

## YAĞLI KÂĞIT KATLAMA İLE PİSAGOR TEOREMİNE ULAŞMA<sup>1</sup>

Sevin Demirci<sup>2</sup>, Emine Gaye Çontay<sup>3</sup>

### ÖZ

Bu çalışmada bir dizi adımla Pisagor Teoremi'ne ulaşmayı içeren yağlı kâğıt katlama etkinlik görevi tasarlanmıştır. Çalışmanın başlıca amacı, öğrencilerin tümdengelsel akıl yürütme ve mantıksal çıkarımın rolüne ilişkin anlayış kazanarak Pisagor Teoremi'ne yağlı kâğıt katlama etkinlikleri ile ulaşmalarıdır. Bunun yanısıra, üç farklı etkinlik içeren yağlı kâğıt katlama görevinin yararlı olup olmadığının gözlenmesi ve öğretmenlerin yağlı kâğıt katlama görevini yakından tanımaları amaçlanmıştır. Etkinlik bir devlet okulunda öğrenim gören 20 dokuzuncu sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Yağlı kâğıt katlama etkinlik görevi öğrencilerle üç hafta boyunca toplam altı ders saatinde gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler yağlı kâğıt katlama görevinde, çalışma kağıtlarında bulunan adımları uygularken katlama aşamasında zorluk yaşamamışlar; fakat genel olarak cebirsel işlemleri yapmada ve bildikleri kavramları matematiksel olarak ifade etmeye çalışırken zorlanmışlardır. Öğrencilerin etkinliği uygulama sürecinde istekli ve keyif alarak etkinliğe katıldıkları gözlenmiştir. Yağlı kâğıt katlama görevinin teoremin niçin doğru olduğunu anlamalarını sağladığı ve açıklayıcı bir ispat niteliğinde olması açısından anlamlı öğrenmeyi destekleyici katkısı olduğu görülmüştür.

**Anahtar kelimeler:** yağlı kâğıt katlama, Pisagor Teoremi, ispat öğretimi, matematik öğretimi.

## REACHING PYTHAGORIAN THEOREM BY FOLDING PATTY PAPER

### ABSTRACT

In this study, a paper folding activity task, which involved reaching the Pythagorean Theorem with a series of steps was designed. The aim of the task is to reach the Pythagorean Theorem with folding activities by deductive reasoning and logical inference. The study aimed to examine the effectiveness of the task and to share the patty paper folding task with the teachers. The activity was used with 20 ninth grade students studying in a public school. The patty paper folding activity task was carried out for a total of six lesson hours for three weeks. The students did not have difficulty while folding; they generally had difficulties in performing algebraic operations and expressing the concepts mathematically. The students participated in the activity willingly and the patty paper folding task helped students understand why the theorem is true and contributed to meaningful learning in terms of being an explanatory proof.

**Keywords:** patty paper folding, Pythagorean Theorem, teaching proof, teaching mathematics.

### Makale hakkında:

Gönderim tarihi: 19.03.2023

Kabul tarihi: 06.10.2023

Elektronik yayın tarihi: 30.10.2023

<sup>1</sup> Etik kurul izni, Pamukkale Üniversitesi Sosyal ve Beşerî Bilimler Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu'ndan 11.01.2023 tarih ve 62882350/2023/1 sayılı belge ile alınmıştır.

<sup>2</sup> Matematik Öğretmeni, Honaz Kaklık Osman Evran Çok Programlı Anadolu Lisesi, [sevindemdem@gmail.com](mailto:sevindemdem@gmail.com), ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-6822-4499>.

<sup>3</sup> Dr. Öğr. Üyesi, Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi ABD, [germec@pau.edu.tr](mailto:germec@pau.edu.tr), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6446-9217>.

## GİRİŞ

M.Ö. 300'lü yıllarda Euclid tarafından yazılan ve insan zekasının ulaştığı başarı zirvelerinden biri olarak kabul edilen “*Elemanlar (Elements)*” adlı eser ile geometri tümdengelimli bir bilim ve aksiyomlar sisteminin mantıksal kuralları ile kurulan bir bilimsel olgu haline gelmiştir. Mantık sistemi olarak Geometri-Euclid döneminin “*Elemanlar*” adlı eseriyle ilk olarak iki temel sonuç ortaya çıkmıştır. Bunlardan biri Pisagor Teoremi, diğeri ise düzlemdeki bir üçgenin iç açıları ölçülerinin toplamının  $180^\circ$  olmasıdır (Argün vd., 2014). Pisagor Teoremi, “*Elemanlar*” adlı eserin ilk iki sonucundan biri olmakla beraber; kuşkusuz geometrinin bilinen en ünlü teoremidir ve bilinen 300'den fazla ispatı mevcuttur (Benjamin, 2019). Bu çalışmada da öğrencilere Pisagor Teoremi'ni bir kural olarak doğrudan tanıtmak yerine, iki ispatı ve bu ispatların nasıl yapılandırılacağı üzerinde etkinlikler geliştirilmiştir. Bunun sebebi, ispat uygulamalarını okul matematiğinde kullanmanın faydalı görülmesidir. Okul Matematiği için İlkeler ve Standartlar, akıl yürütme ve ispat standardını, öğrencilerin kazanmaları ve kullanmaları gereken matematiksel bilgilere paralel olan standartlarından biri olarak, matematik yapmanın tüm süreçlerini ve yöntemlerini belirlemede matematik öğretimi ve öğreniminin tamamlayıcı bileşenlerinden biri olarak ele almaktadır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; van de Walle, 2013). Öğrencilerin, sorulara ve merak edilenlere ilişkin cevaplar için mantıksal gerekçe gösterme alışkanlığı kazanmaya ihtiyaçları vardır ve mantıksal deliller aracılığıyla kendi fikirlerinin ispatlanmasının değerini öğrenmeleri son derece önemlidir. Bu yüzden tüm öğrenciler anaokulundan 12. sınıfa kadar akıl yürütme ve ispatı, matematiğin temel bileşenleri olarak görmeli; matematiksel varsayımları oluşturup inceleyebilmeli, matematiksel iddia ve ispatları geliştirip değerlendirebilmeli, ispat yöntemleri ve akıl yürütmenin çeşitli biçimlerini seçebilmeli ve kullanabilmelidir (NCTM, 2000; van de Walle, 2013). Fakat sınıflarda ispat, öğrencilere formel ispatın biçimsel doğasından dolayı tamamen tümdengelimsel ve dar bir çerçevede öğrencilerin takip etmekte zorlanacağı onların kabul etmesi için hazırlanmış sonuca götüren sembolik manipülasyonlar dizisi olarak sunulmaktadır ve böylelikle kural ve

formüllerin doğası öğrenciler tarafından anlaşılmamaktadır. Bu yüzden öğrencilerin ispat yapma becerileri zayıf olmaktadır (Hanna & Jahnke, 1993, Tall, 1989). Hsieh vd., (2021) çalışmalarında öğrencilerin, kâğıt katlama yardımıyla ileri düzeyde öğrenci olmamalarına ve ispat kavramını daha önce formel yoldan öğrenmemelerine rağmen formel ispatlar yazabildiklerini belirtmiştir. Dolayısıyla kâğıt katlama yardımıyla öğrencilerin formel ispata ilerlemeleri mümkün görünmektedir. Belirli matematikçilerin ispat için ürettikleri keskin tanımlar kâğıt katlama ile yapılan ispatları içermez iken son yıllarda teknolojinin de ispat süreçlerine dahil edilmesiyle beraber alternatif ispat yöntemleri görünür olmuş ve matematikçiler arasında kabul edilmeye başlanmıştır (Boz Yaman, 2020). Fakat akıl yürütme, gerekçelendirme gibi kavramlar ispatla eş anlamlı değildir, bu yüzden akıl yürütme ve ispat arasındaki ayrımın yapılması gereklidir. Akıl yürütme, gerekçelendirme, genelleme gibi kavramlar ispat ile yakından ilişkili kavramlardır, ispat argüman oluşturma ve gerekçelendirme şekli olmakla beraber tüm argümanlar ve gerekçelendirmeler ispat değildir. Bunun yanında formel bir ispat ise her zaman matematiksel fikirlerin yeterli bir gerekçesi ve açıklaması olmayabilir. Geometri eğitiminde önemli olan, matematiksel bir ifadenin öğrenciler tarafından neden doğru ya da neden yanlış olduğunun yoklanmasıdır (Güler, 2020). Böylelikle öğrenciler doğru akıl yürütmeler ile ispatı yapılandırabilirler. Öğrencilerin ispat yapma becerilerini geliştirmek için farklı çözüm yolları önerilmiştir.

