmıştır. Bununla birlikte Becker vd. (2006), Lee vd. (2015) ve Nazlıoğlu ve Karul (2017) çalışmalarında gösterildiği gibi seçilen Fourier frekansı farklı tipte kırılmaları yakalayabildiği için homojen  $k$  her bir kesit için aynı biçimde ve aynı sayıda kırılmayı ima etmemektedir.

### 3. KÜÇÜK ÖRNEKLEM ÖZELLİKLERİ

Bilindiği gibi, hipotez testlerinde karşımıza I. tip hata ve II. tip hata olmak üzere iki tür hata yapma olasılığı çıkmaktadır: I. tip hata ( $\alpha$  hatası) doğru  $H_0$  hipotezinin reddedilmesi, II. tip hata ( $\beta$  hatası) yanlış  $H_0$  hipotezinin kabul edilmesidir. Böylelikle  $\alpha$  doğru  $H_0$  hipotezini reddetme olasılığı olup buna testin güvenilirlik düzeyi ya da boyutu (size) denirken;  $(1 - \beta)$  yanlış  $H_0$  hipotezini reddetme olasılığı olup buna testin gücü denmektedir. Dolayısıyla,

<sup>4</sup> Ortak faktörü tahmin etme yöntemleri hakkında ayrıntılı tartışma için Breitung ve Pesaran (2008) ve Pesaran (2007) çalışmalarına bakılabilir.

geliştirilen bir testin boyut ve güç özelliklerinin belirlenmesi bu testin hangi durumlarda daha güvenilir sonuçlar verdiğinin ortaya konulmasını sağlamaktadır.

Bu bölümde, geliştirilen  $Z_{LM}(k)$  panel istatistiğinin boyut ve güç özellikleri yatay kesit bağımlılığı ve bağımsızlığı varsayımları yapılarak iki ayrı durum için %5 anlamlılık düzeyinde (-1.645 kritik değerinde) 5.000 tekrarlı Monte Carlo simülasyonu yardımıyla elde edilmiştir.

### 3.1. Yatay Kesit Bağımlılığı Durumunda Boyut ve Güç Özellikleri

Bu kısımda  $Z_{LM}(k)$  panel istatistiğinin farklı yapısal kırılma tipleri için küçük örneklem özelliklerine odaklanılmıştır. Özellikle, veri yaratma sürecinde ani, lojistik ve üstel tipte kırılmaların olduğu durumda testin boyut ve güç özellikleri incelenmiştir. Eşitlik (1)'den hareketle yatay kesit bağımlılığına sahip (ortak faktörün dahil edildiği) veri yaratma süreci

$$y_{it} = d_i(t) + \lambda_i F_t + e_{it}$$

$$e_{it} = \rho_i e_{it-1} + \varepsilon_{it}$$

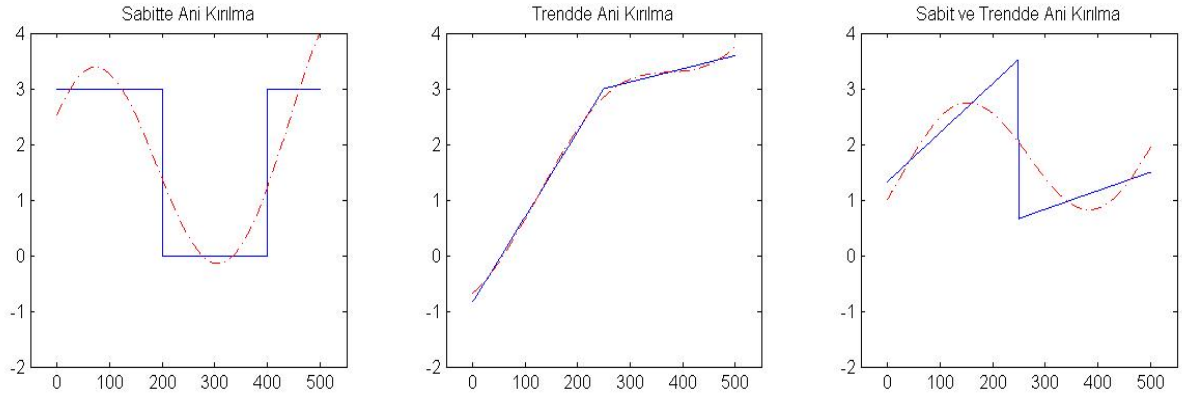
şeklinde tanımlanmıştır. Burada yatay kesit bağımlılığına yol açan ortak faktör  $F_t \sim N(0,1)$ ,  $\varepsilon_{it} \sim N(0,1)$ ,  $\lambda_i \sim U[0,1]$  olarak alınmıştır.  $U[\cdot]$  tekdüze dağılımı ifade etmektedir. Boyut analizi için  $\rho_i = 1$ , güç analizi için  $\rho_i = 0.8$  alınmıştır.

#### Durum 1: Ani Kırılmalar

İlk olarak, veri yaratma sürecinde ani kırılmaların olduğu durum ele alınmıştır. Veri yaratma sürecinde yer alan  $d_i(t)$

- eğer  $i \leq (N/3)$  ise ( $d_i(t) = 0$  eğer  $0.4T \leq t \leq 0.80T$  diğer durumlarda  $d_i(t) = 3$ ) sabitte kırılmayı
- eğer  $i > (N/3)$  ve  $i \leq (2N/3)$  ise ( $d_i(t) = (t - 0.11T)/0.13T$  eğer  $t < T/2$ , diğer durumlarda  $d_i(t) = (t + 2.02T)/0.84T$ ) trendde kırılmayı
- eğer  $i > (2N/3)$  ise ( $d_i(t) = (0.06t + 0.9T)/0.68T$  eğer  $t < T/2$ , diğer durumlarda  $d_i(t) = (t - 0.1T)/0.6T$ ) sabitte ve trendde kırılmayı içermektedir.

Bu kırılma tiplerinin nasıl olduğu ve Fourier fonksiyonların bunları temsil ettiği Şekil 1'de 500 gözlemlili bir veri setinde gösterilmiştir. Fourier serilerde frekans  $k=1$  olarak alınmıştır. Görüldüğü üzere, sabitte ve sabit ve trendde kırılmaları birebir yakalama esnekliğine sahip olmasa da trendde ani kırılmayı çok iyi temsil etmektedir.



Şekil 1: Ani Kırılmalar ve Fourier Yaklaşımları

Tablo 3’de ani kırılma durumunda  $Z_{LM}(k)$  testinin boyut ve güç özellikleri rapor edilmiştir. Sonuçlar, bütün frekans değerleri için T’nin N’den veya N’in T’den büyük olması durumuna bakılmaksızın, ampirik boyutun nominal boyuta oldukça yakın olduğunu, yani  $Z_{LM}(k)$  testinin küçük örneklerde dahi iyi boyut özelliğine sahip olduğunu göstermektedir. Güç analizi frekans veriyken her bir N ve T kombinasyonu için testin iyi güç özelliklerine sahip olduğunu ortaya koymaktadır.