NCTM (2014), öğrencilerin ispat yapma becerilerinin zayıf olma sorununa çözüm olarak etkili matematik öğretme uygulamalarından özellikle üçünün gerekliliğini vurgulamıştır. Bunlar; a) Matematiksel akıl yürütme ve ispat gerektiren etkinliklere yer verme, b) Matematiksel gösterimleri kullanma ve ilişkilendirme, c) Matematik sınıflarında verimli zorlamayı desteklemedir (Zeybek Şimşek, 2020). Bu yüzden, tavsiye edildiği gibi öğrencilerin matematiksel gösterimleri kullanarak ve ilişkilendirme yaparak geometrinin en önemli teoreminin ispatını gerektiren bu etkinliğin yararlı olacağı düşünülmüştür. Böylelikle öğrencilerin yağlı kâğıt materyali kullanarak tümdengelimli akıl yürütme ve mantıksal çıkarımın rolüne dair bir

anlayış kazanmaları ve aynı zamanda matematiksel kavramların ve önermeleri daha iyi anlamalarının teşvik edilmesi (Hanna, 2018) amaçlanmıştır. Bu sayede NCTM'in (2014) bahsedilen matematik öğretme uygulamalarına da erişilmiş olunacağı düşünülmüştür. Yağlı kâğıt katlama etkinlik tasarımı, katlama adımlarında matematiksel akıl yürütme gerektirmektedir; katlama adımları arasında cebirsel hesaplamalar içermekte ve matematiksel gösterimleri ihtiva etmektedir ve katlamalar sonrasındaki adımlar açıkça gözlenebildiğinden keşif yoluyla öğrenme barındırmakta ve bu sayede verimli zorlamayı desteklemektedir. Bu yüzden, bu etkinlik tasarımının, etkili bir matematik öğretme uygulaması olduğu düşünülmektedir. Geometride kâğıt katlama kullanımı, gönye, cetvel gibi ölçme araçları ya da teknoloji olmadan da bazı kavramları, özellikleri ve ilişkileri görsel olarak sunabilmemizi sağlamaktadır (Duatepe-Paksu, 2016). Uygun konularda kavramsal öğrenmeyi destekleyen bu yöntem aynı zamanda öğrencilerin konuya hatta derse karşı motivasyonunun da artmasını sağlamaktadır (Robichaux & Rodrigue, 2003). Kâğıt katlama, teoremlerin ispatı için kullanılacak etkili bir materyal ve yöntem olup bu uygulamaları incelemek öğretmen ve öğrencilere ispat ve geometriye ilişkin farklı bakış açısı geliştirmek için yararlı bir yöntemdir. (Boz Yaman, 2020). Öğrencilerin matematiksel düşünme ve uygulama becerileri kazanmaları, kâğıt katlama yaparken istenilen kâğıt katlama ve akıl yürütmelerle ispatı yapılandırılmaları için tasarlanan bu etkinlikte kâğıt katlama yöntemlerinden biri olan yağlı kâğıt katlama yönteminin kullanılmasının nedeni; yağlı kâğıdın şeffaf yapısıdır. Bu şekilde üzerine yazılanların ve çizilenlerin kolay görülmesini ve katlama kolaylığı ile geometrik keşiflerin yapılmasını sağlar. Yağlı kâğıtlar fast food restoranlarının hamburger köftelerini ayırmak için kullandığı mumlu kare kâğıtlardır (Serra, 1994). Marketlerde satılan yağlı kâğıtlar diğer adıyla fırın kâğıtları uygun boyutta (genelde 15\*15cm, fakat uygun olan her boy kullanılabilir) kesildiğinde de aynı işlevi görmektedir. Yağlı kâğıtların üzerine kurşun ve keçeli kalemlerle kolaylıkla yazılabilir ve yağlı kâğıtların ispat etkinliklerinde saydam olmaları, katlandıklarında ve üzerine kalemlerle yazıldığında katlanan tarafın (katlama izlerinin) kolayca gözlemlenebilmesi, görselleştirme ve

gereçelendirmede ilişkileri gözlemleyebilme akıl yürütme yapmaya olanak sağlama açısından önemlidir. Bu da öğrencilerin ispat görevleri üzerinde çalışmalarını mümkün kılar. Yağlı kâğıt görevleri böylelikle diğer kâğıt katlama görevlerinden farklılaşmaktadır.

Yağlı kâğıt geometrisi, pergel, cetvel ve açılöçer kullanılarak keşfedilebilen herhangi bir özelliğin, yağlı kâğıt katlanmasıyla keşfine imkân verir. Örneğin; yağlı kâğıt başlangıç varsayımından hareketle kare olarak ele alındığından etkinliklerde tüm kenarlarının eşit olduğu ve köşe açılı ölçülerinin  $90^\circ$  olduğu kabul edilir. Böylelikle uygulamalarda yağlı kâğıdın her kenarının eşit olduğu kabulüyle yağlı kâğıdın kenarları kullanılarak uzunluk ölçümleri yapılabilir veya bir üçgenin dar ya da geniş açılı üçgen olduğu karenin köşe açıları ve kenar uzunlukları kullanılarak ve ölçümler yapılarak belirlenebilir ve dik üçgen, eşkenar üçgen gibi özel üçgenler oluşturulabilir, farklı dörtgenler arasındaki ilişkiler bu ölçümleri kullanarak saptanabilir. Ayrıca, yağlı kâğıdın saydamlık özelliği kullanılarak kopya çıkararak açı, alan, uzunluk ölçülerini karşılaştırmak yağlı kâğıt görevlerinin yararlı keşiflerinden biridir. Yağlı kâğıt geometri etkinliği yapılan bir sınıfta işbirlikli öğrenme modeli ön planda olur. Yağlı kâğıt geometrisi için çift paylaşımlı grup yapısı önerilmektedir. Bu yapıda dörtlü gruplar halinde çalışan öğrenciler iki çifte ayrılır. Her çiftten bir öğrenci, ortak katlamayı yaparken, yönergeleri ortağa okur. Her çift, sonuçlarını gruptaki diğer çiftin sonuçlarıyla karşılaştırır. Grup daha sonra varsayımını oluşturur ve sonraki araştırma için hem çiftler hem de roller değişir. Bu iş birliğine dayalı grup yapısı, keşfederek öğrenmelerine olanak tanır Eşli paylaşımında herkesin bir rolü vardır ve çocukların matematik kaygısını da azaltmaya yardımcı olur (Serra, 1994). Bu çalışmada anılan çift paylaşımlı grup yapısı benimsenmiştir. Bu çalışmada, öğrencilerin Pisagor teoremini yağlı kâğıt katlama yöntemiyle ortaya çıkarmalarının yanında bu etkinliğinin yararlı olup olmadığının gözlenmesi, öğrencilerin etkinliğe ilişkin tepkilerinin ortaya konması ve öğretmenlerin yağlı kâğıt katlama görevlerini yakından tanımaları amaçlanmıştır. Geometri dersinde ağırlıklı olarak kullanılan formülleri, öğrenciler çoğu zaman ezberlemekte zorlanırlar. Bu nedenle kuralların ve formüllerin nedenlerini

araştırabilecekleri bu tür ortamlar oluşturmak önemli görülmektedir.

### Öğrencilerin Etkinlik Sürecine Hazırlanması: Hazırbulunuşluk Etkinlikleri

Hazırbulunuşluk etkinlikleri, öğrencilerin ilgili ispat etkinliklerindeki katlamaları yaparken ihtiyaç duyacakları ön bilgileri içeren katlamaları içermektedir. Bu katlama örnekleri kare ve üçgen oluşturma, açı ve uzunluk ölçme, ortak noktaları bulma gibi temel etkinliklerin yanında; bir doğrunun orta noktasını bulma, bir noktadan bir doğruya en kısa uzaklığı keşfetme, çeşitkenar ya da geniş açılı üçgene yükseklik indirme, bir doğruya paralel bir doğru oluşturma gibi uygulamalardan oluşmuştur. Örneğin; Yağlı Kâğıt Katlama Etkinlik görevindeki ilk etkinlik üçgen ve dörtgenlerin alanlarının hesaplanması yoluyla Pisagor Teoremi'ne ulaşmayı içermektedir. Bunun için üçgenlerin dik üçgen olduklarının tespiti ve dörtgenin kare olduğunun belirlenmesi için yağlı kâğıdın bir köşe açılı ölçüsünün değerinin  $90^\circ$  olduğunun bilinerek, köşe açılarının yağlı kâğıt yardımıyla ölçülmesi gerekmektedir. Bu ise cetvel, pergel ve açıölçer kullanmadan yağlı kâğıdın başlangıç varsayımlarına dayanmaktadır. Başlangıç varsayımları; yağlı kâğıdın yarı saydam olması, kare olması, dolayısıyla tüm kenar uzunluklarının eşit olması ve tüm köşe açılı ölçülerinin eşit olması gibi özelliklerdir. İkinci etkinlik ise dik katlamaların yapılabilmesi için bir noktanın bir doğruya en kısa uzaklığının ve bir doğruya paralel bir doğrunun yağlı kâğıt yardımıyla katlanmasının bilinmesini gerektirmektedir. Son etkinlikte ise üç doğru parçasının bir dik üçgen oluşturup oluşturamayacağı yine yağlı kâğıtların saydamlık özelliğinin kullanılmasını gerektirmektedir. Yağlı kâğıtta katlama yapıldığında oluşan kat izleri, doğru parçasını ve oluşturulmak istenen şeklin kenarlarını temsil etmiştir. Kat yerlerinin birleşimi açıları oluşturmuş, kesişimleri ise noktalar olarak ele alınmıştır.

Öğrenciler hazırbulunuşluk etkinliklerinde Serra'nın (1994) önerdiği gibi çift paylaşımlı grup yapısıyla çalışmışlardır. Öğretmen, hazırlık etkinliklerinde öğrencileri bu grup yapısı hakkında bilgilendirmiştir. Öğrenciler bir sırada iki kişi olmak üzere arka arkası dört kişi bir grup oluşturacak şekilde gruplandırılmıştır. Her bir sırada bu dörtlü grup iki çifte ayrılmıştır.

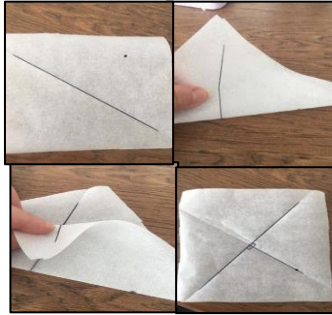
Her çiftten bir öğrenci, etkinliği uygularken ortak katlamayı yapmış diğeri yönergeyi okumuştur. Daha sonra takıldıkları yerlerde çiftler gruptaki diğeri çiftle fikirlerini paylaşmışlar; bir sonraki etkinlikte ise çiftler arasındaki sırayı yani rolleri değiştirerek katlamaları gerçekleştirmişlerdir. Böylelikle birbirleriyle düşünce ve akıl yürütmelerini paylaşma fırsatı elde etmişler ve akıl yürütmelerini varsayım haline getirme olanağı bulmuşlardır.

**Tablo 1.** Hazırbulunuşluk Etkinlikleri

Etkinlik No/İçerik	Amaç
1/İki doğrunun birbirini kaç noktada kesebileceği üzerine katlamalar ve tartışmalar	Öğrencilerin katladıkları doğruların kesişim noktaları ve birbirlerine göre konumları hakkında önceden fikir sahibi olmalarını sağlamak amaçlanmıştır. Örneğin, katlanan doğruların kesim noktaları ile oluşan üçgen ve dörtgen alanların oluşturulmasında ya da son etkinlikteki gibi doğru parçalarının birleşerek bir üçgen oluşturup oluşturmayacağını keşfederken doğruların birbirlerine göre durumları hakkında sezgisel anlayış sahibi olmalarının sağlanması amaçlanmıştır. Yağlı kâğıdın saydamlık özelliği kat izlerinin görülmesi ve Çalışma Kâğıdı 3'te doğruların uç uca yerleştirilmesini sağlamayı kolaylaştırması gibi yararlar sağlamıştır.
2/Bir noktanın bir doğruya en kısa uzaklığını bulma üzerine katlama ve tartışmalar	Çalışma Kâğıdı 2'de dik üçgen katlamaları için bir noktanın bir doğruya en kısa uzaklığının nasıl katlanılacağı ve bu uzaklığın aynı zamanda yükseklik olduğunun bilinmesi gerekmektedir. Yağlı kâğıdın saydamlık özelliği ile noktadan doğruya indirilen yükseklikte, doğrunun üst üste katlandığında çakışması ortaya çıkmaktadır.
3/Bir doğruya paralel başka bir doğru katlama	Çalışma Kâğıdı 1ve 2'de karenin karşılıklı kenarlarının birbirine paralel olduğunun gözlenmesi için; bir doğruya katlanan dik bir doğruya dik olan başka bir dorunun ilk doğruya paralel olduğunun bilinmesi öğrencilere karenin kenarları ve doğruların birbirine göre konumları ile ilgili bakış kazandırır.

Tablo 1'den de anlaşılacağı üzere, ilk etkinlikte öğrencilerden ilk önce yağlı kâğıdı istedikleri bir şekilde katlayıp açmaları istenmiştir. Daha sonra ikinci bir doğru katlayıp açmaları istenmiştir. Bu işlemi birkaç kez tekrarladıktan sonra ne olacağı, iki doğrunun birbirini kaç noktada kesebileceği sorulmuştur ve üzerinde tartışılmıştır. İkinci etkinlikte öğrencilere, yağlı kâğıt üzerinde bir doğru katlayarak, bu doğrunun üzerinde olmayan bir nokta işaretlemeleri söylenip, noktanın doğruya

olan en kısa uzaklığını bulmaları istenmiştir. Noktanın doğruya olan en kısa uzaklığının, ona dik olan doğru olduğunu keşfetmeleri beklenmiştir. Bunun için öncelikle öğrencilerden yağlı kâğıt üzerinde herhangi bir nokta işaretledikten sonra noktanın dışında bir doğru katlamaları istenmiştir. Sonrasında bu noktadan bu doğruya farklı uzunlukta doğrular katlamaları istenmiştir ve ilk katlama yaptıkları doğru üzerinde birden fazla nokta seçerek katlama yapabilecekleri, oluşan kat izlerinin üzerinden kalemle geçebilecekleri ifade edilmiştir. Öğrencilerden ikili gruplar halinde katladıkları doğruların uzunlukları üzerinde istenmiştir. Öğrencilerden, en kısa doğruyu bulmaları istenmiştir, verilen cevaplara göre neden “en kısa” olduğunu gerekçelendirmeleri beklenmiştir. Öğrencilerden en kısa uzaklığın dik açı oluşturan doğru olduğunu keşfetmeleri beklenmiştir. Keşiften sonra ise dik açı oluşturma sebebini gerekçelendirmeleri beklenmiştir. Öğrencilerin, yağlı kâğıdın saydam olma özelliğinden dolayı, katlamalar yaptıkça daha kısa olan doğruların katlamalarla çakıştığını fark etmeleri ve ancak kendi üzerlerine katlandığında tam çakışma oluşturduğunu, yani doğru açının yarısı oluşturmasından dolayı  $180 \text{ derece} / 2 = 90 \text{ derece}$  ile bir dik açı ölçüsüne dönüştüğünü fark etmeleri beklenmiştir (Şekil 1).