Tablo 3: Ani Kırılmalar Durumunda Boyut ve Güç Özellikleri

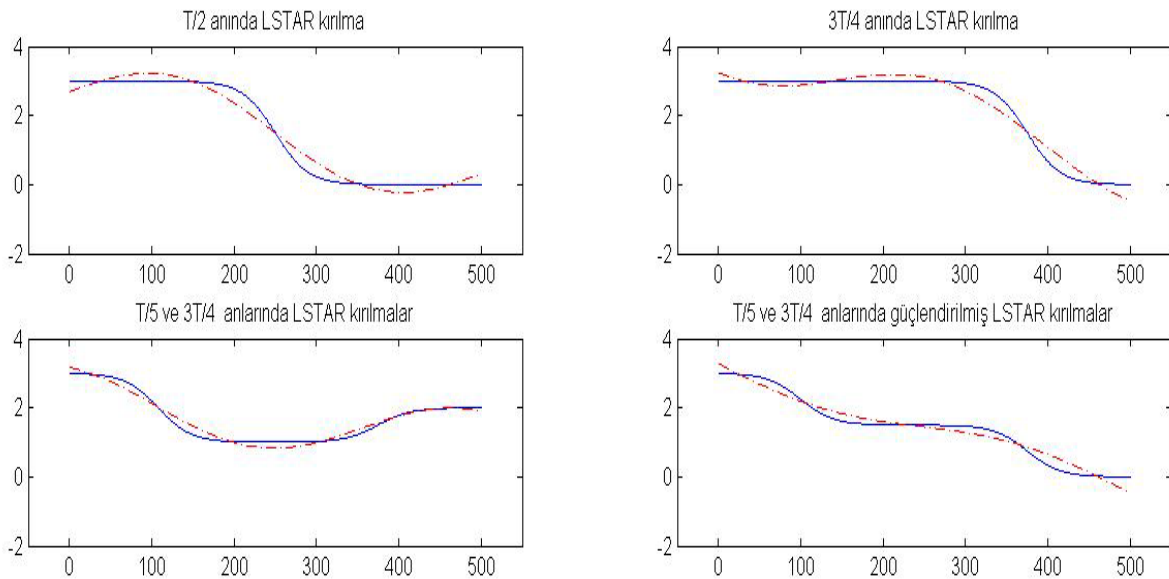
k	N/T	Boyut					Güç				
		25	50	100	150	200	25	50	100	150	200
1	10	0.044	0.046	0.047	0.050	0.052	0.776	0.995	1.000	1.000	1.000
	20	0.050	0.052	0.048	0.049	0.047	0.929	1.000	1.000	1.000	1.000
	30	0.049	0.044	0.059	0.043	0.049	0.984	1.000	1.000	1.000	1.000
	50	0.051	0.051	0.044	0.050	0.057	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	100	0.052	0.051	0.046	0.054	0.046	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	10	0.047	0.051	0.046	0.048	0.047	0.855	0.999	1.000	1.000	1.000
	20	0.055	0.049	0.043	0.054	0.048	0.954	1.000	1.000	1.000	1.000
	30	0.059	0.045	0.054	0.052	0.050	0.990	1.000	1.000	1.000	1.000
	50	0.046	0.047	0.049	0.047	0.050	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
	100	0.049	0.041	0.055	0.047	0.046	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3	10	0.045	0.043	0.047	0.051	0.046	0.594	0.999	1.000	1.000	1.000
	20	0.043	0.051	0.056	0.052	0.050	0.940	1.000	1.000	1.000	1.000
	30	0.060	0.047	0.050	0.045	0.053	0.980	1.000	1.000	1.000	1.000
	50	0.056	0.042	0.047	0.047	0.041	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
	100	0.048	0.046	0.048	0.054	0.048	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

## Durum 2: Yumuşak Kırılmalar

Enders ve Lee (2012a), Fourier yaklaşımının lojistik yumuşak geçiş (LSTAR) ve/veya üstel yumuşak geçiş (ESTAR) biçimindeki kırılmaları yakalayabildiğini göstermiştir. Panel veri setinde yumuşak kırılmalar olması durumunda  $Z_{LM}(k)$  testinin sonlu örneklem özelliklerini elde etmek için veri yaratma sürecini LSTAR veya ESTAR kırılmaları içerecek biçimde tanımlayabiliriz. Birinci durumda, veri yaratma sürecinde LSTAR kırılmalarından oluştuğu durumu inceleyelim. Veri yaratma sürecinde yer alan  $d_i(t)$

- eğer  $i \leq (N/4)$  ise  $\left(d_i(t) = \frac{3}{1+e^{0.05(t-0.5T)}}\right)$  T/2 anında LSTAR kırılmayı,
- eğer  $i > \left(\frac{N}{4}\right)$  ve  $i \leq \left(\frac{N}{2}\right)$  ise  $\left(d_i(t) = \frac{3}{1+e^{0.05(t-0.75T)}}\right)$  3T/4 anında LSTAR kırılmayı,
- eğer  $i > (N/2)$  ve  $i \leq (3N/4)$  ise  $\left(d_i(t) = 2 + \frac{3}{1.5+e^{0.05(t-0.2T)}} - \frac{1}{1+e^{0.05(t-0.75T)}}\right)$  T/5 ve 3T/4 anlarında *telafi edici* (offsetting) LSTAR kırılmayı,
- eğer  $i > (3N/4)$  ise  $\left(d_i(t) = \frac{1.5}{1+e^{0.05(t-0.2T)}} + \frac{1.5}{1+e^{0.05(t-0.75T)}}\right)$  T/5 ve 3T/4 anlarında *güçlendirilmiş* (reinforcing) LSTAR kırılmayı içerir.

Şekil 2'de bu LSTAR kırılmalar ve bir frekanslı Fourier yaklaşımları gösterilmiştir. Açıkça görüldüğü gibi, Fourier fonksiyonu LSTAR fonksiyonu gibi davranmakta, diğer bir ifadeyle Fourier yaklaşımı LSTAR tipi kırılmayı çok iyi yakalamaktadır.



Şekil 2: LSTAR Kırılmalar ve Fourier Yaklaşımları

$Z_{LM}(k)$  testinin boyut ve güç özellikleri Tablo 4'te verilmiştir. Frekans  $k$  veriyken her bir  $N$  ve  $T$  kombinasyonu için testin ampirik boyutunun nominal boyuta oldukça yakın olduğunu, yani  $Z_{LM}(k)$  testinin küçük örneklerde dahi iyi boyut özelliğine sahip olduğu görülmektedir. Güç analizi ise, frekans veriyken her bir  $N$  ve  $T$  kombinasyonu için testin iyi güç özelliklerinin çok iyi olduğunu,  $T=25$  için dahi testin gücünün bire yakın olduğunu göstermektedir.