**Şekil 1.** Bir Noktanın Bir Doğruya En Kısa Uzaklığını Bulma

Öğrencilerin katlamalar yaparak oluşturdukları en kısa doğrunun, ilk katladıkları doğruyu üst üste çakıştırarak meydana geldiğini ve doğru açığı tam ortadan ikiye ayırdığını fark etmeleri hedeflenmiştir. Başka deyişle öğrencilerin “doğru açı üst üste geldiğinde bölgeyi ikiye ayırır” ifadesini söylemeleri hedeflenmiştir. Öğrencilerin, bunu açıklayamadıkları durumlarda çift paylaşımlı grup yapısı yardım etmiştir. Öyle ki, öğrenciler birbirlerini ikna etmeye çalışmışlar, edemedikleri durumlarda diğer grup içerisindeki diğer çift ile

tartışmışlardır. Eğer yine ikna olunmadıysa fikirlerini sınıftaki diğer gruplarla tartışma imkânı yaratılmıştır.

Bir noktanın bir doğruya olan en kısa uzaklığını bulduktan sonra öğrencilerden aynı yağlı kâğıt üzerinde doğruya paralel olan bir doğru bulmaları istenmiştir. Öğrencilere (gerekse-dikme kullanabilecekleri ipucu olarak verilmiştir) paralel doğruyu çizebilmeyi keşfetmeleri beklenmiştir. Öğrencilerden akıl yürütmelerini gerekçelendirmeleri ve dik olan bir doğruya tekrar dikme indirildiğinde paralelliğin sağlandığını fark etmeleri ve bunu ifade etmeleri beklenmiştir.

### Pilot Uygulama

Öğrencilere çalışma kağıtları ile yağlı kağıtlar her gruba birer tane olacak şekilde dağıtılmıştır. Yağlı kâğıt ile yaptıkları katlamaları çalışma kâğıdı üzerine çizmeleri için bir bölüm bırakılmıştır. Öğrenciler ilk önce deneme yanımlarla katlamaları gerçekleştirmiş, daha sonra katladıkları görseli kâğıt üzerine çizmiş ve son olarak da power point sunumunda katlamalarını doğru yapıp yapmadıklarını kontrol etmişlerdir. Uygulanan pilot çalışmada öğrencilerin kâğıt üstüne çizim yapmalarının vakit kaybına neden olduğu, çizimi düzgün yapabilmek için cetvel kullanma ihtiyacı hissettikleri gözlenmiştir. Bu nedenle pilot uygulamada kullanılan çalışma kağıtları güncellenmiştir. Öğrenciler deneme yanımlarla beklenen hedeflere ulaşmışlardır. Ancak bir noktanın bir doğruya olan en kısa uzaklığını katlayarak bulduktan sonra oluşan doğrunun dik açı oluşturduğunu keşfetmelerine rağmen bunun gerekçesini açıklayamamışlardır.

### ETKİNLİĞİN UYGULANMASI

Bu etkinlik 2022-2023 eğitim öğretim yılında Denizli ili Honaz ilçesindeki bir devlet okulunda dokuzuncu sınıfta öğrenim gören 20 öğrenci ile ikişerli grup oluşturularak 6 ders saatinde gerçekleştirilmiştir. Bir önceki yıl Pisagor Teoremi’ni öğrenen öğrencilerin, bu kazanımlara yönelik varsa yaşadıkları zorlukların ortadan kaldırılması ve yağlı kâğıt katlama ile hem ispat yapmaya ilişkin olumlu tutum geliştirmelerini sağlamak hem de bu etkinliğin Pisagor Teoremi’ni oluştururken etkililiğini test etmektir. Böylelikle öğrencilerin

kavramsal anlamalarının pekiştirilip pekiştirilemeyeceğini gözlemek hedeflenmiştir. Etkinlikte yağlı kağıtların yanında cetvel, kalem, makas kullanılmıştır. Kalem, öğrencilerin katlamalarını yaptıktan sonra üzerlerine çizim yapabilmeleri için, makas ise uygun kesimleri gerçekleştirebilmeleri için kullanılmıştır. Cetvel, ölçüm yapmak amacıyla değil, kat izlerinin üzerinden düzgün bir şekilde geçebilmek için kullanılmıştır. Bu etkinlik “Yağlı Kâğıt Katlama Etkinlik Görevi” ismiyle ilk iki etkinlik boyunca iki bölümden oluşmaktadır (Tablo 2).

**Tablo 2.** Yağlı Kâğıt Katlama Etkinlik Görevi

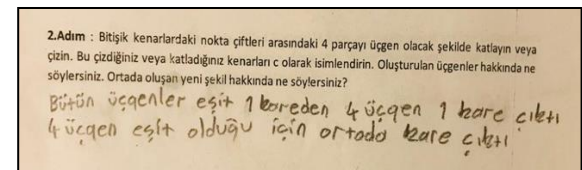
	Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 1
Birinci Bölüm: Yağlı Kâğıt katlama Etkinlikleri	Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 2
	Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 3 (Kontrol Etkinliği)
İkinci Bölüm: Katlama Görselleri	PowerPoint Sunumu ile Katlama Görselleri

Birinci ve ikinci bölüm eş zamanlı yürütülmüştür. İlk bölümde, öğrencilere sırasıyla, içinde yönergeleri olan “Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 1”; “Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 2” dağıtılmıştır. Bu çalışma kağıtları, içerisinde Pisagor Teoremi’ne iki farklı yoldan ulaşan iki farklı etkinlikten oluşmaktadır. Uygulama sonrasında ise Pisagor Teoremi’ni karşılayan üç kenar uzunluğunun bir dik üçgen oluşturup oluşturmayacağı hakkında keşifler içeren uygulama sonrası kontrol etkinliği (“Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 3”) gerçekleştirilmiştir. Yağlı Kâğıt Katlama Etkinlik Görevi ilk iki çalışma kâğıdı uygulamasında; öğrenciler çalışma kâğıdı etkinliklerini takip etmişler (birinci bölüm), adım sonunda ilgili görselleri (powerpoint sunumuyla) izleyerek katlamalarını doğru yapıp yapmadıklarını kontrol etmişlerdir (ikinci bölüm, Katlama Görselleri). Bu iki bölüm eşzamanlı yürütülmüştür (Tablo 2). Kontrol etkinliğini içeren “Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 3”te ise öğrencilere  $a^2 + b^2 = c^2$  formülünü karşılayan dik üçgenin üç kenar uzunluk ölçüsü verilmiş ve bu kenarları kullanarak bir dik üçgen oluşturup oluşturmayacağı sorulmuştur. Pilot çalışma sonrasında, ilk hazırlanan çalışma kağıtları revize edilmiştir (Ek 1).

## Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 1

“Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 1” ile birlikte 15x15 boyutlarındaki yağlı kağıtlar ikişer kişiden oluşan her gruba bir tane olacak şekilde dağıtılmıştır. Öğretmen tarafından daha önceden hazırlanmış olan katlama görselleri power point sunumu açılarak hazır hale getirilmiştir. “Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 1”de öğrencilerden beklenen üçgenlerde eşlik-benzerlik kullanarak alan hesabı yardımıyla akıl yürütme yaparak Pisagor Teoremi’ne ulaşmalarıdır (Ek 1).

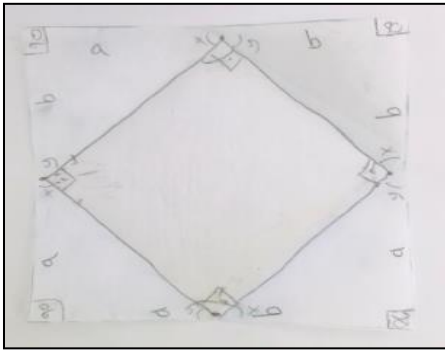
Öğrenciler birinci adımda belirtilen yönerge ile etkinliğe başlamışlardır. Öğrenciler yağlı kâğıda yapılacak olan işaretlemeleri aynı ölçülerdeki diğer yağlı kâğıdı kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Yağlı kâğıdın kenarlarını isimlendirdikten sonra öğrencilere “Yağlı kâğıdınızın bir kenarını a ve b cinsinden nasıl ifade ederiz?” diye sorulduğunda birkaç öğrenci dışında sınıfın geneli “ab” cevabını vermiştir. Öğrencilere a ve b yerine sayılarla örnek verildikten sonra bütün sınıf cevabın “a+b” olduğunu fark etmişlerdir. Öğrencilerin (a + b)<sup>2</sup> özdeşliğinin açılımını yapamadıkları için bu özdeşliğe ulaşmalarını ve adımlarında tecrübe kazanmalarını sağlamak amacıyla öğretmen tahtaya tarafından bir kare çizmiştir. Bu durum Yağlı kağıt katlama etkinliğinin bir parçası olmayıp, etkinlik esnasında gelişen bir durumdur, öğretmen öğrencilere bu özdeşlik açılımını direk vermek yerine şekilden ulaşmalarını amaçlamıştır. Öğrencilerin tamamı (a + b)<sup>2</sup> özdeşliğine ulaşmış, Çalışma Kâğıdı 1’in ikinci adımında öğrencilerin hepsi katlamalarını doğru bir şekilde tamamlamışlardır. Öğrenciler yağlı kâğıt üzerinde işaretledikleri yerlerden yaptıkları katlamalar sonucu oluşan dört üçgen ve bir dörtgen olduğunu doğru tespit etmişlerdir. Fakat üçgenlerin “eşlik” durumundan bahsederken “eşitlik” ifadesini kullanmışlardır. Aşağıda bir çalışma grubunun örneği yer almaktadır (Şekil 2)



**Şekil 2.** İkinci Adıma İlişkin Örnek Öğrenci Grubu Yanıtı



Üçüncü adımda öğrencilerden katlama yaptıkları yağlı kağıt üzerinde oluşan üçgenlerin açılarını isimlendirmeleri istenmiştir. Bu sayede iki kenarı ve bir açısı eşit olan üçgenlerin üçüncü kenarlarının da birbirine eşit olduğunu fark etmeleri beklenmiştir. Öğrencilerin tamamı dik üçgenlerin içerisindeki açılarının tümler açılar olduğunu fark etmişler ve bunu ifade etmişlerdir. İkinci adımda ortada oluşan şeklin neden bir kare olduğunu öğrencilerin matematiksel bir dayanakla ifade etmeleri beklenmiştir. Öğrencilerden beklenen ikişer kenarları eş ve bu iki kenarın oluşturduğu açılarının da eş olması nedeniyle bu üçgenlerin eş olduklarını fark etmeleridir. Bütün gruplar üçgende açılar Şekil 3’de gösterildiği gibi isimlendirmişlerdir. Bu adımları uygularken bir yandan da grup içindeki görev paylaşımlarına göre etkinlik kağıdında yer alan kısımları doldurmaları gerekmiştir (Fotoğraf 1).



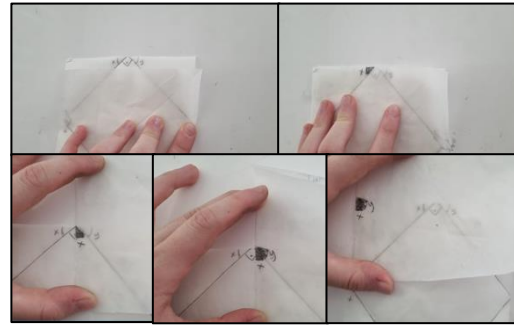
**Şekil 3.** Üçüncü Adımda Yapılan İsimlendirme Örneği



**Fotoğraf 1.** Öğrencinin Çalışma Kağıdını Doldurma Örneği

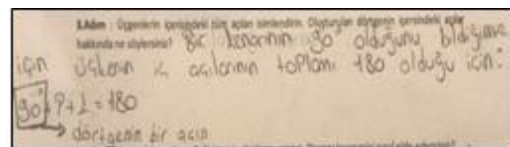
Öğrenciler etkinliklerde çift paylaşımlı grup yapısıyla çalıştıkları için üç çalışma kağıdında dönüşümlü olarak görev alıp katlamalarını ve akıl yürütmelerini birbirleriyle paylaşmışlardır. Örneğin Çalışma Kağıdı 1’de katlama yapan öğrenci Çalışma Kağıdı 2’de yer alan bölümleri doldurmuş, Çalışma Kağıdı 2’de ise diğer öğrenci katlamaları yapmıştır. Öğrenciler

hazırlık etkinliklerinde de aynı grup yapısıyla hareket ettikleri için grup çalışmasına önceden hazırlıklı olmuşlardır. Öğrencilerin çoğu (bir grup dışında) yağlı kağıdın bir köşesinin  $90^\circ$  olduğunu ifade ederek üçgen içinde isimlendirdikleri açılarının toplamının  $90^\circ$  olduğunu yağlı kağıdın saydam olması özelliğinden faydalanarak bulmuşlardır. Öncelikle başka bir yağlı kağıdı çalıştıkları yağlı kağıdın üzerine koyarak, a açısını yağlı kağıdın üzerinde işaretlemişler (karalamışlar) ve aynı olduğunu düşündükleri diğer dik üçgenin dar açısı üzerine getirerek aynı ölçüde olduğunu belirlemişlerdir. Böylelikle bir açı ölçüsü eşit olan üçgenlerin diğer dar açı ölçüleri (y açısı) de eşit olmuştur. Bir yağlı kağıdın köşe açısının  $90^\circ$  olduğu bilindiğinden; öğrenciler dar açı ölçülerini (x ve y) yağlı kağıdın üzerinde yanyana getirmişler ve diğer yağlı kağıdın bir köşe açısının üzerinde kontrol etmişlerdir (Şekil 4).



**Şekil 4.** Öğrencilerin Yağlı Kâğıdın Saydamlığından Faydalanarak Dik Açı Ölçüsüne Ulaşmaları

Böylelikle x ve y açı ölçülerinin toplamının  $90^\circ$  olduğunu ve ortada oluşan yeni dörtgenin bir açısının da  $90^\circ$  olduğunu söylemişlerdir. Bir önceki adımda şeklin görüntüsünden dolayı kare olduğunu ifade eden öğrenciler matematiksel bir dayanakla düşündüklerini ifade edebilmişlerdir. Örneğin bir grup öğrenci aşağıdaki ifadede bulunmuştur: “Bir kenarın  $90^\circ$  olduğunu bildiğim için üçgenin iç açılarının toplamı 180 derece olduğu için” (Şekil 5).