Tablo 4: LSTAR Kırılmalar Durumunda Boyut ve Güç Özellikleri

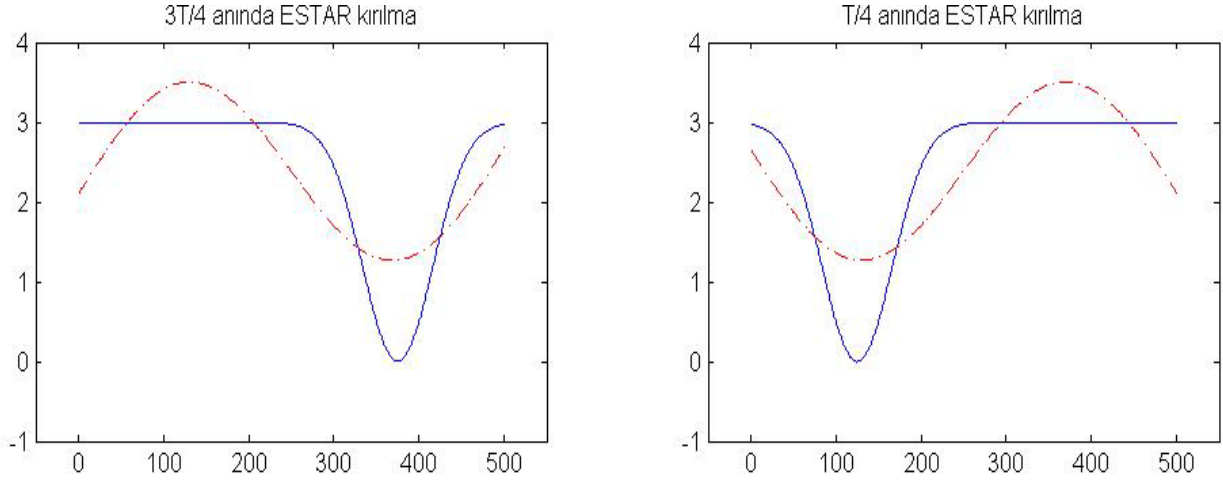
k	N/T	Boyut					Güç				
		25	50	100	150	200	25	50	100	150	200
1	10	0.054	0.046	0.049	0.047	0.046	0.808	0.999	1.000	1.000	1.000
	20	0.053	0.050	0.048	0.044	0.047	0.922	1.000	1.000	1.000	1.000
	30	0.050	0.051	0.043	0.049	0.054	0.969	1.000	1.000	1.000	1.000
	50	0.049	0.051	0.050	0.047	0.046	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	100	0.046	0.053	0.058	0.045	0.048	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	10	0.056	0.045	0.044	0.048	0.046	0.922	1.000	1.000	1.000	1.000
	20	0.051	0.046	0.045	0.045	0.047	0.994	1.000	1.000	1.000	1.000
	30	0.053	0.050	0.048	0.051	0.054	0.993	1.000	1.000	1.000	1.000
	50	0.043	0.045	0.046	0.044	0.053	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	100	0.053	0.049	0.050	0.047	0.047	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3	10	0.054	0.046	0.050	0.053	0.047	0.819	1.000	1.000	1.000	1.000
	20	0.051	0.047	0.051	0.047	0.052	0.958	1.000	1.000	1.000	1.000
	30	0.054	0.057	0.047	0.049	0.050	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000
	50	0.051	0.050	0.048	0.058	0.054	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	100	0.045	0.048	0.044	0.046	0.049	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

İkinci durumda, veri yaratma sürecinde ESTAR kırılmalarından oluştuğu durumu inceleyelim. Veri yaratma sürecinde yer alan  $d_i(t)$

- eğer  $i \leq (N/2)$  ise  $d_i(t) = 3(1 - e^{(-0.003)(t-0.75T)^2}) 3T/4$  anında ESTAR kırılmayı,
- eğer  $i > (N/2)$  ise  $d_i(t) = 3(1 - e^{(-0.003)(t-0.25T)^2}) 3T/4$  anında ESTAR kırılmayı içerir.

Şekil 3'te, ESTAR kırılmalar ve bir frekanslı Fourier yaklaşımları gösterilmiştir. Fourier fonksiyonu ESTAR fonksiyonun sabit olduğu dönemlerde de dalgalanma gösterse de, ESTAR kırılmanın gerçekleştiği noktada dalgalanma yönünü değiştirerek kırılmaları temsil etme özelliği göstermektedir.





Şekil 3: ESTAR Kırılmalar ve Fourier Yaklaşımları

Tablo 5'te ESTAR kırılmalar durumunda  $Z_{LM}(k)$  testinin boyut ve güç özellikleri rapor edilmiştir. Küçük örneklem özellikleri LSTAR kırılmalar durumu ile benzer olduğu dikkat çekmektedir. Farklı T ve N kombinasyonlarına bakılmaksızın, küçük örneklemelerde dahi test iyi boyut ve güç özelliklerine sahip olduğu görülmektedir.

Tablo 5: ESTAR Kırılmalar Durumunda Boyut ve Güç Özellikleri

k	N/T	Boyut					Güç				
		25	50	100	150	200	25	50	100	150	200
1	10	0.054	0.053	0.049	0.046	0.056	0.901	0.996	1.000	1.000	1.000
	20	0.052	0.048	0.049	0.047	0.058	0.989	1.000	1.000	1.000	1.000
	30	0.053	0.049	0.051	0.049	0.054	0.965	1.000	1.000	1.000	1.000
	50	0.055	0.059	0.053	0.049	0.052	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
	100	0.046	0.053	0.052	0.051	0.046	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	10	0.044	0.054	0.057	0.048	0.046	0.801	0.990	1.000	1.000	1.000
	20	0.057	0.052	0.048	0.044	0.056	0.988	1.000	1.000	1.000	1.000
	30	0.049	0.050	0.049	0.047	0.050	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
	50	0.048	0.044	0.044	0.048	0.051	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	100	0.054	0.052	0.046	0.059	0.049	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3	10	0.059	0.054	0.042	0.052	0.044	0.931	0.999	1.000	1.000	1.000
	20	0.044	0.050	0.048	0.055	0.047	0.982	1.000	1.000	1.000	1.000
	30	0.048	0.056	0.051	0.050	0.040	0.996	1.000	1.000	1.000	1.000
	50	0.050	0.054	0.044	0.052	0.053	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	100	0.055	0.056	0.048	0.047	0.044	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

### Durum 3: Ani ve Yumuşak Kırılmalar

Şimdiye kadar, paneldeki kesitlerin her birinin aynı tip (ani, LSTAR veya ESTAR) kırılmalara sahip olduğu varsayılmıştır. Ancak, panel veri setindeki farklı kesitler farklı kırılma tiplerini içerebilirler. Örneğin bazı kesitlerde ani kırılmalar varken bazı kesitlerde LSTAR veya ESTAR kırılmalar olabilir. Bu durumun daha gerçekçi olmasından dolayı veri yaratma sürecinde hem ani kırılmalar hem de yumuşak kırılmalar varken küçük örneklem özelliklerinin analizi bir panel veri çalışması için önem kazanmaktadır. Veri yaratma süreci farklı kırılmaları içerirken  $Z_{LM}(k)$  testinin sonlu örneklem özelliklerini göstermek için  $3N/10$ 'u ani kırılmalar,  $4N/10$ 'u LSTAR kırılmalar,  $2N/10$ 'u ESTAR kırılmalar ve  $N/10$ 'u Fourier tipte kırılmalar oluşmuş N kesitli veri seti oluşturulmuştur. Ani, LSTAR ve ESTAR kırılmalar yukarıda olduğu gibi tanımlanmıştır. Fourier tipte kırılma için  $d_i(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + 3 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + 5 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) - \alpha_0, \alpha_1 \sim U[0,1]$  olarak tanımlanmıştır.

Farklı kırılma biçimlerini bir arada içeren panel veri setlerinde  $Z_{LM}(k)$  testinin gösterdiği küçük örneklem özelliklerine ilişkin sonuçlar Tablo 6'da verilmiştir. Boyut analizi  $Z_{LM}(k)$  testinin doğru boş hipotezi reddetme olasılığının (ampirik boyutunun) nominal boyuta yakın olduğunu göstermiştir. Güç analizinde ise, panel veri setinde farklı kırılmalar varken dahi testin gücünün iyi olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Tablo 6: Ani ve Yumuşak Kırılmalar Durumunda Boyut ve Güç Özellikleri

k	N/T	Boyut					Güç				
		25	50	100	150	200	25	50	100	150	200
1	10	0.053	0.050	0.053	0.045	0.045	0.861	0.996	1.000	1.000	1.000
	20	0.049	0.053	0.052	0.049	0.054	0.956	1.000	1.000	1.000	1.000
	30	0.043	0.048	0.051	0.046	0.055	0.990	1.000	1.000	1.000	1.000
	50	0.049	0.057	0.052	0.053	0.057	0.996	1.000	1.000	1.000	1.000
	100	0.048	0.051	0.049	0.052	0.056	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	10	0.048	0.051	0.045	0.051	0.056	0.815	0.999	1.000	1.000	1.000
	20	0.047	0.055	0.053	0.047	0.046	0.959	1.000	1.000	1.000	1.000
	30	0.054	0.044	0.054	0.050	0.044	0.981	1.000	1.000	1.000	1.000
	50	0.048	0.049	0.055	0.048	0.058	0.996	1.000	1.000	1.000	1.000
	100	0.054	0.045	0.041	0.047	0.054	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3	10	0.058	0.047	0.048	0.055	0.050	0.835	1.000	1.000	1.000	1.000
	20	0.047	0.047	0.054	0.049	0.054	0.939	1.000	1.000	1.000	1.000
	30	0.052	0.051	0.050	0.048	0.052	0.991	1.000	1.000	1.000	1.000
	50	0.053	0.051	0.050	0.053	0.048	0.994	1.000	1.000	1.000	1.000
	100	0.046	0.049	0.049	0.040	0.046	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Şu ana kadarki bütün simülasyonlarda güç analizi için paneldeki her bir kesit için homojen  $\rho = 0.8$  olduğu, yani paneldeki kesitlerin hepsinin durağan olduğu, varsayılmıştır. Ancak, pratikte alternatif hipotez altında bazı kesitler birim kök süreç içerirken diğerleri durağan bir sürece sahip olabilir. Bu nedenle, panel veri setinde bazı kesitlerin durağan ve bazı kesitlerin birim kök süreç içerdiği durumda  $Z_{LM}(k)$  testinin nasıl bir güç özelliğine sahip olacağı sorusuna odaklanmak gereklidir. Bu sorunun cevabı aynı zamanda testin tutarlılığını da gösterecektir. Veri yaratma süreci bir önceki simülasyonda olduğu gibi ani ve yumuşak kırılmalara sahip kesitleri içeren N kesitten oluşmaktadır.  $N_1$ , paneldeki birim köke sahip yatay kesit sayısı olmak üzere  $w = N_1/N$  birim köke sahip olan kesitlerin durağan kesitlere oranını göstermektedir.

Tablo 7: Tutarlılık Özellikleri

k	w=N <sub>1</sub> /N	N/T	25	50	100	150	200
1	0.25	40	0.107	0.406	1.000	1.000	1.000
		80	0.090	0.634	1.000	1.000	1.000
		120	0.099	0.696	1.000	1.000	1.000
	0.5	40	0.058	0.225	0.939	1.000	1.000
		80	0.071	0.345	0.996	1.000	1.000
		120	0.068	0.366	1.000	1.000	1.000
	0.75	40	0.058	0.112	0.477	0.843	0.992
		80	0.060	0.134	0.624	0.969	1.000
		120	0.072	0.156	0.745	0.990	1.000
2	0.25	40	0.182	0.714	1.000	1.000	1.000
		80	0.212	0.848	1.000	1.000	1.000
		120	0.306	0.923	1.000	1.000	1.000
	0.5	40	0.124	0.407	0.949	1.000	1.000
		80	0.138	0.553	0.993	1.000	1.000
		120	0.141	0.662	0.998	1.000	1.000
	0.75	40	0.075	0.134	0.437	0.736	0.945
		80	0.080	0.229	0.559	0.857	0.986
		120	0.095	0.254	0.641	0.924	0.995
3	0.25	40	0.201	0.858	1.000	1.000	1.000
		80	0.294	0.963	1.000	1.000	1.000
		120	0.357	0.990	1.000	1.000	1.000
	0.5	40	0.148	0.486	0.995	1.000	1.000
		80	0.183	0.705	1.000	1.000	1.000
		120	0.228	0.814	1.000	1.000	1.000
	0.75	40	0.091	0.201	0.574	0.902	0.993
		80	0.082	0.287	0.776	0.976	1.000
		120	0.101	0.350	0.841	0.996	1.000

Tablo 7 farklı oranlar ( $w=0.25,0.50,0.75$ ) için güç analizi sonuçlarını göstermektedir. Burada  $w$  küçüldükçe testin gücünün artması beklenmektedir. İlk bakışta paneldeki durağan birimlerin sayısı arttıkça güç arttığı için bu beklenti sabit kalıyor gibi görünmektedir.  $N$  sabit kaldığında  $T$  büyüdükçe güç monoton olarak artmaktadır. Ancak,  $T$ 'nin küçük olması durumunda(örneğin  $T=25$ ),  $N$ 'deki bir artış, güç açısından önemli bir kazanç sağlamamaktadır. Ayrıca, zaman periyodu küçükken ( $T=25$  ve  $T=50$ ), Fourier frekansı arttıkça güç artmaktadır. Sonuç olarak  $Z_{LM}(k)$  istatistiği  $w, N$  ve  $k$  veri ve  $T$  artarken tutarlıdır.

Belirtmek gerekir ki, Fourier yaklaşımı düzgün eğilimli trend fonksiyonu ile seviyede ve trenddeki kırılmaları yakalayabilmektedir (Lee vd., 2015:4). Eğer paneldeki kesitlerin trendde ani kırılmalara sahip olduğu biliniyorsa Im vd.(2005 ve 2012) ve Westerlund (2012) çalışmalarında geliştirilen panel birim kök testleri bu durum için daha kullanışlı araçlardır. Fakat, Nazlioglu ve Karul (2017) çalışmasındaki tartışmada olduğu gibi paneldeki tüm kesitlerin trendde ani kırılmaya sahip olması katı bir varsayımdır. Fourier yaklaşımı bu durum için tam esneklik sağlamasa dahi formu bilinmeyen kırılmaların modellenmesi için esneklik sağlamaktadır. Bu esneklik yatay kesitlerdeki farklı kırılmalar için Fourier yaklaşımının uygun olduğunu göstermektedir. Küçük örneklem özellikleri için yapılan yukarıdaki simülasyon analizleri, paneldeki kesitlerin farklı kırılma tipleri içermesi durumunda dahi, kırılmaları Fourier yaklaşımıyla modelleyen  $Z_{LM}(k)$  testinin iyi boyut ve güç özelliklerine sahip olmasının yanı sıra tutarlı olduğunu göstermiştir.