**Şekil 5.** Bir Grubun Üçüncü Adıma İlişkin Yanıt Örneği

Başka bir öğrenci grubu örneğinde; öğrenciler üçgenin iç açıları toplamından yola çıkarak doğru gerekçelendirmeler yapmışlardır. Dördüncü adımda yalnızca iki gruptaki dört öğrenci alan yardımıyla istenen teoreme ulaşabileceklerini fark etmişlerdir. Bu nedenle tüm gruplara ilk adımdaki uygulamaları hatırlatılmıştır. Bu şekilde tüm gruplar alan yardımıyla Pisagor Teoremi'ne ulaşmışlardır. Bir grubun yanıtı Şekil 6'da verilmiştir. İki ders saati süren bu etkinlikte adımları uygularken öğrencilerin genel olarak cebirsel işlemleri yaparken zorlandıkları, bildikleri kavramları matematiksel olarak ifade etmede güçlük yaşadıkları gözlenmiştir. Öğrencilere şeklin neden kare olduğu sorulduğunda karelerin kenar uzunluklarının eşit olma sebebinin eş üçgenlerden kaynaklanabileceğini soruşturmak ve bu biçimde gerekçelendirmek yerine “Her tarafı eşit” “4 kenarı var” gibi ifadeler kullanmışlardır.

Şekil 6. Üçüncü Adıma İlişkin Öğrenci Örneği

### Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 2

“Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 2”, öğrencilere çalışmanın başladığı ikinci haftada yöneltilmiştir. Yağlı kağıdın dört üçgen ve bir kareye bölünerek oluşturulan ve Pisagor Teoremi'ne cebir yardımıyla ulaşılan bir etkinliktir. İlk etkinlikten farkı ise bu etkinlikte öğrencilerin ortada oluşan kareye ancak karenin köşe noktasında katlanan doğruya dikme katlayarak oluşturulabilecek üçgenler yardımıyla ulaşabilecek olmalarıdır. Etkinliğine yağlı kağıtların gruplara dağıtılmasıyla başlanmıştır (Ek 1). Öğrencilerden beklenen üçgenlerde eşlik-benzerlik kurallarını ve alan hesabını kullanarak Pisagor teoremine ulaşmalarıdır. Öğrenciler birinci adımdaki üçgen katlamayı ve sonrasında ilk katlama yerine dik olan üçgen katlama görevini kolaylıkla yerine getirmişlerdir. Özellikle ikinci adımdaki görevi karenin bir köşesindeki noktadan birinci adımda katlanan

üçgenin hipotenüsüne dik bir doğru katlama (dikme indirme) işidir. Öğrencilerin zorlanacağı düşünülen bu adımda öğrenciler katlamayı kolaylıkla yapmışlardır. Bunun nedeninin hazırlanmışlık etkinliğinde “doğrunun dışındaki bir noktadan doğruya en kısa uzaklığı bulma” görevini daha önceden deneyimlemiş oldukları düşünülmektedir. Bunun yanında yağlı kâğıdın saydam olması özelliği, katlamayla doğrunun çakışmasını göstermekte ve böylelikle doğru açının iki eş parçaya ayrılması kolaylıkla gözlenebilmektedir. Bu sayede öğrencilerin tamamı dört dik üçgene ulaşılan dört katlamayı başarıyla tamamlamışlardır (Fotoğraf 2).



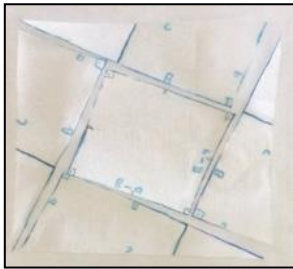
Fotoğraf 2. Bir Grubun İstenilen Katlamayı Yapması

Üçüncü adımda beklenen, oluşturulan dört üçgenin birbirlerine eş olduklarını fark etmeleri ve ortada oluşan dörtgenin kare olduğunu matematiksel çıkarım yoluyla keşfetmeleridir. Bir öğrenci gerekçe olarak “Çünkü dik katladık” ifadesini kullanmıştır. Diğer öğrenciler yağlı kâğıdın bütün kenarlarının eşit olduğunu ve her üçgende bu kenardan bir tane olduğunu ifade etmişlerdir. Böylelikle oluşturdukları üçgenlerin eş olduklarını belirtmişlerdir. Bir gruptaki öğrenciler “Açılara isim vererek eşit olduklarını ispatlarız.” şeklinde açıklama yapmıştır. Ortada oluşan dörtgenin neden kare olduğunu açıklarken öğrencilerin çoğu açıklama yazmış fakat benzerlik fikrini gerekçe olarak göstermemişlerdir. Öğrencilerin hepsi, dik katlamalar sonucunda ortada oluşan şeklin tüm açı ölçülerinin 90°ar derece olduğunu görebilmiş; fakat neden bu kenarların eşit uzunlukta olduğu hakkında gerekçe göstermemişlerdir (Şekil 7).

Şekil 7. Üçüncü Adıma İlişkin Bir Grubun Cevabı



Öğrenciler dik katlamaların farkında olarak yanıt vermişler, fakat ortada oluşan dörtgenin kare olması fikrini üçgenlerin benzerlik fikrine dayandıramamışlardır (Şekil 7). Özellikle “köşeleri eşit olduğu için karedir” ifadesi, öğrencilerin bir şeklin kare olması durumunu sadece açı ölçülerine odaklanarak yaptıklarını, tüm kenarların neden eşit olduğunu ifade etmeye ihtiyaç duymadıklarını göstermiştir. 4. adımda öğrencilerden yağlı kâğıtta oluşturdukları şekillerin kenarlarını ve dik açıları isimlendirmeleri ve oluşan üçgenleri ve kareyi kesip çıkarmaları istenmiştir. Öğrenciler şekil 8’de gösterildiği gibi 4. adımda istenen yönergeyi gerçekleştirmişlerdir.



**Şekil 8.** Dördüncü Adımda Yapılan Kesim Örneği

Son adımda öğrencilerden yağlı kâğıttan keserek çıkardıkları şekillerin alanları yardımıyla Pisagor Teoremi’ne ulaşmaları beklenmiştir. Öğrenciler Çalışma Kâğıdı 1’de daha önce alan hesabı yardımıyla cebirsel eşitliklerle deneyim kazandıkları için bu adımda çok zorlanmamışlardır. Yalnızca öğrencilerden bazıları bir kenarı  $(b - a)$  olan yeni oluşan karenin alanını bulmak için  $(b - a)^2$  açılımını yazarken işaret hatası yapmışlardır. Bu nedenle işlem hatası yapan gruplardaki öğrencilerden birinin tahtada işlemleri yapması istenmiştir. Tüm sınıfla beraber işlemler üzerinde tartışılmış ve hata tespit edilmiştir. Ardından tüm sınıf ilgili cebirsel işlemleri yapmış ve Pisagor Teoremi’ne ulaşmıştır. 2 ders saati süren bu etkinlikte öğrenciler birinci etkinliğe göre daha az zorlanmışlardır. Ancak bu etkinlikte cebir adımları birinci etkinliğe göre daha ayrıntılı olduğu için bu etkinlikte cebirsel işlemlerde daha çok zorlanmışlardır. Bu iki ispat yaklaşımında da alanları değiştirmeden şekillerin değiştirilebileceği, bunun sonucu etkilemeyeceği görülmektedir. Her iki etkinlikte de adım sonunda eş zamanlı olarak ilgili görsel öğrencilere powerpoint sunumuyla gösterilmiştir. Bu sayede öğrenciler işlemlerinin ve adımlarının doğruluğunu

kontrol etme ve değiştirme şansı elde ederek bir sonraki adıma ilerlemişlerdir.