### 3.2. Yatay Kesit Bağımsızlığı Durumunda Boyut ve Güç Özellikleri

Panel veri yazınında son yıllarda yapılan çalışmalar yatay kesit bağımlılığı varsayımı üzerine inşa edilmiş ve bu durum için kapsamlı bir simülasyon analizi önceki bölümde yapılmıştır. Bununla birlikte, her panel setinin yatay kesit bağımlılığına (ortak faktöre) mutlak sahip olacağını kabul etmek katı bir varsayım olarak gözükmektedir. Bunun yanı sıra  $Z_{LM}(k)$  testinin asimptotik dağılımını elde etmek amacıyla pratiklik için veri yaratma sürecinde başlangıçta yatay kesit bağımlılığı yoktur varsayımından hareket edilmiş olması da yatay kesit bağımsızlığı durumunda küçük örneklem özelliklerinin analizi için bir kapı aralamaktadır. Bu bölüm, ise  $Z_{LM}(k)$  testinin yatay kesit bağımsızlığı durumunda küçük örneklem özelliklerini tespit etmek için kapsamı sınırlı olan bir simülasyon çalışmasına odaklanmıştır.

Eşitlik (1)'deki gibi yatay kesit bağımlılığına sahip olmayan (ortak faktörün dahil edilmediği) veri yaratma süreci

$$y_{it} = d_i(t) + e_{it}$$

$$e_{it} = \rho_i e_{it-1} + \varepsilon_{it}$$

şeklindedir ve  $\varepsilon_{it} \sim N(0,1)$ ,  $\lambda_i \sim U[0,1]$  olarak alınmıştır. Boyut analizi için  $\rho_i = 1$ , güç analizi için  $\rho_i = 0.8$  alınmıştır. Paneldeki farklı kesitlerin Durum 3'te açıklandığı gibi farklı tiplerine sahip olduğu kabul edilmiştir. Yani, 3N/10'u ani kırılmalardan, 4N/10'u LSTAR kırılmalardan, 2N/10'u ESTAR kırılmalardan ve N/10'u Fourier tipte kırılmalardan oluşan N kesitli veri seti yardımıyla farklı kırılmaları içeren veri yaratma süreci oluşturulmuştur.

Yatay kesit bağımsızlığı durumu için yapılan Monte Carlo simülasyon sonuçları Tablo 8'de rapor edilmiştir. Boyut analizi, bütün T ve N değerleri için testin ampirik boyutunun nominal boyuta oldukça yakın olduğunu göstermiştir. Güç analizi, T=25 ve N büyürken gücün arttığını ve diğer tüm N ve T kombinasyonları için testin iyi güç özelliğine sahip olduğunu ortaya koymaktadır.

Tablo 8: Yatay Kesit Bağımsızlığı Durumunda Boyut ve Güç Özellikleri

k	N/T	Boyut					Güç				
		25	50	100	150	200	25	50	100	150	200
1	10	0.041	0.050	0.046	0.052	0.046	0.314	0.680	1.000	1.000	1.000
	20	0.050	0.045	0.049	0.048	0.052	0.450	0.914	1.000	1.000	1.000
	30	0.049	0.045	0.047	0.048	0.045	0.552	0.980	1.000	1.000	1.000
	50	0.044	0.045	0.046	0.059	0.044	0.721	0.999	1.000	1.000	1.000
	100	0.052	0.054	0.043	0.053	0.045	0.929	1.000	1.000	1.000	1.000
2	10	0.048	0.053	0.044	0.046	0.054	0.225	0.916	1.000	1.000	1.000
	20	0.060	0.053	0.052	0.045	0.045	0.344	0.996	1.000	1.000	1.000
	30	0.046	0.043	0.045	0.050	0.047	0.417	1.000	1.000	1.000	1.000
	50	0.051	0.046	0.049	0.052	0.055	0.570	1.000	1.000	1.000	1.000
	100	0.054	0.052	0.053	0.049	0.053	0.819	1.000	1.000	1.000	1.000
3	10	0.052	0.044	0.049	0.051	0.050	0.188	0.933	1.000	1.000	1.000
	20	0.059	0.047	0.042	0.055	0.054	0.256	0.999	1.000	1.000	1.000
	30	0.058	0.050	0.051	0.053	0.049	0.324	1.000	1.000	1.000	1.000
	50	0.059	0.051	0.050	0.054	0.050	0.447	1.000	1.000	1.000	1.000
	100	0.048	0.045	0.043	0.050	0.043	0.668	1.000	1.000	1.000	1.000

#### 4. AMPİRİK UYGULAMA

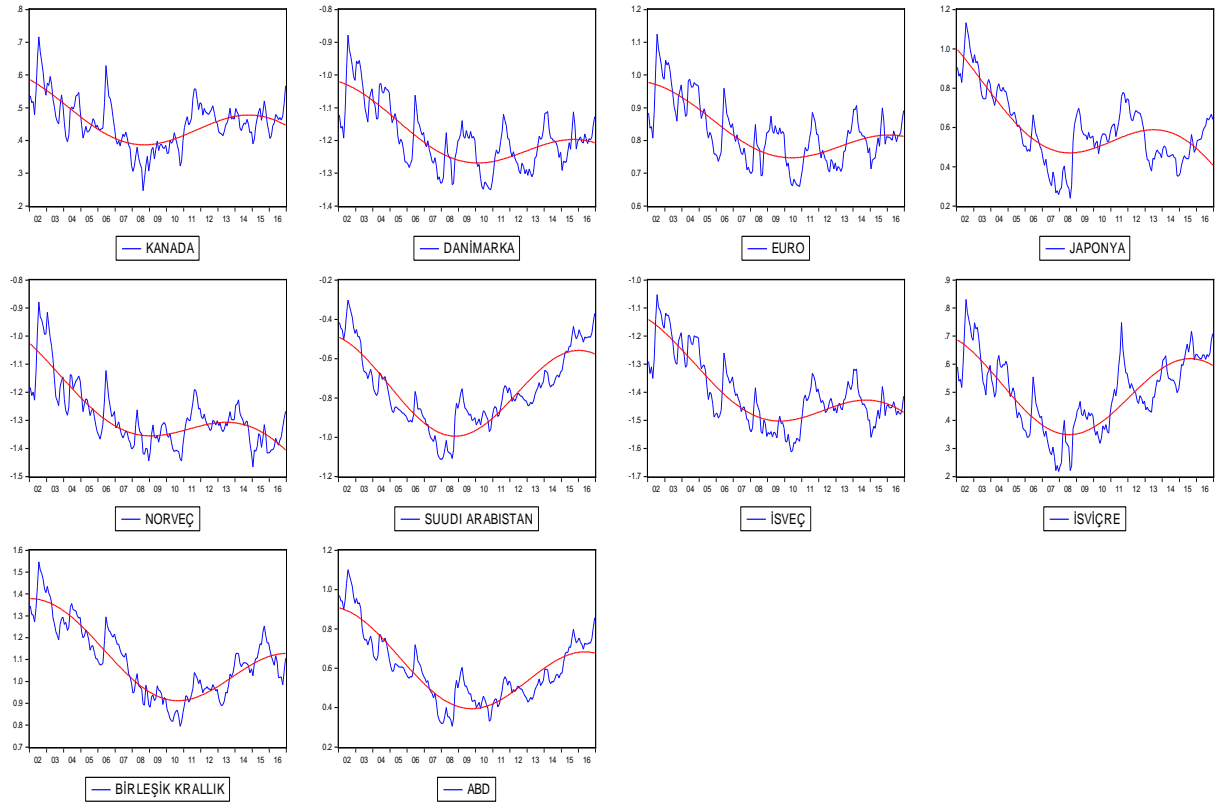
Son on yılda en hızlı büyüyen ekonomilerden biri olan yükselen piyasa ekonomileri arasında yer alan Türkiye, 1980'den beri ticaret odaklı büyüme modelini uygulamaktadır. Türkiye gibi kalkınma stratejisinde ticaretin büyük önem taşıdığı gelişmekte olan ülkeler için döviz kurlarının dinamikleri, ticaret ve para politikalarının merkezinde yer almaktadır. 2001 krizinin patlak vermesinin ardından Türkiye'nin esnek kur sistemine geçmesi, Türk döviz kurlarının davranış dinamiklerinin piyasa mekanizması tarafında belirlenip belirlenemediği sorusunu, hem politika yapıcılar hem de araştırmacılar için ilgi çekici hale getirmiştir. Döviz kurları dinamiklerinin belirlenmesi, Türkiye'nin makroekonomik istikrarında büyük öneme sahip fiyat istikrarı için uygulamakta olan para politikasının tasarlanması açısından da önem taşımaktadır.

Döviz kurlarının nasıl bir davranış gösterdiğine ilişkin teorik açıklamaların başında satın alma gücü paritesi (SAGP) hipotezi gelmektedir. Bu hipotez, nominal döviz kurlarının ülkeler arasındaki fiyat farklılıklarına uyarlanma süreci gösterdiğini ve uyarlanma sürecinin fiyat farklılıkları ortadan kalkıncaya devam ettiğini ileri sürmektedir. Diğer bir ifadeyle, reel döviz kurunun durağan bir sürece sahip olacağını iddia etmektedir. Ampirik modelleme açısından, durağan reel döviz kurları, SAGP hipotezinin geçerliliğine dair kanıt sağlamaktadır. (bkz., Rogoff, 1996; Sarno ve Taylor, 2002; Taylor, 2003).

SAGP hipotezinin geçerliliğini test etmek için Türkiye için yapılan çalışmalarda ortak bir sonuç elde edilemediği görülmektedir. Bazı çalışmalar SAGP hipotezinin geçerliliğini desteklerken (Sarno, 2000; Yazgan, 2003; Erlat, 2003; Kalyoncu, 2009; Guloglu vd., 2011), bazı çalışmalar SAGP hipotezinin geçerli olmadığını ileri sürmektedir (Telatar ve Kazdagli, 1998; Erlat ve Ozdemir, 2003; Doganlar vd., 2009). Guloglu vd. (2011) panel veri çalışmasında Carrion-i-Silvestre et al. (2005) tarafından geliştirilen kırılmaları dikkate alan panel durağanlık testinden yararlanılmış ve SAGP hipotezinin geçerliliğine dair kanıtlar bulunmuştur. Literatürdeki farklı bulgular, test süreçlerindeki yeni gelişmeler ışığında SAGP hipotezinin Türkiye için geçerliliğinin yeniden ele alınması için bir motivasyon oluşturmaktadır.

SAGP hipotezini yeniden gözden geçirmek için, Türkiye ile on ticaret ortağının (Kanada, Danimarka, Avrupa Bölgesi, Japonya, Norveç, Suudi Arabistan, İsveç, İsviçre, Birleşik Krallık ve ABD) Ocak 2002-Aralık 2016 dönemleri arasındaki reel döviz kurları toplanmıştır. Nominal döviz kurları ve tüketici fiyat endeksi serileri (2010=100), International Financial Statistics çevrimiçi veritabanından elde edilmiştir. Reel döviz kuru  $y_{it} = e_{it} + p_{it}^* - p_t$  olarak tanımlanmaktadır. Burada  $y$  reel döviz kurunun doğal logaritmasını,  $e$  nominal döviz

kurunun doğal logaritmasını,  $p^*$  yabancı ülkenin tüketici fiyat endeksinin doğal logaritmasını ve  $p$  Türkiye'nin tüketici fiyat endeksinin doğal logaritmasını ifade etmektedir. Reel döviz kurlarındaki artış, Türk lirasındaki reel değer kaybını ifade etmektedir. Reel döviz kuru serilerinin dinamikleri Şekil 4'te gösterilmiştir. Şekilden serilerin davranışlarının birbirlerine benzemediği ve farklı zaman aralıklarında farklı trend dinamiklerine sahip oldukları görülmektedir. Bunun yanı sıra, kırılmaların biçiminin genel olarak önsel bilgiyle belirlenemeyeceği ve dahası yapısal değişmelerin sayı ve tarihini belirlemenin mümkün gözükmediği dinamikler dikkat çekmektedir. Şekil 4, reel döviz kuru serilerinin Fourier yaklaşımlarını da göstermektedir. Fourier serilerin döviz kurlarının dinamiklerini temsil ettiği göz bakışıyla söylemek mümkündür.



Şekil 4: Reel Döviz Kurları ve Fourier Yaklaşımları

Reel döviz kurlarındaki şokların doğasını anlamak için, yatay kesit bağımlılığını dikkate alan ve kırılmaların ani gerçekleştiği varsayımına dayalı Im vd. (2012) tarafından geliştirilen panel LM birim kök testi ve bu projede önerilen  $Z_{LM}(k)$  testi sonuçları Tablo 9’da rapor edilmiştir. Ani kırılmalı panel LM testi birim kök boş hipotezini güçlü bir şekilde reddetmiştir ve dolayısıyla SAGP hipotezinin geçerliliğini desteklemektedir. Aksine, yumuşak kırılmaları dikkate alan  $Z_{LM}(k)$  testi birim kök boş hipotezini reddedememekte ve böylece SAGP hipotezinin geçerli olmadığını göstermektedir. Farklı sonuçlar farklı politika uygulamalarına yol açmaktadır. Eğer SAGP hipotezi geçerli ise döviz kurlarının istikrara kavuşturulması için aktif bir para politikasına ihtiyaç yoktur. Diğer taraftan, SAGP hipotezi geçerli değilse döviz kurundaki dalgalanmaları önlemek için aktif bir para politikası gereklidir. Ani kırılmaları içeren panel LM testi ilk politika sonuçlarını desteklerken, bu çalışma, ikinci politika etkisinin lehine bir kanıtı desteklemektedir.