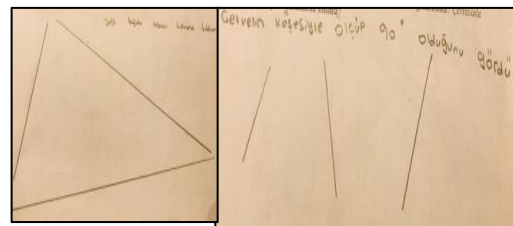
### Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 3

Birer hafta ara ile yapılan yağlı kâğıt katlama etkinliklerinden sonraki üçüncü hafta, kontrol etkinliği uygulanmıştır. Etkinliğe başlamadan önce öğrencilere aşağıdaki soru sorulmuştur:

Artık bir dik üçgenin kenar uzunlukları  $a$  ve  $b$  ve hipotenüsün uzunluğu  $c$  ise, bu üç uzunluğun  $a^2 + b^2 = c^2$  formülünü sağladığını biliyorsunuz. Peki Pisagor teoreminin tersi de doğru mudur? Uzunlukları Pisagor formülünü karşılayan üç parçanız varsa bu üç uzunluk bir dik üçgen oluşturmalı mı?

Öğrencilerin verdikleri yanıtlar sınıfça tartışılmıştır. Bu etkinlikte öğrencilerden beklenen Pisagor Teoremi’ni karşılayan üç uzunluk ölçüsünün bir dik üçgen oluşturacağını keşfetmeleridir (Ek 1).

Etkinliğin ilk ve ikinci adımında öğrencilere verilen çalışma kağıdındaki Pisagor üçlülerinden birini seçip Pisagor teoremini karşılayıp karşılamadıklarını kontrol etmeleri istenmiştir. Öğrenciler kontrol ettikleri üçlülerini cetvel yardımıyla yağlı kâğıdın üzerine çizmişler ve çizilen yağlı kâğıdın üstüne başka bir yağlı kâğıt koyarak, her kenarı bu üç uzunluktan biri olan bir üçgen çizmişlerdir. Burada üçgeni oluşturan kenarların uzunlukları öğrencilere hazır olarak verilmiştir. Yağlı kağıtların saydam olmaları, verilen doğru parçalarının bir üçgen oluşturup oluşturmadığının kolaylıkla görülebilmesine imkân vermiştir. Öğrenciler yağlı kâğıdın köşesinin  $90^\circ$  olduğunu bildiklerini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin ifadelerine örnekler şu şekildedir (Şekil 9): “Kâğıdın dik köşesine doksan derece açıyla çizgi çizerek çizdiğim üçgenin içinin  $90^\circ$  olduğunu farkettim”; “Yağlı kâğıdın köşesini kullanarak buldum.”



**Şekil 9.** Dik Üçgen Oluşturmaya İlişkin Örnekler

Öğrenciler kolay bir şekilde üçgenlerini oluşturabilmişlerdir. Oluşturdukları bu üçgenlerin bir açısının  $90^\circ$  olduğunu bazı öğrenciler cetvelle gösterdiklerini söylemişlerdir. Şekil 12'deki son örnekte "Cetvelin köşesiyle ölçüp  $90^\circ$  olduğunu gördük" ifadesinde de görülmektedir. Öğrenciler cetvelin köşesinin dik açı olduğu varsayımıyla hareket etmişlerdir. Genel olarak tüm sınıf etkinliğe istekli bir şekilde katılmışlardır.

## SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmada öğrencilerin Pisagor Teoremi'ni kâğıt katlama yöntemiyle ortaya çıkarmalarının yanında yağlı kâğıt katlama etkinliğinin yararlı olup olmadığının gözlenmesi, öğrencilerin etkinliğe ilişkin tepkilerinin ortaya konması amaçlanmıştır. Çalışmanın amacına ulaştığı düşünülmektedir. Pisagor Teoremi'ne ulaşmak için tasarlanan yağlı kâğıt katlama etkinliği, içeriğinde hem matematiksel hem de geometrik kavramları barındırmaktadır. Öğrenciler sekizinci sınıfta öğrenmiş oldukları Pisagor Teoremi'ne, katlama yaparak oluşturdukları geometrik şekillerin alanları arasında ilişki kurarak ve akıl yürüterek ulaşmışlardır. Öğrencilere Pisagor teoreminin verildiği ve bununla ilgili örnek soruların çözüldüğü bir sınıf ortamı yerine işbirlikli bir öğrenme ortamı içerisinde sosyal etkileşimlerinin artmasını sağlayan ve daha önceden kavradıkları bilgileri ve kuralları düşünerek akıl yürütebilmelerine imkân sağlayan bir etkinlik sunulmuştur. Etkinliği uygulama sürecinde öğrencilerin istekli ve keyif alarak etkinliğe katıldıkları, gözlenmiştir. Yağlı kâğıt katlama görevinin teoremin niçin doğru olduğunu anlamalarını sağladığı ve görsel bir ispat niteliğinde olması açısından anlamlı öğrenmeyi destekleyici katkısı olduğu görülmüştür. Matematik dersine karşı olumsuz tutum ve davranış sergileyen öğrencilerin dahi etkinliğe sevrerek ve isteyerek katıldıkları gözlenmiştir.

Bu etkinlik ile öğrencilerin yağlı kâğıt materyali kullanarak tümdengelimli akıl yürütme ve mantıksal çıkarımın rolüne dair bir anlayış kazanmaları ve aynı zamanda matematiksel kavramların ve önermelerin daha iyi anlaşılmasını teşvik edilmeleri (Hanna, 2018) amaçlanmıştır. Öğrencilerin bu etkinlikle beraber akıl yürütme ve mantıksal çıkarım yapma davranışları sergiledikleri ve bu

davranışlara ilişkin motive oldukları gözlenmiştir.

Öğrenciler katlama aşamalarında zorluk yaşamamalarına rağmen matematiksel kavramları ifade etmede güçlük yaşamışlardır. Bunun sebebinin öğrencilerin genel olarak akademik başarı düzeylerinin düşük olmasından kaynaklandığı söylenebilir. Bunun yanında öğrenciler genel akademik sistem içerisinde test sorusu çözmeye alışık oldukları matematik dersleri ile karşılaşmışlardır. Hem cebirsel hem bilişsel akıl yürütme becerilerini sergileyecekleri ortamlarda daha önce sık bulunmamış olmaları, bu durumun kaynağı olabilir. Ancak uygulanan "Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 1"den sonra öğrenciler "Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 2"deki matematiksel kavramları ifade etmede daha az zorluk yaşamışlardır. Bu durum da bu etkinliğin anlamayı kolaylaştırma ve kalıcı öğrenmeyi sağlama potansiyelinin olduğu söylenebilir. Bu etkinlik lise öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Etkinliğin ortaokul sekizinci sınıf öğrencileriyle Pisagor Teoremi'nin kavramsal olarak öğretilmesi amacıyla kolaylıkla gerçekleştirilebileceği düşünülmektedir. Bu çalışma Pisagor Teoremi'nin iki ispat etkinliği ve kontrol etkinliğinden oluşmuştur. Pisagor Teoremi'nin birçok ispatı mevcuttur ve farklı ispat etkinlikleri yağlı kâğıt katlamayla uygulanmaya elverişlidir (Serra, 1994).

Matematik sınıflarında kavramların öğretilmesinde, kural ve teoremlere ulaşmada, örüntülerin keşfinde ve daha birçok alanda yağlı kâğıt katlamadan faydalanılabilir. Geometrinin temel özellik ve tanımlarının tanıtılmasında, katlama ve eşlik özelliklerinin yardımıyla kesişen doğrular ile açılarının durumları, noktanın doğruya en kısa uzaklığını bulma, açı çeşitleri ve paralel doğruların özelliklerini katlama gibi birçok özellik keşfedilebilir. Açığortay ve kenarortay ve özellikleri, bunlarla ilgili kurallara ulaşma, üçgenin iç açıları ölçülerini bulma, yükseklik, orta nokta bulma gibi birçok özellik yine yağlı kâğıt geometrisi yardımıyla keşfedilebilir. Sadece üçgenlerin özelliklerine değil; çokgenlerin iç ve dış açı ölçüleri toplamı gibi çokgenlerin özelliklerine ve paralelkenar, yamuk, deltoid gibi belirli dörtgen ailelerinin özelliklerine, hatta dönüşüm geometrisine ilişkin birçok kavram yağlı kâğıt katlama yöntemiyle öğretilir (Serra, 1994).