Tablo 9: SAGP Hipotezi için Sonuçlar

Ülkeler	Ani kırılmalar		Kademeli/yumuşak kırılmalar		
	Tek kırılma	İki kırılma	k=1	k=2	k=3
Kanada	-5.978	-7.777	-2.133	-2.707	-1.568
Danimarka	-5.478	-6.880	-0.804	1.454	0.613
Euro Bölgesi	-5.481	-6.917	-0.893	1.296	0.593
Japonya	-4.568	-6.593	-1.589	-1.405	-1.365
Norveç	-5.162	-6.951	-1.216	-0.036	0.322
Suudi Arabistan	-4.461	-6.511	-0.975	1.838	2.351
İsveç	-5.304	-6.314	-0.057	0.125	0.763
İsviçre	-5.413	-6.598	-1.612	-1.299	-1.278
Birleşik Krallık	-4.895	-6.235	0.062	-1.211	-0.717
ABD	-4.552	-6.321	-1.346	0.874	1.408
<i>Panel</i>					
İstatistik	-13.756	-19.844	3.251	1.155	1.302
p-değeri	0.000	0.000	0.999	0.876	0.903

Ani kırılma: Im et al. (2012) tarafından önerilen ani kırılmalı Panel LM birim kök testi (kukla değişken)

Kademeli/yumuşak kırılmalar: Bu çalışmada önerilen Fourier yaklaşımına dayanan Panel LM birim kök testi.

Tek Ani Kırılmalı Model:

$$\Delta y_{it} = \mu_{1i} + \beta_{1i}t + \mu_{2i}DU_{1it} + \beta_{2i}DT_{1it} + \alpha_i S_{it-1} + \beta_{3i}\Delta S_{it-1} + \beta_{4i}F_t + \varepsilon_{it}; F_t = [\bar{S}_{t-1}, \Delta \bar{S}_{t-1}, \Delta \bar{y}_t].$$

İki Ani Kırılmalı Model:

$$\Delta y_{it} = \mu_{1i} + \beta_{1i}t + \mu_{2i}DU_{1it} + \beta_{2i}DT_{1it} + \mu_{3i}DU_{2it} + \beta_{3i}DT_{2it} + \alpha_i S_{it-1} + \beta_{4i}\Delta S_{it-1} + \beta_{5i}F_t + \varepsilon_{it};$$

Kademeli Kırılmalı Model:

$$\Delta y_{it} = d_{0i} + d_{1i}\Delta \sin(2\pi kt/T) + d_{2i}\Delta \cos(2\pi kt/T) + \phi_i S_{it-1} + d_{3i}F_t + \varepsilon_{it}; F_t = [\bar{S}_{t-1}, \Delta \bar{y}_t].$$



## 5. SONUÇ

Bu projede, Fourier yaklaşımı ile yapısal kırılmaları kademeli olarak modelleyen yeni bir panel birim kök testi önerilmiştir. Geliştirilen panel istatistiği Lagrange Çarpanı (LM) ilkesine dayanmaktadır. Boş hipotez altında testin asimptotik dağılımının bozucu parametrelerden etkilenmediği ve asimptotik momentler ile standartlaştırma yapıldıktan sonra panel istatistiğinin standart normal dağılıma sahip olduğu gösterilmiştir.

Küçük örneklem özellikleri farklı veri yaratma süreçleri için Monte Carlo simülasyonları yardımıyla analiz edilmiştir. Simülasyon sonuçları, (i) zaman (T) ve yatay kesit boyutu (N) büyüklüklerine bağlı olmaksızın testin ampirik boyutunun nominal boyuta yakın olduğunu, (ii) testin gücünün T veya N veya ikisi birden artarken arttığını ve (iii) testin tutarlı olduğunu göstermiştir. Sonuçlar, Fourier yaklaşımının paneldeki kesitlerde çok çeşitli kırılma tipleri olsa dahi her bir kesit için kırılma biçiminin belirlenmesine ihtiyaç duymadığını ortaya koymuştur.

Döviz kurları dinamiklerinin belirlenmesi, Türkiye'nin makroekonomik istikrarında büyük öneme sahip fiyat istikrarı için uygulamakta olan para politikasının tasarlanması açısından önem taşımaktadır. Literatürde kırılmaların ani gerçekleştiği varsayımına dayalı yapılan panel çalışmalarında reel döviz kurlarındaki şokların geçici olduğuna dair kanıtlar sunulmaktadır. Bu projede reel döviz kurlarındaki şokların kalıcı olup/olmadığı sorusu, panel LM testleri yardımıyla tekrar incelenmiştir. Ani kırılma varsayımına dayalı panel LM testi sonuçları reel döviz kurlarının durağan yani şokların geçici olduğunu gösterirken, bu projede geliştirilen ve Fourier yaklaşımına dayalı panel LM testi sonuçları reel döviz kurlarındaki şokların kalıcı olduğunu göstermiştir. Yeni test prosedürü, reel döviz kuru şoklarının doğasına ilişkin yeni bilgiler vermekte ve Türk reel döviz kurları için SAGP hipotezinin geçerli olmadığını göstermektedir.

## 6. KAYNAKLAR

- Amsler, C., Lee, J., 1995. "An LM Test for Unit Root in the Presence of a Structural Change", *Econometric Theory*, 11, 359-368.
- Bai, J., Ng, S., 2004. "A PANIC attack on unit roots and cointegration", *Econometrica*, 72, 1127–1178.
- Becker, R., Enders, W., Lee, J., 2006. "A stationarity test in the presence of an unknown number of smooth breaks", *Journal of Time Series Analysis* 27, 381–409.
- Bierens, H., 1997. "Testing for a Unit Root with Drift Hypothesis against Nonlinear Trend Stationarity, with an Application to the US Price Level and Interest Rate", *Journal of Econometrics*, 81, 29-64.
- Breitung, J., Pesaran, M. H., 2008. *Unit roots and cointegration in panels*. Springer Berlin Heidelberg.
- Breuer, B., McNown, R., Wallace, M., 2002. "Series-Specific Unit Root Test with Panel Data", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 64 (5), 527-546.
- Carrion-i-Silvestre, J.L., Del Barrio-Castro, T., Lopez-Bazo, E., 2005. "Breaking the panels: An application to GDP per capita", *Econometrics Journal*, 8, 159–175.
- Choi, I., 2001. "Unit root tests for panel data", *Journal of International Money and Finance*, 20, 249–272.
- Davies, R.B., 1987. "Hypothesis Testing when a Nuisance Parameter is Present Only under the Alternative", *Biometrika*, 74(1), 33-43.
- Doganlar, M., Bal, H., Ozmen, M., 2009. "Testing long-run validity of purchasing power parity for selected emerging economies". *Applied Economics Letters*, 16, 1443–1448.
- Enders, W., Lee, J., 2012a. "A unit root test using a Fourier series to approximate smooth breaks", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 74, 574-599.
- Enders, W., Lee, J., 2012b. "The flexible Fourier form and Dickey-Fuller type unit root tests", *Economics Letters* 117, 196-199.
- Erlat, H., 2003. "The nature of persistence in Turkish real exchange rates", *Emerging Markets Finance and Trade*, 39, 70–97.
- Erlat, H., Ozdemir, N., 2003. "A panel approach to investigating the persistence in Turkish real Exchange rates", *Topics in Middle Eastern and North African Economies*, 5(September).
- Guloglu, B., Ispir, S., Okat, D., 2011. "Testing the validity of quasi PPP hypothesis: evidence from a recent panel unit root test with structural breaks", *Applied Economics Letters*, 18 (18), 1817–1822.

- Gallant, R., 1981. "On the basis in flexible functional form and an essentially unbiased form: the flexible Fourier form", *Journal of Econometrics* 15, 211–353.
- Gallant, R., Souza, G., 1991. "On the Asymptotic Normality of Fourier Flexible Form Estimates", *Journal of Econometrics*, 50, 329-353.
- Hadri, K., Rao, Y., 2008. "Panel Stationarity Test with Structural Breaks", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 70(2), 245-269.
- Im, K. S., Pesaran, M. H. ve Shin, Y., 2003. "Testing for unit roots in heterogeneous panels", *Journal of Econometrics*, 115, 53–74.
- Im, K., Lee, J., Tieslau, M., 2005. "Panel LM Unit-root Tests with Level Shifts", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 67, 393–419.
- Im, K., Lee, J., Tieslau, M., 2012. "Panel LM Unit Root Tests with Level and Trend Shifts", Working paper.
- Kalyoncu, H., 2009. "New evidence of the validity of purchasing power parity from Turkey", *Applied Economics Letters*, 16, 63–67.
- Lee, C., Wu, J-L., Yang, L., 2015. "A Simple Panel Unit-Root Test with Smooth Breaks in the Presence of a Multifactor Error Structure", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 78(3), 365-393.
- Levin, A., Lin, C. F., Chu, C. S. J., 2002. "Unit root test in panel data: asymptotic and finite sample properties", *Journal of Econometrics*, 108, 1–24.
- Maddala, G. S., Wu, S., 1999. "A comparative study of unit root tests with panel data and a new simple test", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, special issue, 631–652.
- Nazlioglu, S., Karul, C., 2017. "A panel stationarity test with gradual structural shifts: Re-investigate the international commodity price shocks", *Economic Modelling*, 61, 181-192.
- Pesaran, M.H., 2007. "A simple panel unit root test in the presence of cross-section dependence", *Journal of Applied Econometrics* 22, 265-312.
- Rodrigues, P., Taylor, A.M.R., 2012. "The flexible Fourier form and local GLS de-trending unit root tests", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 74, 736-759.
- Rogoff, K., 1996. "The purchasing power parity puzzle", *Journal of Economic literature*, 34(2), 647-668.
- Sarno, L., 2000. "Real exchange rate behaviour in high inflation countries: empirical evidence from Turkey, 1980-1997", *Applied Economics Letters*, 7(5), 285-291.
- Sarno, L., Taylor, M. P., 2002. "Purchasing power parity and the real exchange rate", *IMF staff papers*, 49(1), 65-105.

Schmidt, P., Phillips, P.C.B., 1992. "LM Tests for a Unit Root in the Presence of Deterministic". *Oxford Bulletin of Econometrics and Statistics*, 54(3), 257-287.

Taylor, M.P., 2003. "Purchasing power parity", *Review of International Economics*, 11(3), 436-452.

Telatar, E., Kazdagli, H., 1998. "Re-examine the long-run purchasing power parity hypothesis for a high inflation country: the case of Turkey 1980–93", *Applied Economics Letters*, 5, 51-53.

Westerlund, J., 2012. "Testing for unit roots in panel time-series models with multiple level breaks", *The Manchester School*, 80(6) 671–699.

Yazgan, M.E., 2003. "The purchasing power parity hypothesis for a high inflation country: are-examination of the case of Turkey", *Applied Economics Letters* 10, 143–147.

**TÜBİTAK**  
**PROJE ÖZET BİLGİ FORMU**

Proje Yürütücüsü:	Doç. Dr. ŞABAN NAZLIOĞLU
Proje No:	215K086
Proje Başlığı:	Yapısal Kırılmaların Kademeli Olarak Modellendiği Yeni Bir Panel Birim Kök Testi
Proje Türü:	1001 - Araştırma
Proje Süresi:	18
Araştırmacılar:	
Danışmanlar:	
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi:	PAMUKKALE Ü. İKTİSADİ VE İDARİ BİLİMLER F. EKONOMETRİ B.
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri:	01/04/2016 - 01/10/2017
Onaylanan Bütçe:	50345.0
Harcanan Bütçe:	33839.7
Öz:	<p>Bu projenin amacı, yapısal kırılmaları Fourier yaklaşımı yoluyla kademeli biçimde dikkate alan bir panel birim kök testi geliştirmektir. Panel istatistiği Lagrange Çarpanı (LM) ilkesine dayanılarak geliştirilmiş, test istatistiğinin dağılımı elde edilmiş ve standart normal dağılıma sahip olduğu gösterilmiştir. Testin küçük örneklem özellikleri farklı kırılma tipleri için Monte Carlo simülasyonlarıyla analiz edilmiştir. Simülasyon sonuçları, test istatistiğinin paneldeki kesitlerin ani veya yumuşak kırılmalar altında iyi boyut ve güç özelliklerine sahip olduğunu göstermektedir. Ayrıca, kesitlerin farklı kırılma tiplerini (ani ve yumuşak kırılmaları) birlikte içermesi durumunda dahi testin boyut ve güç özelliklerinin iyi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ampirik uygulama olarak, Satın Alma Gücü Paritesi(SAGP) hipotezinin Türkiye için geçerli olup olmadığı test edilmiştir. Kırılmaların ani gerçekleştiği varsayımı ile hareket eden birim kök testi, SAGP hipotezinin geçerli olduğunu gösterirken; bu projede geliştirilen Fourier panel LM testi, hipotezin geçerli olmadığını göstermektedir. Buna göre, Türk döviz kurlarının ülkeler arası enflasyon oranı farklılıklarına uyarlanmadığı ve döviz kuru şoklarının kalıcı olduğu bulgusu elde edilmiştir.</p>
Anahtar Kelimeler:	Panel birim kök, Yapısal kırılma, Fourier yaklaşımı, SAGP Hipotezi, Türkiye.
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu Mu?:	Hayır
Projeden Yapılan Yayınlar:	<p>1- A panel unit root test with gradual structural Shifts: revisiting the purchasing power parity hypothesis in Turkey (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum), 2- Esnek Fourier Fonksiyonlu Yeni Bir Panel Birim Kök Testi Önerisi ve OECD Örneği (Tez (Araştırmacı Yetiştirilmesi) - Yüksek Lisans Tezi), 3- PANEL LM UNIT ROOT TEST WITH SMOOTH BREAKS (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum), 4- Panel LM Unit Root Test with Gradual Structural Shifts (Bildiri - Uluslararası Bildiri - Sözlü Sunum),</p>