**KAYNAKLAR**

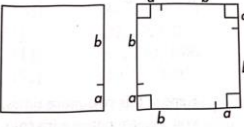
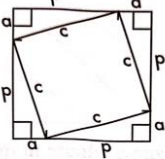
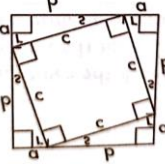
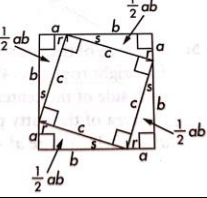

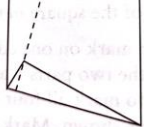
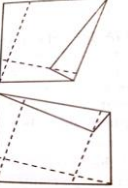
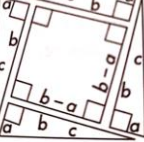
- Argün, Z., & Arıkan, A., Bulut, S., & Halıcioğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramların künyesi*. Gazi Kitabevi.
- Benjamin, A. (2019). *Matematiğin sihirli dünyası*. Nika Yayınevi.
- Boz Yaman, B. (2020). Kağıt katlama (origami) ve ispat. I. Uğurel (Ed.), *Matematiksel ispat ve öğretimi* (ss. 333-362). Anı Yayıncılık.
- Duatepe-Paksu, A. (2016). Kâğıt katlama yöntemiyle dörtgenlerin incelenmesi. *Journal of Inquiry Based Activities*, 6(2), 80-88.
- Güler, G. (2020). Akıl yürütme ve ispat ilişkisi. I. Uğurel (Ed.), *Matematiksel ispat ve öğretimi* (ss. 89-108). Anı Yayıncılık.
- Hanna, G. (2018). Reflections on proof as explanation. In A. J. Stylianides & G. Harel (Eds.), *Advances in mathematics education research on proof and proving, ICME 13 Monographs* (pp. 3-18). Springer.
- Hanna, G., & Jahnke, H. N. (1996). Proof and proving. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education Volume 4* (pp. 877-908). Kluwer Academic Publishers.
- Hsieh, F. J., Horng, W. S., & Shy, H. Y. (2021). From exploration to proof production. In G. Hanna & M. de Villiers (Eds.), *Proof and proving in mathematics education* (pp. 279-326). Springer.
- Robichaux, R. R., & Rodrigue, P. R. (2003). Using origami to promote geometric communication. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9(4), 222-229.
- Serra, M. (1994). *Patty paper geometry*. Key Curriculum Press.
- Tall, D. (1989). The nature of mathematical proof. *Mathematics Teaching*, 127, 28-32.
- Zeybek Şimşek, Z. (2020). İspatın matematik öğretim programları ve uluslararası standartlardaki yeri ve önemi. I. Uğurel (Ed.), *Matematiksel ispat ve öğretimi* (ss. 69-84). Anı yayıncılık.

**Kaynak Gösterme**

- Demirci, S., & Çontay, E. G. (2023). Yağlı kâğıt katlama ile Pisagor Teoremine ulaşma. *Araştırma Temelli Etkinlik Dergisi*, 13(2), 119-131. <https://www.ated.info.tr/ojs-3.2.1-3/index.php/ated/issue/view/27>

Ek 1

Yağlı Kâğıt Katlama Görevi Çalışma Kağıtları

Birinci Bölüm: Yağlı Kâğıt Katlama Etkinlikleri	İkinci bölüm: Katlama Görselleri
<b>Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 1</b>	
<p><b>1.Adım:</b> Yağlı kâğıdın bir kenarına işaret koyarak 2 bölüme ayırın ve bu bölümleri a ve b olarak isimlendirin. Yağlı kâğıdın diğer 3 kenarını da aynı ölçülerde olacak şekilde işaretleyin.</p>	
<p><b>2.Adım:</b> Bitişik kenarlardaki nokta çiftleri arasındaki 4 parçayı üçgen olacak şekilde katlayın veya çiziniz. Bu çizdiğiniz veya katladığınız kenarları c olarak isimlendirin. Oluşturulan üçgenler hakkında ne söylersiniz? Ortada oluşan yeni şekil hakkında ne söylersiniz?</p>	
<p><b>3.Adım:</b> Üçgenlerin içerisindeki tüm açılar isimlendirin. Oluşturulan dörtgenin içerisindeki açılar hakkında ne söylersiniz?</p>	
<p><b>4.Adım:</b> Oluşan 4 üçgenin ve 1 dörtgenin alanlarını yazınız. Pisagor teoremini nasıl elde edersiniz?</p>	
<b>Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 2</b>	
<p><b>1.Adım:</b> Yağlı kâğıdı bir köşesinden tutup, bir köşesi komşu köşesinden geçecek şekilde bir üçgen katlayın.</p>	
<p><b>2.Adım:</b> İlk katlama yerine dik olan ve karenin ikinci bir köşesinden geçen bir üçgen daha katlayın.</p>	
<p><b>3.Adım:</b> Bu işlemi iki kez daha tekrar ettikten sonra yağlı kâğıdın içerisinde 4 adet dik üçgen ve ortada bir dörtgen oluşturmuş olacaksınız. Yeni dörtgenin kenarları ve şekli hakkında ne söylersiniz?</p>	
<p><b>4.Adım:</b> Dik açıları işaretleyin ve kenarları isimlendirin. 4 dik üçgenin üstünden kalemle geçerek bu üçgenleri belirledikten sonra üçgenleri ve kareyi kesip çıkarın.</p>	

<p><b>5.Adım:</b> Elinizde bulunan veriler ile Pisagor teoremine ulaşın.</p>	$4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} + (b - a)^2 = c^2$ $2ab + b^2 - 2ab + a^2 = c^2$ $b^2 + a^2 = c^2$ <p>Görseller: (Serra, 1994, s.221, 222)</p>
<p><b>Yağlı Kâğıt Katlama Etkinliği Çalışma Kâğıdı 3</b></p>	
<p>Artık bir dik üçgenin kenar uzunlukları a ve b ve hipotenüsün uzunluğu c ise, bu üç uzunluğun <math>a^2 + b^2 = c^2</math> formülünü sağladığını biliyorsunuz. Peki Pisagor teoreminin tersi de doğru mudur? Uzunlukları Pisagor formülünü karşılayan üç parçanız varsa bu üç uzunluk bir dik üçgen oluşturmalı mı?</p>	
<p>{3,4,5} {6,8,10} {9,12,15} {7,24,25} {8,15,17} {5,12,13}</p>	
<p><b>1.Adım:</b> Yukarıdaki listede bulunan Pisagor üçlülerinden herhangi birini seçin.</p>	
<p><b>2.Adım:</b> Pisagor teoremini karşıladığını kontrol edin.</p>	
<p><b>3. Adım:</b> Yağlı kağıdınıza seçtiğiniz üçlülere cetvelle ölçerek çizin.</p>	
<p><b>4.Adım:</b> Üzerine üç parça çizdiğiniz yağlı kağıdınızın üstüne başka bir yağlı kağıt koyarak, her kenarı bu üç uzunluktan biri olacak şekilde bir üçgen çizin.</p>	
<p><b>5.Adım:</b> Üçgeninizin açılarından birinin dik açı olup olmadığını nasıl gösterirsiniz? Çevrenizde gördüğünüz dik açıları kullanabilir misiniz?</p>	